

**UNIVERSITÉ DE LIÈGE**  
**Faculté des Sciences**  
**Département de Géographie**

**Nouvelle perception de la spatialité des objets  
et de leurs relations. Développement d'une  
modélisation tridimensionnelle de  
l'information spatiale**

*Thèse soutenue le 3 juillet 2002 par*  
**Roland BILLEN**  
*Pour l'obtention du titre de*  
**Docteur en Sciences**

*Je tiens à remercier le Fonds National de la Recherche Scientifique pour m'avoir accordé un mandat d'Aspirant qui m'a permis de mener à bien ma recherche doctorale, ainsi que pour son soutien financier lors de mon séjour d'étude à l'Université technique de Delft.*

*Je remercie également le Professeur Jean-Paul Donnay pour avoir accepté d'être le promoteur de ce travail ainsi que pour ses précieux conseils et son aide lors de mes déplacements à Paris, Delft et Karlsruhe.*

*Mes remerciements vont aussi au Professeur Robert Arnould, président du jury, pour son soutien constant tout au long de mes études et ses commentaires avisés.*

*Je tiens à exprimer toute ma gratitude au Professeur Peter Van Oosterom, pour m'avoir accueilli au sein de son département et pour les conseils judicieux qu'il m'a donnés.*

*J'exprime ma sincère reconnaissance au Docteur Syiska Zlatanova pour ses nombreuses remarques et commentaires, sa compétence, son écoute et le rôle prépondérant qu'elle a joué dans le déroulement de ma recherche.*

*Ma gratitude va aussi au Professeur Hans-Peter Bähr pour son accueil à l'institut de photogrammétrie et télédétection de l'Université de Karlsruhe. Son écoute et son enthousiasme ont été d'un grand réconfort au début de ma recherche.*

*Je remercie le Docteur Pierre Mathonet d'avoir accepté d'être membre de mon jury, et lui exprime ainsi qu'au Docteur Fabien Boniver toute ma gratitude pour l'important travail accompli en équipe, l'investissement consenti dans la définition formelle du modèle développé et pour les nombreuses discussions qui ont marqué cette dernière année de recherche.*

*Je tiens aussi à remercier le Docteur Yves Cornet d'avoir accepté d'être membre du jury, et pour les idées que nous avons échangées au sein de notre unité.*

*C'est à l'ensemble de l'équipe du département de GIS technology de la faculté de Géodésie de l'Université technique de Delft que j'adresse mes remerciements. Mon séjour parmi eux a été riche d'enseignement aussi bien professionnels qu'humains.*

*Ma reconnaissance va également à l'ensemble des membres de l'unité de Géomatique, ainsi qu'aux collègues du département de Géographie avec qui les discussions ont toujours ouvert de nouvelles perspectives.*

*Je tiens à souligner l'importance des échanges d'idées avec d'autres chercheurs qui ont jalonné toute ma recherche. Ce travail a grandement bénéficié des apports de nombreuses personnes qui, dans une structure officielle ou non, ont permis la formation d'une véritable équipe autour de ce projet.*

*Toute mon amitié va à Bernard Cornélis qui a toujours été présent et attentif pendant ces quatre années. Sa curiosité et sa rigueur scientifique m'ont permis d'aller de l'avant.*

*Un remerciement particulier est adressé au Professeur Dimos Pantazis pour son enseignement et son soutien.*

*Sans le travail important de relecture des Professeurs Robert Arnould et Jean-Paul Donnay, des Docteurs Pierre Mathonet et Fabien Boniver, de Jeannine Lambry et Bernard Cornélis, le texte présenté ne serait pas ce qu'il est.*

*Sans l'appui de mes proches, ce travail n'aurait pas pu s'accomplir. Merci à mes parents, ma famille et mes amis.*

*Tout ceci n'aurait pas de sens sans ma merveilleuse épouse qui m'a soutenu sans réserve pendant ces quatre années.*

*Enfin, merci à Théo d'être là.*

# RÉSUMÉ

Le monde qui nous entoure est multidimensionnel. Sa modélisation par des objets géographiques doit rendre compte de cette réalité. Depuis plusieurs années déjà, le développement de systèmes d'information géographique 3D va dans ce sens. Les contraintes techniques tendent à disparaître grâce au développement des capacités informatiques et à la disponibilité croissante de données tridimensionnelles (GPS, photogrammétrie aérienne et satellitaire, lasérométrie, etc.). Malgré cela, les SIG 3D restent relativement marginaux et les développements commerciaux sont loin de prendre en compte la totalité des caractéristiques multidimensionnelles de l'information spatiale.

Le problème est en réalité plus conceptuel que technique. Le passage du 2D au 3D doit vaincre une forte inertie, conséquence de siècles de représentation bidimensionnelle des phénomènes géographiques. En entrant dans le multidimensionnel, le géographe doit approfondir les fondements spatiaux qu'il avait jusqu'ici aborder de façon simplifiée.

Dans la perspective d'une nouvelle perception de la spatialité des phénomènes géographiques, nous posons un autre regard sur la modélisation tridimensionnelle de l'information spatiale. En fixant le milieu urbain comme domaine privilégié d'application, nous nous intéressons préférentiellement à des phénomènes géographiques discrets. Notre attention se porte sur les modèles de relations et de représentation des objets.

Parmi les relations spatiales, les relations topologiques sont les plus étudiées. Elles sont d'un intérêt primordiale en 2D pour la description des situations spatiales et la structuration des objets entre eux. En 3D, elles ne rendent pas compte de toute la complexité de ce nouveau référentiel. Les modèles de représentation des objets dans les SIG 3D proviennent de deux domaines. D'un côté, les extensions des modèles topologiques issus du monde des SIG offrent des solutions souvent assez complexes, qui ne couvrent pas l'ensemble des besoins d'un SIG 3D. De l'autre côté, les modèles 3D issus de la CAO présentent de sérieuses lacunes en termes d'analyse spatiale et de cohérence dans les données. La solution passe certainement par un couplage en profondeur des deux approches.

L'originalité de la recherche effectuée est la description des objets sur base de critères de convexité. On définit ainsi un nouveau modèle, le *modèle dimensionnel* (MD) qui permet de représenter un objet par des éléments constitutifs, appelé *éléments dimensionnels*. À partir de ceux-ci, on définit les *relations dimensionnelles* qui s'ajoutent aux catégories de relations spatiales existantes (topologiques, métriques et ordinales). Ce cadre de description des relations spatiales est très flexible, et offrent un plus grand discernement que les relations topologiques. De cette approche est né un modèle de données spatiales qui combine informations dimensionnelle, topologique et métrique. Il est une solution intermédiaire entre les approches topologique et métrique. Sur base de ces concepts, un prototype a été développé et testé avec des données tridimensionnelles urbaines. Il permet la recherche des relations dimensionnelles entre objets et assure la visualisation des requêtes.

A l'heure où la science de l'information géographique redéfinit ses concepts, cette nouvelle perception de la spatialité des objets et de leurs relations ouvre des perspectives de développements pour les SIG multidimensionnels.

# ABSTRACT

Our surrounding world is multidimensional. Its modelling by geographical objects must take into account this reality. For several years, the development of 3D geographical information systems has gone in this direction. The technical constraints tend to disappear thanks to the development of the data-processing capacities and to the increasing availability of three-dimensional data (GPS, air and satellite photogrammetry, laserometry, etc). In spite of that, 3D-GIS remain relatively marginal. Furthermore, the commercial developments are far from taking into account the totality of the multidimensional characteristics of spatial information.

The problem is actually more conceptual than technical. Going from 2D to 3D must overcome a strong inertia, consequence of centuries of two-dimensional representation of the geographical phenomena. When considering multidimensionality, geographer must deepen the spatial bases which he had up-to-now approached in a simplified way. From the perspective of a new perception of the spatiality of geographical phenomena, we pose another look on the three-dimensional modelling of spatial information. By fixing the urban environment as privileged field of application, we focus on discrete geographical phenomena. Our attention focuses on the models of relations and of objects representation.

Among the spatial relations, the topological relations are widely studied. They are of paramount interest in 2D for the description of spatial situations and for the structuring of objects. In 3D, they do not give account of the entire complexity of this new reference frame. The models of objects representation in 3D GIS come from two fields. On the one hand, the extensions of the topological models originating from the GIS world often offer solutions rather complex, which do not cover whole the needs of a 3D GIS. On the other hand, the 3D models originating from the CAD world present serious gaps in terms of spatial analysis and of coherence in the data. The solution passes certainly through an in-depth coupling of the two approaches.

The originality of the research carried out is the description of objects on the basis of convexity criterion. Thus a new model has been defined: the *dimensional model* (DM). This model makes it possible to represent an object by components, called *dimensional elements*. From these, the *dimensional relations* are defined which add to the categories of existing spatial relations (topological, metric and ordinal). This spatial relations framework is very flexible, and offers a finest description than the topological relations. From this approach was born a spatial data model which combines dimensional, topological and metric information. It is an intermediate solution between the topological and metric approaches. On the basis of these concepts, a prototype was developed and tested with three-dimensional urban data. It allows the research of the dimensional relations between objects and ensures the visualisation of the queries.

At the time geographical information science (re)defines its concepts, this new perception of the spatiality of the objects and of their relations opens development prospects for multidimensional GIS.

## Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1. Contexte général	9
1.2. Information spatiale	10
1.3. Modélisation de l'information spatiale	11
1.4. 3D et milieu urbain	12
1.5. Objectifs	13
1.6. Plan de thèse	14
<b>2. Modélisation tridimensionnelle de l'information spatiale</b>	<b>17</b>
2.1. Avant-propos	17
2.2. Modélisation des objets spatiaux	17
2.2.1. Modèles de données 3D – géométrie des solides	18
2.2.1.1. Modèles par balayage	18
2.2.1.2. Modèles volumiques	19
2.2.1.3. Modèles par frontières	22
2.2.2. Quel modèle pour les objets géographiques ?	23
2.2.3. Modèles topologiques de données 3D	25
2.2.3.1. Modèles topologiques vectoriels 2D	26
2.2.3.2. Extension des modèles topologiques en 3D	28
2.2.3.3. Blocs de constructions géométriques élémentaires	29
2.2.3.4. Modèle TEN	31
2.2.3.5. E-complexe	33
2.2.3.6. Modèle 3D FDS	34
2.2.3.7. Modèle SSM	35
2.2.3.8. Modèle topologique 3D de DE LA LOSA	36
2.2.3.9. Modèles Cellule-tuple	38
2.2.4. Conclusion sur les modèles d'objets	41
2.3. Modélisation des relations spatiales	43
2.3.1. Définition du problème	43
2.3.1.1. Contexte	43
2.3.1.2. Classifications	44
2.3.1.3. Relations métriques et ordinales	44
2.3.2. Formalisme CONGOO	45
2.3.2.1. Premiers développements	45
2.3.2.2. Relations topologiques dans CONGOO	46
2.3.3. Trois grands modèles de relations topologiques	48
2.3.3.1. Modèle des 9 intersections.	48
2.3.3.2. Dimension extended method et Calculus based method	50
2.3.3.3. Region Connection Calculus	52
2.3.4. Conclusion sur les modèles de relations	53
<b>3. Modèle dimensionnel</b>	<b>55</b>
3.1. Pré-requis	55
3.1.1. Motivations et origines	55
3.1.1.1. Motivations	55
3.1.1.2. Origines	55
3.1.2. Rappels mathématiques	55
3.1.2.1. Topologie	56
3.1.2.2. Espace affine et convexité	58
3.2. Ordre des points d'une $n$ -variété topologique	60
3.3. Objets spatiaux du MD	63
3.3.1. Objets simples	64
3.3.2. Objets complexes	64
3.3.3. Éléments dimensionnels des objets spatiaux	65

<b>3.4. Objets spatiaux à travers les éléments dimensionnels</b>	<b>67</b>
3.4.1. Objets spatiaux simples	67
3.4.2. Objets spatiaux complexes – Règles d’agrégation	68
3.4.3. Cas particuliers : polytopes et complexes simpliciaux	69
<b>3.5. Relations dimensionnelles</b>	<b>70</b>
3.5.1. Définitions	70
3.5.1.1. Types de relations	70
3.5.1.2. Description complète de la relation dimensionnelle	71
3.5.1.3. Complément d’information sur les relations dimensionnelles totales	71
3.5.2. Relations dimensionnelles dans $R^3$	72
3.5.3. Couples de relations dimensionnelles	76
3.5.4. Relations orientées ou couples de relations	78
3.5.4.1. Utiliser les relations dimensionnelles orientées ( $A \rightarrow B$ )	78
3.5.4.2. Utiliser les couples de relations dimensionnelles ( $A \leftrightarrow B$ )	78
3.5.4.3. Approche préconisée	78
3.5.5. Relations dimensionnelles basiques	79
3.5.5.1. Suivant l’approche relation orientée	79
3.5.5.2. Suivant l’approche couple de relations	80
3.5.6. Relations dimensionnelles étendues	80
3.5.6.1. Suivant l’approche relation orientée	80
3.5.6.2. Suivant l’approche couple de relations	81
3.5.7. Relations dimensionnelles simplifiées	81
<b>3.6. Détermination des relations spatiales entre objets</b>	<b>82</b>
3.6.1. Utilisation des relations dimensionnelles	82
3.6.2. Éléments dimensionnels pris en compte	84
3.6.3. Influence du choix des éléments dimensionnels sur les relations	85
3.6.4. Utilisation de la notion de limite intérieure et extérieure	86
<b>3.7. Relations existantes dans <math>R^3</math></b>	<b>87</b>
3.7.1. Présentation	87
3.7.2. Relations possibles	88
3.7.2.1. Relations entre objets simples 0D	88
3.7.2.2. Relations entre objet simple 0D et objet simple 1D	88
3.7.2.3. Relations entre objet simple 0D et objet simple 2D	89
3.7.2.4. Relations entre objet simple 0D et objet simple 3D	90
3.7.2.5. Relations entre objets simples 1D	91
3.7.2.6. Relations entre objet simple 1D et objet simple 2D	96
3.7.2.7. Relations entre objet simple 1D et objet simple 3D	98
3.7.2.8. Relations entre objets simples 2D	100
3.7.2.9. Relations entre objets simples 2D et objet simple 3D	104
3.7.2.10. Relations entre objets simples 3D	106
3.7.3. Divers niveaux de détails du modèle	107
3.7.4. Influence de la nature des objets sur les relations possibles	110
<b>3.8. Comparaison avec le modèle des 9-i</b>	<b>110</b>
3.8.1. Différences et points communs	110
<b>3.9. Avantages et inconvénients du modèle</b>	<b>113</b>
3.9.1. Avantages	113
3.9.2. Inconvénients	113
<b>4. Implémentation du modèle dimensionnel</b>	<b>114</b>
<b>4.1. Introduction</b>	<b>114</b>
<b>4.2. Caractéristiques du MD</b>	<b>115</b>
<b>4.3. Autres arguments en faveur du MDDS</b>	<b>116</b>
<b>4.4. Solutions possibles</b>	<b>117</b>
4.4.1. Implémentation dans des modèles existants	117
4.4.1.1. Cas du modèle TEN	117
4.4.1.2. Cas du modèle des e-complexes	120
4.4.1.3. Cas du 3D FDS	122

4.4.1.4. Cas du cellule-tuple	124
4.4.2. Modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS)	125
<b>4.5. Solution retenue – MDSDS</b>	<b>131</b>
4.5.1. MDSDS	131
4.5.2. Détermination des éléments dimensionnels	135
4.5.3. Détermination des relations dimensionnelles	135
4.5.3.1. Entre objets 0D	136
4.5.3.2. Entre un objet 1D et un objet 0D	136
4.5.3.3. Entre des objets 1D	136
4.5.3.4. Entre un objet 2D et un objet 0D	137
4.5.3.5. Entre un objet 2D et un objet 1D	138
4.5.3.6. Entre objets 2D	138
4.5.3.7. Entre un objet 3D et un objet 0D	139
4.5.3.8. Entre un objet 3D et un objet 1D	139
4.5.3.9. Entre un objet 3D et un objet 2D	140
4.5.3.10. Entre un objet 3D et un objet 3D	140
4.5.3.11. Remarques	141
<b>4.6. Implémentation MDSDS - prototype</b>	<b>141</b>
4.6.1. Objectifs	141
4.6.2. Choix de l'infrastructure informatique	141
4.6.3. Implémentation de la structure	142
4.6.4. Organisation du prototype	145
4.6.5. Implémentation des relations dimensionnelles	145
4.6.5.1. Construction des objets temporaires	146
4.6.5.2. Détermination des relations dimensionnelles	148
4.6.6. Extraction de la géométrie et visualisation	152
4.6.6.1. Extraction de la géométrie	153
4.6.6.2. Visualisation	154
4.6.7. Exemples	155
<b>5. SIG 3D urbains et MD : Analyses et perspectives</b>	<b>158</b>
<b>5.1. Introduction</b>	<b>158</b>
<b>5.2. Exemples de réalisations</b>	<b>158</b>
<b>5.3. Analyse des besoins</b>	<b>161</b>
5.3.1. Applications	161
5.3.2. Objets 3D caractérisant l'espace urbain	161
<b>5.4. Fonctions et requêtes spatiales dans un SIG 3D</b>	<b>165</b>
<b>5.5. Apport du MD</b>	<b>168</b>
5.5.1. Cohérence des données	168
5.5.2. Requêtes spatiales	169
5.5.3. Diffusion et maintenance	172
5.5.3.1. Maintenance	172
5.5.3.2. Diffusion	173
5.5.4. Visualisation	173
5.5.5. MD dans la perspective SIG 3D	174
<b>5.6. Autres propositions et perspectives de recherches</b>	<b>175</b>
5.6.1. Test de performance du MDDS et MDSDS	175
5.6.2. Approche multidimensionnelle	175
5.6.3. Intégration du MD dans un formalisme objet	177
5.6.4. Approche hiérarchique	178
<b>6. Conclusions</b>	<b>180</b>
<b>6.1. Synthèse</b>	<b>180</b>
<b>6.2. Résultats</b>	<b>184</b>
<b>6.3. Développements futurs</b>	<b>186</b>
<b>Bibliographie générale</b>	<b>188</b>



# INTRODUCTION

## 1.1. Contexte général

« *Les progrès de la géographie dans tout le cours des âges ont constamment répondu à ceux de l'intelligence et de la civilisation [...]* » (DAUNOU 1842, cité par PINCHEMEL & PINCHEMEL 1988, p. 15).

« *[La géographie est] l'entrée en possession de la planète Terre, la domination intellectuelle de l'espace* » (GUSDORF 1966, cité par PINCHEMEL & PINCHEMEL 1988, p. 15)

Si ce travail commence par ces perspectives historiques, c'est parce que nous sommes intimement convaincus que la géographie est dans une phase importante d'évolution. Une mutation profonde due essentiellement à l'informatisation a commencé depuis quelques décennies déjà. Mais si les développements technologiques ont permis l'amélioration et la mise en pratique de certains processus géographiques, l'évolution majeure est certainement la possibilité offerte de prendre en compte des phénomènes jusque là ignorés, délaissés ou inaccessibles, dans toute leur spatialité, autrement dit leur caractère multidimensionnel. La géographie doit maintenant répondre aux progrès de l'intelligence artificielle et des nouvelles technologies de l'information. Elle doit aussi explorer et tenter de dominer l'espace virtuel.

Cette vision se retrouve implicitement ou explicitement chez certains géographes. Dans l'encyclopédie de la géographie, on peut notamment trouver les commentaires suivants. Parlant de l'explosion cartographique, RIMBERT (1992) dit que « *En fait, cette explosion n'a pas été que technique. [...] [Il] s'est produit une révolution mentale : le passage « de l'optique au numérique » [...] des méthodes d'analyse spatiale, que la lourdeur de calcul rendaient jusqu'alors inapplicables, ont pu être débloquées. On a pu faire apparaître des aspects nouveaux de la surface terrestre [...]* ». Parlant des images de synthèses et des modèles tridimensionnels, le même auteur indique que : « *[...] c'est sans doute dans la représentation de surfaces abstraites, difficiles à imaginer, que la synthèse d'images terrestres a le plus d'avenir. [...] On peut également penser à la représentation d'espaces abstraits en 3D et en mouvement* ». Dans le même ordre d'idée, on notera la remarque de RAPER : « *[...] in the late 1980s a new generation of representational tools for multidimensional geo-phenomena became available as a result of rapid technological change in computing. In the 1990s, these representational tools made it possible to begin to represent and visualise geo-phenomena that were previously intractably difficult to explore and understand. Yet even more fundamental shifts have taken place in processes of conceptualisation that have been stimulated by these new representational environments.* » (RAPER 2000, p.121).

C'est dans ce courant de pensée que notre recherche s'est développée. Nous avons voulu (re)définir certains concepts de base relatifs à la spatialité des phénomènes géographiques en vue de leur informatisation, nous inscrivant ainsi dans une des perspectives de recherche en science de l'information géographique (EGENHOFER *et al.* 1999 ; EGENHOFER & RODRIGUEZ 2000 ; FEUNDSCHUH & EGENHOFER 1997 ; FONESCA *et al.* 2000 ; FRANK 1997 ; GOLLEDGE & STIMSON 1997 ; GOODCHILD 1997 ; MARK *et al.* 1999 ; MENNIS *et al.* 2000). L'objectif étant leur intégration dans des systèmes d'intelligence artificielle, mais aussi poser les bases de la mise en place de mondes virtuels, futurs espaces d'applications et d'expérimentation.

## 1.2. Information spatiale

Une des clés de cette évolution est l'information géographique ou information spatiale<sup>1</sup>. Celle-ci est devenue le centre d'une nouvelle science, la science de l'information géographique<sup>2</sup>. Initialement, cette discipline a été perçue comme le contexte théorique du développement des systèmes d'information géographique. Par la suite, de nouvelles définitions ont été proposées qui dépassent les considérations technologiques et élargissent le contexte au-delà de la géographie (RAPER 2000, p.3). « *Information science generally can be defined as the systematic study according to scientific principles of the nature and properties of information. GISc [is] the subset of information science that is about geographic information* » (GOODCHILD et al. 1999, p.737). Cette définition place clairement la science de l'information géographique dans le cadre général de la science de l'information.

« *Geographical information can be defined as information about features and phenomena located in the vicinity of the Earth.* » (GOODCHILD et al. 1999, p.732). Le problème est de savoir ce qu'on entend par information. Au sein de la science de l'information, plusieurs approches existent. Dans son ouvrage sur la science de l'information géographique multidimensionnelle (RAPER 2000), RAPER résume certains courants de pensée. L'information est parfois définie par opposition aux données et à la connaissance. Cette dernière serait un ensemble de valeurs cohérentes et durables alors que l'information serait un flux fragmenté, éphémère et empirique. Elle peut être définie comme l'impact qu'une collection de signes organisée par un « émetteur » peut avoir sur la structure du monde perçu par un « récepteur ». Ou encore, elle est ce qui agrandit continuellement le stock de connaissance, elle-même définie comme une structure de concepts liés par des relations. GUERMOND indique que « *ces différents points de vue se retrouvent à propos de l'information géographique [...] mais le domaine le plus proche est tout de même celui des mathématiques. Chacun s'accorde pour dater des travaux de SHANNON [(SHANNON & WEAVER 1949)] l'avènement de la théorie mathématique de l'information, puisque leur objectif était de quantifier la notion d'information, afin de permettre la conservation et le transport dans les meilleures conditions de maintien de son intégrité* » (GUERMOND 1992, p. 298). Cette théorie est à la base de l'informatique, de la science de l'information et finalement de l'intelligence artificielle. En simplifiant le problème, on peut dire que l'information peut être définie comme le résultat d'un traitement (de données) et le stockage de cette information en fait une donnée. Mais comme l'indique PANTAZIS (PANTAZIS et DONNAY 1996, p. 23), « *on adoptera cette approche [...] tout en précisant qu'une information peut être une connaissance dont la création / naissance nécessite un ou plusieurs traitements ou opérations sur d'autres données ou informations [...]* ». Nous n'entrerons pas dans la polémique et adoptons cette dernière approche, la plus répandue. Gardons cependant à l'esprit que ce débat est encore ouvert.

Plutôt que d'imposer une approche dès le départ, nous avons volontairement entamé cette discussion au sein de l'introduction afin de montrer que des concepts apparemment bien établis sont sujets à discussions. Dans une science jeune (comme la science de l'information géographique) il n'est pas rare de devoir s'interroger sur des fondements et certaines remises en cause peuvent être nécessaires.

En ce qui concerne l'information spatiale, nous adoptons la définition suivante : *l'information spatiale est l'information que l'on peut obtenir sur base de la description géométrique des*

---

<sup>1</sup> Les deux expressions se trouvent dans la littérature. Dans notre travail, nous employons préférentiellement l'adjectif spatial car il nous apparaît plus général et correspond donc mieux à nos développements. Dans la suite, ces deux expressions sont considérées comme synonymes.

<sup>2</sup> Le terme a été employé pour la première fois dans le titre d'un article de GOODCHILD (1992). Nous n'entamerons pas le débat sur l'utilisation des termes « science de l'information géographique » ou « géomatique ». Nous les considérons comme synonymes dans le reste du travail.

*phénomènes spatiaux, de leur localisation et de leurs interrelations spatiales.* Cette définition est proche de celle de BREUNIG (1996) qui oppose en plus à la notion d'information spatiale celle d'information avec un contexte spatial qui est l'information obtenue par la description thématique de l'objet spatial.

### 1.3. Modélisation de l'information spatiale

*« A model is an artificial construction in which parts of one domain (source domain) are presented in another domain (target domain) »* (WORBOYS 1994, p. 145). Par modèle de données, on entend *« [...] un ensemble de concepts et constructions grâce auxquels les éléments contenus dans la base de données et leurs relations sont décrits »* (ROLLAND 1986, p. 10, cité par PANTAZIS & DONNAY 1996, p.67). À chaque étape de la réalisation d'une base de données (conceptuelle, logique et physique), les données et leurs relations sont décrites au moyen de modèles. Les modèles conceptuels de données décrivent les données de manière conceptuelle, concernant essentiellement leur sémantique, aussi indépendante que possible des contraintes techniques. Les modèles logiques rendent compte des modèles conceptuels suivant une structuration particulière liée aux systèmes de gestion de base de données. Les modèles logiques sont souvent associés aux structures de données. Les modèles physiques sont liés à l'implantation des données dans le système, ils constituent la traduction des modèles logiques suivant les spécificités des plates-formes physiques retenues (GARDARIN 1982 ; MARTIN 1977 ; PANTAZIS & DONNAY 1996).

Notre travail a abouti essentiellement à des modèles logiques et physiques. Des solutions pour l'amélioration de formalismes concernant les modèles conceptuels sont proposées.

Suivant la définition de l'information spatiale, il est nécessaire de modéliser la géométrie des phénomènes spatiaux, leur localisation dans l'espace et les potentielles interrelations existantes entre phénomènes. On distingue habituellement deux approches de modélisation : une discrète (ou objet) et une continue (ou par champ). *« [...] The class of object-based models treats the information space as populated by discrete, identifiable entities, each with a geo-reference. [...] The class of field-based models treats such information as collections of spatial distributions, where each distribution may be formalized as a mathematical function from a spatial framework to [...] an attribute domain. »* (WORBOYS 1994, p. 149).

Cette dualité vient d'une double idée conceptuelle concernant les phénomènes géographiques : on peut considérer que l'espace est occupé par des entités (objets) qui sont décrites par leurs attributs et propriétés et dont la position peut être représentée en utilisant un système de coordonnées géométriques ; ou bien, on peut imaginer que la valeur d'une propriété particulière varie à travers tout l'espace comme le fait une fonction mathématique continue (KARVOULAS 1996 ; BURROUGH & McDONNEL 1998). Le choix entre ces deux extrêmes est fonction du phénomène étudié.

Notre préoccupation se situe clairement dans la deuxième classe, celle de la modélisation par objet. On peut qualifier un objet de spatial quand il existe à l'intérieur d'un espace, appelé espace englobant. Les spécifications d'un objet spatial dépendent de la structure de son espace englobant. Classiquement, ces espaces considérés en géographie sont (WORBOYS 1995) :

- l'espace euclidien, qui permet des mesures de distances et d'orientations entre objets ;
- l'espace métrique, qui permet des mesures de distances (mais pas nécessairement les orientations) entre objets ;

- l'espace topologique, qui permet d'établir les relations topologiques entre objets ;
- l'espace géométrique basé sur les ensembles (*set-based geometry of space*), qui permet d'établir les relations de la théorie des ensembles, telles que l'appartenance, l'inclusion, l'union, l'intersection.

Les relations spatiales entre ces objets dépendent aussi de l'espace englobant. Elles sont d'ailleurs classiquement divisées en trois catégories, les relations métriques, ordinales et topologiques. La modélisation des relations peut prendre plusieurs formes. L'information sur les relations peut être intimement liée au modèle d'objet retenu. C'est le cas notamment des modèles qui se servent des relations topologiques d'adjacence et de voisinage pour assurer la cohérence des objets représentés. Elle peut aussi être enregistrée explicitement dans le modèle de données spatiales ; Par exemple, la relation « *est posé sur* » (DE CAMBRAY 1994). Dans la plupart des cas, l'information enregistrée au niveau des objets spatiaux (coordonnées euclidiennes des nœuds constitutifs de l'objet) est suffisante pour retrouver toutes les relations spatiales. Dans la plupart des modèles de données spatiales, l'information topologique correspondant aux relations d'adjacence et de voisinage est souvent utilisée pour faciliter certains traitements ou requêtes métriques.

L'aspect le plus important de notre recherche a été de considérer un autre espace englobant, l'espace affine. Celui-ci permet de prendre en compte certains concepts de convexité. Il nous a amené à définir une nouvelle catégorie de relations spatiales ainsi qu'un nouveau modèle de données spatiales.

## 1.4. 3D et milieu urbain

Notre réflexion sur la spatialité des objets et des relations n'est pas liée à une dimension particulière ni à un domaine d'application particulier. Mais c'est à travers la prise en compte des trois dimensions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (et aussi l'adjonction du temps), que nos développements prennent tout leur intérêt.

Tout choix de modélisation est arbitraire, il dépend des aspirations conscientes ou inconscientes du concepteur. Bien que nos travaux répondent à un souci de généralité à un niveau spatial, il n'en demeure pas moins qu'ils ne sont pas totalement indépendants d'un certain contexte. C'est pour cette raison que nous avons voulu fixer clairement un domaine privilégié d'application, le milieu urbain. Plusieurs raisons expliquent ce choix.

- Le milieu urbain comprend un grand nombre phénomènes géographiques considérés habituellement comme discrets (bâtiments, réseaux, découpages administratifs, découpages fonctionnels, etc.).
- Les échelles d'application couramment utilisées permettent une prise en compte significative de la troisième dimension.
- Il est un des domaines d'application les plus importants des SIG (HUXHOLD 1991).
- La disponibilité de données 3D sur ce milieu augmente de plus en plus. Citons quelques développements (EGELS 1991 ; BRUNN *et al.* 1997, 1998 ; CENTENO *et al.* 1999 ; HAALA & BRENNER 1999a, 1999b ; KIM & MULLER 1998 ; MAAS & VOSSELMAN 1999).

De plus, nous considérons que :

- c'est un des domaines de la géographie dans lequel nous pouvons appliquer nos développements dans leur totalité (jusque dans les relations les plus complexes) ;

- la demande en SIG 3D, déjà existante, ne fera qu'augmenter ;
- le milieu urbain se prête idéalement à l'expérimentation et l'exploration de nouveaux espaces virtuels (définition de nouveaux objets 3D).

Fixer un contexte nous permet aussi de faire des choix dans la modélisation logique et physique des données. Par exemple, privilégier la visualisation, favoriser la diminution du volume de données.

L'intérêt de la prise en compte de la troisième dimension dans le milieu urbain est relevé par plusieurs auteurs et parfois depuis de nombreuses années. S'il y a un domaine dans lequel un découpage spatial 3D a toujours été mis en avant, c'est dans l'urbanisme souterrain (BOIVIN 1989, BARLES & GUILLERME 1995). Dès le début du XX<sup>e</sup> siècle, des solutions urbanistiques élaborées sont proposées pour régler le problème des circulations urbaines en sous-sol (BARLES & GUILLERME 1995, p. 5). À l'heure actuelle, centres commerciaux, aéroports, gares, routes, conduites techniques, etc. sont d'autant d'espaces qui se retrouvent en sous-sol. Une gestion en « couches » d'information a souvent été utilisée faute d'autres moyens techniques. Ce problème d'occupation et de gestion de l'espace se pose également à la surface et en hauteur. De nombreuses applications nécessitent l'information 3D et de véritables systèmes 3D. C'est le cas en urbanisme, écologie urbaine, transport et télécommunication, sécurité (gestion des risques et catastrophes, maintien de l'ordre, etc.), tourisme, archéologie, etc. On ne peut parler de 3D sans évoquer la place importante qu'occupe la visualisation des données : rendu réaliste, promenades virtuelles, etc. Les concepts 3D touchent même des découpages légaux de l'espace, tel le découpage cadastral (STOTER & SALZMANN 2001). On assiste donc depuis une petite dizaine d'années à une prise de conscience de l'intérêt du 3D dans la gestion du monde urbain.

Le passage à une définition totalement tridimensionnelle des objets urbains se heurte évidemment à des problèmes de coût, mais aussi de concepts. Même si l'importance de la troisième dimension est reconnue, elle est encore trop souvent perçue de façon incomplète, ce qui n'est certainement pas étranger à une certaine persistance des modes de pensées et de la modélisation 2D. La ville ne se limite pas à des surfaces euclidiennes juxtaposant une longueur et une largeur : il s'agit d'un espace pluridimensionnel, mêlant des strates qui se superposent et se complètent (PAULET 2000, p. 9). La levée des limitations techniques à la représentation tridimensionnelle doit s'accompagner d'un travail conceptuel de redéfinition des phénomènes étudiés si l'on veut profiter totalement de ce nouveau support de représentation.

À nos yeux, les grands oubliés actuels de la modélisation 3D sont les phénomènes non physiques, abstraits ou fictifs, issus de l'imagination et du discernement humain, notamment le découpage administratif, fonctionnel, foncier, social, les flux de toutes sortes, etc. Tous ces phénomènes, objets d'études géographiques, n'ont jamais été réellement considérés en 3D. La prise en compte de ces phénomènes peut donner l'impulsion décisive au développement de SIG 3D urbains.

## 1.5. Objectifs

Notre recherche se concentre sur la définition de nouveaux objets géographiques 3D, d'un modèle de données et d'un modèle de relations spatiales correspondants. Cette étude doit aboutir à une modélisation 3D de l'information spatiale : objets et relations.

Les principaux objectifs sont donc :

1. *Étudier et formaliser certaines caractéristiques affines des objets et de leurs relations.* Afin de pouvoir être utilisés sans ambiguïté, les concepts développés doivent être définis de façon strictement mathématique.
2. *Définir de nouvelles catégories de relations spatiales sur base de ces nouveaux concepts.* Les relations spatiales faisant déjà l'objet de nombreuses recherches et classifications, on veillera à bien différencier la nouvelle approche surtout vis-à-vis des relations topologiques.
3. *Définir un modèle de données spatiales intégrant les développements précédents (1 et 2).* Les avantages et inconvénients de l'approche doivent être posés par rapport aux approches et modèles existants, notamment dans une perspective de SIG 3D urbain. L'accent sera mis sur l'adéquation entre les caractéristiques topologiques assurant la cohérence et l'amélioration des performances des analyses spatiales avec de nouvelles fonctions telles que la visualisation. Le problème du volume de données est aussi abordé, ainsi que celui de la mise à jour.

En marge des ces objectifs principaux, l'utilisation pratique des concepts notamment au regard d'une application SIG 3D urbain nécessite la résolution des objectifs secondaires suivants.

4. *Intégrer les nouvelles catégories de relations spatiales (2) dans des modèles de données spatiales existants.* Les relations rendent compte de caractéristiques spatiales intrinsèques aux objets, il est important de vérifier que les modèles existants de représentation des objets supportent ces relations.
5. *Implémenter le modèle de données spatiales (3) et développer des opérateurs permettant l'extraction des nouvelles relations (2).* Il est important de vérifier que la mise en pratique des concepts est possible et ne se heurte pas à des difficultés trop importantes.
6. *Prendre en compte une problématique SIG 3D urbain dans le développement du prototype.* Celui-ci doit pouvoir assurer (à un niveau de prototypage) les fonctions attendues d'un SIG 3D, notamment la visualisation des données et résultats de requêtes.
7. *Poser le problème de la définition conceptuelle des objets géographiques 3D urbains et celui de leurs traitements.*

## 1.6. Plan de thèse

Le **chapitre 2** est un état de l'art concernant la modélisation de l'information spatiale tridimensionnelle. Cette étude est divisée en deux parties : l'une consacrée à la modélisation des objets (ou entités) et l'autre à la modélisation des relations spatiales. Après une première présentation générale des principales familles de modèles de représentation d'objet, l'étude se concentre sur des modèles plus spécifiquement adaptés aux objets géographiques 3D discrets, tous issus de la famille de modélisation de représentation par frontières. Les relations spatiales sont présentées suivant une classification habituelle en relations métriques, ordinales et topologiques. Notre attention se porte principalement sur les relations topologiques. Deux remarques essentielles justifient à ce stade la poursuite de la recherche. Premièrement, les modèles de représentation d'objets qui sont actuellement utilisés gardent un lourd héritage de leurs équivalents 2D. Or, ce nouveau mode de représentation permet d'autres applications et

traitements que ceux, classiques, issus du 2D. Deuxièmement, le passage à un espace de représentation 3D met en évidence une certaine limite dans la description des relations suivant un critère topologique. Même si certaines solutions sont proposées pour affiner ces relations topologiques, aucune ne nous satisfait complètement.

Le **chapitre 3** développe la description théorique formelle du modèle dimensionnel (MD). Ce modèle définit les objets spatiaux sur base de critères de convexité. Cette nouvelle vision amène à la définition des éléments constitutifs des objets spatiaux – les éléments dimensionnels. Par définition, un objet spatial comprend au moins un élément dimensionnel. Plusieurs types d'objets spatiaux sont introduits, et les objets de base - les objets simples - sont définis strictement suivant des critères mathématiques. Le but premier du MD est d'offrir un nouveau cadre de description des relations spatiales. Les relations dimensionnelles sont définies. Ce sont les relations qui existent entre les éléments dimensionnels de différents objets. Une situation spatiale entre deux objets peut donc être exprimée en termes de relations dimensionnelles. Celles-ci peuvent être vues en première approche comme un affinement des relations topologiques. Toutes les relations dimensionnelles existantes dans  $R^3$  sont décrites ainsi que toutes les relations possibles entre objets simples de différentes dimensions. Finalement, une distinction claire est faite avec les relations topologiques et plus particulièrement avec le modèle des 9-intersections (EGENHOFFER 1990).

Le **chapitre 4** reprend l'étude de l'implémentation des concepts théoriques du MD dans des modèles de données spatiales. Dans un premier temps, on étudie comment intégrer ces concepts dans des modèles existants. Cette intégration est habituellement assez facile pour peu que l'on accepte de se servir dans certains cas d'informations métriques. Ce constat est fort important car il permet d'envisager des relations dimensionnelles sans pour autant modifier les modèles de données actuels. Ensuite, une tentative de définition d'un modèle intégrant complètement les concepts du MD est entreprise. Le résultat est le modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS). Il se différencie des autres approches principalement en deux points. Premièrement, il ne considère comme éléments constitutifs de la géométrie d'un objet que les éléments répondant aux critères de convexité du MD. Deuxièmement, il permet le chevauchement de primitives géométriques de même dimension. En intégrant à ce modèle des concepts du *Simplified Spatial Model* (SSM) (ZLATANOVA 2000a), on définit le modèle dimensionnel simplifié de données spatiales (MDSDS). Cette simplification du modèle répond à la volonté d'offrir une solution plus proche de la préoccupation de visualisation des données 3D. Elle consiste en la suppression de l'enregistrement explicite des arcs dans le modèle. Ce MDSDS a fait l'objet d'une implémentation pratique. Un prototype SIG 3D a été développé. Le MDSDS a été traduit en table relationnelle dans le système de gestion de base de données Oracle 9i et la recherche des relations dimensionnelles s'effectue grâce à des opérateurs développés avec le langage évolué PL/SQL. Les résultats des requêtes spatiales sont visualisables par un navigateur VRML. De nombreux exemples sont présentés à la fin du chapitre.

Le **chapitre 5** pose le problème de l'apport des concepts développés dans le cas particulier des SIG 3D urbains. Suite à un rapide survol des réalisations dans le domaine, les applications reconnues sont présentées. Un large passage est consacré à la définition des objets 3D qui doivent être repris dans les SIG 3D urbains. L'approche développée n'est pas en connexion directe avec les concepts du MD mais traduit plutôt une réflexion générale sur les phénomènes géographiques 3D. Les tâches attendues d'un SIG sont abordées, et essentiellement les opérations ou requêtes spatiales. Ensuite, les apports du MD et du MDDS sont étudiés en fonction de certains critères importants dans les bases de données spatiales : la cohérence des données ; - la résolution des requêtes spatiales ; - la maintenance et la mise à jour de la base de données ; - la diffusion des données ; - la visualisation. En ce qui concerne les concepts du MD (essentiellement les relations dimensionnelles), on peut dire que leur apport est déterminant dans

les systèmes qui nécessitent un grand niveau de discernement des relations spatiales. Leurs implémentations pouvant se faire dans des modèles existants ou dans le MDDS, il n'y a pas de véritables freins à leur utilisation. En ce qui concerne le MDDS, on notera que son utilisation se justifie évidemment si l'on veut gérer au mieux les relations dimensionnelles. Mais l'important est de constater que ce modèle change certains mécanismes habituels des bases de données spatiales. Il présente des avantages dans la mise à jour, la résolution de certaines requêtes, la diffusion des données. Par contre, il est moins performant en ce qui concerne la cohérence et la résolution des requêtes topologiques. Ce chapitre contient également certaines pistes de recherches.

L'étude approfondie de certains concepts spatiaux doit nous permettre de mieux comprendre les objets géographiques et leurs relations. C'est sur ces bases conceptuelles que nous allons construire une modélisation tridimensionnelle de l'information spatiale.



## 2. MODÉLISATION TRIDIMENSIONNELLE DE L'INFORMATION SPATIALE

### 2.1. Avant-propos

L'étude de la modélisation de l'information spatiale est divisée en deux parties : la modélisation des objets spatiaux et celle des relations spatiales. Pourtant, des liens très étroits les unissent. Certains modèles de relations sont définis pour des objets spatiaux particuliers, certains modèles d'objets sont basés sur les relations entre objets voisins. Il n'est donc pas aisé de les isoler l'une de l'autre. Néanmoins, nous avons présenté le problème de la meilleure manière possible en faisant référence au moment opportun à des concepts expliqués ultérieurement.

### 2.2. Modélisation des objets spatiaux

*« Three-dimensional data models require geo-representations capable of capturing the form, structure and properties of the original geo-phenomena »* (RAPER 1989, cité par RAPER 2000, p. 145).

Les structures de données tridimensionnelles abondent. Depuis longtemps, le monde de la CAO et de l'infographie ont offert plusieurs modèles de représentation de données 3D. Ceux-ci sont utilisés dans plusieurs disciplines telles que le génie civil, la géologie, l'imagerie médicale, etc. Plusieurs études ont été faites afin de déterminer les modèles de données les plus adéquats pour les données géographiques (BREUNIG 1996 ; DE CAMBRAY 1994 ; DE CAMBRAY *et al.* 1994 ; DE LA LOSA 2000 ; RAPER 2000 ; RAPER & KELK 1990). Malgré l'existence de ces états de l'art, deux raisons nous poussent à repenser le problème. D'abord, il apparaît que l'on se dirige de plus en plus vers la combinaison de plusieurs structures de données au sein d'un même système (par exemple une structure réservée à la visualisation différente de celles utilisées pour le stockage ou l'interrogation). Il est donc important d'avoir une vue suffisamment générale du problème. Ensuite, les modèles présentés sont presque toujours, de façon consciente ou inconsciente, orientés en fonction du domaine d'intérêt de l'auteur (ce qui est d'ailleurs notre cas). Un travail de synthèse et de sélection a été nécessaire. De plus, les développements récents ont dû être intégrés dans l'étude.

Dans une première approche succincte, nous présentons les grandes familles de modèles de données 3D (issus de la CAO) quelle que soit leur finalité et le domaine d'application. Ensuite, une famille de modèle est retenue sur base de critères généraux relatifs à la modélisation des solides, particulièrement adéquate pour notre problématique urbaine. Puis l'étude est affinée et se concentre sur la gestion de la topologie. Finalement, nous développons plus en détail les modèles les plus représentatifs des données géographiques discrètes.

Dans ce travail, nous n'allons envisager que les modélisations de solides, c'est-à-dire que nous excluons de notre discussion toute modélisation spécifique de surfaces. En d'autres termes, nous ne nous intéressons pas aux représentations géographiques 2D, 2,5D ou 2,75D, ni aux modèles de surfaces telles les courbes splines, courbes et surfaces de Bézier ou autre NURBS, en dehors de leurs implications dans des modèles solides. Le lecteur intéressé trouvera une abondante littérature concernant les MNT et les modèles de surfaces, notamment dans les travaux de DE CAMBRAY (1994). Nous ne nous attarderons pas non plus sur les modélisations 2D, à l'exception

d'un rappel concernant certains concepts de topologie<sup>3</sup>, la gestion de la topologie restant, même en 3D, une des préoccupations principales des concepteurs de modèles géographiques.

### 2.2.1. Modèles de données 3D – géométrie des solides

La représentation géographique tridimensionnelle n'est qu'un cas particulier de la modélisation géométrique des solides (*solid geometric modelling*). Dans cette approche générale, tout point possède des valeurs pour les coordonnées x, y et z, ce qui permet la modélisation de la distribution des formes, structures et propriétés en trois dimensions. RAPER (2000), citant MÄNTYLÄ (1988) et HOULDING (1994), rapporte que la recherche en science de l'information géographique et en sciences de la Terre s'est concentrée sur l'extension des techniques génériques de la modélisation géométrique des solides. Cette recherche tient compte des défis spécifiques de la représentation tridimensionnelle des données géographiques, comme par exemple le volume important des données, les configurations spatiales complexes, la nécessité d'un contrôle d'interprétation des modèles, les liens vers des données attributaires et la nécessité d'avoir des solutions à résolutions multiples. Selon REQUICHA et VÖLKER (1983) et REQUICHA et ROSSIGNAC (1992) cités par RAPER (2000), les techniques de modélisation des solides peuvent être divisées en trois catégories : - constructives ; - par frontières ; - par décomposition. DE CAMBRAY (1994) se basant sur FOLEY (1990) propose d'autres catégories : les représentations volumiques, par frontières et par balayage. L'auteur regroupe les catégories constructives et par décomposition sous le vocable de représentations volumiques, et différencie une autre catégorie qui reprend les représentations par balayage (succinctement évoquées par RAPER et placées dans les techniques constructives). BREUNIG (1996) présente les choses de manière différente. Partant du fait que la classification des modèles 3D suit des critères de CAO, l'auteur considère qu'elle n'est pas exactement adaptée aux données géographiques. Suivant l'idée qu'il est important de voir la représentation spatiale indépendamment de la représentation graphique, il propose de classer les modèles suivant une approche analogue à celle utilisée pour les modèles géographiques 2D, à savoir des modèles vectoriels, de tessellation, analytiques et hybrides. Ainsi, suivant les auteurs, et comme le souligne DE LA LOSA (2000), le problème peut être posé selon deux approches : - du SIG 2D au SIG 3D en ajoutant la troisième dimension ; - de la CAO 3D au SIG 3D en ajoutant la sémantique. Nous allons dans un premier temps adopter la classification proposée par DE CAMBRAY et reprise par DE LA LOSA. Le but de ce rappel concernant les modèles 3D est de fixer le cadre dans lequel nous présentons nos travaux. Cette partie n'a donc pas la prétention d'exposer de nouveaux modèles, mais simplement de les situer et de présenter leur intérêt comme structure de base pour des données géographiques 3D.

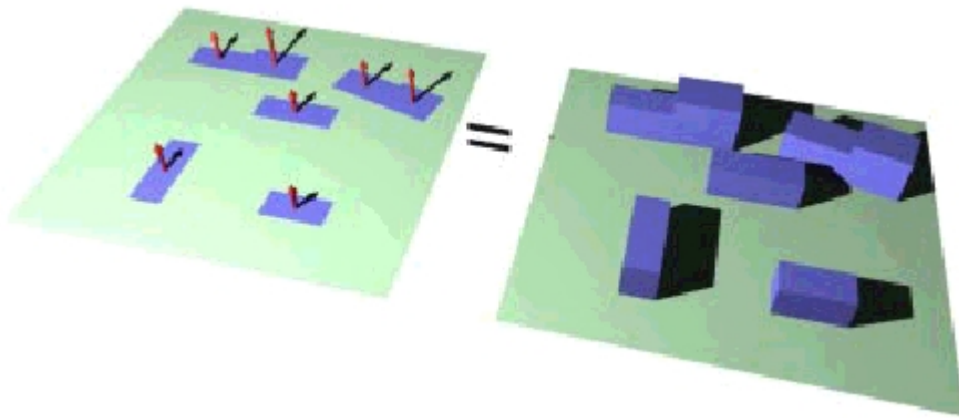
#### 2.2.1.1. Modèles par balayage

Le principe général des modèles par balayage est de déplacer une surface le long d'une trajectoire pour obtenir le volume escompté (cette technique porte aussi le nom d'extrusion, on parle dans ce cas de modèles extrusifs). Ces modèles peuvent être classés en balayage simple (une surface et une trajectoire), balayage hybride (balayage simple agrémenté d'une fonction de collage) et de balayage généralisé (surface balayée variable le long de la trajectoire). Cette famille de structures bien qu'utilisée dans certains modeleurs (par exemple ArcView 3D Analyst d'ESRI), n'est pas très appropriée pour les données géographiques surtout en ce qui concerne la

---

<sup>3</sup> Par topologie, on entend ici le terme courant en base de données géographiques, c'est-à-dire l'enregistrement d'information sur l'adjacence et la connectivité de certains éléments. Ce n'est en fait qu'une vision très réductrice de la topologie mathématique qui est plus largement détaillée dans la suite du travail.

modélisation des relations. En guise d'illustration, voici un exemple de balayage hybride permettant une visualisation de bâtiments (Figure 2.1).



**Figure 2.1. Balayage hybride pour la construction de bâtiments**

(Source : DE LA LOSA, 2000, p.40)

#### 2.2.1.2. Modèles volumiques

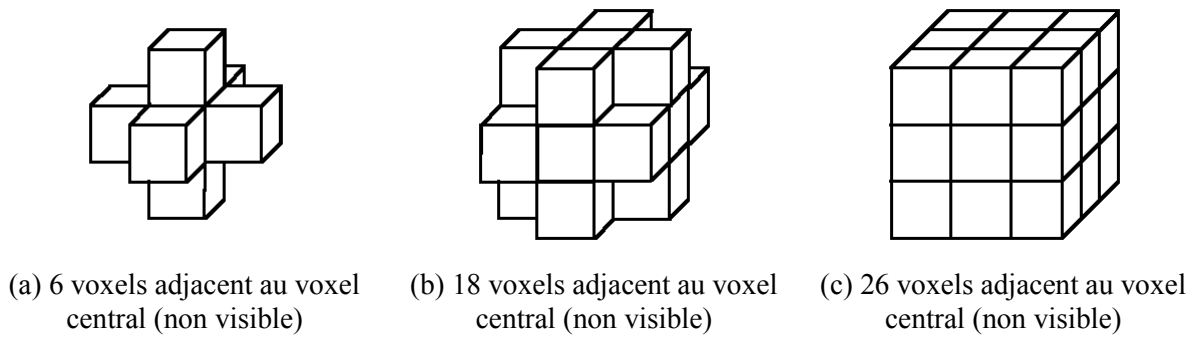
Les modèles volumiques peuvent être décomposés en deux catégories : les descriptifs et les constructifs.

- *Modèles descriptifs*

Ces modèles décrivent l'espace utilisé au moyen d'un ensemble de volumes contigus et sans intersection. Plusieurs approches existent : découpage en tranches horizontales, en colonnes prismatiques, etc. Nous ne présentons que l'approche la plus courante basée sur des éléments volumiques cubiques, ainsi que deux de ses variantes.

Le modèle voxel (voxel pour *volume* et *élément*) est l'exacte extension du modèle raster 2D. Leurs caractéristiques sont dès lors fort semblables. Du point de vue de la structuration spatiale, la seule information dont on dispose est l'adjacence de voxels. Le volume de données nécessaires à la description d'un phénomène spatial peut être très important, en fonction du nombre et de la résolution des objets considérés. Ceci peut devenir une contrainte insurmontable, surtout si aucune méthode de compression n'est utilisée. Attardons-nous sur deux méthodes de compression : le 3DDT et l'octree.

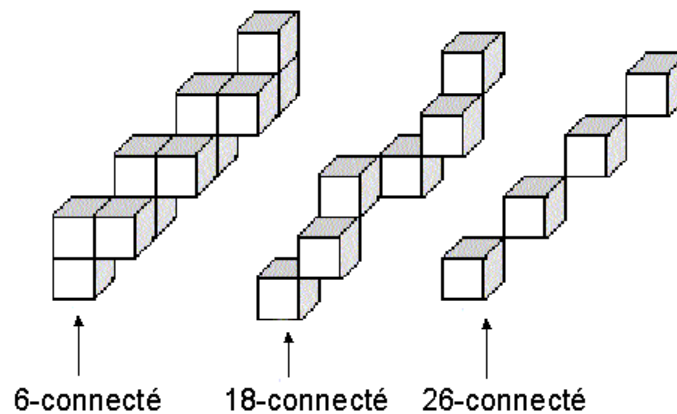
La topologie tridimensionnelle discrète (*three-dimensional discrete topology* : 3DDT) a été proposée par KAUFMAN, COHEN et YAGEL (1993). Les algorithmes du 3DDT génèrent une couverture de voxels par intersection avec un autre modèle de représentation (paramétrique ou par frontière) d'un objet. Le but est de réduire au minimum le nombre de voxels nécessaires à la représentation de cet objet. Ceci est possible en jouant sur les différentes configurations d'adjacences des voxels. Le nombre de voxels adjacents est fonction de la « nature » de l'intersection avec le modèle source. Un voxel a 6 voxels voisins par une face, 18 voxels voisins par une face ou une arête et 26 voisins par une face, une arête ou un vertex (Figure 2.2).



**Figure 2.2. Les trois types d'adjacence de voxels dans un espace 3D discret**

(D'après KAUFMAN *et. al.*, 1993, p.26)

Une séquence de voxels ayant la même valeur est un  $N$ -chemin ( $N$ -path) si toutes les paires consécutives sont  $N$ -adjacent ( $N=6, 18$  ou  $26$ ). Un ensemble de voxels  $A$  est  $N$ -connecté s'il y a un  $N$ -chemin entre chaque paire de voxels de  $A$ . L'idée est qu'il n'est pas nécessaire de prendre tous les voxels traversés par un objet (ligne, surface, corps) pour représenter utilement cet objet. Par exemple (Figure 2.3), une ligne (rayon) peut être discrétisée suivant un ensemble de voxels 6-connecté, 18-connecté ou 26-connecté. L'ensemble 6-connecté comprend approximativement deux fois plus de voxels que l'ensemble 26-connecté. L'utilisation de ce dernier diminue donc le volume de données<sup>4</sup>, ce qui facilite la manipulation et la visualisation.



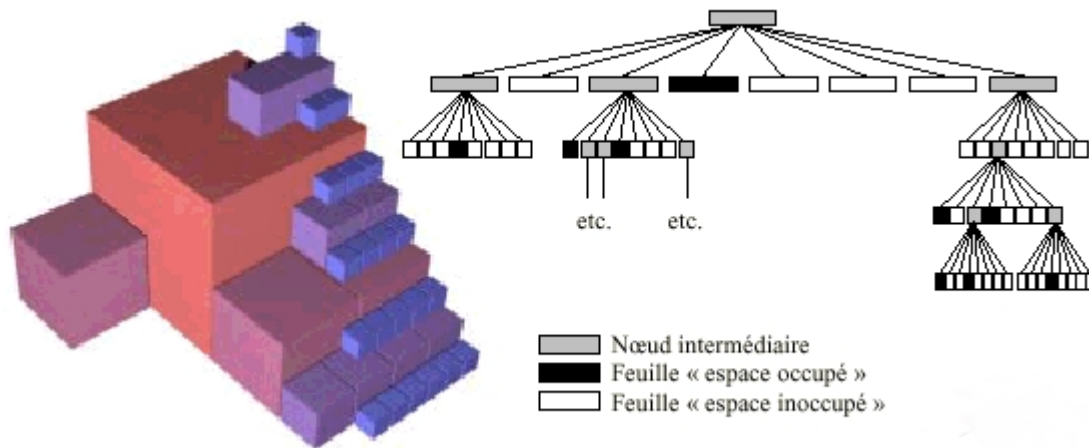
**Figure 2.3. ensembles de voxels 6-, 18- et 26 connecté**

(D'après KAUFMAN, 1994, p.9)

L'octree (SAMET 1994) est l'équivalent tridimensionnel du quadtree. C'est une division récursive de l'univers en huit. À chaque étape, l'algorithme teste si chacune des huit subdivisions est vide (à l'extérieur de l'objet à modéliser) ou remplie (à l'intérieur de l'objet). Si elles ne sont ni vides ni remplies, c'est que la frontière de l'objet passe à travers elles, et le processus de subdivision continue jusqu'à un seuil prédéterminé de résolution. On arrive ainsi à un modèle composé de voxels de taille variable. Ce découpage de l'espace peut être représenté par un arbre. Celui-ci est constitué d'une racine correspondant à l'espace global, de nœuds correspondant à des cubes découpés en huit, et de feuilles où est stockée l'information concernant l'occupation ou non de l'espace. Du point de vue du stockage des données, ce modèle est évidemment beaucoup plus

<sup>4</sup> Il existe cependant un désavantage à l'utilisation d'un ensemble de voxels 26-connecté. La détection d'intersections avec un autre objet est plus problématique qu'avec un ensemble de voxels 6-connecté. Ces considérations sortent du cadre de notre travail et nous renvoyons le lecteur à la littérature spécialisée (KAUFMAN *et al.* 1993, KAUFMAN 1994).

performant que la décomposition simple en voxels. Il présente des caractéristiques intéressantes pour l'accès à des données proches et peut servir dès lors d'index spatial.

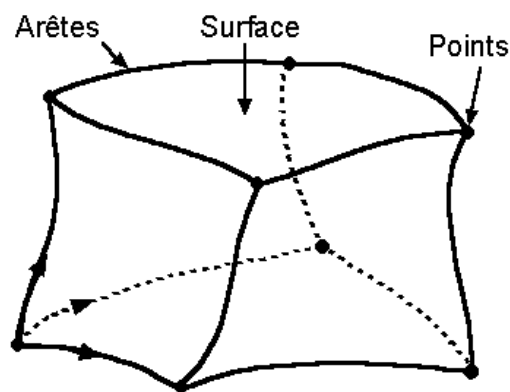


**Figure 2.4. Objet décomposé en octree et une partie de son arbre**

(Source : DE LA LOSA, 2000, p.41)

### *Modèles constructifs*

Les modèles constructifs sont des modèles où les objets sont construits au moyen de primitives plus ou moins complexes. Ces primitives solides sont représentées par des équations paramétriques continues trivariées (pour les coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ ) suivant des méthodes Hermitiennes ou B-spline. On peut concevoir que ces primitives solides sont bornées par six éléments de surface ou « patches », qui sont des fonctions de représentation bidimensionnelle.



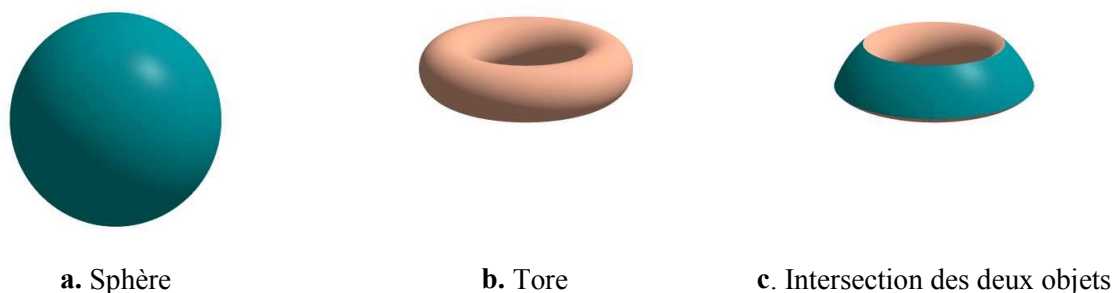
**Figure 2.5. Primitives solides paramétriques**

(D'après RAPER, 2000, p.146)

D'une manière générale, ces primitives peuvent être représentées par des fonctions B-spline. Dans ce cas, la morphologie tridimensionnelle est contrôlée par des pôles et les éléments de surface sont joints par des vecteurs de jonction à intervalles irréguliers (RAPER 2000 ; LAURINI & MILLERET-RAFFORT 1989). Deux approches particulières sont détaillées.

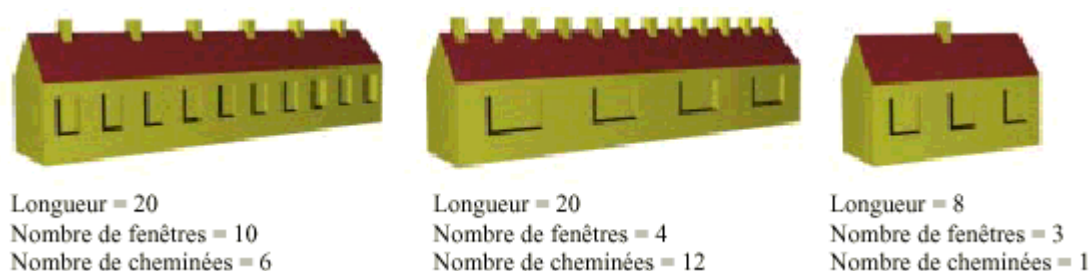
Le modèle CSG (*Constructive Solid Geometry*) permet la transformation (translations, rotations, mise à l'échelle, étirement, etc.), l'assemblage (union, intersection, différence) de primitives géométriques (cube, sphère, cylindre, tore, etc.) (Figure 2.6). Ce modèle permet de créer des

objets très réguliers, et est de compréhension très abordable. Par contre, la représentation d'objets irréguliers (terrain accidenté, éléments architecturaux, etc.) est assez malaisée.



**Figure 2.6. Exemple d'assemblage de deux primitives géométriques**

La modélisation appelée *Primitive Instancing* utilise des primitives complexes paramétrables. C'est une modélisation qui peut être employée dans des domaines bien précis où les objets peuvent se regrouper par type. Dans ce cas, c'est une alternative très intéressante au CSG. Par exemple La Figure 2.7 présente plusieurs bâtiments définis par leur longueur, le nombre de cheminées et de fenêtres.



**Figure 2.7. Plusieurs bâtiments définis avec *Primitive Instancing***

(Source : DE LA LOSA, 2000, p.43)

### 2.2.1.3. Modèles par frontières

Finalement, la dernière grande famille que nous présentons est celle des modèles par frontières ou BR (*Boundary Representation*). Le plus simple est le modèle fil de fer qui consiste en un stockage des coordonnées des points et des segments qui relient ces points. Ce modèle n'échappe pas à un certain nombre d'ambiguïtés, tant dans l'interprétation au niveau des données, qu'à l'interprétation au niveau de l'affichage.

Le modèle BR est une extension du modèle fil de fer qui permet de gérer sans ambiguïté n'importe quel type d'objet. La modélisation par frontières est basée sur la décomposition du phénomène à modéliser en faces (planes ou gauches), se rencontrant sur des arêtes (droites ou courbes), elles-mêmes se joignant en des sommets (points). Si les faces sont orientées, des volumes peuvent être introduits dans le modèle, l'orientation de la face permettant de savoir de quel côté de la face se situe le volume. Même si théoriquement il n'est pas interdit d'envisager des faces non planes, la planéité de la face et a fortiori sa limitation à un triangle facilitent grandement la gestion, les traitements et la visualisation. Un BR bien formé ne peut s'auto-croiser, doit être fermé, orientable, borné et topologiquement connecté. Ces structures BR sont habituellement basées sur un graphe hiérarchique reprenant les sommets, les arêtes et les faces,

ainsi que leur interrelations. Cette approche peut être vue comme l'équivalent 3D de l'approche vectorielle 2D. Certains types de BR seront largement décrits dans la suite du travail, nous nous limitons donc dans cette partie à cette présentation succincte.

### 2.2.2. Quel modèle pour les objets géographiques ?

Comment choisir un ou plusieurs modèles pour représenter les objets géographiques ? Divers critères de sélection ont été proposés par différents auteurs. Bien entendu, les critères sont fonction du type d'objets à modéliser : couches géologiques, terrain, phénomènes climatiques, bâtiments, etc. Un modèle géographique universel est évidemment utopique. La nature du phénomène, discrète ou continue, joue un rôle dans la détermination. Mais la volonté de modéliser différents phénomènes (bâtiment et terrain) peut amener à sélectionner plusieurs modèles ou en tout cas plusieurs variantes. Nous avons voulu croiser les différents critères présentés dans la littérature, afin d'avoir la vision la plus objective possible. Il faut garder à l'esprit que notre but est la modélisation d'objets discrets, essentiellement de nature anthropique qui occupent nos villes et plus généralement nos lieux d'existence (bâtiments, réseaux, etc.).

REQUICHA (1980, cité par DE CAMBRAY 1994) donne les critères que doivent respecter les modèles de CAO pour constituer de bonnes représentations de solides :

- Le domaine de la représentation doit couvrir un ensemble important d'objets.
- La représentation doit être exacte, c'est-à-dire représenter un objet sans faire d'approximations (notons que pour certaines applications, une approximation à une résolution donnée suffit).
- Elle ne doit pas autoriser la représentation de solides non valides (ou invalides).
- Elle ne doit pas être ambiguë (elle doit correspondre à un objet unique).
- Elle doit être unique (tout solide n'est représenté que d'une seule manière).
- Elle doit être concise (économie de la place mémoire).
- Elle doit être facile à créer.
- L'algèbre ainsi définie doit être fermée pour les opérations autorisées (appliquer une opération autorisée à un solide doit donner un solide valide).
- Elle doit permettre l'application d'algorithmes efficaces que ce soit pour le calcul des propriétés des solides (volume, ...) ou pour l'affichage des solides à l'écran.

Ces critères sont en concordance avec ceux retenus par BREUNIG (1996).

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de l'analyse des modèles à travers le filtre des critères énoncés (pour une discussion détaillée voir DE CAMBRAY 1997 ; et aussi BREUNIG 1996). Notons que le critère de validité de la représentation est sujet à discussion dans le cas des bases de données géographiques. [...] *Les solides, en mécanique, doivent être valides. Il n'existe pas, dans la réalité, d'objets sans épaisseur (même une feuille de papier a une épaisseur non nulle). En revanche, en information géographique, on rencontre assez souvent des objets non eulériens [...] dans les bases en deux dimensions [...] les rangées d'arbres sont [...] représentées par des lignes, et on envisage de symboliser ces rangées d'arbres en trois dimensions par des surfaces sans épaisseur. Ce critère, pertinent dans certains domaines, se transforme pour notre application en critère inversé : il faut que le modèle choisi soit capable de représenter des « solides » non valides : arcs et faces pendantes, volumes adjacents suivant une ligne ou un point, etc.* (DE LA LOSA 2000, p.49). Ce critère peut donc être utilisé mais en sens inverse.

À travers les différents critères, il est possible de dresser une critique générale<sup>5</sup> des différents modèles.

**Tableau 2.1. Analyse des modèles de représentation des objets spatiaux sur base des critères retenus**

	<b>Modèles par balayage</b>	<b>Modèles volumiques descriptifs</b>
Domaine	<i>Assez limité (sauf balayage généralisé)</i>	<i>Assez vaste, mais souvent par approximations grossières</i>
Exactitude	<i>Très bonne pour les objets du domaine</i>	<i>Liée à l'approximation</i>
Validité	<i>Très facile à vérifier</i>	<i>Très facile à vérifier</i>
Ambiguïté	<i>Non ambigus</i>	<i>Non ambigus</i>
Unicité	<i>Non uniques</i>	<i>Unicité garantie</i>
Concision	<i>Concis pour les objets du domaine</i>	<i>Très peu concis (fonction de l'adaptation du modèle, de la résolution et des méthodes de compression).</i>
Facilité de création	<i>Faciles à créer</i>	<i>Difficiles à créer</i>
Fermeture de l'algèbre	<i>Fermés (sauf balayage simple)</i>	<i>Fermés</i>
Algorithmes efficaces	<i>?</i>	<i>Efficaces sauf pour les transformations géométriques (rotations, translations et homothéties)</i>

	<b>Modèles volumiques constructifs</b>	<b>Modèles de représentation par frontière</b>
Domaine	<i>Assez vaste, mais limité pour les formes libres</i>	<i>Très vaste (surtout si les arêtes et faces courbes et les objets non eulériens sont supportés)</i>
Exactitude	<i>Généralement exacts</i>	<i>Assez exacts (idem)</i>
Validité	<i>Très faciles à vérifier</i>	<i>Très difficiles à vérifier (sauf si un modèle topologique y est intégré)</i>
Ambiguïté	<i>Non ambigus</i>	<i>Non ambigus</i>
Unicité	<i>Non uniques</i>	<i>Non uniques</i>
Concision	<i>Assez concis (fonction du choix des primitives)</i>	<i>Moyenne</i>
Facilité de création	<i>Faciles à créer (raisonnement assez intuitif)</i>	<i>Difficiles à créer (vu les conditions métriques et topologiques)</i>
Fermeture de l'algèbre	<i>Fermés (grâce à l'utilisation des opérateurs régularisés), sans objet pour les primitives instancing (pas de combinaison possible)</i>	<i>Fermés</i>
Algorithmes efficaces	<i>Efficaces pour affichage et opération booléenne (CSG), difficulté de déduire des propriétés géométriques et topologiques (surtout pour les primitives instancing)</i>	<i>Efficaces pour affichage (filiaire), efficaces pour transformations géométriques, difficulté pour les opérations booléennes et pour la recherche d'objets contenus dans une région donnée de l'espace</i>

Comme nous l'avons dit, il n'y a pas de solution universelle. Malgré tout, un consensus apparaît en ce qui concerne les bases de données géographiques. Les modèles par frontières et volumiques descriptifs sont privilégiés. Ce consensus ne se base pas uniquement sur les critères évoqués. Même si les modèles volumiques constructifs, voir les modèles par balayage, sont assez bien adaptés pour la visualisation, ils montrent des lacunes dans la gestion des relations spatiales et en ce qui concerne la possibilité de faire de l'analyse spatiale. De plus, les modèles volumiques constructifs et par frontières sont les formes généralisées des modèles images et vecteur 2D. Dès lors, la démarche allant du 2D au 3D est plus confortable.

<sup>5</sup> Cette critique porte sur les familles de modèles décrits. Des variations peuvent apparaître au sein d'une famille. Celles-ci seront décrites si elles sont importantes au regard de notre application urbaine.



L'utilisation combinée de différents modèles peut être une solution pour la résolution efficace des tâches d'un SIG. En effet, chaque modèle a ses avantages et ses inconvénients. Il est envisageable, ce qui est d'ailleurs déjà le cas en 2D, de passer d'une structure à l'autre en fonction des besoins. Malheureusement, la conversion d'un modèle à l'autre est loin d'être assurée pour tous les modèles (à l'inverse des modèles 2D, raster et vecteur). Le tableau suivant présente l'existence de conversions entre modèles. Ce tableau est une généralisation d'un tableau présenté par BREUNIG (1996, p.32). L'information qu'il contient n'a pas été actualisée.

**Tableau 2.2. Conversion entre modèles de représentation dans un espace 3D**

	Balayage	Vol. descriptifs	Vol. constructifs	Rep. par frontières
Balayage		C	C	C
Vol. descriptifs	I		I	C
Vol. constructifs	I	C		C
Rep. par frontières	I	C	I	

C : connu dans la littérature ; I : inconnu

Nous avons remarqué que le lien avec les modes d'acquisition de données était très rarement évoqué. Cet aspect nous apparaît pourtant important dans le choix de la modélisation, d'autant plus que les conversions entre modèles ne sont pas toujours aisées. Il est important de savoir si les données 3D sont fournies sous forme de nuage de points, irréguliers ou réguliers, ou si elles ont déjà subi un enrichissement (information sur l'appartenance à un élément géométrique particulier). Par exemple, si les données sont obtenues par restitution photogrammétrique (manuelle, semi-automatique ou automatique), les points peuvent être associés à la limite de polygones (matérialisant par exemple une pente de toiture ou un mur). Les données ainsi obtenues se prêteront peut-être mieux à une modélisation surfacique (MNT ou TIN), ou bien à un modèle volumique, etc. Bien entendu, le modèle retenu doit essentiellement servir à la résolution des tâches du système. Mais l'acquisition de données fait partie intégrante du système (de manière directe ou indirecte) et ne peut pas être négligée. Nous ne pousserons pas plus loin ce raisonnement car dans cette étude nous n'avons pas été confrontés au problème d'acquisition.

Comme la plupart des chercheurs qui se sont penchés sur le problème de la modélisation 3D urbaine, nous pensons que la famille de modèles la plus appropriée est sans nul doute celle de la modélisation par frontières. Elle s'avère indiquée pour la modélisation d'objets discrets et peut être vue comme l'extension du modèle vectoriel 2D (plus exactement, le modèle vectoriel 2D en est sa simplification en deux dimensions). À partir de maintenant, nous envisageons principalement ce type de modélisation. Si les autres types sont à un moment donné réexaminés, il en sera fait mention explicitement.

### 2.2.3. Modèles topologiques de données 3D

Qu'entend-t-on par modèle topologique<sup>6</sup>. *Les modèles topologiques rendent clairement compte des diverses relations topologiques comme les relations d'adjacence. La topologie et la géométrie sont clairement séparées dans ces modèles. L'intérêt des modèles topologiques est d'intégrer la topologie aux modèles, comme CSG ou BR, auxquels ils sont appliqués.* (DE

<sup>6</sup> À ce stade, une certaine confusion peut apparaître entre la modélisation de la topologie et la modélisation des relations topologiques (cf. § 2.3.3). Dans cette partie, on étudie la manière de modéliser les objets avec leur environnement (les autres objets) et de ce fait la prise en compte implicite des relations d'adjacence et de voisinage. Les modèles de relations topologiques quant à eux décrivent, sur base d'une structure de données ou non, les relations topologiques que deux objets peuvent avoir entre eux (dont font partie l'adjacence et le voisinage).

CAMBRAY 1997, p.58). On ne doit jamais perdre de vue que la modélisation de la topologie est toujours redondante de celle de la géométrie. Il est en effet toujours possible théoriquement de retrouver les relations spatiales (et donc topologiques) entre deux objets en utilisant l'information métrique qui leur est associée. Cependant, la prise en compte dans le modèle d'une certaine information topologique permet un accès plus aisé aux données, des traitements spatiaux plus faciles, et une possibilité de contrôle sur la cohérence des données. La gestion de l'information topologique, et de ce fait le modèle retenu, naviguent entre deux extrêmes : d'un côté un modèle uniquement géométrique (ex : le modèle spaghetti 2D) et de l'autre un modèle qui contient toutes les relations d'adjacence et de voisinage entre les objets (ex : le modèle topologique de surface 2D).

Après un bref rappel des modèles topologiques vectoriels 2D suivie d'une discussion sur les problèmes de leurs extensions en 3D, nous évoquons les différents types de primitives des modèles BR. Ensuite, les modèles topologiques 3D les plus représentatifs dans notre problématique urbaine sont présentés.

### 2.2.3.1. Modèles topologiques vectoriels 2D

L'idée est d'adjoindre au modèle géométrique (par exemple le modèle « spaghetti ») un modèle dit topologique qui intègre des concepts relevant de la théorie des graphes. Cette association a pour but d'accélérer la résolution de certains types de requêtes (analyse dans un réseau, par exemple) et d'assurer une meilleure cohérence des données.

Un graphe est une relation binaire dans un ensemble. Un graphe est un couple  $(N, A)$  où  $N$  est l'ensemble des nœuds et  $A$  est l'ensemble des couples de nœuds mis en relation. S'il n'existe pas de distinction entre les couples de nœuds  $(n1, n2)$  et  $(n2, n1)$ , le graphe est dit non orienté et ces couples sont appelés des arêtes. Si cette distinction existe, les couples sont appelés arcs et le graphe devient orienté. En étendant le concept, il est possible de décrire le fait que plusieurs arcs soient associés au même couple de nœuds, on parle alors de p-graphes<sup>7</sup>.

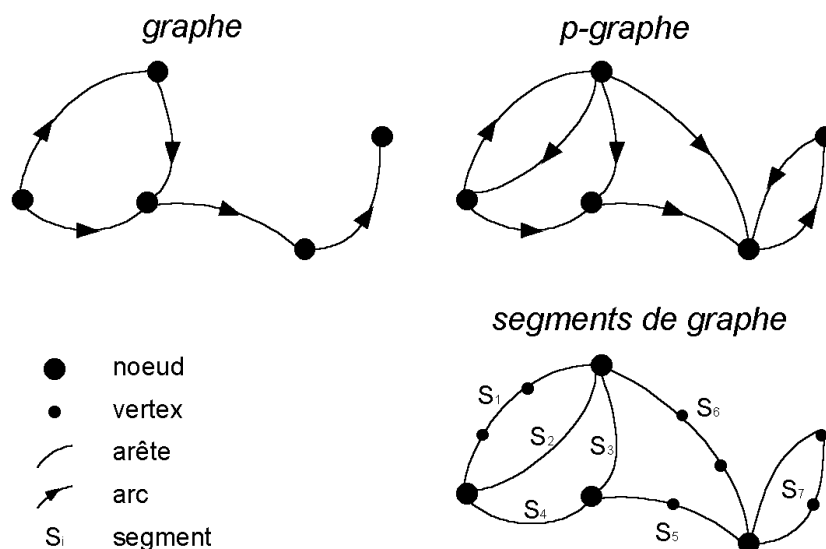


Figure 2.8. Graphe, p-graphe et segments de graphes

<sup>7</sup>  $p$  représente le nombre maximal d'arcs qui relient les nœuds  $n_i$  à  $n_j$ , pour tout  $i$  et pour tout  $j$ .

Le degré d'un nœud correspond au nombre d'arêtes (ou d'arcs) concourantes en ce nœud. Un segment de graphe est une chaîne dans laquelle tous les nœuds de degré 2 dans la chaîne (donc dans le segment) sont aussi de degré 2 dans le graphe. Généralement, on considère qu'un segment est une chaîne qui connecte des nœuds du graphe qui ne sont pas de degré 2. Un nœud d'un segment de degré 2 est souvent appelé vertex.

Un graphe est appelé planaire lorsqu'il peut être représenté sur un morceau de plan sans aucune intersection entre arcs. Dans de tels graphes, on peut définir des segments surfaciques sur base de polygones formés par les arêtes et les nœuds. Les faces sont un type particulier de segment surfacique qui ne peuvent pas être intersectées par un segment de graphe faisant partie d'un autre polygone. Dans un graphe possédant cette caractéristique, chaque arc possède une face à droite et une face à gauche. La formule d'Euler permet de fixer la relation entre le nombre de faces  $f$ , le nombre de nœuds  $n$  et le nombre d'arêtes  $a$  d'un graphe (MOLENAAR 1998, p. 65) :

$$f + n - a = 2$$

Cette formule est valide pour les graphes connectés. Dans le cas de graphes non connectés, la formule devient :

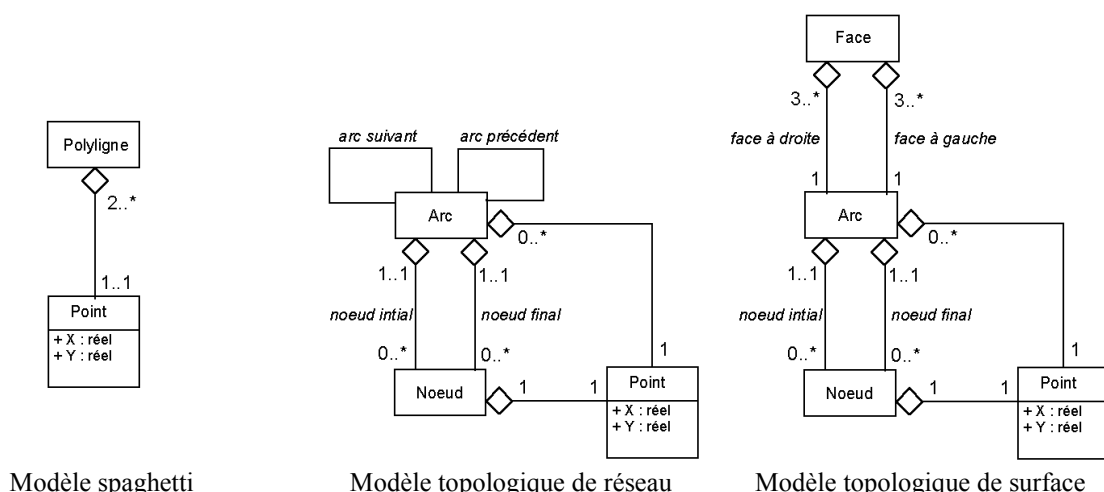
$$f + n - a = c + 1$$

avec  $c$  = nombre de sous-graphes non connectés.

En utilisant des fonctions permettant de « naviguer » dans le graphe, on s'adjoint un puissant outil de structuration spatiale. Ces fonctions permettent de retrouver par exemple l'arc inverse d'un arc donné, l'arc suivant, la face à droite d'un arc donné, etc. Par des cycles de recherche, on peut obtenir les contours, les polygones, des chemins optimaux, etc.

Signalons enfin qu'il est possible d'inclure des nœuds ou des arêtes dans des faces sans pour autant qu'ils fassent partie des éléments supérieurs. On parle dans ce cas de nœuds et d'arêtes isolés, ou singularités.

En associant des primitives géométriques aux éléments du graphe on peut se servir de toute la puissance des relations exposées précédemment. Les relations topologiques entre nœuds, arêtes et faces peuvent être formulées en termes de théorie des graphes. Quand on adjoint à un modèle géométrique de tels graphes, on obtient ce qu'on appelle des modèles topologiques.



**Figure 2.9. Modèles conceptuels de données suivant le formalisme UML**

Cette utilisation de la théorie des graphes influence fortement la modélisation spatiale dans la définition des objets et primitives géométriques.

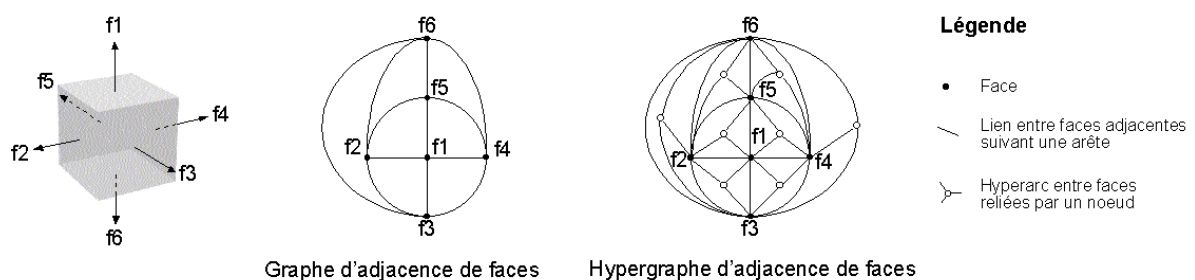
Notons que tous les modèles bidimensionnels que nous venons de voir peuvent intégrer sans aucune difficulté la troisième dimension en tant qu'attribut sur les points. Mais les modèles

obtenus sont identiques aux modèles bidimensionnels du point de vue topologique, et ils sont qualifiés de 2,5D. Cependant, ils sont totalement incapables de traiter des données en trois dimensions sans aucune restriction. Étant donné que tous les objets sont situés sur un morceau de plan (ou sur une surface gauche homéomorphe à un morceau de plan), aucun objet volumique ne peut être introduit.

### 2.2.3.2. Extension des modèles topologiques en 3D

Afin d'obtenir des modèles topologiques 3D aussi puissants que leurs homologues 2D, il faut transposer les concepts dans ce nouveau référentiel pour des objets volumiques. Mais cette « transposition » n'est pas toujours facile. C'est pour cette raison notamment que plusieurs auteurs ne proposent pas une extension 3D fidèle des modèles topologiques 2D. Nous reprenons ici les éléments principaux de cette extension 3D. Plus de détails peuvent être trouvés dans DE LA LOSA (2000) et DE CAMBRAY (1997).

- Les ressemblances du point de vue topologique existent entre objets de même codimension<sup>8</sup>.
- L'élément principal du modèle 2D, l'arc orienté, devient dans le modèle 3D la face orientée<sup>9</sup>.
- L'arc orienté peut être considéré comme le couple (arête, nœud final), de même la face orientée peut être considérée comme le couple (face, arc).
- La relation arc « a pour face droite » ou autrement dit arc « compose le contour orienté de face » devient face orientée « compose le contour orienté de volume ».
- Les graphes utilisés pour rendre compte des relations d'adjacence entre éléments géométriques sont plus complexes. Ils doivent rendre compte de l'adjacence des faces. Le graphe d'adjacence de faces reprend les faces de l'objet à modéliser et les relations d'adjacences qui les lient (Figure 2.10) en ne prenant en compte que les adjacences à travers les arêtes. Avec l'hypergraphe d'adjacence (Figure 2.10), le graphe contient deux relations d'adjacence : l'arc qui rend compte de l'adjacence suivant une arête et l'hyperarc qui rend compte de l'adjacence suivant un sommet. Ces graphes sont non cycliques, c'est-à-dire qu'un simple parcours itératif du graphe ne permet pas de retrouver le contour surfacique. Dans ce domaine, on doit mentionner particulièrement les travaux de ANSALDI et de FLORIANI (ANSALDI *et al.* 1985 ; FLORIANI & FALCIDIENO 1988; FLORIANI *et al.* 1990).



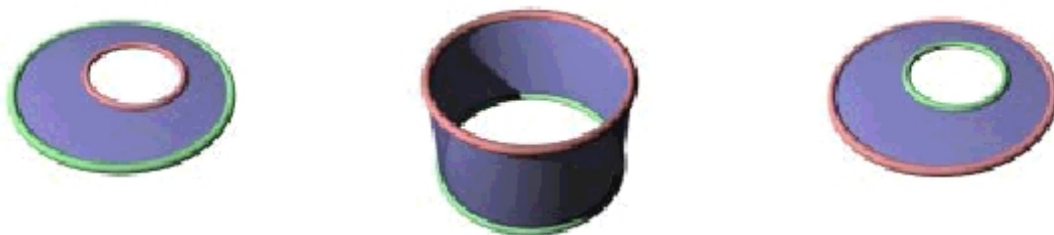
**Figure 2.10. Modèle de graphe et d'hypergraphe d'adjacence de faces**

- Les cavités volumiques sont les équivalents des trous surfaciques 2D.
- Il n'existe pas de trou surfacique 3D. Les contours extérieurs et contours de trous ne peuvent pas être différenciés pour les faces plongées dans un espace à trois dimensions. En 3D, les

<sup>8</sup> La codimension d'un objet est égale à la dimension de l'espace dans lequel il est plongé moins sa dimension. Par exemple, une droite (1D) plongée dans un espace 3D aura une codimension 2.

