Le coût d'opportunité du capital pour l'entrepreneur revisité

Georges Hübner

1. Préambule

Un grand nombre des enseignements de Pierre Armand Michel dans le domaine de la finance d'entreprise ont été axés sur le coût du capital. Dans un ouvrage de référence en la matière (Tabatoni et Michel, 1979), il a ainsi développé de nombreuses extensions du modèle de base qui fait autorité depuis les années soixante et qui se comporte encore vaillamment au début du XXIe siècle, à savoir le Capital Asset Pricing Model de Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966). Le but de ce chapitre est d'apporter une pierre supplémentaire à cet édifice en relaxant d'autres hypothèses et en vérifiant, une fois de plus, la solidité de l'approche fondamentale héritée de la Théorie Moderne du Portefeuille.

2. Introduction

La Théorie Moderne du Portefeuille de Markowitz (1952) a permis le développement du Capital Asset Pricing Model (en abrégé CAPM) de Sharpe (1964) Lintner (1965) et Mossin (1966). Cette théorie présente deux résultats majeurs. Le premier stipule qu'à l'équilibre, le rendement espéré de tout portefeuille financier détenu par un individu rationnel et correctement informé est une fonction linéaire du risque total de ce portefeuille mesuré par l'écart type des rendements. Cette relation est obtenue par l'équation de la Capital Market Line (CML). Le second résultat fondamental, qui découle du premier, est qu'à l'intérieur de ce portefeuille, tout actif risqué présente également une relation linéaire entre son rendement espéré et son risque systématique, lui-même interprété comme la contribution marginale de ce titre au risque total du portefeuille et représenté par le bêta du titre. L'équation correspondant à cette relation est appelée la Security Market Line (SML).

Dans cette optique, le théorème de séparation de Tobin (1958) pose un principe essentiel : la décision d'investissement dans un portefeuille risqué est indépendante de la décision de financement (prêt ou emprunt). En conséquence, le portefeuille d'équilibre est une combinaison d'un seul et unique portefeuille universel, appelé le portefeuille de marché, et d'un investissement (positif ou négatif) dans un actif dénué de tout risque. Dès lors, nous pouvons mettre en exergue deux conséquences importantes. D'abord, la théorie concrétise et magnifie le principe de diversification : le portefeuille de marché, détenu de façon rationnelle par tous les acteurs économiques, est parfaitement diversifié et ne comporte plus que le risque non-diversifiable dans l'économie. Ensuite, tout actif risqué – en ce compris d'ailleurs l'ensemble des actifs réels – doit se trouver dans ce portefeuille de marché, et son rendement espéré émarge à la SML. Le seul risque qu'il importe donc de mesurer et de contrôler pour une action ou un portefeuille, par exemple, est son risque systématique.

Cette dernière remarque présente des implications fondamentales en finance d'entreprise. Tout ouvrage de base en gestion financière met l'accent sur la nécessité de comprendre que la décision d'investissement dans tout projet, quelle qu'en soit la taille, doit être analysée sous l'angle de son risque systématique, et que le coût du capital applicable pour l'actualisation des cash flows futurs de ce projet doit être calculé sur base de la Security Market Line, dont le bêta du projet est l'un des principaux inputs.

Mais qu'en est-il si les hypothèses du modèle d'équilibre ne sont pas respectées ? Dans ce chapitre, nous nous intéressons en particulier à une situation qui n'est – à tort – généralement pas évoquée dans la plupart des ouvrages de finance d'entreprise : la situation de l'entrepreneur. Cette personne se situe en porte-à-faux vis-à-vis de plusieurs des conditions de validité du CAPM. Les principales sources de discordances sont, selon nous, au nombre de trois :

1. L'hypothèse d'informations homogènes n'est pas respectée du fait que l'entrepreneur est capable d'identifier un projet d'investissement que les autres acteurs économiques ne sont pas capables de reconnaître ou d'exploiter ;

2. L'hypothèse de marchés parfaits n'est pas rencontrée car l'investissement dans le projet ne peut être réalisé librement, mais doit au contraire faire l'objet d'un effort financier important (typiquement la totalité ou une partie importante du patrimoine disponible de l'entrepreneur) et ne peut être scindé ;

3. L'hypothèse qui motive l'utilisation de la variance des rendements, à savoir la distribution elliptique des rendements (dont la distribution normale fait partie) ou l'emploi d'une fonction d'utilité quadratique, n'est en général pas respectée et en particulier dans le cas de l'entrepreneur, qui doit s'attendre à perdre l'entièreté de sa mise avec une probabilité non-négligeable, ce qui entraîne un risque extrême substantiel que la variance ne capture pas.

