circonstance que ce sont les jours de plus *grande* pression des vapeurs qui donnent la *moindre* hauteur barométrique.

» Comme le résultat d'une seule année ne me paraissait pas assez certain pour servir de base dans une question si importante, j'ai fait faire de semblables calculs pour les années antérieures jusqu'à 1848. En comparant les nombres, on reconnaît que *toutes les années donnent à peu près le même résultat*. L'ensemble des huit années conduit aux nombres suivants :

Pression des vapeurs	3''',55 . . .	3''',52
Hauteurs barométriques correspondantes.	317''',55 . . .	317''',95

» Même, dans ce résultat général, la hauteur barométrique correspondant à la plus petite pression des vapeurs est un peu plus grande, ce que je crois devoir attribuer à la circonstance que les jours de plus petite pression des vapeurs sont en général ceux où le vent souffle de l'est. »

RAPPORTS.

Essais analytiques. — *Les lignes du troisième ordre;* par M. F. Dagoreau.

Rapport de M. Brasseur.

« L'équation complète du 3^{me} degré est de la forme :

$$
\begin{aligned}
&Ay^3 + Bxy^2 + Cx^2y + Dx^3 + \\
&+ Ey^2 + Fxy + Cx^2 + \\
&+ Hy + Kx + L = o.
\end{aligned}
$$

L'auteur commence par chercher quels sont les termes que l'on peut faire disparaître de l'équation proposée, sans lui faire perdre de sa généralité.

A cet effet, représentant par z, z' les coefficients de direction (*) des nouveaux axes des coordonnées par rapport à l'ancien axe des abscisses; par a et b les coordonnées de la nouvelle origine, il trouve que l'équation proposée peut être transformée en une autre, où, parmi les coefficients, fonctions de z, z', ceux de y^3 et de x^3 se trouvent multipliés respectivement par les deux polynômes du 3^{me} degré en z', z :

$$(Az'^3 + Bz'^2 + Cz' + D) \text{ et } (Az^3 + Bz^2 + Cz + D).$$

Ce sont les hypothèses que l'on peut faire sur le nombre et la grandeur relative des racines réelles de l'un ou l'autre de ces polynômes qui servent de base à la division des courbes du 3^{me} degré en quatre classes, car les racines de l'un sont respectivement égales à celles de l'autre.

Une seule racine réelle est le caractère de la 1re classe; trois racines réelles et inégales, caractère de la 2^{me} classe; trois racines réelles dont deux sont égales, caractère de la 3^{me} classe; trois racines réelles et égales, caractère de la 4^{me} classe.

Pour juger quels sont les coefficients fonctions de z, z', qui, dans l'équation transformée, peuvent être annulés par des valeurs de z, z', il désigne par $-r'$, $-r''$, $-r'''$, les trois racines de l'un des polynômes ci-dessus, et il a :

(*) Nous entendons par coefficient de direction d'une droite, le coefficient de x dans l'équation de cette droite.

$$Az'^3 + Bz'^2 + Cz' + D = A(z' + r')(z' + r'')(z' + r''')$$
$$Az^3 + Bz^2 + Cz + D = A(z + r')(z + r'')(z + r''')$$
$$B = A(r' + r'' + r''')$$
$$C = A(r'r'' + r'r''' + r''r''')$$
$$D = A\, r'\, r''\, r'''.$$

C'est en introduisant les valeurs de ces deux polynômes, ainsi que celles de A, B, C, dans l'équation transformée, et en y égalant z' à une racine réelle, et z soit à une seconde racine, soit à une fonction des trois racines, que l'auteur parvient à reconnaître tous les coefficients qui peuvent disparaître de l'équation transformée, soit ensemble, soit séparément. En quoi il fait remarquer préalablement, que l'on ne saurait attribuer la même valeur aux deux variables z, z', puisque les deux nouveaux axes ne sauraient coïncider.