<sup>9</sup> Certaines faces ne sont pas orientées, par exemple le cas du ruban de Möbius. Ce cas n'est pas envisagé dans ce travail.

contours d'une face sont toujours extérieurs, pour s'en convaincre, il suffit de faire subir à une surface « trouée » une transformation homéomorphe (qui ne change pas les propriétés topologiques) (Figure 2.11).



**Figure 2.11. Transformation homéomorphe d'une surface. Dans un espace 3D, il n'y a pas de contour extérieur ou intérieur à une surface, il ne peut donc pas y avoir de trou.**

(D'après DE LA LOSA, 2000, p. 67)

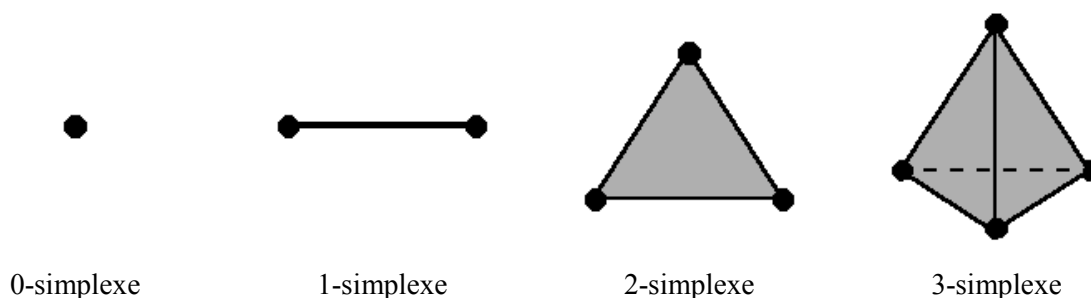
- Pour être complet, d'autres particularités seraient à envisager, notamment les surfaces non orientées (surface de Moëbius), anses et nœuds 3D. Nous avons choisi de ne pas les prendre en considération dans cette étude.

### 2.2.3.3. Blocs de constructions géométriques élémentaires

Les blocs de constructions géométriques élémentaires (*geometric building blocks*) sont des éléments géométriques de base qui permettent la représentation de l'espace suivant des règles strictes. Nous présentons ci-dessous succinctement les deux approches les plus couramment utilisées en base de données géographiques. La présentation ci-dessous a pour but de donner des explications suffisamment explicites pour pouvoir comprendre utilement les tenants et aboutissants des modèles présentés.

#### *Complexes simpliciaux*

Les éléments les plus simples de l'espace euclidien (en se limitant à la dimension 3) pour une dimension donnée sont le point, le segment de droite, le triangle et le tétraèdre. Ces éléments sont appelés simplexes, le point est le 0-simplexe, le segment de droite le 1-simplexe et ainsi de suite (Figure 2.12).



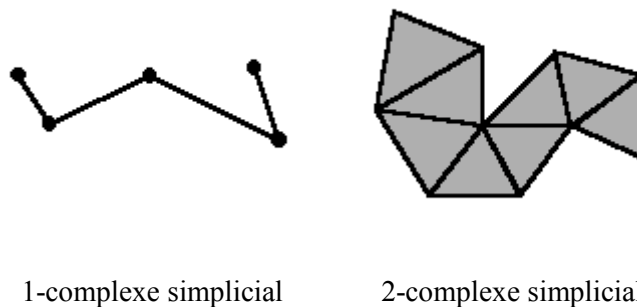
**Figure 2.12. Simplexes de dimension 0, 1, 2 et 3**

En considérant un espace euclidien à  $n$  dimension  $\mathbf{R}^n$ , on peut généraliser le concept et parler de  $n$ -simplexe. Un  $n$ -simplexe est construit en prenant  $n+1$  points  $p_1, \dots, p_{n+1}$  dans  $\mathbf{R}^n$  qui ne sont pas

compris dans le même hyperplan<sup>10</sup> de dimension  $n-1$ , et en prenant leur enveloppe convexe<sup>11</sup>. Chaque sous-ensemble de  $m+1$  points de  $\{p_1, \dots, p_{n+1}\}$  détermine une face de dimension  $m$  (ou  $m$ -face) du  $n$ -simplexe. L'union des  $(n-1)$ -faces est appelée frontière<sup>12</sup> du  $n$ -simplexe. Toutes les faces de dimension inférieure font partie de la frontière.

Les complexes simpliciaux sont obtenus en « collant » des simplexes le long de leurs faces (Figure 2.13). En reprenant la définition de KIRSCHENHOFER (1995, cité dans MESGARI 2000, p. 4), un ensemble fini  $S$  de simplexes dans  $\mathbf{R}^n$  est appelé complexe simplicial si les conditions suivantes sont remplies :

- si le simplexe  $S_p$  est un élément de  $S$ , alors chacune des faces de  $S_p$  est aussi un élément de  $S$  ;
- pour chaque couple de simplexes dans  $S$ , leur intersection est soit vide soit une face commune.



**Figure 2.13. Quelques exemples de complexes simpliciaux**

Les complexes simpliciaux sont relativement bien adaptés pour décrire des formes géométriques compliquées et offrent des concepts relativement simples pour la construction des objets spatiaux et de leurs relations. Les complexes simpliciaux sont utilisés dans les TIN (triangulated irregular networks) pour la modélisation numérique des surfaces (notamment le relief). Notons que dans l'analyse des systèmes de réseaux, on utilise un complexe simplicial de dimension 1 comme graphe d'arcs et de nœuds. PIGOT (1994, 1995) met en évidence que la grande simplicité géométrique et combinatoire des complexes simpliciaux en fait des éléments faciles à contrôler et à représenter, mais ils souffrent de trois problèmes majeurs :

- beaucoup de simplexes sont nécessaires pour représenter un objet spatial ; Cela entraîne une grande fragmentation qui elle-même se traduit par une coûteuse reconstruction et un volume important de données ;
- le produit topologique<sup>13</sup> de deux simplexes n'est pas un simplexe. Un traitement supplémentaire est nécessaire pour obtenir un complexe simplicial ;
- le « collage » de simplexes le long de leur frontière ne forme pas nécessairement un complexe simplicial<sup>14</sup>.

<sup>10</sup> La notion d'hyperplan est expliquée dans le chapitre 3.

<sup>11</sup> La notion d'enveloppe convexe est expliquée dans le chapitre 3.

<sup>12</sup> La notion de frontière, et plus spécifiquement de frontière topologique, est expliquée dans le chapitre 3.

<sup>13</sup> Par exemple, le produit topologique d'un cercle et d'un segment de droite est un cylindre. Si on fait le produit topologique d'un triangle (2-simplexe) avec un segment de droite (1-simplexe), on obtient un prisme, qui n'est pas un tétraèdre (3-simplexe).

<sup>14</sup> La définition implique que l'intersection entre deux simplexes constitutifs d'un complexe simplicial soit vide ou une face commune. Si on attache deux tétraèdres de façon à ce qu'un triangle frontière de l'un recouvre partiellement un triangle frontière de l'autre, on n'obtient pas un complexe simplicial.

Le modèle de cellule (*cell* en anglais) peut être vu comme une généralisation de celui basé sur les simplexes. Une cellule de dimension  $n$  ( $n$ -cellule) est un espace topologique homéomorphe à un  $n$ -simplexe ou à une  $n$ -boule<sup>15</sup> (boule de dimension  $n$ ). L'avantage de cette approche est que chaque point, segment de ligne, polygone fermé et volume peut être projeté topologiquement par homéomorphisme en une cellule de dimension équivalente.

Une collection finie de cellules est un complexe cellulaire (*cell complex* en anglais) si les conditions suivantes sont vraies :

- les différents éléments du complexe cellulaire ont des intérieurs disjoints ;
- pour chaque cellule dans le complexe cellulaire, la frontière est une union des éléments du complexe ;
- si deux cellules se rencontrent dans le complexe, elles le font suivant une cellule du complexe.

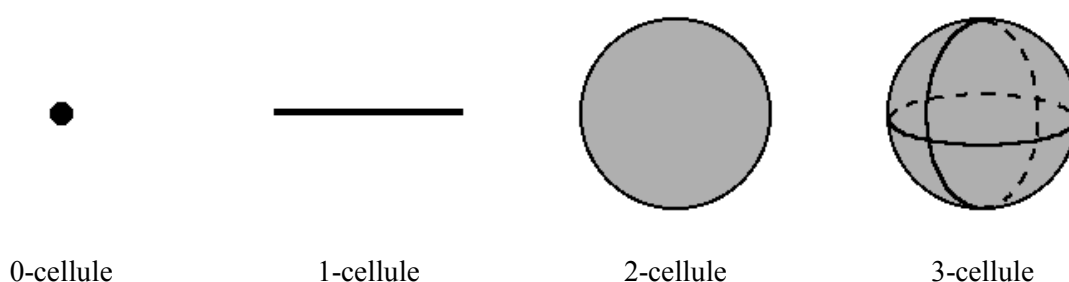


Figure 2.14. Cellules de dimension 0, 1, 2 et 3

Partant de la définition du complexe cellulaire, les deux opérateurs frontière et co-frontière peuvent décrire complètement le voisinage local d'une cellule dans le complexe cellulaire. La frontière d'une  $k$ -cellule est définie comme l'ensemble de toutes les  $(k-1)$ -cellules qui lui sont incidentes. La co-frontière d'une  $k$ -cellule est définie comme l'ensemble de toutes les  $(k+1)$ -cellules qui lui sont incidentes.

Les complexes cellulaires ne souffrent pas des limitations mises en évidence pour les complexes simpliciaux. Ils sont suffisamment généraux pour décrire les propriétés topologiques de l'espace qu'ils représentent tout en n'étant pas aussi restrictifs que les complexes simpliciaux.

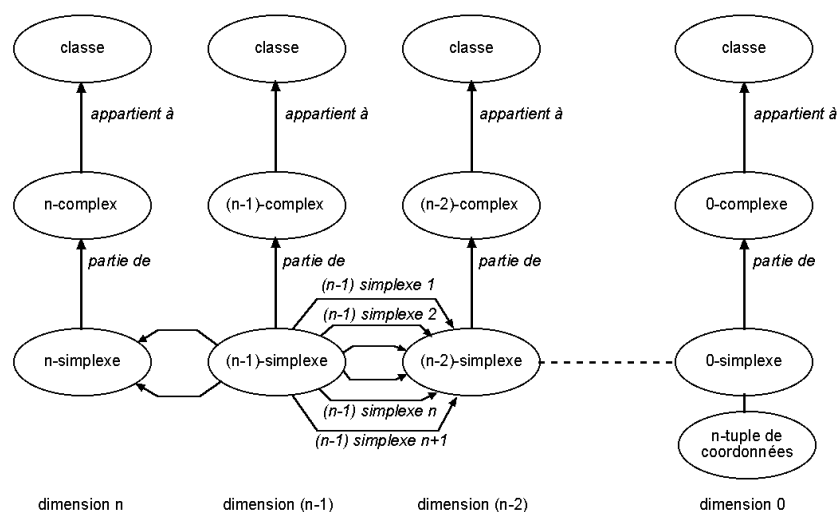
### 2.2.3.4. Modèle TEN

Le modèle TEN<sup>16</sup> (*irregular TEtrahedron Network*) a été originellement développé par PILOUK (PILOUK 1996 ; TEMPFLI & PILOUK 1994). Il est l'application parfaite des complexes simpliciaux (jusqu'à la dimension 3). Il a quatre objets constructifs ou primitives qui sont les simplexes de dimension 0 à 3 (nœud, arête, triangle et le tétraèdre). Ces primitives composent les objets spatiaux : un corps est composé de tétraèdres, une surface de triangles, une ligne d'arêtes et un point de nœuds. La règle générale est que chaque nœud fait partie d'un arc, chaque arc fait partie d'un triangle, et chaque triangle fait partie d'un tétraèdre. Les singularités ne sont pas permises, c'est-à-dire qu'un objet de dimension  $n$  ne peut pas être compris dans un objet de dimension  $n+1$ ,

<sup>15</sup> La notion de boule est expliquée dans le chapitre 3.

<sup>16</sup> Ce modèle est repris ici dans la famille des modèles par frontières. Notons que BREUNIG le classe lui dans les tessellations, suivant l'idée que l'espace est divisé en volumes élémentaires. Cependant ces « volumes » n'ont pas une taille fixée comme dans le cas des voxels.

il est soit extérieur à l'objet soit il fait partie de sa frontière (comme l'impose la définition des complexes simpliciaux). Ce modèle répond au modèle de relations topologiques dans un espace 3D<sup>17</sup>. Le modèle conceptuel du TEN étendu à  $n$  dimensions est présenté ci-dessous. Le terme classe doit être compris comme classe d'objets.



**Figure 2.15. Modèle conceptuel n-dimensionnel du TEN**

(D'après ZLATANOVA, 2000a, p.86)

Cette approche est appropriée pour la modélisation d'objets de types terrain, sols, air, couches géologiques. Théoriquement, une division complète de modèle urbain en tétraèdres est possible et doit être effectuée en deux étapes : premièrement une triangulation de tous les objets 2,5 D (murs, planchers, routes, etc.) et deuxièmement une tétraédrisation des objets 3D (bâtiments, etc.). La triangulation d'objets sous contraintes est largement discutée dans la littérature, par contre la tétraédrisation sous contraintes est toujours un sujet de recherche. Un des grands avantages de ce modèle est qu'il fournit directement des triangles pour les logiciels de rendu, c'est-à-dire qu'aucune triangulation supplémentaire n'est nécessaire. Si on ajoute à cela que les singularités ne sont pas admises, le TEN est un modèle bien adapté à la visualisation des surfaces et corps irréguliers. Cependant, certaines limitations signalées par ZLATANOVA (2000a, pp. 88-89), nous paraissent importantes dans notre optique de modélisation urbaine. Premièrement, la triangulation des faces d'un objet peut introduire une surabondance de données. Prenons l'exemple d'un toit plat pour lequel un certain nombre de sommets sont répertoriés. Cela entraînera la création d'un nombre très important de triangles dans la base de données sans pour autant qu'ils véhiculent une information intéressante. Deuxièmement, la tétraédrisation doit se faire pour l'ensemble de l'espace considéré car on est dans le cas d'une partition complète (stockage des espaces ouverts autour des bâtiments dans la base de données). Selon ZLATANOVA, le problème essentiel vient de l'augmentation de la taille de la base de données (comparé au 3D FDS). Pour un simple cube, cette augmentation est de 25%. Ce type de modèle nous paraît peu approprié pour le rendu de scènes urbaines vu la partition complète en tétraèdres (problème pour avoir un algorithme efficace et problème de volume de données), malgré certaines facilités au niveau du rendu (triangulation déjà présente).

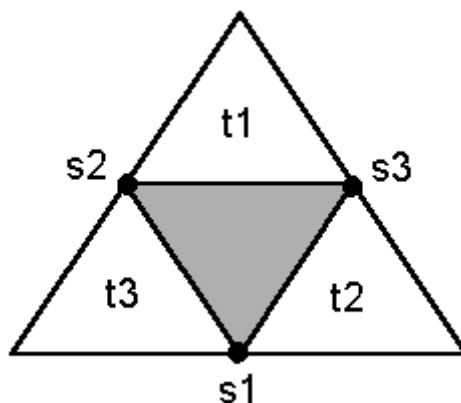
<sup>17</sup> Comme nous le voyons par la suite, le modèle de relations topologiques retenu par la plupart des auteurs est celui de EGENHOFER. Ce modèle est défini pour les complexes cellulaires. Les complexes simpliciaux étant des cas particuliers des complexes cellulaires, les relations topologiques définies par EGENHOFER peuvent s'y appliquer.



### 2.2.3.5. E-complexe

Le e-complexe se réfère à un modèle basé sur une notion étendue des complexes simpliciaux (*extended simplicial complexes*) (BREUNIG 1996, 1999 ; BREUNIG *et al.* 1994). Les motivations de l'auteur sont multiples. Premièrement, comme nous l'avons signalé, les complexes simpliciaux sont des éléments très faciles à manipuler et bien connus. Par exemple, le tétraèdre (3-simplexe) est toujours convexe, et a un nombre de faces, d'arêtes de nœuds fixes. Deuxièmement, il considère que dans les disciplines des sciences de la Terre, les mesures sont souvent distribuées de manière irrégulière (suite au mode d'acquisition des données), et que leur interpolation en une surface en utilisant un réseau irrégulier de triangles est pratique.

L'approche suivie par BREUNIG déborde largement du problème de modélisation des objets spatiaux. Il pose le problème des relations, fonctions et opérations spatiales de manière intéressante et pragmatique. Dans cette partie nous nous bornons à décrire le modèle de données. L'auteur pose d'abord la définition d'un d-simplexe avec voisinage, qui consiste en le regroupement d'un d-simplexe et d'un nombre maximal ( $d+1$ ) de simplexes adjacents de dimension  $d$  (« les simplexes voisins »). Notons qu'il s'agit d'un nombre maximal de simplexes et que donc certains (ou tous) voisinages peuvent ne pas exister.



**Figure 2.16. d-simplexe avec voisinage pour d=2**

(D'après BREUNIG, 1996, p.52)

Par exemple, un 2-simplexe avec voisinage peut être décrit par le 7-tuple suivant :

*2-simplexes (notation, sommet1, sommet2, sommet3, triangle1 voisin, triangle2 voisin, triangle3 voisin).*

La notation donne le nom de l'objet géographique (BREUNIG parle de *geo-objet*) dont la « topologie » est décrite par le simplexe. Pour éviter la redondance, les arêtes ne sont pas explicitement représentées. Les sommets et les triangles voisins sont enregistrés suivant le sens horlogique<sup>18</sup>. De manière similaire, un 3-simplexe avec voisinage contient quatre sommets et quatre tétraèdres voisins.

Un  $e_d$ -complexe est un triplet  $(C, T, G)$ .  $C$  est le complexe simplicial de dimension  $d$ .  $T$  est l'ensemble des d-simplexes (pour  $d > 1$  : avec voisinage) de  $C$ .  $T$  est appelé la dimension topologique  $d$  de  $C$ .  $G$  est la géométrie euclidienne de  $C$ , c'est-à-dire l'ensemble des coordonnées euclidiennes des 0-simplexes de  $C$ .

Dans le cas d'un  $e_2$ -complexe,  $T$  est l'ensemble du réseau de triangles de  $C$ , qui consiste en une liste de 2-simplexes avec voisinage qui sont eux-mêmes composés par trois 1-simplexes adjacents (comme signalé plus haut, ils ne sont pas enregistrés dans le tuple car ils peuvent être

<sup>18</sup> Habituellement, les enregistrements des points constitutifs d'une face se font dans le sens trigonométrique.

retrouvés grâce aux 0-simplexes). Chaque 1-simplexe est constitué de 0-simplexes adjacents.  $C$  est l'ensemble des coordonnées cartésiennes des 0-simplexes.

Cette structure permet de gérer les baies, les trous et les îles. Signalons encore que des e-complexes convexes sont définis. Ces e-complexes répondent au critère de convexité, à savoir que si l'on joint n'importe quel couple de points de l'objet, le segment ainsi formé est toujours dans l'objet. La construction et la validation de ces e-complexes convexes prennent une large part dans le travail de l'auteur. Mais ces motivations sont claires : manipuler des objets avec plus de facilité. La structure proposée supporte aussi le modèle de relations topologiques. Cependant, l'auteur affine les relations proposées, en tenant compte de la dimension des simplexes impliqués dans la relation. Par exemple, si deux objets de dimension 3 se touchent suivant une partie de leurs frontières, il regarde si les simplexes en jeu sont de dimension 2, 1 ou 0. Nous reviendrons sur cette approche dans la suite du travail.

### 2.2.3.6. Modèle 3D FDS

Ce modèle développé par MOLENAAR (1990) est constitué de trois niveaux fondamentaux : le premier reprenant les objets liés à des classes thématiques, le deuxième constitué des quatre objets élémentaires (point, ligne, surface et le corps) et le dernier regroupant les quatre primitives (nœud, arc, face et arête). Un modèle conceptuel est présenté dans la Figure 2.17. Contrairement aux deux premiers modèles, les complexes simpliciaux ne sont pas utilisés. On est face à un type de complexe cellulaire simplifié, régi par une série de 12 conventions établies par l'auteur. Suivant les conventions 6 et 8, les arcs et les faces ne peuvent pas s'entrecroiser. Un arc peut croiser une face (convention 9) ; dans ce cas, un nœud et un arc doivent être créés. Ainsi, certaines singularités sont permises, du fait qu'un nœud et un arc peuvent exister dans une face ou un corps. Le rôle de l'arête est double. D'une part, elle définit le contour d'une face (relation *face\_arête*) et d'autre part, elle permet l'orientation de la face pour laquelle il est nécessaire de spécifier le corps gauche et droit. Le nombre d'arcs constituant une arête n'est pas spécifié. Les arcs sont des segments droits (convention 4) et les faces sont planaires (convention 7). La surface a une frontière externe et peut avoir plusieurs frontières non liées (trou ou île) (convention 12). Le corps a une surface externe sans frontière et peut avoir plusieurs corps ou trous non connectés (convention 12)

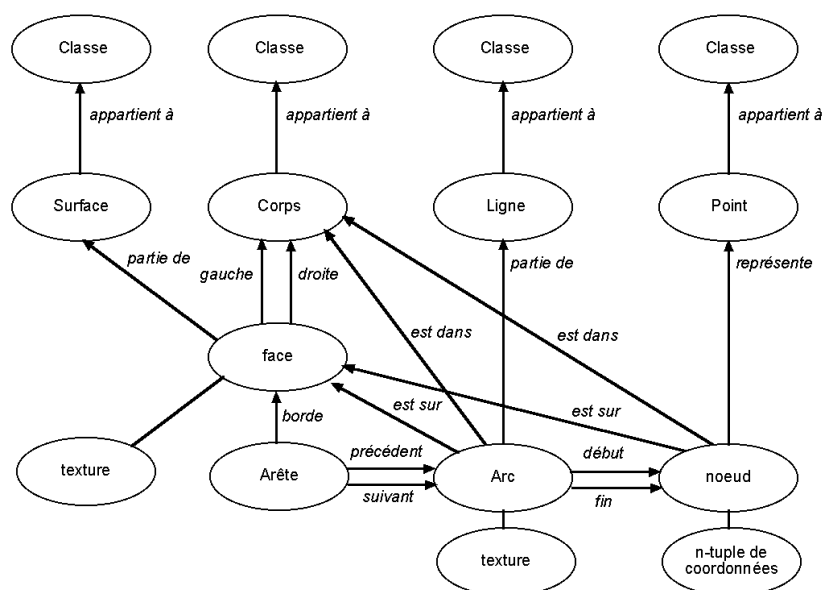


Figure 2.17. Modèle conceptuel du 3D FDS, étendu aux textures

Le fondement du 3D FDS est le concept de carte à valeur unique (*single-valued map*). La particularité de cette approche est d'imposer une partition de l'espace en objets qui ne se recouvrent pas. Chaque primitive ne peut intervenir dans la description d'un et un seul objet élémentaire de même dimension. Le dernier concept de base concerne le lien entre la classe thématique et la géométrie. La convention 2 impose à une classe thématique de n'avoir que des instances (ou objets élémentaires) d'un seul type, l'appartenance à une classe étant obligatoire (convention 1).

Le modèle relationnel de données (RIKKERS *et al.*, 1993) a été étendu par TEMPFLI et PILOUK (1996) pour l'enregistrement des textures.

Ce modèle a souvent servi de base de travail à de nombreux chercheurs (dont ZLATANOVA, MESGARI et DE LA LOSA). On y retrouve un modèle topologique qui permet d'exprimer les relations topologiques entre objets en partant des « cellules » (primitives) qui les composent. La structure est assez simple à comprendre et correspond assez intuitivement à l'idée que l'on se fait des objets spatiaux, de leur décomposition et de leur relations. De plus, le volume de données nécessaires est assez faible comparé à d'autres structures (tel qu'évoqué dans la présentation du TEN, *cf.* § 2.3.5.)<sup>19</sup>. Le modèle 3D FDS est jugé comme satisfaisant pour la modélisation et l'analyse des données urbaines. Par contre, certaines difficultés ont été soulevées par ZLATANOVA et TEMPFLI (1998) en ce qui concerne la visualisation. Celles-ci doivent être vues suivant une stratégie de visualisation de type VRML (qui est commune à la plupart des logiciels de rendu), c'est-à-dire utilisant des faces triangulaires qui sont représentées par leurs sommets, ainsi que suivant une approche relationnelle. Les auteurs indiquent que ce modèle offre suffisamment de données pour un rendu 3D. Mais le temps de création du fichier VRML est relativement long. Cette relative lenteur est due aux caractéristiques conceptuelles suivantes :

- le manque d'information explicite sur la frontière des corps ;
- l'enregistrement des relations de frontière commune des faces (information sur le corps se trouvant à gauche et à droite) ;
- le stockage d'une texture par face (affecte le réalisme des scènes) ;
- le stockage explicite des relations *arc\_on\_face* et *node\_on\_face* ;
- la description implicite des trous.

Une discussion détaillée sur ces limites peut être trouvée dans ZLATANOVA (2000a).

#### 2.2.3.7. Modèle SSM

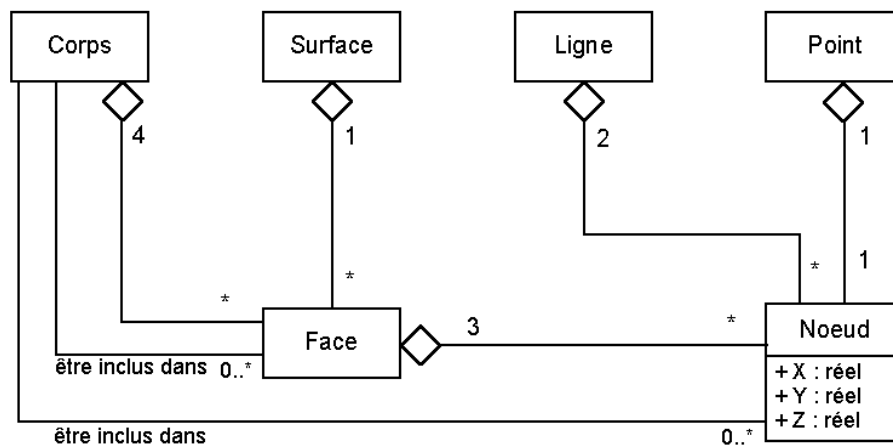
Le *Simplified Spatial Model* (SSM) a été développé par ZLATANOVA (2000a). Une des particularités de ce modèle est de ne posséder que deux objets constructifs : le nœud et la face. L'arc n'est pas pris en compte. Les objets géométriques supportés par ce modèle (obtenu par association d'objets constructifs) sont le point, la ligne, la surface et le corps (*point, line, surface, body*). De ce fait, ce modèle est dans la lignée des modèles basés sur les complexes cellulaires (comme le 3D FDS).

Nous ne présentons ici que certaines caractéristiques du modèle (Figure 2.18). Une face est constituée d'au moins trois nœuds et doit obligatoirement être plane et convexe. Les trous dans les faces ne sont pas permis, ainsi que la présence d'un nœud dans la face. Comparé au 3D FDS, il n'y pas de relation rendant compte de la présence d'un corps à gauche ou à droite d'une face. La géométrie des corps ne peut donc pas être retrouvée de cette manière. Les faces constitutives de l'enveloppe du corps sont en fait liées directement au corps. Une particularité du modèle est d'accepter certaines singularités du type *face\_in\_body*, *node\_in\_face*. Notons que les primitives

---

<sup>19</sup> Une étude comparative du 3D FDS, du TEN et du cellule-tuple a été réalisée par Zlatanova (2000a). Elle porte sur la comparaison de la représentation d'un cube dans chaque modèle. En ce qui concerne le stockage, la structure la moins « coûteuse » est celle du 3D FDS, puis celle du TEN et enfin celle du cellule-tuple.

topologiques (adhérence, frontière, intérieur et extérieur) sont clairement définies pour les objets constructifs et géométriques ; le modèle est donc valide d'un point de vue topologique. La suppression de certaines relations rendant compte de l'adjacence et du voisinage allège le modèle mais n'est pas sans poser des problèmes du point de vue de la cohérence. La solution consiste à imposer des règles de construction comme par exemple limiter les configurations possibles d'intersections entre faces, ou bien imposer que chaque nœud doive appartenir à trois faces d'un corps.



**Figure 2.18. Modèle conceptuel (UML) de la partie « géométrie » du SSM**

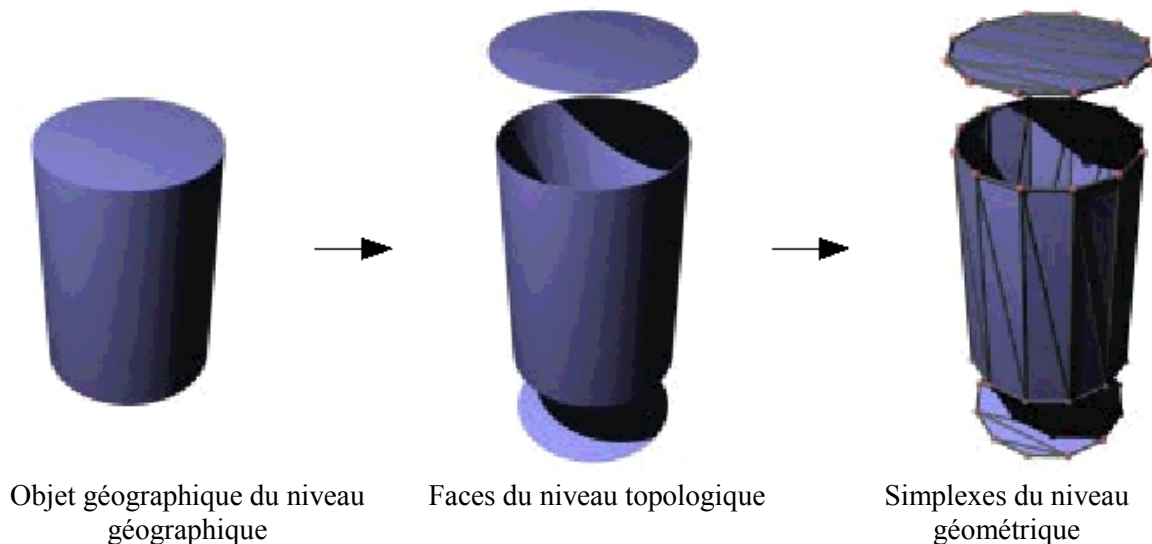
Ce modèle a retenu notre attention car il s'avère approprié pour la reconstruction, la visualisation et l'interrogation des modèles urbains 3D. Ceci est dû principalement au fait que :

- les faces peuvent avoir un nombre arbitraire de nœuds (ce qui est très fréquent en milieu urbain) ;
- Les corps peuvent être décomposés suivant des considérations sémantiques (et non constructives)
- les restrictions imposées aux faces assurent une visualisation correcte par n'importe quel logiciel de rendu ;
- les deux objets constructifs permettent d'accélérer l'accès aux données et de réduire l'espace de stockage ;
- les possibilités de détection des relations topologiques sont relativement importantes.

#### 2.2.3.8. Modèle topologique 3D de DE LA LOSA

Ce modèle (DE LA LOSA & CERVELLE 1999a, 1999b ; DE LA LOSA 2000) est dans la lignée du 3D FDS. Il contient trois niveaux : géographique, topologique et géométrique. Une décomposition en simplexes est retenue pour le niveau géométrique. L'auteur néglige lui aussi l'enregistrement explicite des arêtes des triangles. Le niveau topologique est beaucoup plus complexe. On dénombre six objets constitutifs : le nœud, l'arc, l'arête, la face, la face orientée, le volume. L'avantage de considérer séparément le niveau topologique du niveau géométrique est de gérer la topologie sur des objets plus pertinents que les simplexes. Deux exemples sont donnés par l'auteur : « une parcelle cultivée dans un paysage mouvementé sera décomposée en un ensemble de triangles. Avec les seuls simplexes, si l'on souhaite obtenir les parcelles adjacentes, il serait nécessaire de parcourir l'ensemble des triangles pour récupérer ceux qui sont adjacents, puis les objets géographiques composés par ces triangles adjacents. Grâce au niveau topologique

*intermédiaire, la parcelle est composée d'une (voire quelques) face, et l'obtention des faces adjacentes devient alors beaucoup plus rapide. Dans le cas d'un cylindre approché par un ensemble de triangles, c'est encore plus flagrant. Intuitivement, on pense simplement que le cylindre est composé de trois faces (deux pour les bases, et une pour la partie non plane). C'est suivant ce point de vue que pourra être géré le niveau topologique (voir Figure 2.19). En revanche, au niveau géométrique, on aura une multitude de triangles avec des côtés sans aucune signification (que ce soit pour les bases planes, ou pour la partie « arrondie ») » (DE LA LOSA 2000, p. 51).*



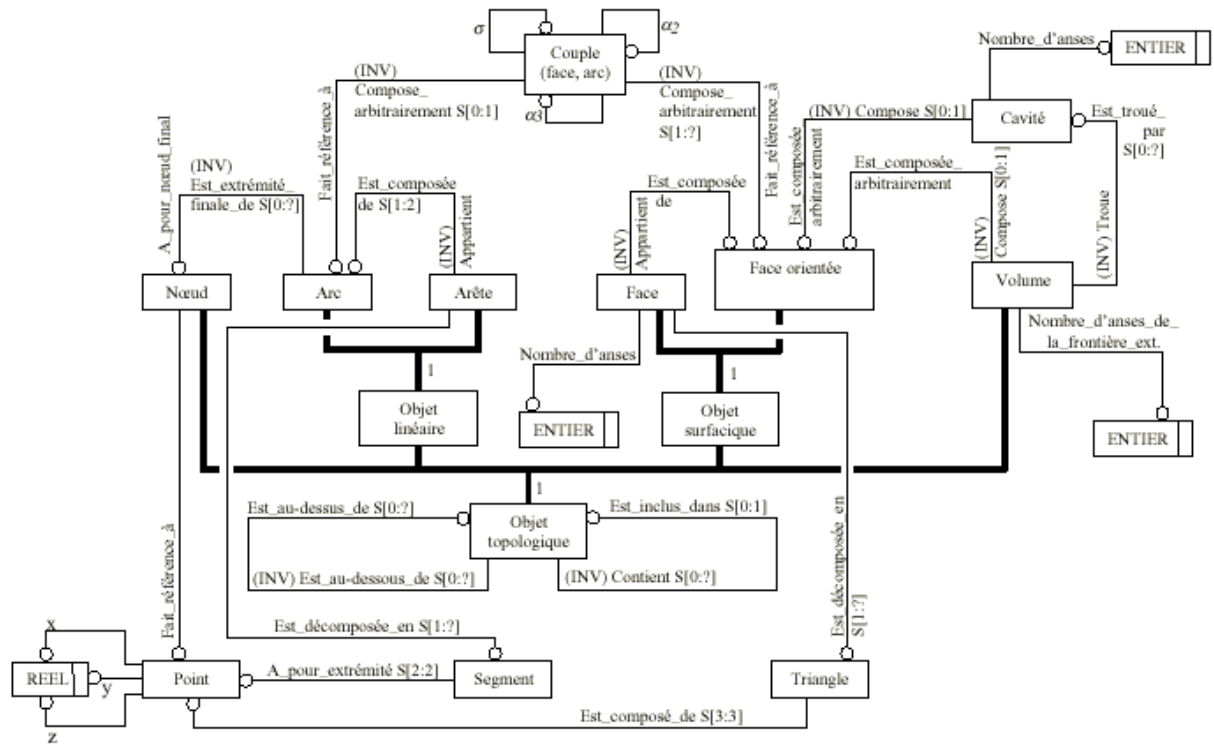
**Figure 2.19. Décomposition en trois niveaux d'un objet cylindrique**

(D'après DE LA LOSA, 2000, p. 51)

Les six objets constitutifs du niveau topologique se généralisent en un objet topologique. Les relations existantes entre les objets constitutifs rendent compte d'une gestion très pointue de la topologie. L'auteur s'est basé sur une extension du modèle de carte topologique 2D étendu en 3D pour identifier les relations à décrire explicitement dans la structure. De plus, il prend en compte d'aspects supplémentaires (par exemple le cas des anses). Seule une relation de nature topologique n'est pas gérée à partir des objets constitutifs, il s'agit de la relation d'inclusion portant sur l'objet topologique.

Une validation du modèle topologique est effectuée sur base du modèle des 9 intersections. Plusieurs remarques doivent être formulées.

- D'un point de vue géométrique le modèle reste limité à des triangles ; ceci implique que, malgré une gestion topologique des faces, une face est toujours une combinaison de triangles. Ceci pose le problème de la texturation des objets, mais aussi du volume de données à stocker.
- Certaines singularités sont prises en compte. Un objet de dimension inférieure à un autre objet pouvant être inclus dedans sans pour autant faire partie de sa définition de frontière (relation d'inclusion de l'objet topologique). Cette relation est d'ailleurs élégamment exprimée et tend à diminuer au maximum la redondance d'information. Par contre, pour des objets de même dimension, aucun recouvrement n'est possible.
- Ce modèle a le mérite d'être un des plus complets d'un point de vue topologique, en tenant compte notamment de cas de figures réels mais peu abordés par les autres développeurs (anses par exemple). Évidemment il souffre également de cette complexité. La maintenance d'une telle structure n'est certainement pas des plus aisées. Se pose ici le problème, dont est conscient l'auteur, du degré de modélisation de la topologie au regard de solutions géométriques.



**Figure 2.20. Modèle conceptuel complet du modèle topologique de la Losa**

(Source : DE LA LOSA, 2000, p.78)

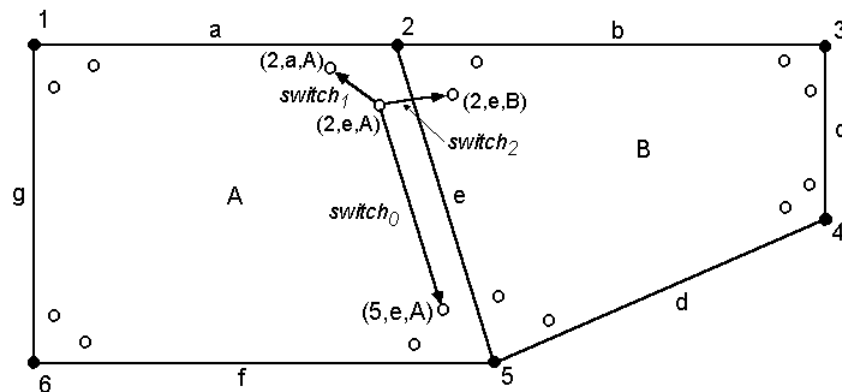
#### 2.2.3.9. Modèles Cellule-tuple

Plusieurs évolutions du modèle cellule-tuple sont présentées dans cette partie. Le modèle de décomposition en cellules ou modèle cellule-tuple (*tuple model*) a été introduit par BRISSON (1990) et étendu par PIGOT (1992) puis par MESGARI (2000). Ce modèle a été au départ introduit pour représenter un complexe cellulaire régulier de dimension  $n$  qui subdiviserait une variété<sup>20</sup> topologique de dimension  $n$  ( $n$ -manifold) ou une variété topologique de dimension  $n$  avec frontière (ou avec bords). Dans cette structure, un objet spatial est construit en joignant une ou plusieurs  $k$ -cellules le long de leur frontière. L'objet peut donc être considéré comme un complexe cellulaire régulier. Tous les complexes cellulaires réguliers qui représentent un objet spatial sont intégrés dans un complexe cellulaire plus large. Dans ce complexe cellulaire supérieur, les relations de connectivité et d'adjacence entre les objets spatiaux peuvent être calculées à partir des relations de frontière et de co-frontière qui existent entre les cellules constitutives. Dans le travail de BRISSON, le type de cellule employé est connu en mathématiques comme étant les *regular CW complex* (closure-finite Weak-topology complex) qui subdivisent une variété topologique de dimension  $n$ . Les cellules dans ce cas sont topologiquement équivalentes à un disque de dimension  $n$ .

Le principe du modèle est d'exprimer explicitement les relations de frontière et de co-frontière entre les cellules d'un complexe cellulaire dans un élément simple, indépendant de la dimension, appelé cellule-tuple. Dans les conditions définies par BRISSON, étant donné une  $n$ -variété et une subdivision en cellules régulières de celle-ci, un cellule-tuple  $t$  est un  $(n+1)$ -tuple  $(t_0, t_1, t_2, \dots, t_n)$ , où chaque  $t_k$  identifie une  $k$ -cellule (Figure 2.21, Tableau 2.3). De plus, l'apparition d'une  $k$ -

<sup>20</sup> La notion de variété topologique est abordée en détail par la suite. Pour la bonne compréhension de ce passage, indiquons seulement qu'une variété topologique de dimension  $d$  est grosso modo un sous-espace topologique qui localement se comporte comme un espace topologique de dimension  $d$ .

cellule  $t_k$  et d'une  $(k+1)$ -cellule  $t_{k+1}$  dans un cellule-tuple indique que le premier est partie de la frontière du deuxième (et donc que le deuxième est partie de la co-frontière du premier). En termes simples, dans une  $n$ -variété, chaque cellule-tuple a  $n+1$  composants (qui représentent chacun une cellule) qui sont ordonnés suivant leur dimension. Une caractéristique importante du cellule-tuple, c'est que pour un composant donné, il n'y a qu'un cellule-tuple qui diffère du premier par rapport au composant spécifié tout en gardant identiques les autres composants. Sur base de cette propriété, on définit l'opérateur de changement (*switch operator*).



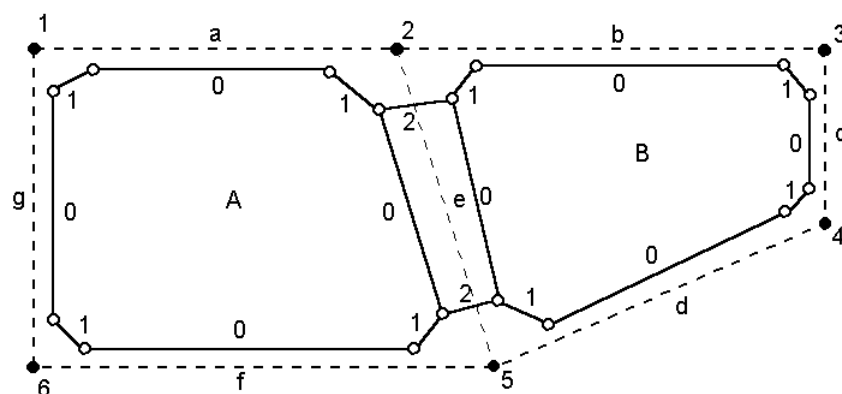
**Figure 2.21.** Exemple d'une décomposition d'un complexe cellulaire 2D en cellule-tuples, et effet de l'opérateur de changement (*switch*) sur certaines d'entre elles

(D'après MESGARI, 2000, p.25)

**Tableau 2.3.** Un exemple de cellule-tuples (traduction de la configuration de la figure 2.18)

	Cellule-tuple															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0-cellule	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6
1-cellule	g	a	a	e	e	b	b	c	c	d	d	e	e	f	f	g
2-cellule	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A

Cette structure cellule-tuple peut être vue comme un graphe non dirigé qui inclut un nœud pour chaque cellule-tuple et une arête entre les nœuds pour chaque changement (*switch*) (Figure 2.22). Cette structure contient les relations de frontière et co-frontière, et le graphe permet de retrouver l'ordonnancement circulaire et bi-côté (*two-sided*) des co-frontières autour des cellules.



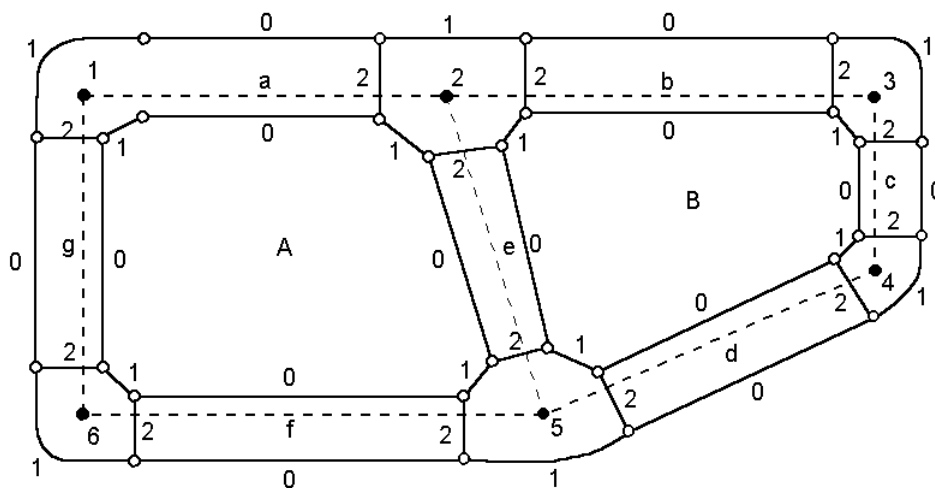
**Figure 2.22.** Graphe non directionnel : chaque nœud est un cellule-tuple et les  $k$  arêtes représentent les opérateurs de changement  $switch_k$

(D'après MESGARI, 2000, p.26)

L'ordonnancement circulaire traduit le fait que les co-frontières d'une cellule sont ordonnées par rapport à cette cellule. Par exemple, il existe un ordonnancement de 1-cellules et de 2-cellules autour dans un voisinage bidimensionnel d'une 0-cellule dans un 2-complexe-cellulaire. Dans notre exemple (Figure 2.21 et Tableau 2.3), la 0-cellule 5 est entourée des 1-cellules  $d$ ,  $e$  et  $f$  et des 2-cellules  $A$  et  $B$ .

L'ordonnancement bi-coté existe quand il y a exactement deux  $(j+1)$ -cellules comme co-frontière d'une  $j$ -cellule. Par exemple, dans une 2-complexe cellulaire, il y a exactement deux 2-cellules co-frontières autour de chaque 1-cellule. Dans notre exemple, si on prend la 1-cellule  $e$ , on a deux 2-cellules co-frontières  $A$  et  $B$ . Mais pour les autres, ça ne marche pas.

Pour régler notamment ce problème, BRISSON a étendu sa structure pour couvrir aussi la subdivision des  $n$ -variétés avec frontières (ou bords) en traitant l'espace extérieur comme une cellule avec la dimension appropriée (Figure 2.23). Ce concept n'est pas en accord avec les définitions de base des cellules et complexes cellulaires, mais est pratique et couramment employé dans d'autres structures de données. Ainsi, le cellule-tuple permet de retrouver l'ensemble des relations topologiques (dans ce cas, adjacence et connectivité).



**Figure 2.23. Le même exemple mais en considérant l'espace extérieur comme une cellule**

(D'après MESGARI, 2000, p.28)

Sur base de cette structure, PIGOT a développé une structure de données topologiques 3D. Les principales améliorations consistent dans l'extension du modèle pour des « singularités » (intégration d'objets spatiaux de différentes dimensions), et dans le développement d'opérateurs topologiques pour une construction consistante des complexes cellulaires. Il utilise un autre type de cellules, les  $n$ -cellules régulières généralisées, qu'il définit comme étant homéomorphiques à une  $n$ -variété euclidienne ayant comme frontière des  $(n-1)$ -variétés (pour  $0 \leq n \leq 3$ ). Suivant la démarche classique, il définit un complexe cellulaire régulier généralisé comme étant une association de cellules qui ne peuvent se rencontrer que le long de leur frontière.

Contrairement à BRISSON, il définit des complexes cellulaires réguliers généralisés qui ne forment pas nécessairement une partition complète d'une variété (ou d'une variété avec bords). Pour quand même pouvoir utiliser les notions, très importantes, d'ordonnancement circulaire, on considère que les objets spatiaux sont plongés dans une 3- variété euclidienne, qui est représentée comme une cellule monde. Cette idée est identique à celle suivie par BRISSON pour régler le problème des variétés avec frontières. Ainsi, PIGOT étend la notion de cellule-tuple comme partition complète d'une variété à des cas spéciaux où les objets spatiaux ne participent pas à une telle partition. Concrètement, cela se traduit par la possibilité d'introduire dans le cellule-tuple une absence de  $k$ -cellules, représentée par le symbole  $\emptyset$ . Par exemple, le cellule-



tuplet relatif à un objet spatial de dimension 1 sera du type  $(N, A, \emptyset, R^3)$ , où  $N$  est une 0-cellule,  $A$  une 1-cellule et  $R^3$  l'espace 3D euclidien englobant.

Le modèle proposé par MESGARI s'inscrit dans la lignée des travaux de BRISSON et PIGOT. Il propose une redéfinition des CW complexes ainsi qu'une modification de la structure du cellule-tuplet afin de tenir compte des singularités supplémentaires.

Grâce à ces nouvelles définitions, il est possible de considérer des singularités, c'est-à-dire d'accepter que des cellules de dimension inférieure se situent dans des cellules de dimension supérieure sans pour autant qu'elles fassent partie de leur frontière.

Formellement, MESGARI introduit le complexe cellulaire généralisé singulier comme l'ensemble de cellules généralisées régulières  $X$  dont une des propriétés principales est que non seulement les frontières, mais aussi l'intérieur d'une cellule peuvent être intersectés par une autre cellule, sous la seule condition que l'intersection se fasse suivant une ou des cellules de  $X$ .

La figure suivante illustre les concepts introduits par PIGOT et MESGARI.

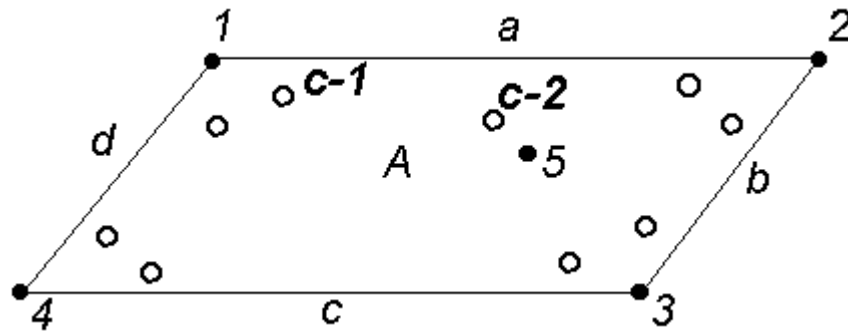


Figure 2.24. Une 2-cellule plongée dans un espace 3D avec un point singulier (5)

Si on considère que l'espace englobant est une cellule de dimension 3 nommée  $U$  (pour univers), on peut selon l'approche de PIGOT modéliser une 2-cellule. Si on regarde un de ses cellule-tupes (c-1), on a  $(1, a, A, U)$ . Suivant l'approche de MESGARI, on peut considérer un point singulier dans cette 2-cellule, qui sera représenté par un cellule-tuplet c-2  $(5, nulle, A, U)$ , *nulle* traduisant le fait que ce cellule-tuplet ne se rapporte à aucune 1-cellule.

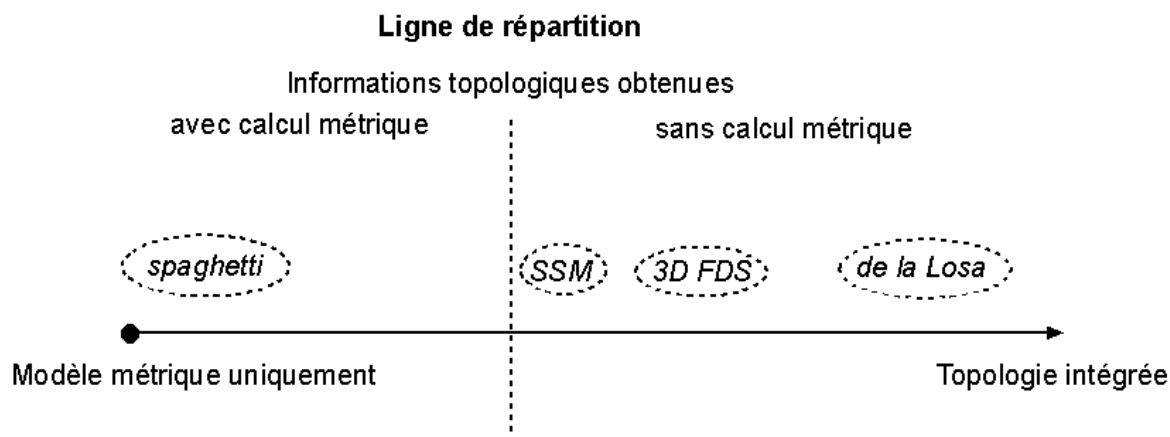
#### 2.2.4. Conclusion sur les modèles d'objets

Le problème de la modélisation tridimensionnelle a été posé d'abord de façon très générale pour ensuite arriver à la sélection des modèles de représentation par frontières. Nous avons vu également que la volonté de travailler avec des modèles topologiques reste quasi intact chez les différents auteurs.

L'utilisation de modèles topologiques a pour but de faciliter, d'accélérer la recherche de l'information topologique et d'assurer la cohérence des données. Dans la plupart des cas<sup>21</sup>, on a une combinaison d'un modèle topologique et d'un modèle géométrique. Les explications fournies par l'OGC sont claires sur le sujet : « *the most productive use of topology is to accelerate computational geometry. For this purpose, it is necessary to define topology packages that parallel the geometry package [...] Geometric calculations such as containment (point-in-polygon), adjacency, boundary, and network tracking are computationally intensive. For this reason, combinatorial structures known as topological complexes are often constructed for the*

<sup>21</sup> Un exemple de modèle uniquement topologique est un graphe, ne prenant que les connectivités (utile dans un système dans lequel la notion de distance n'a pas beaucoup d'importance, par exemple un système électrique).

*purpose of optimizing computational geometry algorithms. Thus data processing structures convert computational geometry algorithms into combinatorial algorithms.* » (OGC 1999, p. 35). Il est possible de se servir du «degré d'intégration des concepts topologiques» pour classer les modèles (Figure 2.25). Suivant cette répartition, nous définissons une limite qui symbolise le passage à des modèles permettant de retrouver certaines informations topologiques sans utilisation (obligatoire) de calculs métriques. Cette présentation du problème de l'intégration de la topologie nous sera utile par la suite.



**Figure 2.25. Classification de certains modèles de données spatiales (2D et 3D) suivant le degré d'intégration de la topologie**

Ces modèles topologiques sont quasi indissociables de l'approche *single-valued maps* (MOLENAAR, 1998). Dans une approche *single-valued maps* il ne peut exister qu'une seule entité par emplacement. Autrement dit, deux entités distinctes ne peuvent coexister au même endroit. Les entités de base sont habituellement les nœuds et les arcs dans les cas 2D. Que les auteurs utilisent des complexes simpliciaux ou des complexes cellulaires, tous adoptent à la base cette approche. La combinaison de celle-ci avec la modélisation topologique permet d'une part de reconstruire des entités plus complexes sur base des informations enregistrées (par exemple, une face peut être reconstruite sur base de la suite des arcs qui ont pour face droite la face en question), et d'autre part de retrouver des entités voisines. Notons, qu'au fil des développements, certaines dérogations sont prises par rapport à cette approche. Que ce soit dans le 3D FDS, le SSM ou le cellule-tuple de MESGARI, des singularités apparaissent traduisant le fait que le découpage systématique de l'espace en éléments disjoints puisse ne pas être appliqué pour des primitives de dimensions différentes (un nœud ou un arc isolé peut se trouver à l'intérieur d'une face, ce qui n'est pas en accord avec la théorie de base du *single-valued*).

L'établissement des modèles topologiques et leur normalisation se sont faits dans un contexte 2D. Avec le passage aux dimensions supérieures (3 et 4), le contexte change. Trois raisons nous poussent à remettre en cause cette vision de la modélisation tridimensionnelle de l'information spatiale.

1. Le passage à une modélisation tridimensionnelle entraîne indéniablement une augmentation du volume de données et de la complexité des concepts de graphes et topologiques associés aux modèles. La gestion efficace de ces modèles peut devenir problématique.
2. La modélisation tridimensionnelle de l'information géographique, notamment dans le milieu urbain, doit répondre à d'autres besoins que ceux habituels des SIG 2D issus de la cartographie. Outre les problèmes de cohérence et d'analyse spatiale, les modèles doivent supporter efficacement d'autres tâches plus liées à la nature géométrique des objets géographiques, notamment la visualisation.

3. Les modèles existants supportent pour la plupart le modèle de relations que nous proposons (cf. chapitre 3). Cependant, ils n'assurent pas une gestion optimale de ces nouvelles relations. Ainsi, dans le chapitre 4, nous développons un nouveau modèle de représentation, qui comprend une partie géométrique et une partie additionnelle (comme un « package » topologique) traduisant des notions de convexité. Cette vision s'inscrit donc dans la perspective de l'intégration de notre modèle de relations, de la gestion efficace des autres traitements induits par le 3D, et comme nous le verrons, correspond à l'aboutissement de la logique d'intégration des singularités dans les modèles topologiques.

## **2.3. Modélisation des relations spatiales**

La première partie de cette section est une présentation générale concernant les relations spatiales. Trois grandes catégories sont présentées. Deux d'entre elles vont être très succinctement abordées car elles ne représentent pas à nos yeux un enjeu particulier. La deuxième partie concerne le formalisme CONGOO. Ce formalisme est une base de notre réflexion et nous nous attardons sur le contexte dans lequel il a été développé et aussi plus spécifiquement sur la manière dont sont gérées les relations topologiques. Dans la troisième partie, trois grands modèles de relations topologiques sont présentés. Ceux-ci font l'objet de nombreuses publications et de synthèses et sont reconnus à un niveau international. Chaque modèle va être brièvement présenté, et ensuite certains points particuliers seront exposés. Évidemment, notre travail ne consiste pas à détailler des modèles existants. Mais le but de cette partie est de bien poser les concepts, leur cadre d'application, leur limites. Ainsi, nous espérons offrir au lecteur une vue suffisante pour aborder le reste du travail. Finalement, la quatrième partie reprend quelques évolutions récentes des recherches et pose les bases de notre réflexion.

### **2.3.1. Définition du problème**

#### *2.3.1.1. Contexte*

La modélisation des relations spatiales est un des aspects les plus importants de la recherche en science de l'information géographique (EGENHOFFER *et al.* 1994 ; EGENHOFFER 1989 ; EGENHOFFER AND SHARIF 1998 ; CLEMENTINI *et al.* 1993 ; KAINZ *et al.* 1993 ; MOLENAAR 1998). Dans notre travail, la définition et la description de ces relations occupent une place centrale. Notre but est d'apporter des définitions axiomatiques des relations spatiales, et de ce fait d'en permettre une modélisation la plus efficace possible.

L'intérêt pour ces relations a suivi l'évolution de l'information géographique (informatisation des SIG, passage au mode objet), et va certainement s'accroître par le passage à des référentiels 3D et 4D ainsi que par une utilisation plus importante de l'intelligence artificielle. Dès lors, la communauté scientifique SIG tente de définir de la façon la plus synthétique possible les concepts fondamentaux de la spatialité.

L'importance des relations spatiales a été identifiée dans divers domaines. Les plus couramment cités (UBEDA 1997, p. 69) sont : - la vision (ex : extraction de relations spatiales dans des images non interprétées) ; - l'imagerie algorithmique (ex : reconstruction d'images) ; - les cartes cognitives (ex : distorsions dans les relations spatiales) ; - la représentation des connaissances

(ex : formalismes pour la représentation de relations spatiales) ; - le raisonnement spatial (ex : inférence de relations spatiales) ; - l'analyse spatiale (ex : sélection sur base de prédicats spatiaux) ; - les structures de données spatiales (ex : indexation spatiale, contrôle de cohérence).

### 2.3.1.2. *Classifications*

Il est très vite apparu qu'une classification de ces relations était nécessaire car toutes n'ont pas le même intérêt dans les divers domaines concernés. Une première approche consiste à considérer cinq types de relations (PULLAR & EGENHOFER 1988) : - les relations de directions qui décrivent un ordre spatial ; - les relations topologiques qui décrivent des voisinages et des incidences ; - les relations de comparaisons ou ordinales qui décrivent l'inclusion ou la préférence ; - les relations de distance ; - les relations floues. Une classification plus fine donne trois familles (EGENHOFER 1989) :

1. les relations métriques ;
2. les relations d'ordre ;
3. les relations topologiques.

Nous allons tout d'abord décrire les relations métriques et ordinales. Celles-ci font l'objet d'un assez large consensus et nous ne nous étendrons pas longuement sur le problème. Nous allons ensuite aborder les relations topologiques.

### 2.3.1.3. *Relations métriques et ordinales*

#### *Relations métriques*

La modélisation des relations métriques est relativement simple dans un espace euclidien. Elle se base sur la notion de distance, qui, dans un espace euclidien<sup>22</sup>, peut toujours être déterminée. La distance entre deux points étant donnée par la formule bien connue :

$$d_{ab} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}$$

Si le problème est simple pour deux objets ponctuels, il se complique pour les autres objets géométriques. La question est de savoir à partir de quelle partie de l'objet la distance doit être mesurée. Les possibilités sont multiples. On peut calculer la distance entre des centres de masse, à partir de la limite extérieure (frontière topologique) de l'objet, distance de Hausdorff entre les boîtes enveloppantes, etc. Cependant, connaissant la géométrie des objets (par exemple en ayant les coordonnées x, y et z des points constitutifs), il est possible de tout déterminer. Les mathématiques classiques donnent tous les outils pour régler ces problèmes.

#### *Relations ordinales*

Des modélisations propres aux relations ordinales existent. Par exemple FRANK (1992, cité par UBEDA 1997) propose un modèle pour la représentation des directions cardinales. Il est basé sur une algèbre définie par :

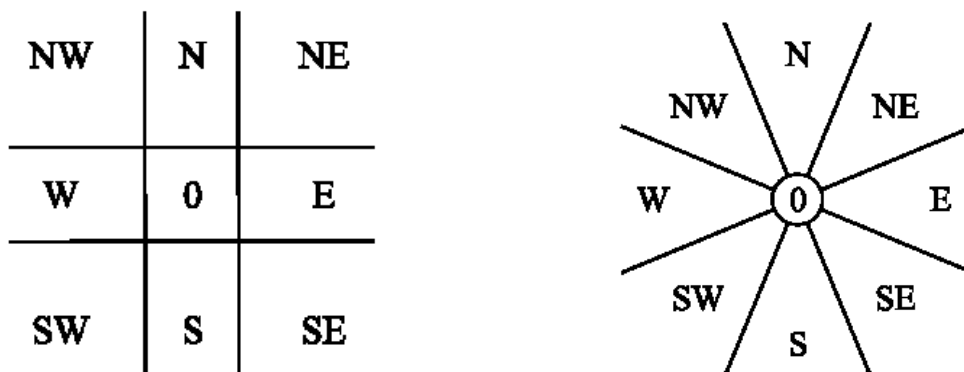
---

<sup>22</sup> Ce qui n'est pas le cas par exemple dans un espace topologique

- un ensemble de symboles définissant les valeurs que peuvent prendre les relations de direction entre deux objets (N, NE, E,..., et 0 qui définit l'identité) ;
- un ensemble d'opérations applicables aux relations (l'inverse et la composition) ;
- un ensemble d'axiomes définissant les résultats des opérations.

Deux découpages de l'espace sont proposés (Figure 2.26) :

- une division en secteurs angulaires ;
- une division suivant des projections, qui selon l'auteur donne de meilleurs résultats.



**Figure 2.26. Division de l'espace suivant une projection (quadrillage) et suivant des secteurs angulaires**

D'une manière générale, on remarque que les relations métriques et ordinales ne font pas l'objet d'une modélisation particulière qui s'écarterait des notions mathématiques bien établies sur le sujet. Parfois, certains auteurs enregistrent dans leur modèle de données une information particulière relative à ces relations. Par exemple, DE LA LOSA (2000) enregistre explicitement une relation « au-dessus de » et son inverse « en dessous de » qui sont des cas de relations ordinales (suivant la verticale).

### 2.3.2. Formalisme CONGOO

#### 2.3.2.1. Premiers développements

Dans cette section, nous évoquons ce que nous considérons comme des prémices à une description formelle des relations spatiales. Il est souvent très délicat de regrouper des résultats de recherches, des modèles et des approches qui n'ont pas toujours les mêmes finalités. Le but de la section est plus de rendre compte de l'évolution des mentalités avant la formalisation dans les années 90 des trois modèles présentés dans la suite, que de retracer un historique précis des recherches dans le domaine.

En caricaturant, on peut dire qu'avant les années 90 on est face à deux tendances. La première englobe des recherches fondamentales liées à la description des relations spatiales essentiellement à travers les mathématiques et la psychologie. Ces recherches sont paradoxalement peu utilisées par la communauté des cartographes et géographes de l'époque. C'est de celles-ci qu'ont émergé les formalisations abouties de EGENHOFER, CLEMENTINI et COHN. La deuxième tendance a vu le jour avec le début de l'informatisation des systèmes géographiques. Les avancées technologiques ont dû être accompagnées d'une gestion des relations spatiales. Ces dernières ont d'abord été traitées de façon empirique pour répondre

rapidement à l'émergence de la technologie. Au tournant des années 90, on assiste au développement de plusieurs modèles basés sur des concepts stricts et clairs permettant de formaliser très justement les relations spatiales. Parallèlement, la communauté scientifique mais aussi technique (concepteurs, constructeurs, utilisateurs) commence à adopter ces modèles et quitte progressivement les approches empiriques.

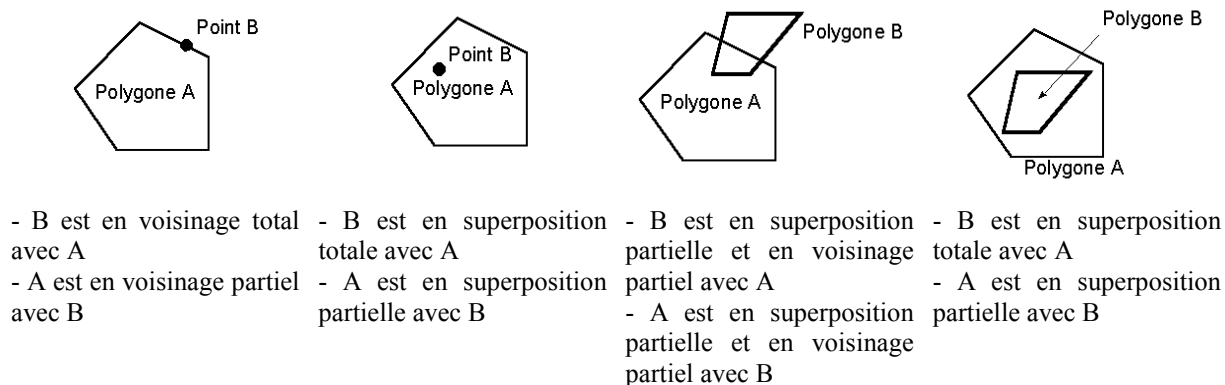
Une remarque importante doit être faite à ce stade. L'étude qui suit ne concerne pas les formalismes géographiques conceptuels en tant que tels, mais bien la façon dont les relations spatiales sont gérées dans ceux-ci. Les autres caractéristiques des formalismes (représentations des objets, approche relationnelle ou objet, pictogrammes, existence d'atelier logiciel, etc.) ne sont pas abordées ici.

Le développement des premiers formalismes géographiques structurés s'est fait suivant le formalisme « entité / association », citons à titre d'exemple Modul-R (CARON & BÉDARD 1992). Ce formalisme « entité / association », grand standard dans le domaine de conception de système, n'offre pas à la base un statut particulier aux entités géographiques et aux relations géographiques. Certains auteurs ont utilisé tel quel ce formalisme en utilisant des expressions du langage courant pour rendre compte des relations spatiales (ROUET 1993). Ceci n'est satisfaisant que dans une première approche descriptive d'un problème. Le choix des expressions est arbitraire, non universel (pas de table de traduction), peut être ambigu et lié au contexte. Sa traduction vers le niveau logique n'est pas définie. Cette approche descriptive a été suivie dans une tentative de modélisation (re-engineering) de la base de donnée UrbIS 2 © (BILLEN *et al.* 1998a).

#### *2.3.2.2. Relations topologiques dans CONGOO*

Ce formalisme, développé par PANTAZIS (1994a, 1994b), occupe une place particulière pour deux raisons. Premièrement, les travaux de PANTAZIS ont été développés au sein du département de géomatique de l'Université de Liège. Ce scientifique a également enseigné quelques années dans ce même département. L'enseignement reçu, le travail effectué en commun sur des projets importants (BILLEN *et al.* 1998b) ont créé une filiation, tout au moins dans le mode de pensée spatiale. Deuxièmement, même si l'approche du formalisme CONGOO concernant les relations spatiales, et plus précisément les relations topologiques, n'a pas été reprise telle quelle, certains concepts ont été gardés et étendus. Ce formalisme a été, et reste un des seuls, à ne pas caractériser les relations topologiques par des expressions du langage courant, mais bien par une grammaire, associant deux relations (la superposition et le voisinage) avec trois niveaux d'application (total, partiel et nul).

Le formalisme CONGOO définit trois types d'objets : les simples, les composés et les complexes. Ils peuvent avoir trois types d'implantation : ponctuel, linéaire et polygonal. Les objets simples sont des objets compacts (interprétation libre) pouvant donc être un point, une ligne ou un polygone. Les objets composés sont des compositions (décompositions) d'objets simples de même type d'implantation, et les objets complexes sont des compositions (décompositions) d'objets simples ou composés n'ayant pas tous le même type d'implantation. Deux relations topologiques sont définies, la superposition et le voisinage. Elles peuvent avoir trois niveaux d'application, total, partiel ou nul. La relation de superposition s'applique à tous les objets. La relation de voisinage ne s'applique que si au moins un des deux objets en jeu est un polygone. Cette relation concerne le contour du polygone. Quelques exemples sont présentés ci dessous (Figure 2.27).



**Figure 2.27. Exemples de relations topologiques dans CONGOO**

C'est sur cette base qu'est partie notre réflexion sur les relations « topologiques » 3D. Une confrontation de ce modèle avec le modèle des 9i a été faite au début de notre travail. Il permet le même niveau de discernement que le modèle des 9i. Néanmoins, il n'existe pas de correspondance univoque entre les relations topologiques de CONGOO et les trois opérateurs topologiques de EGENHOFER. Une particularité intéressante de CONGOO est que deux relations sont suffisantes pour exprimer l'ensemble des relations, alors que dans le modèle des 9i, trois opérateurs caractérisent chaque objet. Ceci est dû aux niveaux d'application. En réalité, dans le formalisme CONGOO, on ne modélise pas « l'extérieur » au contraire du modèle des 9i. Mais les divers niveaux d'application permettent de rendre compte de cet extérieur<sup>23</sup>. Notons aussi que CONGOO permet d'étendre les relations topologiques partielles (ex. voisinage par  $n$  points ou  $m$  côtés), y compris vers une description (géo)métrique : voisinage / superposition partiels exprimés en termes de longueurs / superficies absolues ou relatives d'un ou des deux objets mis en relation.

Ce formalisme possède de nombreux avantages, comparé aux autres formalismes. Nous pensons que la façon dont sont gérées les relations topologiques dans le modèle conceptuel est séduisante. Ces relations sont gérées soit au niveau de la classe d'objet, soit entre objets, soit au niveau de la couche. Ceci permet une gestion des relations topologiques à différents niveaux de généralité. De plus, en tant que formalisme orienté objet, il permet la représentation des relations de structures (composé / composant et généralisation / spécialisation) ainsi que des relations logiques. Une critique a été formulée explicitement (PARENT *et al.* 1997), selon laquelle le formalisme définit trop de types d'objets et est très (trop) complexe. Nous émettons une certaine réserve par rapport à cette critique. Il est indéniable que ce formalisme n'est pas abordable directement par des non-initiés. Mais il a le mérite de définir clairement les situations spatiales. Ce formalisme souffre surtout de la non-existence d'un atelier de génie logiciel (AGL). Bien que des travaux très intéressants, théoriques et pratiques, aient été réalisés, il n'est pas largement diffusé.

Malgré notre bonne connaissance du formalisme et ses qualités indéniables, seuls quelques concepts ont été repris dans le modèle que nous avons développé. Ceci est dû essentiellement à une volonté de notre part de mettre au point un modèle reposant sur des concepts mathématiques stricts et non ambigus. Les objets et les relations de CONGOO ne sont pas définis dans un cadre mathématique particulier. Rien n'est dit sur la nature des objets et les types d'implantation ne sont pas strictement définis. Il en est de même pour les relations. Il eut été possible d'ajouter un cadre de définitions strictes à ces concepts empiriques. Mais nous n'avons pas voulu garder le concept de superposition et de voisinage. Par contre, nous avons gardé l'idée des objets simples et complexes et surtout le concept de niveau d'application qui se retrouve totalement dans notre modèle tout en leur associant une définition stricte. Il reste à signaler que ce formalisme n'est pas

<sup>23</sup> Ce concept est repris par la suite dans notre modèle.

lié à un modèle de représentation des objets spatiaux. D'un côté, ceci peut être vu comme un gage d'universalité, de l'autre cela explique le non-développement d'AGL. En effet, les relations définies ne peuvent pas être traduites directement<sup>24</sup> dans un modèle de représentation car elles ne sont pas liées explicitement à des éléments constitutifs des objets modélisés (comme c'est le cas dans le modèle des 9-i et dans notre modèle).

### 2.3.3. Trois grands modèles de relations topologiques

#### 2.3.3.1. Modèle des 9 intersections.

Le modèle des 9 intersections a été développé par EGENHOFER (EGENHOFER & HERRING 1990) et adopté par le consortium OpenGIS. Ce modèle est l'extension du modèle des 4 intersections (EGENHOFER, 1989) et a pour but de formaliser les relations topologiques binaires entre deux objets arbitraires. Il est basé sur la théorie des ensembles de points de la topologie algébrique<sup>25</sup>.

Le modèle est basé sur l'étude de trois composants de chaque objet (la définition des objets dans ce modèle est donnée par la suite) : - l'intérieur, la frontière et l'extérieur. L'intérieur et la frontière ne sont pas équivalents à l'intérieur et à la frontière topologiques au sens strict du terme mais à l'intérieur et la frontière d'une variété topologique<sup>26</sup> (on parle aussi d'intérieur et de frontière relatives). Des explications plus détaillées concernant ces concepts de topologie mathématique sont exposées dans le chapitre 3.

La détermination des relations sur base de ce modèle se fait en deux étapes. D'abord, les primitives topologiques (intérieur, frontière et extérieur) de chaque objet sont définies. Ensuite, les intersections vides et non vides entre ces primitives topologiques donnent des indications sur la relation spatiale entre les objets. Si deux objets A et B sont définis dans le même espace topologique, leurs primitives topologiques sont  $\partial A, A^\circ, A^-, \partial B, B^\circ$  et. La relation binaire  $R(A, B)$  entre les deux objets est obtenue en regroupant tous les couples potentiels d'intersections entre les six primitives topologiques :

$A^\circ \cap B^\circ, \partial A \cap B^\circ, A^- \cap B^\circ, A^\circ \cap \partial B, \partial A \cap \partial B, A^- \cap \partial B, A^\circ \cap B^-, \partial A \cap B^-$  Et,

et en détectant les intersections vides ( $\emptyset$ ) ou non vides ( $-\emptyset$ ).

Habituellement, ces couples sont présentés sous forme d'une matrice, appelée matrice d'intersections.

$$\begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{pmatrix}$$

**Figure 2.28. Matrice des 9 intersections.**

<sup>24</sup> Cette traduction est théoriquement possible mais, à notre connaissance, elle n'a pas été développée.

<sup>25</sup> « Branche de la géométrie qui concerne la manipulation algébrique de symboles représentant des configurations géométriques et les relations d'une à l'autre » (traduction libre) (EGENHOFER & HERRING 1992, p. 5.).

<sup>26</sup> Le fait de considérer des variétés topologiques se justifie dans les bases de données géographiques, car même si on est dans un monde en trois dimensions, on admet que des objets n'aient pas de volume. En effet, certains objets physiques peuvent avoir des extensions plus importantes dans certaines dimensions, ce qui justifie une certaine symbolisation (ex : canalisation) ; De plus, plusieurs objets fictifs (ou abstraits) sont bidimensionnels (ex : limites administratives).



En associant aux intersections vides la valeur 0 et aux non-vides la valeur 1, les relations peuvent être converties en un nombre décimal ou code décimal. Par exemple, si une relation a pour nombre binaire 000011111, cela équivaut au nombre décimal 31 et la relation peut être appelée R031.

Revenons maintenant sur la définition des objets ou plus exactement sur la définition du modèle spatial général dans lequel les relations sont recherchées. Le modèle de représentation des objets spatiaux est un modèle supportant les complexes cellulaires. C'est sur base de cette décomposition des objets en complexes cellulaires, que les primitives topologiques sont déterminées. Nous renvoyons le lecteur aux passages concernant les complexes cellulaires (cf. § 2.2.3.3. et § 2.2.3.9). Il faut bien voir que les primitives topologiques sont définies pour les cellules. Les primitives topologiques dans les complexes cellulaires sont le fruit de l'agrégation suivant des règles particulières des primitives topologiques des cellules constitutives. La règle principale concerne la frontière : La frontière d'un complexe cellulaire est l'ensemble de toutes les frontières des  $x$   $n$ -cellules constitutives et qui ne font partie que d'une de ces  $x$   $n$ -cellules. Sur base de ce modèle spatial, EGENHOFER définit trois *geographic features* ou objets (éléments) géographiques : la région, la ligne et le point.

La région est un 2-complexe cellulaire dans  $\mathbf{R}^2$  avec un intérieur non vide et connecté. Une région sans trou est une région avec un extérieur connecté et une frontière connectée. Une région avec trous est une région avec un extérieur non connecté et une (plusieurs) frontière(s) non connectée(s).

Une ligne est une séquence de 1-complexes connectés (dans  $\mathbf{R}^2$ ) tels qu'ils ne se croisent jamais ou ne forment pas de boucle. Une ligne simple est une ligne avec deux frontières non connectées. Une ligne complexe est une ligne avec plus de deux frontières non connectées. Un point est une 0-cellule unique dans  $\mathbf{R}^2$ .

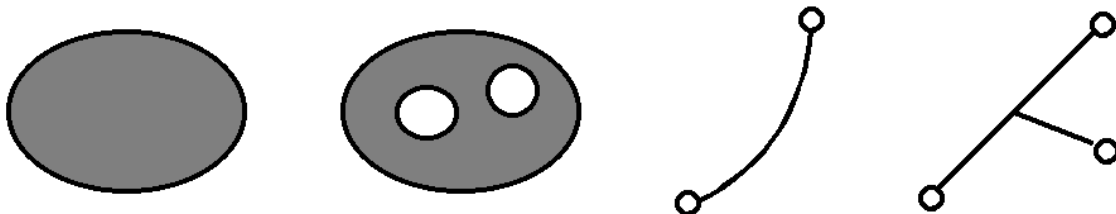


Figure 2.29. Exemples de région, région trouée et ligne

Sur base de la matrice d'intersections, on obtient 256 relations possibles entre objets. En réalité, seules certaines sont possibles. La détection des relations possibles se fait via l'application de conditions négatives, c'est-à-dire de conditions de restriction quant à l'association d'intersections entre couples de primitives.

8 relations sont explicitement nommées : - disjoint (*disjoint*) ; - rencontrer (*meet*) ; - contenir (*contains*) ; - couvrir (*covers*) ; - intérieur (*inside*) ; - couvert par (*coveredBy*) ; - égal (*equal*) ; - chevauchement (*overlap*).

Différents travaux relatent les relations possibles entre objets simples (EGENHOFER 1994a, 1994b ; EGENHOFER & HERRING 1992). Le modèle s'étend assez facilement en 3D<sup>27</sup> (ZLATANOVA 2000a, 2000b ; DE LA LOSA 2000). Les relations possibles entre objets (et leurs conditions négatives) ont été identifiées par ZLATANOVA.

<sup>27</sup> Il est en théorie  $n$ -dimensionnel.

La prise en compte de la topologie permet des regroupements de relations spatiales. Ces regroupements sont en nombre fini, à l'inverse du nombre de relations spatiales qu'ils contiennent. Ils sont donc un élément de généralisation d'autant plus important qu'ils correspondent à des familles de relations invariantes suivant des transformations homéomorphiques.

### 2.3.3.2. Dimension extended method et Calculus based method

Une extension du modèle des 9-i a été présentée par CLEMENTINI, DI FELICE et VAN OOSTEROM (1993) et est également adoptée par le consortium OpenGIS. La méthode dimensionnelle étendue (*dimension extended method - DEM*) consiste en la prise en compte dans le modèle des 9-i de la dimension de l'intersection entre primitives topologiques. De plus, une autre approche est suivie pour décrire toutes les relations topologiques possibles, il s'agit de la *calculus based method (CBM)*. Cette méthode consiste à regrouper les relations topologiques en cinq groupes mutuellement exclusifs. La combinaison de ces groupes grâce à la construction *object calculus* (CLEMENTINI & DI FELICE 1993) permet de décrire toutes les relations du modèle étendu.

L'espace topologique considéré est  $\mathbf{R}^2$ . Tous les objets géométriques sont des ensembles fermés, autrement dit chaque objet contient tous ses points d'accumulation (ou points limites). Tous les objets géométriques sont connectés, c'est-à-dire qu'on exclut les unions d'objets séparés. Plus spécifiquement les régions n'ont pas de trous, les lignes ne peuvent pas s'auto-croiser, elles ne sont pas circulaires (courbe fermée) et n'ont que deux points extrémités. Les objets points ne contiennent qu'un point. Ceci est un peu plus restrictif que dans le modèle des 9-i. Afin de définir la dimension de l'intersection, on considère une fonction « dim », qui retourne la dimension de l'ensemble de points. Dans le cas où l'ensemble de points est en plusieurs parties<sup>28</sup>, on considère la plus haute dimension.

L'idée sous-jacente du modèle CBM est de fournir un groupement de relations topologiques permettant une couverture de toutes les configurations topologiques possibles, et dont le nom est significatif. Le but de cette approche est de faciliter la compréhension et l'organisation des relations topologiques par les opérateurs humains. Cinq relations sont ainsi définies, touche (*touch*), est dans (*in*), croise (*cross*), recouvre (ou chevauche) (*overlap*), est disjoint (*disjoint*), avec  $\lambda$  correspondant à l'objet (*feature*) et  $\lambda^0$  son intérieur (au sens de variété topologique).

$$(\lambda_1, touch, \lambda_2) \Leftrightarrow (\lambda_1^0 \cap \lambda_2^0 = \emptyset) \wedge (\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \emptyset)$$

$$(\lambda_1, in, \lambda_2) \Leftrightarrow (\lambda_1 \cap \lambda_2 = \lambda_1) \wedge (\lambda_1^0 \cap \lambda_2^0 \neq \emptyset)$$

$$(\lambda_1, cross, \lambda_2) \Leftrightarrow dim(\lambda_1^0 \cap \lambda_2^0) = (\max(dim(\lambda_1^0), dim(\lambda_2^0)) - 1) \wedge (\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \lambda_1) \wedge (\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \lambda_2)$$

$$(\lambda_1, overlap, \lambda_2) \Leftrightarrow (dim(\lambda_1^0) = dim(\lambda_2^0) = dim(\lambda_1^0 \cap \lambda_2^0)) \wedge (\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \lambda_1) \wedge (\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \lambda_2)$$

$$(\lambda_1, disjoint, \lambda_2) \Leftrightarrow \lambda_1 \cap \lambda_2 = \emptyset$$

La figure suivante représente l'arbre décisionnel des relations topologiques qui permet, à partir des intersections entre primitives topologiques, de retrouver les cinq relations définies.

<sup>28</sup> À condition de considérer S comme un ensemble de points pouvant avoir différentes parties séparées.

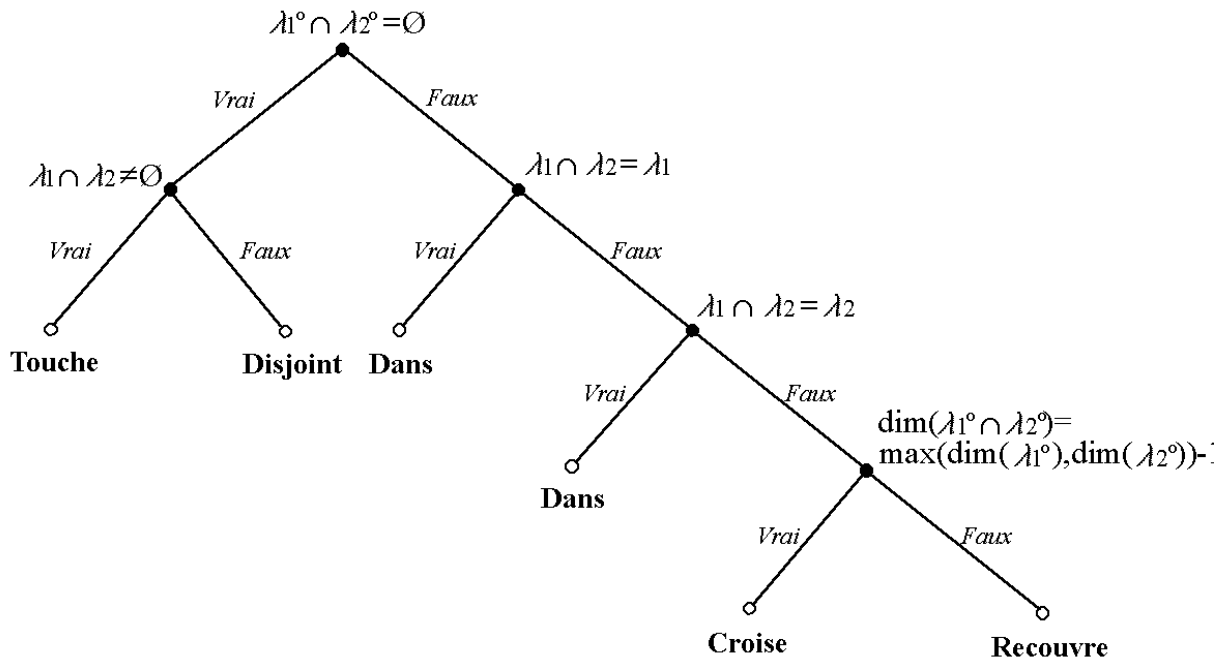


Figure 2.30. L'arbre décisionnel des relations topologiques

La définition d'opérateurs de frontière pouvant se combiner avec les relations précédentes permet de distinguer un plus grand nombre de configurations. Dans le cas des régions, un seul opérateur de frontière est nécessaire. Il s'agit de  $(A,b)$  qui extrait la ligne fermée définissant le contour de A. Dans le cas des lignes, deux opérateurs sont nécessaires :  $(L,f)$  et  $(L,t)$  qui extraient les deux extrémités de la ligne. Les deux opérateurs sont symétriques de façon à éviter d'avoir à distinguer lequel des deux points extrémités est  $f$  et lequel est  $t$ .