Dans le cadre de ce chapitre, nous allons proposer un cadre d'analyse alternatif au CAPM qui tente de capturer certaines de ces disparités dans les hypothèses. Nous commençons par rappeler les critères de choix de portefeuille dans le référentiel moyenne-variance. Ensuite, nous évaluerons l'impact des deux premières variations (prises simultanément). La troisième variante, à savoir l'abandon de l'hypothèse de normalité des rendements d'un projet et son influence sur le coût du capital, nous amène à la discussion des préférences de l'investisseur étudiée par Plunus et Farber dans le présent ouvrage.

3. Le modèle pour l'investisseur

L'approche financière classique du coût du capital est héritée de la Théorie Moderne de Portefeuille émise par Markowitz (1952). Cette approche considère que le risque total de tout actif financier peut être adéquatement mesuré par la variance de ses rendements, ou de manière équivalente par son écart type. Dans l'hypothèse – par ailleurs assez communément acceptée – que les investisseurs montrent de l'aversion par rapport au risque, le choix optimal de portefeuille s'effectue en résolvant un problème de programmation quadratique consistant à minimiser le niveau de risque du portefeuille sous contraintes que la somme des poids des actifs du portefeuille est unitaire et que le rendement espéré est fixé à un niveau cible.

Merton (1972) fournit une dérivation analytique du lieu géométrique des coordonnées de ce programme optimal dans un référentiel moyenne (axe des ordonnées) – variance (axe des abscisses) et obtient qu'il s'agit d'un segment d'hyperbole, que l'on appelle la « frontière efficiente ». En réalité, chaque point de cette courbe correspond à un portefeuille qui minimise une fonction quadratique du type :

$$\min \frac{1}{2} \mathrm{x}^{\mathrm{T}} \Sigma\, \mathrm{x} - \theta\, \mu^{\mathrm{T}} \mathrm{x} \tag{1}$$

où x représente le vecteur des poids de chacun des éléments $i = 1,\ldots,n$ du portefeuille, avec $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$, μ est le vecteur des espérances de rendements et Σ est la matrice des variances-covariances. Les différents points de la courbe correspondent aux diverses valeurs prises par le coefficient θ, qui représente le niveau de tolérance au risque de l'investisseur qui choisit ce programme d'optimisation. Plus ce coefficient est faible, plus les coordonnées de l'optimum sur le référentiel rendement-risque seront proches de l'origine des axes, et moins le portefeuille sera risqué. Notons que les notions de tolérance et d'aversion au risque sont les deux facettes d'une même médaille.

Cette représentation n'utilise pas l'ensemble des actifs disponibles, car elle ignore encore l'actif sans risque *f*, dont le rendement espéré est r_f et dont la variance des rendements est nulle. L'investisseur a la possibilité d'investir des montants positifs (prêt) ou négatifs (emprunt) dans cet actif sans risque. Dans ce cas, le lieu géométrique représentant l'ensemble des combinaisons possibles entre tout actif risqué et l'actif sans risque devient une demi-droite et s'appelle la Capital Allocation Line (CAL).

Parmi tous ces actifs ou portefeuilles risqués, il en est un situé sur la frontière efficient qui maximise la pente de la CAL. Ce portefeuille est le portefeuille de marché *m*, et la demi-droite qui relie les coordonnées de ce portefeuille avec celles de l'actif sans risque *f* est donnée par l'équation fondamentale d'équilibre du CAPM, à savoir la Capital Market Line (CML) :

$$\mu_p = r_f + \sigma_p \left[\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \right] \quad (2)$$

où μ et σ représentent respectivement l'espérance et l'écart type des rendements.

À présent, l'investisseur rationnel doit choisir une allocation entre les deux portefeuilles *m* et *f* détenus à l'équilibre. Pour ce faire, nous pouvons considérer deux hypothèses qui justifient le choix de modélisation : le caractère gaussien des rendements, ou la fonction d'utilité quadratique. Comme le précise Sharpe (2007), l'une ou l'autre des hypothèses peut se justifier si l'on considère que le référentiel moyenne-variance fournit des règles d'allocation de portefeuille qui donnent une approximation raisonnable du comportement effectif des agents économiques. Etant donné que la multiplicité des actifs financiers alternatifs (e.g. hedge funds, private equity, immobilier ou actifs à risque de crédit) dérogent substantiellement à l'hypothèse de normalité des rendements, il est donc plus facilement justifiable de poser que tout investisseur *I* dispose d'une fonction d'utilité quadratique, qui se traduit par une espérance d'utilité du type :

$$\mathrm{E}(U^I(r_p)) = \mu_p - \frac{1}{2}\gamma^I \sigma_p^2 \quad (3)$$

Dans ce cas, l'investisseur *I* doit choisir le niveau de volatilité sur la CML qui maximise son utilité espérée. Ce niveau est obtenu par l'équation suivante (Garvey, 2001) :