Il trouve de cette manière que l'équation des lignes de la 1re classe peut être ramenée à ne contenir des quatre premiers termes que le 2me et le 4me affectés des mêmes signes;

Ou bien à ne contenir des quatre premiers termes que les deux termes cubes;

Que l'équation des lignes de la 2me classe peut être ramenée à ne contenir des quatre premiers termes que le 2me et le 3me terme affectés du même signe ou de signes contraires;

Ou bien à ne contenir des quatre premiers termes que le terme cube de l'une des variables, et le terme produit de cette variable par le carré de l'autre, termes qui doivent toujours être de signes contraires;

Que l'équation de la 3me classe peut être ramenée à ne contenir des quatre premiers termes que le 2me terme ou le 3me;

Que l'équation des lignes de la 4^{me} classe peut être ramenée à ne contenir des quatre premiers termes que le seul terme cube de l'une des deux variables;

Enfin, il fait voir qu'on peut toujours choisir la nouvelle origine de manière que, dans les trois premières classes, les termes en y^2 et xy disparaissent.

De ce qui précède, l'auteur déduit que l'équation des lignes des trois premières classes peut être mise sous la forme :

$$Bxy^2 + Dx^3 + Gx^2 + Hy + Kx + L = o \; . \; . \; . \; . \; . \quad (H)$$

et représente une ligne de la 1re, 2^{me} ou 3^{me} classe, selon que $D \gtreqless 0$; tandis que l'équation de la 4^{me} classe peut toujours être mise sous la forme :

$$Bx^3 + Ey^2 + Fxy + Gx^2 + Hy + Kx + L = o \; . \; . \; . \; . \; . \quad (G).$$

Division de chaque classe en genres.

Une ligne du 3^{me} degré est composée d'une ou de plusieurs parties : c'est le nombre de ces parties et leur nature qui servent de base à la division de chaque classe en genres. Par nature d'une ligne ou d'une de ses parties, l'auteur entend la propriété d'être ou de ne pas être limitée dans un sens déterminé.

Or, l'équation générale des courbes de chaque classe étant du second degré par rapport à leur variable y, si on la résout par rapport à celle-ci, on aura une quantité sous le radical que nous représenterons par R; R étant une fonction rationnelle et entière de x ou égale au rapport de deux pareilles fonctions.

L'auteur fait remarquer que le nombre de parties distinctes d'une ligne de 3^{me} ordre dépend du nombre de racines réelles différentes de l'équation $R = 0$, et puisque ce nombre dépend du degré de cette équation, il en résulte que toute hypothèse sur les coefficients qui abaisse le degré de ladite équation constitue une condition analytique d'un genre.

D'un autre côté, si l'équation dont il s'agit est de degré pair, toute hypothèse qui fait changer le signe de son premier terme, constitue également une condition analytique d'un genre; car l'auteur a fait voir, au préalable, qu'un tel changement de signe fait changer la nature de la ligne.

En appliquant à chaque classe ces principes de division en genres, l'auteur écarte, comme cela doit être, toute hypothèse sur les coefficients de l'équation en question, lorsque cette hypothèse rend complexe l'équation des lignes de cette classe. Il trouve que la première classe possède deux genres, la 2^{me} classe trois genres, la 3^{me} classe huit genres, la 4^{me} classe trois genres.

Dans la 1^{re} classe, les deux genres sont distingués par $H = 0$ et H différent de zéro; et ainsi des autres classes.

Après avoir fait connaître la division en classes et en genres, il cherche la signification géométrique des caractères analytiques sur lesquels sont fondées ces divisions.

Il trouve ces significations en cherchant les circonstances remarquables d'une droite sécante avec les lignes du 3^{me} degré, lorsque cette sécante est parallèle à une direction asymptotique simple, double ou triple.