En combinant ces cinq relations et les opérateurs de frontière, il est alors possible de coder toutes les situations topologiques entre deux objets. Les auteurs ont appliqué leur approche aux points, lignes et polygones, démontrant ainsi son pouvoir d'expression. Entre deux régions simples connexes, ce modèle permet d'identifier deux relations de plus que le modèle des 9-i (Figure 2.31).

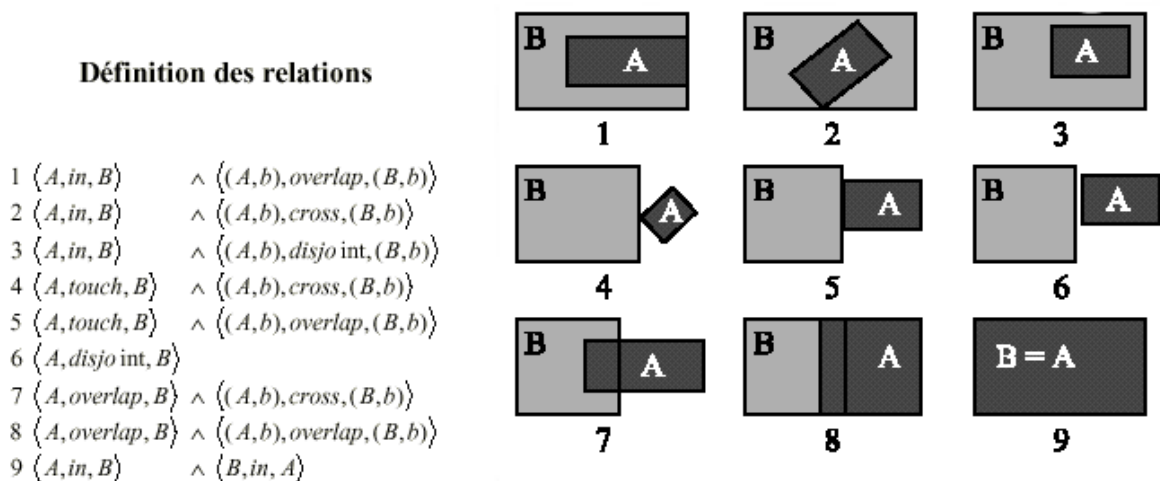


Figure 2.31. Les neuf relations entre deux régions simples connexes suivant le DEM et le CBM.

(D'après UBEDA, 1997, p. 76)

### 2.3.3.3. Region Connection Calculus

Le modèle *Region Connection Calculus* (RCC) de RANDELL, COHN et CUI (CUI *et al.*, 1993 COHN *et al.* 1993) est une approche motivée par des travaux sur la physique naïve, basée sur la théorie de CLARKE (1985) et qui a comme particularité fondamentale de considérer comme primitives des régions plutôt que des points. Ce modèle de relations n'est qu'une partie du travail extrêmement important du groupe de travail COHN, sur le raisonnement et la représentation spatiale qualitative (à titre d'exemple, COHN A. *et al.* 1997 ; COHN & HAZARIKA 2001).

La base de leur formalisme est la relation de connexion  $C(x,y)$  définie par CLARKE, qui se lit,  $x$  est connecté à  $y$ , et qui signifie que  $x$  et  $y$  partagent un point. Dans le RCC,  $x$  et  $y$  sont les fermetures topologiques des deux régions et non pas les régions elles-mêmes. Les régions doivent être de dimension uniforme. Prenant en compte ces évolutions, certaines des relations définies par CLARKE sont redéfinies et l'on obtient les axiomes et règles suivants. Les deux axiomes exprimant la réflexivité et la symétrie de  $C$  restent inchangés :

$$\forall x[C(x, x)]$$

$$\forall x \forall y[C(x, y) \longrightarrow C(y, x)]$$

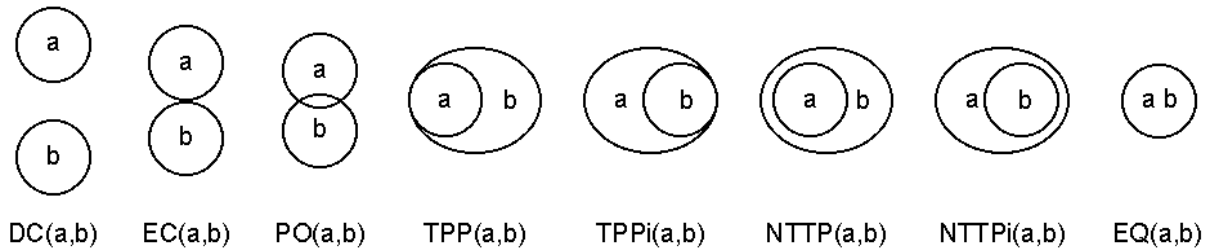
À partir de la relation de connexion, un ensemble d'autres relations est défini (Figure 2.32).

$DC(x, y) \equiv_{def} \neg C(x, y)$	$x$ est déconnecté de $y$ .
$P(x, y) \equiv_{def} \forall z[C(z, x) \Rightarrow C(z, y)]$	$x$ est une partie de $y$ .
$PP(x, y) \equiv_{def} P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$	$x$ est une partie propre de $y$ .
$x = y \equiv_{def} P(x, y) \wedge P(y, x)$	
$O(x, y) \equiv_{def} \exists z[P(z, x) \wedge P(z, y)]$	$x$ recouvre $y$ .
$PO(x, y) \equiv_{def} O(x, y) \wedge \neg P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$	$x$ recouvre partiellement $y$ .
$DR(x, y) \equiv_{def} \neg O(x, y)$	$x$ ne recouvre pas $y$ .
$TPP(x, y) \equiv_{def} PP(x, y) \wedge \exists z[EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$	$x$ est une partie propre et tangente de $y$ .
$EC(x, y) \equiv_{def} C(x, y) \wedge \neg O(x, y)$	$x$ connecte extérieurement $y$ .
$NTPP(x, y) \equiv_{def} PP(x, y) \wedge \neg \exists z[EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$	$x$ est une partie propre non tangente de $y$ .

**Figure 2.32. Les relations du modèle RCC**

(Source : UBEDA, 1997, p.74)

Le modèle RCC permet la définition de 8 relations distinctes entre deux régions (Figure 2.33). Il est à remarquer que ces relations sont identiques aux 8 relations distinctes définies par le modèle des 9-i, avec une correspondance un pour un entre les relations (CUI *et al.*, 1993). Notons que le suffixe « i » est utilisé pour caractériser les relations inverses.



**Figure 2.33. Illustrations des 8 relations JEPD (Jointly Exhaustive and Pairwise Disjoint)**

(Source : COHN *et al.*, 1997, p. 9)

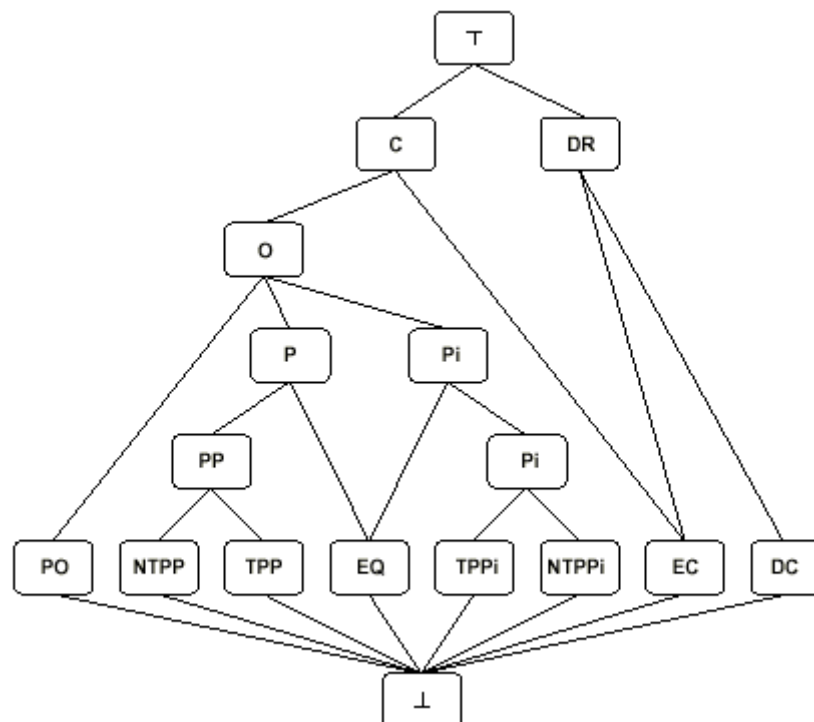
L'ensemble forme un treillis de relations dont certaines apparaissent comme le raffinement de relations plus générales (Figure 2.34). On constate, par exemple, que les relations O et EC forment un raffinement de la relation générale C, et que chacune de ces relations peut elle-même être raffinée (Voir CUI *et al.* 93 pour la présentation complète du treillis de relations).

À ces relations sont ajoutées des fonctions booléennes. Elles sont au nombre de cinq :

- SUM(X,Y) définit la somme de deux régions ;
- COMPL(X) définit le complément de la région x ;
- US est la région spatiale universelle,
- PROD(X,Y) définit le produit (l'intersection) de deux régions ;
- DIFF(X,Y) définit la différence entre deux régions.

Enfin, le formalisme est complété par la définition d'une dernière fonction, conv(x) qui calcule l'enveloppe convexe d'une région et de cinq derniers prédicats :

- CON(x) est vraie si la région est connexe ;
- CONV(x) est vraie si la région est convexe ;
- INSIDE(x,y) définit que x est dans l'enveloppe convexe de y ;
- P-INSIDE(x,y) définit que x est partiellement dans l'enveloppe convexe de y ;
- OUTSIDE(x,y) définit que x est en dehors de l'enveloppe convexe de y.



**Figure 2.34. Treillis de relations dyadiques définies en termes de Connexion**

(Source : COHN *et al.*, 1997, p.10)

## 2.3.4. Conclusion sur les modèles de relations

Les trois derniers modèles de relations que nous venons de présenter répondent parfaitement à nos attentes à plusieurs points de vue. Tout d'abord, ils sont définis sur des bases mathématiques strictes, donc reproductibles sans ambiguïté. Ensuite, l'association d'expressions du langage courant à des définitions mathématiques permet de faciliter la compréhension des utilisateurs et concepteurs. L'établissement des liens entre ces relations offre également des outils d'analyse

spatiale extrêmement important. On peut sans risque dire que les relations topologiques sont, enfin, décrites de manière univoque et que les liens établis avec les modèles de représentations des objets spatiaux permettent leur gestion efficace dans les SIG.

Ce qui par contre ne nous convient pas totalement, c'est la classification des types de relations spatiales. S'il paraît évident que les relations ordinales et métriques occupent une place à part et ne nécessitent pas de nouveaux développements, nous pensons que les relations topologiques peuvent être affinées. Nous proposons un modèle qui est défini dans un sous-espace topologique particulier, un sous-espace affine. Ceci nous permet de mettre en évidence d'autres éléments particuliers des objets spatiaux (basés sur des notions de convexité) et de là, définir d'autres relations. Un des intérêts de ce modèle, c'est qu'il reste défini sur un espace non métrique (comme le modèle topologique). Il véhicule dès lors des informations importantes pour la gestion des objets, même si ses éléments ne sont pas invariants suivant toutes les transformations homéomorphiques. Le modèle est développé dans un espace de dimension  $n$ . Des différences sont donc déjà perceptibles avec les modèles de relations topologiques dès la dimension 1. Mais l'affinement de la description des relations spatiales que nous proposons est surtout perceptible dans le cadre d'une modélisation tridimensionnelle concernant des objets discrets.

Notre démarche n'est pas marginale. Comme nous le verrons, elle s'inscrit dans une volonté existante d'affinement des relations topologiques, ce qui est déjà le cas du modèle DEM CBM, mais aussi de BREUNIG (cf. 4.4.1.2). Dans le même ordre d'idée, concluons par une remarque de CLEMENTINI (2000, p. 36) à propos du développement d'opérateurs projectifs : *In fact, projective properties, on which projective operators should be based, cover a wide range of geometric aspects that cannot be expressed in pure topological terms, but, being more primitive than metric ones, can be still recognized without the power of a metric space.*

# 3. MODÈLE DIMENSIONNEL

## 3.1. Pré-requis

### 3.1.1. Motivations et origines

#### 3.1.1.1. Motivations

La motivation principale qui a initié le développement du modèle dimensionnel est la volonté de décrire les relations spatiales qui existent entre les objets. Cette description ne se satisfait pas des catégorisations existantes (topologique et métrique). Une voie intermédiaire sous-estimée dans les recherches selon CLEMENTINI (2000), qualifiée de projective mais qui dans notre cas devrait plutôt être qualifiée d’affine, est empruntée. Cette voie est proche de la voie topologique car elle propose aussi des regroupements de relations assez généraux. On peut dire que c’est l’extension de l’approche topologique quand on passe à un espace moins général qui permet une plus grande différenciation des éléments. Cette voie, bien qu’évoquée, a rarement été empruntée. Tout au plus, certaines démarches ont été proposées, mais à notre connaissance, aucune formalisation complète n’existe. Nous avons eu la volonté de décrire un cadre théorique général, spécialement tourné vers la modélisation des relations, tout en proposant des solutions pratiques applicables en base de données géographiques.

#### 3.1.1.2. Origines

Les origines du modèle sont multiples. Dans une première phase de développement, nous nous sommes basés sur le formalisme CONGOO. L’objectif était d’étendre certains concepts de ce modèle (objets géographiques et relations topologiques) en trois dimensions. Suite à l’étude d’autres modèles de relations topologiques (notamment le modèle des 9 intersections), il nous est apparu qu’une définition mathématique stricte s’imposait. Seule cette option permettait de sortir d’un certain empirisme et de comparer sur une base solide les avantages et inconvénients du modèle par rapport aux approches existantes. Au fur et à mesure, le travail « d’extension » des relations topologiques s’est avéré être le développement d’une théorie de relations affines. Nous avons appelé ce modèle, modèle dimensionnel (MD), pour faire référence aux éléments dimensionnels des objets que nous avons définis. Ce modèle a bénéficié, de près ou de loin, du travail de nombreux chercheurs avec qui nous avons collaboré.

### 3.1.2. Rappels mathématiques

Comme cela a déjà été le cas dans ce travail (cf. § 2.2.3.1, § 2.3.3.2. et § 2.3.3.3.), quelques notions de mathématiques vont être rappelées. Le but de cette partie est de fixer le vocabulaire commun et d’aborder des notions plus rarement utilisées dans notre discipline. Il sera donc

rarement fait état des démonstrations pour lesquelles renvoyons le lecteur intéressé aux ouvrages spécialisés (BERGER 1978 ; ALEXANDROV 1998 ; LEE 2000).

### 3.1.2.1. Topologie

La topologie est une branche des mathématiques née de l'étude sur les surfaces et dans l'espace usuel des propriétés conservées par une déformation continue et liées à la notion de voisinage. (BOUVIER & GEORGE 1983, cité dans DE LA LOSA 2000, p.16).

Il n'est évidemment pas possible d'exposer en quelques lignes toute la complexité d'une branche entière des mathématiques. Dans cette partie, nous nous bornons à rappeler quelques concepts importants, et insistons sur ceux servant de base à notre modèle. La présentation de ces concepts se fait suivant une séquence que nous considérons comme adaptée à la bonne compréhension du travail. Une introduction détaillée à la topologie peut être trouvée dans ALEXANDROV (1998) ou LEE (2000).

Soit  $\mathbf{R}$  l'ensemble des nombres réels. On pose  $\mathbf{R} = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Soit  $\mathbf{R}^d$ , ( $d \in \mathbb{N}$ ) l'ensemble de tous les  $d$ -uples de nombres réels  $(\alpha_1, \dots, \alpha_d)$ , accompagné de sa structure spatiale vectorielle euclidienne<sup>29</sup>. On écrit  $\mathbf{R}_+^d$  pour représenter l'ensemble des points de  $\mathbf{R}^d$  dont la première coordonnée est supérieure ou égale à zéro.

Avec cette structure euclidienne, on peut définir la *topologie euclidienne* de  $\mathbf{R}^d$ .

Une topologie est une collection d'*ensembles ouverts* satisfaisant à certaines conditions de base. Dans  $\mathbf{R}^d$ , les ensembles ouverts sont les unions arbitraires de *boules ouvertes*. Une boule ouverte de centre  $c$  ( $c \in \mathbf{R}^d$ ) et de rayon  $r$  ( $r > 0$ ) est l'ensemble des points de  $\mathbf{R}^d$  situés à une distance inférieure à  $r$  du point  $c$ , ce qu'on peut noter :

$$b_{c,r} = \{x \in \mathbf{R}^d : d(c, r) < r\},$$

avec  $d$  la distance entre points. De même, on peut dire que la  $(n-1)$ -sphère unité centrée à l'origine est :

$$S^{n-1} = \{x \in \mathbf{R}^n : d(0, r) = 1\}$$

où 0 est le point dont les coordonnées sont toutes égales à 0.

Un *sous-ensemble* de  $\mathbf{R}^d$  est n'importe quelle collection de points dans  $\mathbf{R}^d$ . Tout sous-ensemble  $X \subset \mathbf{R}^d$  peut être vu comme un sous-espace topologique de  $\mathbf{R}^d$ , ce qui veut dire que  $X$  est associé à sa propre structure topologique héritée de celle de  $\mathbf{R}^d$ . Explicitement, un sous-ensemble  $\omega$  de  $X$  est ouvert (en respectant la topologie induite de  $X$ ), si et seulement s'il est l'intersection d'un ensemble ouvert  $\Omega$  de  $\mathbf{R}^d$  avec  $X$ . On écrit  $\omega = X \cap \Omega$  (Figure 3.1).

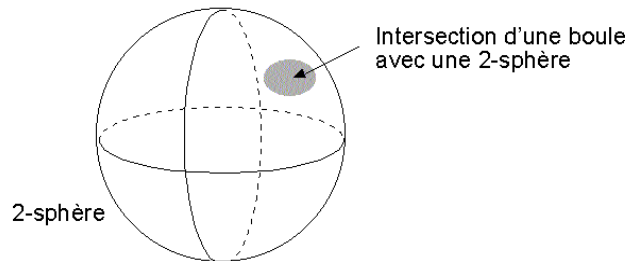


Figure 3.1. Un sous-espace ouvert d'une 2-sphère

<sup>29</sup> Ce qui veut dire grossièrement que l'on peut ajouter deux vecteurs, multiplier un vecteur par un nombre réel (espace vectoriel), calculer des distances et des angles, etc.



On peut maintenant définir la frontière et l'intérieur topologiques d'un sous-ensemble (Figure 3.2).

La frontière  $FrC$  d'un sous-ensemble  $C \subset \mathbf{R}^d$  est l'ensemble de tous les points  $x$  tel que pour n'importe quelle boule ouverte  $B$  centrée en  $x$ ,  $B$  coupe  $C$  et  $\mathbf{R}^d \setminus C$ .

L'intérieur  $IntC$  d'un sous-ensemble  $C \subset \mathbf{R}^d$  est l'ensemble de tous les points  $x$  tel qu'il existe une boule ouverte  $B$  centrée en  $x$  qui ne coupe pas  $\mathbf{R}^d \setminus C$ .

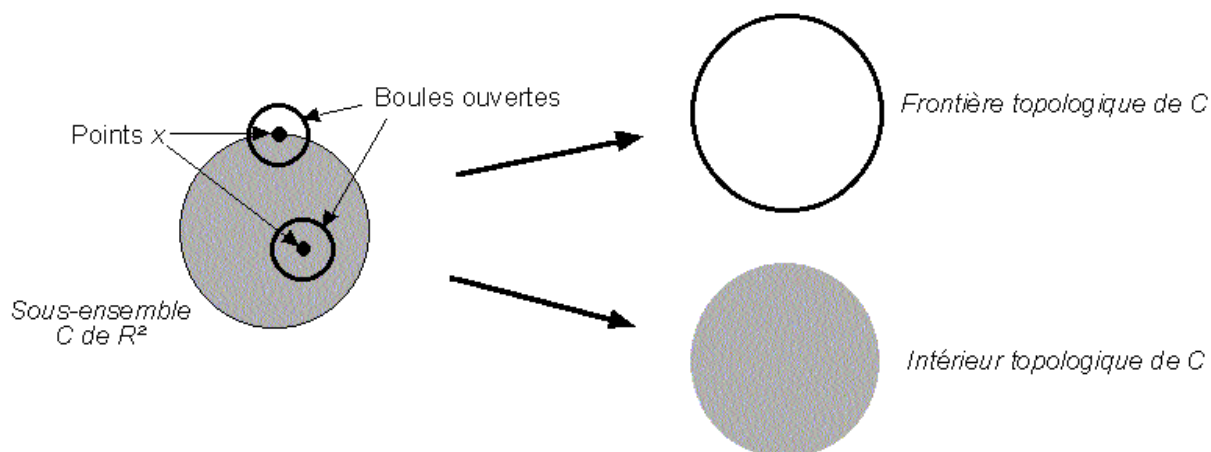


Figure 3.2. Frontière et intérieur topologiques d'un sous-ensemble  $C$  de  $\mathbf{R}^2$

On va maintenant introduire le concept de *variété topologique*.

Un sous-espace topologique  $A$  de  $\mathbf{R}^d$  est une  $n$ -variété topologique avec bord<sup>30</sup>, si chaque point  $x \in A$  a un voisinage qui est homéomorphe<sup>31</sup> à un sous-ensemble ouvert de  $\mathbf{R}^n_+$ .

Soit  $A$  une telle variété topologique. Un point  $x$  de  $A$  est intérieur s'il a un voisinage homéomorphe à un sous-ensemble ouvert de  $\mathbf{R}^n$ .

Les concepts de bord (ou frontière de la variété) et d'intérieur de la variété sont illustrés dans la figure suivante. La frontière d'une variété  $X$  est notée  $\partial X$ , tandis que son intérieur est noté  $X^0$ .

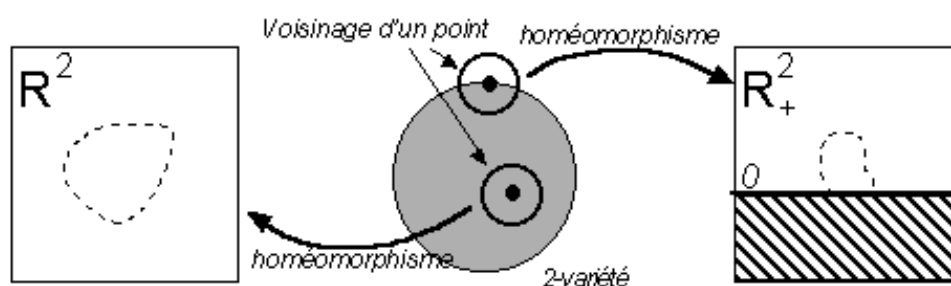
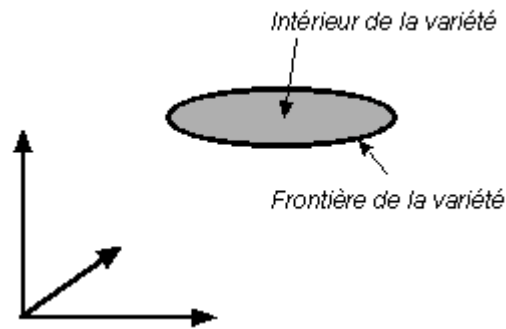


Figure 3.3. Intérieur et frontière (bord) d'une 2-variété

<sup>30</sup> Dans le même ordre d'idée, on peut dire qu'un sous-espace topologique  $A$  de  $\mathbf{R}^d$  est une  $n$ -variété topologique sans bord, si chaque point  $x \in A$  a un voisinage qui est homéomorphe à un sous-ensemble ouvert de  $\mathbf{R}^n$ .

<sup>31</sup> Un homéomorphisme est une bijection continue (correspondance 1-1) dont l'inverse est aussi continue. (on peut y penser comme à une déformation des objets).



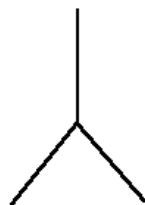
**Figure 3.4. Intérieur et frontière d'une 2-variété plongée dans  $\mathbf{R}^3$**

La Figure 3.4 présente cette même variété topologique avec son intérieur de variété et sa frontière de variété plongée dans  $\mathbf{R}^3$ .

Il est important de voir que dans  $\mathbf{R}^3$ , la frontière topologique de cette 2-variété correspond à tout l'objet et qu'il n'y a pas d'intérieur topologique. En effet, le disque représenté (2-variété) n'a pas d'épaisseur. Donc, son intérieur topologique est égal à l'ensemble vide puisque pour tout point  $x$  du disque, l'intersection d'une boule  $B(x, r)$  avec le disque n'est jamais égale à la boule. La boule  $B(x, r)$  ne peut être incluse dans le disque. L'intérieur et la frontière topologique ne correspondent donc pas à l'intérieur et la frontière de variété, sauf si l'espace englobant est de même dimension que la variété. (Figure 3.2 et Figure 3.3, dans  $\mathbf{R}^2$ ).

Notons que la 2-sphère, en tant que variété, n'a pas de bord, quand sa propre frontière topologique est un sous-espace de  $\mathbf{R}^2$  (Figure 3.1).

Le sous-espace de  $\mathbf{R}^2$  dans la Figure 3.5 n'est pas une 1-variété topologique. S'il l'était, le point de rencontre des trois lignes devrait avoir un voisinage homéomorphe à un intervalle ouvert (un ensemble ouvert de  $\mathbf{R}^1$ ), ce qui n'est clairement pas le cas.



**Figure 3.5. 1-variété non valide**

### 3.1.2.2. Espace affine et convexité

On considère que le lecteur est familier avec les notions standard de la théorie linéaire de  $\mathbf{R}^d$ , comme les notions de sous-espace et de dimensions. Pour plus de détails on peut se référer à BRONSTED (1983) et BERGER (1978).

Un sous-ensemble  $A$  de  $\mathbf{R}^d$  est un *sous-espace affine* si, par deux points quelconques et distincts  $x$  et  $y$  de  $A$ , la ligne droite définie par  $x$  et  $y$  se trouve dans  $A$ . Le point, la ligne droite et le plan et  $\mathbf{R}^3$  lui-même sont les seuls sous-espaces affines dans  $\mathbf{R}^3$ . Ils ont respectivement la dimension 0, 1, 2 et 3.

Un *hyperplan*  $Hp$  d'un sous-espace affine  $A$  de dimension  $d$  est un sous-espace affine de dimension  $(d-1)$  de  $A$ . Par exemple, les hyperplans de  $\mathbf{R}^2$  sont des lignes droites, et ceux de  $\mathbf{R}^3$  sont des plans.

Un hyperplan divise l'espace en deux régions appelées *demi-espaces*.

Un *demi-espace fermé* est l'union d'un demi-espace et de l'hyperplan qui le délimite.

Les définitions suivantes concernent les ensembles convexes.

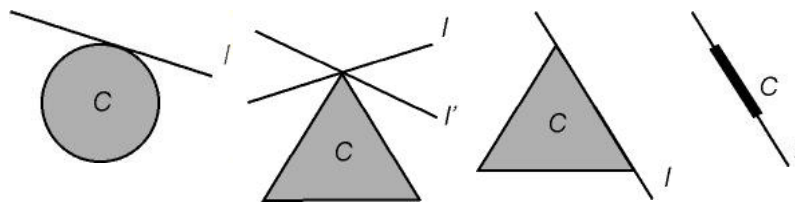
Un sous-ensemble  $C$  de  $\mathbf{R}^d$  est *convexe* s'il contient le segment joignant deux quelconques de ses points.

L'ensemble  $C$  est *fermé* s'il contient sa frontière. Par exemple, une boule fermée est l'union d'une boule ouverte et de sa frontière. Dorénavant et jusqu'à la fin de la section, nous ne considérerons plus que des *ensembles convexes fermés*.

Un *hyperplan d'appui*  $M$  d'un ensemble convexe fermé  $C \subset \mathbf{R}^d$  est un hyperplan pour lequel :

- $C$  est inclus dans un des demi-espaces définis par  $M$ ,
- $M \cap C \neq \emptyset$ .

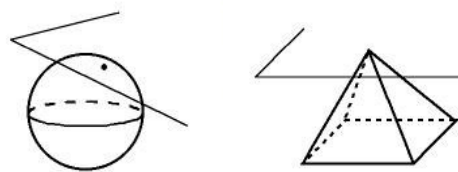
Considérons quelques exemples dans  $\mathbf{R}^2$  (Figure 3.6). L'hyperplan, de dimension 1, est la ligne droite. Ainsi, par définition, pour un ensemble convexe fermé  $C$ , un hyperplan d'appui de  $C$  est la ligne droite  $l$  tel que  $C$  soit contenu dans un des demi-espaces déterminés par  $l$  et tel que  $l$  coupe  $C$ .



**Figure 3.6. Exemples d'ensembles convexes fermés et d'hyperplans (dans  $\mathbf{R}^2$ )**

(Source : BILLEN *et al.*, 2002, p.5)

Dans  $\mathbf{R}^3$  (Figure 3.7), les hyperplans d'appuis sont des plans.



**Figure 3.7. Exemples d'ensembles convexes fermés et d'hyperplan (dans  $\mathbf{R}^3$ )**

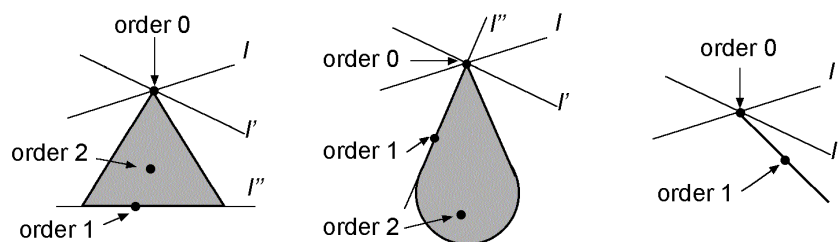
(Source : BILLEN *et al.*, 2002, p.5)

Intéressons-nous maintenant au concept d'ordre dans un ensemble convexe fermé. Chaque point d'une ensemble convexe fermé a un ordre dont la définition est donnée par BERGER (1978, p. 50). Nous avons adapté quelque peu cette formule pour introduire des notations qui nous seront utiles par la suite.

Soit  $C$  un ensemble convexe dans  $\mathbf{R}^d$  et le point  $x \in C$ . L'ordre de  $x$  dans  $C$ , noté  $o(x, C)$ , est la dimension de l'intersection de tous les hyperplans d'appui de  $C$  passant par  $x$ . S'il n'y a pas

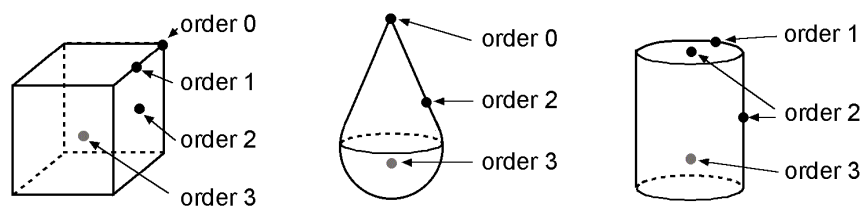
d'hyperplan d'appui contenant  $x$ , alors  $x$  est d'ordre  $d$ . On peut prouver que les points d'ordre  $d$  correspondent exactement aux points intérieurs de  $C$  suivant la topologie euclidienne.

Par exemple, par le sommet  $S$  d'un ensemble convexe fermé (un triangle dans le cas de la Figure 3.8), on peut faire passer plusieurs hyperplans d'appui. Leur intersection est un sous-espace affine de dimension 0 (un point correspondant au sommet en question). Le sommet  $S$  est donc d'ordre 0. Si on prend un point se situant sur l'arête du triangle, il n'y a qu'un hyperplan d'appui. Le sous-espace affine est de dimension 1 et l'ordre de ce point sera 1 (comme tous les points de l'arête à l'exclusion des deux sommets). D'autres exemples sont donnés pour différents ensembles convexes fermés dans  $\mathbf{R}^2$  et  $\mathbf{R}^3$  (Figure 3.9).



**Figure 3.8. Ordre de points d'ensembles convexes fermés dans  $\mathbf{R}^2$  (les hyperplans sont représentés)**

(Source : BILLEN *et al.*, 2002, p.5)



**Figure 3.9. Ordre de points d'ensembles convexes fermés dans  $\mathbf{R}^3$  (les hyperplans ne sont pas représentés)**

(Source : BILLEN *et al.*, 2002, p.6)

Finalement, nous introduisons le concept d'enveloppe convexe qui nous sera utile dans la suite. Si  $B$  est un sous-ensemble de  $\mathbf{R}^d$ , l'enveloppe convexe de  $B$ , notée  $\text{conv}(B)$ , est le plus petit ensemble convexe de  $\mathbf{R}^d$  contenant  $B$ .

### 3.2. Ordre des points d'une $n$ -variété topologique

La notion d'ordre d'un point d'un convexe a été présentée dans la partie précédente. La détermination de cet ordre est à la base de tout le modèle dimensionnel. Si l'on s'en tient à ce qui a été développé, seuls les objets spatiaux convexes sont concernés. Ceci est évidemment trop limitatif. Le problème est donc définir un ordre adéquat pour le point d'un objet non convexe. La solution est d'adopter une approche d'étude locale du point. L'idée est de déterminer dans le voisinage du point une portion d'espace convexe qui permet de déterminer l'ordre du point.

La formule peut être appliquée à n'importe quel point d'une  $n$ -variété topologique  $X$ , avec ou sans bord, dans  $\mathbf{R}^d$  ( $d \leq n$ ), à condition qu'elle soit un sous-ensemble fermé de  $\mathbf{R}^d$ . Nous supposons la variété fermée. C'est notamment le cas si sa dimension est inférieure à  $d$ .

Deux situations peuvent se présenter :

- si  $x \in X^0$ , alors on définit l'ordre de  $x$  dans  $X$  comme  $\lim_{r \rightarrow 0, r \neq 0} o(x, \text{conv}(b_{x,r} \cap X))$
- si  $x \in \partial X$ , alors on définit l'ordre de  $x$  dans  $X$  comme  $\lim_{r \rightarrow 0, r \neq 0} o(x, \text{conv}(b_{x,r} \cap \partial X))$

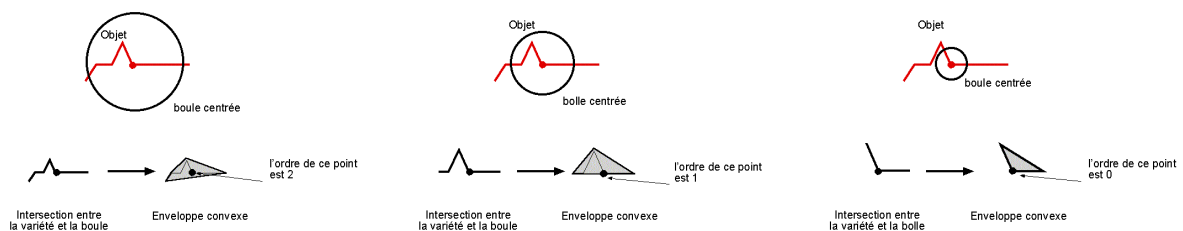
Dans les deux cas, la limite existe et est égale au minimum des valeurs de la fonction  $o(\dots)$ .

Preuve : la fonction décroît comme  $r$  croît parce que le nombre d'hyperplans d'appuis valables croît, ce qui décroît la dimension de leur intersection. Vu que sa valeur n'est jamais négative ni intégrale, il doit admettre une limite, qui est évidemment son minimum.

Nous allons décrire la démarche à suivre point par point et l'illustrer par de nombreux exemples.

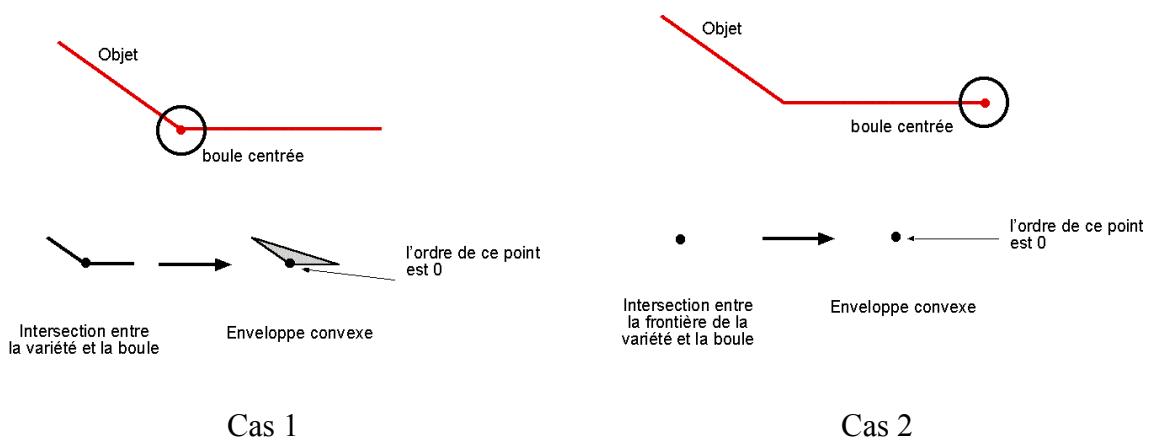
- On détermine si le point dont on recherche l'ordre est sur l'intérieur ou le bord de la variété.
- On considère une boule centrée sur le point dont il faut déterminer l'ordre.
- On prend l'intersection entre la boule et soit la variété, soit la frontière de la variété.
- On en détermine l'enveloppe convexe.
- On applique la détermination de l'ordre d'un convexe au point considéré.
- On répète l'opération pour une boule plus petite jusqu'à obtention d'un minimum.

Les premiers exemples sont dans un espace à deux dimensions, ce qui permet une meilleure compréhension. Un exemple en 3D est donné ensuite. Le premier exemple montre l'effet du changement de rayon de la boule sur l'ordre du point (cas d'une 1-variété).

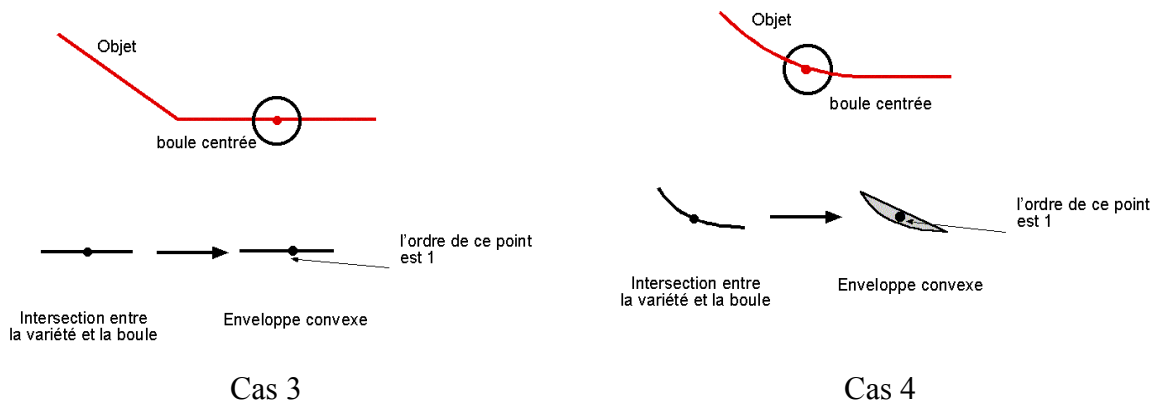


**Figure 3.10. Recherche de l'ordre minimum d'un point d'une 1-variété**

Déterminons maintenant l'ordre de tous les points d'une 1-variété. Dans cette famille, seul le segment de droite rectiligne est un convexe. Ici, nous envisageons une ligne brisée (figures 3.11 et 3.12). On détermine sans difficulté que tous les points de cet objet sont d'ordre 1, mis à part les deux extrémités et le point de brisure qui sont d'ordre 0.

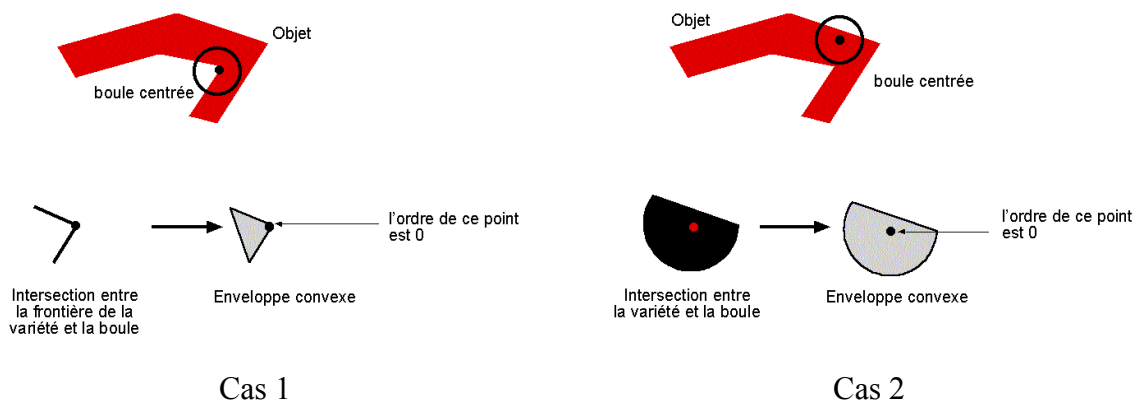


**Figure 3.11. Détermination de l'ordre d'un point d'une ligne brisée - cas 1 et 2**



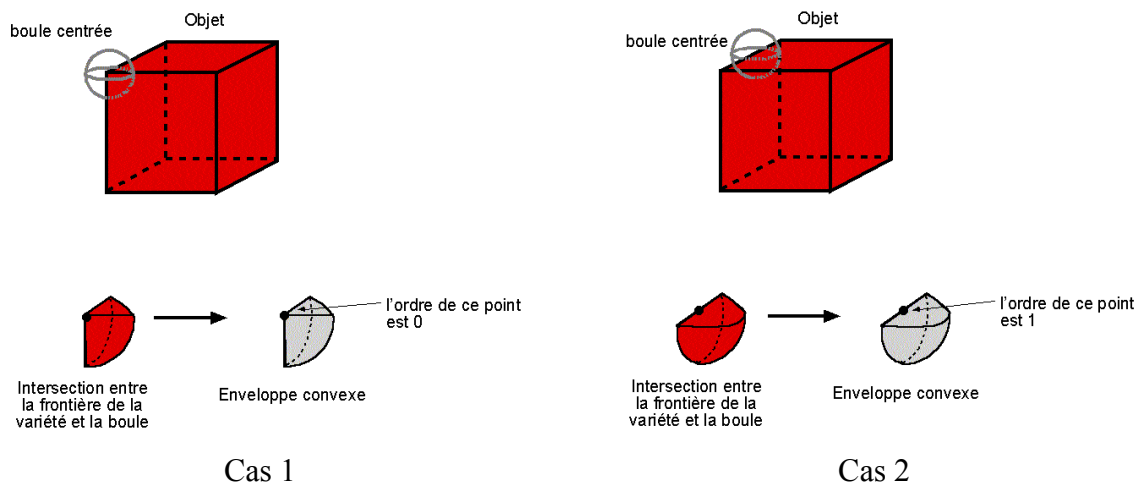
**Figure 3.12. Détermination de l'ordre d'un point d'une ligne brisée - cas 3 et d'une courbe – cas 4**

Dans le cas d'un segment de courbe, on voit aussi que l'ordre des points de l'objet est 1, mis à part les deux extrémités. On s'intéressera directement aux objets bidimensionnels les plus généraux (cas général d'une 2-variété). Dans ce cas, on n'éprouve aucune difficulté à trouver les différents ordres. Ici, on voit l'utilité de travailler avec le complémentaire.

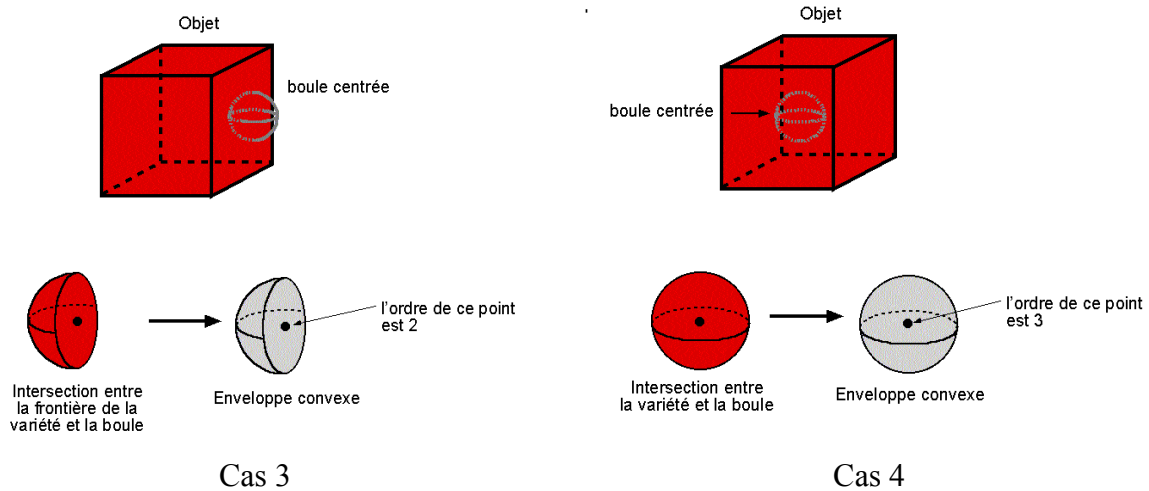


**Figure 3.13. Détermination de l'ordre d'un point d'un polygone concave**

Finalement, un exemple est donné pour une 3-variété (dans ce cas-ci un cube). L'étude successive des sommets, arêtes, faces et intérieur de l'objet donne bien les résultats attendus.

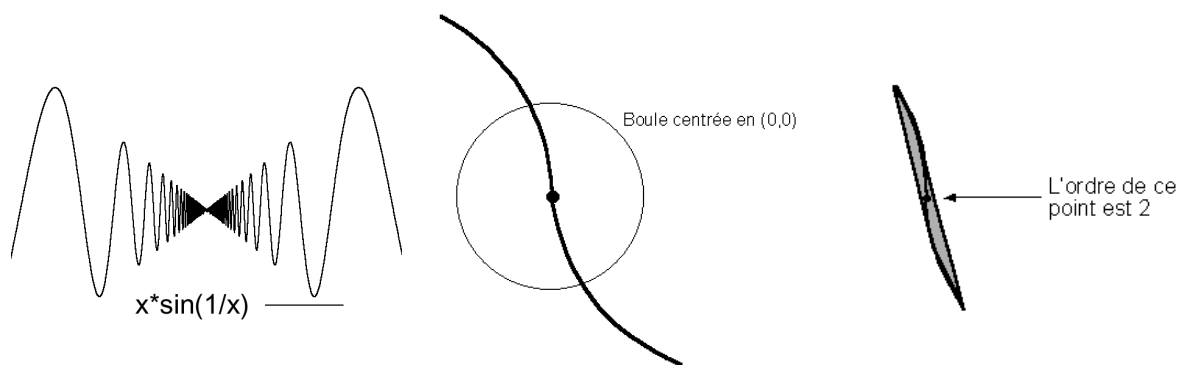


**Figure 3.14. Détermination de l'ordre d'un point d'un objet volumique 3D cas 1 et 2**



**Figure 3.15. Détermination de l'ordre d'un point d'un objet volumique 3D cas 3 et 4**

La formule établie s'applique dans tous les cas. On pourrait croire que une  $n$ -variété de  $\mathbf{R}^d$  n'a jamais de point d'ordre supérieur à  $n$ . C'est vrai dans la grande majorité des cas, sauf pour un type de configuration<sup>32</sup>, relevé en cours de développement. L'ordre du point de coordonnées  $(0,0)$  dans le graphe de la fonction  $x.\sin(1/x)$  prolongée par zéro en  $x=0$ <sup>33</sup> est 2. Ce type d'exception déroge aux définitions établies au § 3.3.3.



**Figure 3.16. Une 1-variété avec un point d'ordre 2**

### 3.3. Objets spatiaux du MD

Le MD peut être appliqué dans tout espace affine, muni d'une topologie euclidienne. Dans tous les modèles spatiaux, les objets sur lesquels s'appliquent le modèle sont évidemment toujours définis. C'est ce qui est fait dans cette partie. Par la suite (cf. § 3.4), ces objets sont de nouveau présentés mais cette fois au regard des éléments dimensionnels qui les composent.

<sup>32</sup> Nous n'avons pour le moment relevé que ce type. Mais il semble que le problème se pose pour les points d'inflexion d'une manière générale. Une solution pour obtenir l'ordre attendu en ce point (ordre 1) pourrait être la substitution de la variété aux tangentes au point considéré. Toutes les implications de la formule ne sont pas encore connues.

<sup>33</sup> La fonction  $x.\sin(1/x)$  seule n'est pas définie en  $x=0$ .

### 3.3.1. Objets simples

Nous appelons objet simple spatial nD du MD, tout objet qui est une  $n$ -variété topologique. Les variétés topologiques étant définies ci-avant, nous pouvons présenter quelques exemples d'objets spatiaux simples de  $\mathbf{R}^3$ .

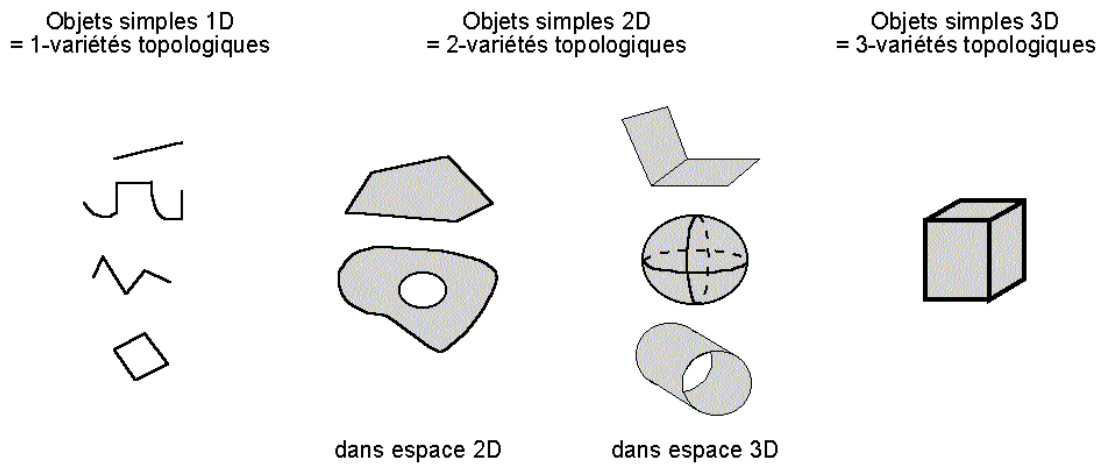


Figure 3.17. Exemples d'objets simples du MD

Ces objets englobent ceux habituellement considérés en base de données géographiques (les points, lignes et régions définis sur base de complexes cellulaires 2D par exemple). Certains objets peuvent paraître plus compliqués comme par exemple, l'objet simple 2D troué. Dans notre modèle, ce type d'objet est tout de même considéré comme simple, car, comme nous le verrons, il est possible de déterminer sans ambiguïté ses éléments dimensionnels. Par la suite (cf. § 3.4.1), nous affinerons cette catégorie d'objets simples en fonction de certaines caractéristiques des éléments dimensionnels qui les composent.

### 3.3.2. Objets complexes

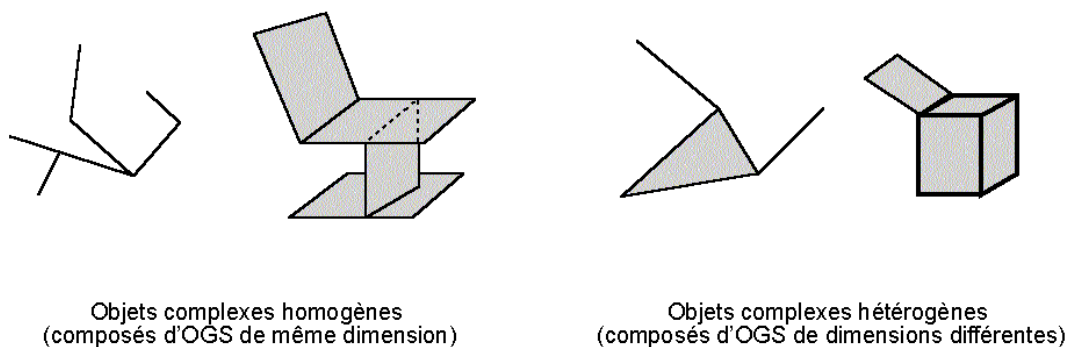


Figure 3.18. Exemples d'objets complexes du MD



Par objets spatiaux complexes, nous entendons tout sous-espace de l'espace d'application qui n'est pas une  $n$ -variété topologique. Ces objets peuvent être vus comme des assemblages d'objets simples, donc de  $n$ -variétés. On considérera des objets complexes homogènes ou hétérogènes s'ils sont composés d'objets simples de même dimension ou de dimensions différentes. Le problème de la décomposition de tels objets en objets simples n'est pas chose triviale d'un point de vue mathématique. Il faut donc être prudent et poser le problème en terme de composition d'objets simples.

### 3.3.3. Éléments dimensionnels des objets spatiaux

Le concept d'élément dimensionnel<sup>34</sup> est la base du modèle exposé tant au niveau de la définition des objets que de la définition des relations. Son importance est à comparer à celle de la frontière, de l'intérieur et de l'extérieur dans le modèle des 9-i (cf. § 2.3.3.1). Sa définition repose sur le concept d'ordre d'un point d'une  $n$ -variété. Nous commençons par définir cet ordre, et ensuite nous posons les définitions relatives aux éléments dimensionnels. Il est important de remarquer que nous ne définissons directement l'ordre d'un point que sur une  $n$ -variété, c'est-à-dire un objet simple. Dans le cas des objets spatiaux complexes, cette détermination est indirecte, via les objets simples constitutifs et des règles d'agrégation qui sont exposées par la suite. Les éléments dimensionnels sont définis pour tous les objets spatiaux sur base de l'ordre des points.

*Définition 1 : L'élément dimensionnel d'ordre  $\alpha$  ( $\alpha$ D élément) d'un objet spatial  $S$  (de dimension  $\geq \alpha$ ) est un sous-ensemble de  $S$  qui regroupe tous les points de  $S$  d'ordre inférieur et égal à  $\alpha$ .*

L'élément dimensionnel n'a pas d'existence en dehors de l'objet dans lequel il est défini.

*Définition 2 : Un élément dimensionnel d'ordre  $\alpha$  ( $\alpha$ D élément) d'un objet spatial  $S$  a une **extension** et potentiellement une **limite**. L'extension est le sous-ensemble de  $S$  qui regroupe tous les points de  $S$  d'ordre égal à  $\alpha$  et la limite est le sous-ensemble de  $S$  qui regroupe tous les points de  $S$  d'ordre inférieur à  $\alpha$ . Par définition, l'élément 0D n'a jamais de limite.*

Remarque : Si elle existe, la limite d'un  $\alpha$ D élément correspond à un élément dimensionnel de dimension inférieure<sup>35</sup>.

Un exemple est présenté dans la Figure 3.19 pour un objet simple 2D (polygone). Des cas d'éléments dimensionnels sans limite sont présentés à la Figure 3.20.

<sup>34</sup> Le choix de ce nom vient des premiers développements empiriques. Un élément dimensionnel était défini comme une portion d'espace liée à un système de référence dimensionnel particulier (BILLEN & ZLATANOVA 2001), il était dit  $\alpha$ -dimensionnel s'il était totalement défini par un système de référence de dimension  $\alpha$ . Cette définition a très sensiblement évolué. Le nom est resté car nous n'avons pas trouvé de terme adéquat pour qualifier sans ambiguïté ces éléments. Des solutions comme élément affine, ou élément ordinal ne nous conviennent pas. Nous avons donc convenu de garder ce qualificatif de dimensionnel, même s'il présente une certaine ambiguïté avec le concept de dimension topologique, car il y correspond une idée intuitive assez juste de ces éléments. Le terme dimensionnel est appliqué aussi aux relations entre éléments dimensionnels, pour des raisons d'homogénéité. Dans certains passages, afin d'éviter toute ambiguïté, nous utiliserons l'expression complète modèle dimensionnel ou MD pour qualifier quelque chose y faisant référence. Par exemple, on parlera d'une approche MD, plutôt que d'une approche dimensionnelle.

<sup>35</sup> Cet élément n'est pas nécessairement de dimension  $\alpha-1$ . Il peut par exemple être de dimension  $\alpha-2$ . Par exemple, dans le cas d'une « goutte » (Figure 3.9), le 2D élément a pour limite un point qui est un 0D élément.

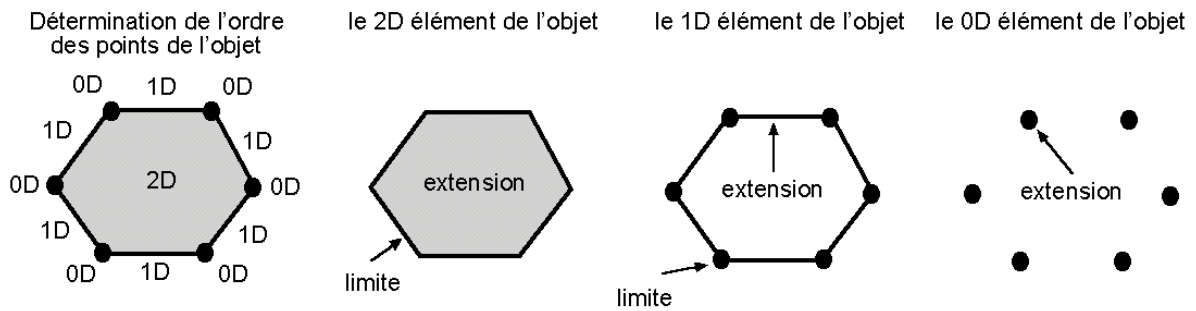


Figure 3.19. Ordre et éléments dimensionnels d'un polygone

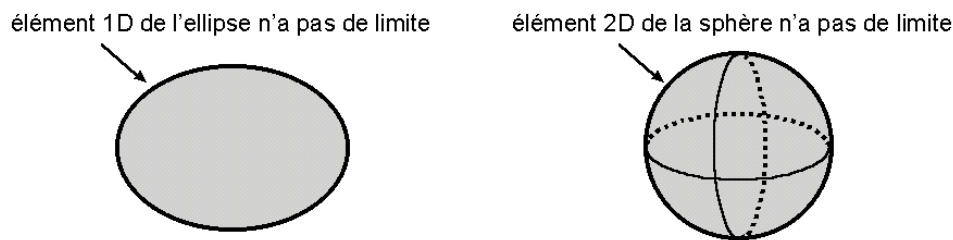


Figure 3.20. Exemples d'élément dimensionnel sans limite

Dans le cas des objets simples, on peut distinguer des limites *intérieures* et *extérieures*. Un point d'une limite d'un élément dimensionnel est dit extérieur s'il existe une boule centrée sur ce point dont l'intersection avec l'extension de l'élément dimensionnel est composée d'une seule partie (ou connexe). Si l'intersection est composée d'au moins deux parties, le point est dit intérieur (Figure 3.21). Une portion de limite d'un élément dimensionnel est dite intérieure si elle est composée de points intérieurs. Sinon elle est dite extérieure.

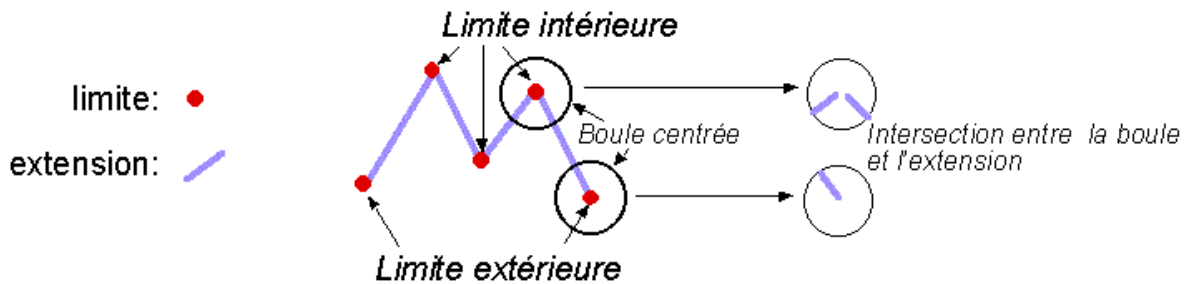


Figure 3.21. Limites intérieure et extérieure d'un 1D élément.

La règle s'applique pour tout objet. Dans le cas des objets complexes, les parties de liaisons sont toujours des limites intérieures d'un élément dimensionnel.

Ce concept de limites intérieures et extérieures permet de tenir compte d'une réalité topologique qui n'était pas jusqu'à présent intégrée dans le MD. Il permet un niveau de description plus grand et permet aussi de retomber automatiquement sur les relations topologiques. La démarche étant, par exemple dans le cas d'une ligne brisée, de ne considérer que les relations mettant en cause des limites extérieures (cf. § 3.6.4).

Un élément est dit à *limite continue* si sa limite extérieure est continue (ou connexe). Une limite continue est caractérisée par la contiguïté de toutes ses parties. Ceci nous servira dans l'affinement de la classification des objets spatiaux (cf. § 3.4.1).

### 3.4. Objets spatiaux à travers les éléments dimensionnels

Dans le paragraphe 3.3.1, nous avons défini quels étaient les objets spatiaux supportés par le modèle. Maintenant que la notion d'élément dimensionnel a été introduite, il est possible de porter un autre regard sur ces objets.

Retournons un instant sur la façon dont PANTAZIS définit les objets à savoir les objets géographiques simples, composés ou complexes (PANTAZIS & DONNAY 1996). Cet auteur regroupe dans la même catégorie, les objets composés, par exemple des objets du type multi-polygone et polygone troué. La démarche est séduisante et se retrouve partiellement dans notre modèle. Mais bien que nous ayons utilisé des expressions similaires comme objets simples et complexes, des différences importantes existent. Vu la filiation de notre travail avec celui de PANTAZIS, il nous paraît important d'expliquer rapidement ces différences.

Tout d'abord, nos objets spatiaux simples correspondent à des  $n$ -variétés topologiques. Donc, un polygone troué ou certaines configurations d'objets multiples (par exemple plusieurs ligne disjointes) étant des variétés, ils sont classés dans les objets simples alors qu'ils sont considérés comme objets composés dans CONGOO. Les objets complexes de PANTAZIS se retrouvent dans les objets spatiaux complexes du MD, de même que certains objets composés de CONGOO comme une multiligne avec des points concourants multiples (par exemple un réseau hydrographique).

#### 3.4.1. Objets spatiaux simples

Certaines sous-classes peuvent être définies sur base de certains concepts liés aux éléments dimensionnels. Nous en avons établi une, basée sur la notion de continuité de la limite des éléments dimensionnels.

Les objets simples à *limite continue* sont des objets simples dont l'élément dimensionnel de dimension supérieure est à limite continue. Dans le cas contraire, il est à *limite discontinue*. Si l'élément dimensionnel supérieur n'a pas de limite extérieure, l'objet est tout de même qualifié d'objet à limite continue.

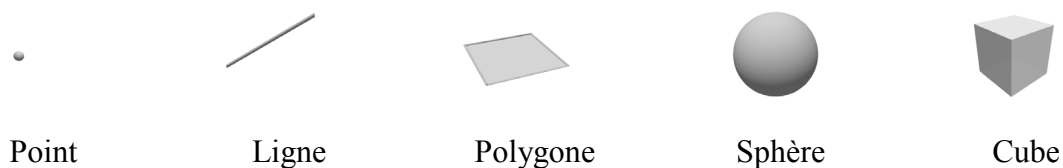


Figure 3.22. Exemples d'objets simples à limite continue



Figure 3.23. Exemples d'objets simples à limite discontinue

Nous fixons une dérogation à la règle concernant l'objet simple 1D. En toute rigueur, le seul objet simple 1D à limite continue est la ligne fermée. On acceptera dans le reste du travail qu'un objet simple 1D dont l'élément 1D a une extension connexe et une limite discontinue soit qualifié d'objet simple à limite continue.

Cette distinction permet de bien isoler les objets classiquement considérés comme objets simples dans les autres modèles. De plus, les relations spatiales possibles entre objets ne sont pas les mêmes si l'on considère un objet simple à limite continue de dimension  $n$  et un objet simple à limite discontinue de dimension  $n$ . Cette distinction permet de retrouver un concept assez similaire à celui développé par PANTAZIS à travers ses objets simples et composés. Un exemple est exposé dans la partie du travail relative aux relations dimensionnelles (cf. § 3.7.4).

Cette classification basée sur la continuité (connexité) de la limite répond à nos attentes, mais toutes ses implications ne sont pas encore connues. Elle doit donc être considérée avec une certaine réserve à ce stade du développement.

### 3.4.2. Objets spatiaux complexes – Règles d'agrégation

Nous allons maintenant définir les règles d'agrégation des éléments dimensionnels pour les objets complexes

Par agrégation d'objets simples, il est possible de constituer des objets complexes.

La règle est la suivante :

1. L'ordre des points est défini pour chaque objet simple constituant.
2. Pour chaque partie commune (de jonction), on garde le plus petit ordre correspondant aux deux objets simples constitutifs.
3. On détermine les éléments dimensionnels en fonction de l'ordre des points de l'objet complexe.
4. Les parties communes sont automatiquement considérées comme limite intérieure de l'élément dimensionnel supérieur.

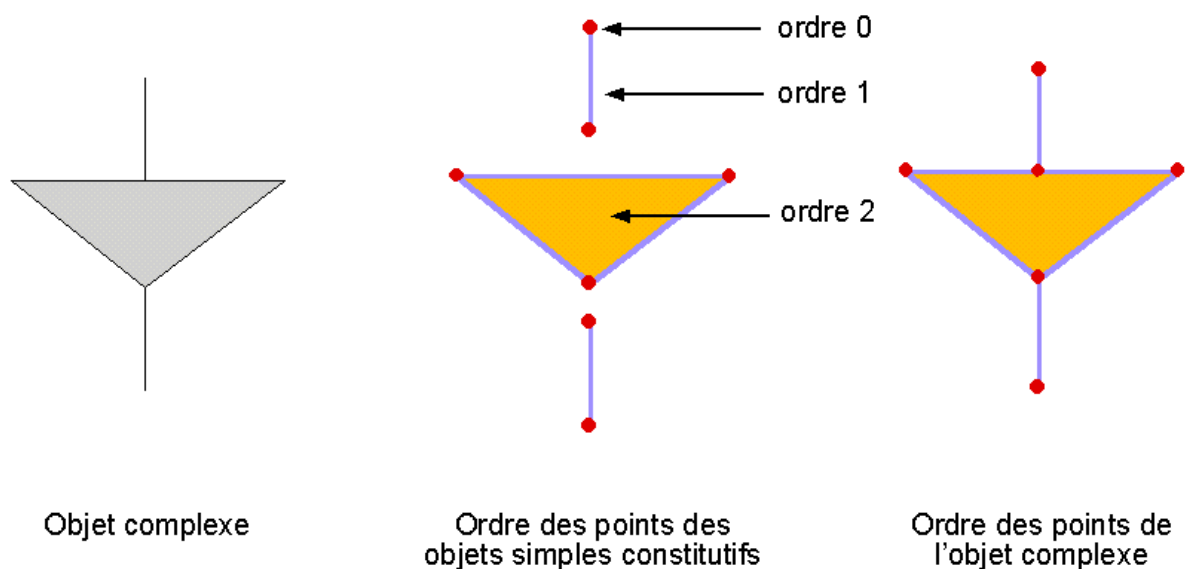
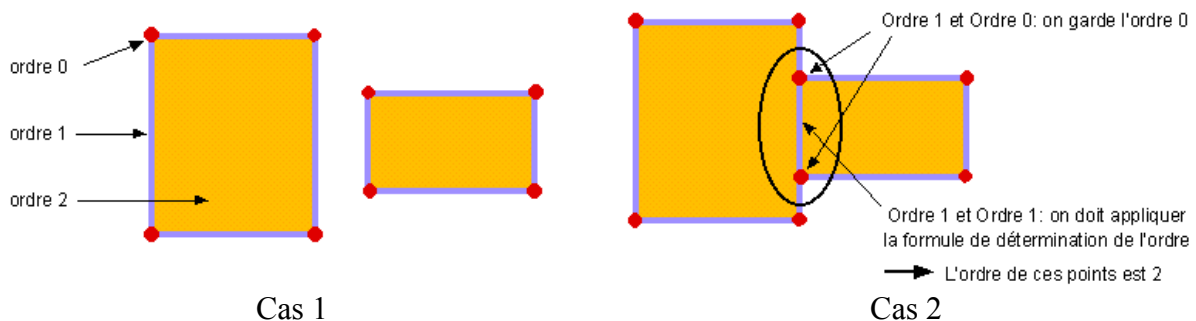


Figure 3.24. Détermination de l'ordre des points d'un objet complexe

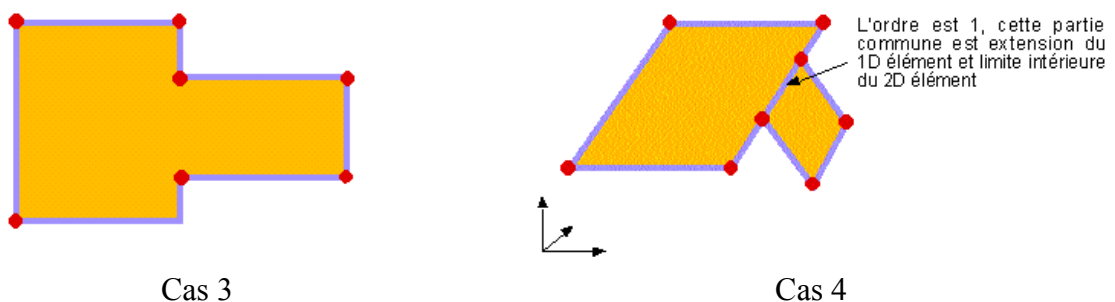
En théorie, si une agrégation d'objets simples forme un autre objet simple, on peut lui appliquer telle quelle la détermination de l'ordre d'une  $n$ -variété. Cependant, dans la pratique, il peut être intéressant, connaissant l'ordre des éléments constitutifs, d'appliquer aussi une sorte d'agrégation.

La règle est la suivante :

1. L'ordre des points est défini pour chaque objet simple constituant.
2. Pour chaque partie commune (de jonction), si les ordres correspondant aux deux objets simples constitutifs sont les mêmes, on passe au point 3, sinon on garde le plus petit des deux ordres et on passe au point 6.
3. Il est nécessaire de refaire une détermination de l'ordre de chaque point de cette partie.
4. Dans le cas où l'ordre donne un résultat identique à celui annoncé par la dimension de l'élément dimensionnel, cette partie d'élément dimensionnel est automatiquement considérée comme limite intérieure de l'élément dimensionnel supérieur.
5. Dans le cas contraire, la partie commune est associée à l'élément dimensionnel supérieur.
6. On détermine les éléments dimensionnels en fonction de l'ordre des points de l'objet simple construit.



**Figure 3.25. Détermination de l'ordre des points d'un objet simple sur base de ses objets simples constitutifs cas 1 et 2**



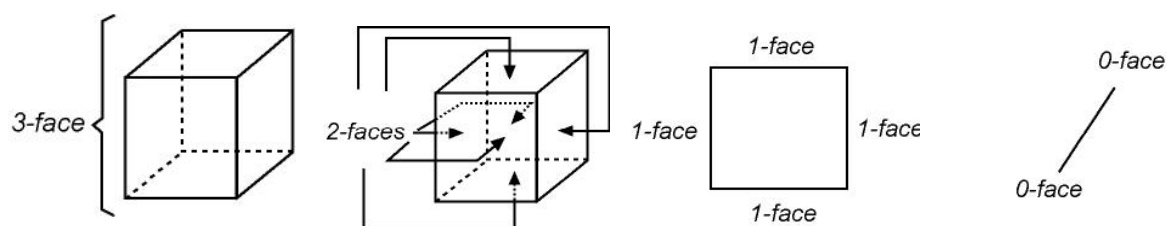
**Figure 3.26. Détermination de l'ordre des points d'un objet simple sur base de ses objets simples constitutifs cas 3 et 4**

### 3.4.3. Cas particuliers : polytopes et complexes simpliciaux

Un polytope est l'enveloppe convexe d'un ensemble non vide et fini de points. Les polytopes sont composés de faces. La géométrie des polytopes est très bien connue, une littérature de base abonde sur le sujet (citons par exemple BERGER 1978). La caractéristique suivante est particulièrement intéressante pour notre étude.

Si le point  $x$  est sur la frontière d'un polytope  $P$ , l'intersection des hyperplans des faces qui contiennent  $x$  coïncide avec l'intersection des hyperplans d'appui de  $P$  en  $x$ .

Ceci nous permet de dire que, dans un polytope, le  $x$ D élément correspond à l'union de(s)  $x$ -face(s) du polytope<sup>36</sup>.



**Figure 3.27. Les différentes faces d'un polytope (cas d'un cube)**

Dans la Figure 3.27, le cube est une 3-face. Ce polytope est bordé par 6 2-faces. Chaque 2-face est aussi un polytope et dès lors est bordée par des faces, 4 1-faces. De même, les 1-faces sont bordées chacune par 2 0-faces. L'analogie avec les éléments dimensionnels est claire. Le 3D élément est égal à la 3-face, le 2D élément à l'union des 2-faces, etc.

En base de données géographiques, on manipule souvent des polytopes. Dès lors, cette analogie est intéressante car elle simplifie la détermination des éléments dimensionnels dans de tels objets.

Les simplexes ont été introduits dans la partie 2 de la thèse. Ce sont des polytopes particuliers : un simplexe est l'enveloppe convexe d'un nombre fini  $n$  de points qui sont affinement indépendants<sup>37</sup>. En tant que polytope, le lien entre  $n$ -simplexe et  $n$ D élément existe également. Les simplexes sont encore plus communément utilisés que les polytopes dans les bases de données géographiques. Comme nous le verrons par la suite, ce lien sera largement exploité dans le cadre de l'application du MD dans les structures de données basées sur les simplexes. En ce qui concerne les complexes simpliciaux, l'analogie existe mais n'est pas si triviale et nécessite des calculs supplémentaires. Ceci est largement débattu par la suite (cf. § 4.4.1).

## 3.5. Relations dimensionnelles

### 3.5.1. Définitions

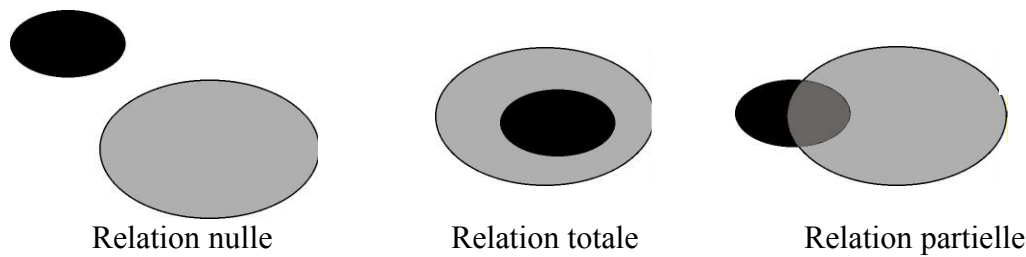
Une relation dimensionnelle est une relation qui décrit l'intersection entre éléments dimensionnels sur base de leurs extensions et de leurs limites. Elle est orientée, d'un élément dimensionnel vers un autre.

#### 3.5.1.1. Types de relations

Les relations dimensionnelles peuvent être de type total, partiel ou nul.

<sup>36</sup> Son extension correspond à l'union de(s)  $x$ -face(s) moins les 0 à  $(x-1)$ -faces, et sa limite correspond à l'union des 0 à  $(x-1)$ -faces.

<sup>37</sup> Ce qui veut dire qu'ils ne sont pas inclus dans le même sous-espace affine de dimension  $(n-2)$ .



**Figure 3.28. Les différents types de relations dimensionnelles (de l'élément noir vers le gris).**

*Définition 1 : Un élément dimensionnel est en relation dimensionnelle **totale** avec un autre élément dimensionnel si leur intersection est égale au premier élément et si l'intersection entre leurs extensions n'est pas vide.*

*Définition 2 : Un élément dimensionnel est en relation dimensionnelle **partielle** avec un autre élément dimensionnel si leur intersection n'est pas égale au premier élément et si l'intersection entre leurs extensions n'est pas vide.*

*Définition 3 : Un élément dimensionnel est en relation dimensionnelle **nulle** avec un autre élément dimensionnel si l'intersection entre leurs extensions est vide.*

### 3.5.1.2. Description complète de la relation dimensionnelle

Les différents types de relations dimensionnelles peuvent être affinés, en prenant en compte :

- le type d'éléments dimensionnels ;
- la dimension de l'intersection ;
- le nombre de parties de l'intersection.

On arrive ainsi à la description complète de la relation dimensionnelle entre deux éléments dimensionnels.

Relation dimensionnelle : (*dim A*, *dim B*, *type*, *dim int*, *nb int*)

*Dim A* : dimension du premier élément dimensionnel, (0,...,n).

*Dim B* : dimension du deuxième élément dimensionnel, (0,...,n).

*Type* : type de relation (*nulle*, *totale*, *partielle*).

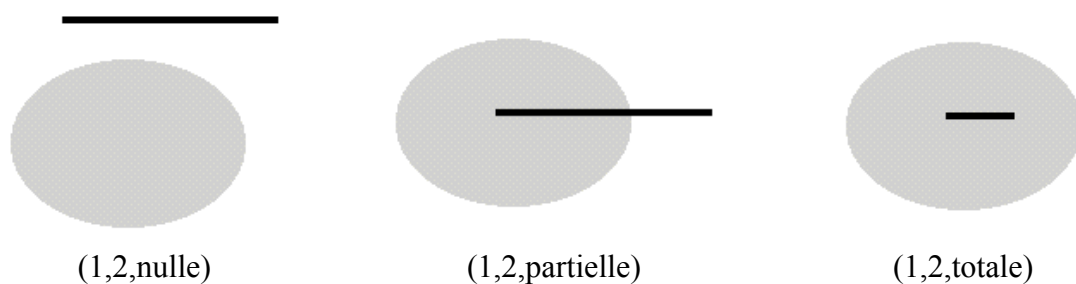
*Dim int* : dimension de l'intersection, (0,...,n).

*Nb int* : nombre de parties distinctes de l'intersection, (0,...,N).

### 3.5.1.3. Complément d'information sur les relations dimensionnelles totales

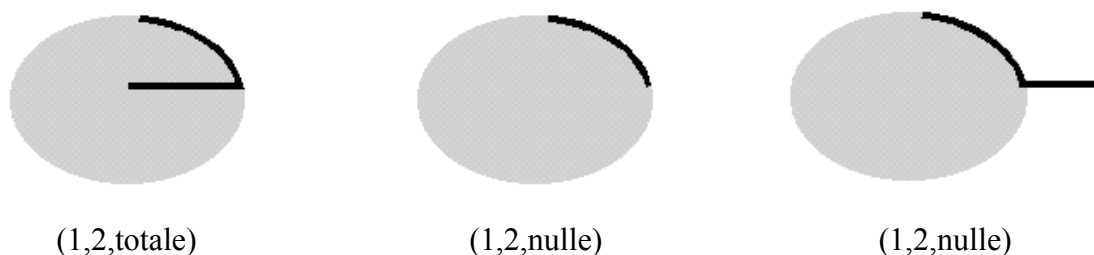
Bien que les définitions des types de relations (cf. 6.1.1.) soient non ambiguës, une illustration plus fine de la relation totale n'est pas superflue. Considérons les trois types de relation entre un 2D élément (ellipse grise) et un 1D élément (ligne noire). On ne prend pas en compte toute la description des relations mais uniquement la dimension des deux éléments et le type de relation<sup>38</sup>.

<sup>38</sup> Comme nous le verrons plus loin, cela correspond à une relation basique (cf. 3.5.5)



**Figure 3.29. Exemples de relations dimensionnelles entre un 1D élément et un 2D élément**

Dans les configurations suivantes, l'application des définitions des types de relations est un peu moins « intuitive ».



**Figure 3.30. Autres exemples de relations dimensionnelles entre un 1D élément et un 2D élément**

La première est (1,2,totale). En effet, l'intersection entre le premier élément (le 1D élément) et le deuxième élément (le 2D élément) est bien égale au premier élément, et leurs extensions ont également une partie en commun. Dans le deuxième cas, l'intersection entre les éléments est égale au premier élément mais l'intersection entre leurs extensions est vide, la relation est donc nulle. Dans le troisième cas, l'intersection entre les éléments n'est pas égale au premier élément. Cependant elle n'est pas vide. Mais elle n'offre néanmoins pas la qualité d'une relation partielle. En effet, dans une relation partielle, on considère l'intersection entre les extensions. Dans notre cas, le 2D élément n'est en « contact » avec le 1D que via sa limite. Donc la relation est nulle. Cette discussion sur la relation totale s'affine lorsqu'on envisage la relation entre objets spatiaux. Nous renvoyons le lecteur au paragraphe 3.6.3 pour la suite de cette discussion.




### 3.5.2. Relations dimensionnelles dans $\mathbf{R}^3$




Dans cette partie, les relations dimensionnelles existantes dans  $\mathbf{R}^3$  sont présentées. Par convention, nous regroupons dans une même famille les relations sur base de l'élément dimensionnel de plus grande dimension. Ceci afin de ne pas multiplier inutilement la taille de cette partie descriptive. Par exemple, si on regarde la relation entre un 0D élément et un 1D élément, (0, 1, type, dim int, nb int), nous renvoyons à la description de la relation (1, 0, type, dim int, nb int) ci-dessous. Dans le cas où le type de relation est différent suivant le sens de lecture, le type de relation de B vers A est indiqué entre parenthèses. La dernière colonne reprend le numéro,  $N^\circ C$ , de la double relation ( $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow A$ ). Celui-ci est utilisé par la suite pour les relations basiques et étendues (cf. § 3.5.4).





C'est sur base de cette description complète (Tableau 3.1), que l'on définit plusieurs familles de relations : les simplifiées, les basiques et les étendues (cf. § 3.5.6, §3.5.7, § 3.5.8).

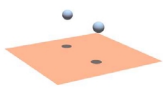
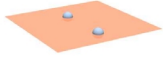



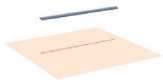
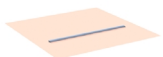
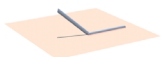
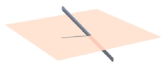
**Tableau 3.1. Les relations dimensionnelles possibles dans  $\mathbb{R}^3$**


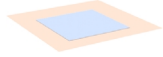


$c$	$Dim\ B$	Type	$Dim\ int$	$Nb\ int$	Exemple	$N^\circ C$
0	0	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
0	0	Totale	0	$a$		1
0	0	Partielle	0	$\leq \min(a, b) - 1$		2


$c$	$Dim\ B$	Type	$Dim\ int$	$Nb\ int$	Exemple	$N^\circ C$
1	0	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
1	0	Partielle (totale)	0	$b$		1
1	0	Partielle	0	$\leq b - 1$		2

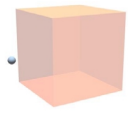
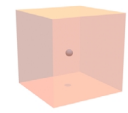
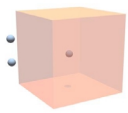
$Dim\ A$	$Dim\ B$	Type	$Dim\ int$	$Nb\ int$	Exemple	$N^\circ C$
1	1	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
1	1	Totale	1	$a$		1
1	1	Partielle	1	$N$		2
1	1	Partielle	0	$N$		3

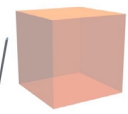
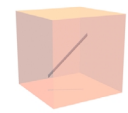
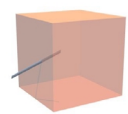
<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
2	0	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
2	0	Totale	0	$b$		1
2	0	Partielle	0	$\leq b-1$		2

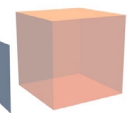
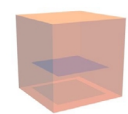
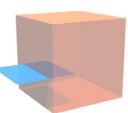
<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
2	1	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
2	1	Partielle (Totale)	1	$b$		1
2	1	Partielle	1	$N$		2
2	1	Partielle	0	$N$		3

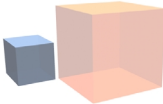


<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
2	2	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
2	2	Totale	2	$b$		1
2	2	Partielle	2	$N$		2
2	2	Partielle	1	$N$		3

2	2	Partielle	0	N		4
---	---	-----------	---	---	--	---

<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
3	0	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
3	0	Partielle (totale)	0	b		1
3	0	Partielle	0	$\leq b-1$		2

<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
3	1	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
3	1	Partielle (totale)	1	b		1
3	1	Partielle	1	N		2

<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
3	2	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
3	2	Partielle (totale)	2	b		1
3	2	Partielle	2	N		2

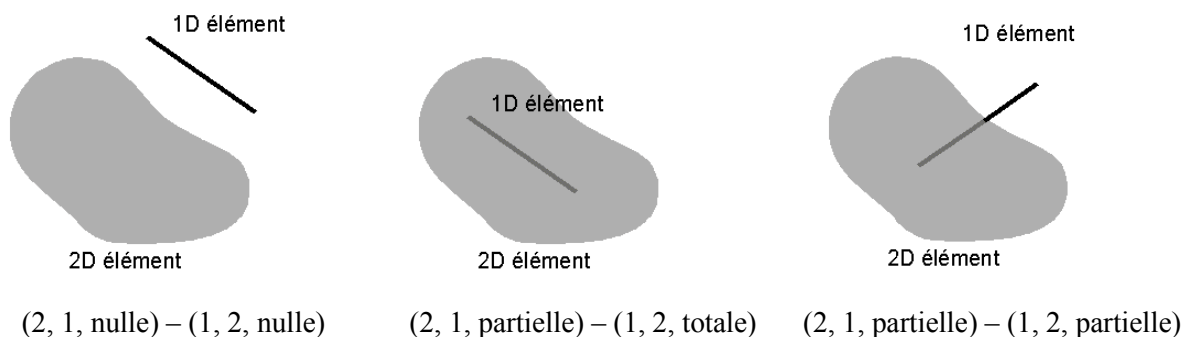
<i>Dim A</i>	<i>Dim B</i>	<i>Type</i>	<i>Dim int</i>	<i>Nb int</i>	<i>Exemple</i>	<i>N°C</i>
3	3	Nulle	$\emptyset$	$\emptyset$		0
3	3	Totale	3	$b$		1
3	3	Partielle	3	$N$		2

Quelques remarques doivent encore être faites :

- Le nombre de relations est illimité si l'on tient compte du nombre d'intersections.
- Certaines relations ne sont pas exclusives. Il s'agit des relations partielles avec différentes dimensions d'intersection, par exemple (2, 2, partielle, 1, N) et (2, 2, partielle, 2, N). Comme nous le verrons dans la suite, ces relations peuvent coexister dans une même configuration, si deux éléments se croisent en plusieurs intersections de dimensions  $d$  différentes.
- Les relations sont fonction de la forme des éléments. Par exemple, si on ne regarde que des faces planes, il n'est pas possible d'avoir une intersection 0D. Ces simplifications sont importantes dans le cas de modèles de données ne supportant que des objets spatiaux basiques (comme des simplexes par exemple).