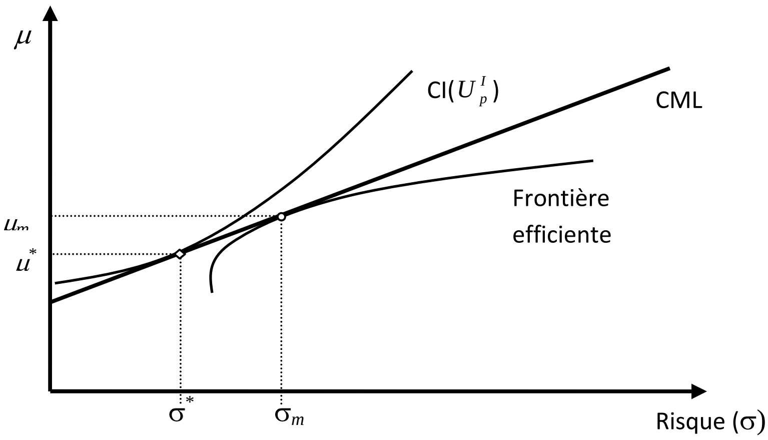
$$\begin{aligned} \sigma^* &= \arg\max_{\sigma} \left(\frac{\sigma}{\sigma_m}\mu_m + \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_m}\right) r_f - \frac{1}{2}\gamma^I \sigma^2 \right) \\ &= \frac{\mu_m - r_f}{\gamma^I \sigma_m} \end{aligned} \quad (4)$$

En intégrant l'équation (4) dans l'équation (3), nous pouvons caractériser le portefeuille optimal de l'investisseur comme celui qui fournit une utilité espérée (ou encore « score d'utilité » U_p^I) égale à :

$$\mathrm{E}(U^I(r_p)) \equiv U_p^I = r_f + \frac{1}{2\gamma^I}\left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right)^2 = r_f + \frac{1}{2\gamma^I}\left(\frac{\mu^* - r_f}{\sigma^*}\right)^2 \quad (5)$$

où le portefeuille optimal est représenté par le couple (μ^*, σ^*). La situation correspondant au choix optimal de l'investisseur est décrite graphiquement sur la Figure 1.

Figure 1 – Portefeuille optimal dans les hypothèses du CAPM



Notons que le théorème de séparation est bien respecté. Le CAPM est applicable dans son ensemble. Tout investissement, qu'il soit ou non de nature financière, est inclus dans le portefeuille de marché et dès lors le coût d'opportunité du capital qui doit lui être appliqué doit être calculé suivant la Security Market Line (SML). Pour tout actif *i*, y compris un projet d'entreprise, on obtient donc que le coût du capital k_i est fourni par la relation linéaire établie par Sharpe (1964) :

$$k_i \equiv \mu_i = r_f + \beta_i \left[\mu_m - r_f\right] = r_f + \rho_{im}\sigma_i \left[\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right] \qquad (6)$$

4. Le modèle pour l'entrepreneur

Jusqu'ici, nous sommes restés strictement dans un cadre commun pour tout investissement, réel comme financier. Pourtant, la réalité de l'entreprise en création ou est très différente.

En règle générale, un entrepreneur dispose d'une information particulière sur la qualité d'un projet qu'il ne partage pas avec l'ensemble des acteurs du marché financier. Ainsi, pour qu'un projet d'entreprise π vaille la peine d'être considéré, son ratio de Sharpe (le rapport entre le rendement excédentaire au taux sans risque et la volatilité) doit être supérieur à celui du portefeuille de marché. Nous avons donc :

$$\frac{\mu_\pi - r_f}{\sigma_\pi} > \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \tag{7}$$

Cette propriété est très largement rencontrée en pratique. Dans leur étude empirique sur le marché américain, Kerins *et al.* (2004) obtiennent que le rendement des projets entrepreneuriaux se situe entre 31,1% et 57,5%, avec une valeur la plus vraisemblable égale à 45,6%. Il s'agit du rendement moyen obtenu implicitement en égalisant la valeur des investissements des entrepreneurs avec la valeur présente de leurs cash flows. Dans le même temps, le risque total moyen de ces projets d'entreprise est 5,62 fois plus élevé que celui du S&P500, qu'ils prennent comme proxy du portefeuille de marché. Considérant un rendement espéré du S&P500 de 10% et un taux d'intérêt sans risque de 4%, nous obtenons un ratio de Sharpe moyen de l'entrepreneuriat de 17% plus élevé que le portefeuille de marché, avec une borne supérieure de 53% plus élevé.

La deuxième particularité de l'entrepreneuriat réside dans le fait que le créateur d'entreprise doit très souvent investir une proportion significative de sa richesse dans son propre projet. Il ne peut en aucun cas considérer le projet qu'il a identifié comme un élément parmi d'autres du portefeuille de marché, car il doit – ou il veut – détenir une part significative des fonds propres de sa société.