D'après l'auteur, lorsque le coefficient de direction d'une droite est égal à l'une des trois racines réelles, de l'un des deux polynômes en z, z' cités au commencement, la direction de cette droite est dite asymptotique simple, double, triple, selon que cette racine diffère de chacune des deux autres, ou est égale à l'une des deux autres, ou est égale à chacune des deux autres. Cela posé, il trouve que, dans la 1re classe, parmi les parallèles à la direction asymptotique unique, il y a une asymptote qui rencontre la courbe en un point ou ne la rencontre pas, selon que H diffère de zéro ou est égal à zéro.

Dans la seconde classe, parmi les parallèles à chaque direction asymptotique simple, il existe une asymptote qui peut rencontrer la courbe en un point ou ne pas la rencontrer, selon que certain coefficient subsiste ou *est nul.*

Dans la 3me classe, parmi les parallèles à la direction asymptotique simple, il y en a une qui est une asymptote.

Parmi les parallèles à la direction double, deux peuvent être des asymptotes, et elles peuvent être distinctes ou être réunies.

Enfin, ces deux asymptotes peuvent être situées à l'infini ou être imaginaires.

Dans la 4me classe, parmi les parallèles à la direction triple, une est asymptote et cette asymptote peut être située à distance finie ou à une distance infinie.

La forme de l'équation (H), qui embrasse les trois premières classes, indique que l'axe des ordonnées est une asymptote, et l'équation (G) de la 4me classe montre que cet axe est seulement parallèle à la direction asymptotique.

Telle est la signification des racines du polynôme en z, que leur nombre et grandeur relative marquent le nombre d'asymptotes rectilignes dont sont pourvues les courbes de chaque classe.

Quant à la signification des conditions analytiques des genres, l'auteur fait voir qu'elles indiquent le nombre et la nature des branches infinies dont les courbes de chaque genre sont pourvues. La nature d'une branche infinie est indiquée par la nature de l'asymptote curviligne dont cette branche est pourvue. Il dit qu'une branche infinie est de nature hyperbolique ou parabolique du 2^{me} degré, selon que son asymptote est une hyperbole ou parabole du 2^{me} degré, de même une branche infinie est dite de nature hyperbolique du 3^{me} degré, lorsqu'elle possède une asymptote hyperbolique du 3^{me} degré (telle que $Bxy^2 + H) = 0$, d'autres fois, les asymptotes curvilignes sont d'une autre nature qui leur est propre et qui est indiquée par leurs équations.

C'est ainsi qu'en déterminant les asymptotes curvilignes de la 1^{re} classe, il trouve que ce sont des hyperboles du 2^{me} ou du 3^{me} degré, selon que H est ou n'est pas nul : or ce sont là, comme il est dit plus haut, les conditions analytiques des deux genres de la 1^{re} classe.

Il en est de même des autres classes où à chaque condition analytique d'un genre différent correspondent des asymptotes curvilignes différentes.

Sur les principes de la division de l'auteur en classes et en genres que nous venons de faire connaître, nous dirons que ces principes sont nouveaux et conduisent aux mêmes nombres de classes et de genres que ceux trouvés par Euler; mais la division de ce savant, fondée d'une part, sur le nombre de facteurs réels du 1^{er} degré que peut admettre le membre supérieur de l'équation du 3^{me} degré et sur la grandeur relative de ces facteurs; d'autre part, sur le nombre et la nature des branches infinies dont sont pourvues les courbes de chaque classe, nous paraît, sinon aussi élémentaire, du moins plus scientifique que celle de l'auteur.

Division des genres en espèces.

Avant de passer aux principes de la division des genres en espèces, l'auteur, dans le but de pouvoir plus tard indiquer un plus grand nombre de différences entre plusieurs espèces, reproduit la nouvelle théorie que M. Steichen, professeur à l'École militaire, a donnée sur les centres et diamètres d'une courbe d'un degré quelconque.

Dans cette théorie, le lieu des centres des moyennes distances des points d'intersection de chacune des droites d'un système de transversales parallèles est un diamètre, et l'intersection de deux diamètres est un centre. Le centre de la moyenne distance d'un système de points à un axe est un point dont la distance à cet axe est égale à la moyenne arithmétique de la somme algébrique des distances des points données au même axe.