### 3.5.3. Couples de relations dimensionnelles

Il est intéressant de voir le rapport qui existe entre la relation dimensionnelle existant entre un élément A et un élément B et celle qui existe entre l'élément B et l'élément A. Si l'on considère les trois types de relations<sup>39</sup>, il y a potentiellement 9 combinaisons de relations pour exprimer la double relation entre A et B. Entre deux éléments dimensionnels de dimensions différentes, seules 3 combinaisons existent sur les 9 potentielles<sup>40</sup>.



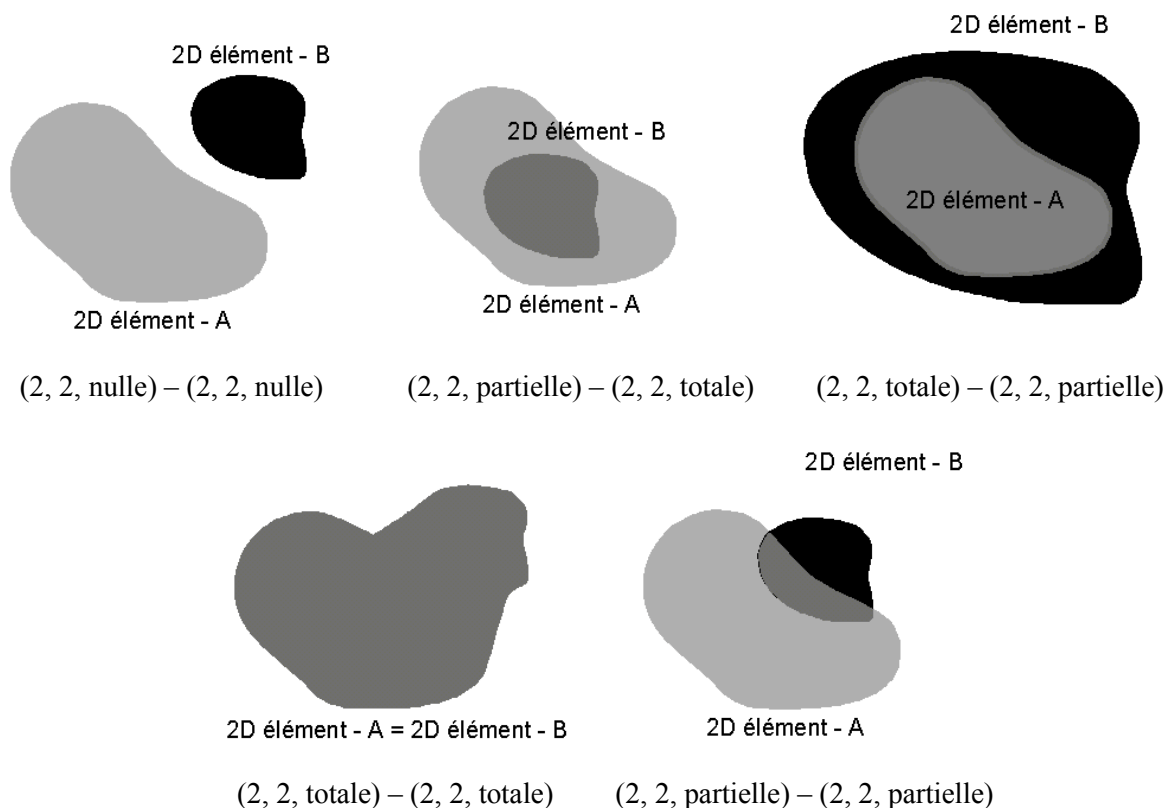
**Figure 3.31. Couples de relations dimensionnelles entre 1D élément et 2D élément**

<sup>39</sup> On ne considère pas la description complète des relations dimensionnelles dans cette partie, mais une autre forme dite basique que l'on détaille dans la partie suivante. Cette forme basique ne reprend que les dimensions des éléments et le type de relations.

<sup>40</sup> Quatre combinaisons peuvent être d'office supprimées. Ce sont celles qui mettent en jeu, dans une des deux relations seulement, une relation nulle.

Les couples de relations suivants sont impossibles : (2, 1,nulle) – (1, 2, partielle); (2, 1,nulle) – (1, 2, totale); (2, 1,partielle) – (1, 2, nulle); (2, 1,totale) – (1, 2, nulle); (2, 1,totale) – (1, 2, partielle); (2, 1,totale) – (1, 2, totale).

Nous allons pouvoir utiliser une écriture abrégée dans la détermination des relations dimensionnelles basiques et étendues. En effet, en associant le code 0 au couple de relations (X,Y, nulle) – (Y,X, nulle), le code 1 au couple de relations (X,Y, partielle) – (Y,X, totale) et le code 2 au couple de relations (X,Y, partielle) – (Y,X, partielle). Ces codes sont associés aux relations présentées plus haut. Ainsi, le simple fait de mentionner (2,1,1) est suffisant pour exprimer le couple de relations (2, 1, partielle) – (1, 2, totale). Cette simplification permet de réduire grandement la description des relations dimensionnelles et assure de ce fait une meilleure lisibilité. Dans le cas où les deux éléments ont la même dimension, 5 combinaisons existent sur les 9 potentielles.



**Figure 3.32. Couples de relations dimensionnelles entre 2D éléments**

Les couples de relations suivants sont impossibles : (2, 1,nulle) – (1, 2, partielle); (2, 1,nulle) – (1, 2, totale); (2, 1,partielle) – (1, 2, nulle); (2, 1,totale) – (1, 2, nulle).

Dans ce cas, on introduit aussi la notation abrégée. Mais il n'est pas possible d'exprimer exactement le couple de relations en utilisant un seul code<sup>41</sup>. La solution est donc d'associer tout de même les codes suivants : code 0 au couple de relations (X,X, nulle) – (X,X, nulle), le code 1 au couple de relations (X,X, total) – (X,X, total ou partiel) et le code 2 au couple de relations (X,X, partielle) – (X,X, total ou partielle) ; tout en exprimant les deux relations. Donc, plutôt que d'écrire (2, 2, totale) – (2, 2, partielle), on écrira (2, 2, 1) – (2, 2, 2)<sup>42</sup>.

<sup>41</sup> En réalité c'est possible. Une solution serait d'associer un code aux 5 configurations possibles. Soit coder de 0 à 4, mais ceci, nous paraît un peu trop complexe, peu intuitif et surtout en interférence avec les codes de 3 à 4 concernant les relations partielles suivant des intersections de différentes dimensions. Une autre possibilité est de coder deux chiffres, c'est à dire 00 dans le cas nul-nul, 11 dans le cas total-total, 22 dans le cas partiel-partiel, 12 pour le cas total-partiel et 21 pour le cas partiel-total.

<sup>42</sup> L'utilisation de la dernière solution exprimée dans la note 40 a le mérite de limiter à une relation la description du couple de relations, donc plutôt que d'écrire (2, 2, totale) – (2, 2, partielle), on écrira (2, 2, 12). Ceci est assez

### 3.5.4. Relations orientées ou couples de relations

Ce qui vient d'être exprimé est primordial dans la façon dont on va pouvoir caractériser les relations dimensionnelles et donc les relations spatiales. Deux possibilités s'offrent à nous. Le choix de l'une ou l'autre solution est laissé à l'utilisateur.

#### 3.5.4.1. Utiliser les relations dimensionnelles orientées ( $A \rightarrow B$ )

Il est tout à fait possible d'ignorer ce qui a été développé au point 3.5.3. Dans ce cas, les relations dimensionnelles que nous allons continuer à définir plus loin peuvent garder leur caractère orienté. C'est-à-dire que lorsqu'on détermine les relations entre deux objets (cf. § 3.6), chaque relation dimensionnelle est établie d'un D élément d'un objet vers un D élément de l'autre objet. Dans ce cas, les relations nulles, totales et partielles telles que définies en début de chapitre, peuvent être codées 0, 1 et 2 pour rationaliser les écritures. Cette approche est celle suivie dans BILLEN & ZLATANOVA (2002) et BILLEN *et al.* (2002). En anticipant sur la suite de ce travail, on peut dire que 9 relations dimensionnelles sont nécessaires pour exprimer la relation spatiale entre un objet simple 2D et un autre objet simple 2D. Suivant cette approche, 18 relations sont nécessaires pour exprimer la situation spatiale entre les objets (quel que soit le sens de la relation).

#### 3.5.4.2. Utiliser les couples de relations dimensionnelles ( $A \leftrightarrow B$ )

Il est possible également de prendre en compte le caractère symétrique présenté dans la section précédente. Dans ce cas, les relations dimensionnelles peuvent, dans la plupart des cas (cf. § 3.5.3), exprimer directement la double relation  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow A$ . Cette symétrie est mise en défaut dans le cas de la relation mettant en jeu des éléments dimensionnels de même dimension. Dans ce cas, il est nécessaire d'exprimer les deux relations (de  $A \rightarrow B$  et de  $B \rightarrow A$ ), en les distinguant par l'ajout d'une notation faisant référence à l'inversion de sens de lecture. L'emploi des codes 0, 1 et 2 est détaillé dans la partie précédente (cf. § 3.5.3). Si l'on suit cette approche pour exprimer une relation orientée, par exemple la relation spatiale entre un objet simple 2D et un autre objet simple 2D, on a toujours besoin de 9 relations. Par contre, pour exprimer la situation spatiale entre les deux objets (quel que soit le sens), 12 relations suffisent. Un exemple est montré par la suite, et permet de se rendre compte de l'intérêt de chaque approche (cf. § 3.6.1).

#### 3.5.4.3. Approche préconisée

Dans notre travail, nous n'avons pas voulu privilégier l'une ou l'autre approche. C'est pour cela qu'elles sont toutes les deux définies et que dans la suite (essentiellement aux § 3.5.5, § 3.5.6, § 3.5.7 § 3.6.1) nous indiquons clairement les deux options. Néanmoins, nous pensons que la première approche est sans nul doute la plus abordable dans un premier temps. La plupart des modèles de relations présentant des relations également orientées, cette approche est donc tout à fait classique. C'est pour cette raison que les différents articles déjà réalisés sur le sujet ne font mention que de cette approche. Par contre, il est clair que la notion de symétrie est importante et

---

élégant et très homogène avec le cas des couples de relations entre éléments de dimension différente. Par contre, on introduit un codage différent. Nous préférons rejeter cette possibilité pour le moment.

ne peut être délaissée. La réduction du nombre de relations à prendre en compte n'est pas un facteur négligeable quand on s'élève dans la complexité du modèle. Le problème du codage des relations est plus problématique. En effet, l'emploi des codes (0, 1 et 2) est très pratique car il permet une lecture assez rapide de la relation (le 0 étant un élément très facilement interprétable et bien différencié). Pour cette raison, nous tenons à garder ce codage dans les deux approches. La solution proposée est d'écrire les relations et les codes de l'approche relation orientée en italique. Ainsi, la distinction entre les deux approches sera possible du premier coup d'œil. En conclusion, nous avons adopté la deuxième approche dans ce travail afin de limiter le nombre de relations à prendre en compte, tout en ne perdant pas de vue que cette approche est un peu moins abordable que la première pour des non-spécialistes.

### 3.5.5. Relations dimensionnelles basiques

Les relations dimensionnelles peuvent être regroupées suivant différents critères. Ceux-ci reflètent le niveau de complexité que l'on veut atteindre dans la description. Les relations présentées avant (cf. § 3.5.1) sont les plus complètes du modèle. Un tel niveau de détail n'est pas toujours nécessaire. Le premier regroupement présenté est celui qui amène aux relations dimensionnelles basiques. Les regroupements proposés sont tout à fait arbitraires. Ils correspondent à une vision propre à l'auteur des différents niveaux de complexité à exprimer. Les relations basiques sont les relations dimensionnelles complètes dans lesquelles on ne considère pas la dimension ni le nombre d'intersections.

#### 3.5.5.1. Suivant l'approche relation orientée

Relation dimensionnelle basique : (*dim A, dim B, type*)

*Dim A* : dimension du premier élément dimensionnel, (0,...,n).

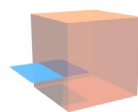
*Dim B* : dimension du deuxième élément dimensionnel, (0,...,n).

*Type* : type de relation (*nulle, totale, partielle*).

On peut aussi utiliser la notation suivante pour les exprimer :

- *R*, pour signifier la relation ;
- *AD*, pour la dimension du premier élément dimensionnel ;
- *B*, pour la dimension du deuxième élément dimensionnel ;
- *-n*, code pour signifier une relation nulle, totale ou partielle (0, 1, 2)

Par exemple, la relation dimensionnelle basique entre un élément dimensionnel de dimension 2 (en bleu) et un élément dimensionnel de dimension 3 (en orange) présentée à la Figure 3.33, s'écrit : *R2D3-2*. Cela traduit la situation suivante, le 2D élément est en relation dimensionnelle partielle avec le 3D élément. Dans  $\mathbf{R}^3$ , on compte 30 couples de relations dimensionnelles basiques possibles.



*R2D3-2*

Figure 3.33. Exemple de relations dimensionnelles basiques.

### 3.5.5.2. Suivant l'approche couple de relations

Relation dimensionnelle basique :  $(\dim A, \dim B, N^{\circ}C)$

$\dim A$  : dimension du premier élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$\dim B$  : dimension du deuxième élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$N^{\circ}C$  : numéro du couple de relations  $(0, 1, 2)$ .

On peut aussi utiliser la notation suivante :

- $R$ , pour signifier la relation ;
- $AD$ , pour la dimension du premier élément dimensionnel ;
- $B$ , pour la dimension du deuxième élément dimensionnel ;
- $N^{\circ}C$ , numéro du couple de relations  $(0, 1, 2)$

### 3.5.6. Relations dimensionnelles étendues

Les relations étendues sont les relations dimensionnelles complètes dans lesquelles on ne considère pas le nombre d'intersections.

#### 3.5.6.1. Suivant l'approche relation orientée

Relation dimensionnelle basique :  $(\dim A, \dim B, type, \dim int)$

$\dim A$  : dimension du premier élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$\dim B$  : dimension du deuxième élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$Type$  : type de relation (*nulle, totale, partielle*).

$\dim int$  : dimension de l'intersection,  $(\emptyset, 0, \dots, n)$ .

La même notation que pour les relations basiques est adoptée. La variable  $n$  peut cependant avoir d'autres valeurs que 0, 1 et 2. La relation partielle avec intersection de la même dimension que l'élément de dimension inférieure est codée 2, si la dimension de l'intersection est d'une unité inférieure, elle est codée 3, si la dimension de l'intersection est de deux unités inférieure, elle est codée 4, et ainsi de suite.

Par exemple, la relation dimensionnelle étendue entre un élément dimensionnel de dimension 1 (en bleu) et un élément dimensionnel de dimension 2 (en orange) présentée à la Figure 3.34.a., s'écrit :  $RID2-2$ . Cela traduit la situation suivante, le 1D élément est en relation dimensionnelle partielle avec le 2D élément et leur intersection est de dimension 1. Par contre, dans la Figure 3.34.b., la relation est toujours partielle mais la dimension de l'intersection est 0. La relation s'écrit :  $RID2-3$



Figure 3.34. Quelques exemples de relations dimensionnelles étendues



Dans  $\mathbf{R}^3$ , on compte 34 relations dimensionnelles étendues, soit seulement 4 de plus que les basiques. Ce sont les relations : -  $R1D1-3$  ; -  $R2D1-3$  ; -  $R2D2-3$  ; -  $R2D2-4$ .

### 3.5.6.2. Suivant l'approche couple de relations

La même notation que pour les basiques est utilisée, avec la possibilité de prendre en compte les  $N^\circ C$  supérieurs à 2.

Relation dimensionnelle étendue :  $(\dim A, \dim B, N^\circ C)$

$\dim A$  : dimension du premier élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$\dim B$  : dimension du deuxième élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

$N^\circ C$  : numéro du couple de relations  $(0, 1, 2, 3, 4)$ .

### 3.5.7. Relations dimensionnelles simplifiées

Les relations simplifiées sont une agrégation des relations dimensionnelles complètes dans lesquelles on ne considère pas la dimension de l'élément dimensionnel du deuxième objet, la dimension de l'intersection, ni le nombre d'intersections. L'idée est de définir une relation entre un élément dimensionnel d'un objet et l'ensemble du deuxième objet. Du fait de cette simplification, il n'est pas possible d'envisager une approche couple de relations, car, par définition, on ne connaît pas la nature (la dimension) du deuxième élément. Seule l'approche relation orientée est d'application.

Relation dimensionnelle simplifiée :  $(\dim A, \text{type})$

$\dim A$  : dimension du premier élément dimensionnel,  $(0, \dots, n)$ .

Type : type de relation (*nulle*, *totale*, *partielle*).

Il est possible d'utiliser aussi la notation introduite pour les relations basiques et étendues :

- $R$ , pour signifier la relation ;
- $AD$ , pour la dimension du premier élément dimensionnel ;
- $-n$ , pour signifier le type de relation, nulle (0), totale (1) ou partielle (2).

Partant des relations basiques, on peut fixer les règles suivantes de généralisation :

On a  $RXD - 0$ , si pour tout  $Y [0,3]$  on  $RXDY - 0$

On a  $RXD - 1$ , si pour au moins un  $Y \geq X$  on  $RXDY - 1$

On a  $RXD - 2$ , dans tous les autres cas



Figure 3.35. Quelques exemples de relations dimensionnelles simplifiées.

Il s'agit ici d'une généralisation importante des relations dimensionnelles. Par exemple, la relation dimensionnelle simplifiée  $R2D-2$ , correspond aux situations présentées dans la Figure 3.35. Dans  $R^3$ , on compte 12 relations dimensionnelles simplifiées possibles (en tenant compte de la réciprocité).

### 3.6. Détermination des relations spatiales entre objets

Le but premier du modèle est de permettre la description des relations spatiales entre objets spatiaux. Cette description se fait sur base de l'étude des relations dimensionnelles existantes entre les éléments dimensionnels constitutifs des objets en cause. La description des relations spatiales peut se faire à différents niveaux grâce au MD. Ces niveaux de détails sont fonctions des relations dimensionnelles considérées (simplifiées, basiques, étendues) ainsi que des éléments dimensionnels pris en compte. L'espace d'application du modèle est comme nous l'avons vu l'espace affine. Un espace affine est aussi un espace topologique, donc les relations topologiques peuvent aussi être déterminées grâce au MD. Mais il est possible d'aller plus loin dans la catégorisation en tirant profit au maximum des critères de convexité présents dans le MD. Les avantages et inconvénients sont discutés en fin de chapitre.

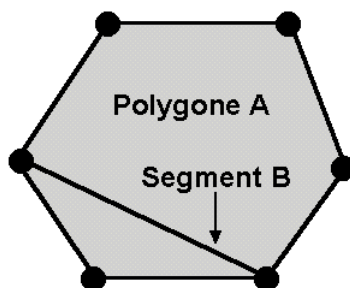
#### 3.6.1. Utilisation des relations dimensionnelles

Le modèle permet une nouvelle représentation formelle des relations spatiales. La relation spatiale entre deux objets est exprimée en terme de relations dimensionnelles. La démarche comprend deux étapes :

1. On identifie les éléments dimensionnels des deux objets.
2. On identifie tous les couples potentiels d'éléments dimensionnels des deux objets.
3. On établit la relation dimensionnelle<sup>43</sup> pour chaque couple.

Il est important de faire la distinction entre la relation qui existe entre un objet A et un objet B et celle qui existe entre l'objet B et l'objet A. Nous avons à notre disposition les outils permettant de faire le choix suivant : - soit on regarde la relation entre l'objet A et l'objet B (approche relation orientée) (cf. § 6.4.1) ; - soit on regarde la relation entre les deux objets (dans les deux sens) (approche couple de relations) (cf. § 6.4.2). Nous allons donner un exemple suivant les deux approches.

Soit le polygone A et le segment de droite B (Figure 3.36).



**Figure 3.36. Relation spatiale entre un polygone et un segment de droite**

<sup>43</sup> La catégorie de relations doit évidemment être la même pour tous les couples, soit les relations basiques, étendues ou simplifiées (l'utilisation des relations complètes n'est pas recommandée).

Le polygone A possède un 2D élément, un 1D élément et un 0D élément. Le segment de droite possède un 1D élément et un 0D élément. Intéressons-nous à la relation entre A et B. Les couples sont les suivants : élément 2D du polygone avec élément 1D du segment, élément 2D du polygone avec élément 0D du segment, élément 1D du polygone avec élément 1D du segment, élément 1D du polygone avec élément 0D du segment, élément 0D du polygone avec élément 1D du segment, élément 0D du polygone avec élément 0D du segment. Dans cet exemple, ce sont les relations basiques qui sont prises en compte. On peut établir, sur base de la Figure 3.36, les relations dimensionnelles suivantes, qui traduisent la relation spatiale qui existe entre l'objet A et l'objet B.

Suivant l'approche relation orientée

<i>R2D1</i>	<i>R2D0</i>	<i>R1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>R0D1</i>	<i>R0D0</i>
2	0	0	0	0	2

Suivant l'approche couple de relations

<i>R2D1</i>	<i>R2D0</i>	<i>R1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>R0D1</i>	<i>R0D0</i>
1	0	0	0	0	2

Si on regarde maintenant la relation de B vers A, on obtient les couples suivants : élément 1D du segment avec élément 2D du polygone, élément 1D du segment avec élément 1D du polygone, élément 1D du segment avec élément 0D du polygone, élément 0D du segment avec élément 2D du polygone, élément 0D du segment avec élément 1D du polygone et enfin, élément 0D du segment avec élément 0D du polygone.

Suivant l'approche relation orientée

<i>R1D2</i>	<i>R1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>R0D2</i>	<i>R0D1</i>	<i>R0D0</i>
1	0	0	0	0	1

Suivant l'approche couple de relations

<i>R1D2</i>	<i>R1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>R0D2</i>	<i>R0D1</i>	<i>R0D0</i>
1	0	0	0	0	1

Si l'on veut maintenant rendre compte de la situation spatiale entre les deux objets (prendre en compte la relation spatiale de  $A \rightarrow B$  et celle de  $B \rightarrow A$ ), il est nécessaire d'utiliser une certaine symbolique. On fixe arbitrairement un sens de lecture :  $RADB$ , la relation entre un D élément de l'objet A et un D élément de l'objet B. Ceci permet de n'indiquer qu'une fois les relations réciproques (qui, vu le sens de lecture fixé, peuvent être lues sans ambiguïté<sup>44</sup>). Quand on veut spécifier les relations entre B et A, on ajoute le préfixe « i » (pour inverse) avant le R. Ainsi, si on rencontre une notation  $iR1D1$ , cela signifie la relation concerne le couple 1D élément de l'objet B avec 1D élément de l'objet A.

Suivant l'approche relation orientée

<i>R2D1</i>	<i>R2D0</i>	<i>iR1D2</i>	<i>R1D1</i>	<i>iR1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>iR1D0</i>	<i>iR0D2</i>	<i>R0D1</i>	<i>iR0D1</i>	<i>R0D0</i>	<i>iR0D0</i>
2	0	1	0	0	0	0		0	0	2	1

Suivant l'approche couple de relations

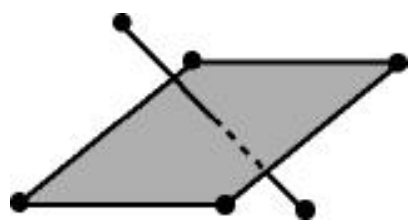
<i>R2D1</i>	<i>R2D0</i>	<i>R1D1</i>	<i>iR1D1</i>	<i>R1D0</i>	<i>R0D1</i>	<i>R0D0</i>	<i>iR0D0</i>
1	0	0	0	0	0	2	1

<sup>44</sup> Par exemple, une  $R1D2$  est la relation entre le 1D élément de l'objet A et le 2D élément de l'objet B, tandis que  $R2D1$  est la relation entre le 2D élément de l'objet A et le 1D élément de l'objet B.

L'approche relation orientée nécessite 12 relations pour exprimer la relation spatiale, alors que suivant l'approche couple de relations, on a besoin seulement de 8 relations.

**À partir de maintenant nous n'envisagerons plus que l'approche couple de relations** afin de limiter le nombre de relations dimensionnelles grâce à la propriété de « quasi » symétrie de celles-ci.

Le niveau de détail de la description des relations spatiales est influencé, en outre, par la catégorie de relations dimensionnelles utilisées (basique, étendues, simplifiées). La démarche expliquée ci-dessus reste valable quelle que soit la catégorie. Dans l'exemple suivant, la relation spatiale entre deux objets (un polygone et un segment de droite) est décrite suivant les trois catégories de relations.

	Relations basiques							
	R2D1	R2D0	R1D1	iR1D1	R1D0	R0D1	R0D0	iR0D0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	Relations étendues							
	R2D1	R2D0	R1D1	iR1D1	R1D0	R0D1	R0D0	iR0D0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	Relations simplifiées							
	R2D	R1D	iR1D	R0D	iR0D			
	2	0	0	0	0			

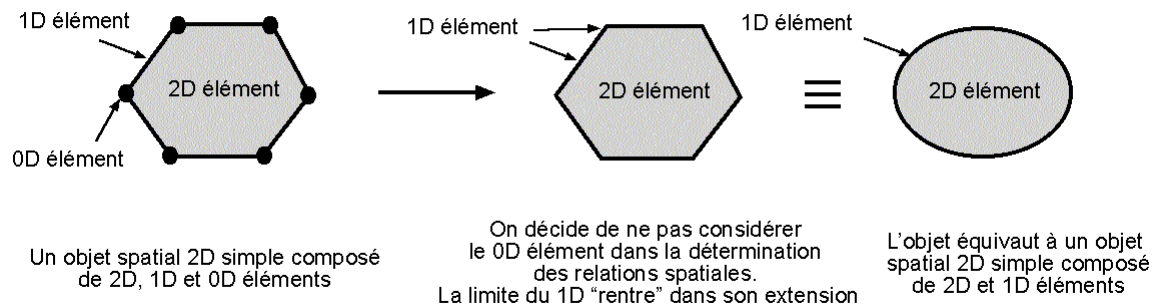
**Figure 3.37. Description de la relation spatiale entre un segment de droite et un polygone suivant les trois catégories de relations dimensionnelles**

### 3.6.2. Éléments dimensionnels pris en compte

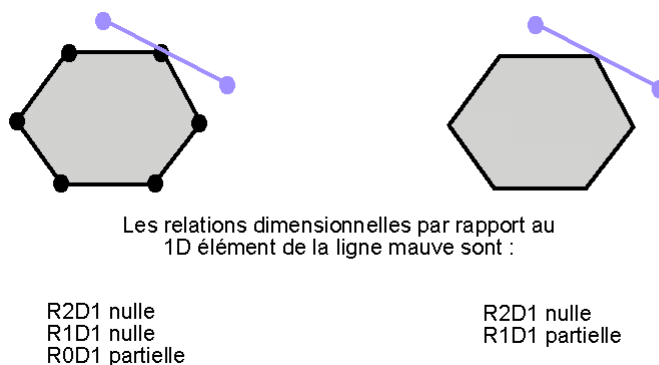
Une liberté supplémentaire est offerte à l'utilisateur. Il s'agit de la possibilité de prendre en compte ou non certains éléments dimensionnels. L'idée est que certains éléments peuvent ne pas être significatifs au regard de l'application. Dès lors, les utiliser dans la description des relations spatiales n'apporte aucune information supplémentaire pertinente. Par exemple, considérons un objet géographique représenté par un cube. Si d'un point de vue géographique (ou plutôt sémantique) les sommets du cube n'ont pas d'intérêts spatiaux (c'est-à-dire que l'utilisateur ne veut pas leur attribuer un comportement distinct des arêtes), il n'est pas nécessaire d'en tenir compte dans la détermination de la relation spatiale. Dans ce cas, l'élément 0D sera tout simplement éliminé du processus de détermination. Évidemment, ceci se base sur des critères tout à fait subjectifs. Néanmoins, cette possibilité d'agir sur la complexité de la description des relations spatiales est certainement un point fort de l'approche proposée. L'utilisateur se trouve face à un outil conceptuel qui n'est pas rigide, et qui lui permet une importante généralisation ou au contraire une extrême précision. Prenons l'exemple de la modélisation d'un « nuage » de pollution. Cet objet est modélisé suivant un corps solide constitué de faces, elles-mêmes constituées d'arêtes, celles-ci délimitées par des nœuds. La relation spatiale que l'utilisateur veut connaître est l'inclusion ou non d'un objet dans ce nuage de pollution. Peu lui importe de connaître le comportement à la frontière, dans ce cas-ci les 2D, 1D et 0D éléments. La seule relation qui ait un sens dans ce cas particulier c'est « l'inclusion », donc l'existence d'une relation R3D partielle ou totale. Comme indiqué dans le tableau 0, il n'y aura que 5 relations spatiales différentes, au lieu d'au moins une centaine<sup>45</sup> dans la description maximale.

<sup>45</sup> Ordre de grandeur estimé. Le nombre de relations est fini mais n'a pas été déterminé exactement.

Pratiquement, cette possibilité de ne considérer que certains éléments dimensionnels induit un changement dans la définition des éléments dimensionnels retenus. Le principe est relativement simple. Nous avons vu qu'un objet spatial doit toujours se terminer par un élément dimensionnel sans limite. Si on exclut un élément dimensionnel dans le processus, il faut tout de même assurer l'intégrité de l'objet étudié. Donc, l'élément juste supérieur à l'élément exclu doit être sans limite. Sinon, on se trouverait face à un objet amputé d'une de ses parties. Il suffit de ne plus considérer la limite du dernier élément, et de l'intégrer dans l'extension.



**Figure 3.38. Réduction du nombre d'éléments dimensionnels pris en compte**



**Figure 3.39. Effet de la suppression d'un élément dimensionnel sur la relation spatiale entre deux objets**

### 3.6.3. Influence du choix des éléments dimensionnels sur les relations

Nous avons vu à la section 3.5.1.3 « complément d'information sur les relations totales », une explication détaillée de cette relation pour certaines configurations. Il est intéressant de voir comment, au regard des moyens disponibles pour déterminer les relations spatiales entre objets, les différents cas de figures présentés évoluent.

Soit un objet simple 2D et un objet simple 1D. Considérons dans un premier temps uniquement le 2D élément de l'un et le 1D élément de l'autre. On est donc dans un cas simplifié qui ne prend en compte que certains éléments dimensionnels. Cela implique, comme nous venons de le voir, d'assimiler la limite de chaque élément à son extension. La figure 3.40 montre l'évolution des relations par rapport à la situation de la figure 3.30.



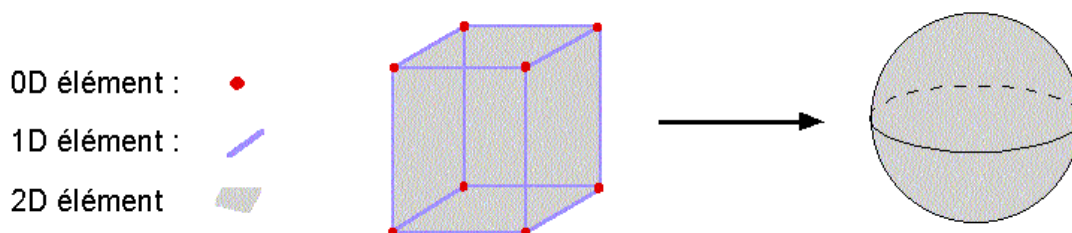
**Figure 3.40. Exemple de relations R1D2 entre deux objets spatiaux (1 élément dimensionnel pris en compte)**

La différence avec ce que nous avons vu précédemment, est que la deuxième configuration est devenue totale et la troisième est devenue partielle. C'est normal, car la limite a été assimilée à l'extension. Dans le deuxième cas, l'intersection entre les deux éléments est toujours égale au premier élément, mais l'intersection entre les extensions n'est plus vide. Dans le troisième cas, l'intersection entre les extensions des deux éléments n'est plus vide, donc la relation est partielle.

Regardons maintenant ce qui se passe quand on considère en plus le 1D élément de l'ellipse. On n'assimile plus la limite à l'extension, on se retrouve pour les relations R1D2 dans le même cas que au point 6.1.3. Pour la première configuration, on a une  $R1D2 - 1$  et  $R1D1 - 2$ , pour la deuxième,  $R1D2 - 0$  et  $R1D1 - 1$ , et pour la troisième  $R1D2 - 0$  et  $R1D1 - 2$ .

### 3.6.4. Utilisation de la notion de limite intérieure et extérieure

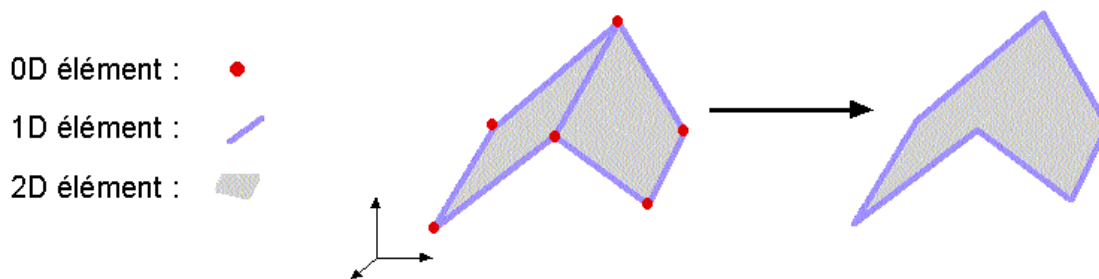
Le concept de limite intérieure et extérieure permet également un certain affinement des relations. Le principe est simple : assimiler la limite intérieure d'un élément à son extension, et répercuter ce changement sur les éléments dimensionnels inférieurs. Les exemples suivants permettent de mieux comprendre la démarche.



**Figure 3.41. Influence de la prise en compte de la limite intérieure d'un objet simple 3D sur les éléments dimensionnels de dimension inférieure**

Dans le cas d'un objet simple 3D (un cube), on remarque que : - le 3D élément n'a qu'une limite extérieure, donc pas de changement ; - le 2D élément n'a qu'une limite intérieure, donc on l'assimile à l'extension et les 1D et 0D éléments « disparaissent ». On est dans le cas de la boule.

Dans le cas d'un objet simple 2D (un surface brisée), on remarque que : - le 2D élément a une limite intérieure et une extérieure, donc on élimine la limite intérieure, la partie de 1D élément qui y correspond « disparaît » ; - le 1D élément n'a qu'une limite intérieure, donc on l'assimile à l'extension et le 0D élément « disparaît » (Figure 3.42).



**Figure 3.42. Influence de la prise en compte de la limite intérieure d'un objet simple 2D sur les éléments dimensionnels de dimension inférieure**



**Figure 3.43. Influence de la prise en compte de la limite intérieure d'un objet simple 1D sur les éléments dimensionnels de dimension inférieure**

Dans le cas d'un objet simple 1D (une ligne brisée), on remarque que : - le 1D élément a une limite intérieure et une extérieure, donc on élimine la limite intérieure, la partie de 0D élément qui y correspond « disparaît ». Le 0D restant correspond aux extrémités.

Nous ne préconisons pas particulièrement cette approche. Par contre, elle est indispensable si l'on veut obtenir une correspondance parfaite<sup>46</sup> avec les relations topologiques. En effet, les définitions des limites intérieures et extérieures se basent sur un concept assez proche de celui d'appartenance ou non à la frontière d'une variété. Il est donc tout à fait normal, de retrouver grâce à leur prise en compte les frontières et intérieurs tels que définis par EGENHOFER pour les complexes cellulaires (EGENHOFER & HERRING 1992).

## 3.7. Relations existantes dans $R^3$

### 3.7.1. Présentation

Bien que le modèle soit  $n$  dimensionnel, notre intérêt se porte pour le moment sur un espace tridimensionnel. La recherche des relations existantes dans un espace donné a fait l'objet

<sup>46</sup> On a une correspondance parfaite avec les relations topologiques pour les objets simples 3D en prenant les relations basiques limitées aux 3D et 2D éléments. L'emploi de la démarche « frontière intérieure » est nécessaire pour les objets simples 2D et 1D qui possèdent une limite intérieure (ce qui est somme toute évident).

d'intéressants travaux (EGENHOFER & HERRING 1992 , ZLATANOVA 2000b). L'approche suivie par ces auteurs est de considérer dans un premier temps l'ensemble de toutes les relations que l'on peut obtenir théoriquement suivant le modèle utilisé. Ensuite, par l'application de conditions de restrictions (conditions négatives) certaines sont éliminées pour obtenir finalement seulement les relations existantes. Ces conditions sont importantes si elles sont bien formalisées. Les conditions établies par EGENHOFER dans un espace 2D ont été étendues par ZLATANOVA en 3D. Dans notre travail, des conditions ont été établies de manière similaire<sup>47</sup>. Actuellement, les conditions négatives pour le modèle dimensionnel sont toujours dans un état brut. C'est-à-dire qu'elles ne sont pas complètement formalisées, ni généralisées à tous les niveaux de détails. Pour cette raison, elles ne sont pas présentées dans ce travail.

### 3.7.2. Relations possibles

Dans cette partie, toutes les relations possibles entre des objets simples 1D, des objets simples 2D et des objets simples 3D<sup>48</sup> sont présentées, du niveau de détail le plus simple (un élément dimensionnel pris en compte avec les relations dimensionnelles simplifiées) jusqu'à l'obtention des relations équivalentes aux relations topologiques (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques). Les niveaux de détails supplémentaires sont traités dans la partie suivante. Dans toutes les figures, le premier objet est l'orange et le deuxième le bleu, les parties communes sont en rouge.

#### 3.7.2.1. Relations entre objets simples 0D

Il n'y a pas de différence entre les relations simplifiées, basiques ou étendues dans le cas de deux 0D éléments. De plus, un objet simple 0D n'est composé que d'un 0D élément entier, donc, seulement deux relations sont possibles, R0D0-0 ou R0D0-1.

#### 3.7.2.2. Relations entre objet simple 0D et objet simple 1D

*Un seul élément dimensionnel pris en compte*

Il existe 2 relations spatiales possibles que l'on prenne les simplifiées, basiques ou étendues.



**Figure 3.44. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 1D et 0D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R1D0)**

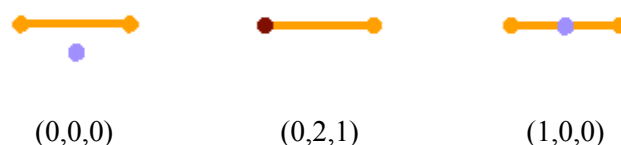
<sup>47</sup> Nous nous sommes servis des résultats obtenus pour le modèle des 9-i dans un espace 3D comme référence. L'avantage a été d'avoir un point de comparaison pour valider les résultats attendus comme similaires avec le modèle topologique.

<sup>48</sup> Tous ces objets sont à limite continue (cf. § 3.31). Le cas d'objets simples à limite discontinue est évoqué au § 3.7.4.



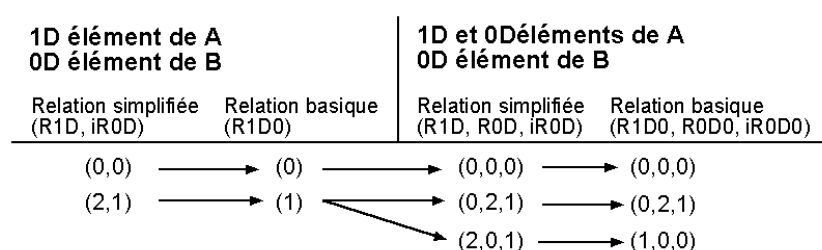
*Deux éléments dimensionnels pris en compte*

On obtient 3 relations spatiales quel que soit le type de relations utilisées.



**Figure 3.45. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 1D et 0D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R1D0, R0D0, iR0D0)**

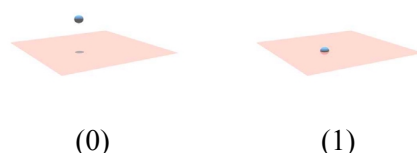
**Tableau 3.2. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre deux objets simples 1D et 0D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.3. Relations entre objet simple 0D et objet simple 2D

*Un seul élément dimensionnel pris en compte*

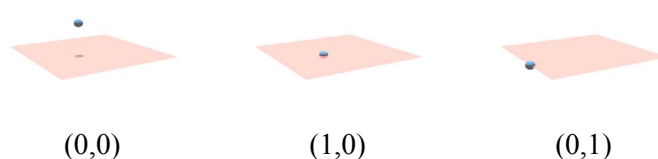
Deux relations spatiales, quel que soit le type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.46. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D et 0D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R2D0)**

*Deux éléments dimensionnels pris en compte*

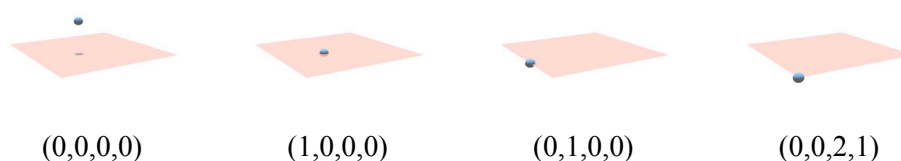
On obtient trois relations spatiales, toujours indépendamment du type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.47. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D et 0D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R2D0, R1D0)**

### Trois éléments dimensionnels pris en compte

On obtient quatre relations spatiales, toujours indépendamment du type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.48. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D et 0D (trois éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R2D0, R1D0, R0D0, iR0D0)**

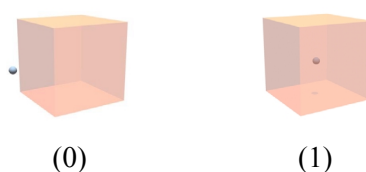
**Tableau 3.3. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre deux objets simples 2D et 0D à travers différents niveaux de complexité**

2D élément de A 0D élément de B		2D et 1D éléments de A 0D élément de B		2D, 1D et 0D éléments de A 0D élément de B	
Relation simplifiée (R2D, iR0D)	Relation basique (R2D0)	Relation simplifiée (R2D, R1D, iR0D)	Relation basique (R2D0, R1D0)	Relation simplifiée (R2D, R1D, R0D, iR0D)	Relation basique (R2D0, R1D0, R0D0, iR0D0)
(0,0)	→ (0)	→ (0,0,0)	→ (0,0)	→ (0,0,0,0)	→ (0,0,0,0)
(2,1)	→ (1)	→ (2,0,1)	→ (1,0)	→ (2,0,0,1)	→ (1,0,0,0)
		→ (0,2,1)	→ (0,1)	→ (0,2,0,1)	→ (0,1,0,0)
				→ (0,0,2,1)	→ (0,0,2,1)

### 3.7.2.4. Relations entre objet simple 0D et objet simple 3D

#### Un seul élément dimensionnel pris en compte

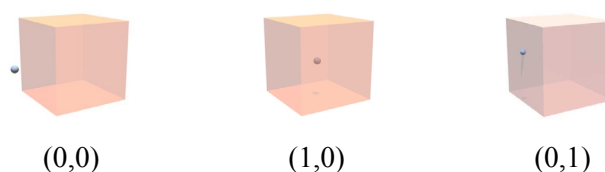
Deux relations spatiales, quel que soit le type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.49. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D et 0D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R3D0)**

#### Deux éléments dimensionnels pris en compte

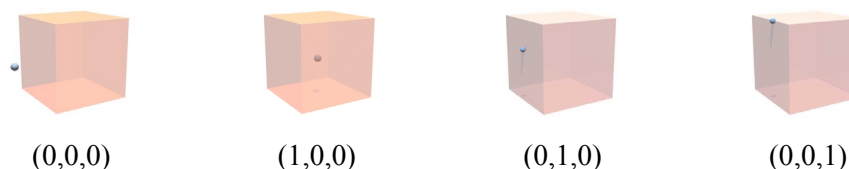
On obtient trois relations spatiales, toujours indépendamment du type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.50. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D et 0D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R3D0, R2D0)**

### Trois éléments dimensionnels pris en compte

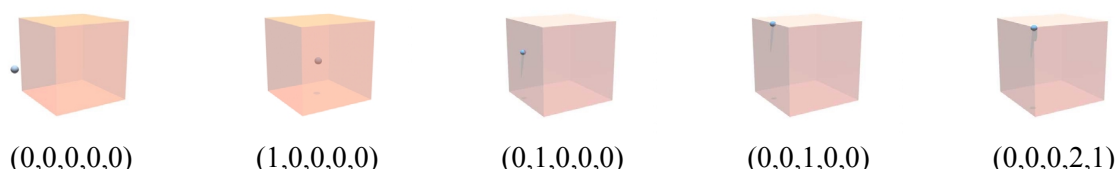
On obtient quatre relations spatiales, toujours indépendamment du type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.51. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D et 0D (trois éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R3D0, R2D0, R1D0)**

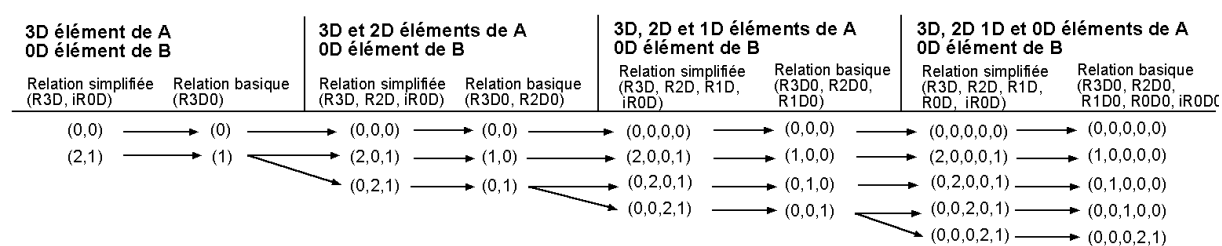
### Quatre éléments dimensionnels pris en compte

On obtient cinq relations spatiales, toujours indépendamment du type de relations dimensionnelles.



**Figure 3.52. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D et 0D (quatre éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R3D0, R2D0, R1D0, R0D0, iR0D0)**

**Tableau 3.4. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre deux objets simples 3D et 0D à travers différents niveaux de complexité**



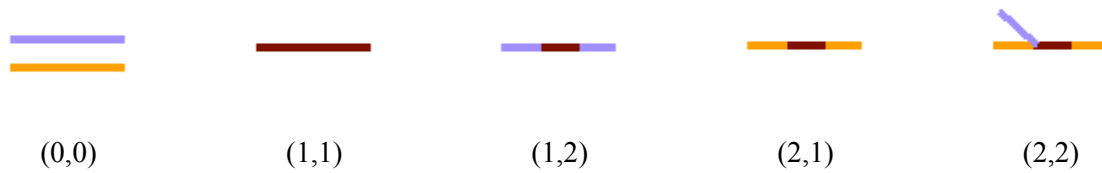
### 3.7.2.5. Relations entre objets simples 1D

Les relations entre objets simples 1D sont les mêmes que l'on soit dans un espace 2D ou 3D. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que nous considérons un cas particulier d'objets simples 1D. En effet, nous avons voulu limiter l'élément 0D aux deux extrémités de chaque ligne. Les objets considérés ne sont donc pas brisés<sup>49</sup>.

<sup>49</sup> On peut aussi considérer tous les objets 1D mais ne prendre en compte que la limite extérieure de l'élément 1D. Le résultat est le même.

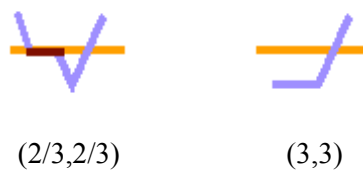
### *Un seul élément dimensionnel pris en compte*

Il existe 5 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées. Il n'y a pas de relations supplémentaires si on prend en compte les relations basiques.



**Figure 3.53. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 1D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R1D1, iR1D1)**

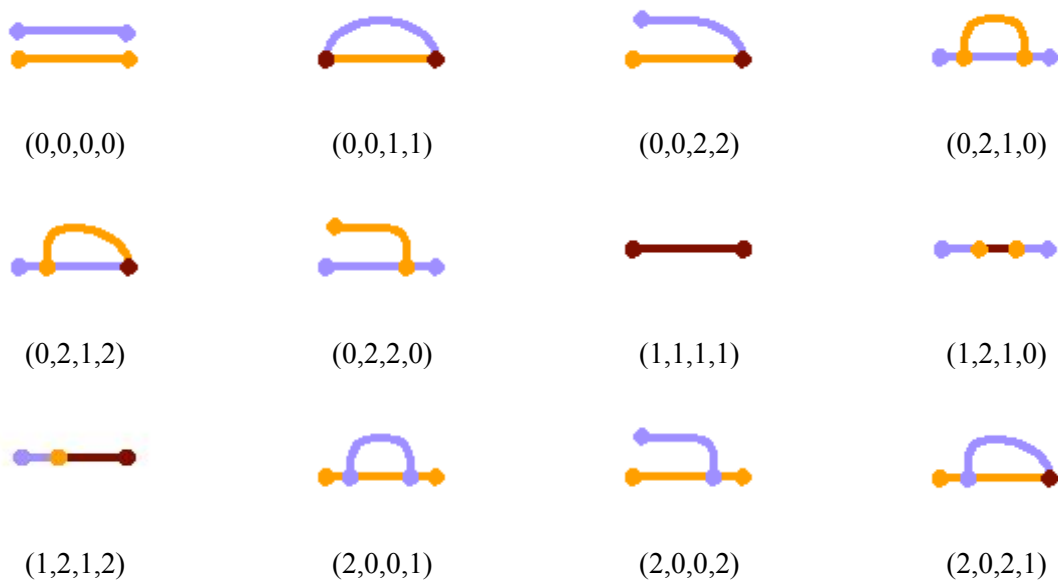
Par contre, l'utilisation des relations étendues permet d'obtenir 2 relations supplémentaires.

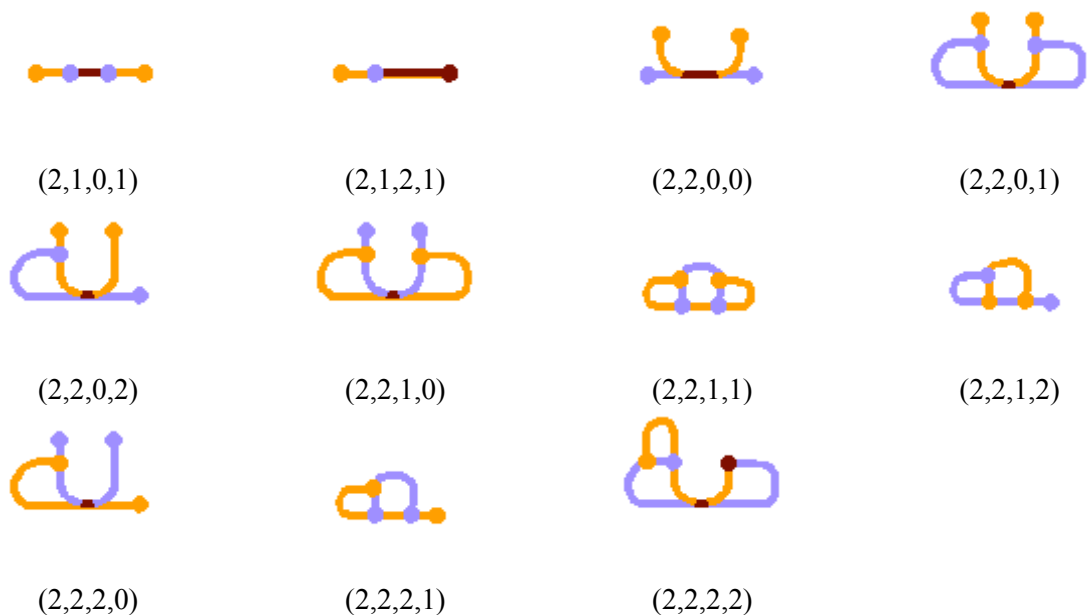


**Figure 3.54. Relations spatiales possibles supplémentaires entre deux objets simples 1D (un élément dimensionnel pris en compte, relations étendues) – (R1D1, iR1D1)**

### *Deux éléments dimensionnels pris en compte*

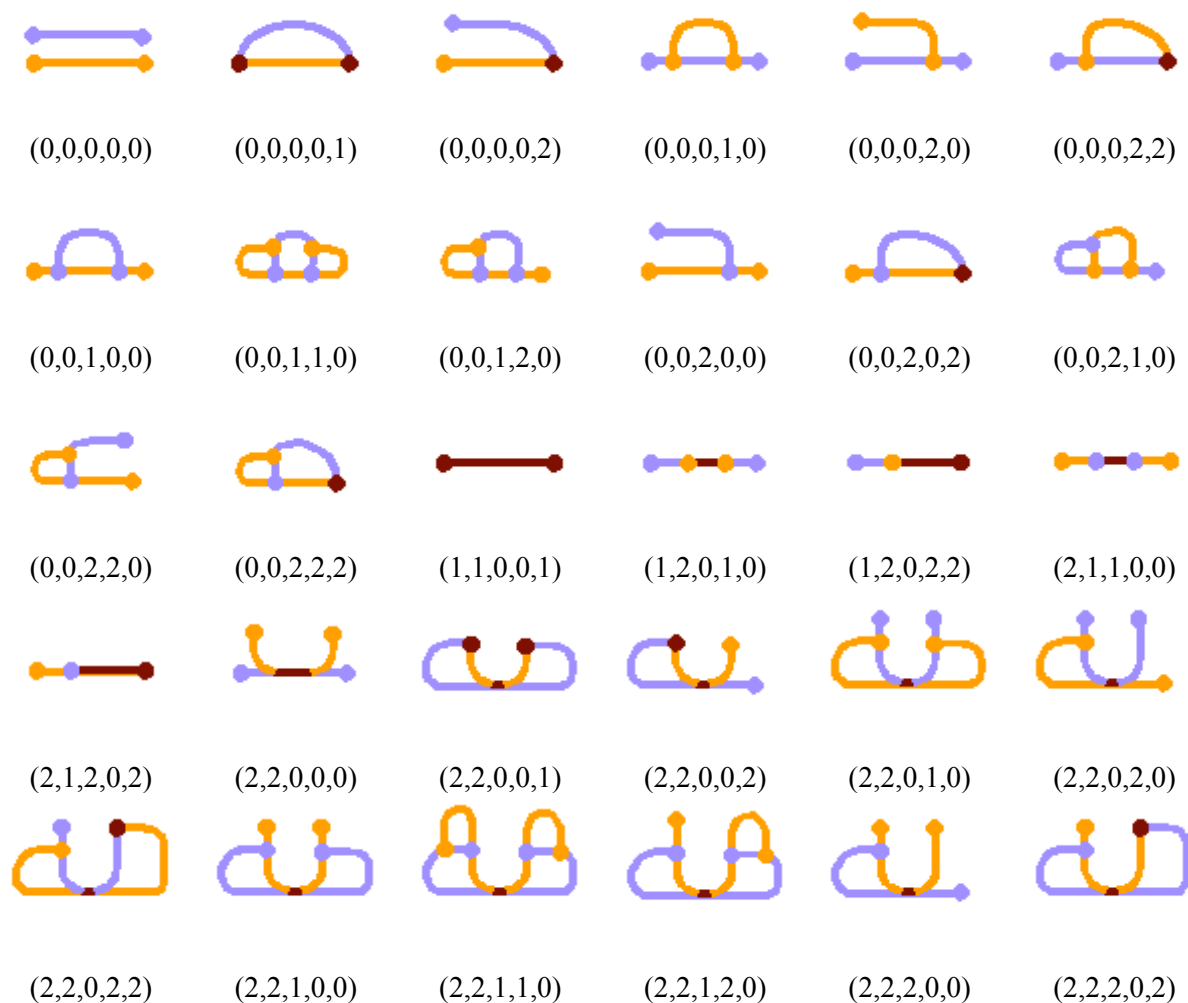
On obtient 23 relations spatiales en utilisant les relations simplifiées.

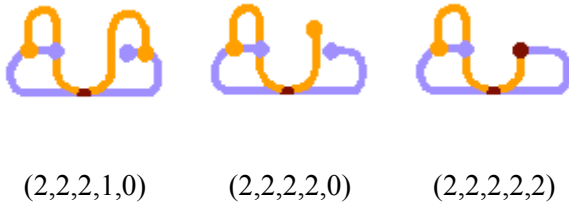




**Figure 3.55. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R1D, iR1D, R0D, iR0D)**

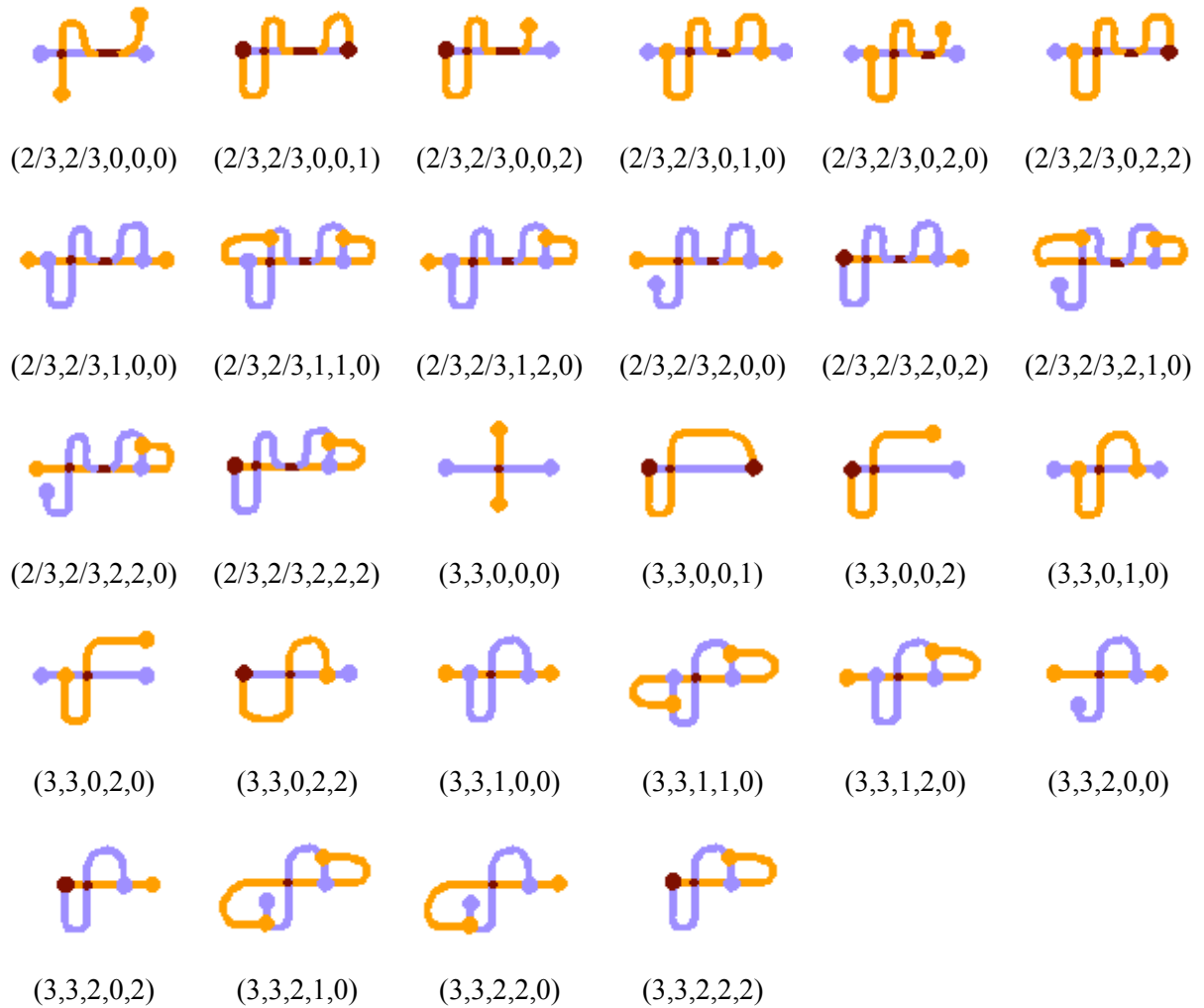
Si on prend en compte les relations basiques, on arrive à un total de 33 relations.





**Figure 3.56. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R1D1, iR1D1, R1D0 ; R0D1 ; R0D0<sup>50</sup>)**

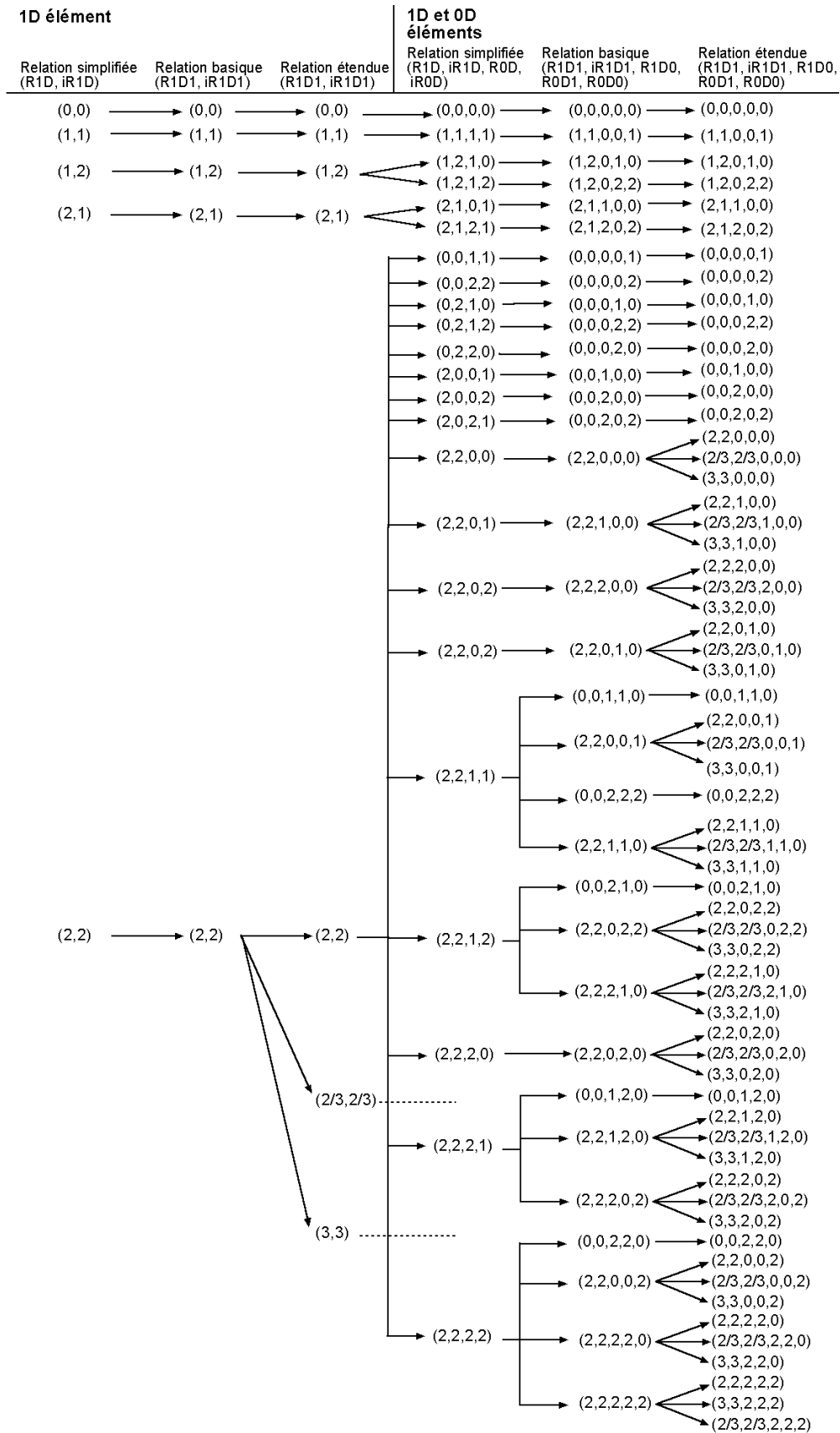
En utilisant les relations étendues, on obtient 28 relations supplémentaires aux 33 relations basiques.



**Figure 3.57. Relations spatiales possibles supplémentaires entre deux objets simples 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations étendues) – (R1D1, iR1D1, R1D0 ; R0D1 ; R0D0)**

<sup>50</sup> En toute généralité, il faudrait considérer un iR0D0. Mais, nous faisons l'hypothèse qu'il y a seulement 2 parties à l'élément 0D ou on peut aussi considérer que l'on ne tient compte que des limites extérieures.

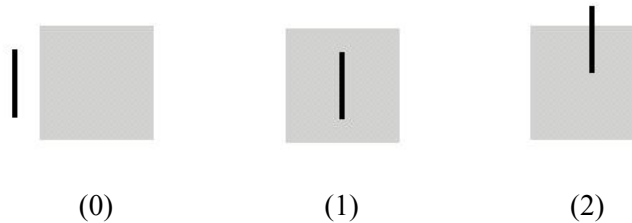
**Tableau 3.5. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre deux objets simples 1D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.6. Relations entre objet simple 1D et objet simple 2D

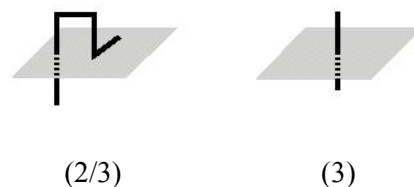
*Un seul élément dimensionnel pris en compte*

Il existe 3 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées.



**Figure 3.58. Relations spatiales possibles entre un objet simple 2D et un objet simple 1D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R2D1)**

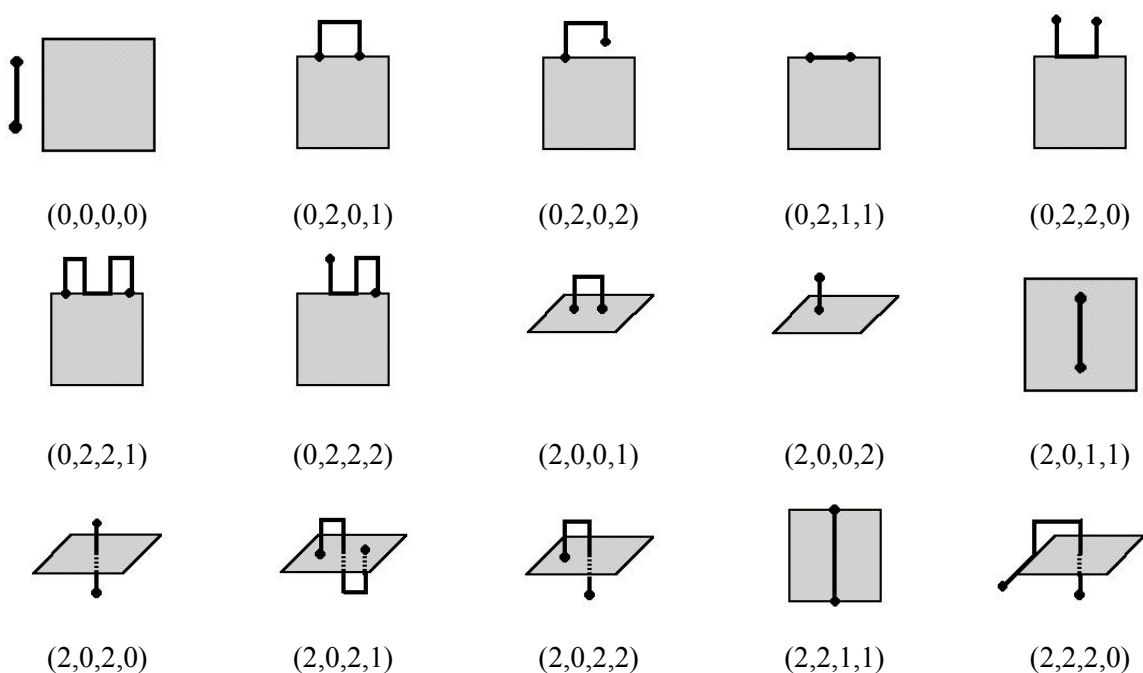
En tenant compte des relations étendues, on obtient deux relations supplémentaires



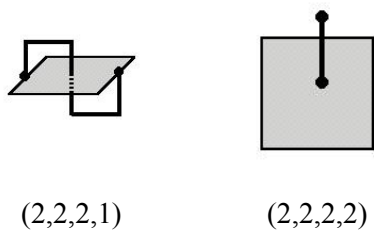
**Figure 3.59. Relations spatiales possibles supplémentaires entre un objet simple 2D et un objet simple 1D (un élément dimensionnel pris en compte, relations étendues) – (R2D1)**

*Deux éléments dimensionnels pris en compte*

Il existe 17 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées.

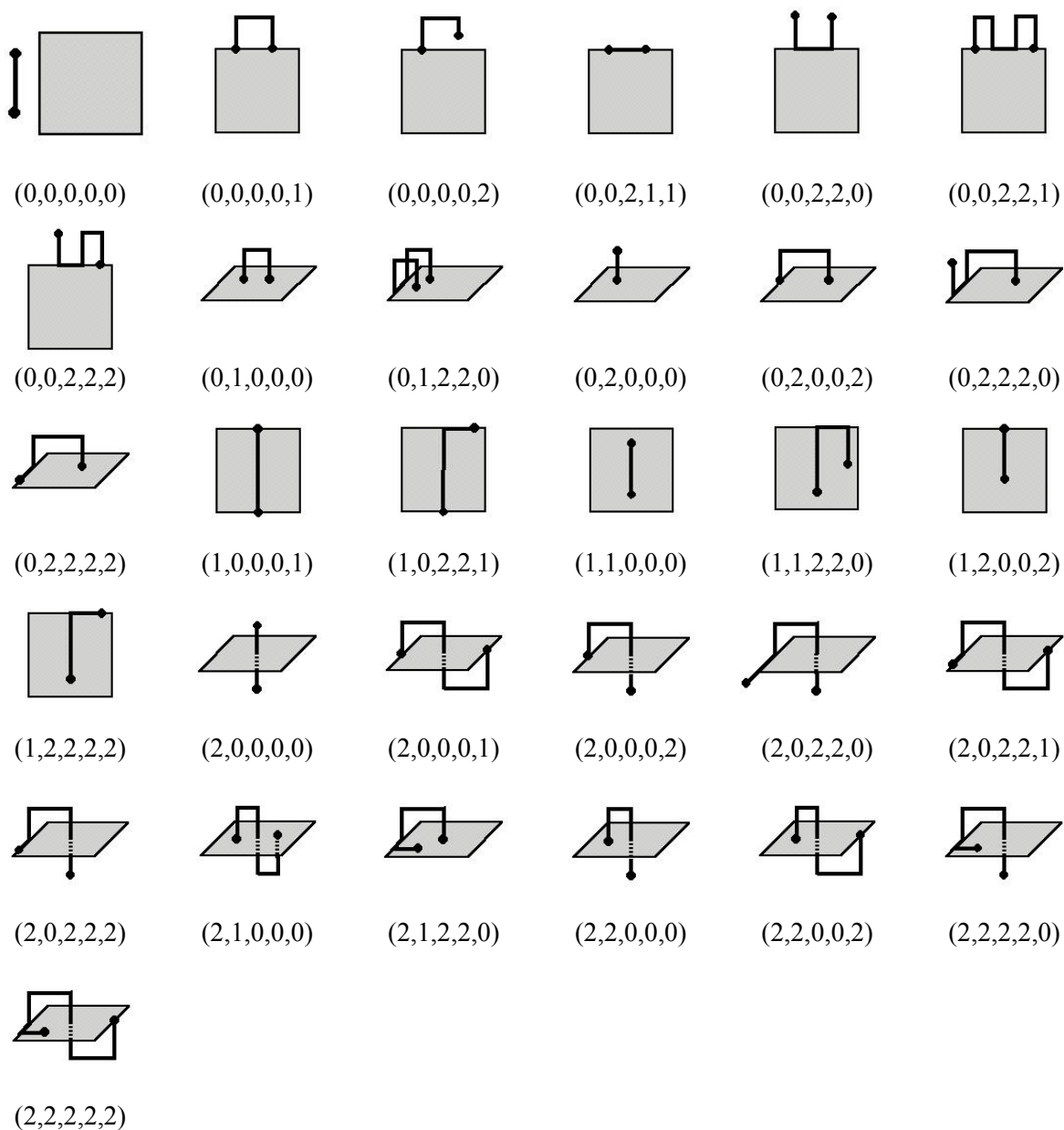






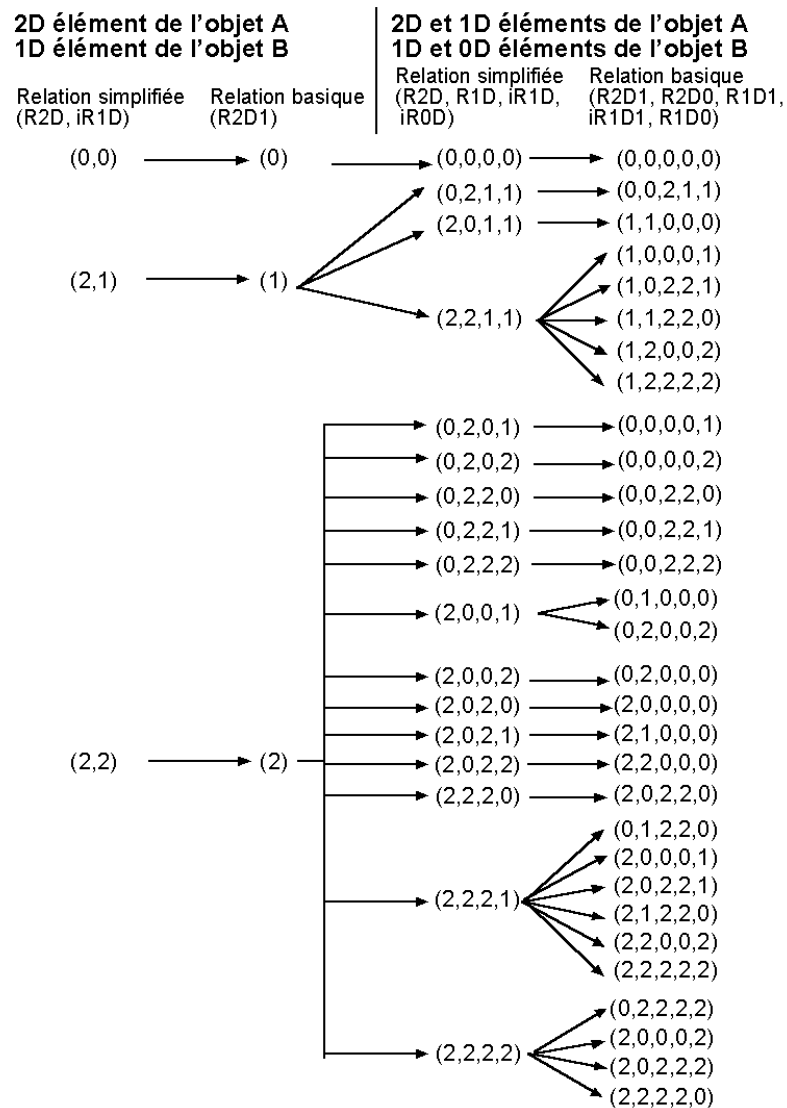
**Figure 3.60. Relations spatiales possibles entre un objet simple 2D et un objet simple 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R2D, R1D, iR1D; iR0D)**

Avec les relations basiques, on obtient 31 relations spatiales



**Figure 3.61. Relations spatiales possibles entre un objet simple 2D et un objet simple 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R2D1, R2D0, R1D1, iR1D1, R1D0)**

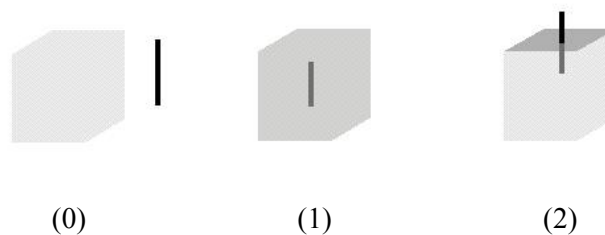
**Tableau 3.6. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre un objet simple 2D et un objet simple 1D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.7. Relations entre objet simple 1D et objet simple 3D

*Un seul élément dimensionnel pris en compte*

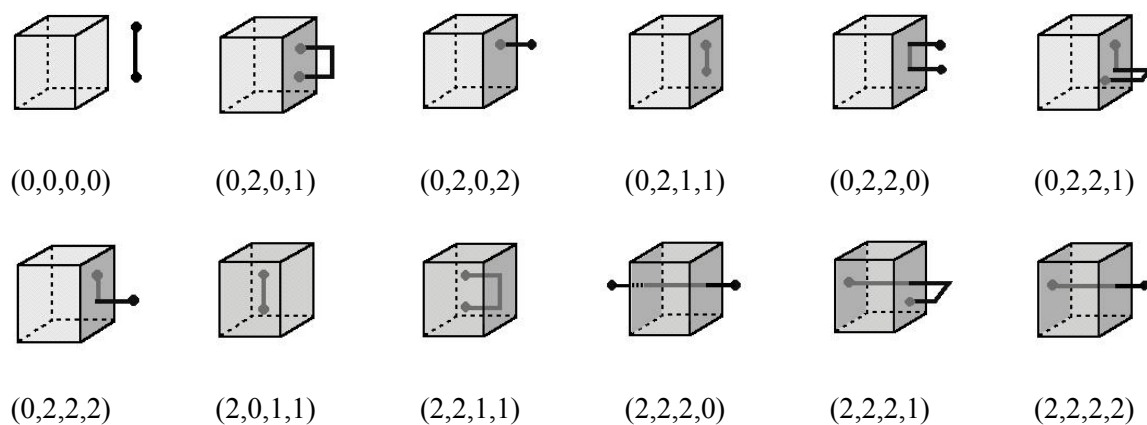
On répertorie trois relations spatiales que l'on utilise les relations simplifiées, basiques ou étendues.



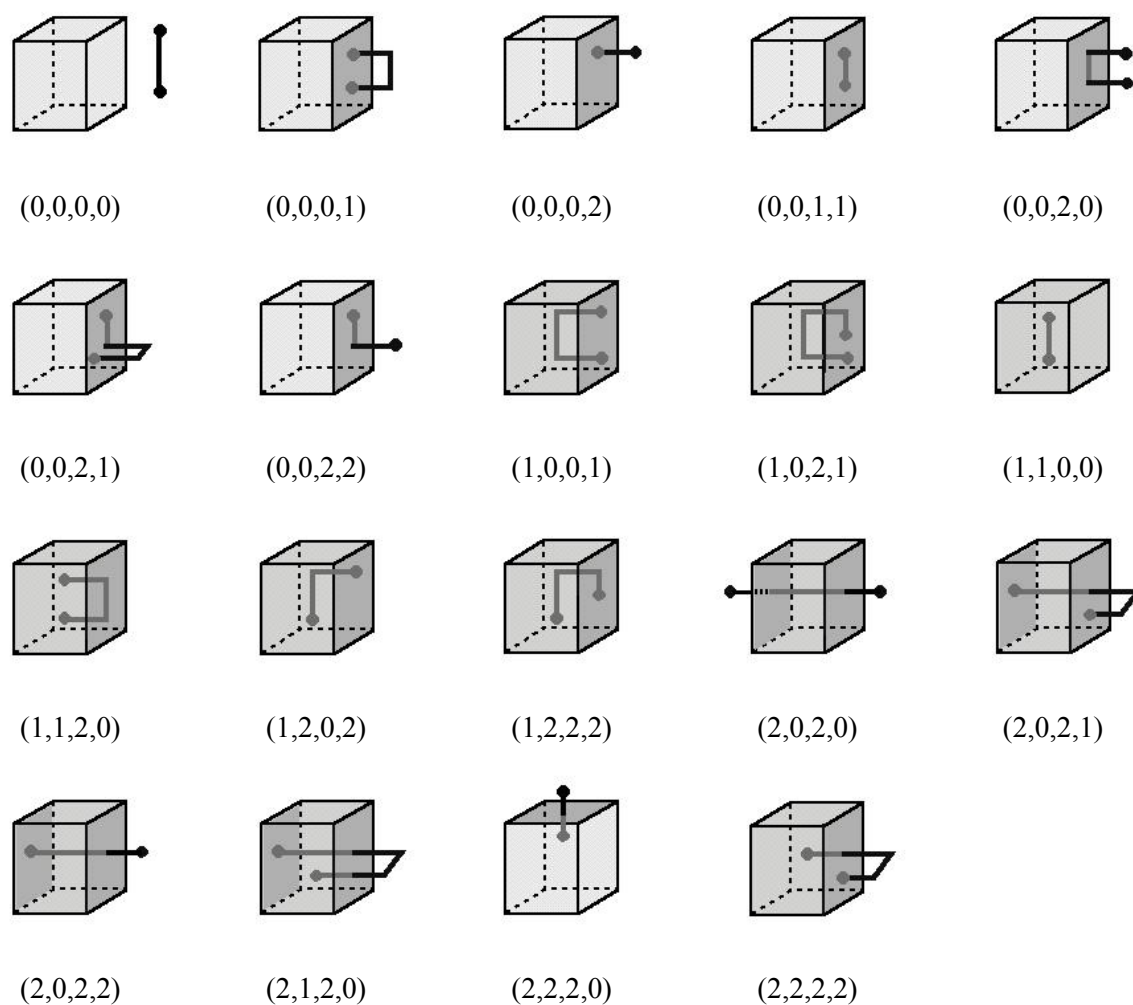
**Figure 3.62. Relations spatiales possibles entre un objet simple 3D et un objet simple 1D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R3D1)**

### Deux éléments dimensionnels pris en compte

L'utilisation des relations simplifiées permet de discerner 12 relations spatiales. Avec les relations basiques, on a 19 relations spatiales.

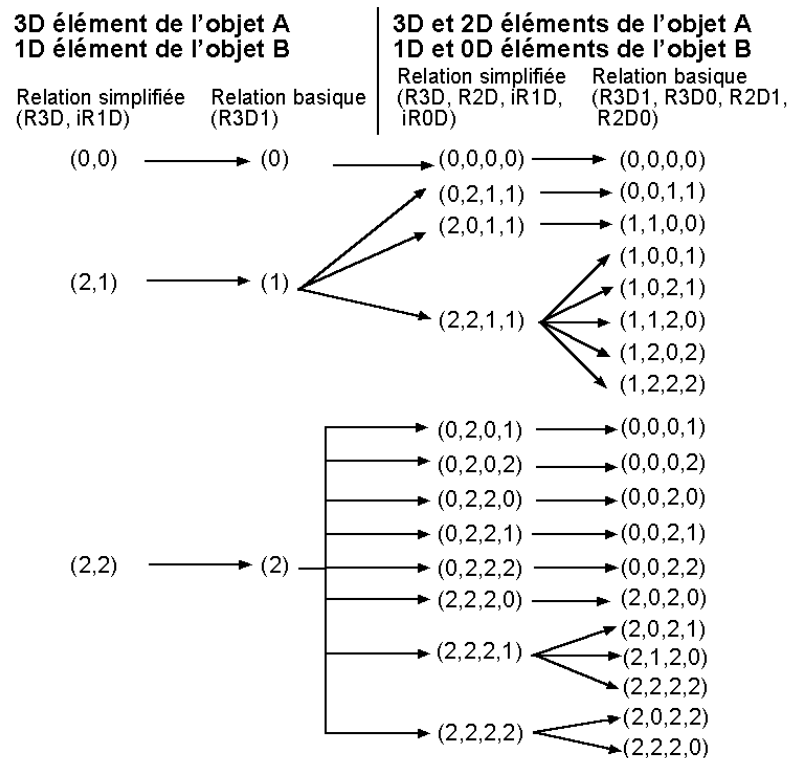


**Figure 3.63. Relations spatiales possibles entre un objet simple 3D et un objet simple 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R3D, R2D)**



**Figure 3.64. Relations spatiales possibles entre un objet simple 3D et un objet simple 1D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R3D1, R3D0, R2D1, R2D0)**

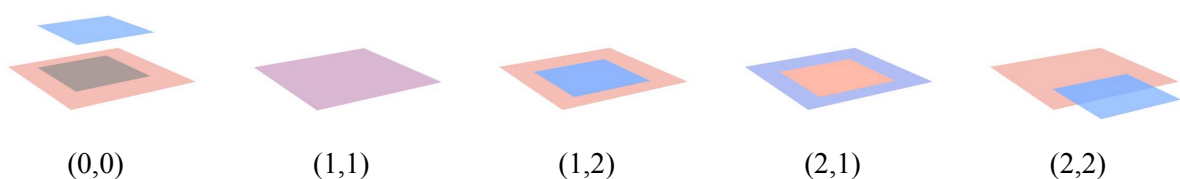
**Tableau 3.7. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre un objet simple 3D et un objet simple 1D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.8. Relations entre objets simples 2D

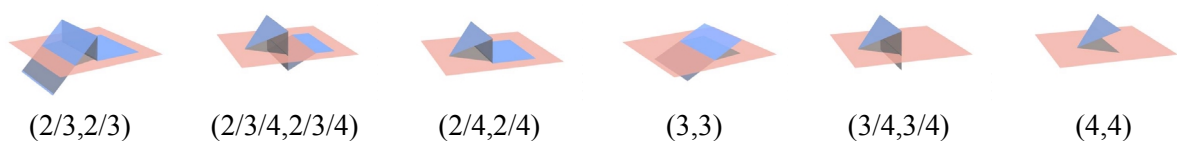
*Un seul élément dimensionnel pris en compte*

Il existe 5 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées.