Ainsi, Moskowitz et Vissing-Jørgensen (2002) rapportent que le pourcentage moyen investi dans le *private equity* par les ménages américains qui ont ce type d'investissement se situe aux alentours de 45% de leur patrimoine. Bitler *et al.* (2005) rapportent par ailleurs que la majorité (plus de 70%) des entrepreneurs américains détiennent 100% des parts de leur société, et plus de 80% des entreprises privées sont majoritairement détenues par un seul ménage.

Enfin, le projet d'entreprise est généralement assez peu corrélé avec les actifs financiers négociables. Kerins *et al*. (2004) trouvent un coefficient de corrélation de l'ordre de 0,2 entre les rendements des entreprises non cotées et le portefeuille de marché. Ce niveau de corrélation est très stable d'une industrie à l'autre puisqu'il va de 0,15 (biotechnologies) à 0,24 (communications).

Nous considérons dès lors trois caractéristiques applicables au projet d'entreprise :

1. La taille du projet est un supérieure à la richesse initiale de l'entrepreneur, de sorte qu'il est forcé de partager les fonds propres avec d'autres investisseurs (i.e. détenir moins de 100% des parts) et/ou de s'endetter afin d'y investir ;

2. L'entrepreneur doit investir un montant minimum, rapporté à sa richesse initiale, de Λ dans le projet. Bien entendu, il a le loisir d'accroître son investissement mais ne

peut en aucun cas y consacrer un engagement financier moins important. Nous considérons ici le cas où $\Lambda=1$.[1]

3. La corrélation du projet avec les portefeuilles efficients appartenant au marché financier n'est pas significativement différente de 0.

Dans ce cas, l'ajout du projet d'entreprise à l'ensemble des actifs dans lesquels l'entrepreneur a la possibilité d'investir permet d'améliorer la frontière efficiente.

Il y a toutefois une différence majeure entre ce cas et l'adjonction de n'importe quel actif liquide et fongible dans le référentiel rendement-risque de l'investisseur. L'entrepreneur doit en effet choisir entre une allocation dans son portefeuille optimal d'actifs financiers, d'une part, et une allocation dont au moins une fraction Λ est investie dans le projet. Cette situation diffère du cas étudié par Garvey (2001) dans lequel il ne permet d'investir que dans trois types de portefeuilles : le projet π, le portefeuille de marché initial m, l'actif sans risque f et un portefeuille de couverture ayant une corrélation faible avec le projet. Dans notre approche, l'entrepreneur a le choix d'investir dans n'importe quel portefeuille risqué et d'investir dans l'actif sans risque, à partir du moment où il respecte la proportion minimale investie dans le projet.

4.1 L'approche du coût d'opportunité pur

La vaste majorité de la littérature financière (voir Meulbroeck, 2001 ; Kerins *et al.*., 2004) a longtemps appliqué, à tort, les principes basés sur l'intégration d'actifs illiquides dans le canevas du CAPM, tout en reconnaissant que le coût d'opportunité du capital, noté k_π, sous-estimait vraisemblablement le taux applicable pour refléter le caractère spécifique du projet entrepreneurial, non seulement impossible à partitionner (non-divisible) mais également spécifique à son initiateur et donc soumis à ses propres contraintes.

Dans cette optique, il est simplement considéré que le coût d'opportunité du capital est égal à l'image du risque total du projet fourni par la CML :

$$k_\pi^{opp} = r_f + \sigma_\pi \left[\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \right] \tag{8}$$

[1] Le cas où $\Lambda < 1$ aboutit à des résultats similaires aux développements effectués ici mais n'aboutit qu'à alourdir la notation.

4.2 L'approche par l'utilité espérée du projet en « stand alone »

Empressons-nous de préciser que l'approche du coût d'opportunité (équation (8)) est parfaitement correcte en présence d'actifs non-divisibles mais aussi non-spécifiques. En effet, à partir du moment où il existe sur le marché financier un seul agent économique dont la fonction d'utilité est telle que sa courbe d'indifférence est tangente à la CML à l'abscisse correspondant précisément au risque du projet, et qui présente par ailleurs une surface financière suffisante pour adopter ce projet, cet agent va pouvoir identifier et demander le projet pour un prix égale à la valeur actuelle des flux de ce projet actualité au taux k_{π}^{opp} .

La problématique de l'entrepreneur est différente puisque le projet lui est spécifiquement attaché, et que par ailleurs il dispose de sa propre structure de préférences dont il doit tenir compte.

Pour lui, la règle de détermination du coût du capital est donc finalement assez simple : le projet doit être entrepris pour autant que son taux de rendement espéré μ_{π} soit tel que l'utilité espérée que procure un portefeuille accessible avec le projet soit au moins égale à celle que procure le portefeuille initial (U_p^I dans notre exemple).

