

Master 2 Recherche - Génie Civil -

Ecole Centrale de Nantes

1 Rue de la Noë, 44300 Nantes

Année 2013 / 2014

Rapport de stage Master 2 Recherche

Etude de l'influence de la variabilité spatiale d'un sol et la variabilité temporelle d'un signal sismique sur la réponse sismique des ouvrages géotechniques

AHAYAN Sanae

Maître de Stage : Pr. A-H.SOUBRA

Lieu de Stage : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, GeM, IUT-Saint Nazaire

Responsable du Master : Pr. P.KOTRONIS



Je dédie ce travail,

A mes très chers parents,

Qui n'ont économisé aucun effort pour que je puisse être ce que je suis.

*Aucun mot n'exprimera ma profonde gratitude pour tout l'amour,
le soutien, les sacrifices, la confiance et surtout leurs prières qu'ils me
font.*

A mon adorable sœur Wiam et mon cher frère Anass.

*A mon oncle Mustapha pour son soutien qu'il n'a cessé d'apporter au
cours de ma formation.*

A toute ma famille.

Sanae AHAYAN

Remerciement

*Qu'il me soit permis, au terme de ce travail, d'exprimer ma gratitude et vifs remerciements à mon encadrant de stage **Professeur Abdul Hamid SOUBRA**. Qu'il trouve ici le témoignage de mon estime et de ma profonde reconnaissance pour sa disponibilité, ses directives précieuses, ses conseils, la qualité de son suivi et sa compétence qu'il a su me prodiguer tout au long de mon stage malgré ses occupations extrêmes.*

*Je tiens à remercier notre cher professeur, le directeur du Master, le **Professeur Panagiotis KOTRONIS**, qui s'est montré à l'écoute, ainsi pour l'aide et les conseils fructueux qu'il nous a prodigués tout au long de notre formation. je remercie également tout le corps professoral du Master 2 de l'effort qu'ils fournissent pour mener à bien notre formation.*

*Mes remerciements vont également au Professeur **Daniel DIAS**, et aux docteurs **Mme Tamara ALBITTAR** et **M. Ashraf AHMED** pour leurs grandes disponibilités et les aides qu'ils me fournissent pour accomplir les objectifs de ce stage.*

*Je ne peux oublier la contribution significative du docteur **M. Zheng Lie**, l'échange entretenu entre nous tout au long du stage m'a été d'une grande utilité.*

Je ne saurais terminer ces remerciements sans rendre grâce à la gentillesse du personnel du laboratoire GEM-IUT, Saint Nazaire, pour l'ambiance qui y règne.

Mes sincères reconnaissances vont à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement et au bon déroulement de ce modeste travail.

Résumé :

Les travaux présentés dans ce mémoire s'attachent à étudier l'influence de la variabilité spatiale du sol et la variabilité temporelle du chargement sismique sur la réponse dynamique des ouvrages géotechnique. Nous focalisons notre étude au cas d'un sol en champ libre, compte tenu de la rareté des études portant sur les réponses sismiques probabilistes.

Avant d'étudier les différentes analyses probabilistes effectuées dans ce stage, une revue de la littérature est présentée dans le chapitre I. Elle traite (i) les sources des incertitudes en géotechnique, (ii) la modélisation des paramètres incertains du sol et du chargement dynamique et (iii) les méthodes probabilistes et fiabilistes les plus universelles mais aussi, les plus récentes et performantes.

La deuxième partie de ce mémoire est consacrée à la présentation de l'analyse probabiliste dynamique. La variabilité spatiale du sol et / ou la variabilité temporelle du chargement sismique ont été prises en compte. Dans ce cas, les paramètres du sol ont été modélisés par des champs aléatoires bidimensionnels et le signal sismique a été modélisé par un processus aléatoire.

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| Chapitre I : Revue Bibliographique..... | 7 |
| Introduction..... | 8 |
| Modélisation des incertitudes | 8 |
| 1. Sources d'incertitude | 8 |
| 2. Modélisation des paramètres incertains | 9 |
| a. Modélisation des paramètres par des variables aléatoires | 9 |
| b. Modélisation des incertitudes de sol par un champ aléatoire | 10 |
| c. Modélisation de la variabilité temporelle | 11 |
| 1. Définition de la Probabilité de défaillance..... | 14 |
| 2. Méthodes de calcul de la probabilité de défaillance | 15 |
| a. Méthode de simulation par Monte-Carlo | 15 |
| b. Approche de simulation par Subset | 16 |
| Conclusion | 19 |
| Chapitre II : Etude de l'influence de la variabilité spatiale du sol et la variabilité temporelle du chargement sismique sur la réponse dynamique des ouvrages géotechniques..... | 20 |
| Introduction | 21 |
| A. Etude déterministe | 21 |
| 1. Accélérogramme utilisé | 22 |
| 2. Conditions aux frontières..... | 22 |
| 3. Modèle de comportement..... | 23 |
| 4. Amortissement | 24 |
| 5. Conditions de transmission d'onde et taille du maillage | 24 |
| 6. Etude paramétrique | 25 |
| B. Etude probabiliste | 27 |
| 1. Génération d'un signal stochastique synthétique | 28 |
| Fonction de modulation temporelle et ses paramètres | 28 |
| Filtre linéaire et ses paramètres | 29 |
| Simulation du chargement sismique | 31 |

| | |
|---|-----------|
| 1.2. Génération d'un champ aléatoire | 32 |
| Nombre optimal de modes propres de l'expansion KL | 33 |
| 1.3. L'analyse probabiliste | 36 |
| a. Variabilité spatiale du sol | 36 |
| Choix de nombre de simulations par Monte Carlo | 36 |
| Influence du choix de point représentant la surface du sol sur la réponse dynamique | 37 |
| Influence de la distance d'autocorrélation sur la réponse dynamique | 38 |
| Influence de la valeur moyenne du champ sur la réponse dynamique | 40 |
| L'influence du coefficient de variation du champ aléatoire | 41 |
| b. Variabilité temporelle | 42 |
| Effet de la variabilité temporelle sur la réponse dynamique du sol | 42 |
| c. Variabilité spatiale et temporelle | 44 |
| Conclusion | 46 |
| Conclusion générale | 47 |
| References..... | 48 |

Chapitre I

Revue Bibliographique

Introduction:

Les analyses géotechniques sont généralement basées sur des approches déterministes, qui considèrent des valeurs conservatives des paramètres du dimensionnement. Ces approches déterminent un facteur de sécurité, qui prend en compte les incertitudes du sol et du chargement. Au cours de ces dernières années, beaucoup d'efforts ont été menés pour développer des méthodes plus efficaces et plus fiables, basées sur la probabilité. Ces méthodes probabilistes prennent en considération les incertitudes de manière plus rigoureuse, et étudient leur propagation à travers les modèles de calcul. Elles modélisent les paramètres incertains du sol par des variables ou champs aléatoires, et estiment des indicateurs de fiabilité, à savoir les moments statistiques des paramètres de sortie, l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance.

Modélisation des incertitudes :

1. Sources d'incertitude :

La reconnaissance géotechnique est inévitablement entachée d'erreurs diverses. Parmi ces erreurs, Baroth et al. (2011) distinguent :

- Les erreurs d'observation : erreurs de mesure liées au dispositif d'essai (calibration, tarage...), et erreurs de l'instant (du fait de variations entre l'instant de la mesure et le moment où la donnée est utile) ;
- Les erreurs d'enquête, qui proviennent du fait que les volumes investigués ne sont pas forcément pertinents.

Par ailleurs, on peut classer les incertitudes dans les matériaux du sol en distinguant les incertitudes aléatoires et épistémiques [cf. Baroth et al, 2011].

Les incertitudes aléatoires peuvent être rattachées à la variabilité naturelle (intrinsèque) des matériaux. Cette variabilité peut s'expliquer par des raisons naturelles résultant de l'histoire géologique qui continue à modifier les propriétés du sol.

Aux incertitudes aléatoires, on doit ajouter, les incertitudes épistémiques, attachées au manque de connaissances. Les moyens matériels disponibles pour acquérir des informations demeurent limités et incomplètes, de ce fait, l'échantillon de mesures, n'est pas forcément représentatif du sol.

On peut encore inclure dans les erreurs épistémiques des erreurs de modèle. Quand un modèle (quoique numérique ou empirique) est utilisé pour dépouiller un essai, il ne peut qu'approximer la valeur de la propriété recherchée.

Il existe donc divers arguments justifiant que l'on modélise quelques propriétés du sol par des variables ou champs aléatoires.

2. Modélisation des paramètres incertains:

Toutes les approches probabilistes, simplifiées ou avancées, prennent en considération les incertitudes des paramètres du sol. L'approche simplifiée, considère les paramètres incertains comme des variables aléatoires définies par une distribution stochastique. Cette approche ne reflète pas la variabilité naturelle des propriétés du sol. L'approche avancée modélise les paramètres incertains du sol par un champ aléatoire, défini non seulement par une densité de probabilité, mais aussi par une fonction d'autocorrélation (ou une fonction de covariance) qui représente la variabilité spatiale du sol, due à l'aléa géologique, par la corrélation entre les points du sol.

a. Modélisation des paramètres par des variables aléatoires :

Une étude exhaustive des données de nombreux essais a été réalisée dans la littérature afin d'estimer les données stochastiques des paramètres du sol [Cherubini et al (1993) ; [Phoon et al (1995) ; Beacher et Christian(2003)]. Le tableau 1 fournit les ordres de grandeurs estimés de la variabilité pour quelques propriétés usuelles du sol.

| Paramètre | COV |
|---------------------|-----------|
| Cohésion | 12% à 45% |
| Angle de frottement | 5% à 20% |
| Module d'Young | 2% à 42% |

Tableau 1: Valeur de coefficient de variation de quelques paramètres du sol

Les études existantes [Fenton *et al.* (2003)] recommandent une loi log normale pour la cohésion, le module d'Young et le module de cisaillement, puisque ces paramètres gardent toujours des valeurs positives. Alors que la loi Béta est recommandée pour l'angle de frottement interne et cela pour limiter sa variation dans une plage de valeurs pratiques.

Les paramètres du sol peuvent avoir une corrélation. Cette corrélation est exprimée par un coefficient de corrélation qui est un indice statistique qui exprime l'intensité et le sens de la dépendance entre deux variables aléatoires.

b. Modélisation des incertitudes de sol par un champ aléatoire :

Etant un matériau hétérogène, les propriétés du sol varient d'un point à un autre, cette variation spatiale dépend de l'aléa de l'histoire géologique du site. La variabilité spatiale du sol peut être modélisée sous forme d'un champ aléatoire, un tel champ est défini par une loi de distribution stochastique et une fonction d'autocorrélation. Une discrétisation du champ est nécessaire pour faire une analyse probabiliste.

Il y a une panoplie des méthodes de discrétisation du champ aléatoire dans la littérature [Sudret et Der Kiureghian 2000] ; certaines d'entre elles affectent une valeur discrète aux certains points (soit le centre de l'élément du maillage, ou bien aux nœuds de maille, ou bien aux points d'intégration...). D'autres méthodes utilisent des développements en série. La méthode d'expansion en série de Karhunen-Loève (K-L) appartient à cette famille, et a été choisie dans ce travail de recherche comme méthode de discrétisation du champ.

Dans le cadre de l'expansion en série de K-L, un champ aléatoire Z est exprimé en un point X de l'espace de la manière suivante [Spanos and Ghanem (1989)]:

$$Z(X) = \mu_Z + \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_j} \xi_j \phi_j(X) \quad (1)$$

Où μ_Z et σ_Z sont respectivement la moyenne et l'écart type du champ aléatoire Z .

(ξ_1, \dots, ξ_M) est un vecteur des variables aléatoires normales centrées réduites non corrélées.

(λ_j, ϕ_j) sont respectivement les valeurs propres et vecteurs propres de la fonction de covariance C_Z du champ aléatoire.

Les valeurs et vecteurs propres sont solutions de l'équation de l'intégrale de Fredholm du second type:

$$\int C(X_1, X_2) \cdot \phi_i(X_1) dX_1 = \lambda_i \cdot \phi_i(X_2) \quad (2)$$

Pour des raisons pratiques, l'expansion en série de Karhunen-Loève peut être tronquée après M termes.

$$Z(X) = \mu_Z + \sum_{j=1}^M \sqrt{\lambda_j} \xi_j \phi_j(X) \quad (3)$$

Le nombre de termes M est choisi selon la précision désirée dans le problème. L'erreur de la troncation se calcule avec l'expression suivante :

$$\varepsilon_{rr}(X) = \sigma_Z^2 + \sum_{i=1}^M \lambda_i \phi_i^2(X) \quad (4)$$

La résolution de l'équation (2) reste délicate, et nécessite souvent le recours aux méthodes numériques, sauf dans le cas d'une fonction de Covariance exponentielle et d'un domaine rectangulaire. Avec ces conditions, la résolution se fait analytiquement.

Une telle fonction de Covariance s'exprime par :

$$C(X_1, X_2) = \sigma^2 \cdot \exp\left(-\frac{|X_1 - X_2|}{l_x}\right) \quad (5)$$

Où σ est l'écart type du champ aléatoire et l_x est la distance d'autocorrélation.

La distance d'autocorrélation est un paramètre statistique qui caractérise la variabilité spatiale du sol dans une direction. Elle est définie comme la distance au sein de laquelle la corrélation varie de 1 à e^{-1} .

Généralement la distance d'autocorrélation horizontale reste plus élevée que la distance d'autocorrélation verticale. En effet suivant [El-Ramly (2003)], la distance d'autocorrélation horizontale varie de 10m à 40m, alors que verticalement, elle varie de 1m à 3m. Cela montre que les propriétés du sol présentent une forte corrélation suivant la verticale.

c. Modélisation de la variabilité temporelle :

Les séismes sont des phénomènes très complexes qui ne peuvent être négligés dans l'estimation de la sécurité des ouvrages. L'onde sismique atteignant la surface présente une grande variabilité

temporelle. En effet, un tremblement de terre déclenché dans une faille, est suivi d'un ensemble de réfractions, réflexions, dispersions et atténuations qui ont un caractère aléatoire. Par conséquent, un séisme se caractérise par une non-stationnarité dans le domaine temporel et fréquentiel [Rezaeian and Der Kiureghian (2008)].

- Caractérisation statistique d'un signal sismique :

Comme il est déjà signalé, une onde sismique est non stationnaire dans le domaine temporel et fréquentiel. Cette non-stationnarité est modélisée, dans le domaine temporel, par un écart type et une fonction d'autocorrélation qui dépendent du temps. Dans le domaine fréquentiel, la densité spectrale (the Power Spectral Density, PSD ; accélération en fonction de la fréquence) est utilisée pour caractériser la non-stationnarité fréquentielle. Elle est obtenue en appliquant la transformation en série de Fourier à la fonction d'autocorrélation. Généralement, la PSD nous fournit la fréquence prédominante (qui correspond à l'accélération maximale), et la bande passante qui reflète la dispersion de la densité spectrale autour de la fréquence dominante.

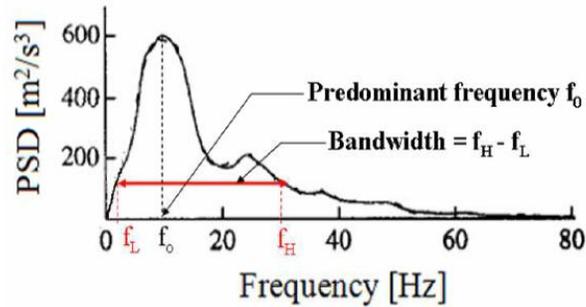


Figure I. 1: La fonction de densité spectrale

- Modélisation stochastique d'un signal sismique :

Le modèle stochastique utilisé dans ce travail de recherche a été développé par Rezaein and Der Kiureghian (2008, 2010). Il consiste à passer un bruit blanc gaussien par un filtre linéaire. La non-stationnarité dans le domaine fréquentiel est assurée par le filtre, caractérisé par des paramètres variant avec le temps. La non-stationnarité dans le domaine temporel est assurée par la modulation dans le temps.

Sous sa forme continue, le modèle est donné par l'expression suivante [cf. Rezaeian and Der Kiureghian (2008)]:

$$\tilde{x}(t) = q(t, \alpha) \left\{ \frac{1}{\sigma_h(t)} \int_{-\infty}^t h[t - \tau, \lambda(\tau)] w(\tau) d\tau \right\} \quad (13)$$

$q(t, \alpha)$ est un terme déterministe et positif. Il représente la fonction de modulation temporelle (time-modulating function). Le paramètre α contrôle la forme et l'intensité du séisme.

$w(\tau)$ est un bruit blanc gaussien, il assure le caractère aléatoire du signal sismique.

$\int_{-\infty}^t h[t - \tau, \lambda(\tau)]w(\tau)d\tau$ est un filtre du bruit blanc où $h[t - \tau, \lambda(\tau)]$ est la fonction de réponse impulsionnelle (the impulse response function « IRF ») du filtre linéaire, caractérisé par le paramètre $\lambda(\tau)$.

$\sigma_h^2(t) = \int_{-\infty}^t h^2[t - \tau, \lambda(\tau)]d\tau$ est la variance du processus $\int_{-\infty}^t h[t - \tau, \lambda(\tau)]w(\tau)d\tau$

Et donc le processus entre les guillemets est réduit. Par suite, $q(t, \alpha)$ est l'écart type du processus $\tilde{x}(t)$. Par conséquent, $q(t, \alpha)$ définit parfaitement la variation temporelle du signal et le filtre normalisé définit sa densité spectrale.

Donc, la simulation d'un signal sismique synthétique consiste à passer un processus gaussien par un filtre linéaire. Le filtre obtenu est normalisé en le divisant par son écart type. Ainsi, on obtient un filtre normalisé assurant la variabilité dans le domaine fréquentiel. La variation temporelle est assurée par la multiplication du filtre normalisé par la fonction de modulation temporelle.

Pour faciliter la simulation numérique, la forme continue du signal synthétique peut être discrétiser avec l'expression suivante :

$$\hat{x}(t) = q(t, \alpha) \left[\frac{\sum_{i=1}^N h[t - t_i, \omega_f(t_i), \xi_f(t_i)]u_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N h^2[t - t_i, \omega_f(t_i), \xi_f(t_i)]}} \right] \quad (14)$$

Avec : $t_i = i \times \Delta t$ pour $i = 0, 1, \dots, N$ Δt est le pas du temps et $N = \frac{T}{\Delta t} + 1$ avec T est le temps total du mouvement.

u_i est une série de nombre aléatoire gaussien standard. Ces nombres aléatoires représentent les impulsions aléatoires qui correspondent à une discrétisation temporelle t_i .

ω_f, ξ_f sont respectivement la fréquence de filtre et le ratio d'amortissement. Le premier paramètre contrôle la fréquence prédominante et le deuxième la bande passante du processus

Méthodes probabilistes et fiabilistes :

Toute étude de propagation des incertitudes et d'estimation de sécurité d'un problème repose sur les étapes préliminaires suivantes :

- Choix d'un indicateur de fiabilité, soit l'indice de fiabilité ou bien la probabilité de défaillance, selon la nature du problème et l'exigence désirée.
- Modélisation de l'aléa sur les variables aléatoires d'entrée : choix de n variables aléatoires parmi les paramètres d'entrée. Cela dépend de la nature du problème.

- Choix de type de distribution de probabilité pour chaque variable aléatoire, et les coefficients de corrélations éventuels. Cela inclut les moments statistique et le coefficient de variation de chaque variable.
- Choix d'un modèle déterministe fiable, fournissant une ou plusieurs sorties.
- Choix d'un seuil pour chaque sortie du modèle déterministe. Le système est considéré défaillant lorsqu'au moins un des seuils est franchi.
- Définition de la fonction de performance G pour chaque sortie du modèle. La fonction de performance G est fonction des variables aléatoires d'entrée et du seuil du problème.

Il satisfait les conditions suivantes :

- $G(x) > 0$: Le système est en sécurité.
- $G(x) < 0$: Le système est défaillant ou bien le seuil est dépassé.
- $G(x) = 0$: Le système est au bord de sécurité.

A partir de ces données, l'indicateur de fiabilité choisi au début du problème peut être calculé.

La sortie de fiabilité la plus pertinente est la probabilité de défaillance. Pour cette raison, elle est choisie comme indicateur de sécurité dans ce travail de recherche et dans la suite, nous présentons les méthodes les plus universelles et les plus récentes pour l'estimation de cet indicateur.

1. Définition de la Probabilité de défaillance:

La probabilité de défaillance d'un système est l'intégrale de la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire dans le domaine de défaillance.

Considérons un système de n variables aléatoires, la probabilité de défaillance est définie comme suit :

$$P_f = \int_{G \leq 0} f(x) \quad (15)$$

Où $f(x)$ est la fonction de densité de probabilité et G la fonction de performance.

Donc la probabilité de défaillance est le volume délimité par la surface limite $G = 0$

Dans la plupart des cas, le calcul de cette intégrale ne peut pas se faire analytiquement. Pour cela, plusieurs méthodes numériques sont proposées dans la littérature pour une bonne estimation de P_f .