**Figure 3.65. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D (un élément dimensionnel pris en compte, relations simplifiées) – (R2D, iR2D)**

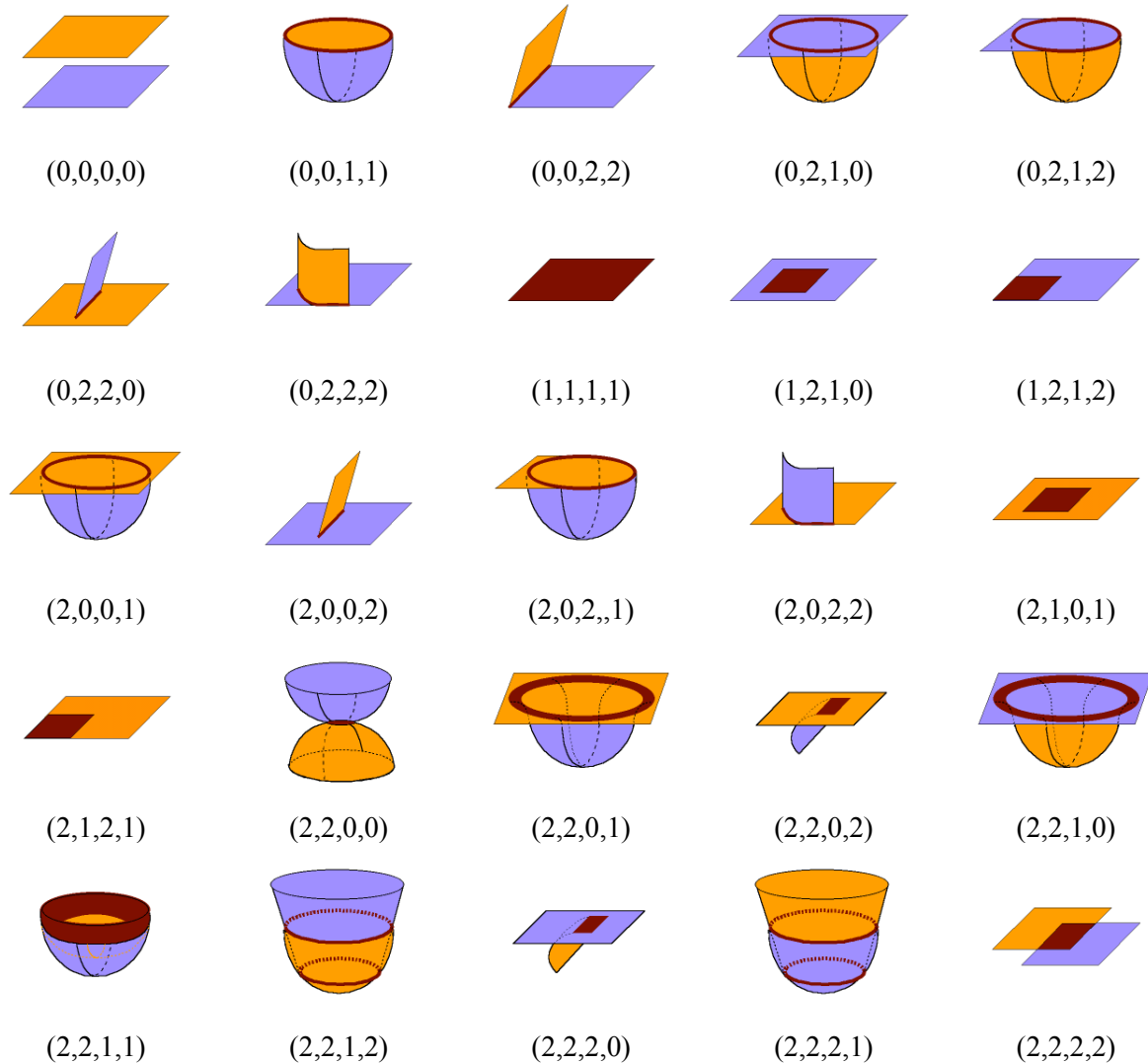
Il n'y a pas de relations supplémentaires si on prend en compte les relations basiques. Par contre, l'utilisation des relations étendues permet d'obtenir 6 relations supplémentaires.



**Figure 3.66. Relations spatiales possibles supplémentaires entre deux objets simples 2D (un élément dimensionnel pris en compte, relations étendues) – (R2D, iR2D)**

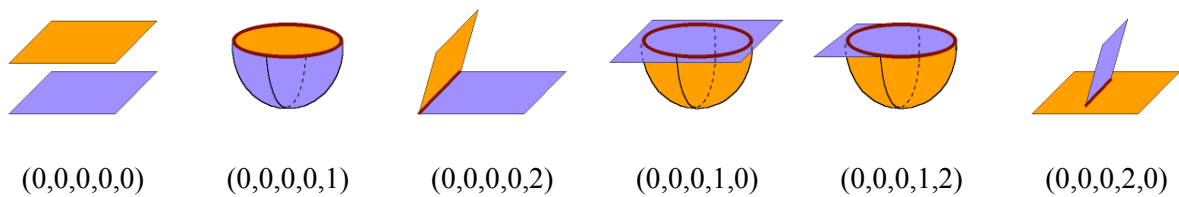
*Deux éléments dimensionnels pris en compte*

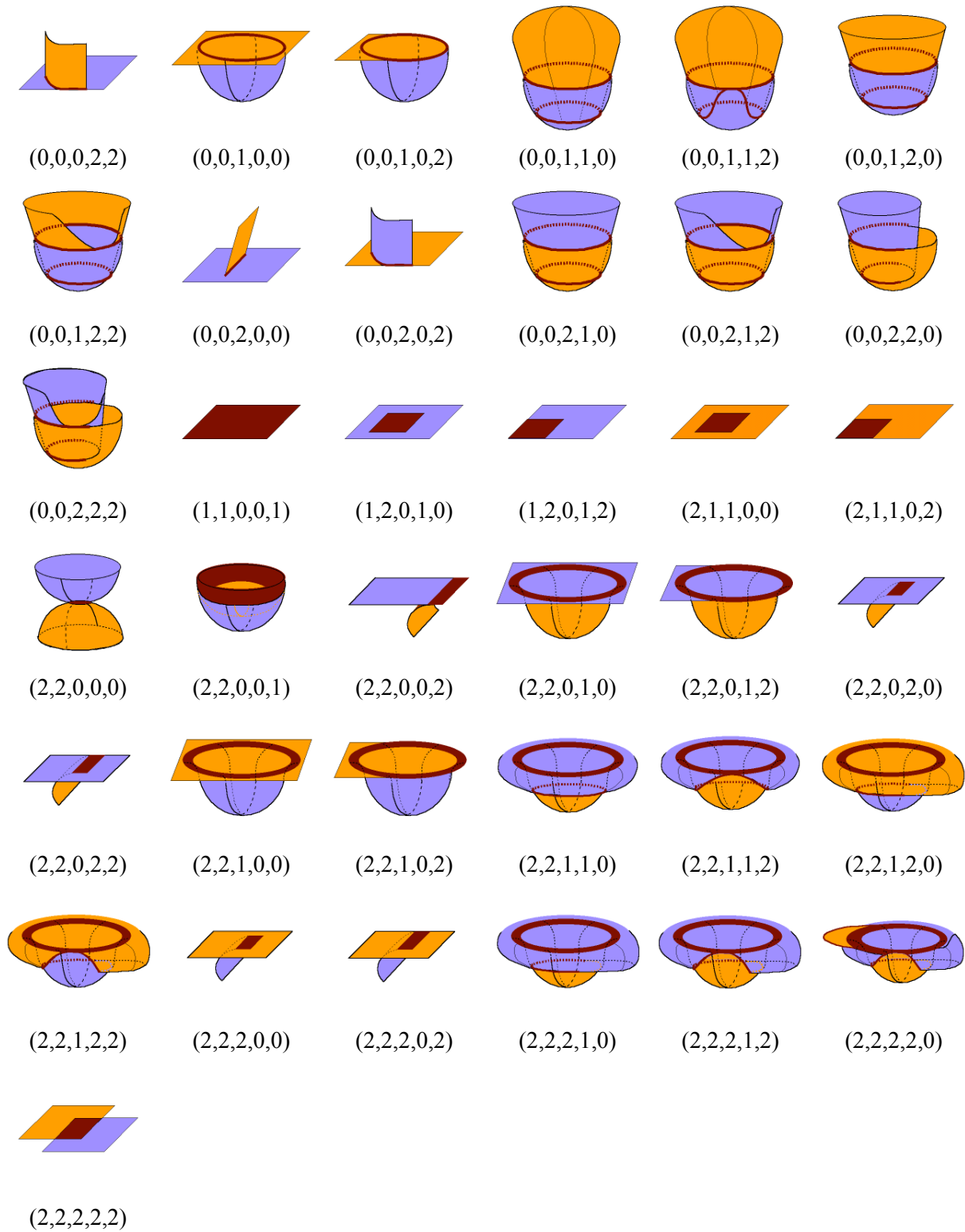
Il existe 25 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées



**Figure 3.67. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R2D, iR2D, R1D, iR1D)**

L'utilisation des relations basiques donne 43 relations spatiales possibles (28 supplémentaires). Le modèle des 9-i étendu par ZLATANOVA a pu être corrigé car l'utilisation abusive d'une condition négative supprimait cinq relations valides.

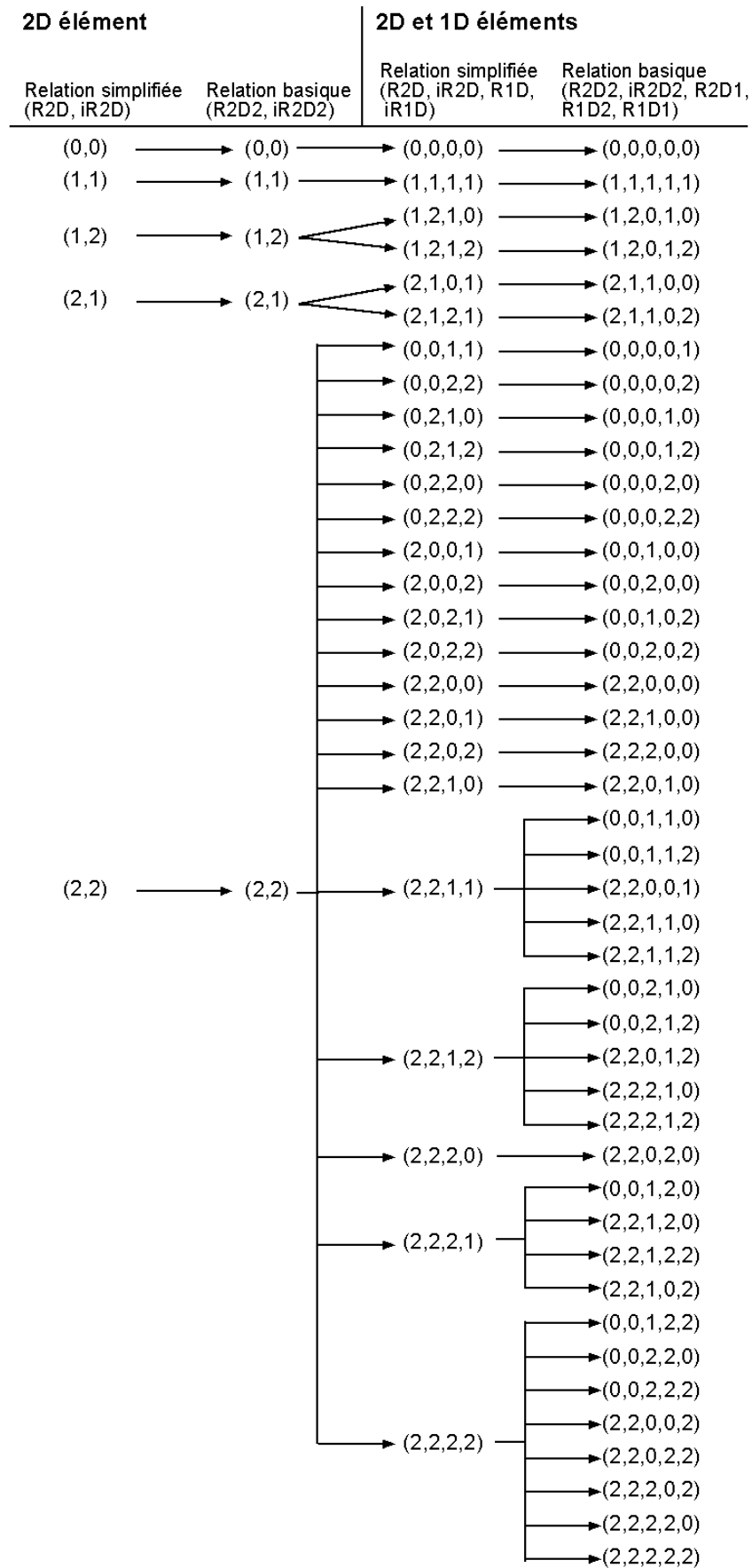




**Figure 3.68. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 2D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R2D2, iR2D2, R2D1 ; R1D2 ; R1D1<sup>51</sup>)**

<sup>51</sup> Il n'est pas nécessaire de considérer une relation iR1D1 car les objets 2D sont simples. Ceci implique que si le 1D élément d'un objet est en superposition totale sur le 1D élément de l'autre objet, alors la relation inverse est automatiquement totale. Ce ne serait pas le cas si un des deux objets était troué.

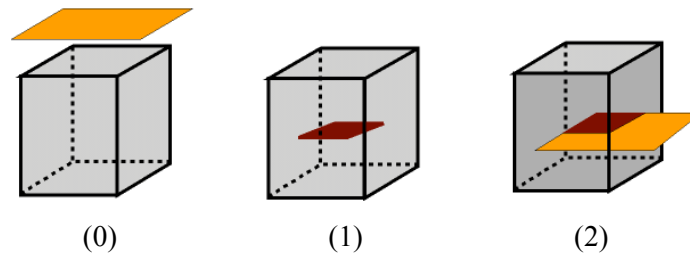
**Tableau 3.8. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre deux objets simples 2D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.9. Relations entre objets simples 2D et objet simple 3D

#### *Un seul élément dimensionnel pris en compte*

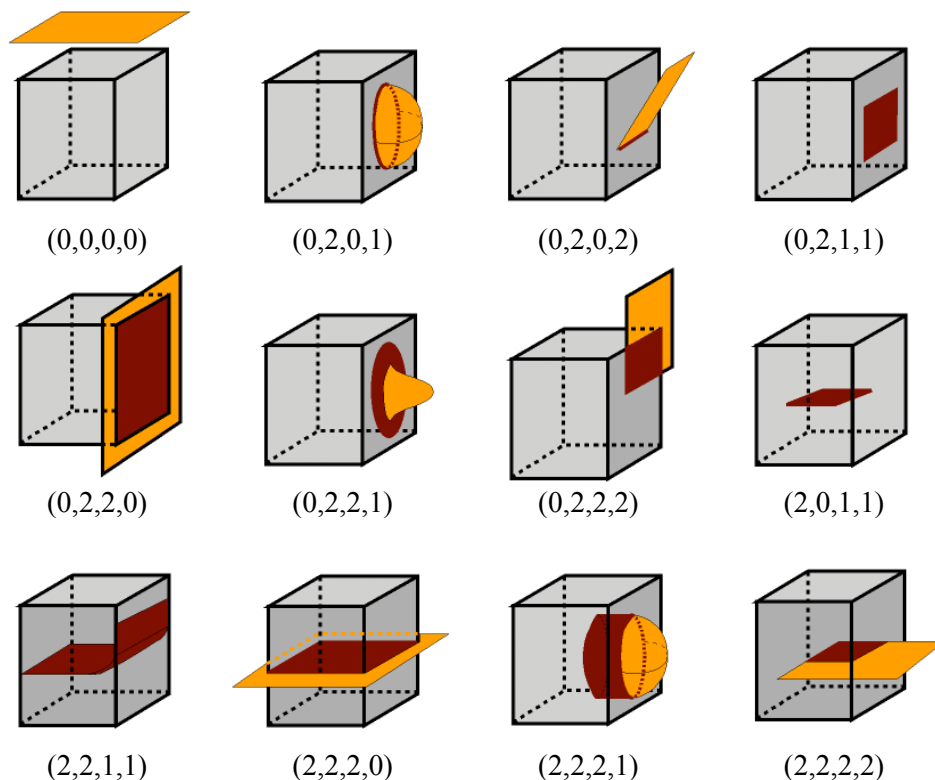
On répertorie trois relations spatiales que l'on utilise les relations simplifiées, basiques ou étendues.



**Figure 3.69. Relations spatiales possibles entre objets simples 2D et 3D (un élément dimensionnel pris en compte, relations basiques) – (R3D2)**

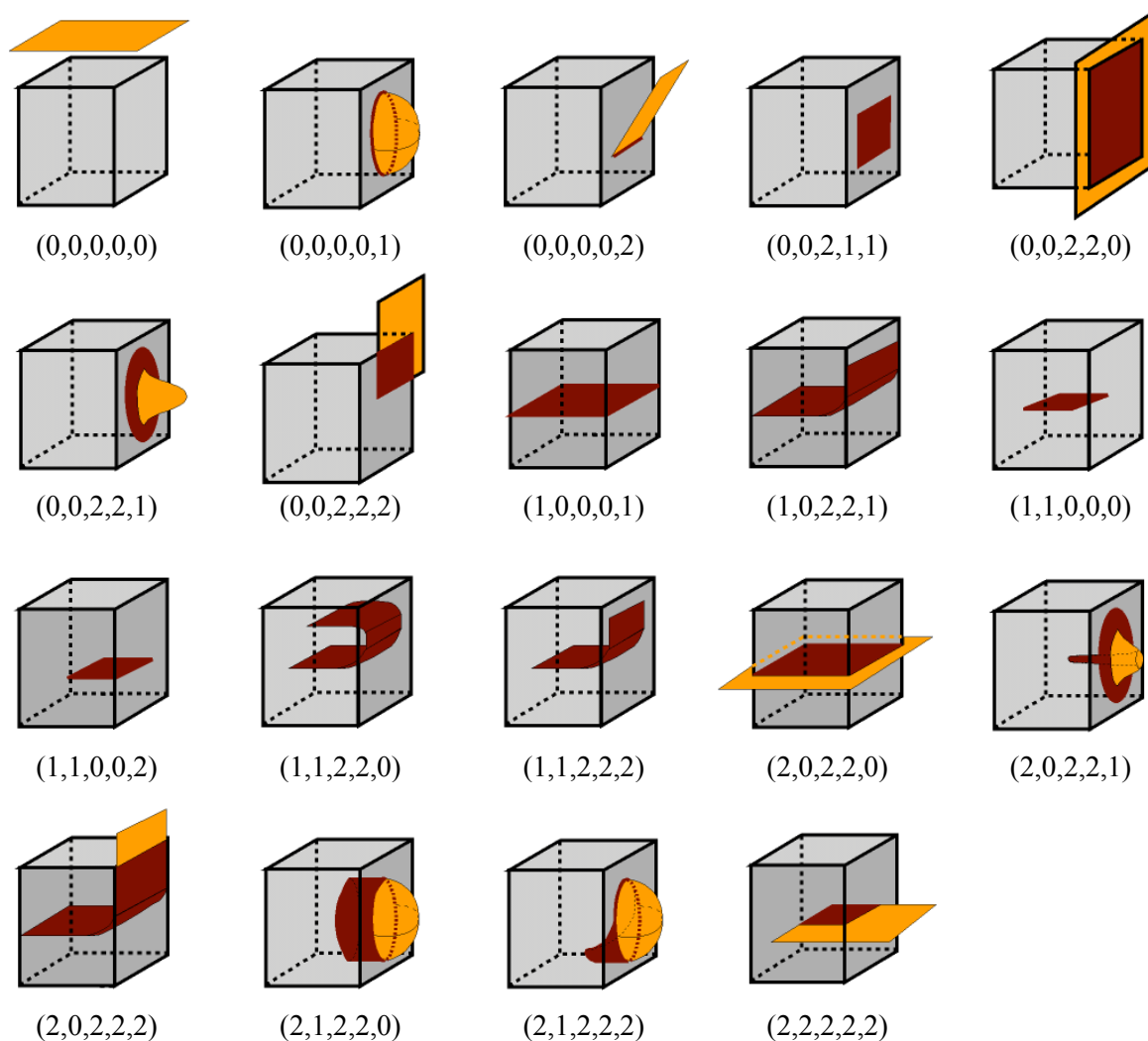
#### *Deux éléments dimensionnels pris en compte*

L'utilisation des relations simplifiées permet de discerner douze relations spatiales. Avec les relations basiques, on a 19 relations spatiales.



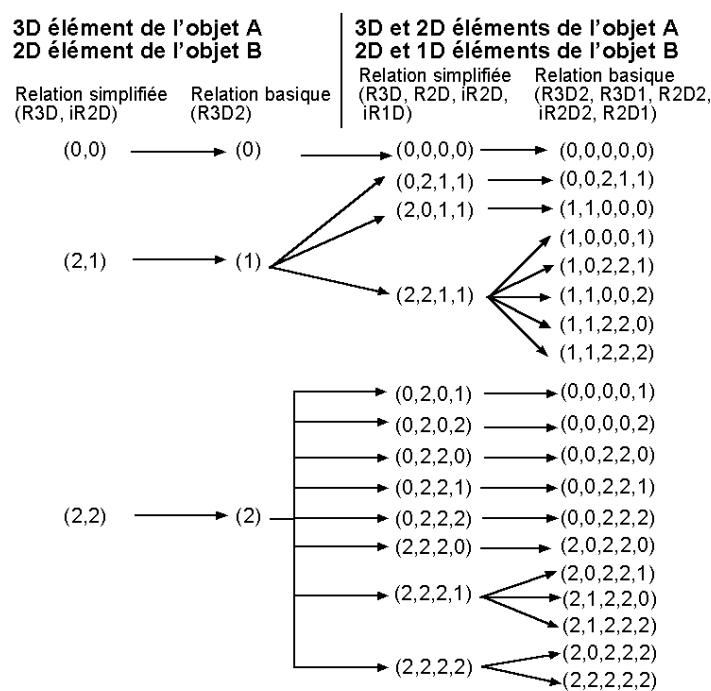
**Figure 3.70. Relations spatiales possibles entre objets simples 2D et 3D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R3D, R2D, iR2D, iR1D)**





**Figure 3.71. Relations spatiales possibles entre objets simples 2D et 3D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations basiques) – (R3D2, R3D1, R2D2, iR2D2, R2D1)**

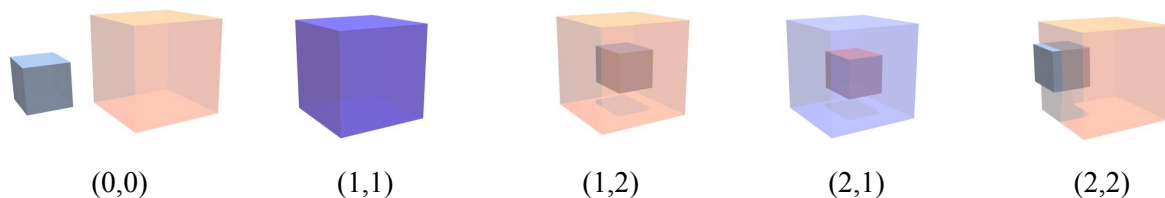
**Tableau 3.9. Diagramme d'évolution des relations dimensionnelles entre un objet simple 3D et un objet simple 2D à travers différents niveaux de complexité**



### 3.7.2.10. Relations entre objets simples 3D

#### Un seul élément dimensionnel pris en compte

Il existe 5 relations spatiales possibles en utilisant les relations simplifiées.

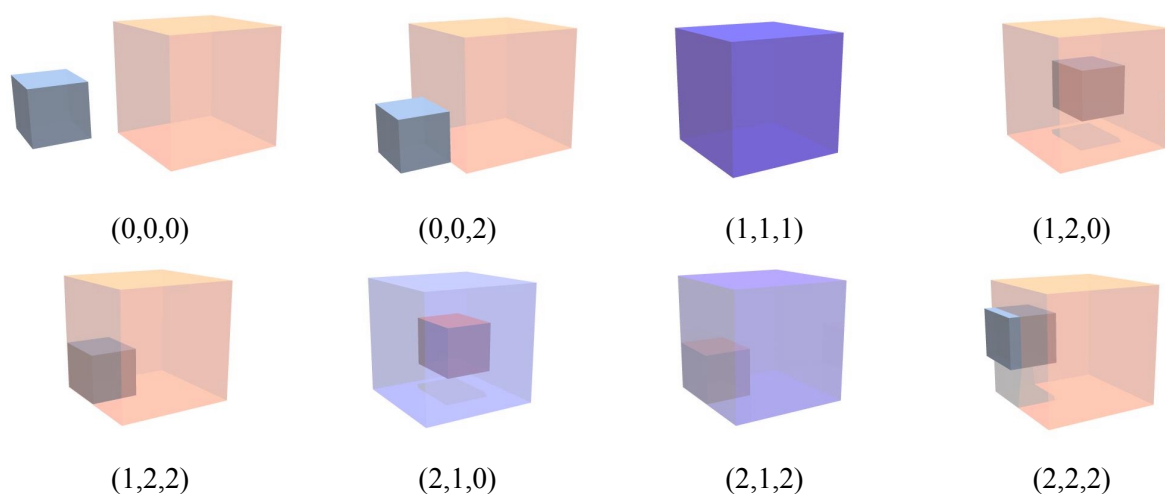


**Figure 3.72. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D (un élément dimensionnel pris en compte, relations simplifiées) – (R3D, iR3D)**

Il n'y a pas de relations supplémentaires que l'on prenne en compte les relations basiques ou les relations étendues.

#### Deux éléments dimensionnels pris en compte

Il existe huit relations si on utilise les relations simplifiées. La prise en compte des relations basiques ne permet pas de différencier d'autres relations. Par contre, 7 relations supplémentaires sont obtenues en utilisant les relations étendues<sup>52</sup>.

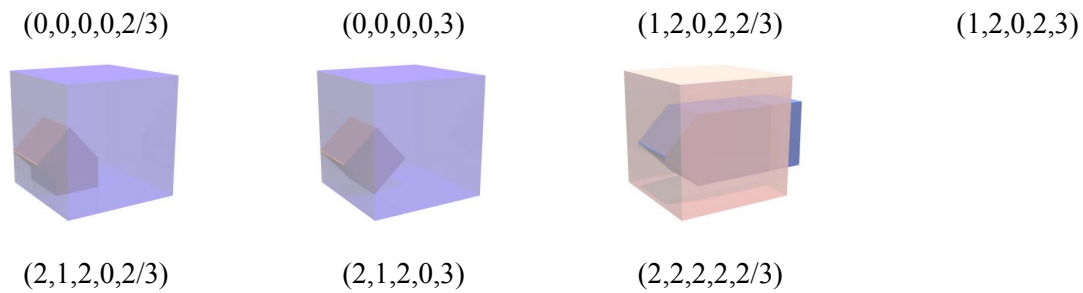


**Figure 3.73. Relations spatiales possibles entre deux objets simples 3D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations simplifiées) – (R3D, iR3D, R2D<sup>53</sup>)**



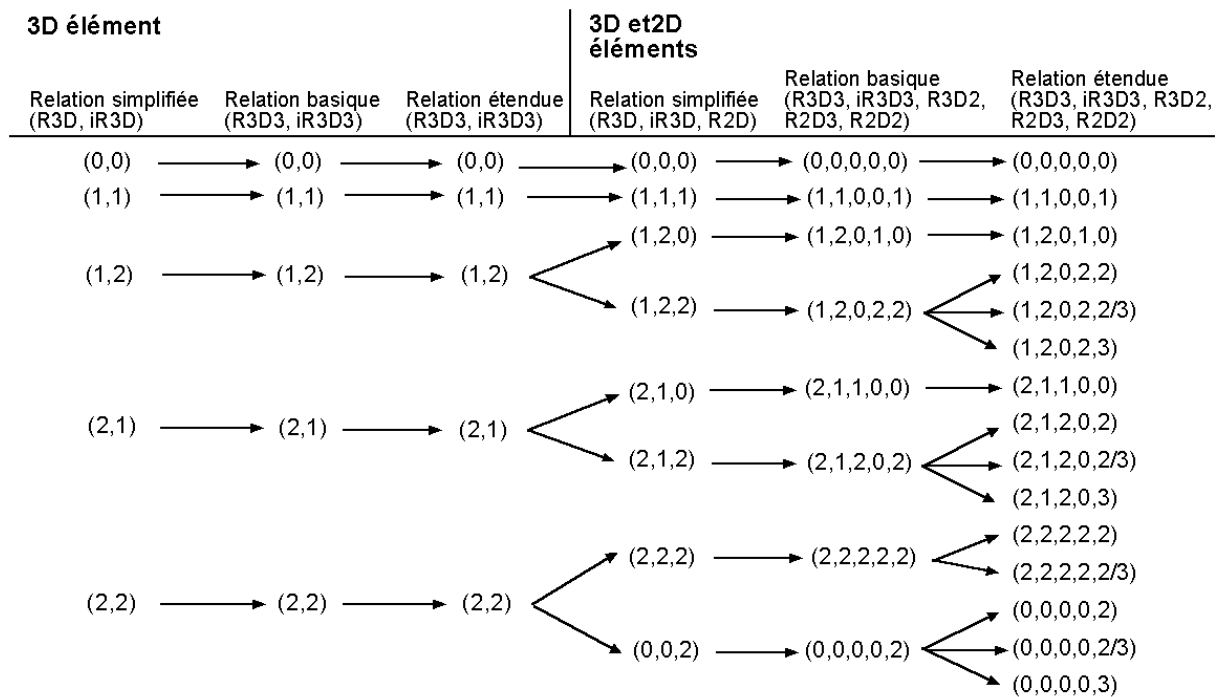
<sup>52</sup> Il existe en réalité d'autres relations supplémentaires si l'on considère la relation étendue R2D2-4 (éléments 2D ayant une intersection de dimension 0). Elles n'ont pas été comptabilisées dans ce travail.

<sup>53</sup> Il n'y a pas de relation iR2D (relation 2D du deuxième objet vers le premier) car nous considérons des objets 3D simples qui sont sans cavité. Dès lors si le 2D élément d'un objet est en superposition totale sur le 2D élément de l'autre objet, alors la relation inverse est automatiquement totale.



**Figure 3.74. Relations spatiales possibles supplémentaires entre deux objets simples 3D (deux éléments dimensionnels pris en compte, relations étendues) – (R3D3, iR3D3, R3D2, R2D3, R2D2)**

Le diagramme suivant reprend les liens existant entre les différentes relations à chaque niveau de détails.



**Figure 3.75. Évolution des relations spatiales des objets simples 3D à travers différents niveaux de complexité**

### 3.7.3. Divers niveaux de détails du modèle

Dans la partie précédente, les relations possibles dans  $R^3$  ont été présentées pour les objets simples jusqu'à un certain niveau de détail correspondant à une approche topologique du problème. Ces différents résultats sont repris dans le tableau ci-dessous. Le nombre de relations surligné en jaune correspond à celui obtenu avec le modèle des 9 intersections. Tout ce qui se trouve avant est une approche généralisée des relations spatiales que permet le modèle dimensionnel. Tout ce qui se trouve après est une vision plus détaillée, purement projective des relations spatiales. Ces relations sont aussi théoriquement dénombrables. Mais les conditions négatives n'étant pas encore généralisées, il n'est pas possible de déterminer le nombre exact de relations. Contrairement à la partie précédente exhaustive, seulement quelques exemples sont présentés.

**Tableau 3.10. Nombre de situations spatiales possibles dans  $R^3$  en fonction du type d'objets, du type de relations dimensionnelles et des éléments dimensionnels pris en compte**

(D'après BILLEN *et al.*, 2002, p. 10)






Élément dimensionnel	Relation dimensionnelle	Ligne-ligne ( $R^2$ )	Surface-ligne ( $R^3$ )	Corps-corps ( $R^3$ )	Surface-surface ( $R^3$ )	Corps-ligne ( $R^3$ )	Corps-surface ( $R^3$ )
(n)D	Simplifiée	5	3	5	5	3	3
	Basique	5	3	5	5	3	3
	Étendue	7	5	5	11	3	3
(n)D&(n-1)D	Simplifiée	23	17	8	25	12	12
	Basique	<b>33</b>	<b>31</b>	<b>8</b>	<b>43</b>	<b>19</b>	<b>19</b>
	Étendue	61	?	15	?	43	48
(n)D&(n-1)D &(n-2)D	Simplifiée		?	?	?	19	?
	Basique		?	?	?	?	?
	Étendue		?	?	?	?	?
(n)D&(n-1)D &(n-2)D &(n-3)D	Simplifiée			?		?	?
	Basique			?		?	?
	Étendue			?		?	?

? Non déterminée

Cas impossible

**33** Relations possibles suivant le modèle des 9 intersections






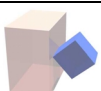

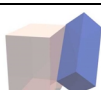


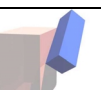

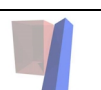
La première illustration concerne l'extension d'une des relations entre les objets simples 3D. Dans cet exemple, nous prenons un cube afin de limiter le nombre de relations. Cette limitation est due au fait que les faces sont planes et rectangulaire. Considérons la relation R3D3-0, iR3D3-0, R3D2-0, R2D3-0, R2D2-3. Si on prend en compte l'élément 1D, et les relations basiques, cette relation peut se différencier en cinq relations<sup>54</sup>.

R3D3	iR3D3	R3D2	R2D3	R3D1	R1D3	R2D2	R2D1	R1D2	R1D1	
0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	

**Figure 3.76. Extension de la relation R3D3-0, iR3D3-0, R3D2-0, R2D3-0, R2D2-3 entre deux cubes, en prenant en compte les 1D éléments**

<sup>54</sup> Si nous avons pris un objet 3D simple général convexe (donc pas un cube, mais un objet acceptant des faces gauches et des arêtes courbes), le nombre de relations aurait été plus important. Par exemple, dans le cas présent des relations basiques, on aurait 7 relations supplémentaires : (0,0,0,0,0,2,0,0,0), (0,0,0,0,0,2,2,0,0), (0,0,0,0,0,2,2,0,2), (0,0,0,0,0,2,0,0,2), (0,0,0,0,0,2,0,0,0), (0,0,0,0,0,2,0,2,0), (0,0,0,0,0,2,0,2,2). Ce nombre est évidemment beaucoup plus important dans le cas d'objets non convexes.

En prenant en compte l'élément 0D, le nombre de relations croît encore. La déclinaison se fait, toujours dans le cas simplifié du cube et de relations basiques, sur la relation R3D3-0, iR3D3-0, R3D2-0, R2D3-0, R3D1-0, R1D3-0, R2D2-0, R2D1-2, R1D2-0, R1D1-2 (le deuxième cas du tableau ci-dessus). On obtient 15 relations différentes !

R3D3	iR3D3	R3D2	R2D3	R3D1	R1D3	R3D0	R0D3	R2D2	R2D1	R1D2	R2D0	R0D2	R1D1	R1D0	R0D1	R0D0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	2	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	2	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	2	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	

**Figure 3.77. Extension de la relation R3D3-0, iR3D3-0, R3D2-0, R2D3-0, R3D1-0, R1D3-0, R2D2-0, R2D1-2, R1D2-0, R1D1-2 entre deux cubes, en prenant en compte les 0D éléments**

### 3.7.4. Influence de la nature des objets sur les relations possibles

Toutes les relations possibles dans  $\mathbf{R}^3$  qui viennent d'être présentées, concernent des objets simples à limite continue (*cf.* § 3.3.1). Prendre en compte des objets simples à limite discontinue amène à considérer des relations possibles supplémentaires. Nous n'allons pas en dresser une liste exhaustive, mais seulement présenter un cas en guise d'illustration. Pour plus de facilité, l'exemple est donné dans  $\mathbf{R}^2$ . Si l'on regarde les relations potentielles entre deux objets simples à limite continue 2D dans  $\mathbf{R}^2$ , on remarque qu'il n'est pas possible d'avoir en même temps les relations dimensionnelles suivantes : R1D1-2 et iR1D1-1. Par contre, si un des deux objets est à limite discontinue, cette association de relations dimensionnelles est possible. Dans la Figure 3.78, l'objet simple à limite discontinue 2D (bleu) et l'objet simple à limite continue 2D (jaune) présentent une telle configuration.



Figure 3.78. Relations spatiales possibles en fonction de la compacité des objets

## 3.8. Comparaison avec le modèle des 9-i

Le modèle des 9-i est un standard reconnu en modélisation des relations topologiques. L'objectif de cette comparaison est de situer notre modèle par rapport à celui-ci.

### 3.8.1. Différences et points communs

#### *Espace d'application*

L'espace d'application du modèle des 9i est topologique, alors que l'espace d'application du MD est affine.

#### *Primitives topologiques versus D élément*

Dans le modèle des 9i, la détermination des relations topologiques se fait grâce à l'étude des intersections entre primitives topologiques des objets. Ces primitives sont donc les éléments de base de la comparaison. Dans le MD, la détermination des relations dimensionnelles se fait sur base de l'étude des intersections entre éléments dimensionnels des objets. Dans ce cas, ce sont les éléments dimensionnels qui sont les éléments de base de la comparaison. Primitives topologiques et éléments dimensionnels sont tous deux basés sur des concepts mathématiques stricts, indépendants<sup>55</sup> du mode de représentation des objets.

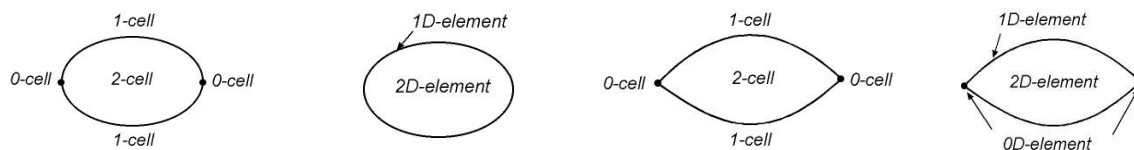
<sup>55</sup> Dans le modèle des 9-i, les primitives topologiques sont définies pour les complexes cellulaires. Il n'empêche que ces primitives ont une existence en dehors des complexes cellulaires à travers les concepts de frontière, intérieur et extérieur d'une variété topologique et peuvent être définies, en dehors des complexes cellulaires dans un espace topologique.

### Détermination des relations « spatiales »

Comme nous venons de le signaler, l'étude des intersections entre primitives topologiques des objets permet la distinction des relations topologiques dans le modèle des 9i. Dans le MD, la détermination des relations spatiales<sup>56</sup> du MD se fait via la détermination des relations dimensionnelles de chaque couple d'éléments dimensionnels. En réalité, les deux démarches sont quasi identiques, le niveau intermédiaire incarné par les relations dimensionnelles étant implicite dans le modèle des 9i.

### Cellules versus D élément

Le modèle des 9i est défini sur base d'une décomposition particulière de l'espace, les complexes cellulaire. Les cellules sont associées à une dimension. Mais cette dimension ne peut pas être assimilée au concept d'ordre d'un point d'un objet. La seule relation existante est que les points se situant sur une n-cellule ne peuvent pas être d'ordre inférieur à n. La figure suivante montre deux objets A et B. Dans l'objet A, les cellules et les éléments dimensionnels ne coïncident pas (la différence, ce sont les 0-cellules qui ont un ordre 1). Par contre, dans l'objet B, ils correspondent. Ce qu'il faut remarquer c'est que les objets A et B sont différents dans le MD, alors qu'ils sont identiques suivant une approche cellulaire. Notons que dans le cas des polytopes (et par conséquent les simplexes), en considérant que le découpage en cellules suit le découpage en faces, il y a correspondance entre les n-cellules et le nD élément.



**Figure 3.79. Différence entre la décomposition en cellules et les éléments dimensionnels – cas 1**

Cette remarque a des répercussions extrêmement importantes. En effet, certains auteurs affinent le modèle des 9i en prenant en compte les cellules constitutives. Par exemple, BREUNIG (1996) différencie une relation topologique entre objets si elle se fait via un 1-simplex ou un 0-simplex (cette différenciation est présentée au point 4.4.4.1.2). Ceci est tout à fait permis, mais il est important de bien voir à quoi cela correspond. D'un point de vue modélisation, cette démarche permet sans aucun doute de déterminer la dimension de l'intersection, et donc correspond à l'approche CBM. Par contre, vu la différence entre la dimension des cellules et l'ordre des points, cette démarche n'amène jamais (en tout cas directement) à une distinction de type MD. Si on reprend l'objet A (Figure 3.79), il est clair que la prise en compte d'une 0-cellule dans une relation spatiale ne correspond pas à une approche MD. Donc, l'affinement du modèle des 9-i à travers la prise en compte des cellules constitutives n'amène pas à un résultat identique au MD. Une telle démarche est totalement liée à la représentation de l'objet et ne fait pas appel à des caractéristiques intrinsèques de l'objet (Figure 3.80). Il est par contre possible de revenir aux concepts du MD en appliquant un test supplémentaire à chaque cellule (test de détermination de l'ordre). Cette possibilité sera largement discutée par la suite (dans le chapitre 4).

<sup>56</sup> Le terme spatial est utilisé, car le terme topologique n'est pas approprié et que jusqu'à présent nous n'avons pas encore trouvé une expression adéquate et non ambiguë pour qualifier les relations spatiales supportées par le MD.

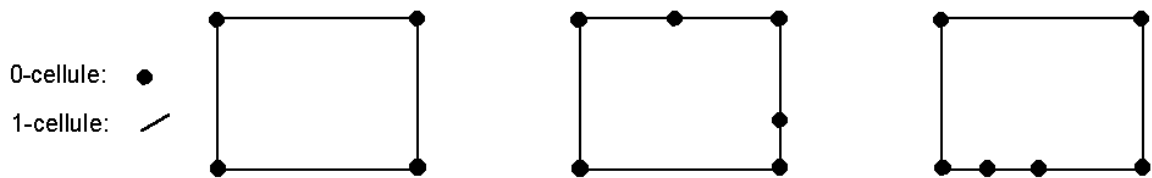


Figure 3.80. Différence entre la décomposition en cellules et les éléments dimensionnels – cas 2

La figure montre une situation dans laquelle une 2-cellule est représentée suivant différentes configurations. Toutes ces configurations sont valables du point de vue cellulaire. Prendre en compte les 0-cellules peut donc amener à considérer des relations spatiales différentes sans pour autant que cela corresponde à une caractéristique intrinsèque de l'objet. Dans cet exemple, seule la première configuration correspond à un « découpage MD ».

### Relations détectées

Le modèle des 9i permet de retrouver les relations topologiques. Ces relations regroupent les configurations spatiales entre objets sur base de critères topologiques. On obtient ce que l'on appelle des équivalences topologiques, c'est-à-dire des configurations entre objets qui répondent aux mêmes critères topologiques. Quelques exemples sont présentés dans la figure suivante.

Les critères de regroupement du MD ne sont pas topologiques, ou plus exactement, ils peuvent l'être en fonction du niveau de détails (voir le point suivant). Ces critères ne sont pas non plus métriques, nous parlerons plutôt de critères basés sur la convexité locale des objets. Dès lors, il est tout à fait normal de pouvoir aller vers une catégorisation plus fine des relations. Les exemples suivants montrent des « levées » d'équivalences topologiques.

	(a)	R3D2	R3D1	R2D2	R2D1	R1D2	R1D1
		0	0	2	0	2	0
	(b)	R3D2	R3D1	R2D2	R2D1	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	2	0
	(c)	R3D2	R3D1	R2D2	R2D1	R1D2	R1D1
		0	0	2	2	0	0
	(d)	R3D2	R3D1	R2D2	R2D1	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	0	2

Figure 3.81. « Levée » d'équivalences topologiques – cas 1

	(a)	R3D3	R3D2	R3D1	R2D3	R2D2	R2D1	R1D3	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	2	2	0	0	0
	(b)	R3D3	R3D2	R3D1	R2D3	R2D2	R2D1	R1D3	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	2	2	0	0	2
	(c)	R3D3	R3D2	R3D1	R2D3	R2D2	R2D1	R1D3	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	0	0	0	2	2
	(d)	R3D3	R3D2	R3D1	R2D3	R2D2	R2D1	R1D3	R1D2	R1D1
		0	0	0	0	0	0	0	0	2

Figure 3.82. « Levée » d'équivalences topologiques – cas 2



Le modèle des 9i possède un niveau de détail. En utilisant le modèle des 4i, on diminue le nombre de relations détectées, on peut donc dire que l'on a un certain niveau de généralisation. Finalement, utilisant le CBM, on prend en compte la dimension des intersections et on augmente de ce fait le nombre de relations détectées.

Avec le MD, on a un grand nombre de niveau de détails, c'est-à-dire que l'on peut aller d'une configuration ne prenant en compte qu'un seul élément dimensionnel, à une autre prenant en compte tous les éléments dimensionnels (prise en compte des éléments dimensionnels géographiquement significatifs). Si on ajoute à cela le choix des relations (simplifiées, basiques, étendues), on a un modèle très ouvert et très flexible (Tableau 3.10).

### **3.9. Avantages et inconvénients du modèle**

#### **3.9.1. Avantages**

Le modèle dimensionnel est un modèle de relations spatiales très complet et très flexible. Il permet de prendre en compte soit des relations très généralisées soit des relations très détaillées. Il est le seul à notre connaissance à prendre en compte des caractéristiques affines des objets dans la catégorisation des relations. Il est basé sur des définitions mathématiques strictes, ce qui fait de lui un modèle théorique très stable. Les divers niveaux de détails permettent d'appréhender l'évolution des relations. Dans l'optique d'une modélisation tridimensionnelle des objets spatiaux, il offre un niveau de catégorisation recherché par de nombreux auteurs, mais jamais établi sur base de critères intrinsèques aux objets, indépendants du mode de représentation. Le fait qu'il permette de retrouver les relations topologiques déterminées avec les autres modèles existants en fait un modèle très général, applicable dans tous les cas.

#### **3.9.2. Inconvénients**

Les modèles de relations sont habituellement définis dans le cadre d'un modèle de données spatiales. Dans le cas du modèle des 9i, la représentation des données spatiales se fait via des complexes cellulaires. Les primitives topologiques, bien qu'ayant une définition propre, sont redéfinies par rapport aux complexes cellulaires. La plupart des structures de données intègrent généralement des concepts topologiques (connectivité, etc.) liés aux complexes cellulaires, la recherche des relations topologiques peut donc se faire relativement facilement.

Dans le MD, les éléments dimensionnels sont définis sur base des variétés topologiques. Les variétés topologiques ne sont pas supportées directement par les structures de données. Dès lors, la détermination pratique des éléments dimensionnels n'est pas directe dans tous les cas. Le chapitre suivant répond à ces difficultés de deux manières, en détaillant des solutions pratiques pour les structures de données existantes et en proposant une structure de données répondant totalement et sans ambiguïté au MD.

## 4. IMPLÉMENTATION DU MODÈLE DIMENSIONNEL

### 4.1. Introduction

Dans le chapitre 3, les bases théoriques du modèle dimensionnel ont été exposées : la nature des objets spatiaux – les variétés topologiques et leur composition ; le « découpage » en éléments dimensionnels – regroupement des points des objets en fonction de leur ordre ; le cadre de représentation des relations spatiales – étude des relations dimensionnelles (relations entre éléments dimensionnels). À ce stade, le MD n'est pas totalement lié à un modèle de données spatiales (ou modèle de représentation des objets spatiaux), et donc à une structure de données spatiales. L'objet de cette partie est d'étudier la prise en compte du MD au niveau des modèles de représentation des objets spatiaux. Le but étant de voir pratiquement comment rendre compte des concepts du MD dans les bases de données spatiales.

Les modèles de représentation des objets spatiaux (*cf.* § 2.2) développés pour l'établissement de bases de données géographiques ont tous une caractéristique commune : la manipulation d'objets mathématiques définis suivant des règles strictes. Que l'on utilise des complexes simpliciaux ou des complexes cellulaires, on manipule toujours des objets mathématiques qui ne permettent pas le recouvrement entre objets. En d'autres termes, un point de l'espace ne peut appartenir qu'à une seule primitive. Ceci est le fondement de l'approche *single-valued* (*cf.* § 2.2.4). Cette vision du découpage de l'espace est très largement répandue dans le monde géographique. Selon EGENHOFER (EGENHOFER & HERRING 1992), un modèle de relation n'a de sens que dans le cadre d'un modèle de représentation spatiale particulier. Comme nous l'avons vu (*cf.* § 2.3.3.1), il définit les primitives topologiques de son modèle sur base d'une approche cellulaire, bien que les notions topologiques utilisées existent indépendamment de cette approche<sup>57</sup>. Nous allons donc tenter de définir les éléments dimensionnels et les relations dimensionnelles pour des modèles de représentation particuliers.

Notre démarche est la suivante. Nous allons d'abord identifier les caractéristiques du MD qui doivent se retrouver dans le modèle de représentation (*cf.* § 4.2). Ensuite nous proposerons, dans un premier temps, l'adaptation de modèles existants (*cf.* § 4.4.1) ; puis, nous établirons théoriquement la solution la plus proche des concepts du MD, que nous appelons modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS) (*cf.* § 4.4.2). En pratique, la solution adoptée dans notre problématique urbaine est un intermédiaire au SSM et au MDDS que nous nommons modèle dimensionnel simplifié de données spatiales (MDSDS) (*cf.* § 4.5). Finalement, le prototype réalisé basé sur le MDSDS sera présenté en détail (*cf.* § 4.6). Sans trop anticiper sur le reste du chapitre et surtout sur sa conclusion, il est important de remarquer que, bien que l'établissement du MDDS soit basé sur la traduction des concepts du MD, il est aussi dans la lignée d'autres préoccupations. Il s'inscrit dans la tendance à l'intégration de singularités dans les modèles (*cf.* § 2.4). Il permet aussi la manipulation d'objets « allégés » de leur structuration topologique, donc plus proche de traitements 3D (visualisation, visibilité, etc.).

---

<sup>57</sup> Les frontières, intérieur, extérieur et adhérence sont des notions topologiques qui concernent les sous-espaces topologiques dont les variétés, et sont définis théoriquement sur ces sous-espaces. Dans les modèles de relation d'EGENHOFER, ces notions sont liées de façon univoque aux cellules et aux complexes cellulaires suivant des règles fixées pour ce mode de représentation particulier. Les développements théoriques concernant le MD du chapitre 3 sont à mettre sur le même pied que les notions topologiques théoriques. C'est maintenant seulement qu'en liant le MD à un (ou des) mode(s) de représentation, l'on se situe au même niveau que les modèles d'EGENHOFER.

## 4.2. Caractéristiques du MD

En mettant en avant le concept de convexité locale, le MD propose une nouvelle vision des objets spatiaux et de leurs relations spatiales. L'élément dimensionnel devient le niveau d'abstraction incontournable pour gérer les relations dimensionnelles et, à partir de là, les relations spatiales.

En toute logique, un modèle de représentation basé sur le MD doit permettre la différenciation des éléments dimensionnels. Le problème est de savoir si les éléments dimensionnels peuvent directement faire l'objet du découpage de l'espace. Dans le cas d'une représentation par frontière, la définition en un bloc d'un élément dimensionnel est peu vraisemblable<sup>58</sup>. Il est nécessaire de suivre la démarche habituelle en modélisation des données géographiques, c'est-à-dire la distinction entre un modèle géométrique, d'une part, et un modèle additionnel (habituellement topologique), de l'autre<sup>59</sup>. L'idée est de considérer que les objets spatiaux sont composés de primitives géométriques, et ensuite de voir comment on peut y adjoindre l'information dimensionnelle. Tout comme les opérateurs topologiques extraient frontière et intérieur de la structure de données, des opérateurs dimensionnels vont être définis pour rendre compte des divers éléments dimensionnels et de leurs relations.

- À partir de modèles topologiques

Dans les modèles topologiques, les primitives géométriques sont reliées à un « package » topologique (OGC 1999) permettant le passage de primitives ou de complexes géométriques à des primitives ou complexes topologiques. Les primitives topologiques correspondent à des cellules et sont associées à une dimension topologique (par exemple dans le 3D FDS, 0 pour le nœud, 1 pour l'arc, 2 pour la face, 3 pour le corps). Cependant la dimension topologique n'est pas équivalente à l'ordre (suivant notre définition dans un espace affine, cf. § 3.8.2). Donc, l'ensemble des primitives d'ordre  $n$  d'un objet ne correspond pas automatiquement au  $n$ D élément de cet objet. Par contre, une primitive de dimension topologique  $n$  ne pourra jamais être associée à un élément dimensionnel de dimension inférieure à  $n$ . Afin de retrouver les éléments dimensionnels à partir des primitives topologiques, il est nécessaire de calculer, sur base des coordonnées des primitives géométriques, l'ordre de chaque primitive topologique<sup>60</sup>. En fonction du type de modèle topologique, le lien avec les éléments dimensionnels et donc la détermination des relations dimensionnelles, peut varier. Nous présentons dans le paragraphe 4.4.1 les extensions nécessaires à certains modèles présentés dans le chapitre 2 (cf. § 2.2.3.4, § 2.2.3.5, § 2.2.3.6 et § 2.2.3.9) pour supporter le MD.

- « Package » dimensionnel

Il est tout à fait envisageable d'adjoindre directement à un modèle géométrique une structure rendant compte de l'appartenance aux éléments dimensionnels. Un tel package dimensionnel peut être assimilé au package topologique, dans lequel les primitives ont un ordre fixé. Dans ce cas, chaque « nœud » doit avoir un ordre 0, chaque point d'un arc un ordre 1, chaque point d'une face un ordre 2, chaque point d'un corps un ordre 3. Pour chaque objet, les points de même ordre rentrant dans la composition des « primitives » précitées, il suffit de considérer l'ensemble de ces « primitives » pour obtenir l'élément dimensionnel correspondant. Par exemple, l'ensemble des

---

<sup>58</sup> Hormis pour les objets simples 0D (les points).

<sup>59</sup> Pourtant, il n'est pas théoriquement impossible d'enregistrer explicitement chaque élément dimensionnel, tout comme il n'est pas impossible d'enregistrer explicitement, dans une approche topologique, la frontière et l'intérieur

<sup>60</sup> En réalité, les primitives de dimension topologique égale à la dimension de l'espace environnant peuvent être automatiquement associées à l'élément dimensionnel de dimension maximale (autrement dit de même dimension que l'espace).

faces d'un objet correspond à son 2D élément. Le découpage de l'espace qui correspond à cette approche est tout à fait orienté objet et clairement en désaccord avec l'approche *single-valued*. Cette traduction fidèle du MD à travers un mode de représentation des objets spatiaux est qualifiée de modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS) (cf. § 4.4.2). Son adoption remet donc en cause certains fondements de la modélisation géographique, notamment la recherche de la structure optimale pour le calcul des relations d'adjacence, concept de graphes, etc.

### 4.3. Autres arguments en faveur du MDDS

Cette remise en cause dans le but d'introduire le MD peu paraître trop audacieuse au regard des approches topologiques établies<sup>61</sup>. Mais l'intégration du MD n'est pas la seule justification du développement de ce MDDS. Deux autres courants ont déjà été mentionnés, à savoir la prise en compte des singularités dans les modèles de données géographiques, et les préoccupations 3D et 4D (traitements, diffusion, mise à jour) issues d'autres disciplines.

Comme nous l'avons vu, certains modèles topologiques permettent l'enregistrement de primitives de dimension inférieure dans des primitives de dimension supérieure sans pour autant affecter la représentation (découpage) de ces dernières. Par exemple un point ou un arc dans une face ou un point, un arc ou une face dans un corps (3D FDS, SSM, cellule-tuple, etc.). Ceci peut être vu comme une étape intermédiaire à la possibilité d'intégrer une face dans une autre ou un point dans un arc, sans en affecter leur géométrie respective. L'approche *single-valued* n'est déjà plus complètement suivie dans ces modèles. Évidemment, le passage que nous préconisons va tout de même au-delà, car il correspond à un abandon complet de cette approche<sup>62</sup>.

D'un autre côté, ces approches topologiques gardent, pour la plupart, en héritage des préoccupations très cartographiques et donc, à notre avis, peu ouvertes au changement. Il faut bien comprendre que l'adjonction de modèles topologiques aux modèles de données spatiales répond à des exigences (souvent continues) de cohérence des objets spatiaux (ne pas permettre des incohérences telles des polygones non fermés ou mal fermés, des faces pendantes, etc.), et de traitements efficaces d'analyse spatiale. La cohérence des objets reste une préoccupation dans les modèles 3D. Mais l'effet sur l'efficacité des traitements spatiaux 3D est loin d'être aussi évident qu'en 2D. D'un point de vue visualisation, un exemple de problème est l'adjonction de texture sur des faces triangulées. Les moteurs 3D de jeux vidéo ne se basent pas sur des approches topologiques complexes. De plus, la maintenance de modèles topologiques en 3D est de loin plus coûteuse qu'en 2D vu le nombre proportionnellement plus important d'éléments à gérer. Un autre problème que nous avons repéré est la gestion temporelle. Que l'on soit dans une base de données dynamique ou statique mais à fort taux de mise à jour, la maintenance de la topologie peut s'avérer problématique. Des exemples concrets sont présentés dans le chapitre suivant, mais nous insistons dès à présent sur le fait que le passage au 3D, voire au 4D, ouvre des perspectives énormes qui appellent des traitements différents de ceux du 2D hérités d'une vision cartographique ancienne. L'avenir est plus que certainement dans l'utilisation de structures souples permettant, le cas échéant, en fonction des besoins de traductions rapides et exactes dans d'autres structures.

---

<sup>61</sup> D'autant plus, comme nous venons de le signaler, que les concepts du MD se retrouvent dans les modèles topologiques.

<sup>62</sup> Bien entendu, le modèle topologique correspond toujours à l'optimum en terme de stockage et de calcul de relations de « voisinage » et de graphe, en tout cas assurément en 2D.

## 4.4. Solutions possibles

Cette section présente les possibles implémentations des concepts du MD dans divers modèles de données spatiales. Les principes sont abordés de façon détaillée sans pour autant descendre jusqu'à un niveau algorithmique dans les structures de données.

### 4.4.1. Implémentation dans des modèles existants

Le but de cette partie est de présenter des solutions d'application du MD dans des modèles existants. L'idée est de garder un modèle classique et de lui associer des opérateurs capables d'extraire l'information dimensionnelle. Ceci est possible au prix de l'utilisation des caractéristiques métriques des objets. Seuls certains modèles présentés dans le chapitre 2 sont considérés. L'objectif est d'établir l'ajout minimal nécessaire à chaque modèle pour rendre compte au mieux des concepts du MD. Dans les deux cas les plus développés (TEN et 3D FDS), on établit d'abord les moyens de retrouver les éléments dimensionnels. Ensuite on pose le problème de la recherche des relations dimensionnelles entre objets. Le cellule-tuple est plus succinctement abordé. En ce qui concerne le e-complexe, nous développons une comparaison avec les relations topologiques étendues développées par BREUNIG (1996). Dans la pratique, bien que nous n'ayons pas effectué d'implémentation avec ces structures, nous conseillons de travailler comme indiqué ci-après. D'abord repérer les intersections potentielles, ensuite déterminer à quels éléments dimensionnels les primitives géométriques en jeu correspondent. Il nous paraît trop coûteux de déterminer et d'enregistrer à l'avance les éléments dimensionnels des objets.

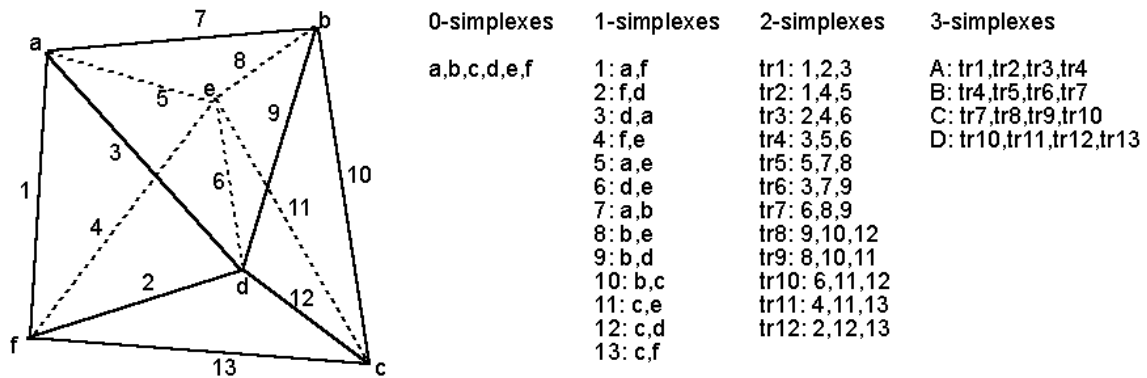
#### 4.4.1.1. Cas du modèle TEN

Le modèle TEN repose sur l'utilisation de simplexes de dimension 0, 1, 2 et 3. L'association d'un simplexe à un D élément est assez aisée, bien qu'elle ne soit pas automatique. La démarche consiste à extraire sur base de la structure (complexes simpliciaux et coordonnées) l'information nécessaire pour définir les éléments dimensionnels. Nous pensons qu'il n'est pas intéressant d'enregistrer dans la structure l'appartenance à un élément dimensionnel donné. Les relations dimensionnelles sont déterminées au moment de la requête.

##### *Éléments dimensionnels*

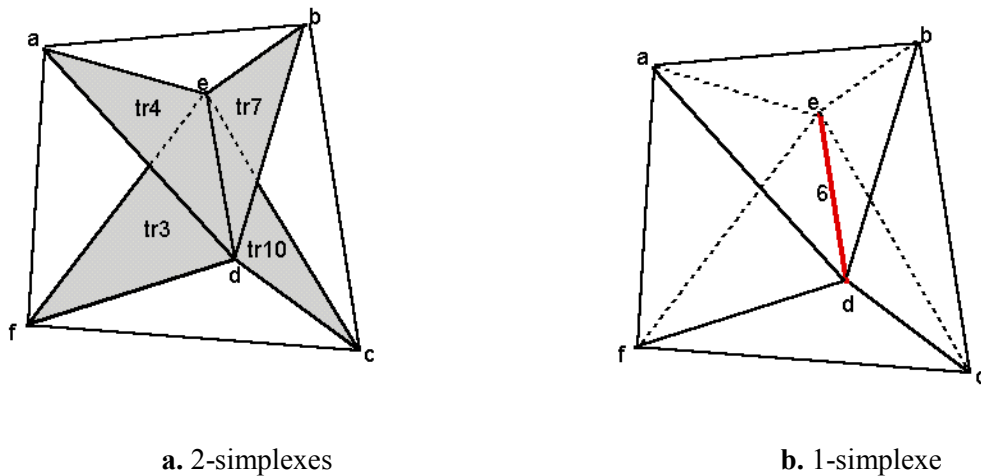
Les simplexes isolés se traitent sans aucun problème. Par exemple, dans un 2-simplexe, les trois 0-simplexes déterminent le 0D élément et les trois 1-simplexes le 1D élément.

Le cas des complexes simpliciaux n'est pas si trivial. Le problème est d'abord posé pour les 3-complexes. La première étape du problème consiste à déterminer le 3D élément de l'objet. Le 3D élément est l'ensemble des 3-simplexes constituant le 3-complexe. Le 2D élément (ou limite du 3D élément), est constitué d'une partie des 2-simplexes, 1-simplexes et 0-simplexes constituant le 3-complexe. Considérons-les un par un et éliminons les mauvais candidats. En guise d'illustration, considérons un octaèdre composé de quatre 3-simplexes (Figure 4.1).



**Figure 4.1. Décomposition d'un octaèdre suivant des complexes simpliciaux**

De l'ensemble des 2-simplices, il faut retirer tous ceux qui sont communs à deux 3-simplices constitutifs du 3-complexe. Les autres composent l'extension du 2D élément. Dans notre exemple, il faut retirer les 2-simplices suivants : tr3, tr4, tr7 et tr10 (Figure 4.2.a).

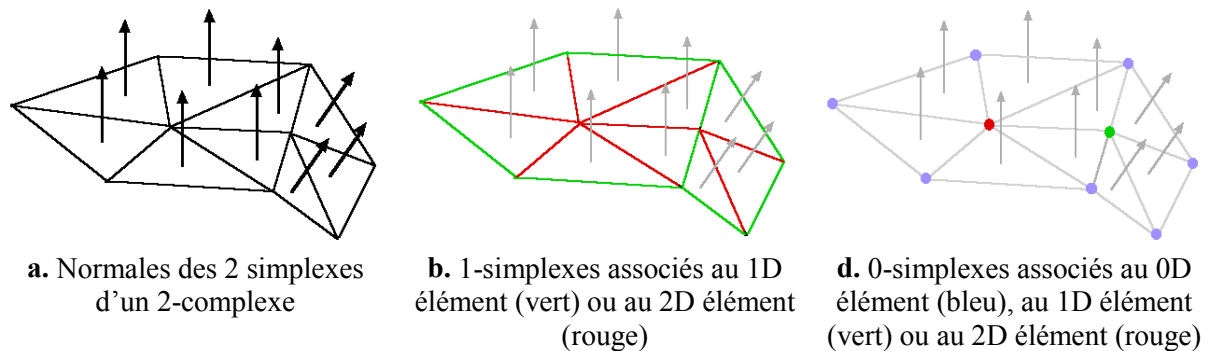


**Figure 4.2. Simplexes de l'octaèdre ne rentrant pas dans la détermination de son 2D élément**

De l'ensemble des 1-simplices, il faut retirer tous ceux qui ne rentrent pas dans la définition des 2-simplices restants. Dans notre octaèdre, seul le 1-simplexe 6 doit être écarté (Figure 4.2.b). À ce stade, on est dans le même cas que celui de la recherche de l'intérieur topologique. Les informations structurales des complexes simpliciaux sont suffisantes. Ce qui suit nécessite la prise en compte des coordonnées des 0-simplices. Pour chaque 1-simplexe retenu, on regarde le produit vectoriel des normales des deux 2-simplices aboutissants au 1-simplexe en question. Si le produit est nul, le 1-simplexe est dans le plan formé par les deux 2-simplices, il fait donc partie du 2D élément. Dans le cas contraire, il fait partie du 1D élément. Un exemple est donné par la suite dans le cas d'un 2-complexe (Figure 4.3.b). De l'ensemble des 0-simplices, il faut retirer tous ceux qui ne rentrent pas dans la définition des 2-simplices restants. Pour chaque 0-simplexe, on regarde si tous les 1-simplices retenus aboutissant au 0-simplexe en question font partie du 2D élément. Dans ce cas, le 0-simplexe fait aussi partie du 2D élément. Sinon, on regarde les produits vectoriels de tous les couples possibles de 1-simplices retenus aboutissant au 0-simplexe en question. Si un des produits est nul, le 0-simplexe est aligné avec au moins deux autres 0-simplices (ceux constituant les 1-simplices alignés), il fera partie du 1D élément. Dans le cas contraire, il fera partie du 0D élément. L'appartenance au 2D, 1D ou 0D éléments des 1-simplices et 0-simplices est illustrée dans le cas d'un 2-complexe (Figure 4.3).

Attention ! Nous rappelons que le modèle TEN ne permet pas la modélisation de complexes simpliciaux de dimensions différentes de 3. Donc le cas ci-dessous n'est pas valide au regard du TEN. Nous le présentons tout de même car, d'une part, il permet d'illustrer plus simplement les 2D, 1D et 0D éléments du 3-complexe simplicial présenté avant et, d'autre part, parce qu'il est possible dans le cas des e-complexes que nous présentons par la suite.

Le 2-complexe représenté est une surface brisée. Les 1-simplexes en rouge sont ceux qui sont associés à des 2-simplexes coplanaires et sont donc repris dans le 2D élément. Ceux en vert sont dans le 1D élément. Pour les 0-simplexes, la signification des couleurs est la même avec en plus, le bleu pour l'appartenance au 0D élément.



**Figure 4.3. Association entre les simplexes et les éléments dimensionnels d'un 2-complexe**

### *Relations dimensionnelles*

Dans le cas de simplexes isolés, les relations possibles sont limitées. En effet, de par les règles constitutives du modèle TEN, si deux entités ont un simplexe en commun, elles ont automatiquement les deux 0-simplexes en commun. Donc, toute relation R1D1 entraînera une relation R0D0. De plus, aucune relation mettant en jeu des éléments dimensionnels de dimensions différentes n'est possible (vu que les contacts se font suivant des simplexes de même dimension). Nous allons étudier le problème des relations dimensionnelles<sup>63</sup> possibles entre deux objets (3-complexes simpliciaux).

- R3D3 partielle existe si les deux objets ont au moins un 3-simplexe en commun. Si tous les 3-simplexes de l'un font partie de l'autre, alors la relation R3D3 est totale. Une relation R3D3 partielle implique nécessairement des relations R3D2, R3D1 et R3D0 partielles. Les simplexes prenant part à ces relations sont les simplexes constitutifs du (des) 3-simplexe(s) commun(s) et également communs à un ou plusieurs autres 3-simplexes du 3-complexe. Une R3D3 totale implique des relations R3D2, R3D1 et R3D0 totales ou nulles si la R3D3 est aussi totale (dans ce cas les deux objets sont identiques et tous les éléments se correspondent, on a des R2D2, R1D1 et R0D0 totales).
- R2D2 partielle existe si les deux objets ont au moins un simplexe commun retenu comme élément 2D dans les deux objets. Elle peut être totale si tous les simplexes du 2D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre. Une R2D2 totale implique des relations R1D1, R0D0 totales. Dans le cas d'une relation partielle, il est possible de déterminer la dimension de l'intersection en regardant la dimension des simplexes impliqués dans la relation. Une relation R2D2 partielle implique l'existence d'autres relations (au moins une R1D1 partielle ou une R0D0 ou une R1D0 ou une R2D1, etc.).
- R2D1 partielle existe si les deux objets ont au moins un simplexe commun retenu comme élément 2D dans l'un et comme élément 1D dans l'autre. Évidemment, une telle relation ne

<sup>63</sup> Sauf spécification contraire, toutes les relations dimensionnelles dont on parle sont basiques (cf. § 3.5.5)

peut exister qu'entre deux 1-simplexes, dont l'un ferait partie de l'élément 2D d'un des objets, et l'autre de l'élément 1D.

- R2D0 partielle existe sous le même type de conditions que le cas précédent. Elle ne se passe qu'entre 0-simplexes.
- R1D1 partielle existe si les deux objets ont au moins un simplexe commun retenu comme élément 1D dans les deux objets. Les mêmes remarques que celles formulées pour R2D2, concernant la relation totale, l'implication d'une relation R0D0, la recherche de la dimension de l'intersection en fonction des simplexes impliqués, sont d'application.
- R1D0 partielle existe sous le même type de conditions que le cas R2D0. Elle ne se passe qu'entre 0-simplexes.
- R0D0 partielle existe si les deux objets ont au moins un simplexe commun retenu comme élément 0D dans les deux objets. Elle peut être totale si tous les simplexes du 0D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre.

Le modèle TEN, de par les objets mathématiques qu'il manipule, est relativement bien adapté à l'application du MD. En fin de compte, l'intégration du MD ne nécessite « que » l'ajout d'une information concernant l'ordre des 1- et 0-simplexes. Un 3-simplexe étant toujours d'ordre 3, un 2-simplexe pouvant être d'ordre 3 ou 2 (cas similaire à intérieur ou frontière dans le cas des primitives topologiques), un 1-simplexe pouvant être d'ordre 3, 2, 1 (idem pour ordre 3 et 2, mais avec une notion supplémentaire pour l'ordre 1 nécessitant un calcul de coplanarité), un 0-simplexe pouvant être d'ordre 3, 2, 1, 0 (idem pour ordre 3 et 2, mais avec notions supplémentaires pour l'ordre 1 nécessitant un calcul de coplanarité et, pour l'ordre 0, nécessitant un calcul de colinéarité).

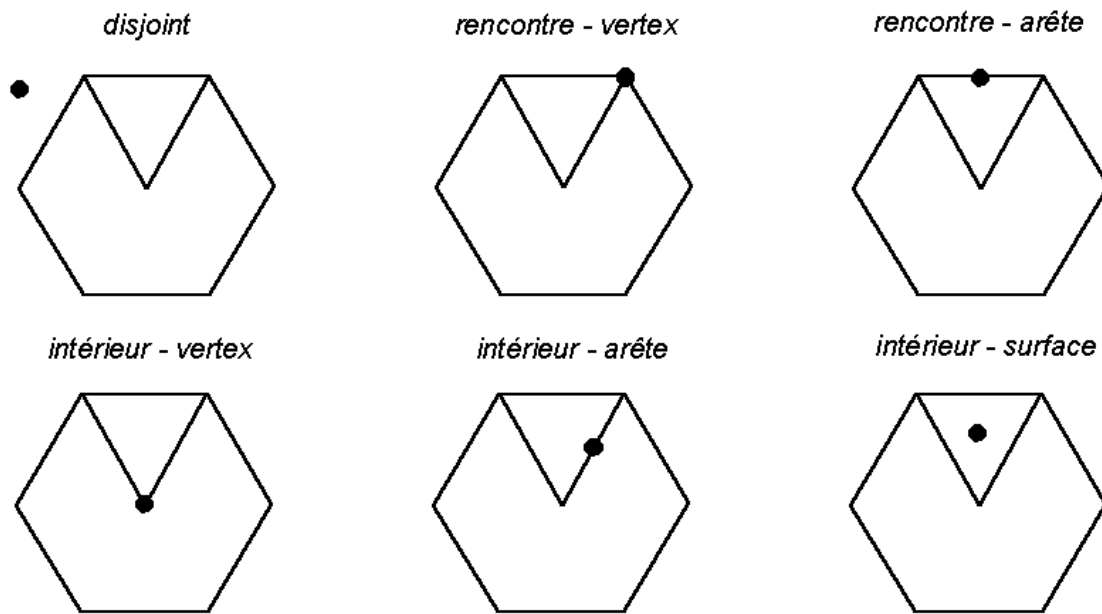
#### 4.4.1.2. Cas du modèle des e-complexes

Le modèle e-complexe est basé aussi sur des complexes simpliciaux. L'incorporation des concepts dimensionnels peut donc être théoriquement similaire à celles du TEN. Nous rappelons que comparé au modèle TEN, des objets de différentes dimensions peuvent être modélisés. Le cas d'un 2-complexe (qui peut être vu suivant la structure  $e_2$ -complexe) a été présenté à la Figure 4.3. L'approche présentée pour un 3-complexe simplicial dans le TEN peut être sans problème étendue à des objets de dimension inférieure, de même que la recherche des relations dimensionnelles. Nous ne développerons donc pas cet aspect. Notons que dans ce modèle, des opérateurs ont été définis pour extraire frontière et intérieur des e-complexes. Plus spécifiquement, nous avons vu que des frontières intérieures et extérieures peuvent être déterminées. L'intégration du MD peut tirer parti de ces opérateurs. En ajoutant un opérateur de coplanarité pour les 1-simplexes et un de colinéarité pour les 0-simplexes, le MD peut être supporté.

Une large partie du travail de BREUNIG concerne l'affinement des relations topologiques au niveau des simplexes constitutifs. Nous allons nous attarder quelque peu sur ces développements afin de voir les points communs avec notre approche. Après validation de son modèle par rapport au modèle de relations des 9 intersections, l'auteur manifeste le désir d'aller plus loin dans la caractérisation des relations topologiques. Il adjoint à la détermination des relations topologiques une information sur les simplexes en jeu. Cette analyse du modèle de BREUNIG aurait pu se faire lors de la présentation des modèles de relations (cf. § 2.3) ou lors de la comparaison du MD avec le modèle des  $9i$  (cf. § 3.8). Nous avons préféré la faire à ce stade de notre travail car, comme nous allons le voir, cette extension est liée directement au mode de représentation, et non pas à des caractéristiques invariantes des objets spatiaux.



Étudiant les relations topologiques entre geo-objets<sup>64</sup> de différentes dimensions, l'auteur propose d'aller plus loin dans la différenciation : *[We do not only consider different topological relationships between e-complexes, but we also distinguish different configurations of topological relationships within one relationship on « simplex level ». This means that we distinguish the topological configurations by their simplices that touch or intersect themselves, respectively. Thus the intersection result of the boundary and the interior of the local, i.e. the internal topology of the e-complexes is analysed. This enables an interesting differentiation of topological relationships that can be used for the identification of fine differences of the position. Thus, the user may choose special configurations of the relationships, which go beyond the general relationships like equal, disjoint, meet, inside, etc.]* (BREUNIG 1996, p. 81). La figure suivante illustre l'idée développée pour les relations existantes entre un geo-objet 2D et un geo-objet 0D.



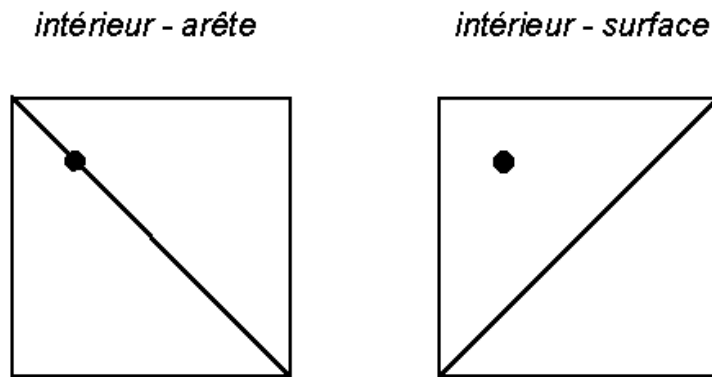
**Figure 4.4. Relation topologique étendue aux simplexes constitutifs entre un  $e_0$ -complexe et un  $e_2$ -complexe**

(D'après BREUNIG, 1996, p. 82)

Cette approche permet une différenciation encore plus importante des relations topologiques que celles que nous présentons. Dans le cas présenté ci-dessus, il y a 6 relations entre l'objet 2D et l'objet 0D alors que le modèle des 9-i définit 3 relations (disjoint, joint, intérieur<sup>65</sup>) et le MD 4 relations (R2D0-0 R1D0-0 R0D0-0, R2D0-0 R1D0-2 R0D0-0, R2D0-0 R1D0-0 R0D0-2, R2D0-2 R1D0-0 R0D0-0). Premièrement, ces relations étendues sont définies non pas sur base de caractéristiques intrinsèques des objets (primitives topologiques, éléments dimensionnels) mais sur base des primitives géométriques représentant les objets. Elles sont donc dépendantes du modèle de représentation (ces relations ne pourraient pas être différenciées dans un modèle basé sur les complexes cellulaires). Elles ne sont pas non plus obligatoirement invariantes au sein même du modèle, la triangulation ou la tétraédrisation d'un objet n'étant pas toujours unique. La figure suivante montre bien que le choix de la triangulation d'un même carré amène à des relations différentes.

<sup>64</sup> Terminologie employée par cet auteur.

<sup>65</sup> Nous n'inscrivons pas les matrices topologiques pour une raison de place, ni leur traduction en nombre hexadécimal pour une raison de compréhension.



**Figure 4.5. Effet du choix de la triangulation d'un carré sur les relations topologiques étendues aux simplexes constitutifs.**

Nous ne remettons pas en cause l'intérêt de cette approche, mais nous voulons seulement insister sur son caractère dépendant par rapport au découpage considéré. C'est pour cette raison que nous n'avons pas présenté ce modèle dans les chapitres précédents. Au-delà des différences avec le MD, ce qui nous paraît le plus important, c'est que l'application des relations topologiques à des niveaux plus fins a donc déjà été recherchée. Ceci confirme la pertinence de notre modèle. Au regard des recherches antérieures, on peut dire que le MD traduit la même volonté d'affiner les relations topologiques mais offre une approche indépendante du mode de représentation.

#### 4.4.1.3. Cas du 3D FDS

Le problème est ici différent des deux premiers cas. En effet, dans cette modélisation il n'y a pas explicitement de primitives géométriques 3D. Le corps est défini par les faces qui le composent ou plus exactement, les faces opèrent un découpage de l'espace en corps grâce aux relations *face\_body\_left* et *face\_body\_right*. Donc le 3D élément d'un objet ne sera pas lié à une primitive géométrique unique, seules les relations *node\_in\_body*, *arc\_in\_body* et *face\_in\_body* donnent une information directement exploitable dans la recherche des R3D.

#### Éléments dimensionnels

Nous allons d'abord poser le problème dans le cas d'un objet 3D simple<sup>66</sup>, c'est-à-dire composé d'un seul *body*. Dans ce cas, le 3D élément correspond au *body* et comme nous le verrons par la suite, les relations possibles sont limitées. Les faces constitutives d'un corps simple (ou *body*) font d'office partie du 2D élément. En ce qui concerne les arcs, on retient tous les arcs constitutifs des faces du solide. Ensuite, il est nécessaire de leur appliquer l'algorithme de coplanarité des faces adjacentes (même principe que celui illustré dans le TEN). Pour chaque arc retenu, on regarde le produit vectoriel des normales des deux faces aboutissant à l'arc en question. Si le produit est nul, l'arc est dans le plan formé par les deux faces, il fait donc partie du 2D élément. Dans le cas contraire, il fait partie du 1D élément. Dans le cas des nœuds constitutifs des arcs, on est dans le même cas de figure qu'avec les 0-simplexes. Ils feront soit partie du 2D élément (nœuds d'arc 2D élément), soit du 1D élément (colinéarité – le produit vectoriel des arcs aboutissants est nul), soit du 0D élément (le produit vectoriel n'est pas nul).

<sup>66</sup> Attention, le terme simple ne fait pas référence aux objets simples définis dans le MD. Il est utilisé pour traduire le fait que ce type d'objet est composé d'un seul *body*.

Dans le cas d'un objet spatial 3D composé de plusieurs corps simples, il est nécessaire d'opérer quelques changements. Tout d'abord, toutes les faces ne font plus partie automatiquement du 2D élément. Il faut retirer les faces « intérieures », celles qui ont comme *body\_left* et *body\_right* des corps constitutifs de l'objet. La détermination du 1D élément et du 0D élément reste inchangée en tenant évidemment compte des faces retenues dans le 2D élément.

Pour des objets de dimension inférieure à 3, la détermination des éléments dimensionnels suit le même principe et ne sera pas développée.

### *Relations dimensionnelles*

Nous allons d'abord poser le problème dans le cas d'un objet 3D simple. Le 3D élément d'un corps simple ne peut que contenir des nœuds et des arcs, il pourra donc exister des R3D1 ou R3D0 entre un corps et un objet spatial 1D ou 0D (ligne ou point) mais jamais de R3D2 ou R3D3.

Les relations dimensionnelles entre un objet 3D simple et n'importe quel autre type d'objet<sup>67</sup> mis à part un 3D composé, sont les suivantes.

- R3D3 est impossible vu les contraintes du modèle.
- R3D2 est impossible vu les contraintes du modèle.
- R3D1 partielle est possible s'il existe une relation *arc\_in\_body*. Elle ne s'applique que pour un objet simple 1D.
- R3D0 partielle est possible s'il existe une relation *node\_in\_body*. Elle ne s'applique que pour un objet simple 1D et 0D.
- R2D2 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive géométrique commune retenue comme élément 2D dans les deux objets. Elle peut être totale si toutes les primitives du 2D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre. Une R2D2 totale implique des relations R1D1, R0D0 totales (vu les limitations du modèle concernant les primitives constitutives). Dans le cas d'une relation partielle, il est possible de déterminer la dimension de l'intersection en regardant la dimension des primitives impliquées dans la relation. On ne peut pas trouver le nombre d'intersections grâce aux primitives car le découpage est arbitraire.
- R2D1 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive commune retenue comme élément 2D dans l'un et comme élément 1D dans l'autre, ou si une face retenue comme élément 2D dans l'un contient un arc ou un nœud retenu comme élément 1D dans l'autre. Elle est totale si toutes les primitives associées au 1D élément appartiennent aussi au 2D élément du premier objet. Dans le cas d'une relation partielle, la dimension de l'intersection peut aussi être retrouvée grâce à la dimension des primitives communes.
- R2D0 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive commune retenue comme élément 2D dans l'un et comme élément 0D dans l'autre, ou si une face retenue comme élément 2D dans l'un contient un nœud retenu comme élément 0D dans l'autre. Elle est totale si toutes les primitives associées au 0D élément appartiennent aussi au 2D élément du premier objet.
- R1D1 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive géométrique commune retenue comme élément 1D dans les deux objets. Elle peut être totale si toutes les primitives du 1D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre. Une R1D1 totale implique une relation R0D0 totale (vu les limitations du modèle concernant les primitives constitutives). Dans le

---

<sup>67</sup> En tenant compte évidemment des éléments dimensionnels existants. On ne parle pas de R2D2 entre un objet 3D et un objet 0D.

cas d'une relation partielle, il est possible de déterminer la dimension de l'intersection en regardant la dimension des primitives impliquées dans la relation. On ne peut pas trouver le nombre d'intersections grâce aux primitives car le découpage est arbitraire.

- R1D0 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive commune retenue comme élément 1D dans l'un et comme élément 0D dans l'autre. Elle est totale si toutes les primitives associées au 0D élément appartiennent aussi au 1D élément du premier objet.
- R0D0 partielle existe si les deux objets ont au moins une primitive géométrique commune retenue comme élément 0D dans les deux objets. Elle peut être totale si toutes les primitives du 0D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre.

Les relations réciproques (entre n'importe quel objet hormis un 3D composé et un objet 3D simple) ne sont pas fondamentalement différentes et ne seront pas développées ici.

Dans le cas d'un objet 3D composé de plusieurs corps simples, les relations possibles sont différentes.

- R3D3 partielle est possible si les deux objets ont au moins un corps simple en commun. Ceci implique une R3D2 partielle ou totale. R3D3 peut être totale si les corps simples sont communs aux deux objets (mais on sera plus que vraisemblablement dans le cas d'un même objet). Une R3D3 vu les contraintes du modèle implique R2D2, R1D1 et R0D0 totales.
- R3D2 partielle est possible si les deux objets ont au moins un corps simple en commun. Certaines primitives constitutives du ou des corps simples communs seront intérieures dans le premier objet (et donc assimilées au 3D élément) et partie du 2D élément de l'autre. Elle est totale si toutes les primitives du 2D élément de l'un appartiennent aussi à l'autre, ce qui n'est possible dans le cas d'une relation entre deux objets 3D que si l'un contient l'autre sans partager de frontière extérieure.
- R3D1 partielle est possible s'il existe une relation *arc\_in\_body*, ou si les deux objets ont au moins un corps simple en commun et que une ou plusieurs primitives associées au 3D élément de l'un sont associées au 1D élément de l'autre. Elle sera totale sous la même condition que R3D2.
- R3D0 partielle est possible s'il existe une relation *node\_in\_body* ou si les deux objets ont au moins un corps simple en commun et que une ou plusieurs primitives associées au 3D élément de l'un sont associées au 0D élément de l'autre. Elle sera totale sous la même condition que R3D2.

Les autres relations sont semblables à celles présentées plus haut.

Les relations réciproques (entre n'importe quel objet et un objet 3D composé) ne sont pas fondamentalement différentes et ne seront pas développées ici.

Les relations entre objets 2D et 2D, 2D et 1D, etc. suivent également la même approche. Nous ne les développerons pas. Par contre, dans le cas pratique retenu, le lecteur trouvera une description détaillée des relations entre chaque type d'objets, qui en est assez proche.

#### 4.4.1.4. Cas du cellule-tuple

Nous avons vu que les différentes approches relevant du cellule-tuple (cf. § 2.2.3.9) manipulaient des objets mathématiques, les CW complexes, qui sont des cas particuliers des complexes cellulaires. Quel que soit le type de CW complexes utilisés, les différentes approches ont en commun l'utilisation d'un tuple pour l'enregistrement des différentes cellules constitutives des objets. L'intérêt essentiel de l'utilisation de mode d'enregistrement des données est la possibilité de naviguer dans la structure en utilisant des opérateurs « *switch* » ou de commutation. En ce qui

concerne les cellules, le passage vers les éléments dimensionnels est possible (ceci vient d'être largement évoqué). Par contre, l'enregistrement suivant un tuple perd son intérêt car les propriétés de commutation ne se retrouvent plus. En première analyse, il apparaît que l'efficacité des approches cellule-tuples ne coexiste pas avec la prise en compte des concepts du MD.