Considérons sans perte de généralité le cas où Λ=1. Si l'on s'en tient à l'analyse proposée par Garvey, l'entrepreneur doit investir tout son patrimoine dans le projet, à l'exclusion de tout autre produit financier.[2] Notons que cette situation permet à cet entrepreneur de minimiser son risque tout en adoptant son projet d'investissement. En effet, il n'existe pas de portefeuille lui permettant d'investir la totalité de son patrimoine dans le projet avec un risque plus faible, comme nous le verrons ci-dessous.

Dans ce cas, le score d'utilité de l'entrepreneur est fourni par l'équation (3) et le coût d'opportunité du capital $\underline{k}_{\pi}$ (le soulignement de *k* signifie que cette valeur correspond à la stratégie qui *minimise* le risque) est fourni par (Garvey, 2001) :

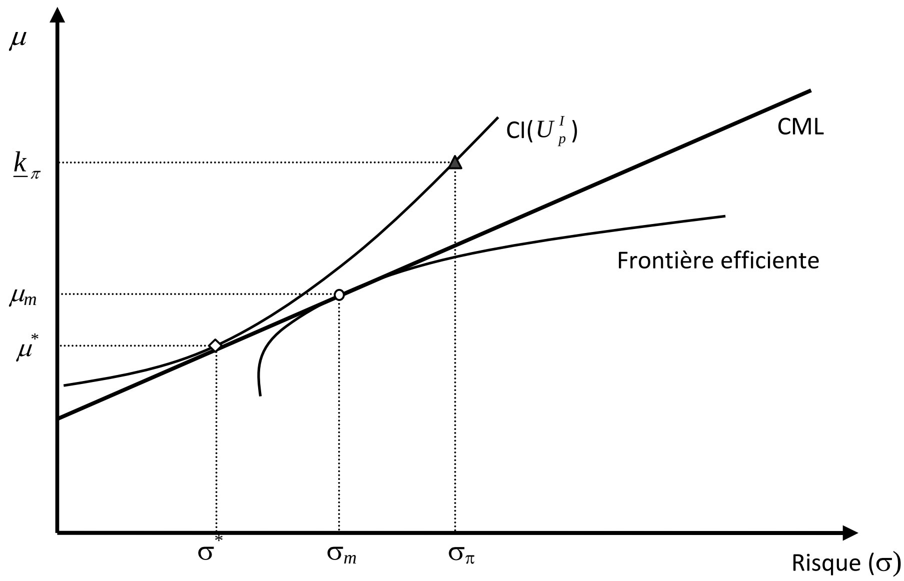
$$\underline{k}_{\pi} = r_f + \frac{1}{2\gamma^I}\left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma^I \sigma_{\pi}^2 \tag{9}$$

Graphiquement, cela se traduit de la manière suivante :

---

[2] Nous ne sommes pas ici dans le cas étudié par Hübner et François (2008) où il doit de surcroît emprunter sur le marché afin de financer entièrement le projet, sauf si un investisseur extérieur intervient.

Figure 2 – Portefeuille optimal dans le cas de l'investissement total dans le projet



Le point représenté par un triangle se trouve sur la même courbe d'indifférence que le portefeuille financier optimal. Si le projet fournit un rendement espéré inférieur à $\underline{k}_{\pi}$, le projet sera abandonné. Comme on le voit sur l'équation (9), le coût du capital est une fonction croissante du ratio de Sharpe du portefeuille de marché de même que la variance des rendements du projet. L'impact du coefficient d'aversion au risque et du taux sans risque est incertain dans les deux cas.

Ce résultat démontre que l'approche « coût d'opportunité » généralement proposé dans la littérature, qui consiste à appliquer un taux d'actualisation égal à l'image de σ_{π} sur la CML, fournit une estimation très biaisée du coût du capital (Kerins *et al.*., 2004).

4.3 L'approche par l'utilité espérée du projet en conjonction avec des actifs financiers

En réalité, l'analyse de Garvey est incomplète. En effet, elle néglige l'utilisation simultanée de la diversification et du levier financier.

L'entrepreneur a effectivement le loisir de combiner son projet avec un portefeuille d'actifs financiers risqués, afin de réduire le risque de sa position. Pour la proportion (1-*v*) investie dans ce portefeuille financier, l'entrepreneur a le choix. En particulier, il peut considérer toute combinaison possible de son projet avec un portefeuille.

Contrairement à Garvey (2001), nous n'imposons pas l'usage du portefeuille de marché initial (cela ne se justifie pas), mais nous considérons que le coefficient de corrélation du projet avec tout portefeuille efficient est nul. Dans cette hypothèse, la nouvelle frontière efficiente correspond à l'ensemble des combinaisons convexes entre le portefeuille de variance minimale (MVP pour « Minimum Variance Portfolio »), au rendement espéré $\mu_0 > r_f$ et le projet. Tout point sur cette nouvelle frontière efficiente correspond donc à une allocation de v dans le projet et $(1-v)$ dans le MVP.