2. Méthodes de calcul de la probabilité de défaillance :

Dans cette section, deux méthodes de calcul de probabilité de défaillance sont présentées. La première, est la méthode de Monte-Carlo (MCS) qui est considérée comme la méthode la plus robuste et la plus évidente, mais son coût calculatoire est très élevé.

La deuxième est la méthode de simulation par Subset (SS) proposé par Au et Bek (2001) comme alternative de Monte-Carlo. Elle consiste à diminuer le nombre d'appels au code déterministe.

a. Méthode de simulation par Monte-Carlo :

Le principe de cette méthode est simple et évident. Il consiste à :

- Faire des tirages de variables aléatoires d'entrée.
- Pour chaque tirage, la réponse du système est calculée (en appelant le modèle déterministe).
- La fonction de performance est calculée pour chaque sortie du modèle.

On compte le nombre de défaillances simulées, c'est-à-dire le nombre de réalisations qui conduisent à une valeur négative de la fonction de performance G . La probabilité est alors estimée par :

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_1^N I(x_i) \quad (16)$$

Avec :

N : le nombre total de tirages ;

Et

$$I(x) = 1 \text{ si } G(x) \leq 0 \quad (17)$$

$$I(x) = 0 \text{ si } G(x) > 0 \quad (18)$$

Le coefficient de variation de P_f est exprimé par :

$$COV(P_f) = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_f}{N \times \hat{P}_f}} \quad (19)$$

L'ordre de grandeur de probabilité de défaillance qui intéresse un ingénieur en génie civil se trouve généralement entre 10^{-3} et 10^{-5} . Ce qui conduit à un nombre de tirages inacceptable surtout si le modèle déterministe demande un temps de calcul non négligeable.

b. Approche de simulation de Subset :

L'approche de simulation de Subset (SS) a été proposée par Au et Beck (2001) comme une alternative à la méthode MCS pour calculer des faibles probabilités de défaillance. Son objectif est de réduire le nombre d'appels au modèle déterministe par rapport à la méthode de MCS.

L'idée de base de l'approche SS est que la probabilité de défaillance dans l'espace de probabilité initial peut être exprimée comme un produit de probabilités de défaillance conditionnelles dans l'espace de probabilité conditionnelle.

Cette méthode est généralement appliquée sur un problème en variables aléatoires, mais elle peut être utilisée pour le calcul de P_f dans le cas des champs aléatoires.

Prenons le cas de n variables aléatoires et considérons un domaine de défaillance F_m définie par $G(V_1, V_2, \dots, V_n) < 0$ avec G la fonction de performance et (V_1, V_2, \dots, V_n) des réalisations des n paramètres incertains. Considérons $F_{i, 1 \leq i \leq m}$ domaine de défaillance dans l'espace de probabilité conditionnelle tel que $F_1 \supset F_2 \dots \supset F_j \dots \supset F_m = F$ (Figure 2). Chaque domaine F_i est défini par la condition $G(V_1, V_2, \dots, V_n) < C_i$ avec C_i est un nombre positive, par définition supérieur à G .

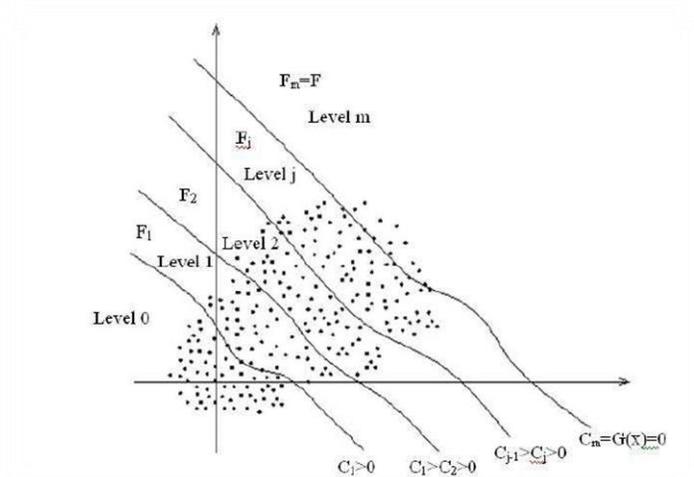


Figure I. 2: Principe de l'approche SS

Dans la suite nous représentons une brève description des différentes étapes de cette méthode pour le cas d'un vecteur de n variables aléatoires (V_1, V_2, \dots, V_n) :

1. Choisir n paramètres incertains et leurs distributions stochastiques.
2. Fixer la probabilité de défaillance conditionnelle p_0 et le nombre de réalisations N_s dans chaque domaine F_i
3. Générer un vecteur de n variables aléatoires (V_1, V_2, \dots, V_n) en utilisant la méthode de Monte Carlo.
4. Calculer les sorties du problème en appelant le modèle déterministe.
5. Répéter les étapes 1 et 2 N_s fois, en obtenant ainsi N_s valeurs de sortie.
6. Calculer pour chaque sortie du problème la valeur de la fonction de performance correspondante G_0^i , en le mettant dans un ordre croissant dans un vecteur $G_0 = (G_0^1, G_0^2, \dots, G_0^{N_s})$.
7. Le premier seuil de défaillance C_1 est égal au $(N_s \times p_0 + 1)^{ème}$ terme dans le vecteur G_0 . Cela correspond à une probabilité de défaillance conditionnelle égale à p_0 .
8. Parmi les variables aléatoires du vecteur G_0 , il y a $N_s \times p_0$ vecteurs de variables aléatoires dans la zone de défaillance conditionnelle (*i.e* $G_0^i < C_1$) qui correspondent à $(G_0^1, G_0^2, \dots, G_0^{N_s \times p_0})$. A partir de chaque vecteur aléatoire appartenant à la zone de défaillance ($G_0^i < C_1$), $1/p_0$ vecteurs aléatoires sont générés suivant l'algorithme de Metropolis-Hastings.
9. Calculer la réponse du système avec le modèle déterministe et les nouveaux vecteurs aléatoires.
10. Répéter les étapes 6, 7, 8 et 9, jusqu'à l'obtention d'un seuil de défaillance conditionnelle C_m négative. Ce dernier seuil est mis à zéro et la probabilité de défaillance conditionnelle $P(F_m|F_{m-1})$ est calculée comme suit :

$$P(F_m|F_{m-1}) = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} I_{F_m}(s_k) \quad (20)$$

Avec

$$I_{F_m} = 1 \text{ si } G(s_k) \leq 0$$

$$I_{F_m} = 0 \text{ si } G(s_k) > 0$$

Par suite la probabilité de défaillance est obtenue en multipliant les probabilités de défaillance conditionnelles sur chaque seuil :

$$P_f = \prod_{i=1}^m P(F_i|F_{i-1}) = p_0^{m-1} P(F_m|F_{m-1}) \quad (21)$$

Pour illustrer cette approche, le lecteur peut se référer à l'annexe A, qui présente un exemple simple de calcul de la probabilité de défaillance par Subset dans le cas de variables aléatoires.

- c. Approche de simulation par Subset dans le cas de champ aléatoire :

Dans le cas de la variabilité spatiale, un lien entre la discrétisation de champ en utilisant l'expansion de Karhunen–Loève(KL) et l'algorithme de Subset est mis en jeu. En effet, la discrétisation de champ par K-L repose sur la détermination de deux types de paramètre [cf. Phoon, 2008] :

- les valeurs et vecteurs propres (λ_i et ϕ_i) sont des paramètres déterministes qui reflètent la corrélation entre les points du sol.
- les nombres aléatoires standards (*les ξ_i*) qui présentent les incertitudes des paramètres.

La génération de ces nombres aléatoires représente une réalisation de l'algorithme Subset dont le calcul de la réponse s'effectue en deux étapes. Il est utilisé en premier temps pour le calcul des valeurs du champ aléatoire aux centres des éléments du maillage du sol considéré, ensuite la réponse du modèle est calculée en faisant appel au modèle déterministe.

La première étape consiste à fixer le nombre de termes M de l'expansion KL, ensuite d'effectuer une réalisation du $\{\xi_i(\theta)\}_{i=1,\dots,M}$ de variables aléatoires centrées réduites, ce qui permettra d'évaluer les valeurs du champ et ainsi calculer la réponse correspondante, la procédure est répétée selon le nombre N_s de réalisation du champ souhaitée. L'algorithme est similaire à celui expliqué précédemment.

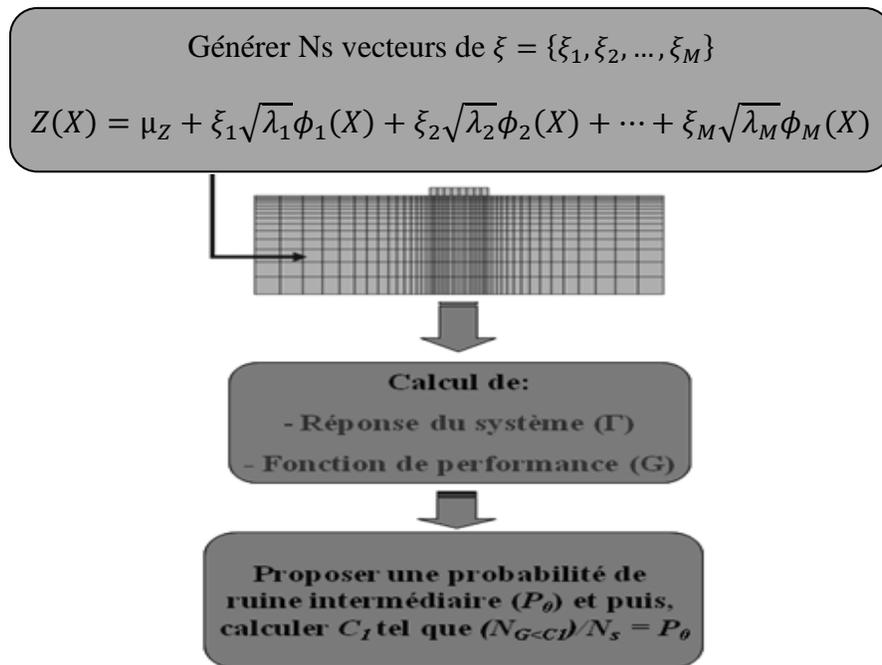


Figure I.2 : Principe de la simulation de Subset dans le cas d'un champ aléatoire

Conclusion :

Ce chapitre propose une synthèse de la bibliographie des thèmes développés dans ce stage. Cela nous permet de définir les étapes suivantes de la recherche. Donc comme toute analyse probabiliste, une modélisation des paramètres incertains du sol et du chargement est nécessaire. Les paramètres du sol seront simulés par un champ aléatoire bidimensionnel défini par un PDF et une fonction d'autocorrélation. Quant à la variabilité temporelle du chargement sismique, la simulation stochastique doit assurer la non-stationnarité dans le domaine fréquentiel et temporel. Donc le modèle choisi consiste à passer un bruit blanc gaussien par un filtre linéaire avec des paramètres variant dans le temps.

Avant d'intégrer les données stochastiques dans les codes de calcul, une étude approfondie du modèle déterministe s'avère importante afin d'établir un modèle déterministe, à la fois rigoureux et simple, permettant ainsi l'optimisation du coût calculatoire de l'analyse probabiliste.

Les méthodes probabilistes et fiabilistes nécessitent généralement un nombre important d'appels au modèle déterministe utilisé, et sont donc, susceptibles de conduire à un coût calculatoire rédhibitoire. Donc une méthode fiable minimisant le nombre d'appels au modèle déterministe est recommandée. Nous avons choisi dans notre analyse fiabiliste la méthode de simulation de Subset. Cette méthode est particulièrement pertinente. Son avantage est d'estimer des faibles probabilités de défaillance avec un nombre réduit de réalisations. D'autre part, l'analyse probabiliste sera fondée sur l'approche de Monté Carlo pour le calcul de moyenne et écart type de la réponse dynamique du sol.

Chapitre II

Etude de l'influence de la variabilité spatiale du sol et la variabilité temporelle du chargement sismique sur la réponse dynamique des ouvrages géotechniques

Introduction :

Ce chapitre porte sur l'étude de la réponse dynamique d'un sol soumis à un chargement sismique en tenant compte de la variabilité spatiale du sol et/ou la variabilité temporelle du chargement sismique.

En traitant un problème de chargement sismique, une incertitude liée au tremblement de terre apparaît en plus de la variabilité spatiale du sol. Cette source supplémentaire d'incertitude est la variabilité temporelle du chargement sismique. Par conséquent, des réponses fiables ne peuvent pas être prédites en utilisant des approches déterministes, et donc un appel à une technique probabiliste semble nécessaire.

Les techniques probabilistes permettent l'étude de la propagation des incertitudes des paramètres d'entrée dans le modèle. Dans ce chapitre, toutes les approches probabilistes sont basées sur la simulation de Monté Carlo, la technique la plus universelle en probabilité.

La section A de ce chapitre représente une étude complète du modèle déterministe. Dans la section B, une étude probabiliste sur les réponses dynamiques est représentée pour différents profils du sol.

A. Etude déterministe :

La modélisation numérique d'un problème mécanique en présence d'une charge dynamique nécessite la définition (i) du signal sismique utilisé, (ii) du domaine du sol et de la taille de maillage correspondant, (iii) du modèle de comportement du sol, (iv) des conditions aux

frontières, et (ν) de l'amortissement mécanique. Ces paramètres sont représentés dans les paragraphes suivants.

1. Accélérogramme utilisé :

Le signal sismique utilisé dans ce travail est le signal synthétique de Nice. L'accélérogramme correspondant est présenté dans la Figure II. 1 (a). Son accélération maximale est égale à 0,33 g. Le spectre d'amplitude de Fourier correspondant est représenté sur la Figure II 1 (b).

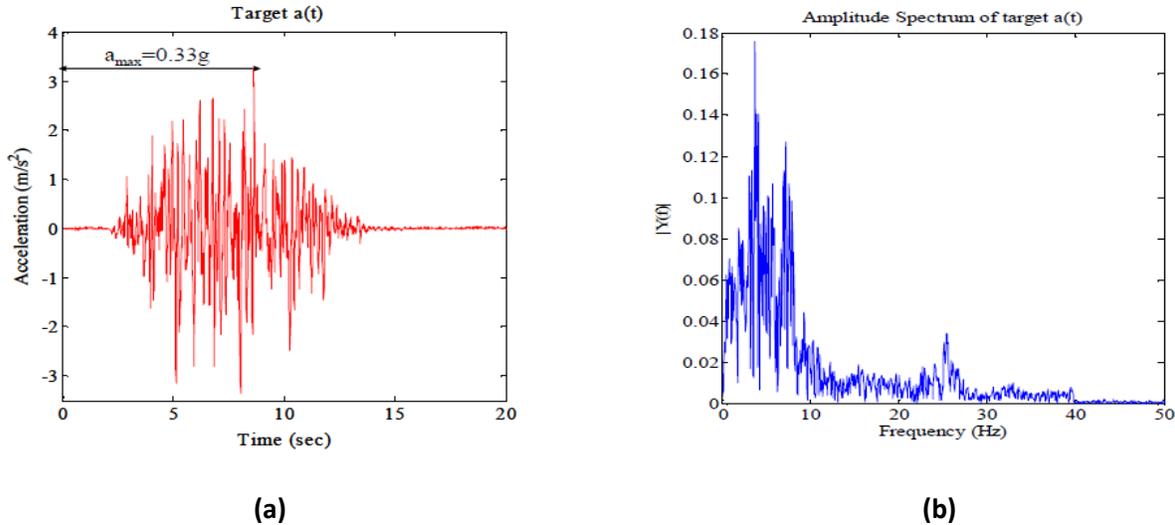
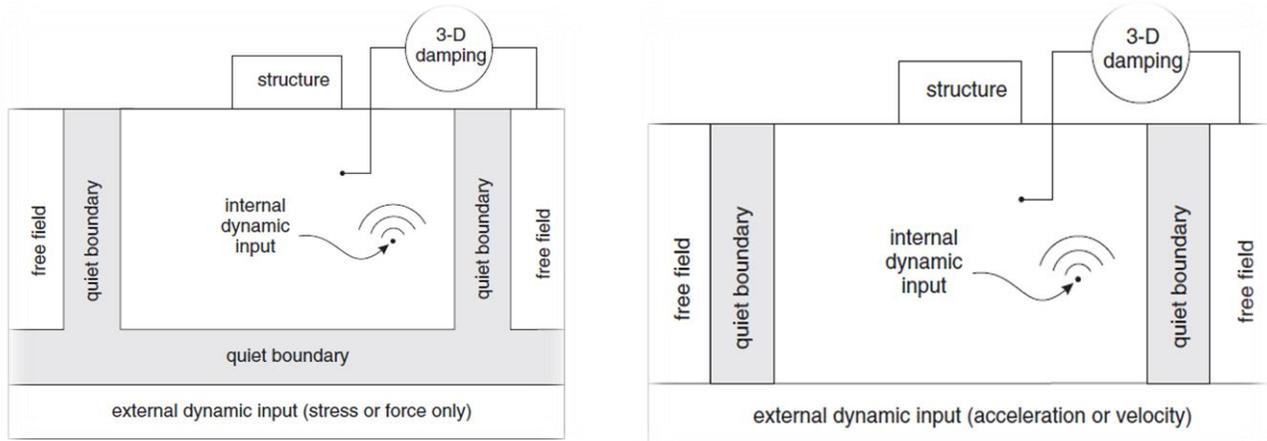


Figure II. 1 : (a) Accélérogramme du signal synthétique de Nice et (b) Le spectre d'amplitude de Fourier correspondant

2. Conditions aux frontières:

Dans le cadre de ce stage, un sol souple reposant sur un substratum rigide est modélisé. La sollicitation sismique est appliquée à la base du massif. Si aucune condition aux frontières n'est appliquée, les ondes sont réfléchies aux niveaux des extrémités latérales et inférieures du block, ce qui n'est pas le cas dans la réalité, puisque le sol est « infini ». Cet effet est appelé l'effet boîte, car les ondes peuvent être vues comme enfermées dans une boîte dans laquelle elles se répercutent indéfiniment, se mélangeant aux ondes générées par la sollicitation dynamique. Il convient donc de définir des conditions aux frontières permettant d'absorber ces ondes et donc d'éviter qu'elles soient réfléchies. Pour ce faire, Flac nous propose deux solutions :



(a) Base flexible

(b) Base rigide

Figure II. 2 : Types de frontières proposées par Flac (Itasca 2000)

L'amortissement 3D et la condition « quiet boundary » appliquée aux frontières latérales sont utilisés pour absorber les perturbations dues à la présence d'une structure. En effet, lorsqu'une structure est en surface, elle crée une perturbation dans le plan, mais aussi dans la zone hors plan. Dans le plan, ce sont les frontières absorbantes qui se chargent d'absorber l'énergie rayonnée. Pour la zone hors plan, on a recours à des amortisseurs pour présenter l'amortissement hors plan.

Le manuel de Flac précise que pour modéliser un sol avec un amortissement suffisant, sans structure à la surface, seules les conditions latérales de type « champ libre » peuvent être utilisées à une distance relativement faible.

Dans Flac, la seule solution disponible pour appliquer un accélérogramme est une base rigide. D'après le manuel d'utilisateur, ce type de condition est correct lorsque l'on souhaite représenter un sol souple reposant sur une roche rigide. Ce qui est exactement le but de cette recherche.

Donc, pour absorber toute perturbation, nous avons choisi les deux conditions aux frontières suivantes :

- Un champ libre est appliqué aux frontières latérales
- Le signal sismique de Nice est appliqué à la base, considérée rigide, sous forme d'accélération.

Il convient de noter qu'on s'intéresse seulement aux accélérations horizontales. En effet, durant un tremblement de terre, des accélérations horizontales et verticales sont produites. Cependant, les accélérations verticales se produisant au niveau du sol durant un séisme ont été considérées négligeables devant l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre.

3. Modèle de comportement :

Dans ce chapitre, un modèle élastique est adopté. En annexe, une étude sur un sol plastique est faite. Les paramètres du sol sont représentés dans le tableau II. 1 ci-dessous.

| Modèle élastique | | |
|------------------------|-----------------------------|------|
| Densité | ρ (Kg/m ³) | 1800 |
| Module de cisaillement | G(MPa) | 100 |
| Module volumique | K (MPa) | 200 |

Tableau II. 2: Paramètres mécanique du sol

4. Amortissement :

Flac propose de présenter l'amortissement du sol avec plusieurs méthodes différentes, parmi lesquelles, nous avons choisi le modèle de Rayleigh. Le modèle d'amortissement de Rayleigh convient au sol élastique et est censé donner des résultats précis, mais il augmente un peu le temps de calcul. Il se caractérise par une matrice d'amortissement C , qui est proportionnelle à la matrice de masse M et la matrice de rigidité K .

$$C = \alpha M + \beta K$$

Ce modèle a pour avantage de nécessiter moins d'informations. Les coefficients (α, β) sont en fonction de deux paramètres du sol :

- ξ_i : Le ratio d'amortissement critique. Nous avons considéré une fraction de 5% d'amortissement critique.
- f_i : La fréquence centrale. Flac recommande d'utiliser la fréquence naturelle du sol. Nous avons choisi une fréquence de 1.5Hz.