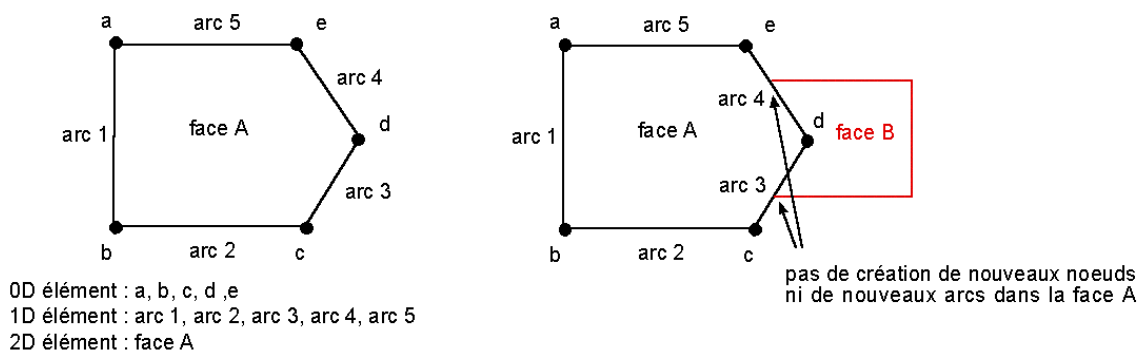
#### 4.4.2. Modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS)

Nous allons nous placer dans un cas où les primitives géométriques sont simplifiées, c'est-à-dire que les arcs sont rectilignes et les faces sont planes. Accepter des faces gauches et des arcs courbes ne pose pas de problème du point de vue MD. Par contre, dans la traduction en termes de primitives géométriques, il serait beaucoup plus difficile de rendre compte des relations sans les stocker explicitement dans la structure. De plus, la plupart des modèles de données spatiales ne manipulent en pratique que des primitives de ce type. Nous allons donc partir sur cette base dans notre travail, tout en sachant qu'à terme une prise en compte de toutes les formes doit être envisagée.

Il est possible d'avoir un lien univoque entre un élément dimensionnel d'ordre  $n$  avec une primitive géométrique de dimension  $n$  à condition d'abandonner l'approche *single-valued*. Deux concepts doivent être réunis pour permettre le MDDS.

**Règle 1 :** *Une primitive géométrique de dimension  $n$  rentrant dans la composition d'un objet doit toujours correspondre à une partie d'ordre  $n$  de cet objet.*

Par exemple (Figure 4.6), tous les nœuds du polygone sont d'ordre 0. Si un autre polygone rencontre le premier, il n'y aura pas de création de nœuds supplémentaires dans la composition de la face  $A$ . Si ça avait été le cas, on aurait des nœuds rentrant dans la composition du polygone, qui auraient un ordre 1 dans ce polygone. L'ensemble des primitives de dimension  $n$  de l'objet correspond bien au  $nD$  élément de l'objet.



**Figure 4.6.** Les primitives géométriques représentant un objet ne sont définies que sur base de la géométrie de cet objet

**Règle 2 :** *Si deux primitives géométriques se rencontrent leur intersection peut correspondre :*

- à une (des) primitive(s) constitutive(s) commune(s) ;
- à une (des) primitive(s) constitutive(s) de l'une des deux primitives, qui sera (seront) enregistrée(s) comme singularité(s) de l'autre primitive ;
- à aucune primitive constitutive, la (les) primitive(s) sera (seront) créée(s) et enregistrée(s) comme singularité(s) dans les deux primitives ;
- à une combinaison des solutions ci-dessus.

En aucuns cas les primitives ne sont décomposées en nouvelles primitives. C'est la différence fondamentale avec l'approche *single-valued*. Prenons l'exemple de deux arcs (Figure 4.7). Plutôt que d'assister à la décomposition des arcs A1 et A2, on enregistre le point de rencontre comme singularité des deux arcs. On permet donc que deux objets occupent le même espace.

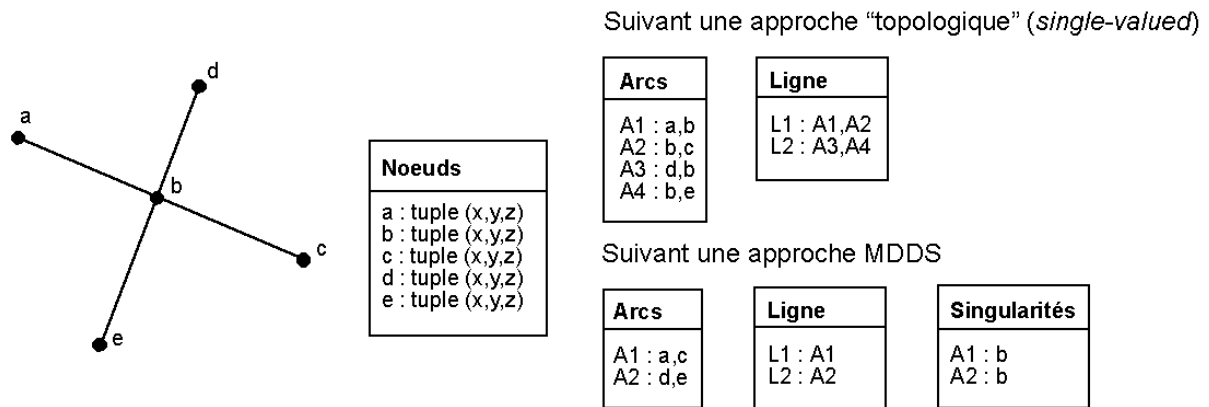


Figure 4.7. Croisement de deux lignes suivant une approche « topologique » et le MDDS

Notons que ceci n'entraîne pas la disparition de tous les concepts de graphes (connectivité). Ils sont exprimés d'une autre façon, et peuvent pour la plupart être retrouvés de manière indirecte.

Dans une première approche, la traduction de ces deux règles amène au MCD suivant.

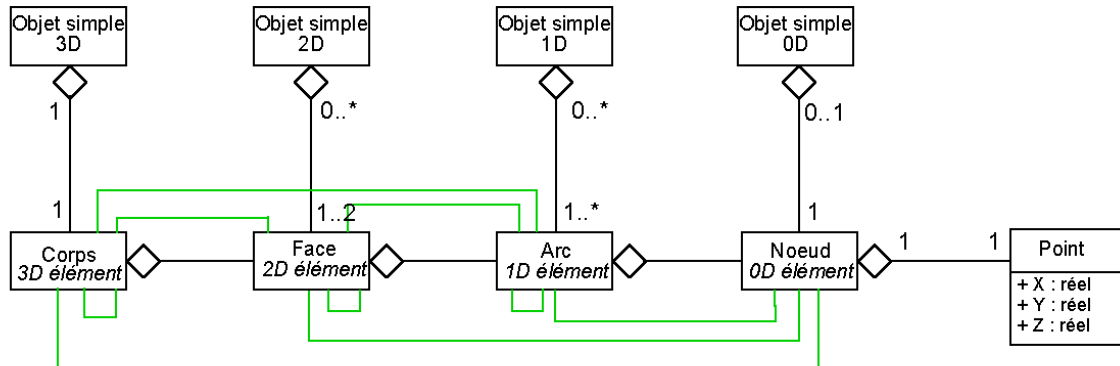


Figure 4.8. MCD du MDDS version 1

Les lignes vertes traduisent une relation d'inclusion. Vu la règle 1, les corps, faces, arcs et nœuds suivent des règles de convexité, et correspondent à des 3D, 2D, 1D et 0D éléments. Il est à noter qu'une relation d'inclusion entre primitives entraîne l'interdiction d'une relation de composition entre ces deux primitives (et réciproquement). Une face incluse dans un corps ne peut pas, en même temps, définir son contour. Évidemment, cette approche ne permet plus de relation de type *face\_body\_left*, *face\_body\_right*. Chaque primitive géométrique, associée donc aux éléments dimensionnels, peut contenir des singularités, c'est-à-dire d'autres primitives géométriques, de même dimension ou de dimension inférieure. Ceci n'est d'ailleurs qu'une évolution logique de certains modèles de données 3D, permettant également l'enregistrement de singularités, mais n'acceptant que des singularités de dimension inférieure (3D FDS, SSM, Cellule-tuple de MESGARI). Le problème de cette approche est qu'elle ne permet pas une occupation partielle du même espace. Par exemple, comment gérer le fait qu'un arc soit en relation spatiale partielle avec

une face ? Si on décide de scinder l'arc en deux, on retombe dans les limites des modèles antérieurs, et on ne quitte pas réellement l'approche *single-valued*.

Donc, les relations d'inclusion doivent se transformer en relations de *collocation* qui puissent être totales ou partielles. Évidemment, on se rend compte que la gestion explicite de cette relation de collocation est assez complexe. Néanmoins, cette première approche permet de mettre en évidence une notion fondamentale. Outre le fait de bien correspondre au MD, cette approche permet une séparation très nette entre la géométrie propre des objets et la géométrie de leurs intersections potentielles. En effet, les intersections entre objets n'étant plus gérées par des changements des primitives géométriques constitutives, on a un accès direct à la description géométrique minimale de chaque objet. Si le nombre de traitements à ce niveau est important (visualisation, calcul de visibilité, etc.), le gain de temps de calcul peut être appréciable.

La structure telle que présentée, gère de façon explicite les relations de collocation. Nous allons maintenant envisager une approche où les relations sont stockées de façon implicite et aboutir au MDDS. L'idée est de n'enregistrer comme singularités que les nœuds présents dans les intersections entre objets. Vu que chaque primitive est constituée, directement ou indirectement par des nœuds, il est possible de retrouver par construction les primitives ou parties de primitives prenant part à l'intersection. Cette démarche répond à plusieurs objectifs :

- assurer l'enregistrement d'intersection totale ou partielle entre objets ;
- diminuer le nombre de relations de collocation ;
- reporter au maximum la détermination des intersections (et donc des relations) via des opérateurs logiques.

*Ce dernier point mérite un développement. L'approche que nous proposons s'inscrit dans une logique combinant l'algorithmique de détection d'intersection entre objets et la gestion efficace de la base de données géographiques. Partons de l'hypothèse que l'on procède à un collationnement de données.*

1. Chaque objet a été acquis de manière indépendante et possède sa géométrie.
2. Ces objets sont combinés, et une détection automatique d'intersection entre éléments est effectuée. À ce stade, on est toujours dans une approche très générale, automatique, et métrique. Les intersections entre primitives, les points de rencontre, sont déterminés par calcul métrique.
3. Là où notre approche diffère d'une *single-valued*, c'est dans la gestion des intersections. Les objets et leurs primitives constitutives restent inchangés, et les intersections sont stockées sous forme de nœuds.
4. L'étape suivante serait d'associer entre eux les points d'intersection (sur base de leur appartenance aux primitives) afin de former les intersections proprement dites (0D, 1D, 2D et 3D).
5. Par la suite les relations spatiales entre objets peuvent être déterminées sur base de ces intersections (et potentiellement enregistrées).

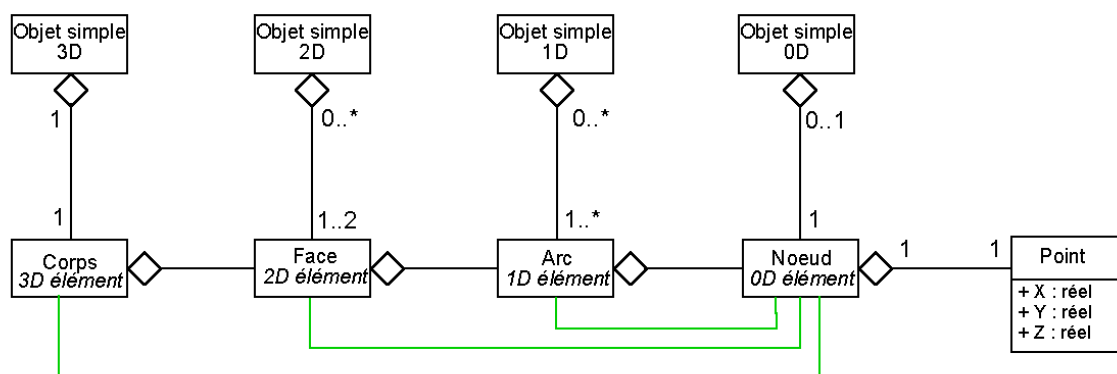
Notre approche s'arrête au point 3 (contrairement à notre première tentative qui allait jusqu'au bout du processus). Nous ne tenons pas à stocker plus d'informations que celles concernant les nœuds. Le reste de la détermination, qui n'est plus métrique mais uniquement logique, se fera par des opérateurs. Ainsi, la structure de données est allégée, mais permet tout de même de retrouver les relations spatiales sans avoir recours aux coordonnées des nœuds.

Cette information n'est pas toujours suffisante. Nous discutons par la suite les problèmes engendrés par des primitives géométriques non convexes. Le coût en terme de volume de données est assez difficile à évaluer. Dans certains cas, il y a gain, dans l'autre perte. Mais il ne

semble pas que le volume de données augmente de façon significative. Une étude plus approfondie sur le sujet est nécessaire.

La démarche proposée n'est pas sans rappeler en certains points l'approche *multi-valued* (DE HOOP & VAN OOSTEROM 1992 ; DE HOOP *et al.* 1993 ; MOLENAAR 1998). Celle-ci concerne la gestion de couches multiples. Elle consiste à enregistrer dans une couche séparée le résultat du recouvrement d'autres couches (structurées chacune suivant l'approche *single-valued*). Ainsi, chaque couche garde sa géométrie et sa topologie propre, et les intersections et recouvrements sont gérés (d'un point de vue géométrique et / ou topologique) dans une couche « temporaire ». Celle-ci permet la résolution plus efficace de requêtes topologiques concernant les couches combinées. C'est une alternative à la création d'une couche unique combinant toutes les informations issues des différentes couches, et aux coûteuses opérations de détermination des intersections entre couches en temps réels.

Le modèle conceptuel du MDDS est le suivant.



**Figure 4.9. MCD du MDDS version 2**

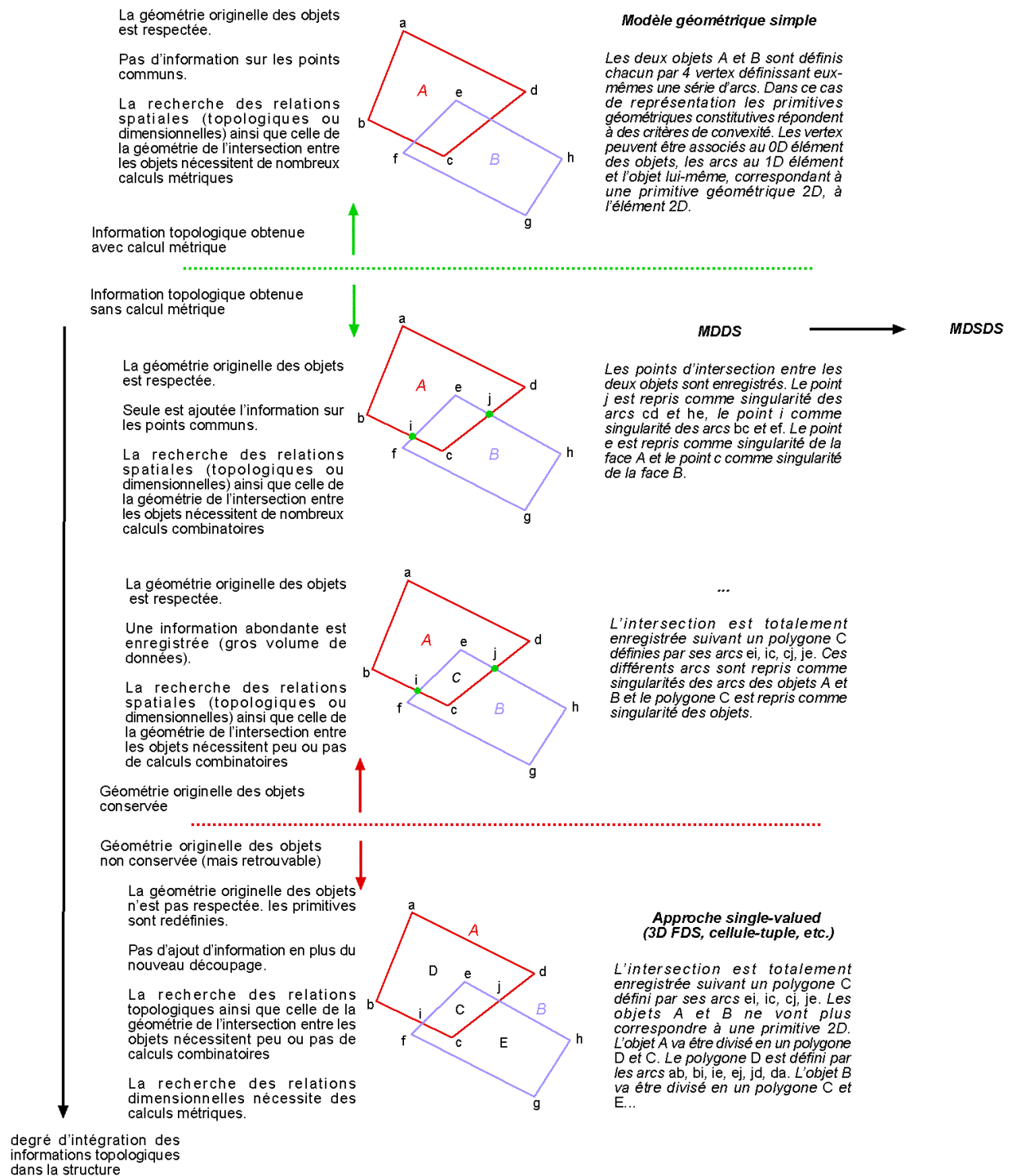
L'avantage principal du MDDS est que la géométrie des objets est minimale, c'est-à-dire qu'un objet est représenté par le nombre minimum de primitives vu qu'elles correspondent exactement à la « convexité » de l'objet. Le volume de données doit normalement être faible (bien que l'enregistrement des singularités puisse dans certaines configurations augmenter ce volume). Comme nous le verrons dans la suite (*cf.* § 5.5.4), il présente des avantages du point de vue visualisation (textures associées à des faces réelles des objets). D'une manière générale, tous traitements qui nécessitent un accès rapide aux données géométriques sont favorisés.

Les inconvénients résident dans l'abandon de la structure de graphe. Le contrôle de la cohérence des données est plus problématique, la recherche des relations topologiques est moins directe.

La Figure 4.10 est une synthèse des différentes approches « vectorielles ». Elle permet de les situer les unes par rapport aux autres suivant différents critères.

Nous allons présenter un autre exemple en 3D qui permet de voir la différence entre le 3D FDS et le MDDS du point de vue des enregistrements nécessaires à la description d'une situation spatiale. Cet exemple est intéressant car il permet de bien se rendre compte de l'évolution de la géométrie de base des objets dans les différentes structures. Considérons la situation spatiale entre le *body* 1 et le *body* 2 (Figure 4.11). Les vertex définissant la géométrie originelle des deux objets sont inscrits en noir, alors que les vertex matérialisant les points d'intersection des arêtes des deux objets apparaissent en rouge.





**Figure 4.10. Présentation de différentes approches « vectorielles » suivant des critères topologiques et géométriques**

Le Tableau 11 reprend le détail des « tables » contenant les enregistrements représentant la situation spatiale suivant le MDDS. Les tables body, face et arc ne contiennent que les informations minimales nécessaires à la détermination de la géométrie des deux objets. Une table singularité est ajoutée et rend compte de l'intersection. Tout ce qui est en rouge correspond à une information introduite du fait de l'intersection.

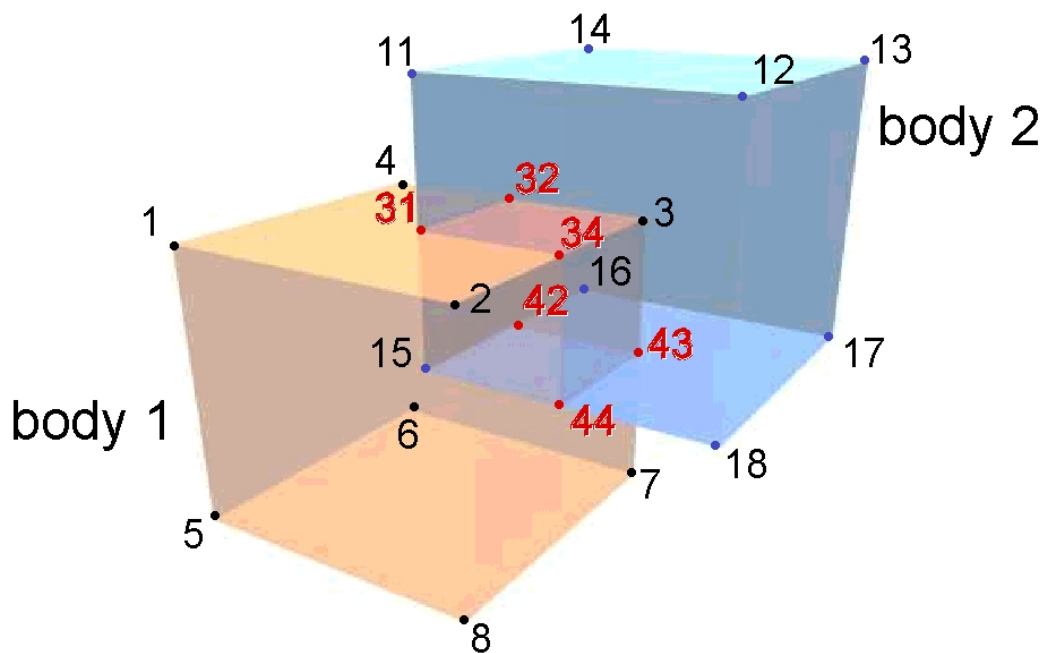


Figure 4.11. Situation spatiale entre deux corps (*body*)

Tableau 11. Traduction de la situation spatiale entre les deux corps suivant une structure MDDS

### Body

b1 : f1, f2, f3, f4, f5, f6

b2 : f21, f22, f23, f24, f25, f26

### Face

f1 : a1, a2, a3, a4

f2 : a4, a5, a6, a7

f3 : a3, a8, a9, a5

f4 : a2, a8, a11, a10

f5 : a1, a10, a12, a7

f6 : a6, a9, a11, a12

f21 : a21, a22, a23, a24

f22 : a24, a25, a26, a27

f23 : a23, a28, a29, a25

f24 : a22, a28, a31, a30

f25 : a21, a30, a32, a27

f26 : a26, a29, a31, a32

### Arc

a1: 1, 2

a2: 2, 3

a3: 3, 4

a4: 4, 1

a5: 4, 6

a6: 6, 5

a7: 5, 1

a8: 3, 7

a9: 7, 6

a10: 2, 8

a11: 8, 7

a12: 5, 8

a21: 11, 12

a22: 12, 13

a23: 13, 14

a24: 14, 11

a25: 14, 16

a26: 16, 15

a27: 15, 11

a28: 13, 17

a29: 17, 16

a30: 12, 18

a31: 18, 17

a32: 15, 18

### Singularité

a2: 34

a3: 32

a8: 43

a26: 42

a27: 31

a32: 44

f1: 31

f3: 42

f4: 44

f22: 32

f25: 34

f26: 43

b1: 15

b2: 3

Le Tableau 12 rend compte de la même situation mais avec le 3D FDS. Il n'y a évidemment pas de tables singularités. Le changement d'information par rapport à la géométrie originale introduit suite à l'intersection (en rouge) se retrouve dans toutes les tables. Cet exemple 3D illustre bien la différence entre les deux approches. Avec le 3D FDS, on bénéficie d'une organisation optimale des données d'un point de vue topologique. Mais on se rend compte que la suppression d'un objet ou son déplacement (mise à jour, base de données dynamiques) impose une restructuration importante de toutes les tables. On peut imaginer aussi, qu'un traitement à effectuer sur un seul objet va devoir gérer de l'information « superflue ». Dans le cas du MDDS, une mise à jour ou

un déplacement ne nécessite que des changements dans la table des singularités. Un traitement sur un seul objet se fait toujours avec l'information minimale. L'optimisation se porte simplement sur autre chose que la topologie.

**Tableau 12. Traduction de la situation spatiale entre les deux corps suivant une structure 3D FDS**

Face	Edge	Arc		
f1 : b1, 0	f1 : a1, a2b, a41, a40, a3b, a4	a1: 1, 2	a21: 11, 12	a40: 31, 32
f2 : b1, 0	f2 : a4, a5, a6, a7	a2: 2, 34	a22: 12, 13	a41: 31, 34
f3 : b1, 0	f3 : a3b, a5, a9, a8b, a42, a45	a2b: 34, 3	a23: 13, 14	a42: 42, 43
f4 : b1, 0	f4 : a2, a44, a43, a8b, a11, a10	a3: 3, 32	a24: 14, 11	a43: 43, 44
f5 : b1, 0	f5 : a1, a10, a12, a7	a3b: 32, 4	a25: 14, 16	a44: 44, 34
f6 : b1, 0	f6 : a6, a9, a11, a12	a4: 4, 1	a26: 16, 42	a45: 32, 42
f11 : b3, b2	f11 : a3, a40, a41, a2b	a5: 4, 6	a26b: 42, 15	
f12 : b3, b1	f13 : a3, a8, a42, a45	a6: 6, 5	a27: 15, 31	
f13 : b3, b2	f14 : a2b, a44, a43, a8	a7: 5, 1	a27b: 31, 11	
f14 : b3, b2	f21 : a21, a22, a23, a24	a8: 3, 43	a28: 13, 17	
f15 : b3, b1	f22 : a24, a25, a26b, a45, a40, a27b	a8b: 43, 7	a29: 17, 16	
f16 : b3, b1	f23 : a23, a28, a29, a25	a9: 7, 6	a30: 12, 18	
f21 : b2, 0	f24 : a22, a28, a31, a30	a10: 2, 8	a31: 18, 17	
f22 : b2, 0	f25 : a21, a30, a32b, a44, a41, a27b	a11: 8, 7	a32: 15, 44	
f23 : b2, 0	f26 : a26, a29, a31, a32b, a43, a42	a12: 5, 8	a32b: 44, 18	
f24 : b2, 0	f12 : a40, a45, a26b, a27			
f25 : b2, 0	f15 : a41, a27, a32, a44			
f26 : b2, 0	f16 : a32, a26b, a42, a43			

## 4.5. Solution retenue – MDSDS

Au regard de notre objectif d'application à des données 3D urbaines, nous avons opté pour l'extension d'une structure existante issue du modèle SSM. Le choix du SSM s'est imposé à nous car il répond aux attentes d'une modélisation 3D urbaine (*cf.* § 2.2.3.7). Pour rappel, les arcs ne sont pas enregistrés, mais peuvent être déduits par des suites ordonnées de nœuds. Ce type d'approche est de plus en plus adopté par les concepteurs de bases de données volumineuses urbaines 3D qui nécessitent des performances en termes de vitesse d'affichage et de visualisation. Sur base de ce modèle SSM et du modèle MDDS, nous allons définir un modèle dimensionnel simplifié de données spatiales (MDSDS). Nous sommes évidemment conscients que le choix d'une structure dépend d'un grand nombre de facteurs, et que, comme déjà signalé, il n'existe pas de structure de données 3D universelle répondant aux attentes de tous les utilisateurs. Mais cette approche novatrice a le mérite d'englober les relations topologiques, et d'offrir différents niveaux de précision dans la détermination des relations. Elle est donc relativement souple au regard des nombreuses applications qui peuvent toucher le milieu urbain.

### 4.5.1. MDSDS

L'adaptation du SSM pour répondre au mieux aux concepts du MDDS a deux répercussions majeures. L'une sur la définition des objets à modéliser, l'autre sur la structure logique du modèle. Nous allons présenter ces changements, sans redéfinir les éléments de base qui ne changent pas par rapport au SSM (ZLATANOVA 2000a). Voici le MCD du MDSDS.

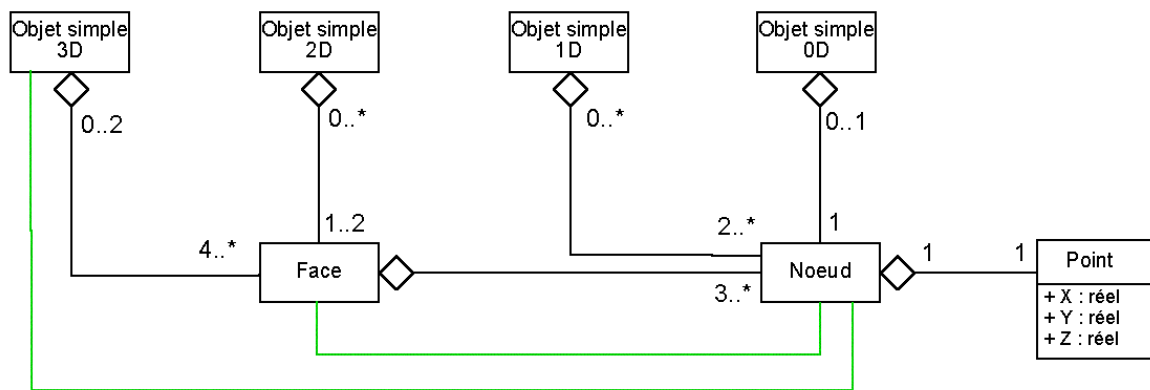


Figure 4.12. MCD du MDSDS

#### Règles du MDSDS dérogeant à celles du SSM

Les relations en vert sont toujours des relations de collocation (ou plutôt d'inclusion dans ce cas). Elles sont traduites en tables dans la structure relationnelle (cf. § 4.6.3). Par rapport au SSM, la relation de collocation *face\_in\_body* disparaît. Les relations *node\_in\_face*, *node\_in\_body* restent mais sont exprimées dans la structure relationnelle par une seule table *node\_in\_object*, qui relie un nœud avec soit une face, soit un corps.

- Un corps (ou *body*) ne peut plus contenir explicitement des faces mais uniquement des nœuds.
- Le croisement de deux corps n'entraîne pas la redéfinition de nouveaux corps (l'intersection entre les corps n'est pas associée à un nouveau corps).
- Un nœud se trouvant à l'intérieur d'un corps doit être enregistré comme singularité, autrement dit, il y aura une relation de collocation entre le corps et le nœud.
- Les corps sont des objets simples à limite continue.
- Les corps ne sont pas obligatoirement convexes. La convexité influence la détermination pratique des éléments dimensionnels (explication à la fin de la section).
- Le croisement de deux faces n'entraîne pas la création de faces supplémentaires.
- Chaque rencontre d'une face avec un objet constructif (face, nœud) ou spatial (ligne) doit se matérialiser par un nœud. S'il n'existe pas, il est nécessaire de le créer. Si cette rencontre se fait au niveau du « contour » géométrique de la face, le nouveau nœud doit être intégré à la description géométrique de l'objet, en tenant compte de la séquence des nœuds constitutifs. Si le nœud lui est « intérieur », il sera enregistré comme singularité (Figure 4.13).

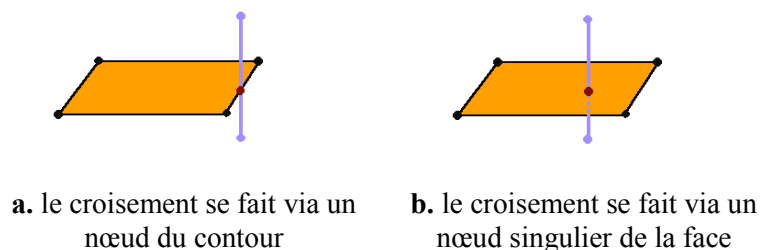


Figure 4.13. Intersections entre ligne et face

- Les faces ne sont pas obligatoirement convexes. La convexité influence la détermination pratique des éléments dimensionnels (explication à la fin de la section).
- Les faces d'un même objet ne peuvent pas être coplanaires.

- Si un objet spatial *ligne* rencontre un autre objet *ligne* ou un objet constructif (face ou nœud), leur intersection doit se matérialiser par un nœud. S'il n'existe pas, il est nécessaire de le créer. Le nouveau nœud doit être intégré à la description géométrique de l'objet, en tenant compte de la séquence des nœuds constitutifs.

#### *Règles particulières liées à la non-convexité des objets*

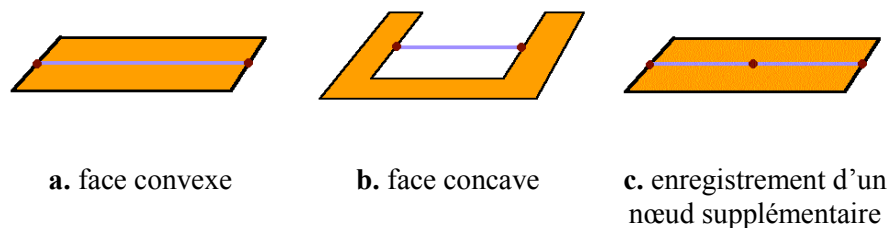
Le fait d'accepter des faces et des corps non convexes nécessite l'ajout de certaines règles afin de pouvoir gérer sans ambiguïté toutes les relations. Dans le cas où on imposerait des objets convexes, les règles définies ci-dessus sont suffisantes.

Nous allons aborder le problème en discutant un cas particulier entre face et segment.

Dans le cas de faces convexes, le segment qui relie n'importe quel couple de points de la face est compris dans l'objet. Pour des faces non convexes, ce n'est plus vrai. Le fait que les extrémités d'un segment (défini uniquement par ces deux points) soient en même temps points du contour d'une face (qui ne suivent pas dans la séquence de la face) est sujet à interprétation quant à la relation spatiale qui existe entre les objets. Si la face est convexe, le segment sera obligatoirement « sur » la face (Figure 4.14.a), tandis que dans le cas d'une face non convexe, il pourra être « extérieur » à la face (Figure 4.14.b).

La solution, lorsqu'un segment se trouve sur une face, est d'imposer la création d'un nœud intermédiaire faisant partie de la géométrie du segment et de la singularité de la face<sup>68</sup>. Ceci est valable que le segment fasse partie d'une ligne ou du contour d'une face.

- Si deux nœuds de séquences voisines d'un objet (face ou ligne) sont communs avec des nœuds constitutifs d'une face et de séquences non voisines dans cette face<sup>69</sup>, il est nécessaire de vérifier si le segment formé par les deux nœuds est compris dans la face. S'il l'est, alors un nœud intermédiaire sera créé qui entrera dans la définition du premier objet et dans les singularités de la face.



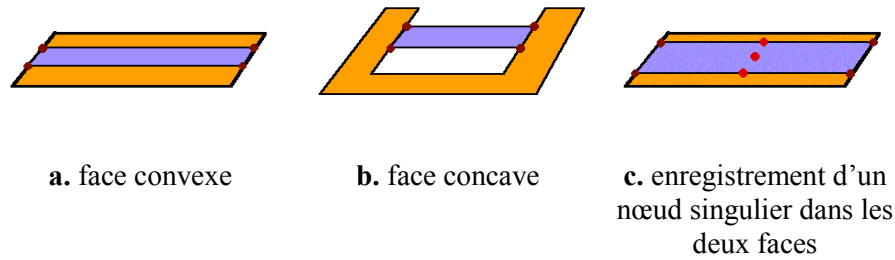
**Figure 4.14. Rencontre d'une face et d'une ligne suivant deux nœuds du contour**

Suivant le même raisonnement, on peut appliquer la règle suivante dans le cas de deux faces.

- Si deux faces ont des nœuds constitutifs en commun, de séquences non voisines dans chaque face, il est nécessaire de vérifier si les deux faces partagent une partie intérieure. Si c'est le cas, un nœud se trouvant dans cette partie intermédiaire sera créé qui sera considéré comme singularité dans les deux faces (Figure 4.15.c). Notons que dans ce cas, ce nœud est combiné avec des nœuds supplémentaires du contour (point précédent).

<sup>68</sup> Ceci ne serait pas nécessaire si l'arc était modélisé et pouvait faire partie des singularités d'une face.

<sup>69</sup> Si les séquences étaient voisines aussi au niveau de la face, le segment formé par les deux nœuds serait sur le contour de la face.



**Figure 4.15. Rencontre de deux faces suivant leurs contours**

De manière similaire, on établira les règles suivantes pour les corps.

- Si deux nœuds de séquence voisine d'un objet (face ou ligne) sont communs avec des nœuds constitutifs des faces d'un corps, il est nécessaire de vérifier si le segment formé par les deux nœuds est compris dans le corps. S'il l'est, alors un nœud intermédiaire sera créé qui entrera dans la définition du premier objet et dans les singularités du corps.
- Si une face a des nœuds constitutifs en commun avec des faces d'un corps, il est nécessaire de vérifier si la face partage une partie intérieure avec le corps. Si c'est le cas, un nœud se trouvant dans cette partie intermédiaire sera créé qui sera singularité de la face du corps.

Il n'est pas impossible que les solutions qui viennent d'être proposées contiennent une certaine redondance les unes par rapport aux autres. Une étude plus approfondie est nécessaire. Elle n'a pas été réalisée dans le cadre de ce travail car nous avons choisi d'implémenter des objets convexes (cf. § 4.5.3).

#### *Comparaison avec le MDDS*

Dans les points suivants, nous allons voir comment retrouver les éléments dimensionnels de chaque objet et comment déduire les relations dimensionnelles. Mais auparavant, nous allons voir comment se traduit la relation spatiale dans le Tableau 13 en terme de MDSDS.

**Tableau 13. Traduction de la situation spatiale entre les deux corps suivant une structure MDSDS**

Body	Face	Singularité
b1 : f1, f2, f3, f4, f5, f6	f1 : 1, 2, 34, 3, 32, 4	f1: 31
b2 : f21, f22, f23, f24, f25, f26	f2 : 1, 4, 6, 5	f3: 42
	f3 : 4, 32, 3, 43, 7, 6	f4: 44
	f4 : 2, 8, 7, 43, 3, 34	f22: 32
	f5 : 1, 5, 8, 2	f25: 34
	f6 : 5, 6, 7, 8	f26: 43
	f21 : 11, 12, 13, 14	b1: 15
	f22 : 11, 14, 16, 42, 15, 31	b2: 3
	f23 : 13, 17, 16, 14	
	f24 : 12, 18, 17, 13	
	f25 : 11, 31, 15, 44, 18, 12	
	f26 : 15, 42, 16, 17, 18, 44	

Vu que les arcs ne sont pas considérés, l'intersection entre les objets se répercute aussi sur la table des faces. Donc, par rapport à la préservation de la géométrie de base, le MDSDS est moins optimal que le MDDS. Par contre, la non prise en compte des arcs présente d'autres avantages en ce qui concerne le stockage et la visualisation des données 3D (cf. § 5.5.4), ce qui a justifié son développement.

#### 4.5.2. Détermination des éléments dimensionnels

Comme dans le 3D FDS, les objets volumiques 3D ne sont pas liés à des primitives géométriques 3D. Les objets sont définis par les faces formant leurs contours. Dans le MDSDS, il n'existe pas de relation explicite *body\_left body\_right* au niveau des faces. Ainsi, les informations qui permettent de « matérialiser » le 3D élément sont celles déduites des faces et de la relation d'inclusion des nœuds dans le corps.

La non-existence des arcs pose un problème dans la détermination du 1D élément. La primitive géométrique de base du SSM est le nœud. La séquence des nœuds constitutifs d'un objet ou d'une primitive est extrêmement importante car elle remplace à elle seule la primitive géométrique 1D, l'arc. La grande difficulté de l'implantation du MDSDS dans le SSM vient de cette approche. Il est impossible d'associer à un arc des singularités, donc il est impossible d'imposer que tous les nœuds correspondent uniquement à des points d'ordre 0 et donc à des 0D éléments (Figure 4.7). On peut dire à ce stade, que le MDSDS ne permet pas l'application intégrale des concepts du MD.

L'élément 1D (limite et extension) d'un objet spatial est retrouvé sur base des nœuds constitutifs de ses objets constructifs. La difficulté est de déterminer si les nœuds font partie de l'extension du 1D ou bien de sa limite. Dans ce dernier cas, ils devront être associés au 0D élément. Pour retrouver l'élément 0D d'un objet, il faut considérer tous les nœuds le constituant et appliquer à chaque nœud un test de colinéarité par rapport aux nœuds précédents et suivants<sup>70</sup>. On retombe dans les mêmes considérations que celles présentées pour le TEN et le 3D FDS. Ce test peut prendre plusieurs formes. Nous avons implémenté un test basé sur le produit scalaire des vecteurs formés par d'une part le nœud courant et le nœud précédent et d'autre part le nœud courant et le nœud suivant. Si l'angle entre ces deux vecteurs est égal à  $\pi$ <sup>71</sup>, le nœud est aligné et a un ordre 1, sinon il n'est pas aligné et a un ordre 0. Cette approche est suffisante dans tous les cas. En effet, à la différence des modèles TEN et 3D FDS, un nœud ne pourra jamais être associé à un 2D élément. En effet, au sein d'un même objet, les faces ne peuvent pas être coplanaires, si elles l'étaient, il serait possible de n'en définir qu'une seule.

#### 4.5.3. Détermination des relations dimensionnelles

Les solutions algorithmiques données dans cette partie concernent des cas simplifiés. **Seuls les objets convexes sont admis, mis à part les lignes qui peuvent être non convexes.** Ceci implique que l'on ne considérera pas de surfaces constituées de plus d'une face. En effet, dans le MDSDS, une surface composée de plus d'une face est automatiquement non convexe, vu que si les faces sont coplanaires, elles ne doivent en former qu'une. Dès lors, mis à part dans le cas des lignes, il n'y aura pas de problème de limites intérieures ou extérieures. Nous avons fait ces simplifications, car les algorithmes sont évidemment plus simples, et ces ceux-ci qui ont été implémentés dans le prototype (cf. § 4.6). Les algorithmes spécifiques aux objets non convexes ne sont développés dans ce travail.

Afin de ne pas introduire d'information redondante, nous avons commencé par les objets de plus petite dimension. Ainsi, tout algorithme énoncé peut être utilisé dans la suite dans des cas similaires. Par exemple, l'étude de la relation entre un objet 2D et un objet 1D peut servir dans la

---

<sup>70</sup> Dans le prototype, ce test n'est pas réalisé dans tous les cas. Pour une raison de facilité, dans certaines données tests les nœuds ont tous un ordre 0 et sont associables à un 0D élément.

<sup>71</sup> Évidemment, un seuil de tolérance peut être introduit pour prévenir des écarts non significatifs.

relation entre un objet 3D et un objet 1D (quand cet objet 1D interagit avec une des faces de l'objet 3D).

#### 4.5.3.1. Entre objets 0D

Seule la relation R0D0 est possible. De plus, les objets 0D sont limités à des points isolés et pas à des semis de points, donc les deux seuls types possibles sont « total » ou « nul ». Une simple vérification de la correspondance de l'identifiant du nœud est nécessaire.

#### 4.5.3.2. Entre un objet 1D et un objet 0D

Les relations possibles sont R1D0 et R0D0. Si un nœud est commun, il faut voir s'il correspond à une partie du 0D élément ou du 1D élément de l'objet 1D. Dans le premier cas, on aura R1D0 – 1 et R0D0 – 2 et dans l'autre R1D0 – 1 et R0D0 – 0.

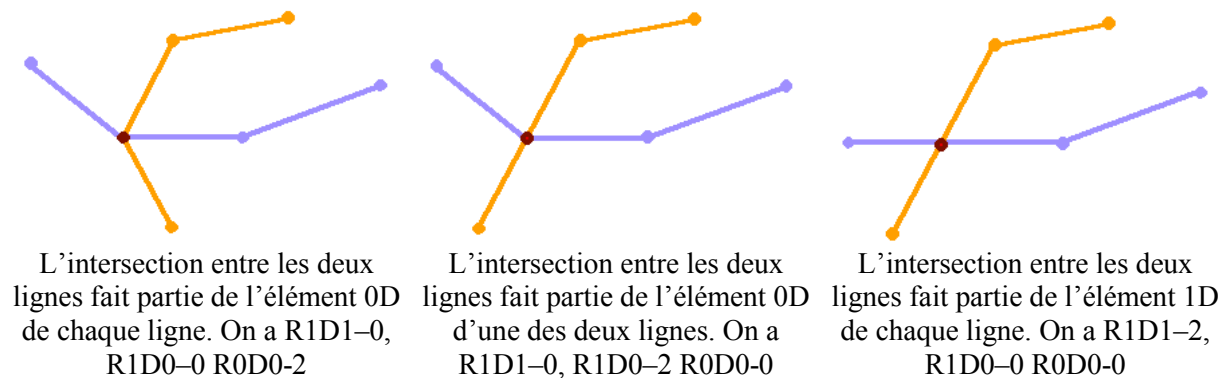
Deux remarques valables pour le reste du chapitre doivent être faites à ce niveau.

1. Si l'on est dans l'option où l'on considère tous les nœuds comme 0D élément, un nœud commun sera toujours associé à R1D0 – 1 et à R0D0 – 2. Sinon, il est nécessaire de vérifier la colinéarité du nœud par rapport aux nœuds précédent et suivant.
2. Si l'on est dans l'option de la prise en compte exclusive des limites extérieures, alors seuls les nœuds de début et de fin de l'objet 1D doivent être pris en compte.

#### 4.5.3.3. Entre des objets 1D

Les relations possibles sont R1D1, R1D0 et R0D0. Vu l'absence d'arcs, il est nécessaire de se servir des nœuds constitutifs et de leur séquence dans les objets. On repère les nœuds communs.

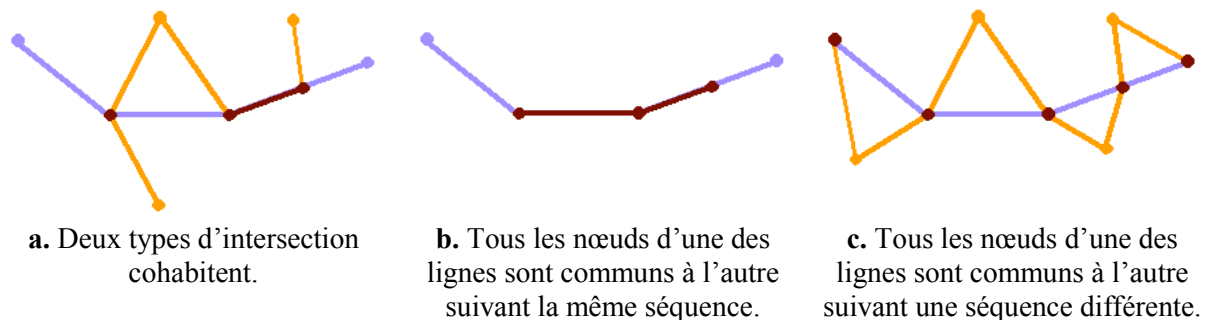
1. S'il y en a un seul, il faut voir si on est dans un R1D1 – 3 ou R1D0 – 2 ou un R0D0 – 2. Tout dépend de l'option choisie. Il n'est pas envisageable que toutes les intersections entre ligne se fassent par des brisures. Donc, il est nécessaire d'effectuer un test de colinéarité (le problème est simplifié si on est dans une approche limites extérieures car dans ce cas, seuls les nœuds extrémités sont 0D éléments). Si le point est bien 0D élément dans les deux objets, on a R1D1 – 0, R1D0 – 0 et R0D0 – 2. S'il est dans un seul, on aura R1D1 – 0, R1D0 – 2 et R0D0 – 0 (ou R0D1 – 2). S'il ne l'est dans aucun des deux objets, R1D1 – 3 R1D0 – 0 R0D0 – 0.



**Figure 4.16. Différentes intersections en un « point » entre lignes**



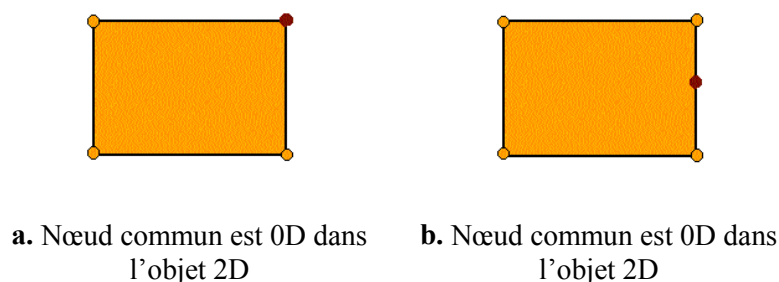
2. S'il y en a plusieurs, Il faut d'abord repérer s'il y a plusieurs intersections. Pour ce faire, il faut regarder si les points communs suivent la séquence (avant ou arrière) des nœuds dans l'objet. Il faut que la séquence se retrouve dans les deux objets car on peut très bien avoir un cas où deux points successifs soient communs, alors qu'ils ne sont pas successifs dans l'autre objet, donc on sera dans le cas de deux intersections. Il y a autant d'intersections que de groupes de séquences. S'il n'y a qu'une intersection et que tous les points d'un des objets sont communs, on est dans le cas d'une R1D1 totale. Attention, vu ce qu'il vient d'être dit, ce n'est pas parce que tous les nœuds d'une ligne sont compris dans une autre que cette ligne est totalement sur l'autre. L'étape suivante est la détermination de la dimension de l'intersection. Si l'intersection se résume à un point, on retombe dans le cas précédent. S'il y en a au moins deux, on est dans le cas R1D1-2. La discussion de savoir s'il y a en plus un R1D0 – 2 ou un R0D0 – 2 est similaire à celle concernant un objet 1D et un objet 0D.



**Figure 4.17. Différentes intersections en plusieurs « points » entre lignes**

#### 4.5.3.4. Entre un objet 2D et un objet 0D

Vu les conditions imposées, un objet 2D ne peut être constitué que d'une seule face. Il y aura  $R2D0 - 1$  si le point est repris comme singularité de la face. Dans tous les autres cas on aura  $R2D0 - 0$ . Si le point coïncide avec un nœud constitutif de l'objet 2D, il y aura  $R1D0 - 1$  ou  $R0D0 - 2$  selon que le nœud fasse partie du 0D élément (Figure 4.18.a) ou du 1D élément de l'objet 2D (Figure 4.18.b). Nous ne reviendrons plus sur ce problème dans la suite (qui est similaire à celui de l'appartenance d'un nœud au 0D ou au 1D élément évoqué au § 4.5.2). Donc, quand on présentera une relation R1D dans le cas d'un objet 2D, on ne rappellera plus qu'il peut aussi s'agir d'une relation R0D.



**Figure 4.18. Intersections entre un objet 2D et un objet 0D**

#### 4.5.3.5. Entre un objet 2D et un objet 1D

Le processus est toujours identique. On repère les nœuds communs et le nombre d'intersections (basé sur la séquence de points de la ligne), mais dans ce cas, il faut prendre en compte aussi les singularités de la ou des faces constitutives.

1. Pour les intersections en un point, il faut d'abord identifier la nature dimensionnelle du nœud dans la ligne (1D élément ou 0D élément). Ensuite, dans la face, on regarde si c'est une singularité, une partie de contour 1D élément ou 0D élément. On obtiendra suivant les cas  $R2D1 - 3$ ,  $R2D0 - 2$ ,  $R1D1 - 3$ ,  $R1D0 - 2$ ,  $R0D0 - 2$ .
2. Pour les intersections à plusieurs points, il faut vérifier les séquences dans l'objet 2D intersection par intersection. Si les points correspondent à des nœuds constitutifs de la face de séquences voisines, alors on a  $R1D1 - 2$  (Figure 4.19.a). Si les séquences ne sont pas voisines, on a  $R2D1 - 2$ , et  $R1D1 - 2$  (Figure 4.19.b). Si un des nœuds au moins est une singularité de la face, on aura  $R2D1 - 2$ , et  $R1D1 - 2$  (Figure 4.19.c). Si tous les nœuds sont singularités de la face, on aura  $R2D1 - 2$  et  $R1D1 - 0$  (Figure 4.19.d). Si tous les nœuds de l'objet 1D sont communs avec des nœuds de la face, on aura  $R1D1 - 1$  s'ils ont la même séquence dans les deux objets,  $R2D1 - 1$  sinon, et  $R1D1 - 0$  si tous les nœuds de la ligne sont singularités de la face. Notons que similairement à la remarque du § 4.5.3.4, on ne s'inquiètera pas de la distinction  $R1D1$  ou  $R1D0$ , le problème étant similaire à celui exposé dans le § 4.5.3.3.

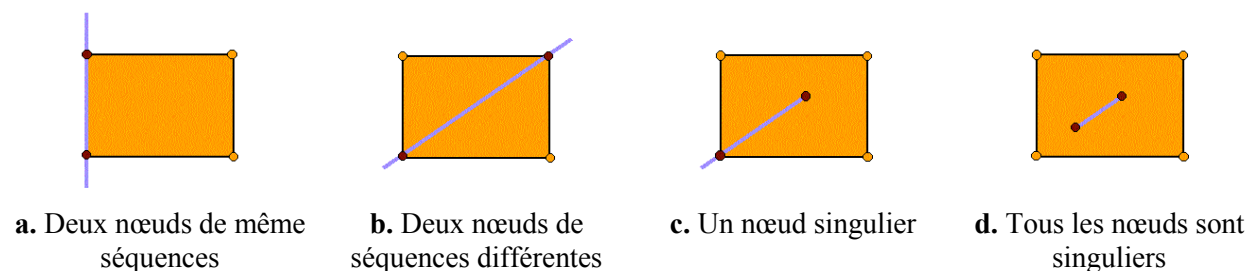
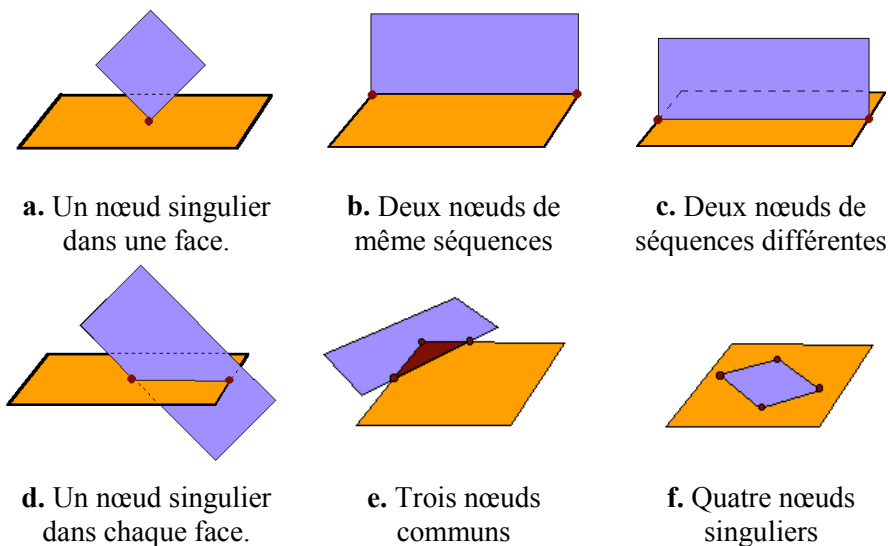


Figure 4.19. Intersections entre un objet 2D et un objet 1D

#### 4.5.3.6. Entre objets 2D

La gestion des relations  $R1D1$ ,  $R1D0$ ,  $R0D1$  et  $R0D0$  ne diffère pas fondamentalement des cas précédents. Cela correspond aux relations concernant les « contours » des objets, et ne met en jeu que les nœuds repris dans la géométrie de chaque objet. Par contre, les relations  $R2D2$ ,  $R2D1$  et dans une moindre mesure  $R2D0$  sont plus problématiques. Il est nécessaire de regarder en plus les singularités du deuxième objet. On repère les nœuds communs et le nombre d'intersections (basé sur la séquence de nœuds d'un des deux objets).

Sur cette base, on peut dire qu'il y a  $R2D0$  s'il n'y a qu'un point commun, singularité du premier objet (Figure 4.20.a). Dans le cas d'une intersection d'au moins deux nœuds, plusieurs cas se présentent. S'il y a deux nœuds communs de séquences voisines dans l'autre objet, il y aura  $R1D1 - 2$  (Figure 4.20.b). S'il y a deux nœuds communs de séquences non voisines dans l'autre objet, il y aura  $R2D1 - 2$  (Figure 4.20.c). S'il y a deux points communs, dont une singularité d'un des deux objets, on peut avoir  $R2D2 - 0$  (et  $R2D1 - 2$ ) si les deux nœuds ont une séquence voisine, et  $R2D2 - 3$  dans le cas contraire. Si les deux nœuds sont singularités dans l'un et l'autre des deux objets, on a  $R2D2 - 3$  (Figure 4.20.d). S'il y a au moins trois points  $R2D2 - 2$  (Figure 4.20.e). Si tous les points de l'un sont communs à l'autre, il y a  $R2D2 - 1$  (Figure 4.20.f) et si tous les points sont communs (mais dans ce cas, on devrait avoir le même identifiant pour la face), on a  $R2D2 - 1$  dans les deux sens ( $iR2D2-1$ ).



**Figure 4.20. Intersections entre faces**

#### 4.5.3.7. Entre un objet 3D et un objet 0D

Les objets 3D ne sont pas représentés par des primitives géométriques 3D, mais par un assemblage de primitives géométriques 2D, les faces. Les singularités qui concernent le « volume » 3D sont enregistrées au niveau de l'objet, alors que celles concernant l'enveloppe de l'objet sont enregistrées au niveau des faces constitutives. La relation entre un objet 3D et un objet 0D se retrouve facilement par recherche des nœuds communs entre l'objet 0D et soit les singularités de l'objet 3D (R3D0), soit les singularités des faces constitutives (R2D0), soit encore les nœuds contour des faces (R1D0 ou R0D0 en fonction de la nature des nœuds).

#### 4.5.3.8. Entre un objet 3D et un objet 1D

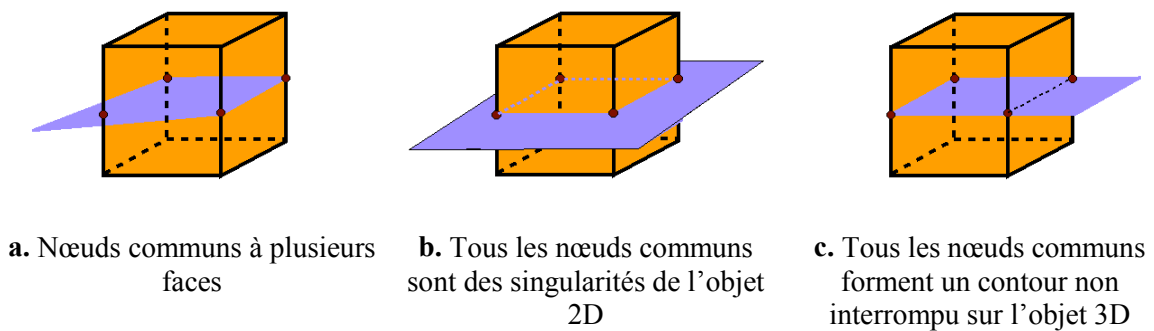
Les relations R3D qui mettent en jeu des 3D éléments sont un peu plus simples que celles mettant en jeu des objets 2D et 1D éléments. Ceci est dû à ce que les potentielles intersections entre éléments dimensionnels ont toujours une dimension connue à l'avance. Dans notre cas, l'intersection entre un 3D élément et un 1D élément, si elle existe, est toujours de dimension 1, il n'existe pas d'intersection de dimension 0. Ceci est à mettre en relation avec l'espace d'application. On est ici dans  $\mathbf{R}^3$ , et donc les éléments dimensionnels de même dimension que l'espace ont cette caractéristique. Dans  $\mathbf{R}^2$ , c'est la même chose. Les 2D éléments ne peuvent pas avoir d'intersection 0D avec des 1D éléments.

La démarche est toujours la même pour déduire les relations. On repère les nœuds communs (en prenant les singularités de l'objet 3D, des faces constitutives, et de leurs contours) et on détermine les intersections sur base des nœuds de l'objet 1D (pour rappel, que les nœuds communs qui ont des séquences voisines dans l'objet 1D). Tous les nœuds communs avec des faces constitutives de l'objet 3D doivent au moins être traités comme au § 4.5.3.5 (face par face, détection des relations R2D, R1D et R0D). Si les nœuds communs ne le sont qu'avec une des faces de l'objet 3D, on aura R3D1 – 0 et R3D0 – 0. S'il y a des intersections qui mettent en jeu plus d'une face, on aura une relation R3D3 – 2 (et potentiellement R3D0, si une partie du 0D élément de l'objet 1D est en jeu dans la relation). De même s'il y a au moins une singularité de

l'objet 3D. Si tous les nœuds de l'objet 1D sont communs, on aura  $R3D1 - 1$  (ou bien  $R2D1 - 1$  ou  $R1D1 - 1$  si les nœuds communs ne le sont qu'avec une des faces de l'objet 3D).

#### 4.5.3.9. Entre un objet 3D et un objet 2D

Comme dans le cas des objets 2D entre eux, il est nécessaire de prendre en compte aussi les singularités du deuxième objet. Donc, les nœuds communs sont déterminés sur base des contours des deux objets et de leurs singularités. De manière similaire aux parties précédentes, si l'objet 2D ne partage des nœuds qu'avec une des faces de l'objet 3D, on retombe dans le cas du § 4.5.3.6 avec  $R3D2 - 0$  et  $R3D1 - 0$ . Si un objet 2D partage des nœuds avec plus d'une face de l'objet 3D, on a automatiquement la relation  $R3D2 - 2$  (Figure 4.21.a). Dans ce cas, il y aura  $R3D1 - 0$  que si les nœuds communs sont des nœuds singuliers de l'objet 2D (Figure 4.21.b) ou bien que tous les nœuds communs forment un contour non interrompu sur l'objet 3D<sup>72</sup> (c'est-à-dire que les nœuds communs soient joignables suivant leur séquence en restant sur les faces de l'objet 3D) (Figure 4.21.c). Dans tous les autres cas, et a fortiori s'il existe des nœuds singuliers dans l'objet 3D, on aura  $R3D1 - 2$ . Si tous les nœuds de la face sont communs, on aura  $R3D2 - 1$  et  $R3D1 - 0$  s'ils sont communs avec les faces de l'objet 3D,  $R3D1 - 1$  sinon.



**Figure 4.21. Intersections entre un objet 3D et un objet 2D**

#### 4.5.3.10. Entre un objet 3D et un objet 3D

La recherche des relations entre deux objets 3D n'est pas conceptuellement différente de celle mise en œuvre entre un objet 3D et un objet 2D. Quand des faces des deux objets partagent des nœuds, on retombe dans le cas du § 4.5.3.6. Si une face de l'un partage des nœuds avec plusieurs faces de l'autre, on retombe dans le cas du § 4.5.3.9. Si plusieurs faces de l'un partagent des nœuds avec plusieurs faces de l'autre, on a automatiquement  $R3D3 - 2$ . Dès qu'une singularité est présente dans un des deux objets 3D, on aura une relation  $R3D3 - 2$ . Il y aura  $R3D3 - 1$  que si un des objets est compris dans l'autre, ce qui se passe si tous ces nœuds sont communs avec l'autre objet. Si l'autre objet a des nœuds non communs, il y aura  $iR3D3 - 2$ . Si tous ces nœuds sont communs, il y aura  $iR3D3 - 1$  (mais dans ce cas, les deux objets devraient avoir le même identifiant car ils sont identiques).

<sup>72</sup> Cet algorithme n'a pas été implémenté dans le prototype.

#### 4.5.3.11. Remarques

Comparé aux autres approches, le MDSDS nécessite l'utilisation d'algorithmes plus (parfois beaucoup plus) complexes. Ceci semble antagoniste avec son qualificatif *simplifié*. Rappelons que cette simplification se reporte sur la structure de données et surtout sur le volume de données stockées. Le prix à payer pour cette simplification est une plus grande complexité des traitements.

Une optimisation des recherches des relations dimensionnelles peut certainement encore être faite. Nous entendons par-là, la détermination de l'ordre optimal dans la recherche des relations. Faut-il d'abord commencer par les plus petits éléments et remonter vers les éléments de plus grande dimension ? Ou l'inverse ? Des ébauches de solutions se trouvent dans la partie relative au prototype, sans pour autant fixer théoriquement les séquences de recherche.

## 4.6. Implémentation MDSDS - prototype

### 4.6.1. Objectifs

Le premier objectif du développement du prototype est de mettre en pratique les concepts théoriques développés dans le MD, le MDDS et le MDSDS. Ce prototype n'est pas un système complet et n'a pas la prétention d'assurer toutes les tâches d'un véritable SIG 3D. Cependant nous l'avons voulu suffisamment ouvert pour pouvoir lui adjoindre d'autres composants.

Le prototype permet la détermination automatique des relations dimensionnelles entre objets. Une structure de données répondant au MDSDS a été implémentée dans un SGBD, et une série d'opérateurs ont été développés dans un langage de programmation évolué. Certaines autres fonctions spatiales ont également été implémentées. Notamment, l'extraction de la géométrie des objets et de leurs intersections qui s'opère également grâce à des opérateurs. C'est sur base de cette information géométrique qu'une interface permet de générer des fichiers visualisables via un modelleur VRML.

Le prototype a également permis, au-delà de la mise en pratique des concepts théoriques, de jeter les bases d'un SIG 3D urbain. Certaines bases de données tests, relativement volumineuses, ont pu être traitées.

Finalement, la réalisation de ce prototype a surtout permis de confronter les idées théoriques avec la réalité de la technique et apporter ainsi une vision plus pragmatique du problème traité.

Le code du programme est loin d'être optimisé. Nous avons donc préféré, comme dans le sous-chapitre précédent, développer les algorithmes plutôt que de présenter un code peu lisible.

### 4.6.2. Choix de l'infrastructure informatique

Le choix du SGBD s'est porté sur Oracle 9i. La raison essentielle de ce choix est que le prototype a été développé au département de *GIS technology* de la TU Delft. Ce département a passé un contrat de collaboration avec la société Oracle. Cette collaboration porte sur le développement de fonctionnalités spatiales au sein du SGBD. Ainsi, toute une infrastructure, aussi bien matérielle qu'humaine, était « à disposition » pour le bon développement du prototype. De plus, ce département possède plusieurs jeux de données 3D urbains. C'est donc

tout à fait naturellement que notre projet a pu s'inscrire dans une des perspectives de recherche de ce département et jouir du très grand professionnalisme des chercheurs de cette institution.

Le SGBD Oracle 9i intègre de nombreuses fonctionnalités spatiales. Des « types » spatiaux, accompagnés de méthodes appropriées, sont disponibles. La gestion de données 3D est tout à fait possible via ces structures. Cependant, une véritable « topologie » 3D est toujours inexistante. Notre prototype ne tire pas parti directement de ces fonctionnalités. De ce fait, l'implémentation de la structure et des opérateurs auraient pu se faire dans un autre SGBD, voire uniquement dans un programme assurant une lecture de fichiers de données (CHAMPAILLER 2000). Cependant, il est tout à fait envisageable d'utiliser certaines fonctionnalités (principalement concernant la géométrie 3D) de Oracle spatial, vu que le prototype est implémenté dans Oracle. Cette association entre les fonctionnalités spatiales et une structure « indépendante » (dans ce cas le SSM) a été réalisée récemment par des membres de l'équipe de Delft (VAN OOSTEROM *et al.* 2002 ; ZLATANOVA *et al.* 2002).

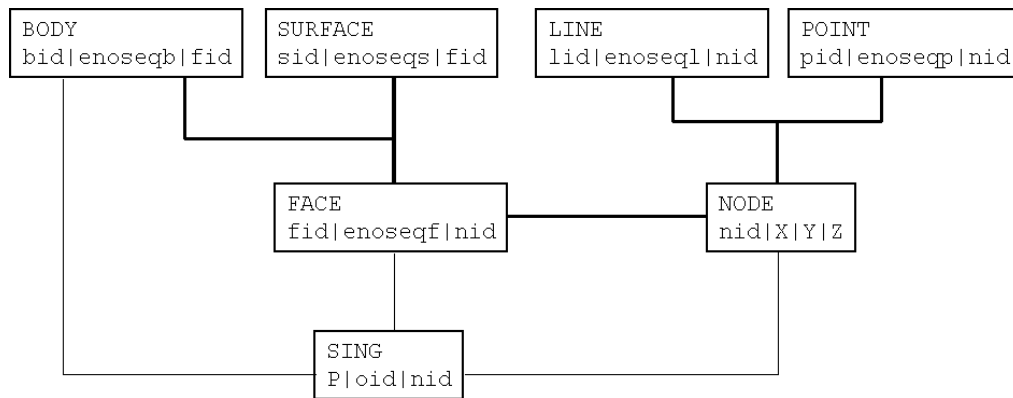
Notre philosophie de travail orientée objet ne se traduit pas totalement dans le choix du SGBD. En effet, les SGBD OO sont assez rares (Jasmine, etc.) et restent actuellement marginaux dans le monde des SGBD. Par contre, l'approche objet-relationnel est plus répandue. Elle consiste à offrir une infrastructure de travail de type OO mais qui se traduit pratiquement au sein du SGBD en tables relationnelles. Nous avons pu ainsi utiliser de tels objets. Mais nous en avons fait un usage limité. En effet, dans le prototype, nous avons essentiellement travaillé au niveau de la représentation géométrique des objets, et nous nous sommes « contents » de l'implémentation de la structure relationnelle et des opérateurs de façon séparée.

Le développement des opérateurs s'est fait avec le langage de programmation évolué PL/SQL. Ce langage est un SQL propre à Oracle. Grossièrement, on peut dire qu'il permet l'utilisation combinée de requêtes SQL classiques avec des requêtes nouvelles dans un environnement permettant l'utilisation de boucles et autres instructions propres à un langage évolué. Ainsi, ce langage permet la création d'opérateurs assez élaborés sans devoir passer par un autre langage (C++, Delphi, etc.). Cependant, il ne permet pas la gestion de l'environnement de travail, la visualisation des données, etc. Dans le prototype, nous avons décidé d'utiliser ce langage au maximum de ses possibilités. Nous insistons sur le fait que ce langage n'est pas un spatial SQL (EGENHOFER 1994). Nous adoptons la même attitude que vis-à-vis des fonctionnalités spatiales d'Oracle 9i, c'est-à-dire de ne pas se servir d'outils ne supportant pas complètement la gestion tridimensionnelle des objets spatiaux. Nous avons eu recours à un programme JAVA pour permettre la création d'un fichier de sortie VRML.

L'accès au programme et à la base de données se fait suivant une architecture client / serveur. Le système mis en place à la TU Delft consiste en un serveur Oracle auquel on peut se connecter via un programme gérant les applications X-windows (Exceed). Des exemples de l'environnement et du fonctionnement du prototype sont présentés par la suite.

#### 4.6.3. Implémentation de la structure

La structure telle que présentée dans la partie précédente, est traduite intégralement en tables relationnelles (Figure 4.22). **Cependant, les règles de non-convexité n'ont pas été implémentées. Les objets manipulés sont donc convexes.** Le schéma relationnel est présenté ci-dessous.



**Figure 4.22. Structure relationnelle du MDSDS**

Dans le schéma relationnel adopté,

- le corps est représenté par la table *BODY*, avec *bid* comme identifiant, *enoseqb* est un entier représentant le numéro de la séquence de la face (identifiée par *fid*) dans la définition du body (identifié par *bid*) ;
- la surface est représentée par la table *SURFACE*, avec *sid*, *enoseqs* et *fid* (même définition que ci-dessus) ;
- la ligne représentée par la table *LINE*, avec *lid*, *enoseql* et *nid* (même définition que ci-dessus, à ceci près que l'élément constructif n'est plus la face mais le nœud) ;
- le point représenté par la table *POINT*, avec *pid*, *enoseqp*, qui n'a d'utilité que dans le cas de multi-point, et *nid* (même définition que ci-dessus) ;
- la face représentée par la table *FACE*, avec *fid*, *enoseqf*, et *nid* (même définition que ci-dessus) ;
- le nœud représenté par la table *NODE*, avec *nid*, identifiant du nœud, *X* nombre réel correspondant à la coordonnée x, *Y* nombre réel correspondant à la coordonnée y, *Z* nombre réel correspondant à la coordonnée z ;
- les singularités représentées par la table *SING*, avec *P*<sup>73</sup>, caractère rendant compte du type de primitives géométriques en jeu (F pour face, B pour body), *oid* est l'identifiant de l'objet qui contient la singularité, *nid* l'identifiant du nœud singulier.

Les objets manipulés dans ce prototype sont convexes. L'objectif de cette simplification est double. Premièrement, en travaillant avec des objets convexes, on garde la définition la plus simple des objets suivant le MDSDS, c'est-à-dire qu'on n'a pas besoin de créer des nœuds singuliers traduisant la collocation entre objets constitutifs (cf. § 4.5). Deuxièmement, les algorithmes sont plus simples. Avant de présenter le prototype proprement dit, nous allons évoquer certains des concepts du MDSDS (pour des objets convexes) et montrer leur traduction dans la structure de tables relationnelles.

Nous avons vu que le MDSDS ne permet pas l'enregistrement de singularités au niveau des arcs. Ainsi, chaque point de rencontre d'un objet avec une ligne ou un contour de face doit être enregistré dans cette ligne ou ce contour, même s'il ne correspond pas à un élément 0D de la ligne ou de la face. Dans le cas où l'autre objet serait une ligne, le point en question est aussi enregistré dans la ligne. Si c'est une face, on est soit sur le contour soit à l'intérieur. Dans le premier cas, le point est enregistré comme nœud constitutif de la face, dans l'autre, il est enregistré dans les singularités de la face. Dans l'exemple suivant, une face rencontre un corps (cube). Le nœud 24 de la face 20 est intérieur au corps 1 (body 1), il se retrouve donc dans la

<sup>73</sup> Ceci s'avère nécessaire du fait que les identifiants des primitives sont des nombres entiers, et qu'un même identifiant peut être attribué dans des tables différentes. Ceci n'est qu'un point de détail de l'implémentation, et pourrait être supprimé par une autre clé externe.

table FACE comme nœud constitutif de la face 20, et dans la table SING comme singularité du body 1. Le nœud 23 de la face 20 se retrouve évidemment dans la table FACE, et aussi dans la table SING comme singularité de la face 3. Cette singularité n'est donc pas directement reliée au body 1, mais indirectement via un de ses éléments constitutifs, la face 3. Pour ces deux points, la démarche est en tout point semblable à celle attendue pour une structure de données répondant au concept du MD. Le croisement de la face 20 avec le body 1 détermine également un point de rencontre 10, entre l'arête 7-8 de body 1 et l'intérieur de la face 20. Ce nœud va se retrouver dans la définition du contour de la face 3 et de la face 4 (non indiquée sur la figure et dans la table FACE), bien qu'il ne soit pas un 0D élément du body 1. Ce nœud 10 va évidemment se retrouver dans la table SING comme singularité de la face 20. Dans une approche MDDS, on aurait eu le point 10 comme singularité d'un des arcs de la face 3 et de la face 4 à la place de l'avoir dans la définition de la face. Finalement, le nœud 5, point de rencontre au niveau de contour de faces, va se retrouver dans la table FACE dans la définition de la face 1, la face 4 (non représentée) et la face 20.

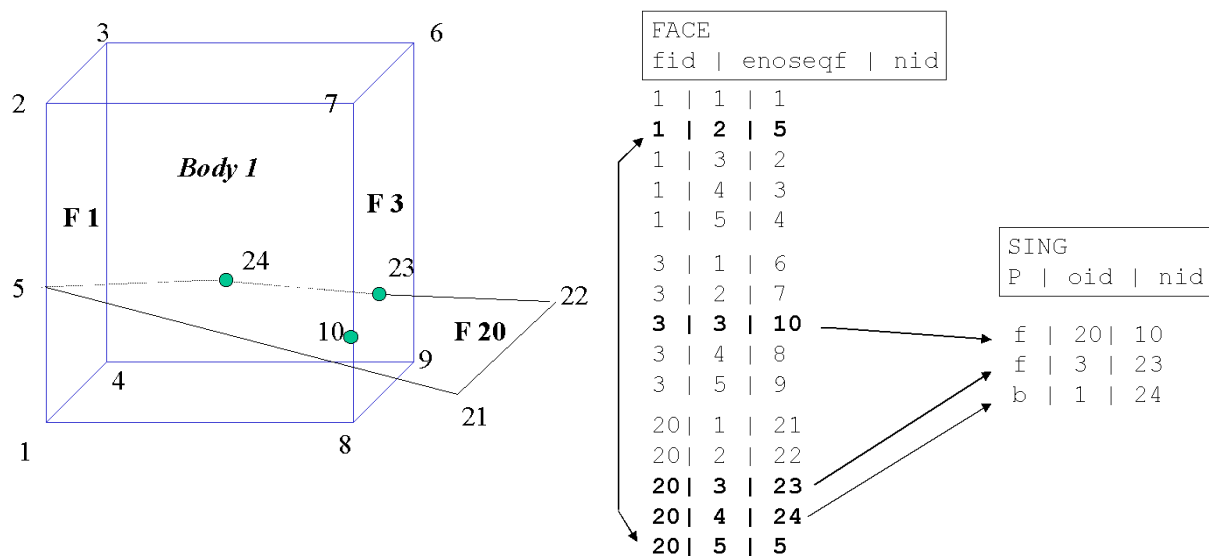


Figure 4.23. Traduction en tables relationnelles du MDSDS de la rencontre d'un corps et d'une face

Dans l'exemple suivant, deux corps (body 1 et body 2) se rencontrent en suivant une de leurs faces. La face 3 de body 1 est définie uniquement par les nœuds 7, 8, 9 et 10, la face 21 de body 2 est définie par les nœuds 21, 22, 23 et 24. Ces quatre nœuds sont repris comme singularités de la face 3 dans la table SING.

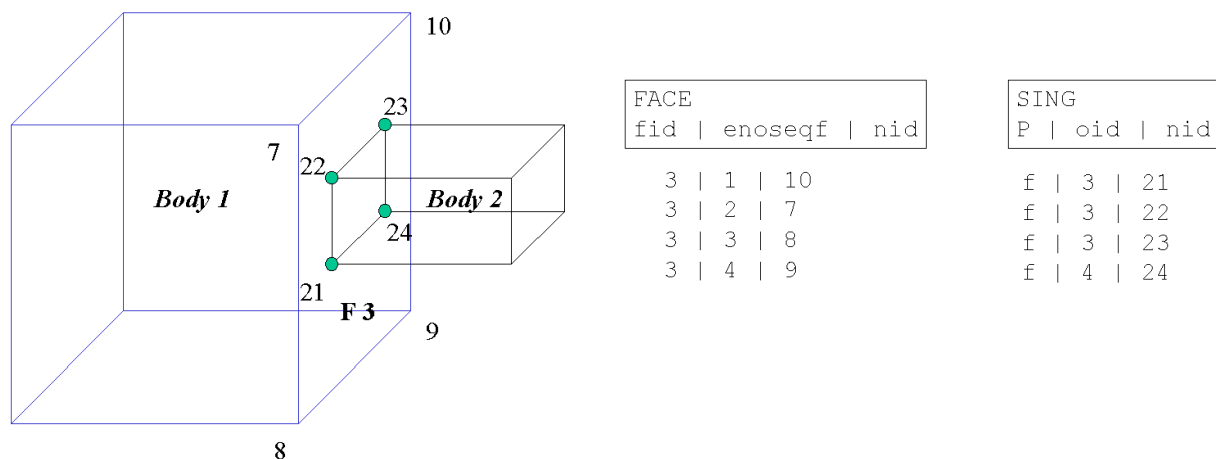


Figure 4.24. Traduction en tables relationnelles du MDSDS de la rencontre entre deux corps suivant deux de leurs faces



#### 4.6.4. Organisation du prototype

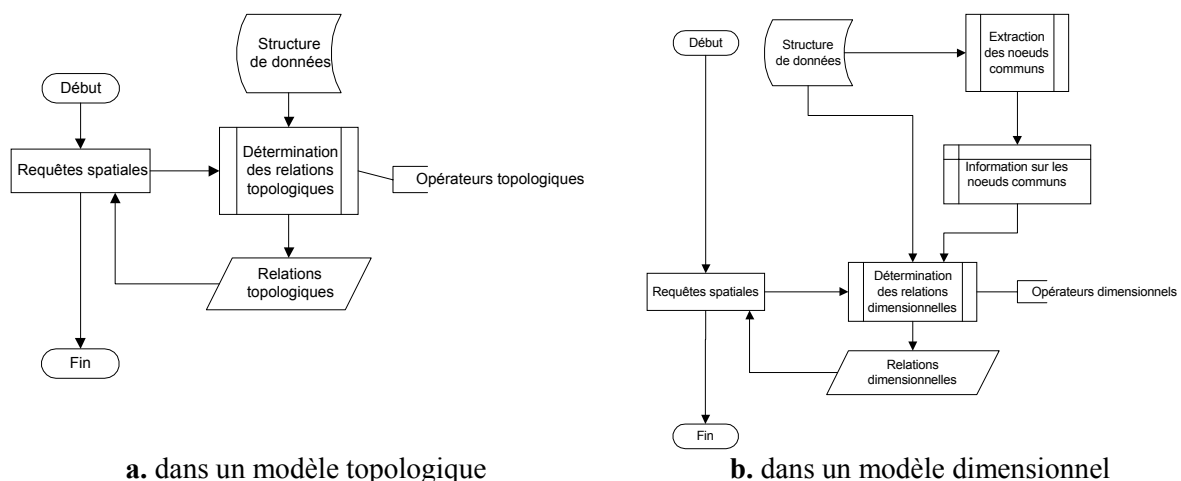
Le prototype est essentiellement composé de deux modules. Un module de détermination des relations spatiales entre deux objets et un module d'extraction de la géométrie des objets et de leurs potentielles intersections. S'y ajoutent quelques procédures basées sur l'utilisation des coordonnées des nœuds (recherche d'intersection, calcul de surface, etc.), ainsi qu'un module de création de fichiers VRML.

Les deux modules principaux sont constitués de nombreuses procédures et fonctions, dont les plus importantes sont décrites dans la suite. À la base, le prototype permet la résolution de requêtes concernant deux objets. Il a été complété pour permettre la résolution de requêtes portant sur la recherche d'objets présentant une relation spatiale donnée. Ce complément est assez simple mais n'est pas optimisé. Il consiste à déterminer les relations dimensionnelles entre tous les couples potentiels d'objets et à retenir ceux qui correspondent aux relations spatiales demandées.

Le programme écrit en PL/SQL comporte actuellement 25 procédures et fonctions. Il a nécessité la création de 7 types d'objets. Le tout représente actuellement approximativement 2000 lignes de codes. Le code en tant que tel n'est pas publié dans ce travail. Il n'est pas optimisé et l'intérêt du programme réside essentiellement dans les algorithmes développés. Même si certaines solutions ou astuces propres au PL/SQL ont retenu notre attention pendant le déroulement du travail, cela ne constitue pas quelque chose de primordial dans le cadre de notre recherche.

#### 4.6.5. Implémentation des relations dimensionnelles

Le processus mis en jeu pour déterminer les relations dimensionnelles est assez complexe. Cette complexité n'est pas due au MD lui-même mais à l'approche MDSDS suivie. Dans une approche *single-valued* (3D FDS par exemple) la détermination des relations dimensionnelles est assez similaire à celle des relations topologiques. Les primitives géométriques (ou directement le niveau topologique s'il existe) communes sont repérées et ensuite, sur base de l'information de voisinage qu'elles véhiculent, les relations topologiques ou dimensionnelles sont déterminées (bien entendu, l'information sur l'ordre est nécessaire pour les relations dimensionnelles). Dans le cas présent, la difficulté vient du fait que les « primitives géométriques » présentes dans la structure ne sont pas automatiquement utilisables. Il faut en plus se servir de l'information contenue dans le niveau des singularités. C'est la combinaison de ces sources d'information en temps réel qui est coûteuse en termes de calculs algorithmiques.



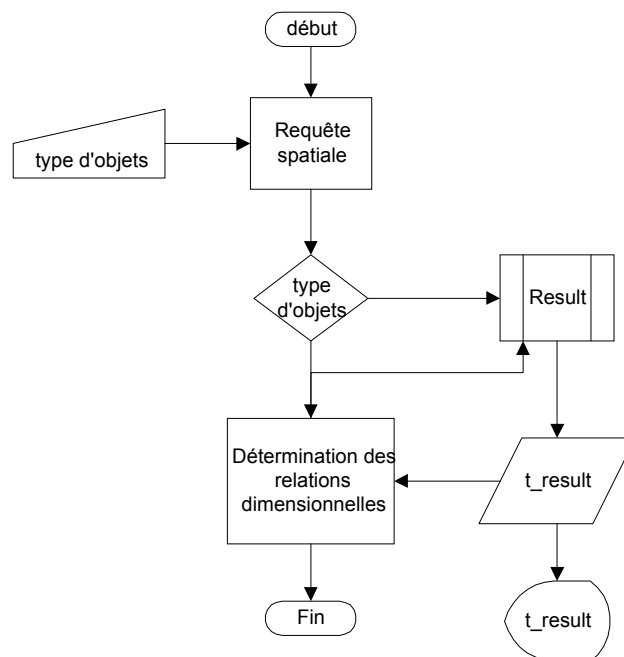
**Figure 4.25. Diagrammes du processus de détermination de relations spatiales**

Dans le prototype, nous avons décidé de régler le problème de la détermination des relations dimensionnelles par la création d'objets (tables en structure objet-relationnel) temporaires. Le processus se fait en deux étapes. Premièrement, une série d'informations est extraite de la structure et stockée dans les objets temporaires. Ensuite, l'étude combinée de ces objets et de la structure permet d'établir les relations. L'approche telle qu'elle est implémentée à l'heure actuelle n'a pas la prétention d'être optimisée. Cependant, elle fonctionne bien et essaye de rationaliser au mieux les informations nécessaires.

#### 4.6.5.1. Construction des objets temporaires

##### Objet temporaire *RESULT*

L'objet temporaire *RESULT* contient toutes les relations dimensionnelles existantes en fonction du type d'objets concernés par la requête spatiale. C'est une table contenant d'une part l'intitulé des relations (R3D3, R1D2, etc.) et d'autre part le numéro des relations<sup>74</sup> (0, 1 ou 2). Elle est construite dès l'introduction exacte de la requête spatiale.



**Figure 4.26. Place de l'objet *t\_result* dans le diagramme du processus de détermination des relations dimensionnelles**

##### Objet temporaire *LIST\_NODE*

L'objet *LIST\_NODE* reprend tous les nœuds participant au deuxième objet spatial. L'intérêt de cet objet est double. D'abord, cela évite de parcourir à chaque fois les tables pour retrouver les nœuds constitutifs, qui ne sont d'ailleurs repris dans cet objet qu'une seule fois même s'ils apparaissent plusieurs fois dans la géométrie de l'objet. En plus, une variable binaire est associée à chaque nœud, indiquant s'il a déjà ou non participé à une relation.