Malheureusement, l'entrepreneur viole alors la condition d'investissement qui stipule qu'il doit investir la totalité de son patrimoine dans le projet. A partir de chacun des points sur la frontière efficiente, il lui est loisible à de combiner le portefeuille ainsi sélectionné avec une allocation dans l'actif sans risque. Il peut ainsi utiliser l'effet de levier en investissant $(1-1/v)<0$ dans l'actif sans risque (i.e. emprunter) et $1/v$ dans le portefeuille efficient.

L'obtention du portefeuille qui maximise l'utilité de l'entrepreneur *ne nécessite pas* de maximiser la pente de la Capital Allocation Line (CAL), c'est-à-dire de sélectionner le portefeuille de tangence entre la nouvelle frontière et la demi-droite tirée du taux sans risque qui passe par ce portefeuille. Certes, un portefeuille plus risqué que le portefeuille de tangence va comporter une quantité plus importante investie dans le projet. Toutefois, l'utilisation du levier sur le portefeuille de tangence va augmenter le risque du portefeuille proportionnellement à l'augmentation de l'investissement, de sorte que le risque total du portefeuille avec le levier et respectant la contrainte d'investissement dans le portefeuille sera plus élevé que son correspondant sur la frontière.

Prenons un exemple pour illustrer cette affirmation. Le projet a une volatilité de 20%, et le MVP a une volatilité de 10%. Le portefeuille de tangence est équipondéré. Comme la corrélation est nulle, le risque du portefeuille est de $\sigma^* = (0{,}5^2 \times 20\%^2 + 0{,}5^2 \times 10\%^2) = 11{,}18\%$. Pour retrouver un poids de 100% investi dans le projet, il faut que l'entrepreneur emprunte 100% de son patrimoine. Il obtiendra un portefeuille de risque égal à $2 \times \sigma^* = 22{,}36\%$, soit bien plus risqué que le portefeuille initial.

En revanche, le portefeuille de tangence présente une caractéristique intéressante empruntée au portefeuille de marché : en combinaison avec l'actif sans risque, il domine toute autre allocation de même risque en matière de rendement espéré.

Considérons que le portefeuille de tangence est constitué du projet π avec un poids v^* et du MVP avec un poids $1 - v^*$.[3] Ensuite, appliquons le levier financier rendu possible grâce à l'emprunt au taux sans risque afin de restaurer la proportion unitaire détenue dans le projet.

---

[3] La détermination de v^* est établie analytiquement sur base de l'égalisation de la pente de la CAL avec la pente de la tangente à la frontière efficiente sur ce point. La méthode est analogue à celle présentée par Sharpe (1964, note de bas de page n° 22, p. 438) dans la dérivation originale du CAPM. En raison de la difficulté d'interprétation de la valeur de v^*, ce point n'est pas développé ici.

Le portefeuille final a les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_\pi^{'} &= \frac{1}{v^*}\left(v^*\mu_\pi + (1-v^*)\mu_0\right) - \left(\frac{1}{v^*}-1\right)r_f = \mu_\pi + \left(\frac{1}{v^*}-1\right)\left(\mu_0 - r_f\right) > \mu_\pi \\ \sigma_\pi^{'} &= \frac{1}{v^*}\sqrt{v^{*2}\sigma_\pi^2 + (1-v^*)^2\sigma_0^2} > \sigma_\pi \end{aligned} \tag{10}$$

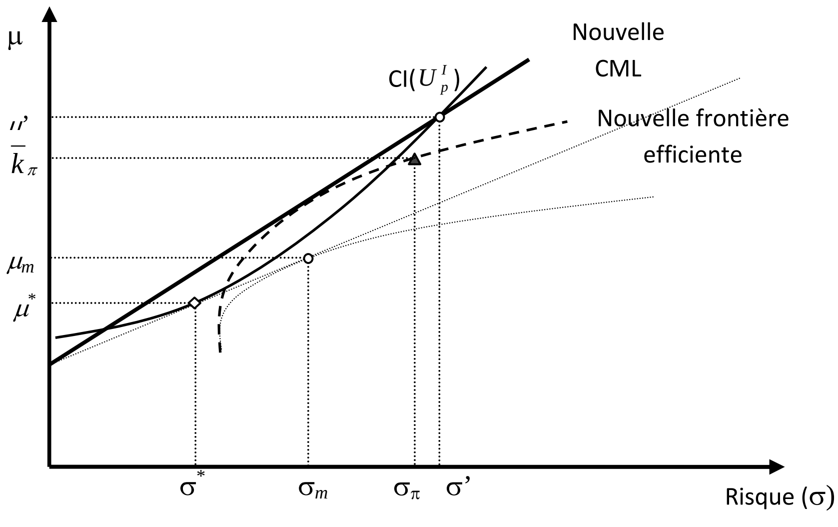
Dans cette perspective, le rendement minimal que le projet doit promettre est celui qui, combiné avec le portefeuille MVP et l'actif sans risque tout en respectant la contrainte d'investissement, propose une utilité espérée égale à celle du portefeuille initial. Nous obtenons donc une équation similaire à (9) :

$$\bar{k}_\pi = r_f - \left(\frac{1}{v^*}-1\right)\left(\mu_0 - r_f\right) + \frac{1}{2\gamma^I}\left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma^I\sigma_\pi^{'2} \tag{11}$$

Comme le deuxième terme du membre de droite est négatif, il réduit le coût du capital. Par contre, le dernier terme l'augmente par rapport à la variance du projet.