5. Conditions de transmission d'onde et taille du maillage :

La fréquence maximale de l'accélérogramme a une influence sur la taille du maillage, afin que la solution soit stable :

$$\Delta l \leq \frac{V_s}{10 \times f_{max}}$$

Avec :

$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ est la vitesse de cisaillement

f_{max} la fréquence la plus élevée qui correspond à une amplitude importante.

Ainsi pour une vitesse de cisaillement égale à 235.7m/s et une fréquence maximale de 25Hz, la taille du maillage ne doit pas dépasser 1.3m. Il est donc possible de suggérer de prendre une

maille plus fine afin d'éviter les problèmes liés au filtrage de l'accélérogramme. Cependant, une maille fine implique un temps de calcul plus important.

Après une étude approfondie sur la taille du maillage et la taille du domaine, (des résultats plus exhaustifs sont disponibles en annexe B) nous avons abouti à la conclusion suivante :

« Les études qui suivent considèrent un domaine du sol qui s'étale horizontalement sur 30m avec une profondeur de 24m. Il sera discrétisé en maille de taille égale à 0.75m ».

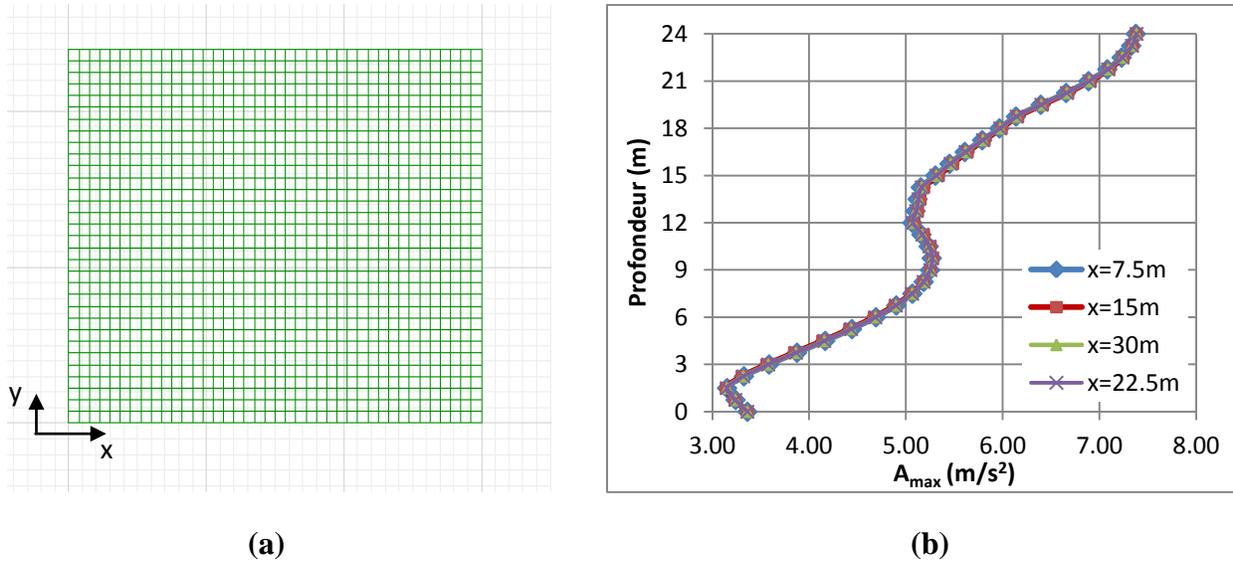


Figure II. 3 : Le modèle numérique (a) Maillage du modèle (b) Profils des accélérations obtenus en différentes positions x

La figure II.3 (b) représente les profils des accélérations maximales en quatre points du sol. On peut constater que les profils obtenus se concordent parfaitement dans les différentes positions. Et cela confirme notre choix de la taille du domaine et la taille du maillage.

6. Etude paramétrique :

L'objectif de ce paragraphe est l'étude de l'influence des paramètres élastiques sur les profils d'accélérations maximales et l'accélération maximale à la surface du sol.

La figure II.4 montre les profils des accélérations pour différentes valeurs de module de cisaillement G . On peut remarquer que l'amplification des accélérations à la surface du sol varie avec les valeurs de G . Elle est relativement faible pour des faibles et grandes valeurs de G . Pour des valeurs intermédiaires de G , cette amplification est plus importante. A titre d'illustration, la figure II.5 montre les accélérations maximales à la surface du massif en fonction des valeurs de module de cisaillement. De cette figure on peut remarquer que les amplifications importantes sont obtenues pour des valeurs de G entre 175MPa et 1050MPa.

Pour expliquer ces observations, on doit se référer au spectre d'amplitude de Fourier du signal sismique d'entrée (figure II.1). Le spectre montre que la fréquence prédominante est comprise entre 3Hz et 8Hz. En utilisant la formule approchée de la fréquence de résonance donnée par Widmer (2003) ($f_0 = V_S/4H$ où V_S est la vitesse d'onde de cisaillement et H est la hauteur du domaine du sol), on peut montrer que pour des valeurs de G comprise entre 175MPa et 1050.5MPa, la bande de fréquences prédominantes du sol coïncide avec la bande de fréquence prédominante du signal sismique d'entrée. Cette coïncidence conduit à ce qu'on appelle le "phénomène de résonance» qui induit l'amplification significative.

L'influence du module de compressibilité K est représentée sur la figure II.6. Elle présente les profils des accélérations maximales pour trois valeurs de K . Ce graphe montre clairement que le module de compressibilité K n'a aucune influence sur les accélérations maximales, puisque les accélérations maximales sont les mêmes pour différentes valeurs de K . Cela indique que pour un chargement sismique, le sol ne présente pas de déformations volumiques. Ce qui reste totalement acceptable, puisque le signal sismique est composé des ondes de compression, les ondes les plus rapides et qui domine une courte période au début du séisme, suivies par des ondes de cisaillement S qui dominent une phase plus longue à forte agitation, ce qui les rendent les plus influentes dans le signal sismique.

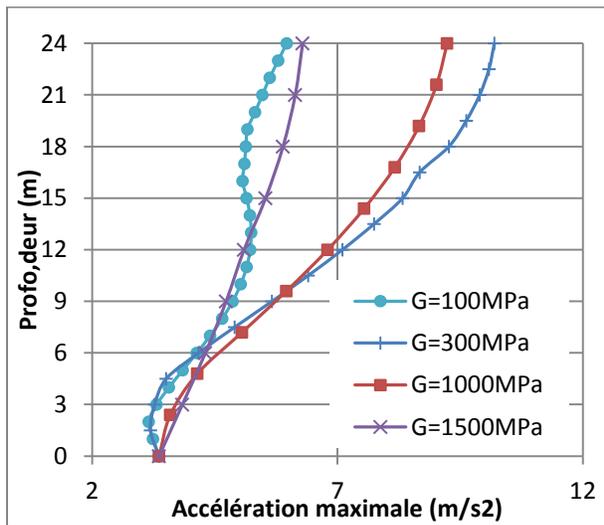


Figure II. 4 Profils des accélérations maximales pour différentes valeur de G

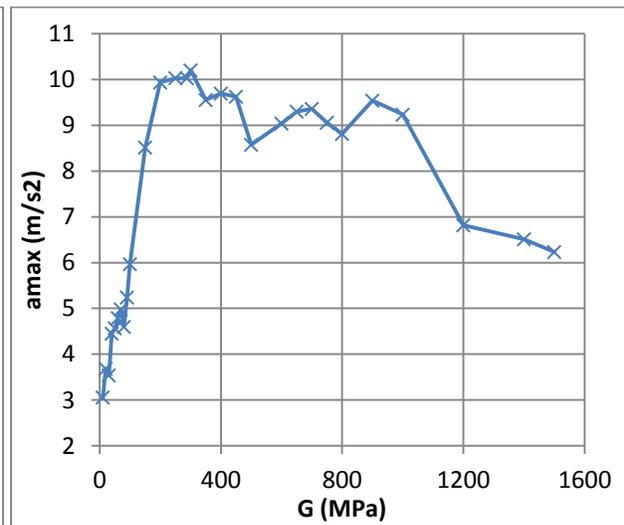


Figure II. 5 : Accélération maximale à la surface du sol en fonction de G

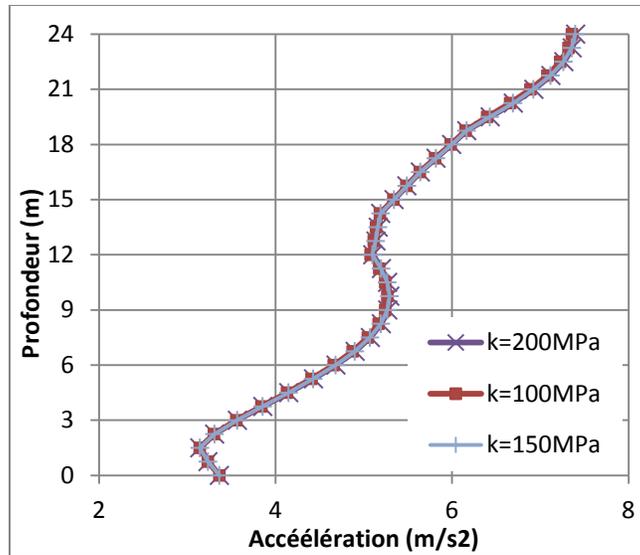


Figure II. 6 Profil des accélérations maximales pour différentes valeurs de K

B. Etude probabiliste :

L'objectif de cette section est de présenter une étude dynamique probabiliste. Nous avons choisi comme réponse dynamique l'accélération maximale au point centrale du massif à la surface du sol. Dans cette section, nous avons abordé l'influence de la variabilité spatiale du sol et/ ou la variabilité temporelle du signal sismique sur la réponse dynamique.

Le module de cisaillement est considéré comme un champ aléatoire bidimensionnel qui suit une loi log-normale et une fonction d'autocorrélation exponentielle. Nous allons considérer trois valeurs moyennes de module de cisaillement, une valeur faible égale à 72MPa, une autre égale à 300MPa et qui correspond à la valeur de G à la résonance, et la troisième, la plus élevée égale à 1200MPa. Dans ces trois cas, le coefficient de variation de G est pris égal à 30%.

Dans ce contexte, nous allons étudier deux types de sol (isotrope et anisotrope) bien que le sol est rarement isotrope en réalité.

Quant à la variabilité temporelle du chargement, le signal sismique est modélisé par un processus aléatoire, basé sur l'accélérogramme de Nice.

Le modèle déterministe utilisé dans cette étude est celui présenté dans la section précédente. Il correspond à un sol en champ libre, sans structure à la surface. On doit mentionner ici que la taille de maillage ne dépend pas seulement de la vitesse de cisaillement mais aussi, de la distance d'autocorrélation. Elle ne doit pas dépasser le double de la distance d'autocorrélation.

Avant d'entamer toute analyse probabiliste, nous allons présenter la procédure de génération des signaux stochastiques à partir d'un signal enregistré. Ensuite, une étude sur la génération des champs aléatoires sera présentée.

1. Génération d'un signal stochastique synthétique :

Pour effectuer une analyse statistique qui prend en compte la variabilité naturelle du signal sismique, un appel à une méthode de simulation probabiliste ou fiabiliste s'avère nécessaire (par exemple Monte Carlo, Subset, SPCE,...). En chaque réalisation, un signal sismique stochastique doit être simulé.

Le signal synthétique doit respecter les différentes caractéristiques du mouvement réel du sol, à savoir, l'évolution de l'intensité du mouvement, sa durée, son contenu spectral, sa variabilité naturelle et ses valeurs en crête.

Dans la suite, nous allons élaborer un modèle qui génère des signaux stochastiques en se basant sur un seul signal sismique enregistré. Ces accélérogrammes stochastiques seront utilisés comme entrées à notre modèle déterministe afin de réaliser des études probabilistes sur la réponse dynamique du sol.

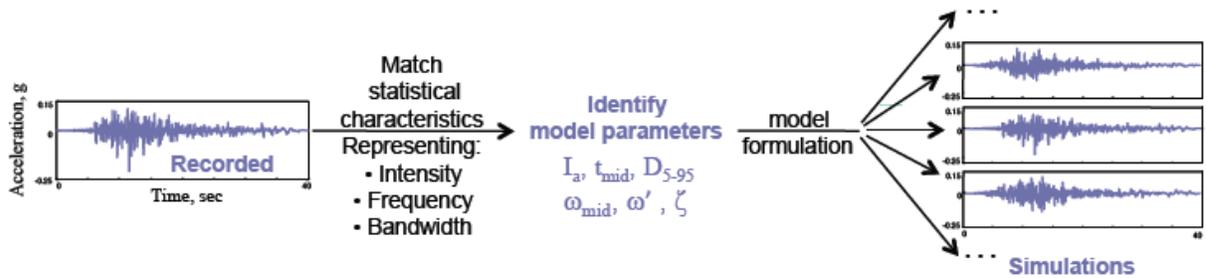


Figure II. 7 Principe de génération des signaux synthétiques stochastiques

1.1. Modélisation stochastique d'un signal sismique :

Cette partie concerne la détermination des paramètres du modèle stochastique développé dans le chapitre 1 sous sa forme discrétisée (équation 14). Ces paramètres sont ceux de la fonction de modulation temporelle et du filtre.

- La fonction de modulation temporelle et ses paramètres :

En général, toute fonction qui augmente graduellement de zéro à une intensité constante, puis, diminue jusqu'à s'annuler peut être une fonction de modulation valide. Plusieurs modèles existent en littérature. Dans cette étude nous avons travaillé avec la fonction gamma, définie comme suit :

$$q(t, \alpha) = 0$$

$$q(t, \alpha) = \alpha_1 (t - T_0)^{\alpha_2 - 1} \exp[-\alpha_3 (t - T_0)]$$

Ce modèle est défini par quatre paramètres $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, T_0)$ qui sont déterminés à partir de l'accélérogramme $a(t)$ réel comme suit:

$$\alpha_1 = I_a = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_n} [a(t)]^2 dt \quad \text{Avec } I_a \text{ est l'aire de l'intensité du signal sismique.}$$

$\alpha_2 = t_{\text{mid}}$: Le temps qui correspond à 45% de I_a

$\alpha_3 = D_{5-95}$ Avec D_{5-95} : La durée effective du signal réel. Entre 5% et 95% de I_a

T_0 : Temps initial du séisme réel

La figure II.8 représente l'accélérogramme réel de Nice et la fonction de modulation correspondante.

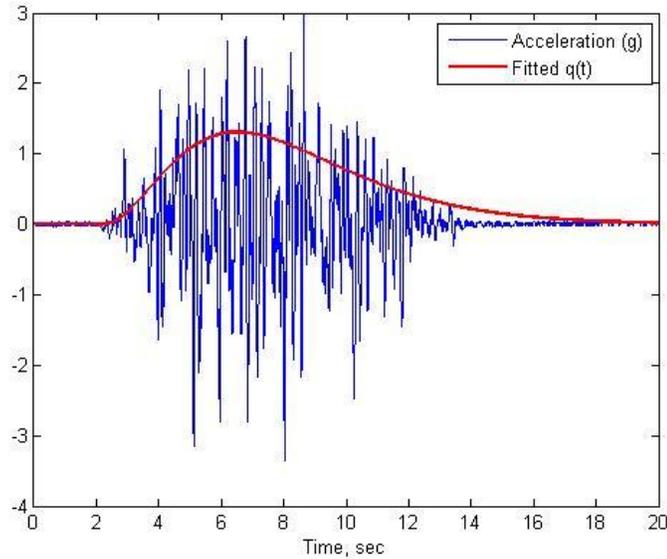


Figure II. 8 L'accélérogramme de Nice et sa fonction de modulation temporelle

○ Le filtre linéaire et ses paramètres :

Dans le domaine fréquentiel, les propriétés du modèle sont influencées par le choix du filtre linéaire $h[t - t_i, \omega_f(t_i), \xi_f(t_i)]$ et de ses paramètres. Dans ce travail, le filtre linéaire utilisé consiste en la réponse d'un oscillateur linéaire simple de 1ddl, soumis à une impulsion. (cf. Annexe C)

$$h(t - \tau, \lambda(t)) = \frac{1}{M\omega\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin(\omega\sqrt{1 - \xi^2}(t - \tau))$$

Ce modèle est défini par deux paramètres $(\omega_f(t_i), \xi_f(t_i))$, où $\omega_f(t_i)$ est la fréquence naturelle et $\xi_f(t_i)$ est le ratio d'amortissement. Ces deux paramètres dépendent du temps de l'application de l'impulsion. Nous avons considéré une variation linéaire de $\omega_f(t_i)$ avec le temps et un ratio d'amortissement constant.

$$\omega_f(t_i) = \omega_{mid} + \omega'(t_i - t_{mid})$$

Où ω_{mid} est la fréquence qui correspond à t_{mid} . ω' est le taux de variation de la fréquence avec le temps.

Ces constantes sont fortement liées entre eux. Donc, ils ne peuvent pas être déterminés séparément.

Alors, on va suivre une procédure qui va optimiser d'abord les paramètres de la fréquence, puis elle va utiliser ces paramètres pour déterminer le ratio d'amortissement.

Pour optimiser les paramètres de fréquence, on trace le nombre cumulé de « zero-level up-crossing » de l'accélérogramme cible en fonction du pas de temps. Puis cette courbe est approximée par un polynôme de deuxième degré comme le montre la figure II.10 (a).

Le polynôme de deuxième degré qui correspond au signal de Nice a pour équation :

$$p = p_1x^2 + p_2x + p_3 = -0.05x^2 + 8.11x + 36.96.$$

Ce polynôme est utilisé pour le calcul des paramètres de la fréquence (ω_{mid} , ω') comme suit :

$$\omega_{mid} = 2 \times p_1 \times t_{mid} + p_2$$

$$\omega' = 2 \times p_1$$

Avec ces paramètres, on génère plusieurs signaux filtrés en utilisant une série des ratios d'amortissement (0.1, 0.2, ... 0.9). Le ratio d'amortissement optimal correspond à celui pour lequel le nombre cumulé de négatifs maximums et positifs minimums du signal simulé s'adapte le plus à celui du signal cible (voir la figure II.10 (b)).

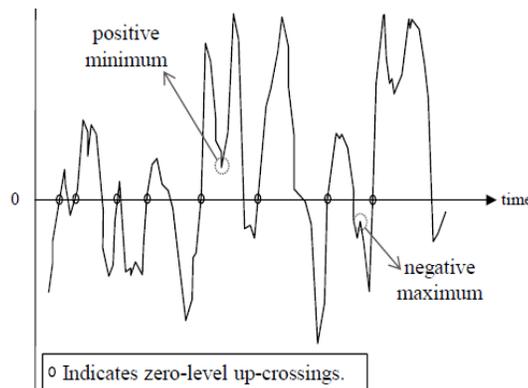


Figure II.9: Réalisation d'un processus stochastique montrant les négatives maximums et positives minimums.

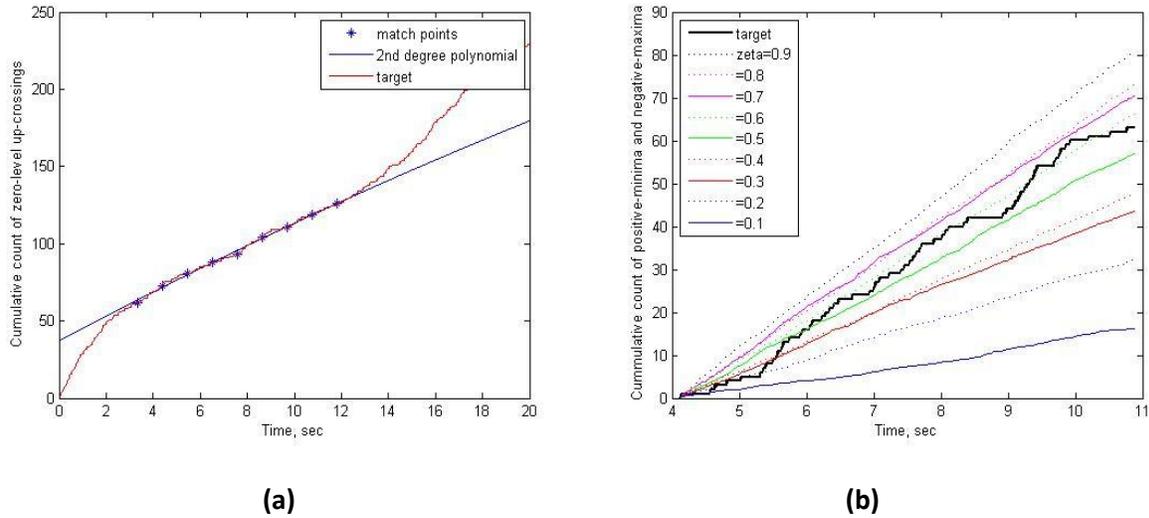


Figure II.10 Identification des paramètres du filtre de l'accélérogramme synthétique de Nice

(a) nombre cumulé de « zero level up-crossing » dans l'accélérogramme cible et le signal modélisé (b) adaptation du nombre cumulé de négatifs maximums et positifs minimums avec l'amortissement du filtre.