Cela posé, il fait voir que, dans les courbes des trois premières classes (H), les diamètres, ainsi définis, sont des lignes droites qui ne passent toutes par un seul point que lorsque $G = 0$, tandis que dans les courbes de la 4^{me} classe (G), tous les diamètres sont parallèles à l'axe des y.

Il cherche encore l'équation de la tangente à une courbe du 3^{me} degré, et il en déduit que le nombre de tangentes que l'on peut mener parallèlement à une direction donnée peut varier depuis 0 jusqu'à 6, et que parallèlement à une direction asymptotique, on en peut mener tout au plus quatre, dont les points de contact se trouvent sur une hyperbole pour les trois premières classes et sur une droite pour la 4^{me} classe.

Vient maintenant l'exposé des principes sur lesquels l'auteur fonde la division des genres en espèces.

L'équation $M = 0$ de chaque genre étant résolue par rapport à y, si l'on égale à zéro la quantité sous le radical que nous désignons par R (R étant fonction de x), on a l'équation

$$R = 0.$$

Chaque racine réelle de cette équation étant l'abscisse d'un point dont l'ordonnée est tangente à la courbe $M = 0$, cette tangente est nommée tangente-limite, et l'équation $R = 0$, équation des tangentes-limites.

Cela posé, l'équation des tangentes-limites admet un certain nombre de racines qui peuvent être toutes ou en partie réelles ou imaginaires; celles qui sont réelles peuvent être de même signe ou de signes différents ; enfin, celles qui sont de même signe peuvent être de même grandeur ou de grandeurs différentes. Toutes ces circonstances sont des indices de variation du nombre ou de la position des parties constitutives de la courbe et sont prises pour base de la division des genres en espèces.

En conséquence, l'auteur admet, comme conditions analytiques distinctives des espèces d'un même genre, uniquement les relations entre les coefficients de la courbe, lorsqu'elles influent, soit sur le nombre des racines réelles de l'équation $R = 0$, soit sur le signe d'une partie de ces racines, soit sur l'égalité ou l'inégalité des racines qui ont même signe.

Les autres relations entre les coefficients sont considérées comme des conditions analytiques distinctives de variétés d'une même espèce.

C'est en faisant une application systématique de ces principes que l'auteur parvient à limiter à 56 le nombre des espèces, tandis que Newton en a trouvé 72.

La différence entre ces deux nombres provient de ce que

Newton, tout en prenant pour base principale de sa division la considération des tangentes-limites, se sert en même temps d'autres principes qu'il applique dans certains cas, et qu'il néglige d'appliquer dans d'autres cas. Aussi l'auteur fait voir dans la notice critique qui termine son mémoire, qu'en appliquant d'une manière générale et systématique tous les principes de Newton, on doit trouver 95 espèces au lieu de 72.

La division de l'auteur a le mérite d'être plus systématique que celle de Newton; mais son travail n'est pas assez condensé; il a trop d'étendue, surtout par ses nombreuses figures (114), pour pouvoir être inséré en entier dans le recueil des publications académiques.

Nous proposons que l'auteur soit prié de faire une analyse dans laquelle, en partant de la division d'Euler en classes et en genres, il expose succinctement ses principes de division en espèces et les fasse suivre d'une simple énumération des espèces et variétés d'espèces qu'il a constatées, en renvoyant à l'ouvrage de Newton, tant pour les espèces décrites par ce dernier que pour les figures, lorsqu'il en existe, et en ne conservant de sa notice critique que les parties qui concernent les espèces omises par Newton. »

— La classe adopte ces conclusions, auxquelles souscrit M. Timmermans, second commissaire, et elle décide que des remercîments seront adressés à l'auteur, avec prière de faire parvenir à la classe l'analyse mentionnée dans le rapport.