De nouveau, une approche graphique illustre efficacement la solution obtenue.

Figure 3 – Portefeuille optimal dans le cas de l'investissement dans le projet combiné avec un portefeuille financier



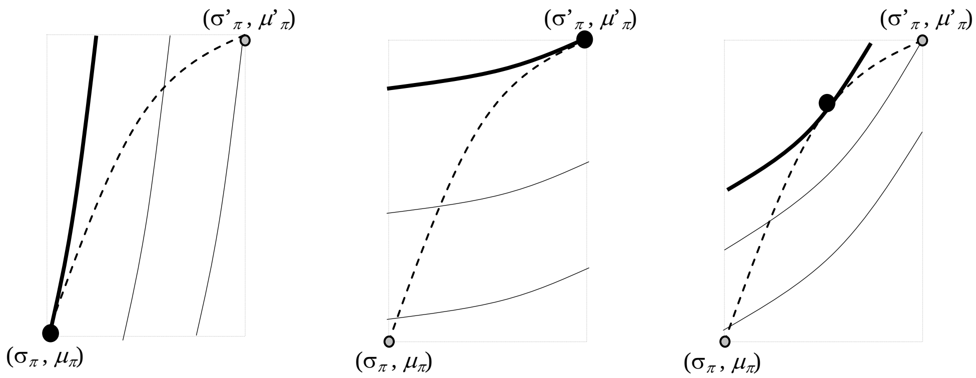
4.4 « Where do we go from here? »: le vrai coût d’opportunité du projet

Notre discussion nous conduit vers une bonne et une mauvaise nouvelle. D’un côté, la section précédente démontre qu’il est possible d’obtenir un coût d’opportunité du capital inférieur à $\underline{k}_\pi$, le taux de rendement du projet qui permet à l’entrepreneur de se trouver sur sa meilleure courbe d’indifférence en « stand alone ». De l’autre, elle ne nous permet pas de conclure que le coût du capital du projet est toujours égal à l’une ou l’autre des valeurs établies aux équations (9) et (11).

En effet, comme $\underline{k}_\pi$ et $\overline{k}_\pi$ correspondent respectivement au point qui minimise le risque et qui maximise le rendement espéré de l’entrepreneur, ces deux valeurs représentent le coût du capital correspondant aux deux coins d’un rectangle dans le référentiel moyenne-variance. En outre, la frontière efficiente correspondant à toutes les combinaisons entre l’actif sans risque, le projet et le MVP qui respectent strictement la contrainte d’investissement est une courbe concave entre les points (σ_π , μ_π) et (σ'_π , μ'_π). Dès lors que la courbe d’indifférence de l’investisseur est elle-même une fonction convexe du risque (voir les graphiques), nous avons trois cas de figure. Pour les identifier, reprenons une approche graphique en « zoomant » sur la zone où se situent les combinaisons possibles.

Figure 4a-b-c – Coordonnées des portefeuilles sur la courbe d’indifférence de l’entrepreneur

Figure 4a **Figure 4b** **Figure 4b**



La courbe en pointillés représente les portefeuilles accessibles entre les deux extrêmes. Les lignes continues correspondent aux courbes d’indifférence de l’investisseur pour plusieurs niveaux d’aversion au risque. L’utilité espérée augmente à mesure que l’on se déplace vers la gauche et vers le haut. La courbe la plus épaisse est celle qui maximise l'utilité espérée grâce au portefeuille représenté par le point renforcé.

Sur la Figure 4a, nous obtenons une solution de coin. L'entrepreneur montre une forte aversion au risque (pente raide des courbes d'indifférence). Il préfère le portefeuille de risque minimum, ce qui correspond à l'investissement total dans le projet. Le coût d'opportunité du capital est donc de $\underline{k}_\pi$.

Le second cas (Figure 4b) zoome sur une situation similaire à celle de la Figure 3, avec l'autre solution de coin. L'entrepreneur présente une certaine tolérance au risque, ce qui l'amène à rechercher la combinaison d'actifs qui maximise son rendement espéré. Son coût du capital est alors égal à $\overline{k}_\pi$.