Le tableau II.2 résume les paramètres du modèle correspond au signal de Nice.

| | | | |
|------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|
| Paramètres physiques | $I_a = 8.5s.g$ | $D_{5-95} = 6.78s$ | $t_{mid} = 4.728s$ |
| Fonction de modulation | $\alpha_1 = 0.385$ | $\alpha_2 = 3.537$ | $\alpha_3 = 0.576$ |
| Filtre | $\omega_{mid} = 7.63Hz$ | $\omega' = -0.1$ | $\xi_f = 0.56$ |

Tableau II.2 Paramètres du modèle qui correspond au signal de Nice

○ Simulation du chargement sismique :

Après la détermination des différents paramètres de la fonction de modulation temporelle et du filtre. Une réalisation du signal stochastique peut être modélisée en générant des variables normales standards u_i (qui correspondent à l'impulsion au pas du temps t_i) et en utilisant l'équation 14. Le signal résultant est un signal sismique artificiel basé sur l'accélérogramme réel enregistré.

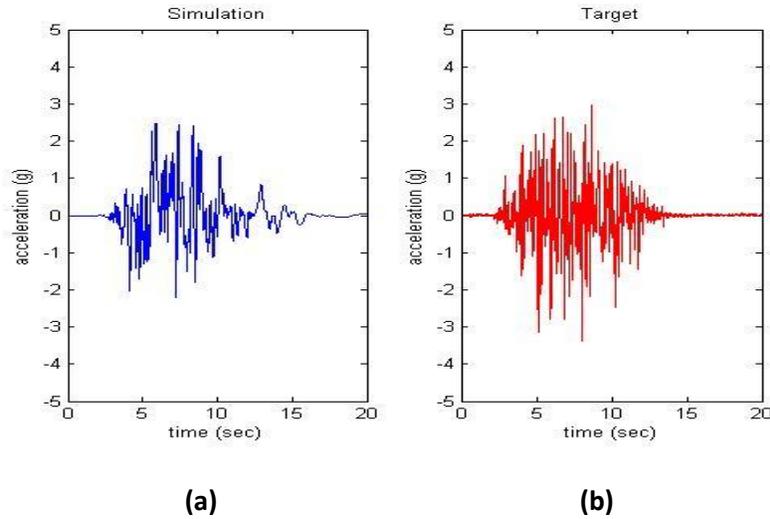


Figure II.10 Séisme de Nice (a) Signal modélisé (b) Accélérogramme cible

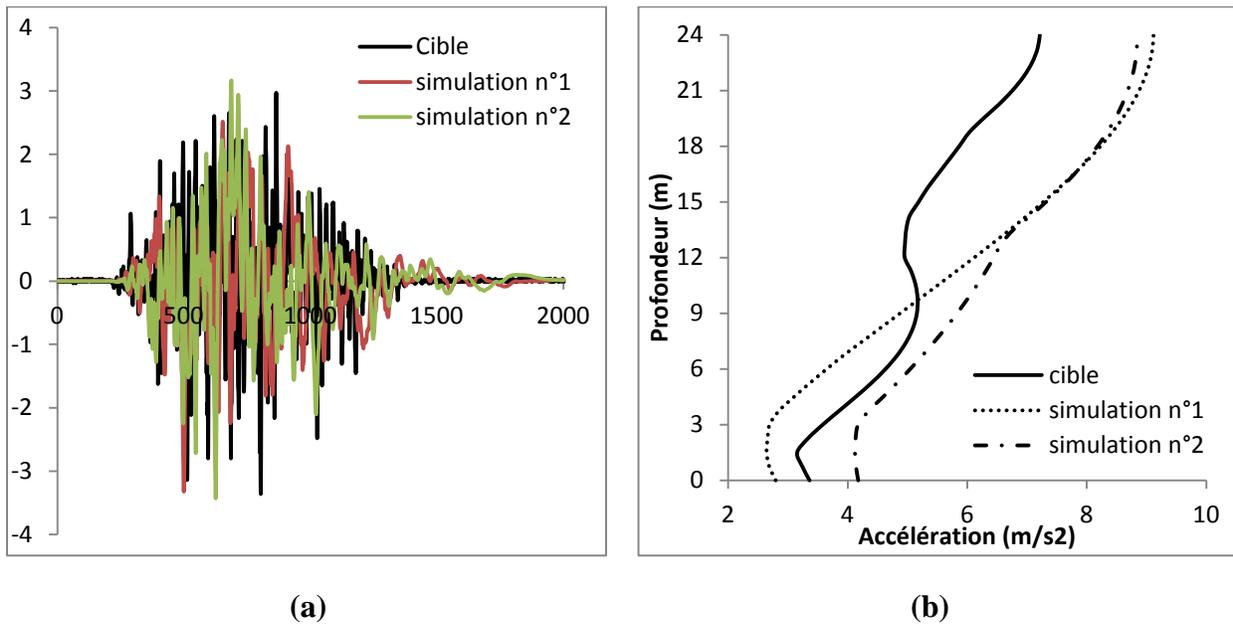


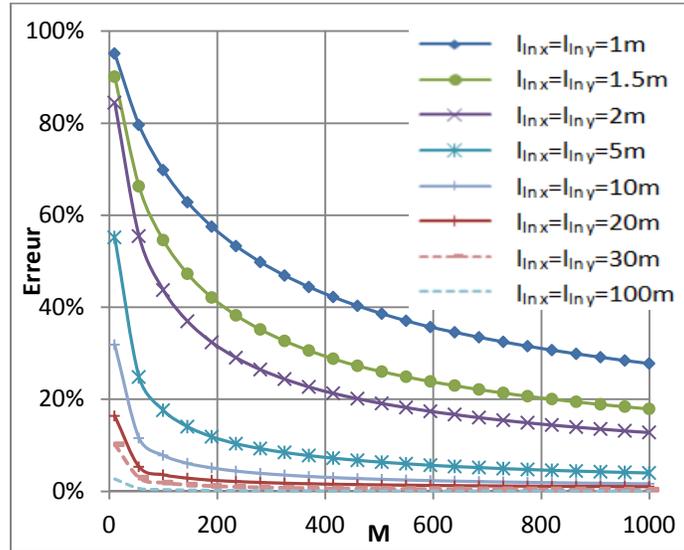
Figure II. 11 (a) L'accélérogramme cible de Nice et deux simulations du signal synthétique (b) Profil des accélérations maximales pour un sol soumis à l'accélérogramme de Nice et pour un sol soumis à deux signaux stochastiques

1.2.Génération d'un champ aléatoire :

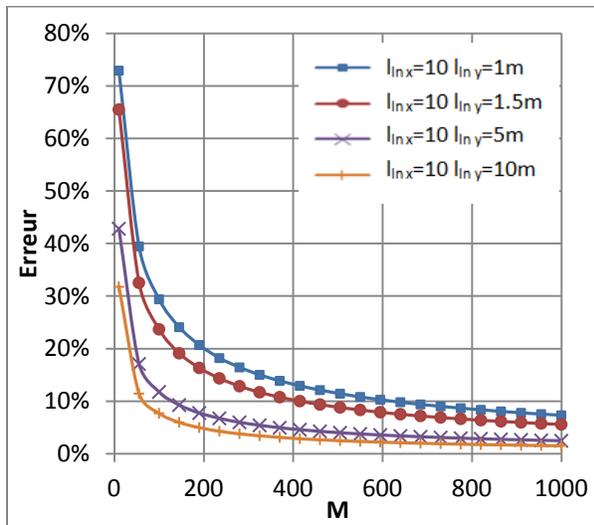
Le module de cisaillement du sol est considéré comme un champ aléatoire 2D qui suit une loi log-normale, l'expansion en série de KL est utilisée pour la discrétisation. Dans ce qui suit, le choix de nombre optimal de termes de KL est présenté ainsi que quelques réalisations.

- Le nombre optimal de modes propres de l'expansion KL :

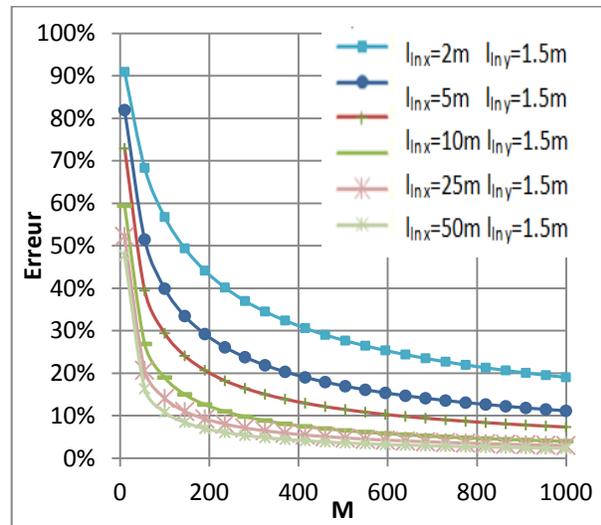
Comme il est déjà expliqué dans le chapitre 1, la précision du champ aléatoire discrétisé dépend de la taille de l'expansion KL (à savoir le nombre de termes M). Les Figures II.12 présentent l'estimation de l'erreur du champ aléatoire généré pour trois types de sols.



(a)



(b)



(c)

Figure II.12 Erreur de discrétisation de champ aléatoire en fonction de nombre de termes de l'expansion KL (a) Sol isotrope (b) Sol anisotrope avec $l_{in,y} = 1.5$ (c) sol anisotrope avec $l_{in,x} = 10$

La figure II.12 montre que l'erreur de discrétisation diminue avec le nombre de modes propres, pour une variabilité spatiale donnée. En augmentant les distances d'autocorrélation, le sol devient de plus en plus homogène et donc, un nombre faible de modes propres sera suffisant pour le simuler, puisqu'il n'y aura pas beaucoup de fluctuations dans le sol.

Pour assurer la rigueur des résultats, une erreur de 5% est fixée pour toutes les configurations du sol. Le tableau II.3 présente le nombre de modes propres qui correspondent à cette erreur :

| | Distance d'autocorrélation (m) | Nombre de modes propres M |
|----------------|-----------------------------------|------------------------------|
| Sol isotrope | $l_{lnx} = l_{lny} = 1.5$ | 1800 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 5$ | 685 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 10$ | 190 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 20$ | 55 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 30$ | 40 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 40$ | 30 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 50$ | 8 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 100$ | 5 |
| | $l_{lnx} = l_{lny} = 1000$ | <5 |
| Sol anisotrope | $l_{lnx} = 10 \ l_{lny} = 1.5$ | 1000 |
| | $l_{lnx} = 10 \ l_{lny} = 2$ | 865 |
| | $l_{lnx} = 10 \ l_{lny} = 5$ | 370 |
| | $l_{lnx} = 10 \ l_{lny} = 7$ | 235 |
| | $l_{lnx} = 2 \ l_{lny} = 1.5$ | 1500 |
| | $l_{lnx} = 3 \ l_{lny} = 1.5$ | 1200 |
| | $l_{lnx} = 4 \ l_{lny} = 1.5$ | 1100 |
| | $l_{lnx} = 5 \ l_{lny} = 1.5$ | 1000 |
| | $l_{lnx} = 15 \ l_{lny} = 1.5$ | 900 |
| | $l_{lnx} = 50 \ l_{lny} = 1.5$ | 460 |
| | $l_{lnx} = 100 \ l_{lny} = 1.5$ | 280 |

Tableau II.3 Nombre de termes de l'expansion de KL qui correspond à 5% d'erreur

Les figures II.14 représentent des réalisations de champ aléatoire log normal, pour une erreur de 5% en différentes configurations :

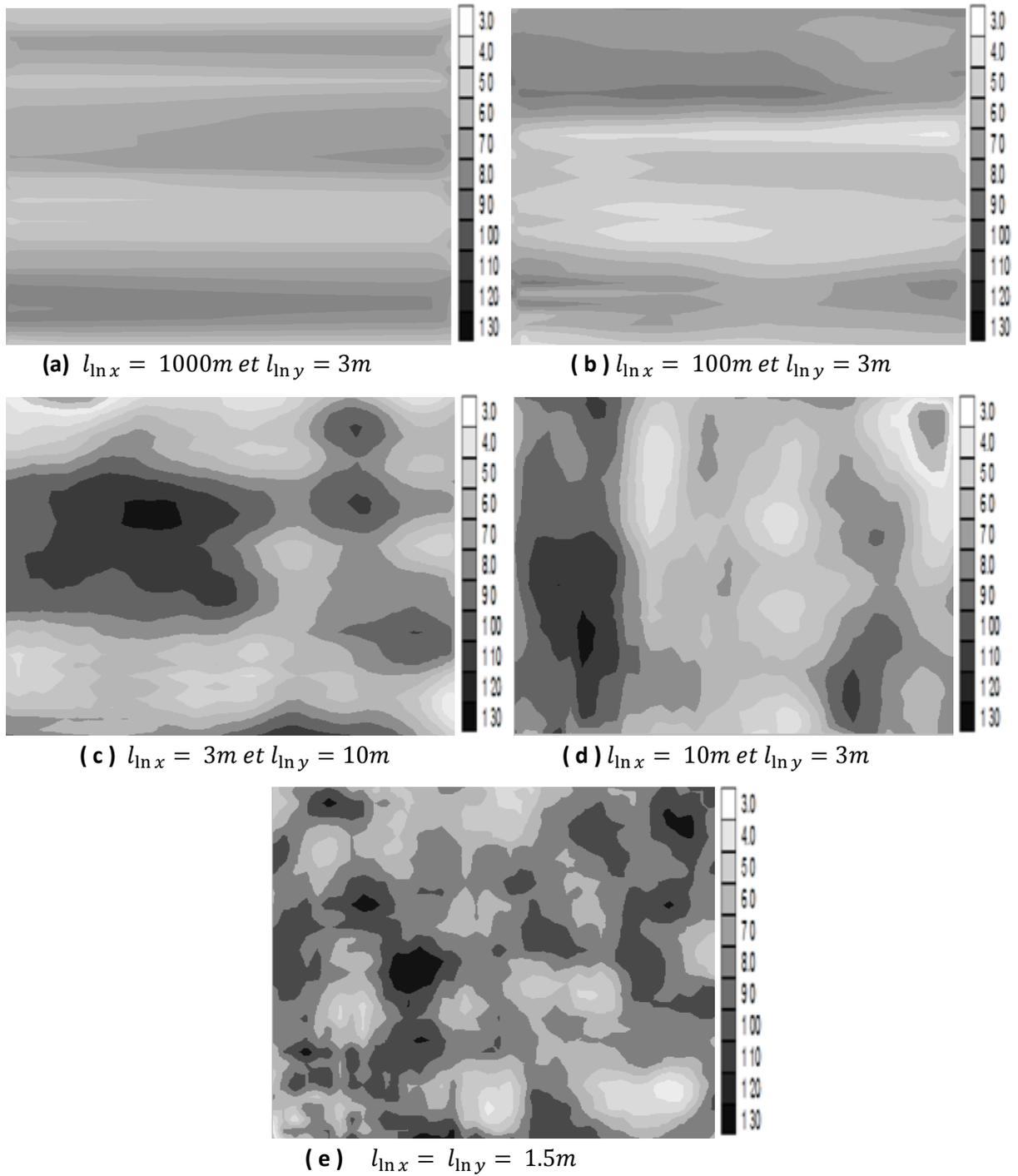


Figure II.14 Réalisations du champ aléatoire log-normal pour différentes configurations du sol

1.3. L'analyse probabiliste :

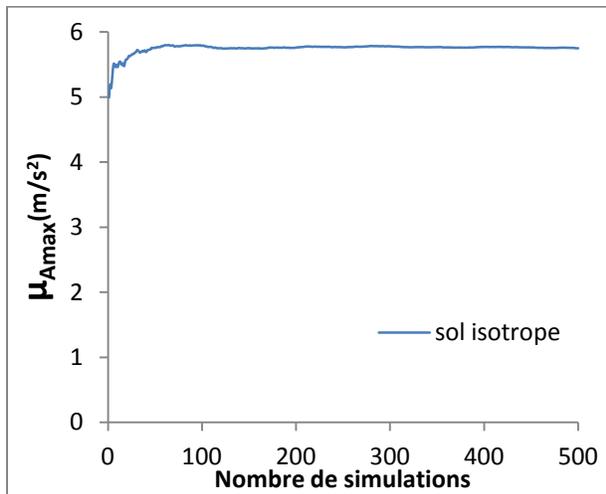
a. Variabilité spatiale du sol :

L'objectif de cette partie est l'étude de l'influence de la variabilité spatiale du sol sur les moments statistiques de la réponse dynamique du sol (l'accélération maximale au point central à la surface du massif) en utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo.

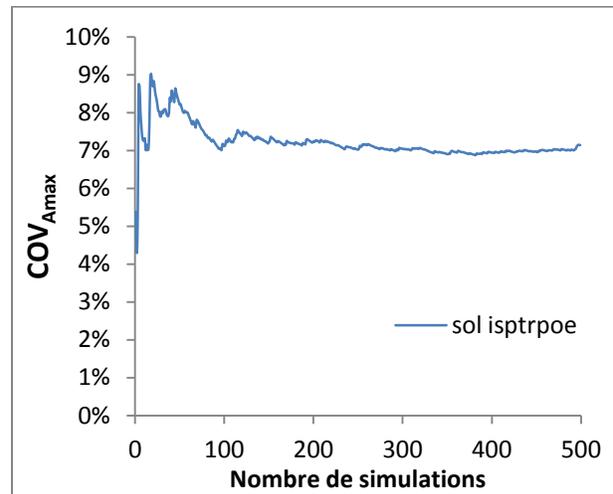
▪ Choix de nombre de simulations par Monte Carlo :

Pour pouvoir interpréter les résultats de la simulation de Monte Carlo en toute rigueur, une étude sur le nombre optimal de simulations s'avère nécessaire. Les figures II.15 représentent la moyenne et le coefficient de variation (COV) de la réponse dynamique en fonction du nombre de simulations pour deux configurations critiques (c'est-à-dire qui demandent un nombre important de modes propres de l'expansion KL et par suite un temps de calcul plus important).

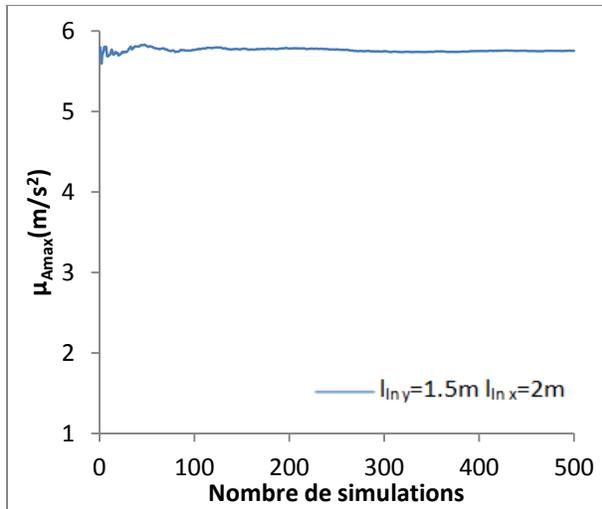
Ces configurations correspondent dans le cas d'un sol isotrope à $l_{lnx} = l_{lny} = 1.5m$ et dans le cas anisotrope aux configurations $l_{lnx} = 10m$ et $l_{lny} = 1.5m$ et $l_{lnx} = 2m$ et $l_{lny} = 1.5m$.