<sup>74</sup> Le prototype ne supporte que les relations basiques.

## Objet temporaire COMPLETE

L'objet COMPLETE est au cœur du processus de détermination des relations. Il reprend la plus grande partie des informations utiles à la détermination des relations dimensionnelles. Sont stockés dans cet objet les nœuds communs ainsi qu'une série d'informations les concernant.

Cet objet enregistre les informations suivantes.

- `t_o_n` : « type\_of\_node », indique la nature du nœud dans le premier objet, c'est un caractère qui peut prendre les valeurs « c » pour contour (le nœud fait partie de la définition de l'objet) ou « s » pour singularité ;
- `t_o_o` : « type\_of\_object », indique la nature de la primitive en jeu, c'est un caractère qui peut prendre les valeurs « f » pour face, « b » pour body, « g » pour face du deuxième objet et « d » pour body du deuxième objet ;
- `oid` : « objectID », correspond à l'identifiant de la primitive considérée ;
- `ind` : « index », est index numérique qui est incrémenté si la primitive considérée a déjà des nœuds communs avec une primitive du premier objet ;
- `nid` : « nodeID », est la liste des identifiants des nœuds communs détectés, c'est un type particulier `list_integer` (qui correspond à un tableau d'entiers limité à 100 entrées) ;
- `seq` : « sequence », est la liste des séquences des nœuds dans la primitive considérée, c'est également un tableau de type `list_integer` ;

L'objet COMPLETE correspondant à la relation entre le body 1 et la face 20 de la Figure 4.27, est présenté ci-dessous.

<code>t_o_n</code>		<code>t_o_o</code>		<code>oid</code>		<code>ind</code>		<code>nid</code>		<code>seq</code>
s		b		1		1		24		4
s		f		3		1		23		3
c		f		20		1		5		5
c		g		20		1		10		1

**Figure 4.27. Exemple d'une occurrence de l'objet `t_complete`**

Comme nous le verrons par la suite, cet objet COMPLETE est construit au fur et à mesure du processus de détermination. Les quatre nœuds qui sont communs aux deux objets sont bien présents. La première ligne est assez simple. Elle relate que dans le body « b » d'identifiant (`oid`) « 1 » il y a un nœud singulier « s » de l'objet 2 (la face 20), dont l'identifiant est (`nid`) « 24 » et de séquence « 4 » dans la face 20. L'index ne varie pour aucun des nœuds enregistrés dans cet exemple. La deuxième ligne montre que la face 3 de body 1 contient une singularité dont l'identifiant est 23 et la séquence 3. La troisième ligne montre que le nœud « 5 » d'une des faces constitutives de body 1 est commun avec la face 20 (dans lequel il a la séquence 5). Finalement, la dernière ligne indique que le nœud 10 du contour d'une des faces de body 1 est une singularité de la face 20.

Il est très important de remarquer que cet objet COMPLETE a pour but principal de faciliter le processus de détermination des relations dimensionnelles. Cet objet permet de gérer de façon plus transparente les intersections entre objets. Il est tout à fait possible de redéfinir cet objet pour lui ajouter ou lui retirer de l'information. On pourrait par exemple ajouter une « colonne » concernant l'identifiant de la primitive constitutive du premier objet. On n'aurait pas ainsi, le cas échéant, à le rechercher dans la suite du processus. Il est aussi tout à fait possible de s'en passer, et de tout déterminer sans le stocker. Dans ce cas, les opérateurs seraient vraiment complexes et difficilement lisibles. L'objet dans sa forme actuelle correspond à un optimum empirique fruit

des développements successifs. Il serait intéressant de vérifier le bien fondé du stockage de ces différentes informations au regard du coût global en temps de calcul des différents algorithmes.

#### 4.6.5.2. Détermination des relations dimensionnelles

L'organisation du prototype est présentée à la figure suivante. Actuellement, l'ensemble des commandes part d'un script exécutable à partir du programme SQLPLUS, agissant directement sur le SGBD Oracle 9i et accessible suivant l'architecture client / serveur que nous avons évoquée. Dans ce module, le but étant la recherche des relations, on s'arrêtera à la recherche de l'information minimale suffisante. On ne détermine donc pas toute la géométrie des relations (ce qui justifie l'autre module !).

Le script *main.rol*

Ce script a cinq fonctions :

1. création des tables et objets temporaires nécessaires à la détermination des relations ;
2. initialisation des procédures et fonctions (pas nécessaire dès que l'on sort de la phase de développement) ;
3. formulation de la requête (type d'objet et identifiant) ;
4. lancement de la requête via la procédure *choice* ;
5. suppression des tables et objets temporaires.

Procédure *choice*

Sur base des types d'objets de la requête, cette procédure appelle d'une part les procédures *spatial\_result* et *list\_node* et d'autre part la procédure « principale » de détermination des relations (*body\_body*, *body\_face*, *body\_point*, *line\_line*).

Procédure *spatial\_result*

Initialise l'objet *t\_result* en fonction des types des objets. Le type de relation dimensionnelle est par défaut nulle. Dans le cas de la recherche de la relation entre deux surfaces, on aura le *t\_result* suivant :

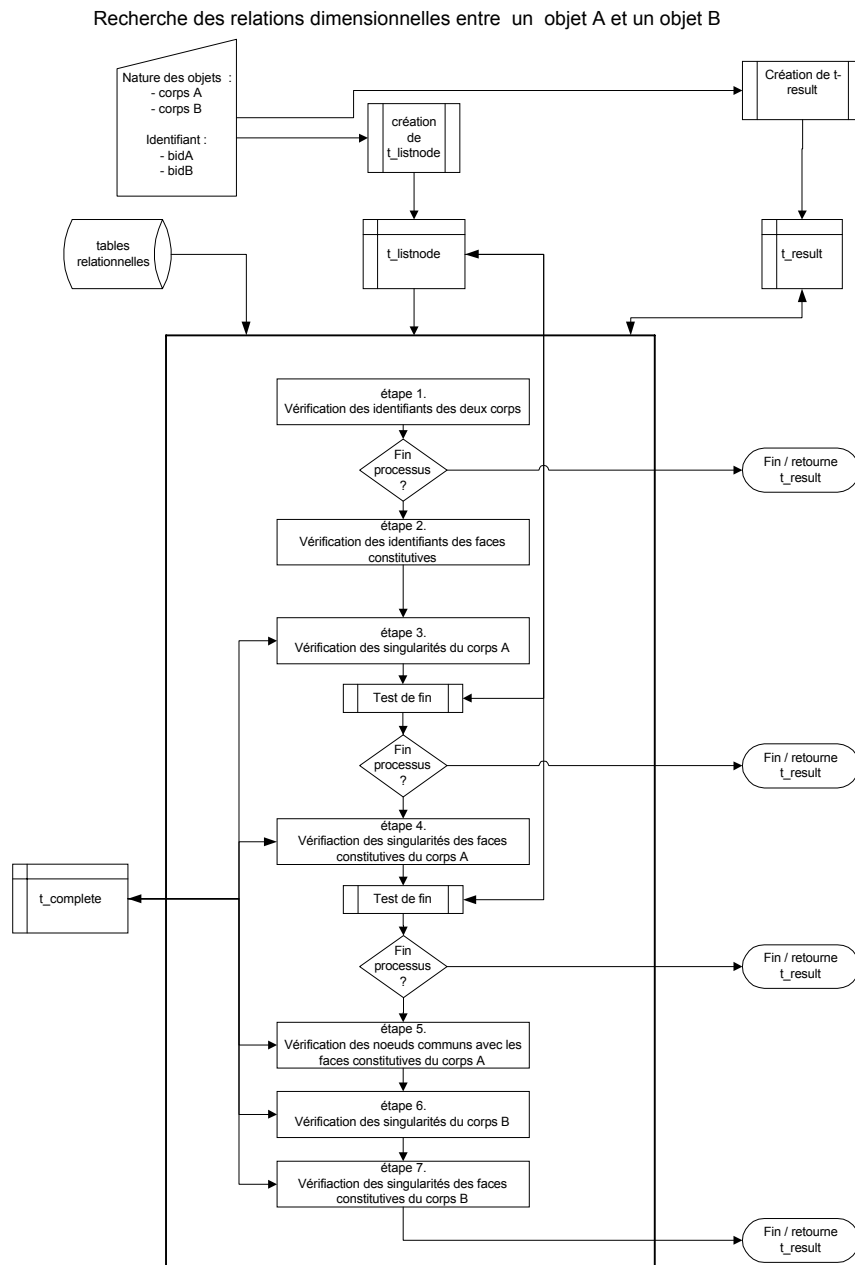
R2D2	R2D1	R2D0	R1D2	R1D1	R1D0	R0D2	R0D1	R0D0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Procédure *list\_node*

Crée l'objet *list\_node*. La variable indiquant la participation d'un nœud à une relation est mise par défaut à 0.

Les procédures « principales » de détermination des relations dimensionnelles sont séparées en fonction des types d'objets en jeu. Ces différentes procédures partagent des parties communes. Celles-ci ont été regroupées dans des sous-routines afin de rationaliser le code. Nous allons présenter uniquement une de ces procédures de détermination, la procédure *body\_body*. C'est la plus complexe, les autres n'en sont que des répliques simplifiées.





**Figure 4.30. La procédure *body\_body* dans le processus de détermination**

### Étape 2.

Consiste à vérifier les identifiants des faces constitutives des deux corps. Nécessite le parcours des tables relationnelles. Normalement, les faces ne peuvent pas être toutes identiques à ce stade, cela signifierait que les deux corps sont semblables, ce qui n'est pas possible si on est à l'étape 2. Si au moins une face est commune, il y a des modifications dans *t\_result* : R2D2-2, iR2D2-2, R1D1-2, iR1D1-2, R0D0-2, iR0D0-2. De plus, les variables associées aux nœuds de *list\_node* qui participent à cette relation doivent se voir attribuer une valeur 1 (qui signifie qu'ils ont déjà participé à une relation).

### Étape 3.

On regarde si le corps A contient des singularités qui se retrouvent dans l'objet *list\_node*. S'il y en a, on ajoute cette information dans *t\_complete*. Mise à jour potentielle de la variable d'utilisation de *list\_node*.

Test de fin de processus. Ce test consiste à vérifier si les nœuds de *list\_node* ont tous été utilisés ou pas. Dans l'affirmative le processus s'arrête.

Si le processus s'arrête, on a comme modifications de  $t\_result$  : R3D3-2, iR3D3-1, R3D2-2, R3D1-2, R3D0-2.

Si le processus continue et que des nœuds ont pris part à la relation, on a : R3D3-2, iR3D3-2, R3D2-2, R3D1-2, R3D0-2.

#### Étape 4.

On regarde si les faces du corps A contiennent des singularités qui se retrouvent dans l'objet *list\_node*. S'il y en a, on ajoute cette information dans  $t\_complete$ . Mise à jour potentielle de la variable d'utilisation de *list\_node*.

Test de fin de processus. Si le processus s'arrête, on a d'office comme modifications de  $t\_result$  : R3D3-2, iR3D3-1, R3D2-2, R3D1-2, R3D0-2. En plus, il est nécessaire de faire un test supplémentaire pour voir si une face contient plusieurs singularités. Si une face contient 1 nœud singulier, on a R2D0-2, si elle en contient deux, R2D1-2 et plus de deux R2D2-2 (Figure 4.31).

#### Étape 5.

On regarde si les nœuds constitutifs des faces du corps A se retrouvent dans l'objet *list\_node*. S'il y en a, on ajoute cette information dans  $t\_complete$ . Mise à jour potentielle de la variable d'utilisation de *list\_node*.

Test de fin de processus. Si le processus s'arrête, on a d'office comme modifications de  $t\_result$  : R3D3-2, iR3D3-1, R3D2-2, R3D1-2, R3D0-2. Il est nécessaire aussi de vérifier si on a une relation R2D ou R1D ou R0D. Ce test supplémentaire est similaire au test de l'étape 4.

- On va déterminer pour chaque face du corps A, le nombre de nœuds communs en tenant compte des nœuds repérés à cette étape.
  - S'il n'y a qu'un nœud, on aura R1D0-2,
  - plusieurs nœuds de séquences voisines dans les deux objets R1D1-2,
  - plusieurs nœuds de séquences voisines dans l'objet A et pas dans l'objet B, R1D0-2,
  - plusieurs nœuds de séquences voisines dans l'objet B et pas dans l'objet A, R2D1-2,
  - S'il y a trois nœuds R2D2-2.
- Ensuite, on reprend chaque face mais on ajoute aux nœuds repérés à cette étape, ceux de l'étape 4.
  - Deux nœuds dont un singulier R2D1-2,
  - S'il y a trois nœuds R2D2-2.

Pour être complet il faudrait également faire un test supplémentaire pour voir si les relations ne sont pas totales, en vérifiant si tous les nœuds du deuxième objet, donc de *list\_node*, prennent part tous à une ou à plusieurs des relations (test non implémenté dans le prototype)

#### Étape 6.

On repère les nœuds du corps A qui seraient repris comme singularités du corps B. Cette étape nécessite le parcours des tables de la structure pour retrouver les nœuds des faces constitutives du corps A.

Pour être complet et déterminer l'ensemble des relations dimensionnelles entre les deux objets (dans les deux sens), il faudrait à ce stade analyser les relations inverses iR3D, iR2D, iR1D et iR0D. Cela n'a pas été fait<sup>75</sup>.

#### Étape 7.

On repère les nœuds du corps A qui seraient repris comme singularités des faces du corps B. Cette détermination se fait en même temps que celle de l'étape 6. Même remarque que précédemment concernant les relations inverses.

---

<sup>75</sup> Pour les retrouver, il suffit d'exécuter la requête inverse, c'est-à-dire corps B vers corps A.

Deux tests (non implémentés) doivent encore être faits.

- Un test du même type que celui de l'étape 5, reprenant tous les nœuds communs déterminés aux étapes 4-5-6-7.
- Un test déterminant si au moins deux faces du corps A participent à une relation avec le corps B. Si c'est le cas, on a obligatoirement R3D3-2.

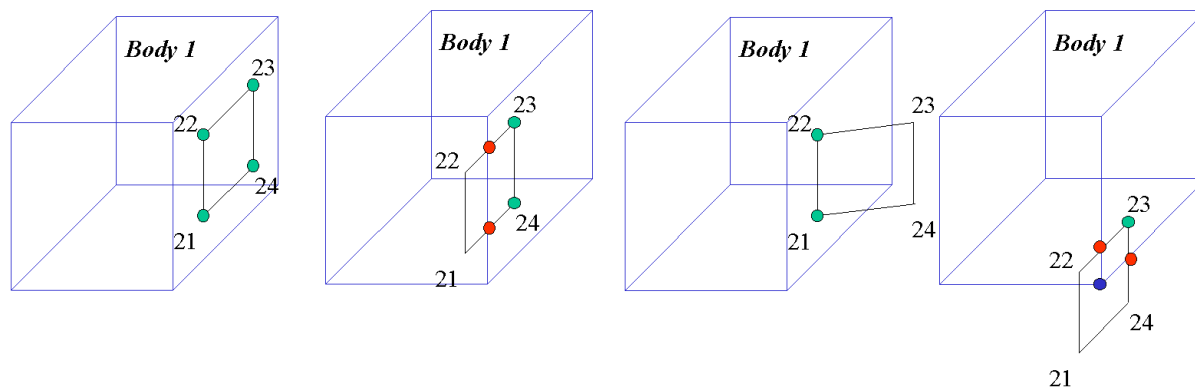


Figure 4.31. Différentes configurations de rencontres entre une face et un corps

#### 4.6.6. Extraction de la géométrie et visualisation

Le module d'extraction de la géométrie est dépendant du module de détermination des relations. En effet, les procédures du module utilisent l'information contenue dans l'objet *t\_complete* afin de déterminer les intersections. La fusion de ces deux modules n'est pas obligatoire, car il n'est pas nécessaire de visualiser automatiquement le résultat d'une requête spatiale. Les diagrammes suivants montrent le fonctionnement du module suite à la résolution d'une requête (suite du processus de la Figure 4.28 et Figure 4.29).

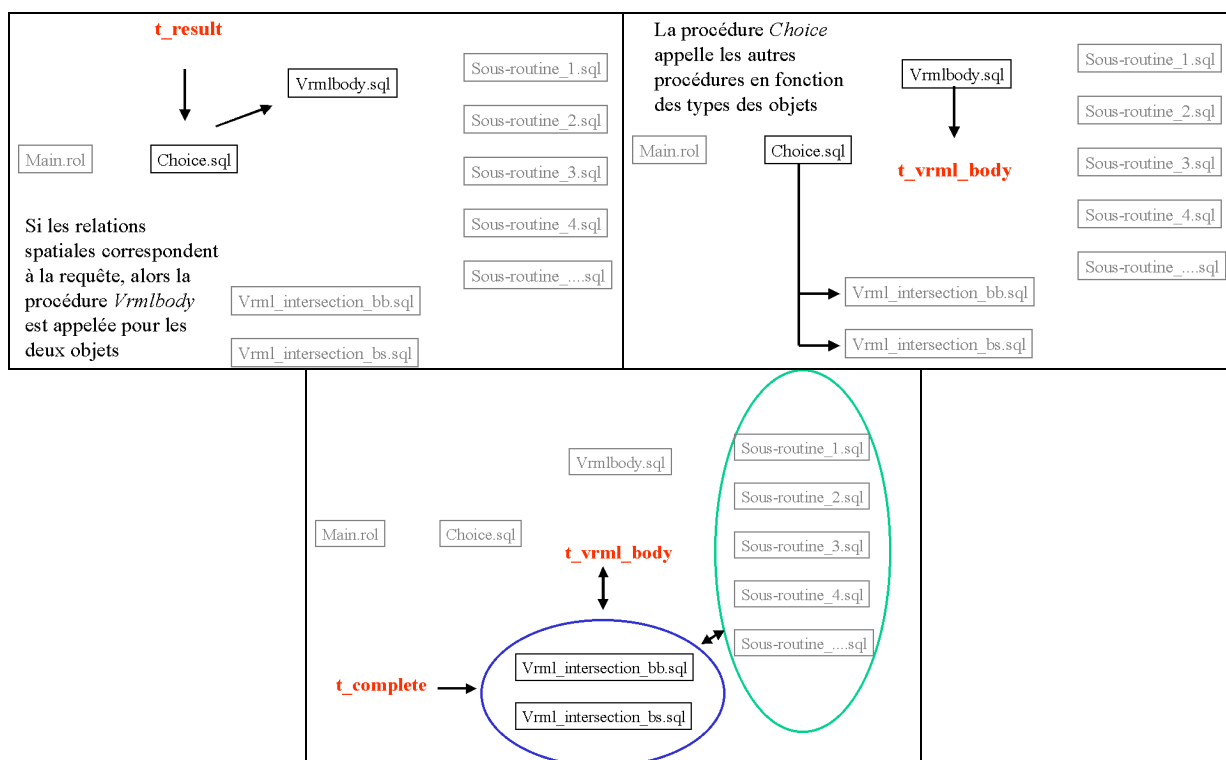


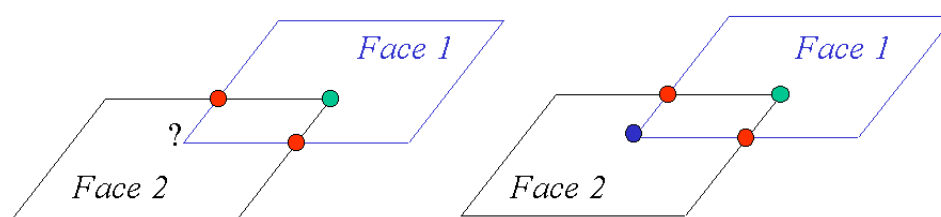
Figure 4.32. Organisation et déroulement du processus dans le module d'extraction de la géométrie



Seule la visualisation des requêtes *body\_body* et *body\_face* est implémentée (*Vrml\_intersection\_bb* et *Vrml\_intersection\_bs*).

#### 4.6.6.1. Extraction de la géométrie

Le processus de détermination de la géométrie des intersections entre objets est assez similaire au processus de détermination des relations. La différence réside dans le fait que dans les procédures de détermination des relations, le processus s'arrête dès que l'information minimale est obtenue. Par exemple, dans le cas représenté à la Figure 4.33, dès que l'on a repéré que trois nœuds sont communs, on sait (vu les conditions particulières) qu'il y a R2D2-2 (partiel), il n'est pas nécessaire d'aller plus loin. Dans le cas de la recherche de la géométrie, il est évidemment nécessaire de recueillir tous les nœuds.



**Figure 4.33. Information minimale suffisante dans la détermination des relations et dans l'extraction de la géométrie**

Envisageons d'abord la recherche de la géométrie de l'intersection entre faces.

La procédure de recomposition de la géométrie de l'intersection entre une face 1 et une face 2 comporte plusieurs étapes :

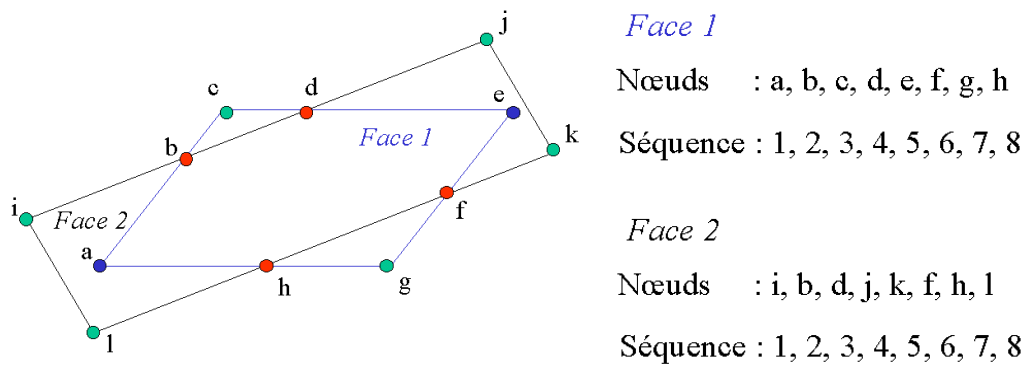
- On récupère dans *t\_complete* tous les nœuds constitutifs communs des faces.
- Ensuite les nœuds singuliers de la face 2 dans la face 1.
- Finalement les nœuds singuliers de la face 1 dans la face 2.

À ce stade, on possède tous les nœuds qui constituent l'intersection. Mais il faut déterminer leurs séquences dans la « face »<sup>76</sup> représentant l'intersection.

- Partant d'une des deux faces, on regarde la séquence des nœuds. On classe les nœuds suivant cette séquence.
- Si tous les nœuds ne sont pas repris dans cette séquence (parce qu'ils n'appartiennent pas à la face), il faut les intégrer. Cette intégration se fait via un objet temporaire (*t\_rec\_node*) dans lequel on stocke les nœuds et leurs séquences ainsi qu'une variable indiquant la possibilité d'insertion d'un autre nœud.
  - Si deux nœuds successifs ont une séquence successive, alors on ne peut pas y insérer un autre nœud. Sinon, c'est possible.
  - Quand on a repéré une position potentielle d'insertion (un couple de nœuds), il suffit d'étudier la séquence, dans l'autre face des nœuds de ce couple et de celles des nœuds à insérer. Si les séquences se suivent, alors le nœud peut être inséré dans le couple. Sinon, le processus continue, car il doit y avoir un autre couple candidat qui satisfait à la condition.
- Quand tous les nœuds sont ordonnés, on leur affecte une nouvelle séquence partant de 1.

L'exemple suivant permet d'illustrer le processus (Figure 4.34).

<sup>76</sup> Cette « face » n'est pas une face au sens du modèle. Aucune face n'est ajoutée à la structure, les nœuds repérés vont seulement être inscrits dans la table de sortie VRML (*Vrmlbody*). Ce n'est que dans le fichier VRML que cet assemblage de nœuds va devenir une face.



**Figure 4.34. Détermination de la géométrie de l'intersection de deux faces - 1**

Dans un premier temps, on considère que l'on part de la face 1. Tous les nœuds communs aux deux faces font partie de la face 1. Il suffit donc de déterminer les nouvelles séquences des nœuds définissant l'intersection (Figure 4.35.a).

Si on part de la face 2, on sélectionne dans un premier temps quatre points (Figure 4.35.b). Ensuite, on établit les couples de nœuds qui pourraient être complétés par un nœud restant. Sur base de leur séquence, les couples candidats sont (d, f) et (h, b). Sur base de leur séquence dans la face 1, on voit que (e) s'insère dans (d, f) et (a) dans (h, b). Les nouvelles séquences sont établies. On arrive bien entendu au même résultat qu'en partant de la face 1.

<i>Intersection</i>	<i>Intersection</i>	<i>Intégration</i>
Nœuds : a, b, d, e, f, h	Nœuds : b, d, f, h	Nœuds : a, b, d, e, f, h
Séquence : 1, 2, 4, 5, 6, 8	Séquence : 2, 3, 6, 7	Séquence : x, 2, 3, x, 6, 7
<i>Nouvelle</i> Séquence : 1, 2, 3, 4, 5, 6	<i>Nouvelle</i> Séquence : 1, 2, 3, 4, 5, 6	<i>Nouvelle</i> Séquence : 1, 2, 3, 4, 5, 6
a. partant de la face 1	b. partant de la face 2	c. intégration des nœuds manquants

**Figure 4.35. Détermination de la géométrie de l'intersection de deux faces - 2**

Le problème de la détermination de l'intersection entre un corps et une face est identique à ce qui vient d'être vu. En effet, le processus est appliqué entre la face et le corps à travers la table *t\_complete*, en effectuant la recherche de la géométrie de l'intersection à partir de la face.

Dans le cas de l'intersection de deux corps, le processus est aussi fort semblable. La seule différence est que dans ce cas, on va faire une recherche d'intersection entre tous les couples potentiels de faces des deux cubes. C'est l'assemblage des faces d'intersection qui donnera l'effet visuel d'une intersection volumique. Notons que dans le cas de la détermination de la géométrie, le fait de travailler avec des objets convexes est un grand facteur de simplification des algorithmes.

#### 4.6.6.2. Visualisation

Lors de l'exécution d'une requête, la géométrie des deux (ou plusieurs) objets en jeu est extraite de la structure et stockée dans une table temporaire, appelée *Vrmlbody* (Figure 4.36), qui contient toutes les informations nécessaires à la visualisation. Lors de l'extraction de la géométrie de l'intersection, les « faces » représentant l'intersection sont également introduites dans cette table.

BID	FID	SEQF	X	Y	Z	NID
1	5	1	10	10	0	3
1	5	2	10	10	10	7
1	5	3	10	0	10	8
1	5	4	10	0	0	4
1	6	1	0	0	10	5
1	6	2	10	0	10	8
1	6	3	10	10	10	7
1	6	4	0	10	10	6
16	16	1	0	0	10	5
16	16	2	5	5	5	20

Figure 4.36. Exemples de la table t\_vrmlbody dans l'environnement client / serveur

Le programme JAVA utilisé est composé de deux parties. La première assure la connexion avec le serveur Oracle. Le deuxième va lire la table vrmlbody, en extraire l'information nécessaire, et écrire un fichier VRML représentant la situation spatiale. Il suffit à ce stade de lire le fichier dans un navigateur VRML pour visualiser le résultat de la requête et naviguer dans l'image créée.

#### 4.6.7. Exemples

Plusieurs exemples illustrent l'utilisation du prototype. Les deux figures suivantes montrent le détail de la détermination des relations entre un corps et une face et entre deux corps.

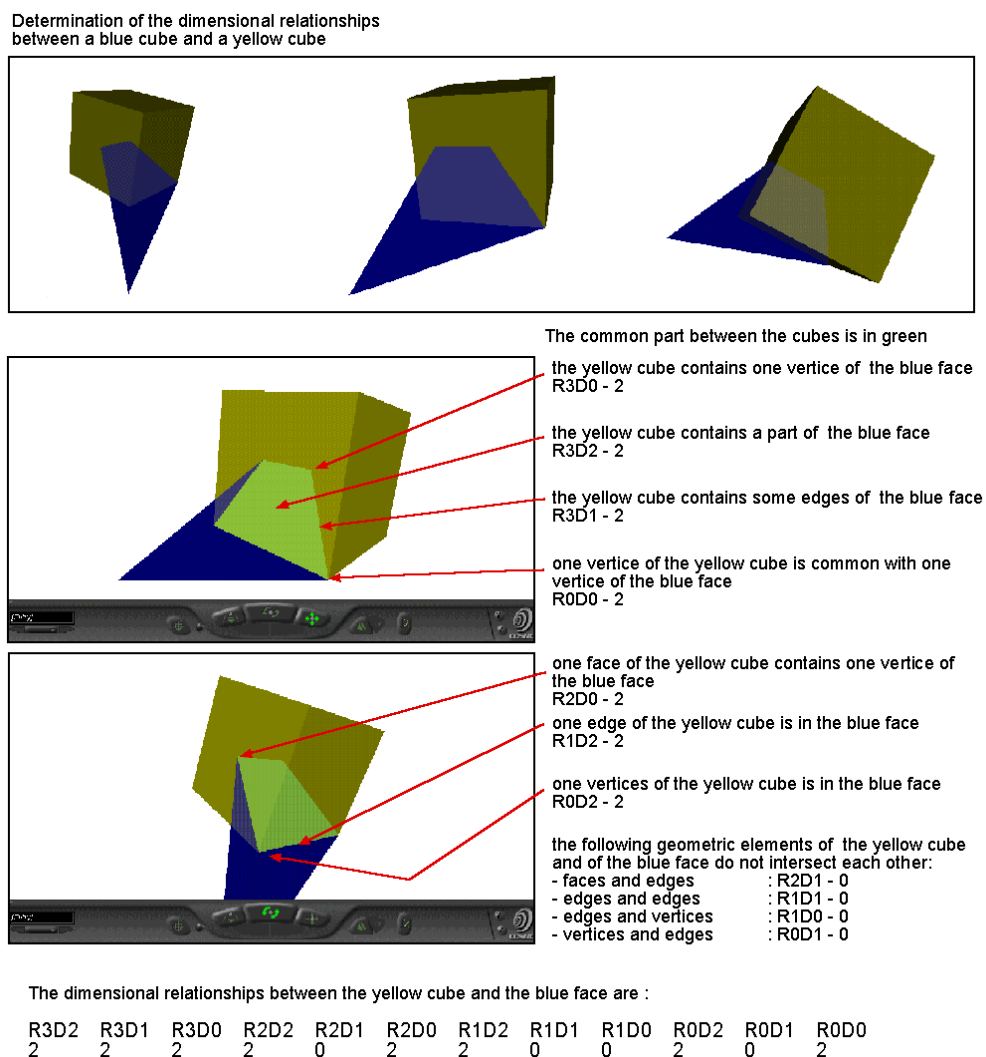
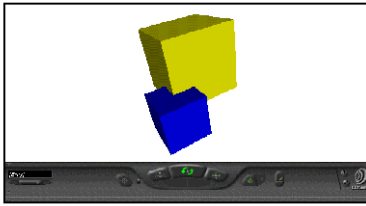


Figure 4.37. Détermination des relations dimensionnelles entre un corps et une face.

(Source : BILLEN & ZLATANOVA, 2002)

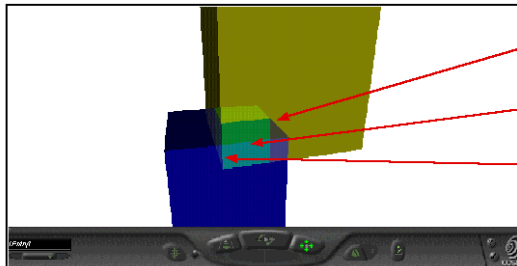
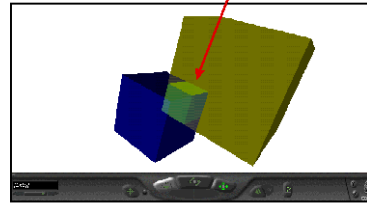
Determination of the dimensional relationships between a blue cube and a yellow cube

(0D element is not taken into account)



The common part between the cubes is in green

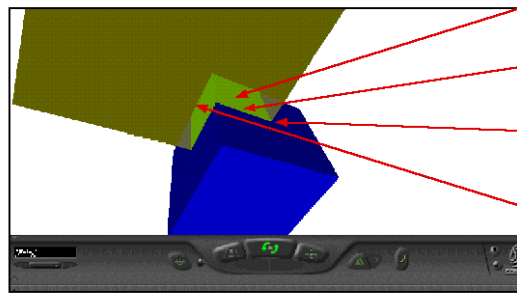
interior volume of blue cube intersects interior volume of yellow cube  
R3D3 - 2



some edges of blue cube intersect faces of yellow cube  
R1D2 - 2

some faces of yellow cube are partially in blue cube  
R3D2 - 2

some edges of yellow cube are partially in blue cube  
R3D1 - 2



some faces of blue cube are partially in yellow cube  
R2D3 - 2

some faces of blue cube intersect faces of yellow cube  
R2D2 - 2

some faces of blue cube intersect edges of yellow cube  
R2D1 - 2

some edges of blue cube are partially in yellow cube  
R1D3 - 2

edges of blue cube and edges of yellow cube do not intersect each other  
R1D1 - 0

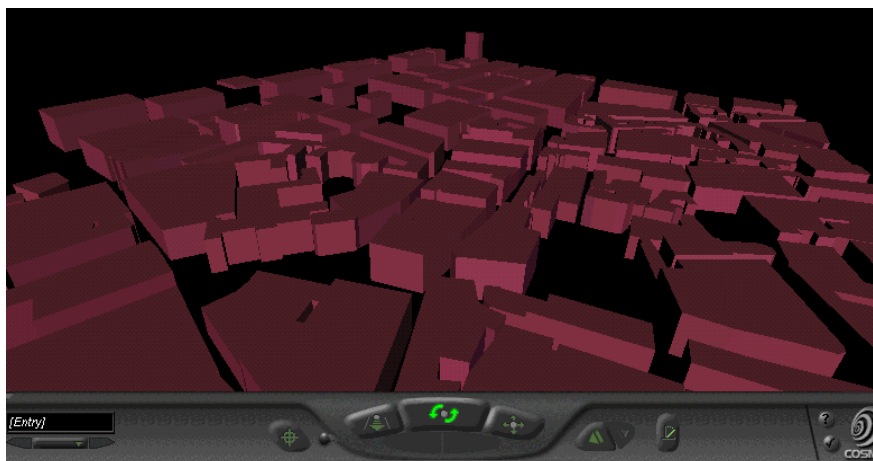
The dimensional relationships between the blue cube and the yellow cube (without 0D element) are :

R3D3	R3D2	R3D1	R2D3	R2D2	R2D1	R1D3	R1D2	R1D1
2	2	2	2	2	2	2	2	0

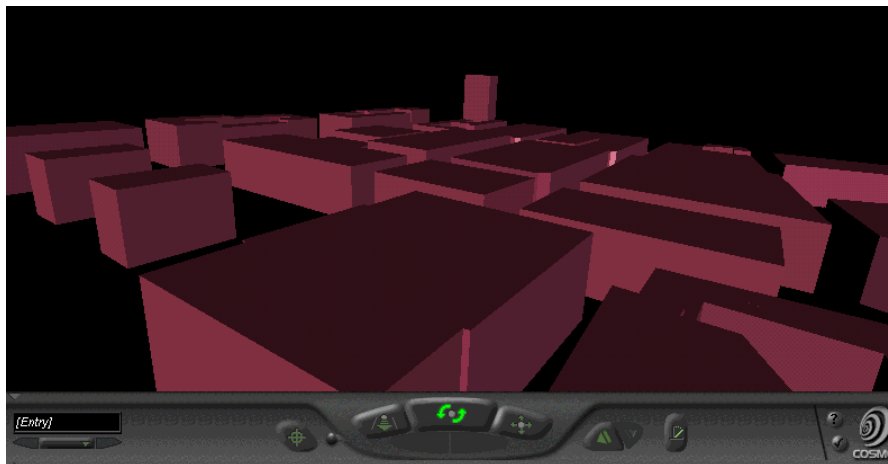
**Figure 4.38. Détermination des relations dimensionnelles entre deux corps.**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA, 2002)

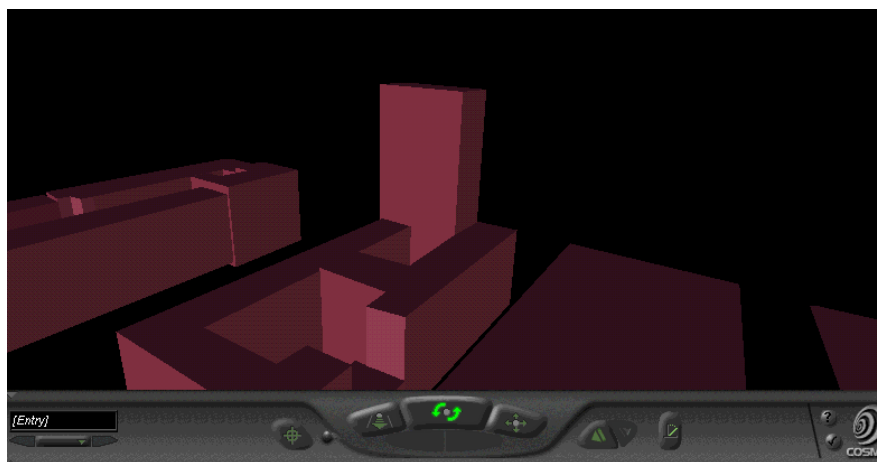
Les illustrations suivantes montrent le résultat d'une navigation dans une image VRML (Figure 4.39, Figure 4.40 et Figure 4.41). Celle-ci a été créée sur base d'un jeu de données représentant 200 bâtiments du centre de Vienne, organisé suivant la structure du MDSDS.



**Figure 4.39. Navigation dans une image VRML représentant 200 bâtiments de la ville de Vienne : vue éloignée**

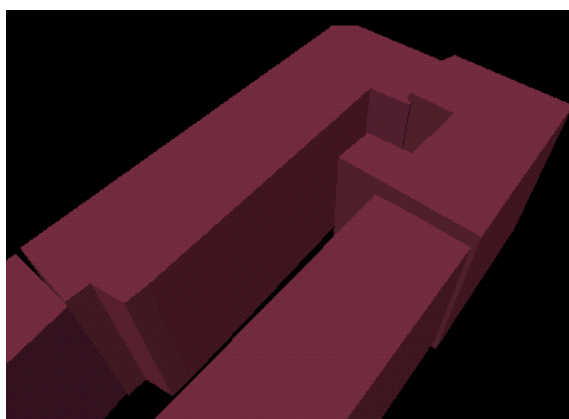


**Figure 4.40. Navigation dans une image VRML représentant 200 bâtiments de la ville de Vienne :  
vue intermédiaire**

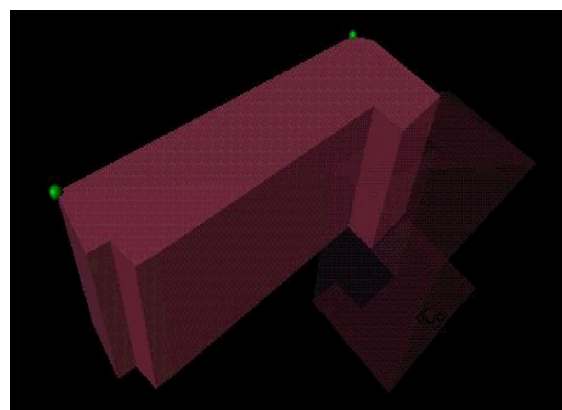


**Figure 4.41. Navigation dans une image VRML représentant 200 bâtiments de la ville de Vienne :  
vue rapprochée**

Dans ce jeu de données, chaque bâtiment (constitué de faces rectangulaires planaires) est disjoint des autres. Nous avons introduit une modification dans un des bâtiments ; une de ses faces a été reliée à une face d'un autre bâtiment suivant deux points. Cette modification a été retrouvée par une requête dimensionnelle : *recherche de tous les corps qui ont une relation R2D2-2 et affiche le résultat* (Figure 4.42). Cette requête recherche les relations dimensionnelles existantes entre tous les couples de corps et ne garde que ceux qui ont une R2D2 – 2.



**a. configuration d'origine**



**b. visualisation du résultat de la recherche après  
modification**

**Figure 4.42. Résultat de la recherche de tous les bâtiments qui ont une relation R2D2-2**

## **5. SIG 3D URBAINS ET MD : ANALYSES ET PERSPECTIVES**

### **5.1. Introduction**

Dès le début du travail, nous avons fixé un domaine d'étude, le milieu urbain et plus précisément les objets géographiques urbains à représentation discrète. Ceci nous a permis de poser des critères utiles à la sélection de certaines modélisations.

La définition d'une théorie spatiale a repoussé les SIG 3D urbains à un rôle secondaire dans la recherche. Il serait donc injustifié de présenter cette recherche comme spécifiquement dédiée aux SIG 3D urbains, ou présomptueux de limiter ceux-ci à une simple partie du travail. Le développement de SIG est la combinaison d'études sur l'organisation dans laquelle le SIG prend place, sur les besoins de cette organisation, sur les données disponibles, sur les traitements à assurer, sur le matériel à utiliser, sur la communication avec les utilisateurs, etc.

Nous allons présenter succinctement le problème et étudier l'adéquation de nos propositions avec une certaine réalité.

Dans cette optique, nous présentons certaines caractéristiques spécifiques des SIG 3D urbains suivant une analyse basée sur les réalisations existantes, les besoins reconnus mais aussi prospectifs. Une vision personnelle du problème est déjà introduite à ce stade. Ensuite, les apports du MD et des concepts développés dans la thèse sont présentés et discutés. Finalement, de nouvelles perspectives de recherche sont évoquées. Elles sont relatives au MD mais aussi à d'autres concepts tels la hiérarchisation des objets et des relations.

### **5.2. Exemples de réalisations**

Cette partie n'est pas à proprement parler un état de l'art, mais plutôt un survol des réalisations les plus récentes. Par réalisation, nous entendons établissement de SIG 3D urbains ou de prototypes. Le but est d'avoir une vision pragmatique des solutions actuelles. Nous ne reviendrons pas en profondeur sur les modèles de données utilisés (*cf.* § 2.2).

Les modélisations 2,5D sont maintenant supportées par de nombreux SIG logiciels et justifient souvent à elles seules le qualificatif de 3D. Ceci est évidemment trompeur car comme nous l'avons vu ces modèles sont fondamentalement 2D. Pour autant, il ne faut pas rejeter cette modélisation qui garde son intérêt pour modéliser certains phénomènes géographiques (comme la surface du terrain). Dans ce cas, on assiste généralement à un couplage entre deux modèles qui gardent une certaine indépendance. Plusieurs travaux vont dans ce sens, citons notamment le travail réalisé par CHAMPAILLER (2000) au sein de la faculté des Sciences appliquées de l'Université de Liège.

Certains SIG logiciels commerciaux se présentent néanmoins comme offrant des solutions 3D. Une étude sur la question a montré que d'importants manquements existaient et dans toutes ces solutions (RIEDO 1999). Tout récemment une autre étude portant sur les logiciels ArcView 3D Analysis (ESRI), Imagine VirtualGIS (ERDAS), GeoMedia Terrain (Intergraph.Inc) et PAMAP GIS Topograph (PCIGeomatics) a révélé que si l'aspect visualisation était de mieux en mieux

géré les fonctionnalités en termes de structuration, manipulation et analyse spatiale 3D restaient très faibles (ZLATANOVA *et al.* 2002).

La visualisation tient une place de toute première importance dans les SIG 3D. C'est un des défis les plus importants au regard des modèles habituellement utilisés en base de données géographiques. Elle ne doit pas évidemment occulter les autres traitements que doit assurer un SIG, mais il est indéniable qu'un mode de visualisation peu efficace est un handicap majeur. Les utilisateurs sont bien plus sensibles à cet aspect qu'en 2D. Ceci s'explique par la comparaison beaucoup plus facile et directe avec leur espaces vécu et perçu.

Il est donc normal que bon nombre de développements soient très orientés visualisation, le projet Karma présenté à la suite (VERBREE E. *et al.* 1999), le projet VENUE du groupe CASA 2000 (DODGE *et al.* 1997), qui porte essentiellement sur la liaison entre des fichiers du logiciel ArcView et des fichiers VRML ou encore le projet de *Urban Simulation Team @ UCLA* concerne un SIG 3D de la ville de Los Angeles (UCLA ; LIGGETT *et al.* 1995 ; JEPSON *et al.* 1996). Le problème de visualisation à travers le web est aussi posé (DODGE *et al.* 1998a, 1998b ; RHYNE 1999 ; ZLATANOVA 2000c ; ZLATANOVA & TEMPFLI 2000). D'autres aspects des SIG 3D comme des méthodes d'accès aux données appropriées (KOFLER 1998) sont également abordés. Citons encore les travaux plus orientés sur l'utilisation de structures données topologiques (FLICK 1996a, 1996b ; PFUND & CAROSIO 1999 ; DÖLLNER J & HINRICHS K. 2000 ; PFUND 2001, COORS 2001).

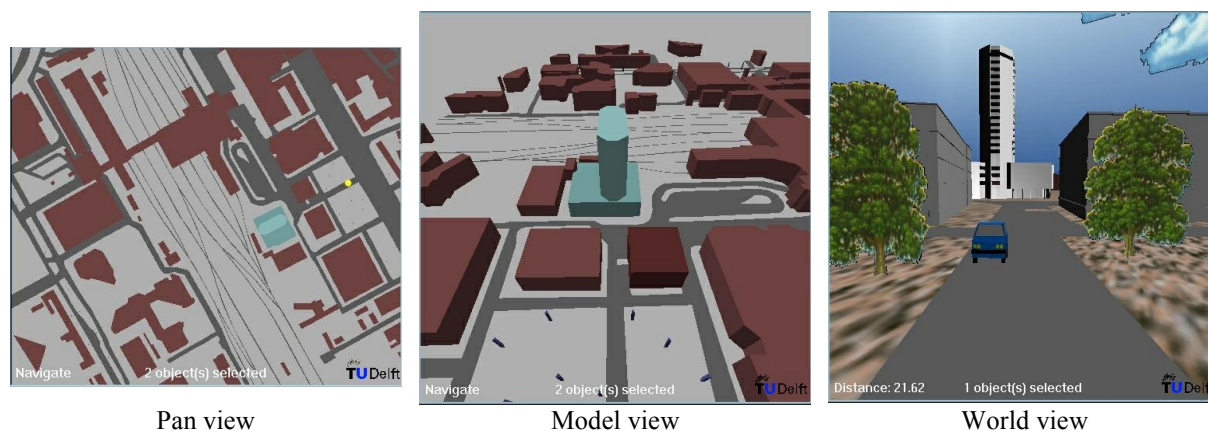
Notons encore qu'avec le développement des standards d'échange (OpenGIS), on assiste à une convergence des efforts des chercheurs et des développeurs de différents domaines (CAO, infographie, SIG, etc.) vers le développement de SIG fonctionnels. Un des résultats de ce rapprochement et le développement de fonctionnalités spatiales dans les SGBD (stockage, recherche et analyse de données spatiales). Parallèlement, les logiciels de CAO se voient adjoindre des outils permettant l'accès, la visualisation et l'édition de données spatiales stockées dans les SGBD. L'utilisation conjointe de la CAO et des SGBD est une piste nouvelle dans la gestion des données 3D (ZLATANOVA *et al.* 2002).

Les trois réalisations ci-après illustrent bien les développements actuels.

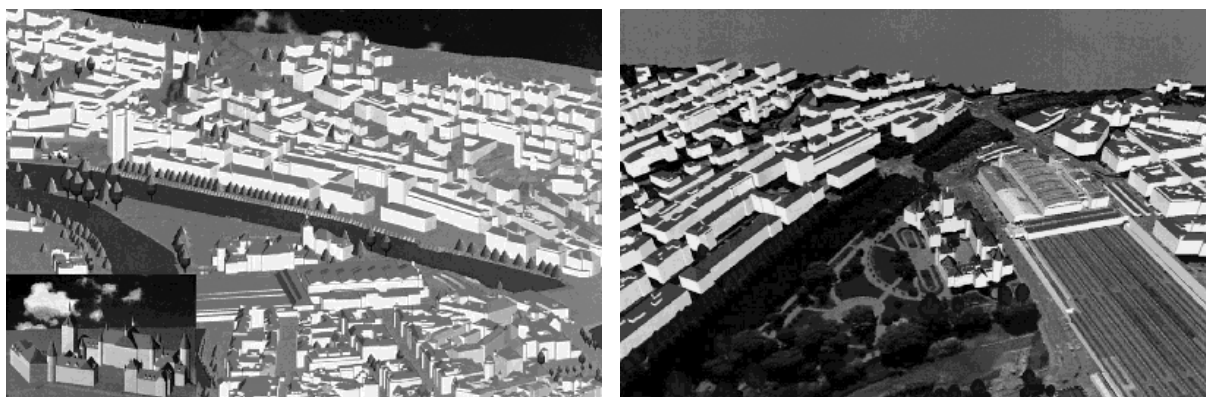
- Le projet Karma (VAN MAREN & GERMS 1999, VERBREE *et al.* 1999) (<http://gisvr2.geo.tudelft.nl/>) propose trois modes de modélisation et visualisation appelés «*views*» : - une *plan view*, semblable à l'interface classique des SIG 2D ; - une *model view*, représentation simplifiée et symbolique en 2,5 D ou 3D du type survol ; - une *world view*, donnant une visualisation 3D en totale immersion avec des rendus photographiques réalistes (Figure 5.1). Cette approche se veut en accord avec les différentes étapes des études d'aménagement urbain. Notons que les traitements d'analyse spatiale restent en 2D. Ce projet a déjà débouché sur un produit commercialisé, le K2VI.
- Le *CyberCity Spatial information System* (CC-SIS) (WANG & GRÜN 2000) est un bel exemple de réalisation. Basé sur un modèle de données propriétaire V3D qui est un modèle de représentation par frontières assez classique (proche du 3D FDS), ce système gère séparément les données vectorielles, sémantiques et images (orthoimages et MNT organisés suivant des courbes de Morton). La visualisation est assurée grâce à la librairie OpenGL (Figure 5.2). Il est intéressant de remarquer que ce système est en continuité avec le *CyberCity modeler* (CC-modeler) (GRÜN & WANG 1998) qui est une des sources potentielles de données vectorielles du système. Le CC modeler est un modèleur de données 3D qui permet de créer un modèle «*topologique*» à partir de nuages de points, cet outil vient en aval d'un système photogrammétrique.



- Le SIG 3D développé par ZLATANOVA (2000a) est un système basé sur une architecture client / serveur qui permet l'interrogation de la base de données via le web et la visualisation des résultats grâce à un navigateur VRML (Figure 5.3). Le modèle de donnée utilisé est le SSM (cf. 2.2.3.8).



**Figure 5.1. Les trois vues du modèle Karma**  
(D'après VAN MAREN & GERMS, 1999)



**Figure 5.2. Exemples de vues du CC-SIS**  
(D'après GRÜN & WANG, 1999)



**Figure 5.3. Vue tridimensionnelle de la ville d'Enschede**  
(D'après ZLATANOVA 2000a, p. 178, modifié)



## **5.3. Analyse des besoins**

### **5.3.1. Applications**

Plusieurs auteurs (KOFER 1998, RIEDO 1999, DE LA LOSA 2000) s'accordent sur les applications 3D qui sont actuellement les plus significatives. Une liste non exhaustive des utilisateurs et des applications est dressée ci-dessous.

- Les autorités publiques ont besoin d'outils pour l'aménagement urbain, les études de trafic, la gestion des désastres, etc.
- Scientifiques et autorités publiques ont besoin de données 3D pour améliorer les études d'écologie urbaine (pollution sonore, déperdition de chaleur, etc.).
- Les compagnies de télécommunication ont besoin de données 3D pour calculer la propagation des ondes dans l'environnement urbain.
- Des rendus photographiques 3D réalistes des immeubles anciens, actuels ou en projet sont recherchés pour les études d'archéologie, d'architecture ou d'aménagement.
- Les systèmes de navigation pourraient être sensiblement améliorés (étude de propagation d'onde GPS).
- Des modèles virtuels de villes sont susceptibles d'intéresser les agences de tourisme.
- Etc.

Notons que ces modèles pourraient aussi aider à augmenter la participation des citoyens dans les processus de décision. Il est en effet plus facile pour un non initié de juger de l'impact d'un aménagement si on lui fournit une vision 3D proche de la perception quotidienne de son environnement.

Mais le problème des applications et en fait indissociable de la nature des phénomènes géographiques que l'on veut modéliser. Ce point est loin d'être trivial et est largement exposé dans la partie suivante.

### **5.3.2. Objets 3D caractérisant l'espace urbain**

Plusieurs études ont été faites pour déterminer les objets 3D utiles à la description de l'environnement urbain. Communément, on considère que les objets réels 3D les plus importants sont les bâtiments et le terrain représenté par des TIN (GRÜN & DAN 1997, LEBERL & GRUBER 1996, TEMPFLI 1998). RAZINGER et GLEIXNER (1995) présente un modèle virtuel d'une place de Graz (créé suite à une demande de la municipalité) contenant les bâtiments, le réseau routier, les lampadaires et les arbres. DAHANY (1997) suggère de considérer trois groupes d'objets : le terrain, la végétation et le bâti. Le problème a été posé aussi à travers une étude réalisée sous l'égide de l'organisation européenne d'études en photogrammétrie expérimentale (OEEPE) (FUCHS 1996). Un questionnaire a été envoyé à plus de 55 participants en Europe, en présentant 5 groupes d'objets : - bâtiments ; - végétation ; - réseaux de communication ; - infrastructures publiques ; - télécommunication. Les participants devaient émettre des avis concernant l'utilité de ces groupes d'objets 3D, le mode de représentation (2,5D, 3D), les modes d'acquisition des données, les besoins futurs, etc. Sur base des résultats, trois groupes d'objets ressortent comme étant les plus utiles et les plus demandés, les bâtiments, la végétation et les réseaux de communication. Mais le réel enseignement de cette étude ne se trouve pas dans ces résultats. D'abord, une lacune, reconnue par les auteurs, et mise en avant par les participants, concerne la définition des groupes d'objets. En effet, les groupes d'objets n'ont pas été accompagnés d'une

définition, ce qui permet toutes les interprétations. Par exemple, que doit-on comprendre sous le vocable télécommunication ? Les bâtiments en tant que masque dans la propagation des ondes sont-ils compris dedans ? Les objets proposés mélangent des notions d'objets concrets, de types d'applications, de mode gestion, ... Ce flou est à mettre en rapport avec une des premières constations de l'étude, à savoir la méconnaissance des besoins. En effet, les auteurs avancent dès le début de l'étude deux raisons à la faible production et utilisation d'information 3D : le prix des données d'une part, la méconnaissance des besoins d'autre part.

Cette méconnaissance des besoins et donc des objets à considérer est aussi identifiée par ZLATANOVA et BRANDOVA (1998). Elle constate que la plupart des auteurs présentent des objets réels à extension spatiale. Mais les données opérationnelles pour la planification urbaine vont bien au-delà des objets réels identifiés plus haut. Par exemple, l'administration du cadastre maintient des frontières juridiques, les statuts légaux des propriétés, etc. ZLATANOVA propose des objets tels que les personnes, les compagnies, les taxes, etc. à inclure dans le cadre des objets repris dans un SIG. Quatre groupes de bases permettant de distinguer les objets réels sont introduits : les *objets juridiques* (individus, institutions, compagnies, etc.), les *objets topographiques* (bâtiments, rues, infrastructure, etc.), les *objets fictifs* (limites administratives), les *objets abstraits* (taxes, revenus, etc.). Vu que tous les objets ont des caractéristiques sémantiques, les caractéristiques géométriques des objets réels sont les critères exclusifs des groupements. Il y a des objets avec :

- 1) des caractéristiques géométriques non complètes (ex : seulement un positionnement) ;
- 2) des caractéristiques géométriques complètes et une existence dans le monde réel ;
- 3) des caractéristiques géométriques complètes et une existence fictive ;
- 4) sans caractéristiques géométriques.

En suivant cette classification, les objets topographiques 3D sont approximativement les objets spatiaux 3D habituellement intégrés (ou pressentis comme intégrables) dans une grande variété de SIG. Cet auteur a également effectué une étude d'analyse des besoins, dont un des résultats est présenté dans le Tableau 5.1.

**Tableau 5.1. Liste d'objets topographiques urbains et leurs représentations**

(D'après Zlatanova 2000a, p. 45)

Objets réels	Résolution
Bâtiments	Basique : toit, mur, étages Optionnel : portes, fenêtres, ornements de façade
Ponts	Contours, colonnes
Sous-sol	Contours
Rues	Chaussée, piétonnier, trottoir, emplacement de parcage
Parcelles	Contours
Parcs	Ensemble homogène individualisé, arbres remarquables
Végétation	Arbres
Réseaux d'eaux et d'égouts	Segments, connexions (intérieur et extérieur au bâtiment), contours des rivières et des lacs
Réseaux électriques	Segments, connexions (intérieur et extérieur au bâtiment), feux, réverbères.
Télécommunication	Segments, connexions (intérieur et extérieur au bâtiment), transmetteurs
Autres objets anthropiques	Monuments, excavations
Districts	Frontières des districts, grilles
Terrain	

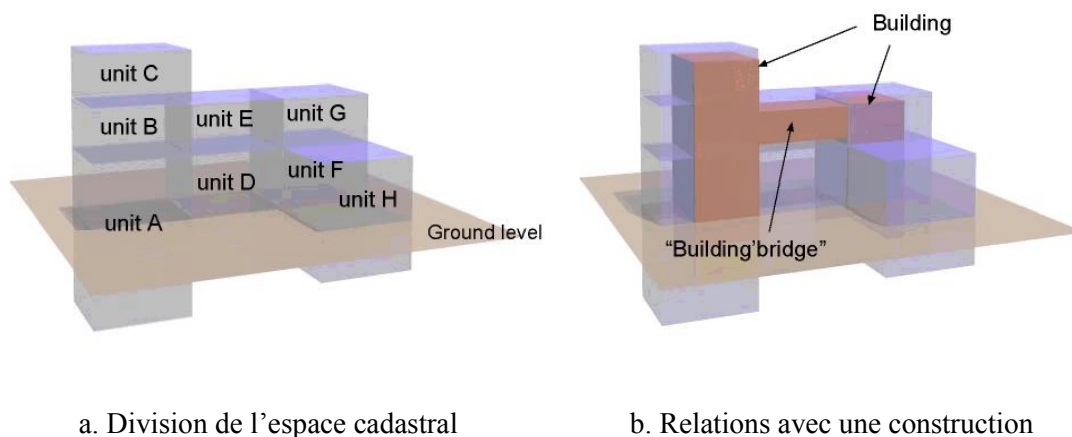
Toute proportion gardée, cette analyse rejoint les thèmes développés par BILLEN (2000) concernant les objets 3D physiques et abstraits. Un modèle hiérarchique était présenté contenant d'une part des objets physiques, correspondant à des objets matérialisés et ayant une existence

physique, et d'autre part des objets abstraits, regroupant tous les autres objets (Figure 5.5 et Figure 5.6). La classification plus fine de ZLATANOVA a été retenue.

Le besoin en objet 3D fictifs n'apparaît pas habituellement aussi clairement que celui des objets topographiques. Alors qu'il paraît normal d'évoluer d'une représentation 2D d'un bâtiment à une représentation 3D (vu que c'est la réalité), ce n'est pas si évident dans le cas d'objets fictifs (unités administratives, etc.). Nous défendons l'idée que tout phénomène géographique doit être défini indépendamment de toutes contraintes techniques suivant une vision multidimensionnelle, les dimensions retenues étant celles jugées significatives pour la modélisation du phénomène. Si pour une raison technique, certaines dimensions ne peuvent pas être prises en compte, on envisagera un mode de représentation adapté. Cependant, ce mode de représentation ne doit pas se substituer au phénomène étudié dans la définition de base de l'objet spatial.

La vision qui vient d'être présentée est loin d'être unanimement suivie, surtout dans le cas des objets fictifs. La raison essentielle est certainement le lourd héritage de la représentation cartographique traditionnelle des objets spatiaux. Le problème s'est présenté lors de la session de travail internationale sur le cadastre 3D qui s'est tenue à Delft en novembre 2001 (VAN OOSTEROM et al. 2001). Un consensus est apparu concernant la nature fondamentalement tridimensionnelle de la propriété. Mais un blocage s'est manifesté quant à l'adoption du mode de représentation et du type d'objet spatial à associer à cette notion de propriété. En caricaturant, on peut dire qu'une partie des experts acceptait la nature 3D du phénomène tout en considérant que l'objet spatial le plus adapté pour le représenter était 2D. À nos yeux, ce raisonnement est tronqué. Il eut été plus juste de dire que l'objet spatial le plus adapté pour représenter la propriété est 3D, mais que pour une série de raisons techniques et financières il n'est pas possible en l'état actuel de faire évoluer le système. La différence entre ces deux raisonnements est fondamentale.

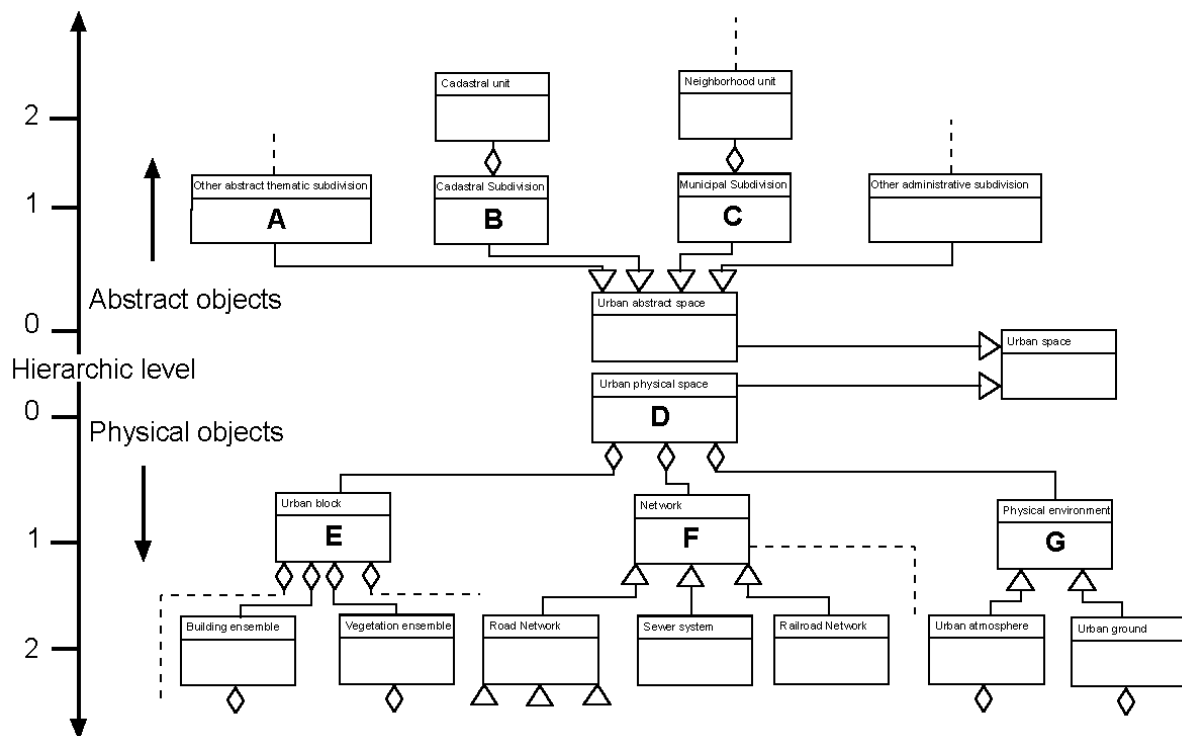
Le cadastre est particulièrement intéressant à étudier car il met en jeu les différents types d'objets spatiaux (tout au moins les topographiques et fictifs). Nous avons proposé de passer d'un objet cadastral 2D (la parcelle) vers un objet cadastral 3D (l'enveloppe). L'utilisation d'unités cadastrales 3D amène à considérer une nouvelle approche et une nouvelle division de l'espace de la propriété. La Figure 5.4.a montre une partition cadastrale spatiale. On peut imaginer que le bâtiment de la Figure 5.4.b est construit sur (ou dans !) une propriété cadastrale composée des unités A, B, C, E, F et G, alors que l'unité D correspond à une section de route (propriété de la municipalité). Ce type de partition pourrait être aussi très intéressant pour des infrastructures techniques telles que les égouts, les canalisations, etc. Évidemment, ce type d'approche doit permettre la prise en compte de relations spatiales 3D et d'objets spatiaux 3D.



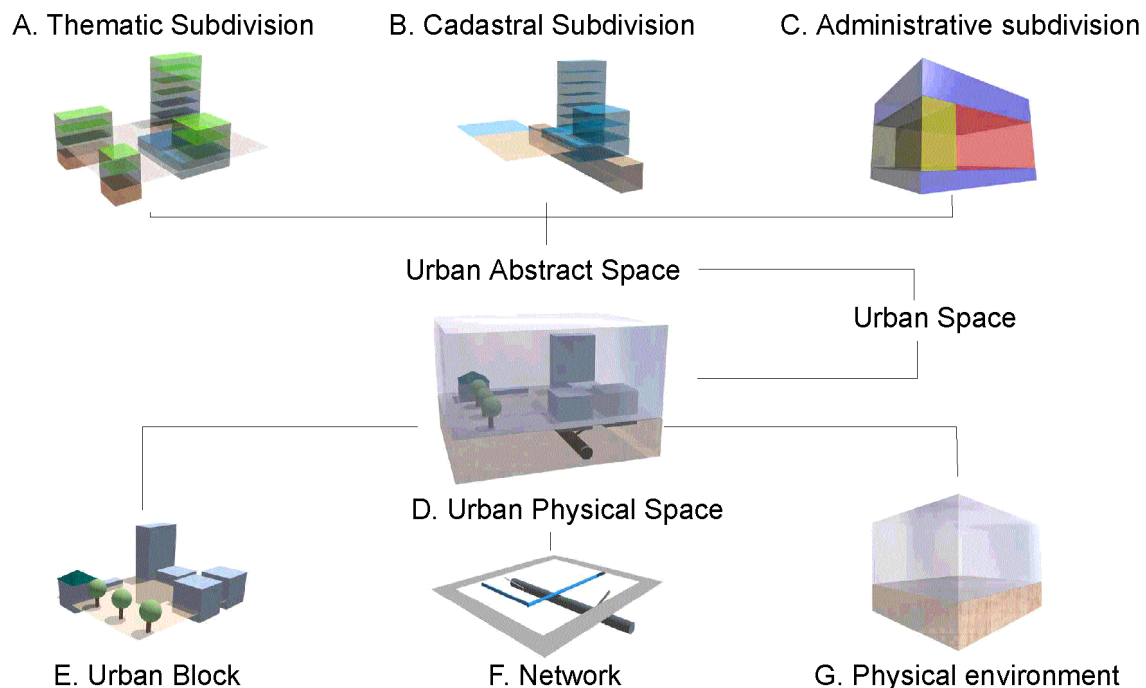
**Figure 5.4. Division de l'espace en unités cadastrales 3D**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA 2001, p. 235)

À l'extrême, ne faut-il pas conceptuellement envisager l'espace urbain comme une composition hiérarchique d'objets spatiaux aussi bien topographiques que fictifs (Figure 5.6 et Figure 5.6), dans laquelle pourraient évoluer également des objets juridiques (individus sous forme d'avatars) et abstraits ? Nous en sommes intimement convaincus.



**Figure 5.5. Extrait d'un modèle hiérarchique objet de l'espace urbain**  
(D'après BILLEN, 2000b)



**Figure 5.6. Illustrations de certains objets d'un modèle hiérarchique de l'espace urbain**  
(D'après BILLEN, 2000b)

La définition des objets 3D est certainement une des clés du développement des SIG 3D urbains. Il demande, surtout pour les objets fictifs, une complète redéfinition des phénomènes et de leurs représentations. Ils influencent évidemment les applications et les traitements que l'on peut espérer réaliser dans de tels systèmes. C'est certainement l'élément conceptuel majeur qui représente la rupture entre l'héritage cartographique et l'obtention d'un monde virtuel.

#### 5.4. Fonctions et requêtes spatiales dans un SIG 3D

Un SIG doit par définition assurer six fonctions (PANTAZIS & DONNAY 1996, p.113) : - génération (production d'information) ; - acquisition et mémorisation ; - intégration des données, géographiques et autres ; - mise à jour, maintenance, - gestion, - communication et diffusion.

Plusieurs de ces fonctions vont être retenues pour discuter de l'apport du MD et des modèles de représentation associés (MDDS et MDSDS). Dans cette partie, nous allons tenter de présenter clairement les concepts d'analyse spatiale 3D<sup>77</sup> et de requêtes spatiales 3D, en se basant sur la confrontation des notions de *fonctions spatiales* et *opérations spatiales*. Nous nous sommes trouvés face à plusieurs classifications dont certaines couvrent aussi bien des concepts d'analyse spatiale que de visualisation. Nous allons présenter brièvement deux approches pour retenir une solution pour la fin du travail.

Les opérations spatiales regroupent les *relations spatiales* et les *opérateurs spatiaux*. La classification des relations spatiales a fait l'objet du chapitre 2.3. Nous avons défini trois grandes familles, les relations métriques, ordinales et topologiques, et avons introduit une quatrième famille, apparentée aux topologiques, qui sont les relations dimensionnelles définies dans un espace affine. Les opérateurs spatiaux peuvent être classés aussi en opérateurs topologiques, métriques et ordinaux et même projectifs (CLEMENTINI 2001). La distinction entre les relations et les opérateurs se fait sur base du résultat de l'opération. Une recherche sur une relation spatiale donnera un résultat de type booléen, alors que l'application d'un opérateur va donner naissance à un nouvel objet spatial ou à un nombre réel (BREUNIG 1996). Le Tableau 5.2 reprend une classification des opérations spatiales.

Cette vision des opérations spatiales ne se retrouve pas exactement chez d'autres auteurs comme RAPER (2000). Cet auteur considère six fonctions spatiales relevant de l'analyse spatiale 3D et des requêtes spatiales 3D :

- la visualisation : translation, rotation, mise à l'échelle, réflexion ;
- la transformation : glissement ;
- la sélection : AND, OR, XOR, NOT ;
- l'interrelation : métrique, topologique
- la caractérisation : volume, surface, centre de masse, orientation ;
- la construction : reconstruction d'objet sur base de primitives.

La Figure 5.7 reprend les fonctions identifiées par RAPER. Nous y avons ajouté l'interrelation de direction et l'interrelation dimensionnelle. Les opérations de généralisation, de tampon (*buffering*), et de réseaux sont parfois aussi reprises dans les opérations spatiales.

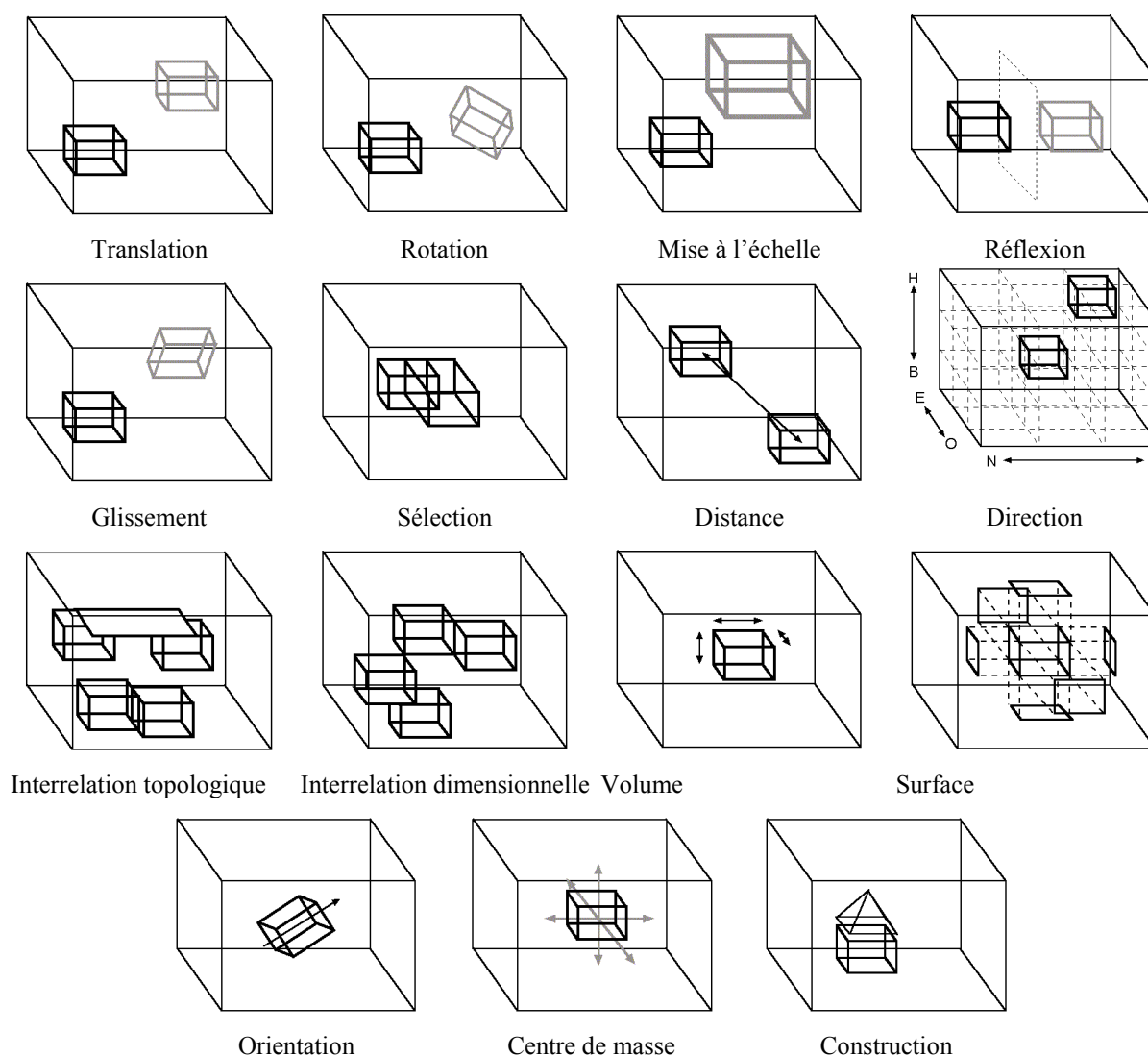
---

<sup>77</sup> L'analyse thématique et l'analyse spatiale 2D sont largement étudiées et définies. Par contre, l'analyse spatiale 3D est toujours en évolution.

**Tableau 5.2. Classification des opérations spatiales**

(D'après BREUNIG, 1996, p.42)

	5.4.1.1.1 Type d'opération		
	Topologique	Métrique	Directionnelle
<b>Relations spatiales</b>	Voisinage Intersection Équivalence Inclusion Exclusion	Distance Angle	Au Nord de À l'Ouest de Au Sud de À l'Est de En dessous de Au-dessus de À droite de À gauche de Devant Derrière
<b>Opérateur spatial (sur un seul objet)</b>		Longueur Surface Volume	
<b>Opérateur spatial (sur plusieurs objets)</b>	Intersection Union Différence	Distance Angle	



**Figure 5.7. Taxonomie des fonctions spatiales tridimensionnelles**

(D'après RAPER, 2000, p. 161, modifié et complété)

L'approche de BREUNIG nous paraît la plus intéressante car il pose une définition claire et non ambiguë entre opérateurs et relations, et de plus, il sépare bien le problème avec celui des requêtes spatiales.

Les requêtes spatiales sont construites sur base des *prédicats spatiaux*<sup>78</sup> (dont les relations spatiales sont un cas particulier) et des *opérateurs spatiaux*. Suivant une vision plus avancée, on considère que les requêtes spatiales sont construites sur base de *sélection spatiale*, de *projection spatiale* et de *joints spatiaux*, qui englobent les prédicats et les opérateurs spatiaux.

- La sélection spatiale est une sélection d'objets spatiaux à partir d'un ensemble d'objets spatiaux sur base d'un ou plusieurs prédicats spatiaux.
- Une projection spatiale est une projection d'attributs d'un objet spatial à condition qu'un des attributs projetés au moins soit un attribut spatial.
- Le joint spatial est l'association d'objets spatiaux sur base de la comparaison d'un de leurs attributs spatiaux.

Par exemple, *la recherche des objets spatiaux dont le volume est plus grand que 5 m<sup>3</sup>* est une sélection spatiale sur base d'un prédicat spatial. *La recherche de tous les couples d'objets qui se croisent* est un joint spatial sur base d'un prédicat spatial. *La détermination de l'intersection entre deux objets spatiaux si elle existe*, c'est un joint spatial basé sur opérateur spatial et un prédicat spatial. Les requêtes spatiales peuvent être couplées à des concepts d'algèbre relationnelle sans référence spatiale comme la projection et la sélection.

La résolution de ces requêtes peut dépendre de plusieurs facteurs. Elles peuvent être résolues par l'utilisation exclusive de la géométrie des objets (calcul métrique basé dans le cas de structures vectorielles sur les coordonnées des points ou nœuds), par utilisation de l'information non métrique contenue implicitement ou explicitement dans la structure de données, ou bien entendu par la combinaison des deux. D'autres facteurs jouent aussi dans la résolution de ces requêtes, comme les méthodes d'accès aux données (indexation).

On peut encore signaler qu'une requête peut être *locale* ou *globale* pour peu qu'elle concerne un objet spatial ou bien plusieurs objets spatiaux. Un rapport existe entre le type de modèle (topologique, métrique) et le type de requêtes topologiques<sup>79</sup> (globale ou locale). En substance, l'idée est que les requêtes topologiques locales (par exemple la recherche des triangles voisins dans une triangulation) sont mieux résolues en utilisant le modèle topologique, alors que les requêtes topologiques globales (par exemple la recherche de la relation entre deux triangulations) sont mieux résolues avec le modèle métrique. L'argument avancé est le coût du stockage explicite de toutes les relations entre tous les objets repris dans la base de données. BREUNIG note cependant que la topologie « locale » de chaque objet est une information précieuse qui peut être utilisée pour améliorer l'efficacité des algorithmes géométriques.

Nous avons décidé de retenir le cadre de définitions proposé par BREUNIG concernant les requêtes spatiales, les opérateurs spatiaux et les relations spatiales. On y ajoute un nouveau type d'opération, le type projectif ou dimensionnel et les relations dimensionnelles. Les fonctions de visualisation, de transformation et de construction sont considérées à part.

---

<sup>78</sup> Les attributs spatiaux décrivent la topologie ou la géométrie des objets spatiaux. Un prédicat spatial est caractérisé par le fait que son domaine est l'ensemble des domaines d'un attribut spatial (BREUNIG 1996, p.43-44, traduction libre).

<sup>79</sup> Le problème de requêtes métriques ne se pose pas car seul un modèle métrique peut y répondre (et évidemment pas un modèle topologique).

## 5.5. Apport du MD

L'apport du MD dans les SIG doit être envisagé suivant deux aspects : - l'utilisation du modèle de relations spatiales ; - l'utilisation d'un des modèles de représentation des objets spatiaux (MDDS ou MDSDS). Cette distinction a son importance. En effet, nous avons vu que le modèle de relation pouvait être utilisé avec plusieurs modèles de représentations, indépendamment du MDDS ou du MDSDS. Inversement, le MDDS et le MDSDS supportent automatiquement le modèle de relation MD mais cela n'est pas leur seul avantage. Il est tout à fait envisageable de les utiliser pour d'autres raisons. Cette partie n'est pas une étude complète du problème et a uniquement la prétention de poser les bases d'une recherche plus poussée. Le fil conducteur est de voir si l'approche MD peut répondre aux caractéristiques des SIG 3D urbains.

### 5.5.1. Cohérence des données

Le problème de la cohérence des données en base de données géographiques est très important. On peut définir trois types de cohérence (UBEDA 1997, p. 45) : les cohérences structurelle, géométrique et topo-sémantique.

- La cohérence structurelle est l'adéquation entre les structures de données de stockage et le modèle conceptuel spatial de données. Des problèmes peuvent se présenter quand certaines propriétés géométriques ne peuvent pas être traduites directement au niveau informatique.
- La cohérence géométrique est l'adéquation entre le modèle conceptuel spatial et les modèles mathématiques et logiques du monde réel. Par exemple, si on utilise un modèle conceptuel de données spatiales qui définit un polygone comme une liste ordonnée de segments orientés sans imposer explicitement que les deux segments extrémités se rejoignent, on peut arriver à des problèmes de fermeture, c'est-à-dire d'enregistrer un polygone non fermé.
- La cohérence topo-sémantique est l'adéquation entre les relations spatiales entre les entités géographiques de la base et leur sémantique. Un exemple très simple est l'inclusion d'un polygone représentant un bâtiment dans un autre bâtiment. L'incohérence est dans ce cas clairement liée à la nature des objets représentés et non à leur géométrie ou à leur structure.

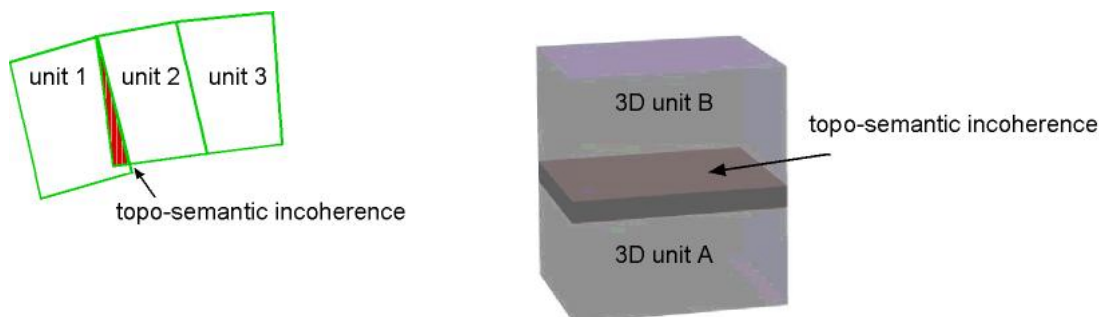
Dans notre analyse, nous écartons le problème de cohérence structurelle qui affecte surtout des structures peu « évoluées » (par exemple, le modèle spaghetti). La cohérence topo-sémantique est fortement liée au modèle de relations spatiales et la façon dont ses relations sont gérées dans le système. En effet, les erreurs d'incohérence topo-sémantique sont, comme leur nom l'indique, liées à la sémantique et aux interrelations topologiques entre objets. L'idée est que certaines relations topologiques ne peuvent pas exister entre des objets en fonction de leur sémantique. Par exemple deux parcelles cadastrales ne peuvent pas se superposer, deux enveloppes cadastrales ne peuvent pas partager une portion 3D d'espace (Figure 5.8). La cohérence topo-sémantique est vérifiée sur base de requêtes topologiques. Le principe est de faire une double recherche, sémantique et topologique, afin d'isoler les erreurs potentielles.

La cohérence topo-sémantique peut évidemment être étendue aux concepts du MD. Notre modèle proposant un affinement des relations topologiques, il est évident que ces nouvelles relations peuvent être mises en correspondance avec la sémantique des objets.

La cohérence géométrique pose un autre problème. Le MDDS et le MDSDS (comme le SSM d'ailleurs) n'imposent pas dans la structure toutes les vérifications concernant la fermeture des corps, la partition de l'espace à travers les faces orientées (enregistrements du corps droit et gauche d'une face orientée). Comparés à des modèles comme le TEN ou le 3D FDS, une série d'erreurs géométriques pourront se retrouver dans la base de données. Ceci est un des



désavantages d'utiliser une structure plus simple. Cependant, nous pensons que ce n'est pas un obstacle majeur à l'utilisation de ces modèles. En effet, la cohérence géométrique si elle n'est pas forcée dans la structure, peut tout du moins être vérifiée par requête spatiale sur les composants des objets. Il est tout à fait envisageable de vérifier que toutes les faces constitutives d'un corps sont jointives sans se recouvrir. La cohérence géométrique dans ce cas a le même statut que la cohérence topo-sémantique.



**Figure 5.8. Exemples d'incohérences topo-sémantiques dans le cas d'unités cadastrales**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA 2001, p.237)

## 5.5.2. Requêtes spatiales

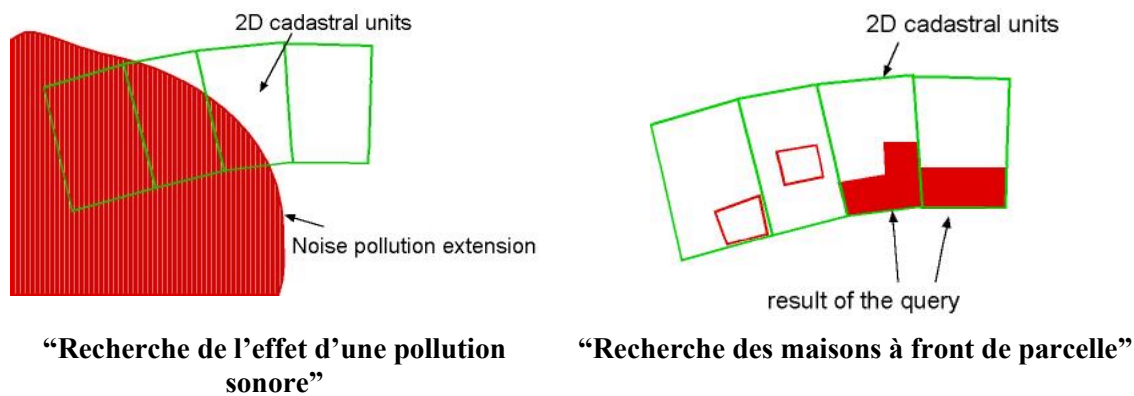
### *Relations dimensionnelles*

L'intérêt de telles relations a été largement discuté (cf. § 3.9.1) et n'est donc plus à démontrer. Par notre travail, nous apportons le cadre strict qui permet de les définir. Bien évidemment, le niveau de détails atteints doit être justifié, ceci dépend de l'application et des objets modélisés. De plus, le MD offre différents niveaux de complexité. Le choix est donc laissé à l'utilisateur de travailler avec des relations spatiales très simples ou très complexes.

Dans le cas de requêtes spatiales, ces différents niveaux de complexité permettent de décrire de façon simplifiée ou très précise les relations spatiales entre objets. Considérons l'impact d'une pollution sonore sur les unités cadastrales. Si la pollution sonore est représentée par un objet spatial 2D, la seule relation dimensionnelle intéressante serait R2D2. En effet, il n'est pas nécessaire d'affiner la relation spatiale aux niveaux des 1D et 0D éléments (Figure 5.9). Le but est de savoir si une unité cadastrale est affectée par la pollution sonore et pas de savoir exactement de quelle façon se fait la relation sur les bordures (via les sommets ou les cotés). De plus, l'objet « pollution » a une extension relativement floue qui ne justifie pas un grand niveau de précision.