Reste le dernier cas, repris sur la Figure 4c. Ni l'une ni l'autre des stratégies pures ne satisfait pleinement l'entrepreneur, qui présente une aversion au risque moyenne. Il se situe donc à l'intérieur de la section de la frontière efficiente contrainte. Le coût d'opportunité du capital est alors inférieur à la fois à $\underline{k}_\pi$ et à $\overline{k}_\pi$.

Que pouvons-nous déduire de ces résultats ? Il y a au moins deux enseignements à retirer de notre analyse :

1. Le coût du capital pour l'entrepreneur, s'il est nécessairement supérieur ou égal au taux k_π^{opp} défini dans la section 4.1, est toutefois potentiellement inférieur à celui que l'on déterminerait « naturellement » en analysant le projet en stand-alone. En d'autres termes, nous obtenons que :

$$k_\pi \leq \min\left(\overline{k}_\pi, \underline{k}_\pi\right) \tag{12}$$

2. Pour toutes les solutions intérieures au problème d'optimisation de l'entrepreneur correspondant à la Figure 4c, l'allocation de sa richesse initiale ne correspond ni à un point sur sa frontière efficiente, ni à un point sur la CML. Tous les points correspondant à une solution intermédiaire semblent sous-optimaux, en ce sens qu'elles combinent l'actif sans risque, l'actif de variance minimale, et le projet sans que la pente de la CAL ne soit maximisée. Nous sommes donc en face d'une contrainte d'investissement qui induit rationnellement de ne pas adopter un portefeuille supposé optimal, avec à la clef une réduction du coût du capital.

5. Conclusion

En revisitant la problématique du coût d'opportunité de l'entrepreneur, nous nous situions à l'intersection de la finance entrepreneuriale et de la finance de marché. Ces deux courants sont encore très disjoints dans la littérature scientifique, car ils représentent sans doute parmi les thèmes les plus éloignés de la finance.

Il ne faut donc pas s'étonner si l'état de la littérature théorique dans ce cadre demeure assez rudimentaire. La dernière tentative en date, celle de Garvey (2001), pour expliquer le critère de décision de l'entrepreneur dans le cadre du CAPM, est restée lettre morte puisqu'elle n'a pas été publiée. À la place, on peut observer un florilège d'études empiriques destinées à identifier le rendement effectif des projets d'investissement sans avoir véritablement répondu à leur coût d'opportunité.

Les résultats de ce papier, qui montrent qu'il y a encore moyen d'avancer sur la compréhension du comportement de l'entrepreneur dans un modèle d'équilibre financier, ne referme pas la porte, bien au contraire : il montre que la combinaison entre les actifs financiers et les actifs réels n'ont pas encore livré tous ses secrets.

Références bibliographiques

Bitler, M., Moskowitz, T., Vissing-Jørgensen, A., (2005) "Testing Agency Theory with Entrepreneur Effort and Wealth". *Journal of Finance* **60**: 539–576.

Cochrane, J. (2005) "The Risk and Return of Venture Capital." *Journal of Financial Economics* **75**: 3–52.

Garvey, G. T. (2001). "What is an Acceptable Rate of Return for an Undiversified Investor?" Working Paper, Peter F. Drucker Graduate School of Management Claremont Graduate University.

Hübner, G., François, P. (2008). "Portfolio Theory with Venture Capital." Mimeo, HEC-Management School, University of Liège.

Kerins, F., Kiholm Smith, J., Smith, R. (2004). "Opportunity Cost of Capital for Venture Capital Investors and Entrepreneurs." *Journal of Financial and Quantitative Economics* **39**: 385–405.

Lintner, J. (1965). "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics* **47**: 13–39.

Markowitz, H. M. (1952). "Portfolio Selection". *Journal of Finance* **7**, 77–91.

Meulbroek, L. K. (2001) "The efficiency of equity-linked compensation: Understanding the full cost of awarding executive stock options", *Financial Management* **30**: 5–30.

Moskowitz, T., Vissing-Jørgensen, A., (2002) "The Returns to Entrepreneurial Investment: A Private Equity Premium Puzzle?" *American Economic Review* **92**:745–778.

Merton, R. C. (1972). "An Analytical Derivation of the Efficient Portfolio Frontier." *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **10**: 1851–1872.

Mossin, J. (1966). "Equilibrium in a Capital Asset Market." *Econometrica* **10**: 768–783.

Sharpe, W. F. (1964). "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk". *Journal of Finance* **19**: 425–442

Sharpe, W.F. (2007) "Expected Utility Asset Allocation." *Financial Analysts Journal* **63** (5): 18–30.

Tabatoni, O., Michel, P.A. (1979). *L'Evaluation de l'Entreprise.* Presses Universitaires de France, 180 p.

Tobin, J. (1958). "Liquidity preference as behavior towards risk". *Review of Economic Studies* **25**: 65–86.