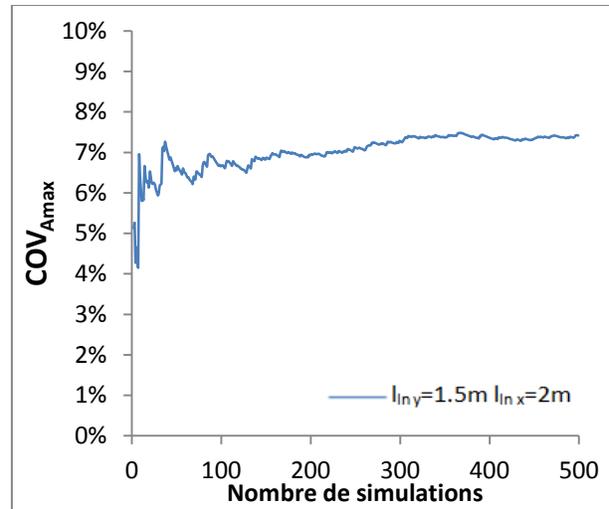
(a)



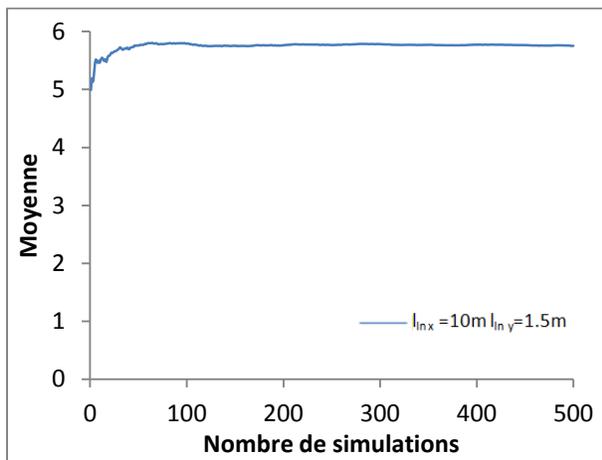
(b)



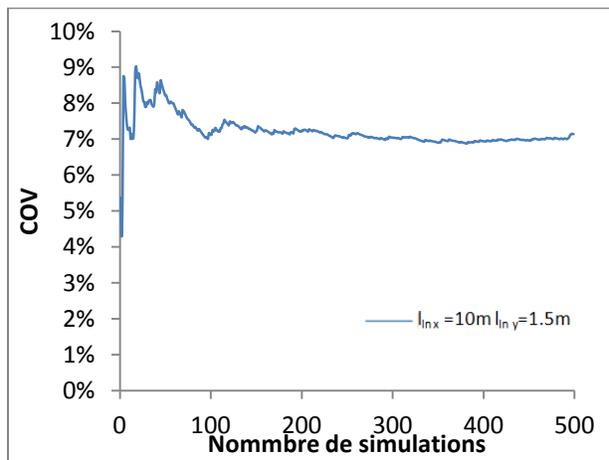
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure II.15 Choix du nombre optimal de simulation par Monte Carlo (a) ; (b) cas d'un sol isotrope (c) ; (d) et (e) ;(f) cas d'un sol anisotrope

Pour ces trois configurations critiques, 300 simulations restent assez suffisantes pour avoir des moments statistiques stables. Donc, tous les calculs probabilistes présentés dans cette partie sont obtenus avec 300 simulations.

- Influence du choix de point représentant la surface du sol sur la réponse dynamique :

Pour justifier le choix du point central à la surface du sol, nous avons calculé les moyennes et les coefficients de variation de la réponse dynamique du sol en plusieurs points à la surface du domaine et cela pour les mêmes réalisations de champ. Le tableau II.4 résume les résultats obtenus

| Position x | 5 | 9 | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 | 21 | 25 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 5.789 | 5.735 | 5.706 | 5.703 | 5.733 | 5.716 | 5.729 | 5.766 | 5.808 |
| $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.563 | 0.519 | 0.499 | 0.493 | 0.488 | 0.484 | 0.479 | 0.480 | 0.498 |
| $COV_{A_{max}}$ | 9.7% | 9.1% | 8.7% | 8.6% | 8.5% | 8.5% | 8.4% | 8.3% | 8.6% |

Tableau II.4 Moyenne, écart type et COV de l'accélération maximale en différents point à la surface du sol

On constate que les deux moments statistiques restent quasiment constants, en exceptant les points proches des frontières verticales. Donc les points qui restent suffisamment loin des deux extrémités verticales (pour $10 \leq x \leq 20$) peuvent présenter la réponse dynamique de la surface du sol.

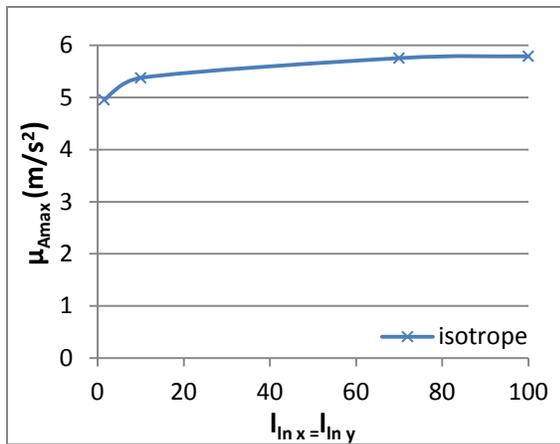
- Influence de la distance d'autocorrélation sur la réponse dynamique:

Les figures II.16' représentent respectivement la variation de la moyenne et du coefficient de variation de l'accélération maximale en fonction des distances d'autocorrélation. Pour les différents types de sols, on constate que les moyennes augmentent légèrement avec les distances d'autocorrélation pour les différents profils du sol. Au fait, l'hétérogénéité du sol introduit certaines zones fortes, ce qui limitera l'amplification de l'accélération à la surface.

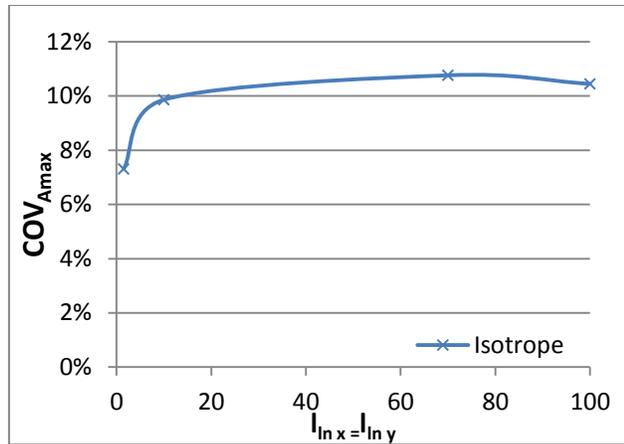
Les graphes II.16' (b), (d) et (f) montrent que les coefficients de variation de la réponse augmentent avec les distances d'autocorrélation. Cela signifie que la variabilité de A_{max} est maximale pour les grandes distances d'autocorrélation. En effet, avec des grandes distances d'autocorrélation, le sol tend à être homogène, (on se retrouve au cas de variable aléatoire) donc les valeurs de la propriété sont tellement différentes d'une réalisation à une autre, ce qui induit des réponses avec une grande variabilité.

D'autre part, on peut remarquer une faible variabilité au niveau des faibles distances d'autocorrélation. En effet, les faibles distances d'autocorrélation produisent ce qu'on appelle le « phénomène de moyennage ». Ce phénomène est connu dans les problèmes de chargement statique, il dit qu'une variation d'une propriété d'un point de sol à un autre voisin conduit à des réponses quasi similaires d'une réalisation à une autre. Dans les problèmes de chargement dynamique, ce phénomène est aussi produit, mais seulement dans le chemin d'onde.

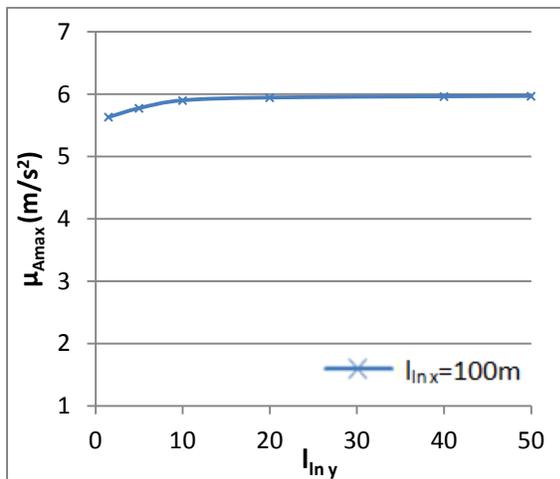
En comparant les figures II.16' (f) et (d), on peut remarquer que la variation du COV de la réponse dépend plus de la distance d'autocorrélation verticale qu'à la distance d'autocorrélation horizontale. Ce qui reste totalement logique puisque la propagation de l'onde se fait verticalement, donc l'hétérogénéité du sol suivant la direction verticale est la plus influente.



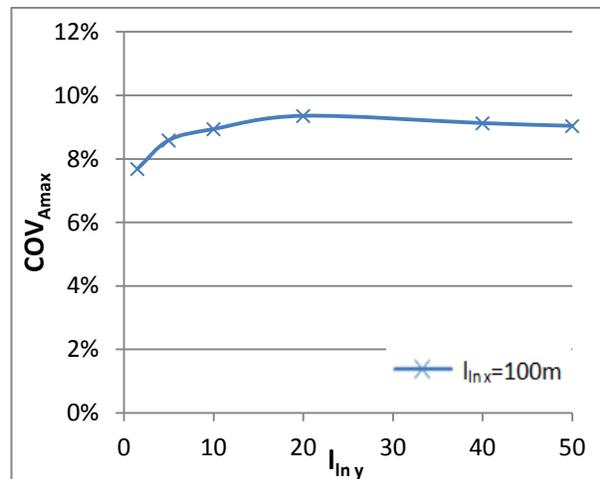
(a)



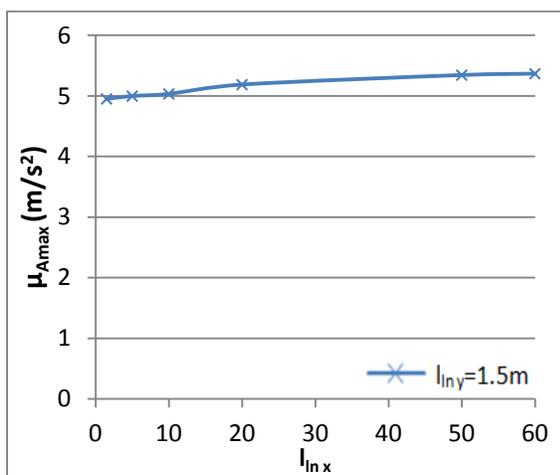
(b)



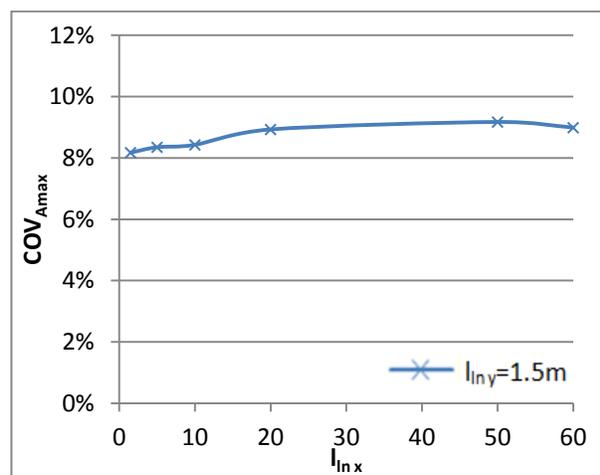
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure II.16' Moyenne et COV de l'accélération maximale à la surface du sol en fonction de distance d'autocorrélation

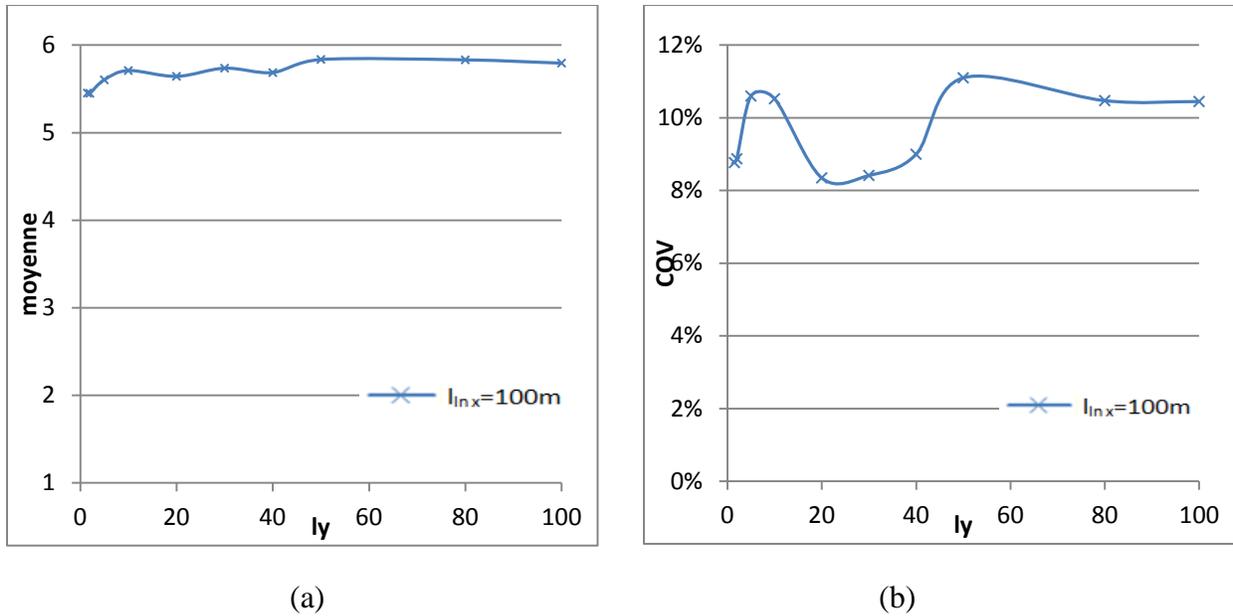


Figure II. 16'' : Moyenne et COV de l'accélération maximale à la surface du sol en fonction de distance d'autocorrélation

Pour voir comment la réponse évolue avec les distances d'autocorrélation, nous avons poussé un peu la recherche en considérant plus de points autour de la longueur d'onde du signal incident (pour un module de cisaillement $G = 72MPa$). Les figure II.16'' (a) et (b) représente respectivement la moyenne et le COV de la réponse dynamique pour un sol anisotrope. Nous pouvons constater que la variabilité de A_{max} connaît des faibles variations pour les distances d'autocorrélation entre 20m et 50m. Ce qui correspond aux longueurs d'onde du signal incident. En effet, lorsque les distances d'autocorrélation sont à l'ordre de la longueur d'onde, cette dernière est plus sensible à l'hétérogénéité du sol, et donc la réponse dynamique sera trop influencée par la variabilité spatiale du sol (dans ce cas les $COV_{A_{max}}$ sont faibles).

▪ Influence de la valeur moyenne du champ sur la réponse dynamique :

Le tableau II.6 représente l'effet de la variabilité spatiale du sol sur la moyenne et le COV de l'accélération maximale à la surface du sol. Cette analyse est faite pour trois valeurs de la moyenne du module de cisaillement G (72MPa, 300MPa, 1200MPa) et pour trois configurations du sol (sol isotrope et sol anisotrope).

Dans le cas où seulement la variabilité spatiale est considérée, les valeurs moyennes de A_{max} sont maximales en résonance (comme dans l'analyse déterministe).

| | | μ_G (MPa) | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|--|-------|------|------|
| | | 72 | 300 | 1200 | |
| Distance d'autocorrélation | $l_{inx}=l_{iny}=1.5m$ | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 4.97 | 9.45 | 6.42 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.35 | 0.53 | 0.34 |
| | | $COV_{A_{max}}$ | 7.0% | 5.6% | 5.3% |
| | $l_{inx}=10m$ $l_{iny}=5m$ | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 5.15 | 9.11 | 6.28 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.65 | 0.82 | 0.53 |
| | | $COV_{A_{max}}$ | 12.7% | 9.0% | 8.5% |
| | $l_{inx}=1000m$ $l_{iny}=1.5m$ | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 5.63 | 9.95 | 6.80 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.43 | 0.27 | 0.57 |
| | | $COV_{A_{max}}$ | 7.7% | 2.8% | 8.4% |

Tableau II.6 Moments statistique de l'accélération maximale pour différentes valeurs de la moyenne du champ aléatoire G

▪ L'influence du coefficient de variation du champ aléatoire :

Pour étudier l'influence du coefficient de variation du module de cisaillement sur la réponse dynamique, nous avons choisi le profil de sol le plus critique correspondant à un sol isotrope tel que $l_{inx} = l_{iny} = 1.5m$.

Le tableau II.7 représente la moyenne et le COV de la réponse en fonction des trois coefficients de variation du champ aléatoire G (15% 30% et 45%) et cela pour trois valeurs moyenne du module de cisaillement (G=72MPa, 300MPa, et 1200MPa).

On remarque que les moyennes de A_{max} diminuent lorsque la variation du module de cisaillement G augmente et cela pour les différentes valeurs moyennes de G. Alors que le COV de A_{max} augmente avec le COV de G.

| | | μ_G (MPa) | | | |
|------------|-----|--|------|------|------|
| | | 72 | 300 | 1200 | |
| COV | 15% | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 5.54 | 9.79 | 6.65 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.14 | 0.22 | 0.07 |
| | | $COV_{A_{max}}$ | 2.6% | 2.3% | 1.0% |
| | 30% | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 4.97 | 9.45 | 6.42 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.35 | 0.53 | 0.34 |
| | | $COV_{A_{max}}$ | 7.0% | 5.6% | 5.3% |
| | 45% | $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 4.42 | 8.90 | 6.30 |
| | | $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 0.63 | 0.82 | 0.59 |

| | | | | |
|--|-----------------|-------|------|------|
| | $COV_{A_{max}}$ | 14.2% | 9.2% | 9.4% |
|--|-----------------|-------|------|------|

Tableau II.7 Moments statistique de l'accélération maximale en fonction de différentes valeurs de moyenne et du COV du champ aléatoire G

b. Variabilité temporelle :

Avant d'analyser l'effet de la variabilité temporelle sur la réponse dynamique du sol, il semble nécessaire de déterminer le nombre optimal de simulations de Monte Carlo. Les figures II.17 représentent la moyenne et l'écart-type de la réponse en fonction du nombre de simulations. On peut remarquer que le COV de la réponse se stabilise après 300 simulations.

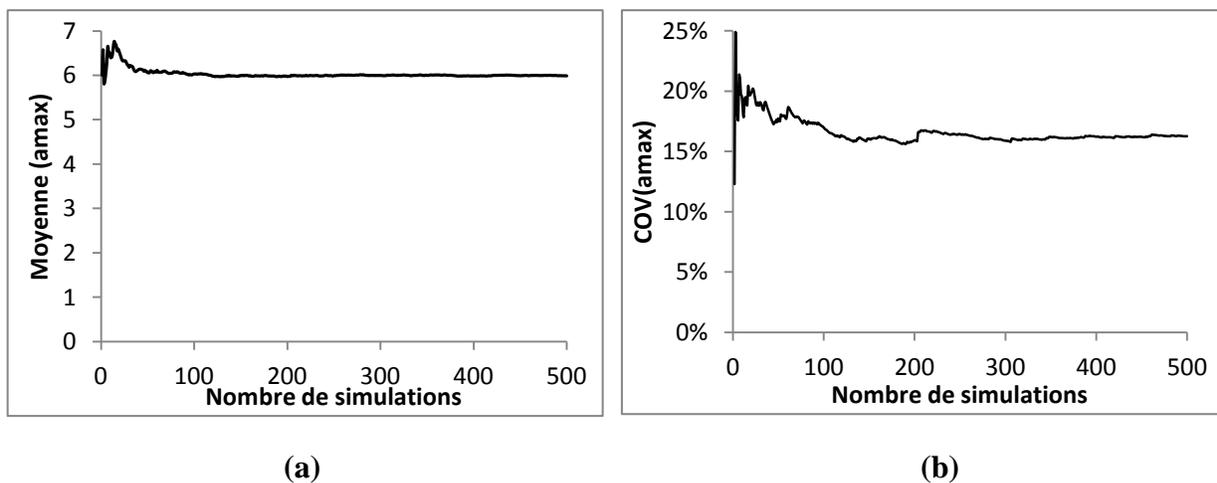


Figure II.17 Choix de nombre optimal de simulation par Monte Carlo (a) Moyenne de A_{max} en fonction du nombre de simulations (b) COV de A_{max} en fonction du nombre de simulation

▪ Effet de la variabilité temporelle sur la réponse dynamique du sol :

Le tableau II.8 représente les moments statistiques de l'accélération maximale à la surface pour plusieurs valeurs de module de cisaillement, et en considérant la variabilité temporelle du signal sismique, (en générant 300 signaux stochastiques).

On peut remarquer que la réponse connaît une variabilité importante ($> 15\%$). Cette variabilité est maximale pour des faibles valeurs de G, et elle diminue tout en augmentant G et se stabilise à 15%. En fait, avec des sols caractérisés par un module de cisaillement élevé, l'amplification de l'accélération à la surface est très faible, de telle sorte qu'elle soit presque indépendante du signal sismique stochastique appliqué.

La moyenne de la réponse dynamique atteint un maximum en $G=100\text{MPa}$, ce qui correspond à la résonance, ensuite elle diminue considérablement. Il semble être intéressant de comparer les

moyennes de A_{max} dans le cas d'un seul signal avec la présence de la variabilité temporelle. La figure II.19 représente la moyenne de la réponse en fonctions des modules de cisaillement dans ces deux cas.