*Cependant, des requêtes spatiales complexes peuvent être nécessaires quand tous les éléments dimensionnels jouent un rôle, par exemple, la recherche de tous les bâtiments qui se trouvent sur une parcelle et qui partagent au moins un côté complet avec cette parcelle. Cette requête peut être exprimée par R2D2 totale, R1D1 partielle et R0D0 partielle (Figure 5.9). Ce n'est que dans le cas de requêtes mettant en jeu plus de deux éléments dimensionnels que l'on dépasse le niveau de complexité des relations topologiques.*

Si les relations du MD sont retenues dans un système, l'adoption de la structure MDDS ou MDSDS facilitera évidemment la recherche de ces relations. Mais comme nous l'avons vu, d'autres structures supportent relativement bien les relations dimensionnelles.

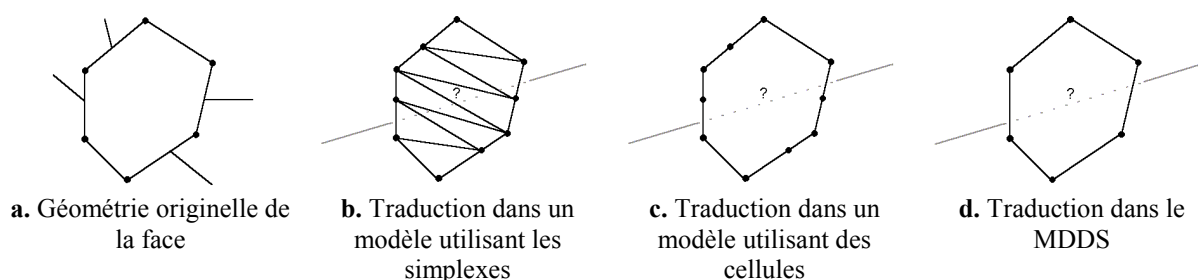


**Figure 5.9. Exemples de requêtes dimensionnelles en 2D**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA 2001, p.235)

Quelles soient topologiques ou dimensionnelles, les relations peuvent être déterminées soit par l'exploitation de l'information enregistrée explicitement dans la structure de données, soit par calcul métrique. Dans le premier cas, le MDDS contient toute l'information nécessaire à la détermination des relations spatiales<sup>80</sup>. Dans le deuxième cas, le MDDS peut présenter un avantage par rapport aux autres structures. En effet, chaque objet est défini par un nombre minimal d'éléments géométriques. Ceci réduit le nombre de tuples de coordonnées nécessaires à la détermination d'intersection par exemple.

En guise d'illustration, considérons le cas d'une face d'un hexagone, en contact avec d'autres objets géométriques (Figure 5.10) et intéressons-nous à la détermination de l'intersection potentielle de cette face avec une droite (requête très courante notamment dans des calculs de visibilité – lancé de rayon). Suivant un modèle de représentation en simplexes, cette face est composée de plusieurs triangles. En toute logique, tant que l'intersection n'est pas trouvée, on doit envisager l'intersection pour chaque triangle<sup>81</sup>, ce qui est assez coûteux en temps de calcul. Dans le cas d'une modélisation en cellules, l'algorithme de détermination de l'intersection se fera sur la face unique, mais l'ensemble des tuples correspondant aux nœuds seront utilisés. Finalement, avec un modèle type MDDS, seuls les 6 nœuds constitutifs (correspondant au 0D élément de la face) seront utilisés.



**Figure 5.10. Intersection entre une droite et une face dans différents modèles de données**

Il est difficile d'évaluer les gains et pertes de temps sans avoir réalisé de tests. Néanmoins, on peut s'attendre, dans ce cas, à une prédominance du MDDS.

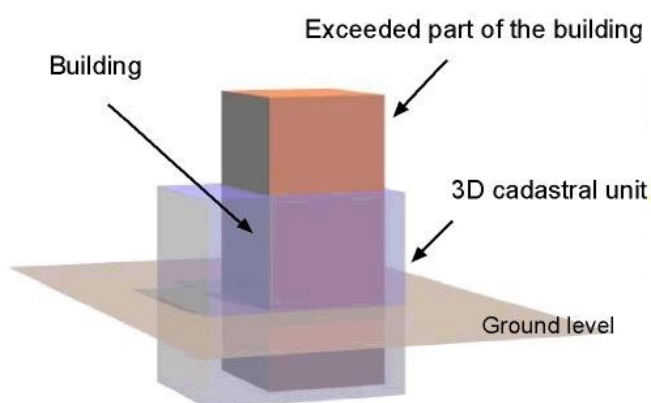
<sup>80</sup> Pour rappel, l'information topologique bien que non-optimisée, est présente entièrement dans le MDDS.

<sup>81</sup> Il est possible aussi de rechercher d'abord les nœuds constitutifs de la face pour ne pas devoir faire la recherche sur tous les triangles.

## Opérateurs dimensionnels

L'application d'un opérateur dimensionnel rend comme résultat un nouvel objet spatial sur base de critères dimensionnels. Comme dans le cas des relations dimensionnelles, l'application de tels opérateurs nécessite l'utilisation des concepts du MD.

*Considérons une requête spatiale contenant un prédicat et un opérateur* : recherche de tous les bâtiments qui dépassent la limite cadastrale et détermination des parties excédentaires. Ceci s'exprime par R3D3 partielle (exemple donné en 3D). La partie excédentaire peut être retrouvée en analysant les relations entre les éléments dimensionnels inférieurs (2D, 1D et 0D éléments). Comme pour les relations, les opérateurs dimensionnels se différencient réellement des opérateurs topologiques quand plus de deux éléments dimensionnels sont en jeu.



**Figure 5.11. Exemple de requêtes dimensionnelles en 3D**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA 2001, p.236)

L'intersection, l'union ou la différence d'objets est possible avec le MDDS. Néanmoins, on peut s'attendre à ce que ces opérations soient plus complexes qu'avec les autres modèles présentés. Prenons l'exemple de la Figure 5.11. Dans le MDDS, il n'y a pas de « prédécoupage » des corps en fonction de l'intersection. Autrement dit, il n'y a que deux corps repris dans la base de données et les parties communes ne sont enregistrées que via leurs nœuds constitutifs (dans la définition des objets ou dans la table des singularités). Le résultat d'opérations d'intersection, union ou différence nécessite la détermination des parties communes au moment de la requête.

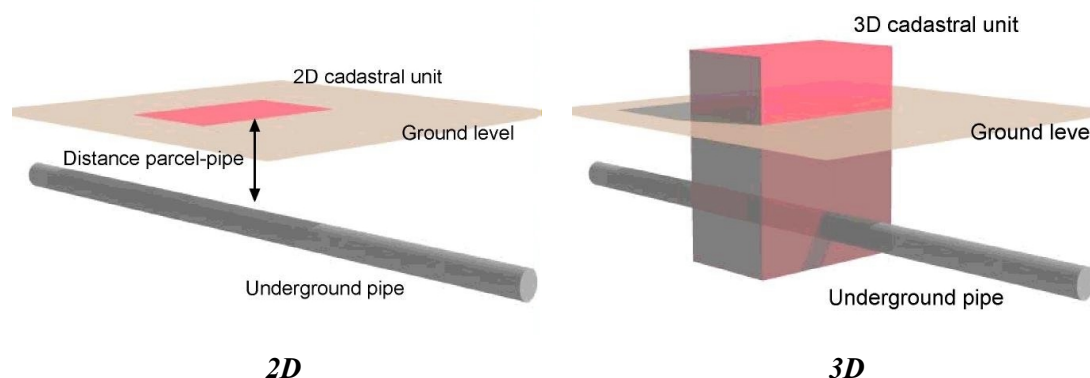
## Relations et opérateurs métriques

Le MD n'influence pas la recherche de relations métriques. Le MDDS permet de prendre en compte un nombre minimal d'information dans la résolution des requêtes comme cela a été exposé dans la partie relative aux relations dimensionnelles concernant la recherche d'une intersection entre objets (*cf.* Figure 5.10).

## Influence de la représentation des objets sur les requêtes spatiales

Avant de clore cette partie, il est important de faire un lien entre la définition des phénomènes étudiés et leur représentation avec les requêtes spatiales. Nous allons montrer que le type d'une requête spatiale peut dépendre du type d'objet considéré. Considérons l'exemple d'une requête assez commune en planification urbaine qui est de déterminer tous les propriétaires qui sont affectés par un phénomène géographique (canalisation, route, pollution sonore, etc.). La solution dans les SIG 2D est de sélectionner toutes les parcelles cadastrales qui sont intersectées ou touchées par le phénomène observé. La représentation 2D du phénomène (par exemple, une

route) est superposée à l'objet cadastral et la requête est : « Sélectionne tous les objets qui ont des parties communes » (joint spatial avec prédicat spatial). Ceci est une sélection de parcelles sur base d'un critère topologique. Quelle va être l'évolution d'une telle requête dans un modèle 3D ? Une solution pour étendre la notion en 3D est de garder le même type de définition, c'est-à-dire une parcelle cadastrale 2D. Ceci est possible si le modèle 3D supporte des objets de dimension inférieure<sup>82</sup> (objet 2D plongé dans un espace 3D). Supposons que l'on veuille exprimer le même type de relations pour des objets aériens ou souterrains. Il serait nécessaire de, soit 1) associer à l'unité cadastrale un attribut concernant la distance à d'autres objets, soit 2) calculer la distance entre les deux objets. Sans oublier qu'il est nécessaire de définir clairement la direction de ces distances. Dans le premier cas, un attribut supplémentaire est enregistré, dans le second cas, la requête spatiale nécessite un calcul métrique, donc ce ne sera plus une requête topologique. La Figure 5.12 montre l'exemple d'une parcelle cadastrale et d'une canalisation souterraine. La requête peut être formulée comme suit : « Est-ce que la canalisation est à une distance particulière de l'unité cadastrale 2D ? ». Une autre solution est de considérer une unité cadastrale 3D (représentée par exemple par un polyèdre). Dans ce cas, la requête devient : « Est-ce que la canalisation traverse (ou est incluse dans) l'unité cadastrale 3D ? ». Dans ce cas la requête spatiale est de même nature que la requête initiale en 2D, c'est-à-dire topologique.



**Figure 5.12. Influence du type d'objet spatial sur la nature d'une requête spatiale**

(Source : BILLEN & ZLATANOVA 2000, p.234)

### 5.5.3. Diffusion et maintenance

#### 5.5.3.1. Maintenance

Une des tâches essentielles d'un SIG est la mise à jour et la maintenance de données. Un SIG doit assurer la cohérence des données tout au long de la vie du système, en tenant compte des ajouts, retraits et évolutions des objets qu'il contient. Suivant le modèle MDDS, le retrait, l'ajout ou le déplacement d'un objet ne va pas entraîner de bouleversement majeur de la base de données. En effet, vu que la géométrie originelle des objets est privilégiée, toute modification dans l'environnement d'un objet ne va pas avoir de répercussion sur lui mis à part dans la table des singularités. Dans le cas de la suppression d'un corps dans le MDDS, il suffit de l'effacer

<sup>82</sup> Nous avons vu que certaines subdivisions de l'espace 3D ne permettent pas la gestion d'objets de dimension inférieure à celle de l'espace englobant. Cependant, les structures les plus courantes, dédiées aux données géographiques, supportent généralement des objets de plusieurs dimensions.

de la table *body* et de supprimer toutes les singularités qui lui sont associées. Ensuite il faut regarder si chacune de ses faces constitutives entrent ou non dans la définition d'un autre objet. Si c'est le cas, elles sont préservées, sinon, elles sont effacées de la table *face* (ainsi que les singularités qui leur sont associés). L'étape suivante consiste à regarder si les nœuds constitutifs des faces supprimées entre ou non dans la composition d'un autre objet. Si c'est le cas, ils sont maintenus, sinon ils sont supprimés de la table *node* et de la table des singularités. Aucune reconstruction d'objet n'est nécessaire, et aucune face ou nœud hérités d'un ancien objet ne surchargera la base de données.

#### 5.5.3.2. Diffusion

De plus en plus, les SIG évoluent vers des SIG partagés, c'est-à-dire des SIG communs à plusieurs utilisateurs et accessibles via une architecture client / serveur. Une fois la cohérence des données vérifiée, il n'est pas indispensable dans la plupart des cas de diffuser toute l'information « topologique » stockée dans la base de données aux utilisateurs. Avec le MDDS, on peut envisager ne diffuser que l'information relative aux objets, qui correspond à l'information minimale pour une visualisation ou une requête métrique, et ne pas diffuser l'information sur les singularités stockées dans une table distincte. Le volume de données diffusées est encore plus faible avec le MDSDS.

#### 5.5.4. Visualisation

La visualisation est une des clés des SIG 3D. Ce domaine est extrêmement vaste et il serait irréaliste de vouloir l'aborder en quelques lignes. De la représentation en fil de fer, à la réalité virtuelle, il existe une multitude de solutions plus ou moins élaborées qui permettent des rendus réalistes, image statique ou environnement dynamique, texturé ou non, etc. Nous nous limiterons à certains aspects mis en évidence par divers auteurs, et exposerons nos solutions.

Dans notre prototype, nous avons utilisé le VRML comme vecteur de visualisation de nos requêtes. Ce langage de modélisation est très répandu et est employé dans un grand nombre de développements géographiques. Dans une expérience antérieure (CHAMPAILLER, 2000), nous avons été confrontés à l'utilisation d'une librairie graphique, développée en C/C++, OpenGL. Cette librairie devient un véritable standard de fait. Mais nous avons opté pour le VRML pour une question de facilité et d'intégration dans l'équipe de travail, vu la grande expérience du docteur ZLATANOVA dans ce domaine. Nous renvoyons d'ailleurs à cet auteur pour une discussion très complète sur le sujet de la visualisation et plus précisément de l'emploi du VRML.

L'apport du MD en tant que tel est sans objet. C'est essentiellement au niveau des modèles de données spatiales développés que l'impact sur la visualisation doit être abordé.

Le MDSDS a été développé sur base du SSM et a gardé une de ses caractéristiques principales, la suppression de l'enregistrement des *arcs*. Le premier problème auquel on est confronté est l'extraction des informations nécessaires à la visualisation. La difficulté réside dans le fait que cette information se trouve dans le gestionnaire de base de données et qu'il n'existe pas de lien direct vers une visualisation. Donc, un des facteurs importants à prendre en compte est le temps nécessaire à cette extraction. C'est dans cette optique d'amélioration des performances que plusieurs solutions éliminant l'enregistrement explicite des arcs ont vu le jour. Le gain de temps

relatif à la diminution du parcours dans les tables (dans une approche relationnelle) est important<sup>83</sup>.

Le VRML permet d'utiliser des objets prédéfinis (type CSG) ou bien de travailler avec des faces constitutives. Vu la nature des objets urbains, il est peu vraisemblable de pouvoir utiliser couramment des objets géométriques prédéfinis. Le VRML accepte des faces définies par plus de trois nœuds. Cependant, comme la plupart des modeleurs 3D, le navigateur VRML opère une triangulation des faces. Certains auteurs avancent ceci comme argument pour n'employer que des faces triangulaires dans les modèles (le navigateur ne devant plus le faire s'il reçoit des faces triangulaires). Mais cette triangulation est loin d'être l'opération de rendu la plus coûteuse en temps de calcul. Par contre, un problème important réside dans les erreurs possibles dues à la concavité des faces. ZLATANOVA relève que les algorithmes ne sont pas exempts d'erreurs à ce sujet. C'est d'ailleurs une des raisons pour lesquelles elle impose des faces convexes et planes dans son modèle SSM. Un deuxième problème est la texturation des faces et objets. Les objets modélisés peuvent ne pas être texturés et tout de même jouir de caractéristiques visuelles intéressantes grâce aux couleurs, ombres, intensité, etc. Mais, dans une perspective de rendu réaliste, une texture proche de la réalité est préférée (même si c'est plus lourd en terme de stockage). Il existe deux types de texturation : - le *drapping* et le *mapping*. Le premier est le plus simple et consiste à appliquer sur une surface, un groupe de surfaces ou un objet, une image suivant une fonction préétablie. Cette technique est très utile pour « habiller » un terrain naturel par exemple. Le *mapping* quant à lui est plus fin, c'est-à-dire que l'on va associer à une face une image particulière. Soit on associe exactement l'image de la réalité à une face, soit une partie d'image qui va se répercuter sur toutes les faces.

Avec le SSM, il n'est pas possible d'assurer qu'un côté d'un bâtiment sera représenté que par une face. Le problème de la texturation a donc été réglé en définissant une surface sur base des faces constituant le côté. Dans le MDSDS, chaque face représente une « vraie » face. Donc, il n'y a pas besoin d'artifice, on peut leur appliquer de suite la texture.

### 5.5.5. MD dans la perspective SIG 3D

On peut tirer de cette première analyse une série d'enseignements.

- Les nouvelles relations spatiales que nous avons développées enrichissent l'analyse spatiale 3D.
- Le cadre de définition associé est suffisamment souple pour répondre aux divers niveaux de complexité des requêtes dans un SIG 3D.
- Ces relations sont supportées assez facilement par un grand nombre de modèles.
- Les modèles proposés (MDDS et MDSDS) sont évidemment les mieux adaptés à la recherche de ces relations.
- Le MDDS présente des avantages en terme de requêtes métriques et de certaines opérations spatiales (recherche d'intersections non enregistrées), de diffusion et de maintenance.
- Le MDDS est moins performant pour certaines opérations spatiales (recherche d'intersections préenregistrées), certaines requêtes topologiques et pour la cohérence des données.
- Le MDSDS, comme le SSM, présente des avantages en termes de visualisation.

---

<sup>83</sup> On peut estimer que le rapport de volume de données entre les faces, les arcs et les nœuds dans une surface triangulée est de 2/3/1. Donc la suppression de la table *arc* réduit fortement le volume de données (ZLATANOVA 2000a, p. 92)

Les SIG 3D urbains peuvent donc bénéficier de l'apport du MD. Quant aux modèles MDDS et MDSDS, ils apportent également une autre perception de la modélisation de l'information spatiale.

Nous terminons cette section par une citation dans laquelle notre démarche s'inscrit.

*"First theoretical approaches for 3D-GIS particularly deal with topological data models (...). Numerous research works tried to solve the problem of modeling and managing 3D-data (...). However, hitherto no drastic success could be achieved. The development of 3D-Geo-Information Systems still stands at the very beginning. All the same two directions in the development become already apparent: The first tries – starting from the visualization of three-dimensional geometries and originally coming from the CAD field – to stamp an efficient, interactive modeling and visualization component on the 3D-GIS (...). Against this, the second direction has the primary goal to develop a 3D-data model management and to couple it with 3D-modeling and visualization tools (...). This direction basically originates from the database side. A closer coupling of the two directions could lead to a new architecture for a 3D-GIS."* (BREUNIG 1996, p.5).

## **5.6. Autres propositions et perspectives de recherches**

Nous terminons ce travail en présentant l'étape qui doit logiquement suivre notre travail et ensuite nous abordons certaines pistes de recherches.

### **5.6.1. Test de performance du MDDS et MDSDS**

La réalisation du prototype a permis de montrer la faisabilité de l'implémentation du MDSDS. Les caractéristiques des deux modèles de données spatiales (MDDS et MDSDS) ont été présentées ainsi que leurs apports potentiels dans des SIG 3D urbains.

Cependant aucun test comparatif n'a été réalisé. La raison est que les programmes qui assurent la recherche des relations, l'extraction de la géométrie des objets et des intersections potentielles, et la visualisation ne sont pas optimisés. Il n'était donc pas possible de distinguer dans un test de performance la part due au modèle lui-même et celle due à la non-optimalisation des programmes.

L'amélioration des performances passe d'une part par une meilleure utilisation du langage de programmation et d'autre part par un meilleur ordonnancement des opérations algorithmiques. Il persiste en effet certaines opérations redondantes dans les programmes. Tant que ces problèmes techniques ne sont pas résolus, il sera très difficile de comparer les performances réelles de nos modèles par rapport aux autres solutions existantes.

### **5.6.2. Approche multidimensionnelle**

Les phénomènes géographiques sont de plus en plus considérés suivant une approche multidimensionnelle. La question de l'intégration du temps comme quatrième dimension a déjà été posée et plusieurs solutions existent. RAPER dans son ouvrage sur la science de l'information

géographique multidimensionnelle (RAPER 2000) dresse une liste des différentes structures spatio-temporelles envisageables pour la représentation des phénomènes géographiques. Cette classification se fait sur base de plusieurs critères :

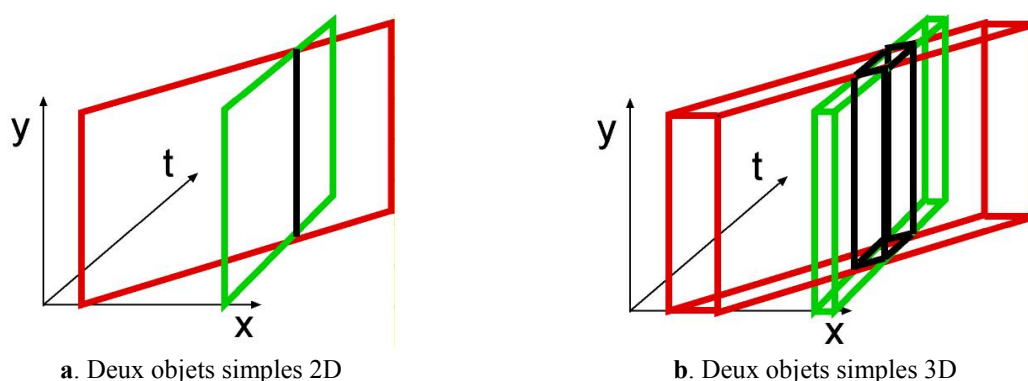
- le type de connexion entre le temps et l'espace : intégrée ou hybride ;
- la discrétisation : continue ou discrète ;
- le système de référence : absolu ou relatif.

En combinant ces critères, on obtient 7 types de structures spatio-temporelles<sup>84</sup>.

Le modèle dimensionnel est par essence multidimensionnel. Aucune restriction théorique n'existe pour son application à des dimensions supérieures (4, 5 ... n). Il est possible d'étendre la notion d'ordre à n'importe quelle dimension, vu qu'elle correspond à l'intersection d'hyperplans d'appuis. Un objet multidimensionnel peut donc être caractérisé par ses éléments dimensionnels. En se référant à la classification évoquée, notre modèle est plutôt du type 1, c'est-à-dire une structure intégrée discrète et absolue.

Les perspectives de recherches sont énormes. Il faut d'abord vérifier le bien fondé et l'intérêt d'une telle approche (de type 1). Le fait qu'il soit intégré, signifie grossièrement que l'espace et le temps peuvent être mesurés dans des unités proportionnelles (par exemple des secondes - lumière). L'interprétation des mesures et relations qui existent dans un tel modèle n'est pas aisée.

À titre illustratif, plaçons-nous dans un espace 3D (2D spatial + 1D temps). Les deux objets de la Figure 5.13.a sont, suivant le modèle dimensionnel, des objets simples 2D. Bien entendu, ces objets ne correspondent pas à notre perception habituelle d'un polygone. La situation peut être interprétée de la façon suivante. Au temps  $t=0$ , on se trouve face à deux objets simples 1D d'un point de vue géométrique classique (deux segments de droite). Le segment rouge se meut, et évolue vers des  $x$  croissants. L'intersection entre les deux objets peut s'interpréter comme la superposition complète des deux objets linéaires de base à un moment donné. Cet exemple est assez simple. Cela se complique déjà si on considère des objets 3D (Figure 5.13). Si on garde le même raisonnement, l'intersection correspond à un moment donné à l'occupation d'une même partie d'espace. Mais comment interpréter les relations R3D, R2D, R1D qui existent dans ce cas ?



**Figure 5.13. Exemples d'objets plongés dans un espace – temps intégré.**

Un autre aspect important d'une modélisation multidimensionnelle est l'impact du changement de dimension de l'espace sur les objets et les relations. Comment les éléments dimensionnels se comportent-ils ? Comment les relations dimensionnelles évoluent-elles ? Ces questions ne sont pas triviales. On peut déjà voir poindre des distinctions que l'on change de dimension par projections ou coupes.

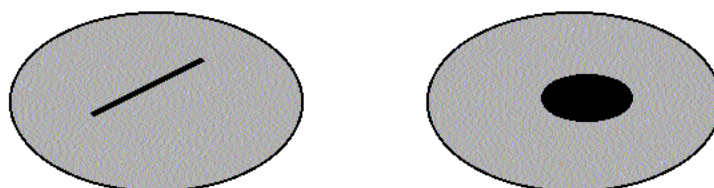
<sup>84</sup> Nous renvoyons le lecteur à la description complète (RAPER 2000, p. 128).



### 5.6.3. Intégration du MD dans un formalisme objet

La conception d'un SIG comporte plusieurs niveaux : - le niveau descriptif, conceptuel, organisationnel et logico-physique. Le formalisme CONGOO qui a été évoqué dans ce travail est « *un formalisme principalement dédié à la modélisation conceptuelle des données géographiques. [...] Il est développé pour la création de modèles sémantiques, lesquels sont destinés à concevoir des bases de données...* » (PANTAZIS & DONNAY 1996, p.213). Dans notre travail, nous avons tout d'abord posé des définitions formelles, strictement mathématiques et indépendantes de tous modèles de représentation. Ensuite, nous avons établi les liens entre cette approche théorique et des modèles de représentation des objets spatiaux. Bien que nous n'ayons pas explicitement fait référence à un niveau conceptuel, la plupart des concepts du MD peuvent être introduits à ce niveau. Le fait d'avoir défini nos objets spatiaux sur base des variétés topologiques en fait des objets spatiaux suffisamment généraux pour pouvoir être considérés à un niveau conceptuel. En ce qui concerne les relations dimensionnelles, elles peuvent, après adaptation, être utilisées dans un formalisme conceptuel comme CONGOO ou Geo-UML (BÉDARD 1999 ; BRODEUR *et al.* 2000).

Nous avons fait l'exercice d'intégrer au formalisme CONGOO<sup>85</sup> les relations dimensionnelles. Nous avons voulu garder le principe d'associer un nom à un type de relation spatiale. En effet, même s'il est envisageable d'utiliser telles quelles les relations dimensionnelles avec leur formalisation (R2D2-1, etc.), cela ne nous semble pas répondre à l'objectif de l'étape conceptuelle qui est de favoriser la compréhension de non initiés. À quelques différences près, les relations topologiques de CONGOO sont assez proches de nos relations dimensionnelles simplifiées. Pour s'en convaincre, on peut comparer les situations de la figure suivante.



**Figure 5.14. Situations spatiales entre un objet simple 2D et un objet simple 1D et entre deux objets simples 2D**

Suivant les relations topologiques du formalisme CONGOO, on aura :

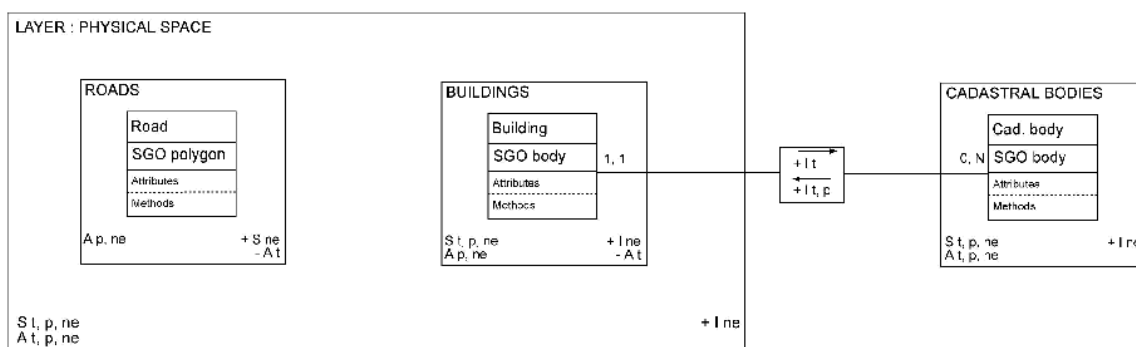
- une superposition partielle du polygone sur la ligne ;
- une superposition totale de la ligne sur le polygone ;
- une superposition partielle du polygone gris sur le polygone noir ;
- une superposition totale du polygone noir sur le polygone gris.

En terme de relations dimensionnelles simplifiées, on aura :

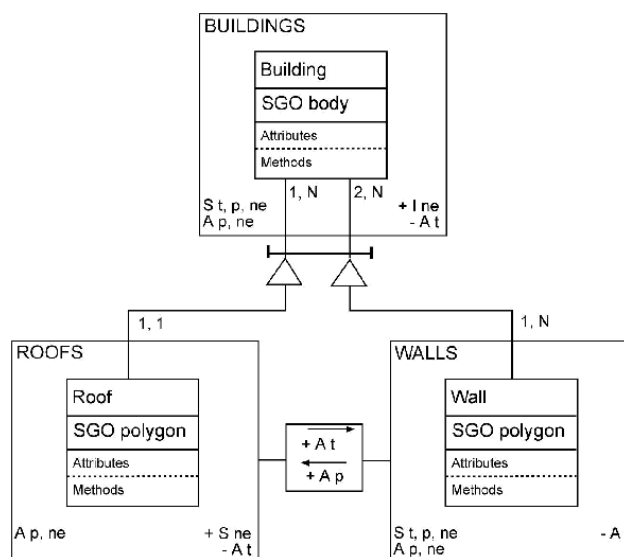
- R2D partielle entre le polygone et la ligne ;
- R1D totale entre la ligne et le polygone ;
- R2D partielle entre le polygone gris et le polygone noir ;
- R2D total entre le polygone noir et le polygone gris.

En associant à la relation simplifiée R3D le nom inclusion (*inclusion*), à R2D superposition (*superimposition*), à R1D voisinage (*adjacency*) et à R0D contact (*contact*), on peut imaginer créer des modèles conceptuels du « type » CONGOO. Des exemples sont présentés dans la Figure 5.15 et la Figure 5.16.

<sup>85</sup> Cette intégration peut théoriquement se faire dans n'importe quel formalisme conceptuel. Nous avons choisi CONGOO car nous le connaissons très bien, et qu'il correspond à notre vision objet.



**Figure 5.15. Exemple de MCD suivant le formalisme CONGOO intégrant des relations dimensionnelles – cas 1**



**Figure 5.16. Exemple de MCD suivant le formalisme CONGOO intégrant des relations dimensionnelles – cas 2**

#### 5.6.4. Approche hiérarchique

Prendre en compte une certaine hiérarchisation des objets spatiaux est une approche assez classique en géographie (CAR 1997, 1998). Le modèle hiérarchique présenté à la Figure 5.5 n'est qu'un exemple parmi de nombreux autres de ce type d'organisation des objets. Le caractère hiérarchique peut correspondre à une réalité sémantique, topo-sémantique ou spatiale.

Ce qui nous intéresse surtout dans cette approche hiérarchique des objets, c'est de voir comment elle peut influencer les relations spatiales entre ces objets et comment elle peut améliorer des traitements ou des opérations spatiales.

## *Relations spatiales*

Si on considère un modèle contenant un grand nombre d'objets, il peut vite devenir fastidieux de déterminer et de vérifier les relations spatiales entre chaque couple d'objets. Nous partons de l'idée que les relations spatiales peuvent être associées à un niveau hiérarchique donné. Les relations existantes entre des objets de niveaux hiérarchiques différents pouvant être déduites des relations entre objets de même niveau et entre objets hiérarchiquement liés. Cette perspective ouvre des possibilités importantes notamment dans la gestion de la cohérence.

## *Généralisation sémantique*

La division hiérarchique des objets du modèle peut amener une nouvelle gestion des niveaux de détails. Un des problèmes importants de la visualisation est la détermination du niveau de détail des objets (*level of detail – LOD*). C'est en fait un problème de généralisation, assez complexe dans le cadre de systèmes tridimensionnels vu que différents niveaux de détails coexistent dans une même scène. En effet, la distance du point de vue aux objets n'est pas obligatoirement constante. Habituellement, les différents LOD d'un objet sont prédéterminés et stockés dans la base. Ceci permet de ne pas devoir les calculer au moment de la visualisation (ce qui peut devenir très difficile si on évolue dynamiquement dans le modèle). L'idée que nous aimerions développer est, si différents niveaux hiérarchiques sont présents dans le modèle, de combiner une généralisation sémantique basée sur la hiérarchie avec cette généralisation géométrique (LOD). Par exemple, au-delà d'une certaine distance, passer de la représentation des bâtiments à la représentation d'un îlot urbain ou dans l'autre sens, passer d'un bâtiment à ses composants comme les murs, les étages, etc. Ce type de prise en compte de la distance du point de vue à l'objet existe déjà. L'exemple le plus courant est la substitution du modèle géographique par un modèle CAD dans le cas de bâtiment remarquable (VERBREE *et al.* 1999), ou bien l'apparition de texture qu'en deçà d'une certaine distance (ZLATANOVA 2000a).

## *Indexation « spatiale »*

Une dernière application du concept hiérarchique que nous aimerions développer, est d'offrir un index permettant un accès plus rapide aux données. L'indexation spatiale consiste à offrir un accès aux données suivant une certaine structuration spatiale (R-tree, quadtree, etc.). Dans certains cas, nous pensons que les objets « hiérarchiquement supérieurs » peuvent jouer un rôle de structuration des objets « inférieurs ». Le caractère spatial de ces objets couplé à leur sémantique peut apporter des améliorations dans la résolution de certaines requêtes. Dans une requête de visibilité mettant en jeu les bâtiments (par exemple, rechercher tous les bâtiments visibles d'un point donné), il est possible d'améliorer la performance de la recherche en effectuant une première sélection au niveau des îlots visibles. Et ensuite appliquer la requête à une série de bâtiments candidats.

## 6. CONCLUSIONS

La prise en compte d'un nouvel espace englobant, l'espace affine, dans la définition des objets spatiaux et de leurs relations, a permis de définir une composition des objets et une catégorie de relations spatiales. Cette nouvelle perception de la spatialité des objets et de leurs relations se traduit par le développement de deux modèles de données spatiales et d'un modèle de relations spatiales. Ces développements, bien qu'indépendants de la dimension, prennent toute leur signification en 3D.

### 6.1. Synthèse

Après avoir introduit le contexte général dans lequel notre recherche s'inscrit, nous avons abordé plusieurs notions fondamentales et précisé nos orientations. L'information géographique ou spatiale a été placée au centre de nos préoccupations. *L'information spatiale est l'information que l'on peut obtenir sur base de la description géométrique des phénomènes spatiaux, de leur localisation et de leurs interrelations spatiales.* Le travail entrepris a essentiellement concerné des phénomènes discrets modélisés suivant une approche objet. Un domaine d'application privilégié a été retenu : le milieu urbain. Les besoins en données 3D et en traitements 3D du milieu urbain sont importants et relativement bien connus. De plus, ce milieu est caractérisé par de nombreux phénomènes géographiques discrets, à des échelles d'application qui correspondent à la prise en compte de la troisième dimension.

L'idée maîtresse de la recherche est l'étude des effets d'une nouvelle perception de la spatialité des objets et de leurs relations. Les objectifs suivants nous ont guidé :

8. *Étudier et formaliser certaines caractéristiques affines des objets et de leurs relations.*
9. *Définir de nouvelles catégories de relations spatiales sur base de ces nouveaux concepts.*
10. *Définir un modèle de données spatiales intégrant les développements précédents (1 et 2).*
11. *Intégrer les nouvelles catégories de relations spatiales (2) dans des modèles de données spatiales.*
12. *Implémenter le modèle de données spatiales (3) et développer des opérateurs permettant l'extraction des nouvelles relations (2).*
13. *Prendre en compte une problématique SIG 3D urbain dans le développement du prototype.*
14. *Poser le problème de la définition conceptuelle des objets géographiques 3D urbains et celui de leurs traitements.*

Le **chapitre 2** présentait un état de l'art sur la modélisation de l'information spatiale tridimensionnelle. Les principales familles de modèles de données 3D ont été présentées : - par balayage ; - volumiques (descriptifs et constructifs) ; - par frontières. Suivant une série de critères établis, c'est la famille des représentations par frontières qui a été retenue comme la plus appropriée pour les objets tridimensionnels géographiques (urbains). Des modèles significatifs relevant de cette famille ont été présentés : - le TEN ; - le 3D FDS ; - le e-complexe ; - le SSM ; -

le modèle topologique de DE LA LOSA ; - les modèles cellule-tuples. Malgré de nombreuses différences, tous ces modèles incorporent la plupart des concepts de l'approche *single-valued*, dont la caractéristique principale est l'occupation d'une portion de l'espace par une seule primitive géométrique de dimension donnée. Notre réflexion nous amène à affirmer que la plupart de ces modèles tendent à déroger partiellement à certaines des règles de cette approche, notamment par la prise en compte de singularités. Celles-ci traduisent le fait que des primitives géométriques de dimension inférieure peuvent se trouver dans une primitive de dimension supérieure (par exemple, un arc peut être compris dans une face sans entrer dans la composition géométrique de la face et sans imposer un découpage de celle-ci). Ces modèles sont qualifiés de topologiques car ils intègrent des notions d'adjacence et de voisinage entre objets ou primitives modélisés. En combinant ces notions à des concepts relevant de la théorie des graphes, ces modèles assurent une certaine cohérence des données qu'ils contiennent, et une amélioration des processus de recherches des relations spatiales entre les objets. Nous terminons cette étude en remarquant que la prise en compte de singularités tend à un abandon de l'approche *single-valued*, et que le changement de référentiel (3D) amène à prendre en compte de nouveaux traitements (notamment la visualisation). L'approche *single-valued* et les modèles topologiques (package additif au modèles géométriques) sont moins pertinents face à ces nouveaux traitements.

Les relations spatiales sont présentées suivant une classification en relations métriques, ordinales et topologiques. Notre attention s'est principalement portée sur les relations topologiques. Trois modèles ont été présentés : - le modèle des 9 intersections (9-i) ; - le modèle DEM / CBM ; - le modèle RCC. Le modèle des 9-i est le premier à définir des relations spatiales sur base des primitives topologiques des objets. Il est associé à un modèle de représentation de type complexe cellulaire (les objets sont représentés par des complexes de cellules dimensionnelles). Le modèle DEM / CBM propose un certain affinement des relations topologiques du modèle des 9-i. Mais c'est surtout par rapport à l'algèbre définie pour ses relations que ce modèle est intéressant. Le modèle RCC permet de définir les mêmes relations que le modèle des 9-i mais suivant un autre principe, basé sur la notion de connexions entre régions. Le passage à un espace de représentation 3D met en évidence une certaine limite dans la description des relations topologiques. Dès lors, les bases de la recherche sont jetées, l'objectif étant de considérer non plus un espace topologique pour caractériser les relations spatiales mais un espace affine.

Dans le **chapitre 3** le modèle dimensionnel (MD) est formellement introduit. Ce modèle définit les objets spatiaux sur base de critères de convexité. Le principe de base est la notion d'ordre, définie pour les objets convexes. L'ordre d'un point d'un objet convexe est la dimension de l'intersection des hyperplans d'appuis de cet objet au point considéré. En regroupant les points d'un objet sur base de leur ordre, on aboutit à une nouvelle perception des éléments constitutifs de l'objet. Les objets spatiaux du MD sont divisés en objets simples et en objets complexes. Les objets simples sont des variétés topologiques. Une  $n$ -variété topologique est un sous-espace qui localement se comporte comme un espace topologique de dimension  $n$ . Ces objets correspondent relativement bien aux points, lignes, régions et corps définis dans les modèles topologiques basés sur des complexes cellulaires. La notion d'ordre d'un point d'un convexe a été étendue aux variétés topologiques. L'ordre d'un point d'une variété est obtenu en considérant localement l'intersection entre une boule fermée et la variété, puis en considérant son enveloppe convexe, et enfin en déterminant l'ordre du point dans le convexe ainsi formé. Les objets complexes sont des assemblages d'objets simples. Ils ne correspondent pas à des variétés topologiques et l'ordre de leurs points ne peut être déterminé directement. Dès lors, nous avons recherché les ordres dans les objets simples constitutifs et les avons regroupé suivant certaines règles.

Les objets spatiaux sont ainsi composés d'éléments regroupant les points suivant leur ordre : les éléments dimensionnels. Par définition, un objet spatial comprend au moins un élément

dimensionnel. Ces éléments dimensionnels présentent une extension et une limite. Par exemple, l'extension d'un élément dimensionnel d'ordre 2 d'un objet est l'ensemble des points de cet objet qui ont un ordre 2, alors que sa limite est l'ensemble des points d'ordre 1 et 0. La prise en compte de ces éléments a permis un nouveau mode de description des objets spatiaux. À ce stade, une nouvelle catégorie de relations spatiales est proposée : les relations dimensionnelles. Ce sont les relations qui existent entre les éléments dimensionnels de différents objets. Ces relations peuvent être : totales, partielles ou nulles, en fonction des parties d'extensions en jeu dans l'intersection entre éléments dimensionnels. Trois catégories de relations dimensionnelles sont définies. Les basiques tiennent compte de la dimension des éléments dimensionnels en jeu et du type de relation. Les étendues tiennent compte en plus de la dimension de l'intersection potentielle. Les simplifiées sont une généralisation des basiques, un élément dimensionnel étant considéré par rapport l'ensemble des éléments dimensionnels de l'autre objet.

Le MD offre donc un nouveau cadre de description des relations spatiales puisqu'une situation spatiale entre deux objets peut être exprimée en termes de relations dimensionnelles. Celles-ci peuvent être vues en première approche comme un affinement des relations topologiques. Le modèle dimensionnel se distingue également par la possibilité d'envisager plusieurs niveaux de complexité dans l'analyse des relations, grâce à l'existence des différentes catégories de relations et le choix dans la sélection des éléments dimensionnels. Cette dernière est à mettre en relation avec la pertinence d'un point de vue géographique des éléments dimensionnels des objets. Dans la description d'un phénomène géographique donné, tous les éléments dimensionnels associés à l'objet n'ont pas nécessairement de signification géographique. Par exemple, si l'extension d'une zone de nuisance sonore est représentée par un polygone, les sommets de ce polygone n'ont pas de signification géographique remarquable à celle des cotés. Dans cet exemple, la prise en compte de l'élément 0D dans la détermination des relations spatiales n'a pas véritablement d'intérêt. Les différents niveaux de complexité font du modèle dimensionnel un cadre très flexible pour la détermination des relations spatiales.

Toutes les relations dimensionnelles existantes dans  $R^3$  sont décrites ainsi que toutes les relations possibles entre objets simples de différentes dimensions. Cette description exhaustive permet de réaliser une comparaison complète avec les relations topologiques. La comparaison détaillée avec le modèle des 9-i est finalement présentée.

Le **chapitre 4** envisage l'implémentation des concepts du MD dans des modèles de données spatiales. Les modèles existants retenus sont le TEN et le 3D FDS. Ces modèles nous permettent de retrouver les relations dimensionnelles entre objets. La démarche a consisté à retrouver les éléments dimensionnels des objets en utilisant au maximum l'information contenue explicitement dans les modèles. Cette intégration reste aisée si les informations métriques sont utilisées dans certains cas. Ce constat nous permet d'envisager des relations dimensionnelles sans pour autant modifier les modèles de données actuels.

Ensuite, on définit un nouveau modèle répondant mieux aux concepts du MD : le modèle dimensionnel de données spatiales (MDDS). Celui-ci reprend les mêmes éléments que certains modèles topologiques associés aux modèles de représentation par frontière, à savoir le nœud, l'arc, la face et le corps. Afin de simplifier le problème, les arcs sont obligatoirement des segments de droites, les faces doivent être planes et non trouées et les corps ne peuvent pas avoir de cavité. En plus d'associer à ces éléments une dimension topologique particulière (0D, 1D, 2D et 3D), on impose aussi l'association d'un ordre 0, 1 et 2 et 3, afin de répondre aux critères de convexité du MD. C'est-à-dire que les nœuds constitutifs d'un objet ont obligatoirement un ordre 0 dans cet objet, leur regroupement correspondant exactement au 0D élément de l'objet. L'ensemble des arcs doit donner le 1D élément, l'ensemble des faces le 2D élément, le corps, lui,

correspond au 3D élément. Toute rencontre entre objets ne mettant pas en jeu uniquement des primitives constitutives entraînent la création de singularités. Il ne s'agit pas de modifier la géométrie originelle des objets, mais plutôt d'enregistrer l'information concernant les intersections potentielles dans une relation. Le chevauchement de primitives géométriques de même dimension est possible. Les relations peuvent être retrouvées par des algorithmes plus ou moins complexes en fonction de la relation recherchée et de la présence d'objets non convexes. Grâce à ses caractéristiques, le MDDS permet de retrouver facilement, sans calcul métrique les relations dimensionnelles. Il offre aussi une structuration des données moins lourde que les modèles topologiques, tout en contenant la même information topologique. L'inconvénient réside dans une recherche plus difficile des relations topologiques et du contrôle de la cohérence des données. L'approche développée est en rupture avec l'approche *single-valued*, mais peut être vue comme un prolongement de la logique d'intégration des singularités dans les modèles existants.

En intégrant à ce modèle des concepts du *Simplified Spatial Model* (SSM), on définit le modèle dimensionnel simplifié de données spatiales (MDSDS). Cette simplification du modèle répond à la volonté d'offrir une solution plus proche des préoccupations de visualisation des données 3D. Elle consiste notamment à la suppression de l'enregistrement explicite des arcs dans le modèle. Ce MDSDS fait l'objet d'une implémentation pratique restreinte au cas des objets convexes. Un prototype SIG 3D a été développé. Le MDSDS a été traduit en table relationnelle dans le système de gestion de base de données Oracle 9i et la recherche des relations dimensionnelles s'effectue grâce à des programmes développés avec le langage évolué PL/SQL. Un module d'extraction de la géométrie des objets et des intersections potentielles a également été développé. Il permet, via un programme de traduction réalisé dans le langage JAVA, de créer des fichiers VRML. Les résultats des requêtes spatiales sont ainsi visualisables par un navigateur VRML.

Dans le **chapitre 5**, nous avons évalué les apports de l'approche dimensionnelle dans les SIG 3D urbains. Ensuite, le problème de l'identification des objets 3D constituant le milieu urbain a été abordé. Les objets couramment cités sont les bâtiments, la végétation et la surface du sol. Ceux-ci correspondent à une des catégories d'objets retenues, les objets topographiques. Mais d'autres catégories existent. L'utilisation d'objets fictifs en 3D, tels des objets cadastraux, a été envisagée. Le problème reste conceptuel. Les limites techniques étant levées, il est possible de profiter pleinement du nouveau mode de représentation qu'est le 3D, mais une évolution conceptuelle doit accompagner cette évolution technique. Les relations et les opérateurs dimensionnels ont été intégrés aux opérations spatiales définies dans les SIG.

Ensuite, les apports du MD, du MDDS et du MDSDS ont été étudiés en fonction de certains critères importants en base de données spatiales : - la cohérence des données ; - la résolution des requêtes spatiales ; - la maintenance et la mise à jour de la base de données ; - la diffusion des données ; - la visualisation. Cette étude a montré que la prise en compte des relations dimensionnelles est importante dans les systèmes qui nécessitent un grand niveau de discernement des relations spatiales. Leurs implémentations pouvant se faire dans des modèles existants ou dans le MDDS, il n'y a pas de véritable frein à leur utilisation. L'emploi du MDDS se justifie évidemment pour la gestion optimale des relations dimensionnelles. Mais, il présente d'autres avantages comme la mise à jour, la résolution de certaines requêtes, la diffusion des données, liés à la gestion séparée des singularités et de la géométrie originelle des objets. Par contre, il est moins performant en ce qui concerne la cohérence et la résolution des requêtes topologiques. Le MDSDS quant à lui présente des avantages importants en ce qui concerne la visualisation des données (les mêmes que le SSM). La recherche des relations spatiales est un peu plus complexe que dans le MDDS puisque les arcs ne sont pas enregistrés. En résumé, les concepts du MD, essentiellement les relations dimensionnelles, apportent aux SIG 3D urbain la

possibilité de gérer les relations spatiales à différents niveaux de complexité. Le MDDS et le MDSDS, outre leur adaptation à la recherche des relations dimensionnelles, répondent plus efficacement que les modèles topologiques à certains traitements et préoccupations 3D. Ils restent toutefois moins efficaces dans d'autres domaines (par exemple, la cohérence des données). Ils correspondent à un nouveau couplage des préoccupations topologiques issues des SIG 2D et des préoccupations géométriques de la CAO.

Finalement, d'autres pistes de recherches et de développements futurs sont évoquées. Afin d'assurer la pérennité des modèles de données spatiales développés, il faudra réaliser des tests de performances par rapport à certains traitements. Ces tests ne seront valables qu'après optimisation des structures de données et surtout des opérateurs dimensionnels. Une étude plus approfondie de l'utilisation du MD dans une problématique multidimensionnelle (vers le 2D et vers le 4D) est nécessaire si l'on veut intégrer le temps dans la modélisation. L'emploi des relations dimensionnelles dans les formalismes conceptuels peut être envisagé pour rendre compte des relations spatiales. Le dernier point abordé concerne l'utilisation de concepts hiérarchiques dans les SIG 3D en vue d'améliorer la gestion des objets, des relations ainsi que de certaines requêtes.

## 6.2. Résultats

L'originalité du travail a été de considérer, dans la spécification des objets spatiaux, l'espace affine comme espace englobant supplémentaire aux espaces euclidien, métrique, topologique et à l'espace géométrique basé sur les ensembles.

Aux objets spatiaux nous avons associés des éléments, les éléments dimensionnels, qui rendent compte de la convexité des objets. Ils sont à l'espace affine ce que les primitives topologiques sont à l'espace topologique. Cette nouvelle perception des objets a permis d'une part un nouveau modèle de représentation des objets (ou modèle de données spatiales), et d'autre part un nouveau modèle de relations spatiales.

Le modèle de relations est sans aucun doute un résultat significatif de la recherche car il est construit sur des bases mathématiques très stables qui lui assurent une traduction aisée vers les modèles de données. Il propose surtout une solution à une préoccupation de la recherche en sciences de l'information géographique : l'affinement des relations topologiques. Ces dernières jouent un rôle essentiel dans la description des relations spatiales. Elles permettent de regrouper une infinité de relations en un ensemble fini de catégories. Ces catégories regroupent des relations ayant le même comportement topologique. Il en est de même avec les relations dimensionnelles. Les groupements réalisés contiennent des relations ayant le même comportement dimensionnel (ou affine). Grâce à l'utilisation de critères de convexité, on différencie davantage les relations. Ce grand niveau de détail est particulièrement important lorsque la dimension des objets considérés augmente. En 2D, la différence existe déjà, mais c'est surtout en 3D qu'elle prend tout son intérêt. Pour s'en convaincre, considérons un cube. On arrive à discerner les relations qui concernent les faces, les arêtes ou les sommets, alors que topologiquement, ces trois éléments sont regroupés dans la frontière du cube.

Ces relations étant définies comme caractéristiques intrinsèques des objets, elles sont indépendantes du mode de représentation. Dans l'exemple du cube, les relations sont différenciées non pas en fonction des éléments géométriques constitutifs du cube (faces, arêtes, sommets) mais en fonction des éléments dimensionnels (qui correspondent à l'ensemble des faces, l'ensemble des arêtes, l'ensemble des sommets). Cette distinction est fondamentale quand



on considère des modèles basés sur des simplexes ou sur des cellules dimensionnelles. La dimension topologique d'une cellule dimensionnelle n'est pas équivalente à l'ordre de ses points constitutifs. En d'autres termes, l'ensemble des 2-cellules d'un objet ne correspond pas automatiquement au 2D élément de l'objet. Ceci suit la logique des cellules définies dans un espace topologique qui par définition ne tient pas compte de la convexité.

Un autre résultat important est la mise en place d'un cadre très souple pour la détermination des relations spatiales. En effet, les différents niveaux de complexité proposés permettent de considérer des situations spatiales très simples à très complexes. Les relations topologiques correspondent exactement à un niveau de complexité donné.

Le modèle de représentation des objets représente lui aussi une avancée importante de la recherche. Mais contrairement au modèle de relations, son utilisation est sujette à discussion. La raison en est simple. Le modèle de relations apporte un discernement attendu par la communauté scientifique, bien distinct des modèles de relations topologiques. Les relations topologiques ne sont pas remises en cause (ni les relations métriques ou ordinales), il apporte seulement une perception supplémentaire. Par contre, le MDDS n'est pas un supplément aux modèles de données existants, mais il modifie profondément les habitudes de modélisation (des concepteurs de bases de données géographiques). Dans un premier temps, ces changements sont motivés par une meilleure adéquation avec les relations dimensionnelles. Le MDDS est le seul à permettre la recherche des relations dimensionnelles sans utiliser l'information métrique contenue dans le modèle. Mais cette motivation n'est pas la seule. L'adoption des concepts dimensionnels n'implique plus l'intégration de l'intersection entre primitives géométriques dans leur description propre. Le chevauchement entre primitives de même dimension est permis. Par exemple, l'intersection de deux segments en un point n'implique plus la division des deux segments en quatre segments concourant en ce point. Dans le MDDS, le point d'intersection deviendra un nœud qui n'entrera dans la définition d'un segment que s'il correspond à un point d'ordre 0 (point de brisure) de ce segment. Sinon, il sera considéré comme une singularité des deux segments. Dans les modèles 3D existants, des singularités ont vite été établies pour faire face à l'inadéquation de l'approche *single-valued* à la géométrie 3D (volume de données trop important). Mais des singularités entre primitives de même dimension n'avaient jamais été admises jusqu'ici. Le MDDS peut donc être vu comme la suite logique de l'intégration des singularités dans les modèles de données. Cependant, il ne permet plus de combiner des notions de graphe et de topologie (adjacence et voisinage), même si ces dernières restent partiellement présentes dans le modèle (au travers des singularités et des primitives des objets). Le MDDS comprend une partie géométrique réduite à une taille minimale (seuls les changements de convexité sont repris) et une partie « singularité » contenant l'information sur les intersections. Cela présente des avantages pour la visualisation, les traitements géométriques et spatiaux, mais aussi des désavantages dans le maintien permanent de la cohérence topologique, et la résolution des requêtes topologiques. À nos yeux, il correspond au nouveau couplage attendu par certains scientifiques des modèles topologiques issus du monde des SIG et des modèles métriques du monde de la CAO.

Nous venons de répondre à nos objectifs principaux. La nouvelle perception de la spatialité des objets et des relations a permis de développer une modélisation tridimensionnelle de l'information spatiale.

Les objectifs secondaires ont aussi été rencontrés.

Même si la recherche des relations dimensionnelles est plus aisée à travers le MDDS, il nous apparaissait utile, vu la discussion qui vient d'être faite, de s'assurer de la possibilité d'intégrer la recherche de ces relations dans certains modèles existants. En réalité, le problème est trivial, car

l'information géométrique contenue au niveau des nœuds dans les différents modèles retenus permet théoriquement de retrouver toutes les relations spatiales. Cependant, le résultat est très satisfaisant car l'utilisation de l'information métrique est réduite au minimum. Il ne semble donc pas y avoir de limite à l'utilisation des relations dimensionnelles dans ces modèles. Toutefois, nous n'avons pas réalisé d'implémentation pratique.

La réalisation pratique significative de la recherche est sans conteste le développement du prototype SIG 3D. Dans celui-ci, nous avons implémenter le modèle MDSDS. Ce modèle, combinaison du MDDS et du SSM, favorise les opérations de visualisation. Dans le prototype, on a implémenté le MDSDS avec une restriction supplémentaire concernant la convexité des faces et des corps. Les différents programmes réalisés permettent de retrouver les relations dimensionnelles entre objets à partir des tables relationnelles créées dans le SGBD Oracle 9i. L'intérêt de ce SGBD est la possibilité de liens et de traduction vers certains types spatiaux et fonctions préétablies de son module spatial.

Le dernier résultat de l'étude est d'ordre conceptuel. Il s'agit de la prise en compte d'objets géographiques 3D topographiques et fictifs, qui ne sont habituellement pas définis ou uniquement en 2D. La définition de nouveaux objets amène une autre perception des milieux géographiques modélisés. Cette vision ne doit pas être sous estimée. Elle est à nos yeux le cap le plus important à franchir pour voir l'émergence de systèmes multidimensionnels, les contraintes techniques ne représentant presque plus d'obstacle. C'est là aussi le résultat de la nouvelle perception de la spatialité qui a motivé toute notre étude.

Ce travail a répondu à des questions fondamentales en Science de l'information géographique. Les résultats obtenus sont significatifs. Après une nécessaire confrontation pratique des développements, il sera possible de mesurer leur impact sur la modélisation et la structuration de l'information spatiale.

### 6.3. Développements futurs

Aspects théoriques du MD :

- Les conditions négatives qui ont permis de déterminer les relations possibles entre objets dans  $\mathbf{R}^3$  doivent être décrites formellement.
- Certains concepts doivent être investigués. Par exemple les objets à limite continue ou discontinue, le comportement de la formule de détermination de l'ordre au point d'inflexion, etc.
- L'évolution des relations à travers les différentes dimensions n'a pas été abordée. Ceci présente un intérêt si l'on veut gérer des modèles permettant des projections ou des plongements dans différentes dimensions.
- L'intégration du temps dans le MD doit être envisagée. Même si le modèle est multidimensionnel par essence, l'interprétation des éléments et des relations supérieurs à la dimension 3 n'est pas triviale.

Aspects pratiques du MD :

- L'ordre optimal de recherche des relations dimensionnels entre objets doit être fixé. Le but est de déterminer la succession optimale de relations qui minimise le temps global de l'ensemble des recherches.

- L'implantation pratique de la recherche des relations spatiales dans des modèles de données existants doit être réalisée.

Le MDDS et le MDSDS :

- Une formalisation plus poussée des deux modèles est indispensable pour permettre l'extension à des objets complexes.
- Il est nécessaire d'établir les algorithmes de détection des relations dimensionnelles dans les objets non convexes.
- Les programmes permettant l'extraction des relations dimensionnelles doivent être optimisés.
- Des tests de performances doivent être réalisés afin de fixer les avantages et les inconvénients des modèles par rapport à d'autres modèles de données.

SIG 3D urbains :

- Il faudra prendre en compte les concepts hiérarchiques dans l'organisation des objets et des relations dans le modèle. Il sera important de vérifier qu'une telle structuration permet d'améliorer les performances des requêtes spatiales (index spatial) ainsi que son impact sur la généralisation sémantique dans les scènes 3D.
- L'impact de l'adoption du MDDS (ou du MDSDS) sur les méthodes d'acquisitions de données doit être étudié. Il est nécessaire de voir comment arriver à la structure attendue et envisager l'utilisation de méthodes automatiques ou semi-automatiques.
- Le prototype doit être amélioré afin de répondre aux fonctions attendues des SIG 3D.
- Les liens vers d'autres modeleurs 3D doivent être établis pour compléter l'aspect visualisation notamment dans une optique de gestion en temps réel.
- La perception conceptuelle de l'espace urbain en tenant compte de tous les objets spatiaux doit être proposée dans les divers domaines d'applications urbaines.

La constatation suivante va clore notre travail. À l'heure où la science de l'information géographique redéfinit ses concepts, notre nouvelle perception de la spatialité des objets et de leurs relations ouvre des perspectives de développements pour les SIG multidimensionnels.

# BIBLIOGRAPHIE GÉNÉRALE

- ALEXANDROV P. 1998. *Combanitorial topology*, volume 1, 2 et 3. Mineola (NY) : Dover Publications Inc.
- ANSALDI S., DE FLIORIANI L. & FALCIDIENO B. 1985. Geometric modeling of solid objects by using a face adjacency graph representation, *Computer Graphics*, **19**(3), pp. 131-139.
- BARLES S. & GUILLERME A. 1995. *L'urbanisme souterrain*, collection que sais-je, Paris : PUF.
- BAILLY A., FERRAS R. & PUMAIN D. (sous la direction de) 1992. *Encyclopédie de géographie*. Paris : Economica.
- BÉDARD Y. 1999. Visual modelling of spatial databases: towards spatial PVL and UML, *Geomatica*, **53**(2), pp. 169-186.
- BERGER M. 1978. *Géométrie 3 : convexes et polytopes, polyèdres réguliers, aires et volumes*. Paris : Cedic/Fernand Nathan.
- BILLEN R. 2000a. Integration of 3D information in Urban GIS: a conceptual view, *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, **XXXIII**, part B3, pp. 79-84.
- BILLEN R. 2000b. *Integration of 3D information in Urban GIS: a conceptual view*, XIX<sup>th</sup> congress of the ISPRS, 16-23 juillet, Amsterdam, poster.
- BILLEN R., CORNÉLIS B., MULLER F., PANTAZIS D., THIAM S. & DONNAY J.P. 1998a. *Élaboration du modèle conceptuel de données de la base UrbIS2 ADM - version 1*. Rapport d'expertise, SURFACES, Université de Liège, 40 p.
- BILLEN R., PANTAZIS D. & DONNAY J.P. 1998b. *Validation des modèles conceptuels de données de la base Brussels UrbIS 2* ®©. Rapport d'expertise, SURFACES, Université de Liège, 90 p.
- BILLEN R., ZLATANOVA S. 2001. 3D spatial relationships model: a useful concept for 3D cadastre?, *Proceedings of the International workshop on « 3D cadastre »*, Delft, 28-30 novembre. Frederiksberg : FIG, pp. 223-241.
- BILLEN R., ZLATANOVA S. 2002. 3D spatial relationships model: a useful concept for 3D cadastre?, *Computers, environment and urban systems*, soumis.
- BILLEN R., ZLATANOVA S., MATHONET P. & BONIVER F. 2002. The dimensional model : a framework to distinguish spatial relationships, *Proceedings of Spatial Data Handling*, 8-12 juillet, Ottawa. *À paraître*.
- BOIVIN D. 1989. De l'occupation du sous-sol urbain à l'urbanisme souterrain, *Cahiers de géographie du Québec*, **33**(88), pp. 37-49.
- BOUVIER A. & GEORGE M. 1983. *Dictionnaire des mathématiques*, Presse Universitaires de France.
- BREUNIG M. 1996. *Integration of Spatial Information for Geo-Information Systems*, Lecture Notes in Earth Sciences 61. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag.
- BREUNIG M. 1999. An approach to the integration of spatial data and systems for a 3D geo-information system, *Computers & geosciences*, **25**, pp. 39-48.
- BREUNIG M., BODE T. & CREMERS A. 1994. Implementation of elementary geometric database operations for 3D-GIS, WAUGH T. & HEALEY R. (éd.), *op. cit.*, pp. 604-617.
- BRODEUR J., BÉDARD Y. & PROULX M.-J. 2000. Modelling Geospatial Application Database using UML-based Repositories Aligned with International Standards in Geomatics, *ACMGIS 2000*, novembre 10-11, Washington.
- BRISSEON E. 1990. *Representation of d-dimensional geometric objects*, thèse de doctorat, Université de Washington, non publié.
- BRONSTED A. 1983. *An introduction to convex polytopes*. New York: Springer-Verlag.
- BRUNN A. & WEIDNER U. 1997. Extracting buildings from digital surface models, *International Archives of photogrammetry and remote sensing*, Part 3-4W2, Stuttgart.

- BRUNN A., GÜLCH E., LANG F. & FÖRSTNER W. 1998. A hybrid concept for 3D building acquisition, *Journal for photogrammetry and remote sensing*, **53**(2), pp. 119-129.
- BURROUGH P & McDONNELL R. 1998. *Principles of Geographical Information Systems*. Oxford : Oxford University Press.
- CAR A. 1997. *Hierarchical spatial reasoning: theoretical consideration and its application to modeling wayfinding*, thèse de doctorat, Vienne : GeoInfo Series, 151 p.
- CAR A. 1998. Hierarchical spatial reasoning: a Geocomputation method, *Proceedings of the 3rd International Conference on GeoComputation*, Bristol, 17 - 19 septembre, 12 p. (<http://divcom.otago.ac.nz/sirc/webpages/Conferences/GeoComp/GeoComp98/geocomp98.htm>), consultation le 5 avril 2000.
- CARON C. & BÉDARD Y. 1992. MODUL-R : un nouveau formalisme permettant de mieux décrire le contenu d'une base de données à références spatiales, *Actes de la Conférence canadienne sur les SIG-92*, Ottawa, pp. 329-341.
- CENTENO J., KISHI R. & BÄHR H-P. 1999. Recognition of buildings using scanned maps and laser scanner altitude data, *Journal of the DGPF*, 1/1999.
- CHAMPAILLER S. 2000. *Parallélisation d'une requête de vu et caché sur une base de données géométriques*, mémoire de DEA en informatique, Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, non publié, 87 p.
- CLARKE B. 1985. Individuals and points, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **26**(1), pp. 61-75.
- CLEMENTINI E. & DI FELICE P. 1993. An object calculus for geographic databases, *Proceeding of the 1993 ACM/SIGAPP Symposium on applied computing : state of the art and practice*, Indianapolis.
- CLEMENTINI E. & DI FELICE P. 2000. Spatial operators, *SIGMOD Record*, **29**(3), pp. 31-38.
- CLEMENTINI E., DI FELICE P. & VAN OOSTEROM. P. 1993. A small set of formal topological relationships suitable for end-user interaction, *Advances in Spatial databases LNCS 692*, pp. 277-295.
- COHN A. & HAZARIKA S. 2001. Qualitative spatial reasoning and reasoning : an overview, *Fundamenta Informaticae*, **43**, pp. 2-32.
- COHN A., RANDELL D., CUI Z. & BENNETT B. 1993. Qualitative spatial reasoning and representation, *Proceedings of QUARDET93: Qualitative reasoning and decision making technologies*, Barcelone, pp. 513-522.
- COHN A., RANDELL D., GOODAY J. & GOTTS N. 1997. Qualitative spatial reasoning and reasoning with the Region Connection Calculus, *Geoinformatica*, **1**, pp. 1-44.
- COORS V. 2001. 3D-GIS networking environments, *Proceedings of the International workshop on « 3D cadastre »*, Delft, 28-30 novembre. Frederiksberg : FIG, pp. 159-168.
- CUI Z., COHN A. & RANDELL D. 1993. Qualitative and topological relationships in spatial databases, *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Symposium on Large Spatial Databases*, Singapour. Lecture notes in computer science 692, pp. 296-315.
- DANAHY J. 1997. A set of visualisation data needs in urban environmental planning & design for photogrammetric data, *Proceedings of the Ascona Workshop '97: Automatic extraction of man-made objects from aerial and space images*, Monte Verita, Switzerland, pp. 357-365.
- DAUNOU P. 1842. *Cours d'études historiques*, tome 2. Paris.
- DE CAMBRAY B. 1994. *Étude de la modélisation, de la manipulation et de la représentation de l'information spatiale en 3D dans les bases de données géographiques*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris 6.
- DE CAMBRAY B., ZEITOUNI K., VIÉMONT Y., GUILLEN A., RENAUD X., REPUSSEAU P., PÉNEAU J-P., CHAILLOU F., GROLEAU D., QUINTRAND P., MALTRET J-L., ZOLLER D., CHOROWICZ J., MERING C., COUDART A., CHARTIER M. & VAN DER LEEUW S. 1994. Programme en Sciences de l'Information Géographique (PSIG) Axe A2 : Gestion de données géographiques 3D, *Actes des Journées de la recherche Cassini*, Lyon, 13-14 octobre 1994, pp. 11-20.

- DE HOOP S. & VAN OOSTEROM. P. 1992. Storage and manipulation of topology in Postgress, *Proceedings of EGIS 92*, Munich, 23-26 mars, pp. 1324-1336.
- DE HOOP S. & VAN OOSTEROM. P. & MOLENAAR M. 1993. Topological querying of multiple map layers, *Proceedings of the european conference COSIT'93*, île d'Elbe, pp. 139-157.
- DE LA LOSA A. & CERVELLE B. 1999a. 3D topological modeling and visualisation for 3D GIS, *Computers & Graphics*, **23**.
- DE LA LOSA A. & CERVELLE B. 1999b. Présentation d'un modèle 3D et analogies avec un modèle 2D, *Revue internationale de Géomatique*, **8**(4).
- DE LA LOSA A. 2000. *Modélisation de la troisième dimension dans les bases de données géographiques*, thèse de doctorat en Sciences de l'Information Géographique, Université de Marne-la-Vallée, non publié.
- DODGE M., SMITH A. & DOYLE W. 1997. Visualising Urban Environments for Planning and Design, *Proceedings of the Workshop on Graphics, Visualization and the Social Sciences*, Loughborough, 8-9 mai.
- DOYLE S., DODGE M. & SMITH A. 1998a. The potential of web-based mapping and virtual reality technologies for modelling urban environments, *Computers, Environment and Urban Systems*, **22** (2), pp. 137-155.
- DODGE M., DOYLE S., SMITH A. & FLEETWOOD S. 1998b. Towards the Virtual City: VR & Internet GIS for Urban Planning, *Proceedings of the Workshop on Virtual Reality and Geographical Information Systems*, Londres, 22 mai.
- DÖLLNER J. & HINRICHS K. 2000. An object-oriented approach for integrating 3D visualisation systems and GIS, *Computers & geosciences*, **26**, pp. 67-76.
- EGELS Y. 1991. TRAPU: A tool for data capture and visualisation of the urban fabric, *Environment and planning : Planning and Design*, **18**, pp. 19-24.
- EGENHOFER M. 1989. A formal definition of binary topological relationships, *Proceedings of the 3th international conference on foundation of data organisation and algorithms*, Paris 1989. Lectures Notes in Computer Science 367, pp. 457-472.
- EGENHOFER M. 1994a. On the equivalence of topological relations, *International Journal of Geographical Information Systems*, **8**(6), pp. 133-152.
- EGENHOFER M. 1994b. Deriving the composition of binary topological relations, *Journal of Visual Languages and Computing*, **5**(2), pp. 133-149.
- EGENHOFER M. & HERRING J. 1990. A mathematical framework for the definition of topological relationships, *Proceedings of fourth International Symposium on SDH*, Zurich, pp. 803-813.
- EGENHOFER M. & HERRING J. 1992. *Categorizing binary topological relations between regions, lines, and points in geographic databases*, The 9-intersections: formalism and its use for natural spatial predicates, Rapport technique 94-1, NCGIA, Université de Californie, non publié.
- EGENHOFER M. & RODRIGUEZ A. 2000 (sous presse). Relation Algebras over Containers and Surfaces: An Onto-logical Study of a Room Space, *Spatial Cognition and Computation*.
- EGENHOFER M. & SHARIFF A. 1998. Metric Details for Natural-Language Spatial Relations, *ACM Transactions on Information Systems*, **16**(4), pp. 295-321.
- EGENHOFER M. 1994. Spatial SQL : A query and Presentation Language, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, **6**(1), pp. 86-95.
- EGENHOFER M., GLASGOW J., GÜNTHER O., HERRING J. & PEUQUET D. 1999. Progress in computational methods for representing geographic concepts, *International Journal of Geographical Information Sciences*, **13**(8), pp. 775-796.
- EGENHOFER M., CLEMENTINI E. & DI FELICE P. 1994. Topological relations between regions with holes, *International Journal of Geographical Information Systems*, **8**(2), pp. 129-144.
- FLICK S. 1996a. How to Support Spatial Objects in a 3D-GIS for Urban Planning, *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference of GeoComputation*, Leeds, pp. 315-327.

- FLICK S. 1996b. An Object-Oriented framework for the realization of 3D geographic Information Systems, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Joint European Conference & Exhibition on Geographical Information*, Barcelone, volume 1. Amsterdam : IOS Press, pp. 167-176.
- FLORIANI L. & FALCIDIENO B. 1988. A hierarchical boundary model for solid object representation, *ACM transactions on Graphics*, **7**(1), pp. 42-60.
- FLORIANI L., MAULIK A. & NAGY G. 1990. Manipulating a modular boundary model with a face-based graph structure. WOZNY M., TURNER J. & PREISS K (éditeurs) : *Geometric modeling for product engineering*. Elsevier, pp. 131-143.
- FOLEY J., VAN DAM A., FEINER S. & HUGHES J. 1990. *Computer Graphics, Principles and Practice*, 2<sup>ème</sup> édition, Addison-Westley Systems Programming Series.
- FONESCA F., EGENHOFER M., DAVIS C. & BORGES K. 2000. Ontologies and Knowledge Sharing in Urban GIS, *Computer, Environment and Urban Systems*, **24**(3), pp. 251-272.
- FRANK A. 1992. Qualitative spatial reasoning about distances and directions in Geographic space, *Journal of Visual Languages and Computing*, **3**(4), pp. 343-371.
- FRANK A. & KHUN W. 1986. Cell graph: a provable correct method for the storage of geometry, *Proceedings of second International Symposium on Spatial Data Handling*, Seattle, pp. 411-436.
- FRANK A. 1997. Spatial Ontology: A Geographical Point of View. STOCK O (éditeur) : *Spatial and Temporal Reasoning*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, pp. 135-153.
- FREUNDSCHUH S. & EGENHOFER M. 1997. Human Conceptions of Spaces: Implications for GIS, *Transactions in GIS*, **2**(4), pp. 361-375.
- FUCHS C., GÜLCH E. & FÖRSTNER W. 1998. *OEEPE survey on 3D-city models*, OEEPE, official publication n° 35.
- GARDARIN, G. 1982. *Bases de données relationnelles : les systèmes et leurs langages*. Paris : Eyrolles.
- GOLLEDGE R. & STIMSON R. 1997. *Spatial behavior, a geographic perspective*. New York : The Guilford Press.
- GOODCHILD M. 1992. Geographical information science, *International Journal of Geographical Information Systems*, **6**, pp. 31-46.
- GOODCHILD M., EGENHOFER M., KEMP K., MARK D. & SHEPPARD E. 1999. Introduction to the Varenus Project, *International Journal of Geographical Information Sciences*, **13**(8), pp. 731-745.
- GOODCHILD M. 1997. *What is Geographic Information Science?* NCGIA Website (<http://www.ncgia.ucsb.edu/education/curricula/giscce/units/u002/>, consultation le 2 mars 2000).
- GRÜN A. & DAN H. 1997. TOBAGO - a topology builder for the automated generation of building models, *Proceedings of the Ascona Workshop '97: Automatic extraction of Man-made objects from aerial and space images*, Monte Verita, pp.149-160.
- GRÜN A. & WANG X. 1998. CC-modeler: a topology generator for 3-D city models, *ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing*, **53**, pp. 286-295.
- GUERMOND Y. 1992. Information, informatique et systèmes d'information géographique, BAILLY *et al.* (éd.) : *op. cit.*, pp. 295-310.
- GUSDORF G. 1966. *De l'histoire des sciences à l'histoire de la pensée*. Lausanne : Payot.
- HAALA N. & BRENNER C. 1999a. Extraction of buildings and trees in urban environments, *ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing*, **54**, pp. 130-137.
- HAALA N. & BRENNER C. 1999b. Virtual city models from laser altimeter and 2D map data, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **65** (7), pp. 787-795.
- HOULDING S. 1994. *3D geoscience modeling*. Berlin : Springer-Verlag.
- HUXHOLD W. 1991. *An introduction to urban geographic information systems*. New York : Oxford University Press.



- KAINZ W., EGENHOFER M. & GREASLEY 1993. Modelling spatial relations and operations with partially ordered sets, *International Journal of Geographical Information Systems*, 7(3), pp. 215-229.
- KAUFMAN A., COHEN D. & YAGEL R. 1993. Volume graphics, *IEEE Computer*, 26(7), pp. 51-64.
- KIRSCHENHOFER P. 1995. The mathematical foundation of graphs and topology for GIS. Frank A. (éditeur) : *Geographic Information Systems – Materials for a post-graduate course*, volume 1. Département de Geoinformation, Université technique de Vienne.
- KIM T. & MULLER J-P. 1998. A technique for 3D building reconstruction, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 64 (9), pp. 923-930.
- KOFLER M. 1998. *R-trees for Visualizing and Organizing Large 3D GIS Databases*, thèse de doctorat, Université technique de Graz, inédit, (<http://www.icg.tu-graz.ac.at/kofler/thesis>).
- LAURINI R. & MILLERET-RAFFORT F. 1989. *L'ingénierie des connaissances spatiales*, Collection Technologies de pointes. Paris : Hermès.
- LEBERL F. & GRUBER M. 1996. Modelling a French village in the Alps, *Proceedings of the 12th Spring Conference*, Budmerice.
- LEE J. 2000. *Introduction to topological manifolds*. New York : Springer-Verlag.
- LIGGETT R., FRIEDMAN S. & JEPSON W. 1995. Interactive design / decision-making in a virtual urban world: visual simulation and GIS, *Proceedings of the 15<sup>th</sup> annual ESRI User conference*, Palm Springs.
- JEPSON W., LIGGETT R. & FRIEDMAN S. 1996. Virtual modeling of urban environments, *Presence*, 5(1).
- MAAS H-G. & VOSSELMAN G. 1999. Two algorithms for extracting building models from raw laser altimetry data, *ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing*, 54, pp. 153-163.
- MAGUIRE D., GOODCHILD M. & RHIND D. (éditeurs) 1991. *Geographical information systems, volume 1 : principles*. Avon : Longman Scientific and Technical.
- MÄNTYLÄ D. 1988. *An introduction to solid modelling*. Rockville : Computer Science Press.
- MARK D., FRESKA C., HIRTLE S., LLOYD R. & TVERSKY B. 1999. Cognitive models of geographical space, *International Journal of Geographical Information Science*, 13 (8), pp. 747-774.
- MARTIN J. 1977. *Computer database organisation*. Englewood Cliffs (New Jersey) : Prentice-Hall Inc.
- MENNIS J., PEUQUET D. & QIAN L. 2000. A conceptual framework for incorporating cognitive principles into geographical database representation, *International Journal of Geographical Information Science*, 14(6), pp 501-520.
- MESGARI S. 2000. *Topological Cell-Tuple Structures for Three-Dimensional Spatial Data*, Thèse de doctorat, Université de Twente et ITC, ITC dissertation Series, n°74, 204 p.
- MOLENAAR M. 1998. *An introduction to the theory of spatial objects modelling*. Londres : Taylor & Francis.
- MOLENAAR M. 1990. A formal data structure for three dimensional vectors maps, *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International symposium on spatial data handling*, Zurich, pp. 830-843.
- OGC 1999. *The OpenGIS<sup>TM</sup> Abstract specifications*. OpenGIS Consortium (<http://www.opengis.org>, consultation le 27-03-01).
- PANTAZIS D. 1994a. La méthode de conception de S.I.G. ME.CO.S.I.G. et le formalisme CON.G.O.O. (CONception Géographique Orientée Objet), *Proceeding of EGIS/MARI'94*, Paris, Volume 2, pp. 1305-1314.
- PANTAZIS D. 1994b. *Analyse méthodologique des phases de conception et de développement d'un système d'information géographique*, Thèse de doctorat en Sciences, Université de Liège, inédit.
- PANTAZIS D. & DONNAY J-P. 1996. La conception de SIG, méthode et formalisme. Collection géomatique. Paris : Hermès.



- PARENT C., SPACCAPIETRA S., ZIMÁNYI E., DONINI P., PLAZANET C., VANGENOT C., ROGNON N. & CRAUSAZ P-A. 1997. MADS, modèle conceptuel spatio-temporel, *Revue Internationale de Géomatique*, 7(3-4), pp. 317-352.
- PAULET J-P. 2000. *Géographie urbaine*, collection U - Géographie. Paris : Armand Colin/HER.
- PFUND M. 2001. Topological data structure for a 3D GIS, *Proceedings of the ISPRS « Dynamic and Multi-Dimensional GIS »*, Bangkok, 23-25 mai, volume 34, pp. 233-237.
- PFUND M., CAROSIO A. 1999. Automatic generation and management of topologically structured 3D-objects, *Proceedings of the 'International Workshop on Dynamic and Multi-Dimensional GIS'*, Beijing, 4.-6. Octobre.
- PIGOT S. 1994. Generalised singular 3-cell complexes, WAUGH T. & HEALEY R. (éd.), *op. cit.*, pp. 89-111.
- PIGOT S. 1992. A topological model for a 3-dimensional Spatial Information System, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> Symposium on SDH*, Volume 1, Charleston, pp. 344-359.
- PINCHEMEL P. & PINCHEMEL G. 1988. *La face de la Terre*, collection U. Paris : Armand Colin.
- PILOUK M. 1996. *Integrated modelling for 3D GIS*, Thèse de doctorat, ITC dissertation Series, n°40
- PULLAR D. & EGENHOFER M. 1988. Toward formal definitions of topological relations among spatial objects, *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Spatial Data Handling*, Sydney, pp. 225-241.
- RAPER J. 1989 (éditeur). *Three dimensional applications in geographical information systems*. Londres : Taylor & Francis.
- RAPER J. 2000. *Multidimensional geographic information science*. Londres : Taylor & Francis.
- RAPER J.-F. & KELK B. 1991. Three-dimensional GIS. MAGUIRE D., GOODCHILD M. & RHIND D. (éditeurs) : *Geographical Information Systems: Principles and Applications*. Harlow :Longman, pp. 299-317.
- RANZINGER, M. & G. GLEIXNER G.1995. Changing the city: data sets and applications for 3D urban planning, *GIS Europe*, mars 1995, pp. 28-30.
- REQUICHA A. 1980. Representations for rigid solids : theory, methods, and systems, *Computing surveys*, 12(4), pp. 437-464.
- REQUICHA A. & ROSSIGNAC J. 1992. Solid modelling and beyond, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 12(5), pp. 31-44.
- REQUICHA A. & VOELCKER H. 1983. Solid modelling : current status and research directions, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2, pp. 9-24.
- RHYNE T-M. 1999. A commentary on GeoVRML: a tool for 3D representation of georeferenced data on the web, *International Journal on Geographic Information Systems*, 13(4), pp. 439-443.
- RICKERS R., MOLENAAR M. et STUIVER J. 1994. A query oriented implementation of a topologic data structure for 3-dimensionnal vectors maps, *International Journal on Geographic Information Systems*, 8(3), pp. 243-260.
- RIEDO M. 1999. *Logiciels de SIG pour la gestion, le traitement et la visualisation de données géographiques tridimensionnelles*. Institut de géomatique du département de Génie Rural de l'EPFL ([http://dgrwww.epfl.ch/SIRS/services/veille/3D\\_zurich/index.htm](http://dgrwww.epfl.ch/SIRS/services/veille/3D_zurich/index.htm), consultation le 15 janvier 2000).
- RIMBERT S. 1992. Géographie et cartographie, BAILLY *et al.* (éd.) : *op. cit.*, pp. 129-158.
- ROLLAND C. 1986. Introduction à la conception des systèmes d'information et panorama des méthodes disponibles, *Génie Logiciel*, 4.
- ROUET P. 1993. Réflexions sur un modèle de données spatiales de référence pour un cadre urbain. *Revue internationale de géomatique*, 3 (4), pp. 363-403.
- SAMET H. 1994. *The design and analysis of spatial data structures*. Addison Wesley
- SHANNON C. & WEAVER W. 1949. *The mathematical theory of communication*. Chicago : University of Illinois Press.

- STOTER J. & SALZMANN M. 2001. Towards a 3D cadastre: where do cadastral needs and technical possibilities meet?, *Proceedings of the International workshop on « 3D cadastre »*, Delft, 28-30 novembre, pp. 115-135.
- TEMPFLI K. 1998. Urban 3D topologic data and texture by digital photogrammetry, *Proceeding of ISPRS*, mars-avril, Tempa, (CD-ROM).
- TEMPFLI K. & PILOUK M. 1994. Vector data models for 3D GIS, *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International colloquium of LIESMARS on integration, automation and intelligence in photogrammetry, RS and GIS*, Wuhan, pp. 272-283.
- TEMPFLI K. & PILOUK M. 1996. Practical photogrammetry for 3D-GIS, *Proceedings of ISPRS*, volume XXXI, Partie B4, Vienne, pp. 854-867.
- UBEDA T. 1997. *Contrôle de la qualité spatiale des bases de données géographiques : cohérence topologique et corrections d'erreurs*, thèse de doctorat en Informatique, Institut national des sciences appliquées de Lyon, inédit.
- UCLA, s.d. *Urban Environments & Design Analysis*. (<http://www.ust.ucla.edu/ustweb/ust.html>, consultation le 24 juillet 2000).
- VAN MAREN G. & GERMS R. 1999. K2VI A virtual reality interface for the spatial database engine, *ESRI International User Conference*, San Diego, 26-30 juillet.
- VAN OOSTEROM P., STOTER J., FENDEL E. (éditeurs) 2001. Registration of properties in strata, *Proceedings of the international workshop on « 3D Cadastres »*, 28-30 novembre, Delft. Frederiksberg (Danemark) : International Federation of Surveyors.
- VAN OOSTEROM P., STOTER J., QUAK W. & ZLATANOVA S. 2002. The balance between geometry and topology, *Proceedings of Spatial Data Handling*, 8-12 juillet, Ottawa, à paraître.
- VERBREE E., VAN MAREN G., GERMS R., JANSEN F. & KRAAK M-J. 1999. Interaction in virtual world views – linking 3D GIS with VR, *International Journal on Geographic Information Systems*, **13**(4), pp. 385-396.
- WANG X., GRÜN A. 2000. A hybrid GIS for 3-D city models, *International Archives of photogrammetry and remote sensing*, Vol XXXIII, Part B4/3, Amsterdam, pp. 1165-1172.
- WAUGH T. & HEALEY R. (éditeurs) 1994. *Advances in GIS research*, volume 1, Proceedings of the sixth international symposium on spatial data handling. Londres : Taylor & Francis, 630 p.
- WORBOYS M. 1995. *Geographic Information Systems: A Computing Perspective*. Londres : Taylor & Francis.
- ZLATANOVA S. & BRANDOVA T. 1998. User requirements for the third dimensionality, *E-mail seminar of Cartography 1998 : Maps of the future*, Vol. 1, Sofia, pp. 61-72.
- ZLATANOVA S. 2000a. *3D GIS for Urban Development*, Thèse de doctorat, Université technique de Graz, ITC dissertation Series, n°69.
- ZLATANOVA S. 2000b. On 3D topological relationships, *Proceedings of the 11th International Workshop on Database and Expert System Applications (DEXA 2000)*, 6-8 Septembre, Greenwich, pp. 913-919.
- ZLATANOVA S. 2000c. Modelling for 3D GIS :Spatial analysis and visualisation through the web, *International Archives of photogrammetry and remote sensing*, Vol XXXIII, Part B4/3, Amsterdam, pp. 1257-1264.
- ZLATANOVA S. & TEMPFLI K. 1998. Data structuring and visualisation of 3D urban data, *Proceedings of the AGILE conference*, 23-25 avril, Enschede, (CD-ROM).
- ZLATANOVA S., RAHMAN A. & PILOUK M. 2002. 3D GIS: current status and perspectives, *Proceedings of the ISPRS 2002*, 8-12 juillet, Ottawa, Canada, à paraître.
- ZLATANOVA S. 2000. On 3D topological relationships, *Proceedings of the 11th International workshop on Database and Expert System applications*, Greenwich, pp. 913-919.