On peut remarquer qu'en considérant un seul signal, la réponse dynamique est sous-estimée pour les sols de faibles modules de cisaillement, alors que la réponse est surestimée si le module de cisaillement du sol est important.

| G (MPa) | 50 | 100 | 200 | 300 | 600 | 1000 | 1200 | 1400 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\mu_{A_{max}}$ (m/s ²) | 9.10 | 9.84 | 9.43 | 8.05 | 5.97 | 4.85 | 4.57 | 4.36 |
| $\sigma_{A_{max}}$ (m/s ²) | 2.27 | 2.23 | 1.99 | 1.50 | 0.88 | 0.73 | 0.68 | 0.66 |
| $COV_{A_{max}}$ | 24.97% | 22.62% | 21.09% | 18.69% | 14.79% | 15.08% | 14.91% | 15.04% |

Tableau II.8 Moments statistiques de la réponse dynamique en fonction de module de cisaillement du sol

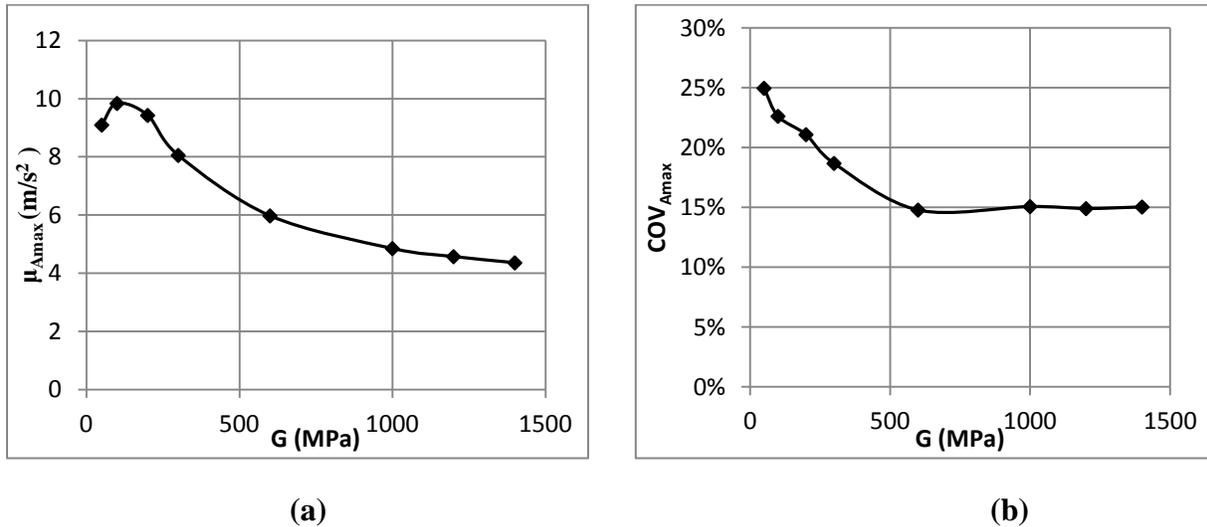


Figure II.18 Variation de l'accélération maximale en fonction des valeurs de module de cisaillement du sol **(a)** Moyenne de A_{max} en fonction de G **(b)** COV de A_{max} en fonction de G

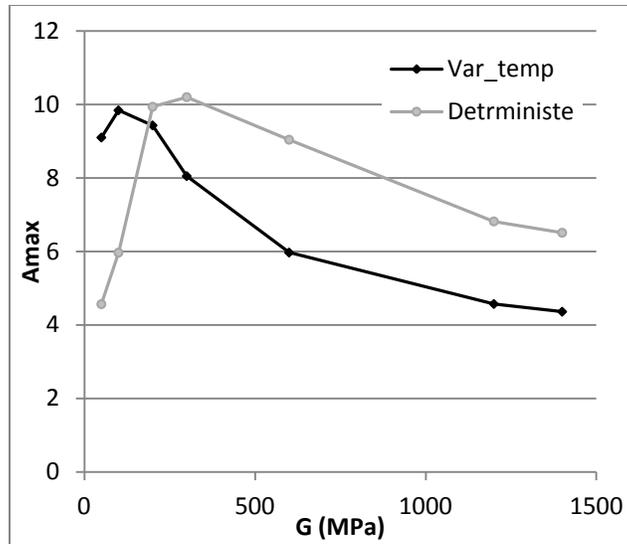


Figure II.19 Comparaison de l'évolution de la moyenne de A_{max} dans le cas d'un seul signal synthétique et en considérant la variabilité temporelle du séisme

c. Variabilité spatiale et temporelle :

Après l'étude de l'effet de la variabilité spatiale du sol sur la réponse dynamique ainsi que l'effet de la variabilité temporelle du chargement sismique sur l'accélération maximale à la surface du sol, il s'avère nécessaire de voir comment la réponse dynamique évolue en considérant les deux types de variabilité.

Le tableau II.9 rassemble les réponses dynamiques pour trois profils du sol et trois valeurs moyennes du champ aléatoire dans les trois cas de variabilité.

La variabilité de la réponse lorsque la variabilité spatiale a été considérée est largement inférieure à celle obtenue en prenant en compte la variabilité temporelle du chargement sismique.

Lorsque la variabilité du sol et la variabilité du chargement sismique ont été considérées, la réponse a connu une variation maximale pour toutes les configurations du sol et toutes les valeurs moyennes de G. Mais cette variation reste plus faible que celle obtenue en superposant les réponses des deux types de variabilité ($A_{max}^{Variabilité spatiale} + A_{max}^{Variabilité temporelle}$). Donc la superposition de la variabilité spatiale et la variabilité temporelle surestime les réponses dynamiques du sol.

On peut remarquer que la variation de l'accélération maximale est plus influencée par la variabilité temporelle du chargement que la variabilité spatiale. En fait, les valeurs du $COV_{A_{max}}$ obtenues en considérant la variabilité temporelle sont proches de celle obtenues en considérant les deux types de variabilité (un écart de 2% à 8% devant un écart de 20% en considérant la variabilité spatiale).

| Seulement la variabilité spatiale du module de cisaillement est considérée | | | | | | |
|--|---------------------|--------------|---------------------|--------------|---------------------|--------------|
| | $\mu_G = 72MPa$ | | $\mu_G = 300MPa$ | | $\mu_G = 3000MPa$ | |
| | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} |
| $l_{lnx} = l_{lny} = 1.5m$ | 4.97 | 7.0% | 9.45 | 5.6% | 6.42 | 5.3% |
| $l_{lnx} = 10m \ l_{lny} = 5m$ | 5.15 | 12.7% | 9.11 | 9.0% | 6.28 | 8.5% |
| $l_{lnx} = 1000 \ l_{lny} = 1.5m$ | 5.63 | 7.7% | 9.95 | 2.8% | 6.80 | 8.4% |
| Seulement la variabilité temporelle du chargement dynamique est considérée | | | | | | |
| | 9.54 | 21.92% | 8.05 | 18.69% | 4.57 | 14.91% |
| La variabilité spatiale de G et la variabilité temporelle du chargement sont considérées | | | | | | |
| | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} | $\mu_{Amax}(m/s^2)$ | COV_{Amax} |
| $l_{lnx} = l_{lny} = 1.5m$ | 7.43 | 29.45% | 7.92 | 18.75% | 4.43 | 17.03% |
| $l_{lnx} = 10m \ l_{lny} = 5m$ | 7.37 | 28.58% | 7.81 | 19.45% | 4.35 | 19.22% |
| $l_{lnx} = 1000 \ l_{lny} = 1.5m$ | 8.41 | 27.86% | 8.22 | 19.09% | 4.57 | 17.50% |

Tableau II.9 Moments statistiques de la réponse dynamique en fonction de la moyenne du module de cisaillement du sol

Il convient ici de comparer les résultats obtenus en considérant la variabilité temporelle du chargement et/ou la variabilité spatiale 1D, d'une colonne du sol (AL-BITTAR (2013)) avec ceux obtenus dans cette étude en considérant un champ aléatoire 1D ($l_{lnx} = 1000 \ l_{lny} = 1.5m$).

En comparant ces résultats, on constate que :

- Les valeurs moyennes obtenues dans notre étude sont inférieures à celles retrouvées en considérant une colonne du sol. Un écart de 1MPa a été observé.
- L'évolution des valeurs de la moyenne et du COV de Amax en fonction de μ_G est quasi-similaire dans les deux études.

On peut expliquer ces différences par la discrétisation du champ aléatoire. Au fait, la méthode de discrétisation de champ aléatoire n'est pas la même dans les deux études. Nous avons utilisé une discrétisation en série de KL, alors que l'étude de AL-BITTAR a été basée sur la discrétisation d'EOLE.

Conclusion :

Dans ce chapitre, la réponse dynamique d'un sol en champ libre soumis à un chargement sismique a été étudiée. Nous avons considéré la variabilité spatiale du sol et / ou la variabilité temporelle du signal sismique. Le module de cisaillement du sol, considéré comme paramètre incertain, est modélisé par un champ aléatoire 2D et il est discrétisé par l'expansion de KL. Quant au chargement dynamique, nous avons considéré un processus aléatoire basé sur l'accélérogramme de Nice.

Le modèle déterministe numérique utilisé consiste en un sol sans structure à la surface et simulé par le logiciel de différences finies FLAC^{2D}.

Avant d'entamer l'analyse probabiliste, une étude paramétrique déterministe a été faite. Nous avons constaté que l'amplification de A_{\max} à la surface du sol est maximale pour des valeurs de G comprises entre 175MPa et 1050MPa (qui correspondent aux fréquences prédominantes du séisme) ce qui induit un phénomène de résonance.

L'analyse probabiliste a été basée sur la simulation de Monte Carlo, 300 simulations ont été choisies pour le calcul de la moyenne et l'écart type de la réponse dynamique.

En considérant la variabilité spatiale du sol, le COV de la réponse reste très faible par rapport à celui obtenu en considérant la variabilité temporelle. D'autre part, Lorsque la variabilité du sol et la variabilité du chargement sismique ont été considérées, la réponse a connu une variation maximale pour toutes les configurations du sol. Mais cette variation reste plus faible que celle obtenue en superposant les réponses des deux types de variabilité. Donc la superposition de la variabilité spatiale et la variabilité temporelle surestime les réponses dynamiques du sol.

Conclusion générale :

Les travaux présentés dans ce rapport s'attachent à étudier l'influence de la variabilité spatiale du sol et la variabilité temporelle du chargement sismique sur la réponse dynamique des ouvrages géotechniques. Nous focalisons notre étude au cas d'un sol en champ libre, compte tenu de la rareté des études portant sur les réponses sismiques probabilistes.

Avant d'étudier les différentes analyses probabilistes effectuées dans ce stage, une revue de la littérature existante a été présentée dans le chapitre I. ce qui nous a permis de tracer une feuille de route pour les étapes de la recherche qui suivent.

La deuxième partie de ce mémoire a été consacrée à la présentation de l'analyse probabiliste dynamique. Deux sources aléatoires d'incertitudes ont été prises en compte ; le module de cisaillement du sol, a été modélisé par un champ aléatoire bidimensionnel, et le signal sismique, a été simulé par un processus aléatoire basé sur l'accélérogramme de Nice.

Ce travail a abouti aux conclusions suivantes :

- En considérant la variabilité spatiale du sol, les moments statistiques de l'accélération maximale restent quasiment constants sur toute la surface du sol, en exceptant les points proches des frontières latérales.
- La variabilité de la réponse lorsque la variabilité spatiale a été considérée est largement inférieure à celle obtenue en prenant en compte la variabilité temporelle du chargement sismique.
- Lorsque la variabilité du sol et la variabilité du chargement sismique ont été considérées, la réponse a connu une variation maximale pour tous les profils du sol. Mais cette variation reste plus faible que celle obtenue en superposant les réponses des deux types de variabilité, c'est à dire:

$$A_{max}^{Variabilité spatiale} + A_{max}^{Variabilité temporelle} > A_{max}^{Variabilité spatiale+Variabilité temporelle}$$

Donc la superposition de la variabilité spatiale et la variabilité temporelle surestime les réponses dynamiques du sol.

References:

- Ahmed, A. (2012). “Simplified and Advanced Approaches for the Probabilistic Analysis of Shallow Foundations.” *Thèse*, Université de Nantes, France.
- Al-Bittar, T. (2012). “Probabilistic analysis of shallow foundations resting on spatially varying soils.” *Thèse*, Université de Nantes, France
- Au, S.K., and Beck, J.L. (2001). “Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation.” *Probabilistic Engineering Mechanics*, **16**: 263- 277.
- Baecher, G.B., and Christian, J.T. (2003). “Reliability and statistics in geotechnical engineering.” *John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England*, 205-242.
- Baroth J., Schoefs F., Breysse D. (2011). “Les données incertaines en géotechnique” In “ Fiabilité des ouvrages, sûreté, variabilité, maintenance, sécurité” LAVOISIER, 100-106.
- Cherubini, C., Giasi, I., and Rethati, L. (1993). “The coefficient of variation of some geotechnical parameters.” *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. Edited by Li, K.S., and Lo, S-C.R., A.A. Balkema, Rotterdam, 179-183.
- Der Kiureghian, A., and Ditlevsen, O. (2009). “Aleatory or epistemic? Does it matter?” *Structural Safety*, **31(2)**: 105-112.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N.R., and Cruden, D.M. (2003). “Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale.” *Canadian Geotechnical Journal*, **40**: 192-208.
- Fenton, G.A., Zhou, H., Jaksa, M.B., and Griffiths, D.V. (2003). “Reliability analysis of a strip footing designed against settlement.” *Applications of statistics and probability in civil engineering, Der Kiureghian, Madanat & Pestana (eds) © 2003 Millpress, Rotterdam, ISBN 90 5966 004 8*.
- Phoon, K.K. 2008. Numerical recipes for reliability analysis – a primer. In: Phoon, K.K., ed. Reliability-based design in geotechnical engineering: Computations and applications. Taylor & Francis, 1-75.
- Rezaeian, S., and Der Kiureghian, A. (2008). “A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral nonstationarity.” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **37**: 1565-1584.
- Rezaeian, S., and Der Kiureghian, A. (2010). “Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics.” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **39**: 1155-1180.

Spanos, P.D., and Ghanem, R. (1989). "Stochastic finite element expansion for random media." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **115(5)**: 1035-1053.

Sudret, B., and Der Kiureghian, A. (2000). "Stochastic finite element methods and reliability: A State-of-the-Art Report." *Report No. UCB/SEMM-2000/08 Structural Engineering, Mechanics and Materials Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, Berkeley.*

ANNEXE A

Calcul de la probabilité de défaillance d'une fondation superficielle

Cette section a deux objectifs. Le premier consiste à présenter un exemple simple expliquant la génération d'un champ aléatoire par la discrétisation en série de Karhunen Loève. Le deuxième exemple traite un calcul de la probabilité de défaillance en utilisant la simulation de Subset.

Ces deux objectifs seront traités dans le cadre d'un exemple simple d'une fondation superficielle. Un calcul en ELU sera présenté en utilisant des formules simplifiées de la capacité portante. Aucun modèle numérique ne sera utilisé.

1. Génération de champ aléatoire :

Cet exemple vise à illustrer la mise en œuvre pratique de certains concepts théoriques présentés dans le chapitre bibliographique à savoir la génération d'un champ aléatoire. Dans cet exemple, le module d'Young du sol a été considéré comme un champ aléatoire qui suit une loi log-normale 2D. Les paramètres statistiques utilisés dans l'analyse sont $\mu_E = 60\text{MPa}$, $\text{COV}_E = 15\%$ et $l_{\ln y} = l_{\ln x} = 1\text{m}$. Un nombre faible de termes KL ($M = 2$) est considéré à titre d'illustration. Les demi-largeurs dans les deux directions x et y ont été prises comme suit: $a_x = 7,5\text{m}$ et $y = 3\text{m}$.

| 1D random field in the x-direction | | | | 1D random field in the y-direction | | | |
|------------------------------------|--------------|---------------|------------------------------|------------------------------------|--------------|---------------|----------------------------|
| j | ω_j^x | λ_j^x | $\phi_j^x (x = 0.5\text{m})$ | k | ω_k^y | λ_k^y | $\phi_k^y (y = 3\text{m})$ |
| 1 | 0.18505 | 1.93378 | 0.34220 | 1 | 0.39740 | 1.72722 | 0.18802 |
| 2 | 0.37146 | 1.75749 | 0.06380 | 2 | 0.81861 | 1.19752 | 0.33382 |

Tableau 1 : Valeurs et fonctions propres de champ aléatoire 1D dans les directions x et y, où $\mu = 60\text{MPa}$, $\text{COV} = 15\%$, $l_{\ln x} = l_{\ln y} = 1\text{m}$, $a_x = 7,5\text{ m}$, $y = 3\text{m}$ et $M = 2$

Après le calcul des valeurs propres et les fonctions propres des champs aléatoires 1D, le produit de toutes les combinaisons possibles a été réalisé. Les résultats de ce processus sont montrés dans le tableau (2a).

| j | k | λ_j^x | λ_k^y | $\lambda_i^{2D} = \lambda_j^x \lambda_k^y$ | $\phi_j^x (x = 0.5\text{m})$ | $\phi_k^y (y = 3\text{m})$ | $\phi_i^{2D} = \phi_j^x \phi_k^y$ |
|-----|-----|---------------|---------------|--|------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 1 | 1.93378 | 1.72722 | 3.34008 | 0.34220 | 0.18802 | 0.06434 |
| 1 | 2 | 1.93378 | 1.19752 | 2.31575 | 0.34220 | 0.33382 | 0.11423 |
| 2 | 1 | 1.75749 | 1.72722 | 3.03557 | 0.06380 | 0.18802 | 0.01199 |

| | | | | | | | |
|---|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2 | 2 | 1.75749 | 1.19752 | 2.10465 | 0.06380 | 0.33382 | 0.02130 |
|---|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|

Tableau 2a: Valeurs et vecteurs propres d'un champ aléatoire 2D où $\mu = 60\text{MPa}$, $\text{COV} = 15\%$,

$$l_{\ln y} = l_{\ln x} = 1\text{m} \quad a_x = 7,5\text{m} \quad \text{et} \quad y = 3\text{m} \quad \text{et} \quad M = 2$$

Les lignes du tableau (2a) doivent être agencées selon un ordre décroissant des valeurs propres λ_{2D}^x . Ainsi, les M plus grandes valeurs propres et les fonctions propres correspondantes sont conservées (tableau 2b).

Ces valeurs sont ensuite introduites dans l'expansion KL pour calculer la valeur du champ aléatoire 2D en un point donné. Pour une réalisation donnée (par exemple $\xi_1 = 0.815$, $\xi_2 = 0.906$), la valeur du module d'Young au point de coordonnées ($x = 0,5$ et $y = 3\text{m}$) est égal à $E = 60.36\text{MPa}$.

| i | λ_i^{2D} | ϕ_i^{2D} |
|-----|------------------|---------------|
| 1 | 3.34008 | 0.06434 |
| 2 | 3.03557 | 0.01199 |

Tableau (2b) : Valeurs et vecteurs propres d'un champ aléatoire 2D où $\mu = 60\text{MPa}$ retenu, $\text{COV} = 15\%$,

$$l_{\ln y} = l_{\ln x} = 1\text{m} \quad a_x = 7,5\text{m} \quad \text{et} \quad y = 3\text{m} \quad \text{et} \quad M = 2$$

La précision du champ aléatoire discrétisé dépend de la taille de l'expansion KL (à savoir le nombre de termes M). La Figure (1) présente l'estimation de l'erreur du champ aléatoire discrétisé en fonction du nombre de modes propres (c'est à dire le nombre de termes d'expansion KL) pour deux valeurs de la distance d'autocorrélation dans le cas d'un sol isotrope ($l_{\ln y} = l_{\ln x} = 1\text{m}$) et $l_{\ln y} = l_{\ln x} = 3\text{m}$). Pour obtenir une précision prescrite, un plus grand nombre de termes est nécessaire pour les faibles valeurs des distances d'autocorrélation. La figure (1) montre également qu'une représentation plus précise du champ cible aléatoire est obtenu pour un plus grand nombre de termes. Par exemple, lorsque $l_{\ln y} = l_{\ln x} = 1\text{m}$, l'erreur est égale à 45% lorsque $M = 50$ et diminue jusqu'à 12% lorsque $M = 600$.

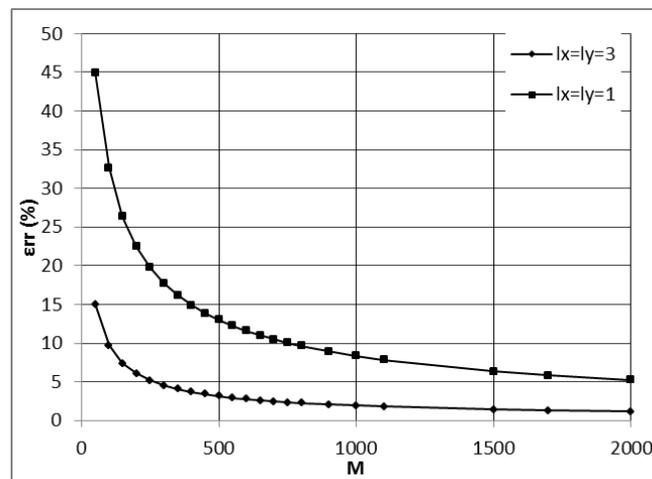


Figure 1 : Estimation de l'erreur par rapport au nombre de modes propres pour deux valeurs de la distance d'autocorrélation d'un sol isotrope

2. Calcul de la probabilité de défaillance par l'approche Subset dans le cas de variables aléatoires :

L'objet de cet exemple est d'illustrer l'algorithme de la méthode du Subset d'une manière simple. Dans cet exemple, l'approche SS a été utilisée pour calculer la probabilité de défaillance P_f de la capacité d'une semelle filante de largeur B . La fondation repose sur un sol (c, φ) soumise à une charge verticale de service P_s . La cohésion c et l'angle de frottement interne φ du sol ont été modélisés par des variables aléatoires. La formule suivante a été utilisée pour le calcul de la capacité portante ultime :

$$q_u = \frac{\gamma B}{2} N_\gamma + c N_c + q N_q$$

Avec:

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi; \quad N_q = e^{\pi \tan \varphi} \cdot \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right); \quad N_c = \frac{N_q - 1}{\tan \varphi}$$

où N_γ , N_q et N_c sont les facteurs de capacité portante. Ces coefficients sont fonction de l'angle de frottement du sol. γ est le poids volumique du sol et q est la charge en supplément.

La fonction de performance utilisée dans l'analyse est:

$$G = \frac{P_u}{P_s} - 1$$

Où P_u est la charge ultime et P_s est la charge appliquée à la fondation. Comme mentionné précédemment, la cohésion et l'angle de frottement du sol sont les seuls paramètres considérés comme variables aléatoires. Tous les autres paramètres ont été considérés comme déterministe. Ces paramètres sont donnés dans le tableau (3).

| Paramètre | Types de paramètres | Moyenne et coefficient de variation du paramètre |
|---------------------------------------|----------------------------|--|
| Largeur B | Déterministe | 2m |
| Surcharge q | Déterministe | 10kPa |
| Poid volumique γ | Déterministe | 20kN/m ³ |
| Charge vertical de service P_s | Déterministe | 1000kN/m |
| Cohesion c | Variable aléatoire normale | $\mu_c = 20\text{kPa}$ |
| | | $\text{COV}_c = 0.3$ |
| Angle de frottement interne φ | Variable aléatoire normale | $\mu_\varphi = 30^\circ$ |
| | | $\text{COV}_\varphi = 0.1$ |

Tableau 3 : Les données utilisées pour l'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle filante

Dans cet exemple, la probabilité de défaillance p_0 intermédiaire d'un niveau donné ($j = 1, 2, \dots, m - 1$) a été arbitrairement choisie égale à 0,2.

Tableau 4: Résultats de l'algorithme SS pour $N_s = 10$ et $p_0 = 0,2$

| Niveau J | Cohésion c (kPa) | Angle de frottement interne φ (degré) | Fonction de performance | Seuil Intermédiaire C_j |
|---------------|-----------------------|---|----------------------------|---------------------------------|
| 1 | 23.23 | 26.0 | 0.926 | 1.4875 |
| | 31.00 | 39.1 | 1.119 | |
| | 6.45 | 32.2 | 1.488 | |
| | 25.17 | 29.9 | 1.560 | |
| | 21.91 | 32.1 | 2.002 | |
| | 12.15 | 29.4 | 2.662 | |
| | 17.40 | 29.6 | 3.860 | |
| | 22.06 | 34.5 | 4.989 | |
| | 41.47 | 34.3 | 5.391 | |
| | 36.62 | 34.3 | 9.191 | |
| 2 | 25.83 | 26.5 | 0.859 | 0.9740 |
| | 27.29 | 26.2 | 0.941 | |
| | 25.32 | 26.8 | 0.974 | |
| | 23.98 | 25.4 | 1.056 | |
| | 25.92 | 26.0 | 1.084 | |
| | 14.86 | 28.0 | 1.151 | |
| | 14.14 | 28.8 | 1.159 | |
| | 12.27 | 28.8 | 1.175 | |
| | 13.14 | 29.4 | 1.193 | |
| | 11.80 | 30.0 | 1.236 | |
| 6 | 15.17 | 22.9 | -0.160 | -0.0936 |
| | 14.88 | 23.0 | -0.100 | |
| | 14.88 | 23.0 | -0.094 | |
| | 14.56 | 22.5 | 0.046 | |
| | 14.56 | 22.5 | 0.072 | |
| | 15.84 | 22.5 | 0.072 | |
| | 16.36 | 21.5 | 0.116 | |
| | 14.53 | 20.7 | 0.142 | |
| | 12.89 | 20.6 | 0.148 | |
| | 15.43 | 20.3 | 0.148 | |
| P_f | 9.6×10^{-5} | | | |

Le tableau 4 présente (i) les valeurs de c et φ de chaque échantillon des différents niveaux (ii) les valeurs correspondantes de la fonction de performance et (iii) les valeurs des seuils de défaillance intermédiaires C_j pour les différents niveaux. A titre d'illustration, seuls les deux premiers niveaux et le dernier niveau pour lequel le seuil de défaillance devient négatif ont été fournis. Le tableau (4) indique que le seuil de rupture diminue avec les niveaux jusqu'à atteindre une valeur négative au dernier niveau. Cela signifie que les échantillons générés par la simulation évoluent avec succès vers l'état limite surface $G = 0$. Afin d'obtenir le seuil de rupture d'un niveau donné, les valeurs de la fonction de performance de ce niveau sont arrangées dans un ordre croissant, comme indiqué dans le tableau (4).

Tableau 5: Evolution of the failure threshold C_j with the different levels j and with the number of realizations N_s when $p_0=0.2$

| Failure threshold C_j for each level j | Number of realizations N_s per level | | | | | | |
|--|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | 10 | 100 | 200 | 1000 | 2000 | 2200 | 2400 |
| C_1 | 1.4875 | 0.9397 | 1.0071 | 1.0638 | 1.0532 | 1.0466 | 1.0803 |
| C_2 | 0.9740 | 0.4157 | 0.3969 | 0.4916 | 0.4467 | 0.4466 | 0.4942 |
| C_3 | 0.7391 | 0.1011 | 0.1016 | 0.1513 | 0.1434 | 0.1347 | 0.1549 |
| C_4 | 0.4007 | -0.0491 | -0.0437 | -0.0307 | -0.0616 | -0.0536 | -0.0564 |
| C_5 | 0.1573 | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| C_6 | -0.0937 | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| P_f | 9.60×10^{-5} | 2.80×10^{-3} | 2.72×10^{-3} | 2.20×10^{-3} | 2.80×10^{-3} | 2.60×10^{-3} | 2.63×10^{-3} |
| COV_{P_f} (%) | 221.4 | 57.9 | 42.1 | 18.7 | 13.3 | 12.8 | 12.4 |

Afin de déterminer le nombre optimal de N_s utilisés dans chaque niveau, différentes valeurs de N_s ont été considérées pour le calcul P_f et son coefficient de variation $COV(P_f)$ comme indiqué dans le tableau (5). Les seuils intermédiaires ont été calculés pour chaque N_s et sont présentés dans ce tableau. Le tableau (5) indique (comme précédemment pour $N_s = 10$) que pour les différentes valeurs de N_s , le seuil de rupture diminue avec les niveaux successifs jusqu'à atteindre une valeur négative au dernier niveau.

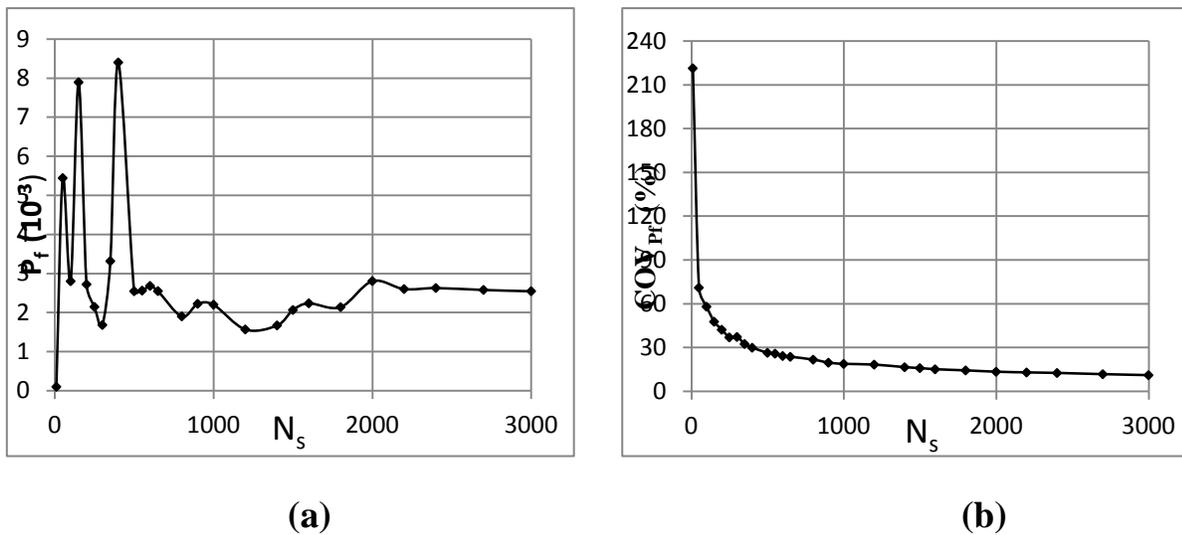


Figure 3: P_f et $COV(P_f)$ en fonction du nombre N_s

La figure (3a) montre l'influence du nombre N_s sur la probabilité de défaillance. Il montre que la probabilité de défaillance change considérablement avec N_s pour les faibles valeurs de N_s . Cependant, pour des valeurs élevées de N_s , la probabilité de défaillance converge vers une valeur quasi constante. La figure (3a) indique également qu'un nombre de 2 200 réalisations par niveau permet de calculer avec précision la probabilité de défaillance.

C'est parce que (i) les valeurs des seuils intermédiaires C_j correspondant à $N_s = 2200$ et de 2400 sont quasi similaires, comme montré dans le tableau (5) et (ii) les valeurs P_f correspondants sont trop proches (ils sont respectivement égales à $2,60 \times 10^{-3}$ et $2,63 \times 10^{-3}$).

La figure (3b) montre l'effet de N_s sur le coefficient de variation de la probabilité de défaillance $COV(P_f)$. Effectivement $COV(P_f)$ diminue avec l'augmentation de N_s . Il est égal respectivement à 12,8% et 12,4% pour $N_s = 2200$ et 2400.

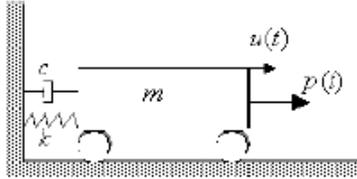
En considérant $p_0 = 0,2$, quatre niveaux de simulation est nécessaire pour atteindre la surface d'état limite $G = 0$ comme on le voit dans le tableau (5). Lorsque $N_s = 2200$ échantillons, un nombre total de $N_t = 2,200 \times 4 = 8800$ échantillons est nécessaire pour calculer la valeur finale P_f . Dans ce cas, le COV de P_f est égal à 12,8%. Il reste à noter que si la même valeur de COV

(12,8%) est souhaitée par MCS, le nombre de réalisations nécessaire serait égal à 20 000. Cela signifie que, pour une même précision, la SS approche réduit le nombre de réalisations de 56 %. D'autre part, si l'on utilise MCS avec le même nombre (par exemple 8800) réalisations, la valeur de COV de P_f serait égale à 19,6%. Cela signifie que pour le même nombre de réalisations, l'approche SS fournit une valeur inférieure de COV (P_f) de MCS.

Annexe B

Résolution de l'équation de mouvement d'un système linéaire à 1DDL soumis à une impulsion

- Equation de mouvement d'un système linéaire à 1DDL :



L'exemple classique d'un système linéaire à 1DDL est celui d'un ressort avec une composante de masse indéformable, une composante de raideur et une composante d'amortissement.

La forme générale de l'équation de mouvement d'un système linéaire à 1DDL soumis à une charge $p(t)$ est donnée par le principe fondamental de dynamique comme suit :

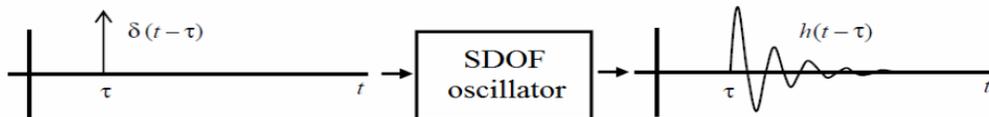
$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + c \frac{du}{dt} + ku = p(t)$$

Avec u est le déplacement du système, M sa masse, c est le coefficient d'amortissement linéaire et k est le coefficient de la rigidité élastique linéaire de système et $p(t)$ est une charge externe.

En divisant tous les termes par la masse M , on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\xi\omega \frac{du}{dt} + \omega^2 u = \frac{p(t)}{M}$$

Avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$ est la fréquence naturelle de l'oscillateur $\xi_c = 2\sqrt{kM}$ est l'amortissement critique de l'oscillateur et $\xi = \frac{c}{2\sqrt{kM}}$ est son ratio d'amortissement.



- La réponse d'un système linéaire à 1DDL soumis à une impulsion :

Une impulsion unitaire est une charge unitaire appliquée seulement à l'instant $t = \tau$

$$p(t) = \delta(t - \tau)$$

La réponse de l'oscillateur $u(t) = h(t - \tau)$ est obtenue en résolvant l'équation (2) :

Pour $t < \tau$ $u = 0$

Pour $t \geq \tau$ $u(t) = h(t - \tau) = \frac{1}{M\omega\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau))$

Annexe C

Etude déterministe – cas d'un sol plastique-

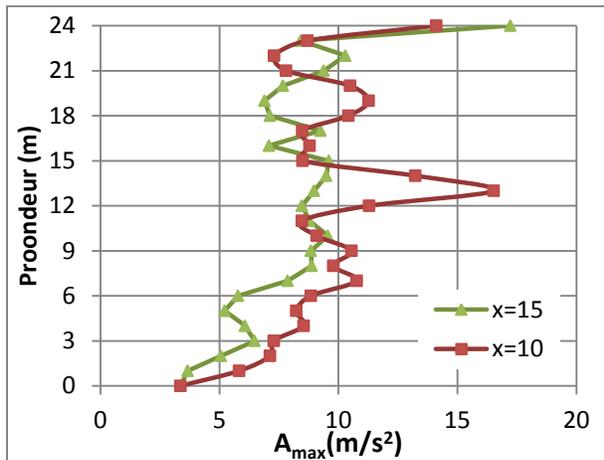
L'objectif de cette partie est de présenter une analyse déterministe de la réponse dynamique d'un sol élastoplastique qui suit une loi de Mohr Coulomb. Le modèle déterministe est basé sur la modélisation numérique utilisant l'option dynamique du code de différence finie FLAC2D. Le domaine géométrique considéré dans cette analyse fait 30m de largeur et 24m de profondeur, discrétisé en maille uniforme de taille de 1m. On doit noter ici que la taille de maillage dépend de la longueur d'onde du signal sismique incident. Flac propose des mailles ne dépassant le 1/10 à 1/8 de la longueur d'onde. Le signal sismique utilisé est celui de Nice caractérisé par une accélération maximale égale à 0.33g . Pour les conditions aux limites, nous avons choisi des conditions horizontale de type champ libre ou « free Field », et à la frontière horizontale, considérée rigide, est appliqué le signal sismique de Nice .

Les paramètres du sol sont représentés dans le tableau... :

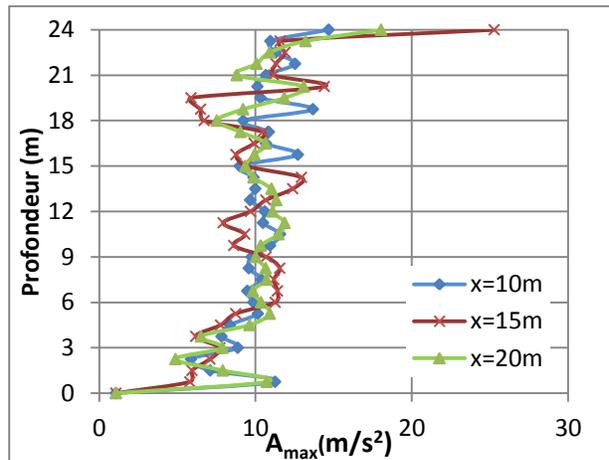
| Modèle élasto-plastique parfait de Mohr-Coulomb | |
|--|------|
| Densité ρ (Kg/m^3) | 1800 |
| Module de cisaillement G (MPa) | 100 |
| Module volumique K (MPa) | 133 |
| Cohésion C (KPa) | 10 |
| Angle de frottement interne φ ($^\circ$) | 30 |
| Angle de dilatance ψ ($^\circ$) | 20 |

- Effet de l'amortissement sur les profils des accélérations maximales :

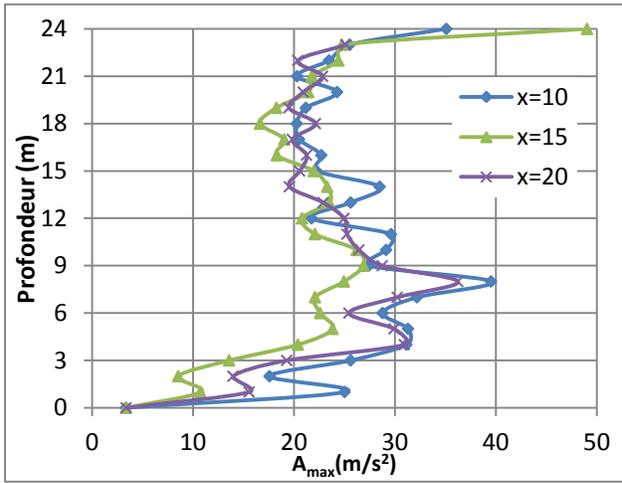
L'amortissement étudié dans cette analyse est celui de Rayleigh. Les figures... montrent les profils des accélérations maximales pour différentes valeurs d'amortissement.



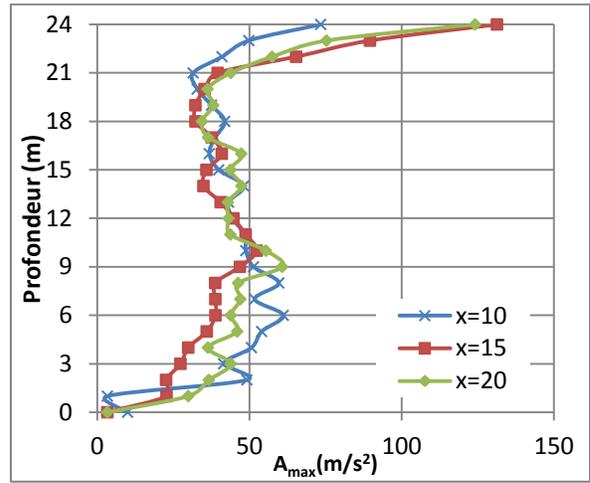
(a) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 5\%$



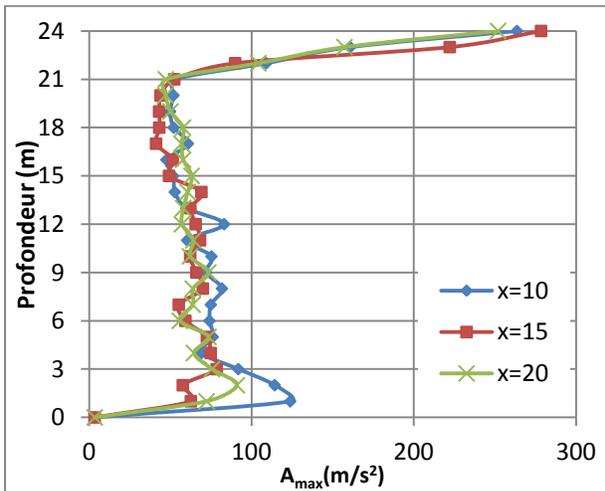
(b) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 2.5\%$



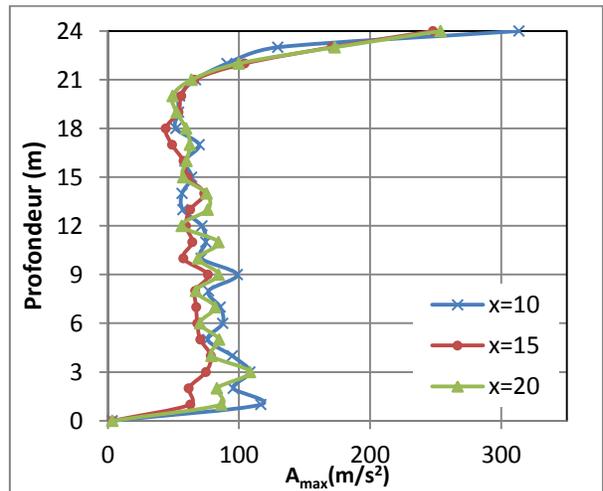
(c) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 2\%$



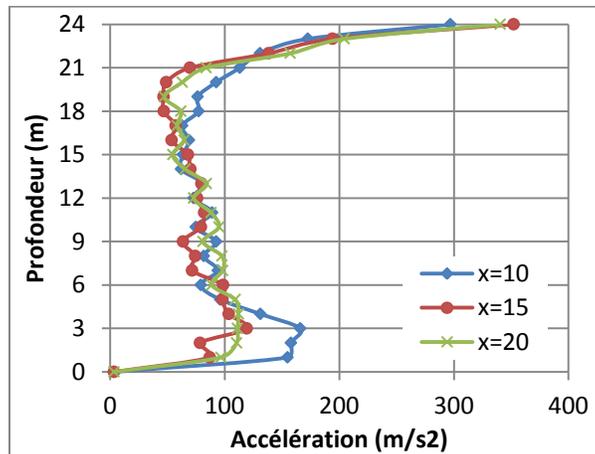
(d) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 1\%$



(e) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 0.5\%$



(f) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 0.4\%$



(g) Amortissement de Rayleigh avec $\xi_i = 0.2\%$

Profils des accélérations maximales dans le cas d'amortissement de Rayleigh

En diminuant le ratio d'amortissement, le sol devient plus mou, et l'amplification de l'accélération maximal à la surface devient plus en plus importante.

En cas de plasticité, les profils obtenus ne sont pas lisse (ce qui est le cas en élasticité). On peut expliquer cela par le fait que les points du sol ont une déformation résiduelle qui vient s'ajouter à la déformation due au chargement sismique, ce qui donne des fluctuations au niveau des profils des accélérations maximales.

Le point qui reste délicat, est la discordance des profils des accélérations. En effet, en absence d'une structure à la surface du sol, nous attendons à obtenir des profils des accélérations identiques en toutes positions x . Mais cette étude montre que même en cas d'un semi-infini, les profils des accélérations varient avec la position x .

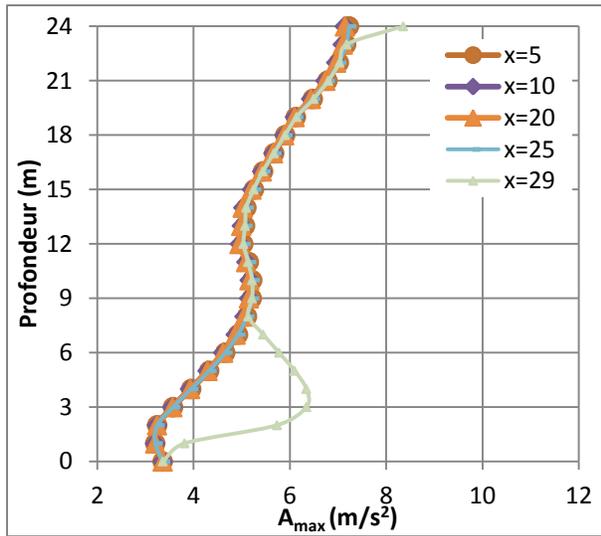
Annexe D

Etude des éléments géométrique du modèle déterministe

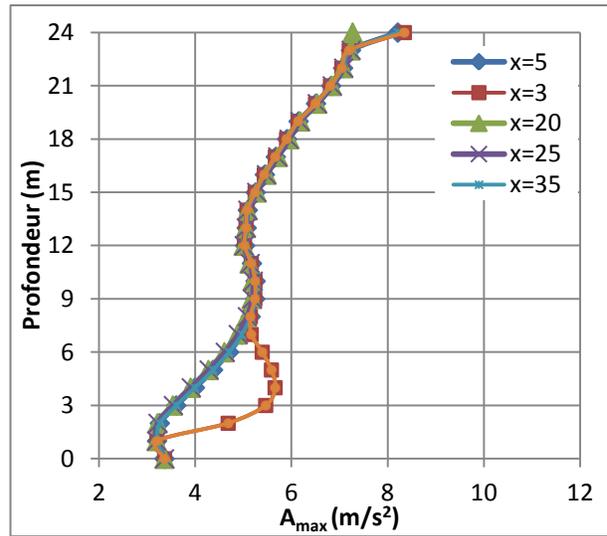
- Le choix optimal de la largeur du domaine :

L'objectif de cette étude est l'analyse de l'effet de la largeur du domaine sur les profils des accélérations maximales d'un sol élastique, de profondeur égale à 24m, en cas de chargement sismique.

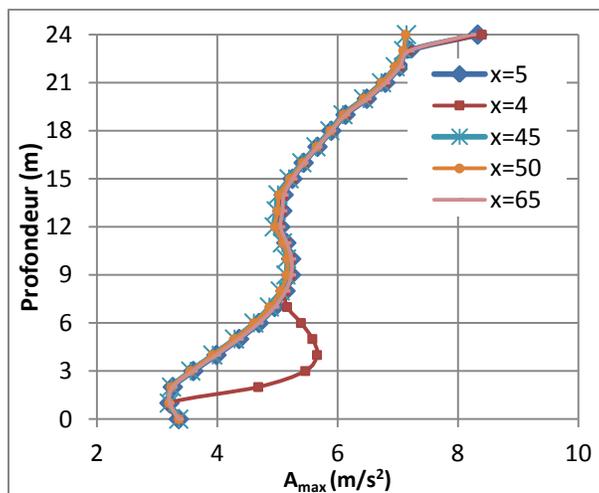
Les figures... montrent les profils des accélérations en différentes positions et pour trois largeurs (30m, 40m, et 70m) :



(a) Domaine de taille 30mx24m



(b) Domaine de taille 40mx24m



(c) Domaine de taille 70mx24m

On remarque que les profils se concordent toutes les positions, en exceptant les points proches des frontières verticales (moins de cinq mètres de la limite verticale).

Entre ces trois profils nous choisissons le domaine de taille 30x24m, puisqu'il produit les mêmes profils que les autres domaines en un temps réduit (1min sur une station de calcul).

Le choix optimal de la taille du maillage :

La fréquence maximale a une influence sur la taille du maillage pour l'accélérogramme afin que la solution soit stable :

$$\Delta l \leq \frac{V_s}{10 \times f_{max}}$$

Avec :

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

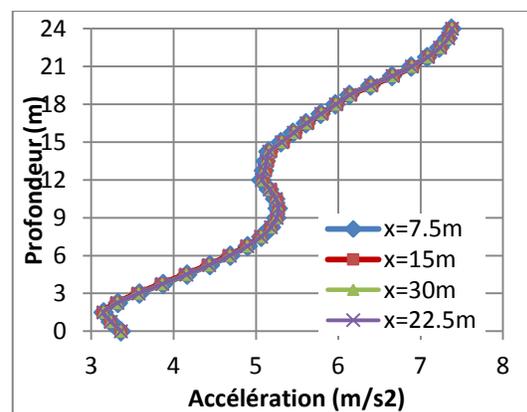
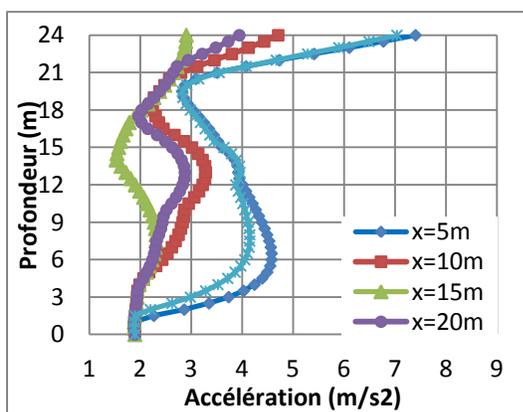
est la vitesse de cisaillement

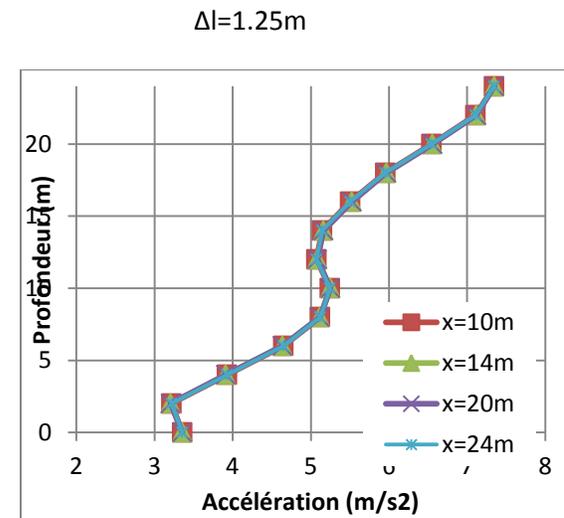
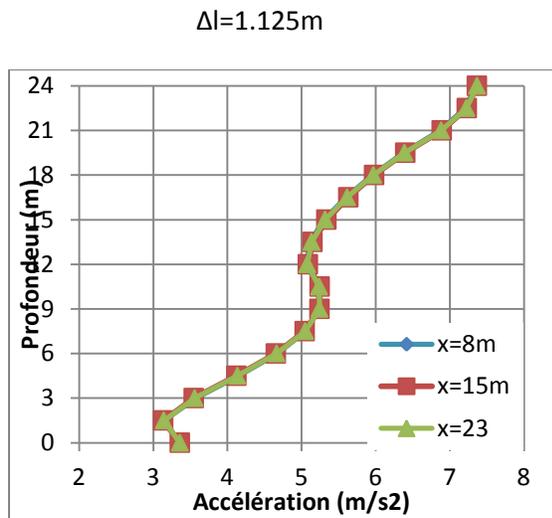
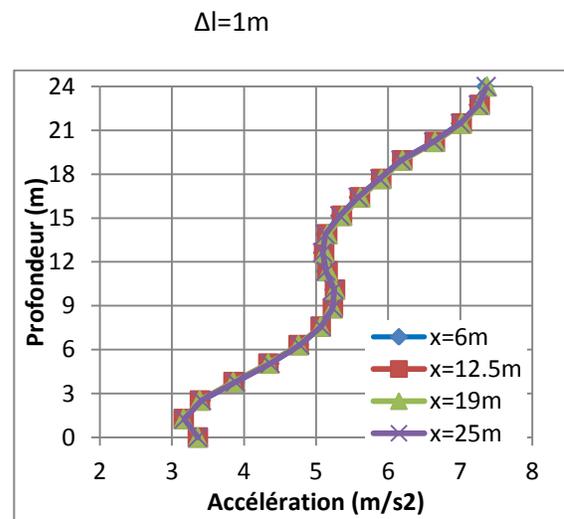
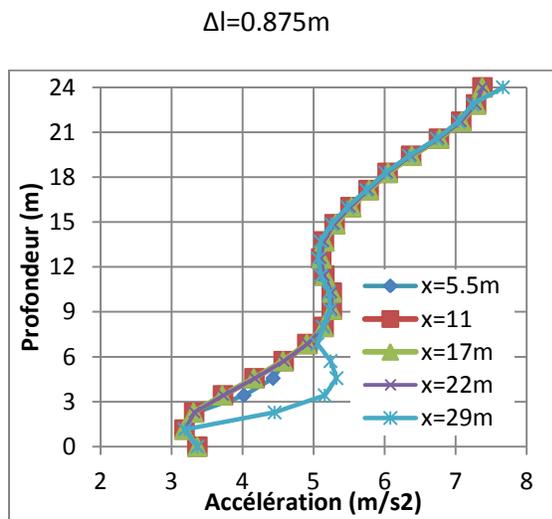
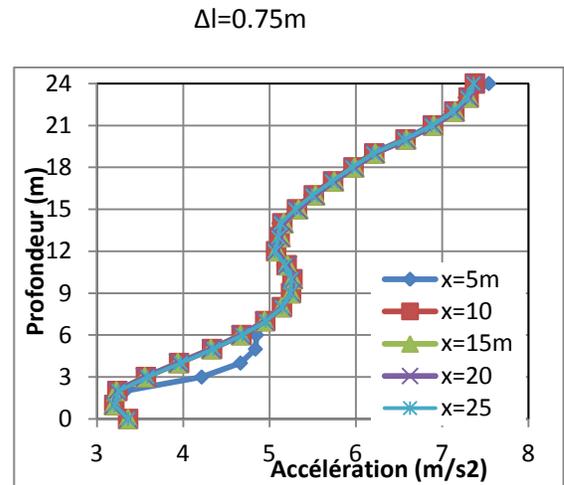
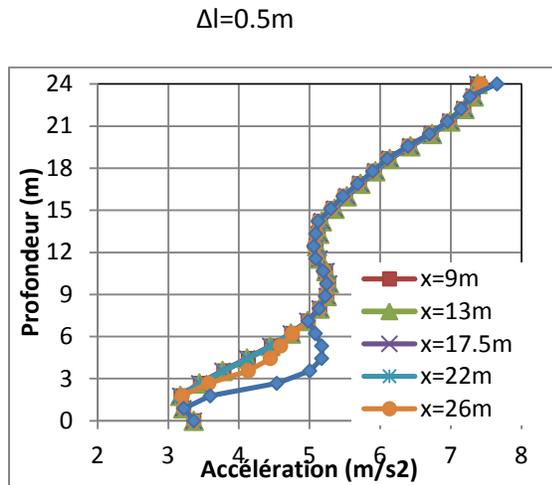
f_{max} la fréquence la plus élevée qui correspond à une amplitude importante.

Ainsi pour une vitesse de cisaillement égale à 235.7m/s et une fréquence maximale de 10Hz, la taille du maillage ne doit pas dépasser 2.4m. Il est donc possible de suggérer de prendre une maille fine afin d'éviter les problèmes liés au filtrage de l'accélérogramme. Cependant, une maille fine implique un pas de calcul plus petit et par conséquent un temps de calcul plus important.

Dans ce qui suit, les résultats de calcul sont présentés dans le cas d'un massif de sol de 30m de largeur et 24m de profondeur.

Après cette étude, nous avons choisi le maillage de 0.75m (temps de calcul égal à 3min), puisqu'il permet de reproduire les mêmes profils d'accélération pour différentes positions. Les maillages de taille 0.875m, 1m, 1.125 et 1.25m donnent aussi des résultats satisfaisants, les profils obtenus sont quasiment identiques, en exceptant les profils des extrémités.





$\Delta l = 1.5m$

$\Delta l = 2m$

Figure : L'influence de la taille du maillage sur les des accélérations maximales

Annexe E

Etude du modèle déterministe d'un sol en talus

Dans cette section, nous considérons un massif de sol qui s'étale horizontalement sur 30m et de 30m de profondeur, avec un talus de pente 1.5/1, comme le montre la figure 1 :

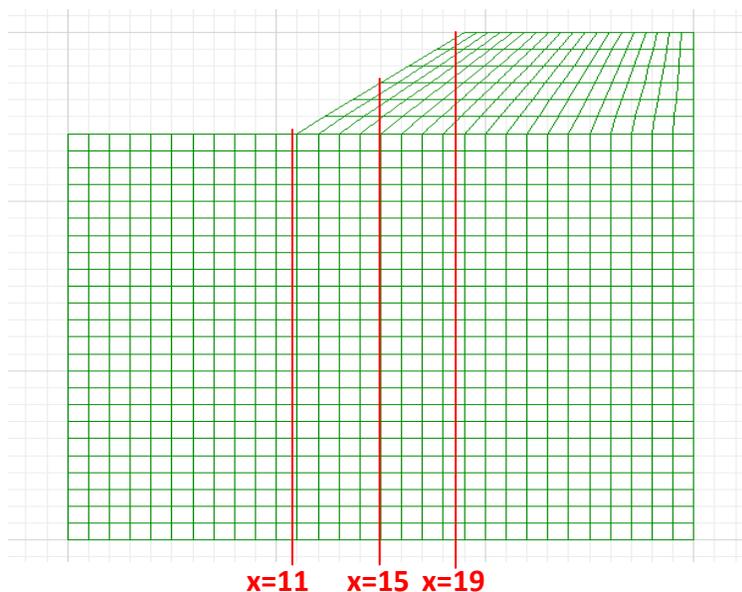
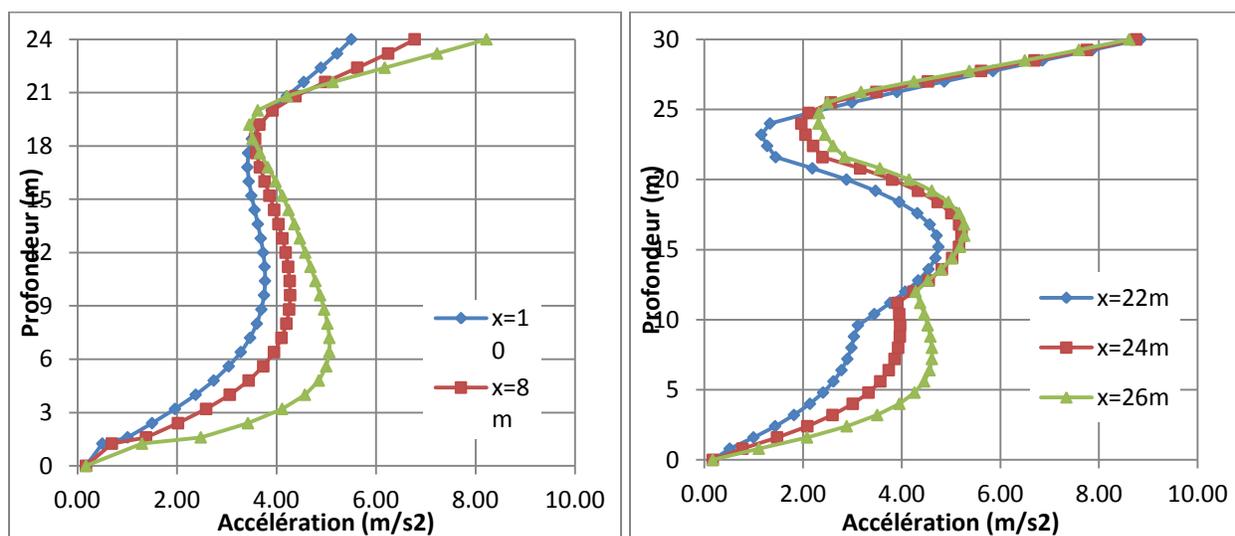


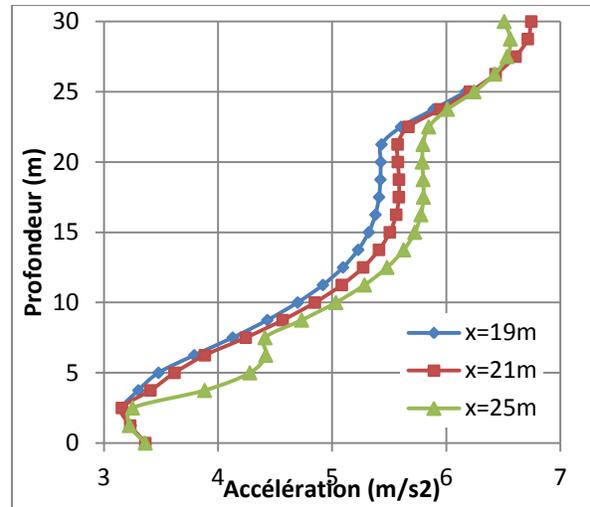
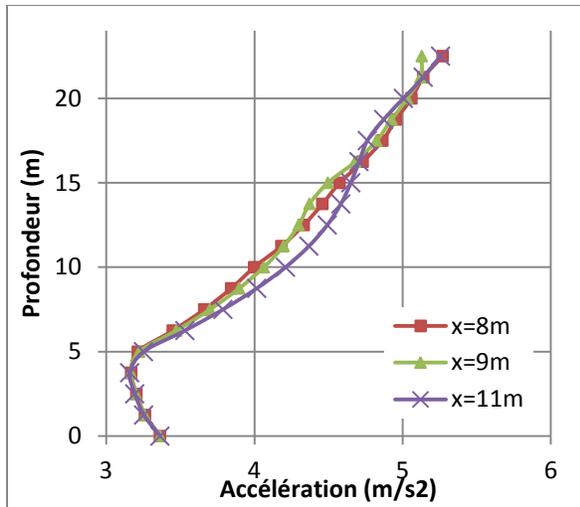
Figure 2 : Dimensions du massif du sol

1. Etude de taille de maillage :

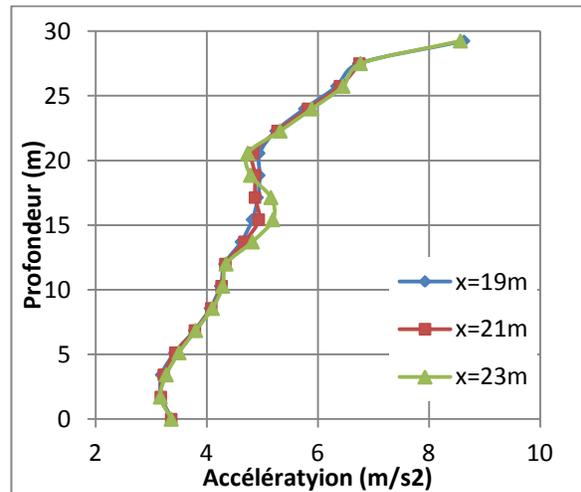
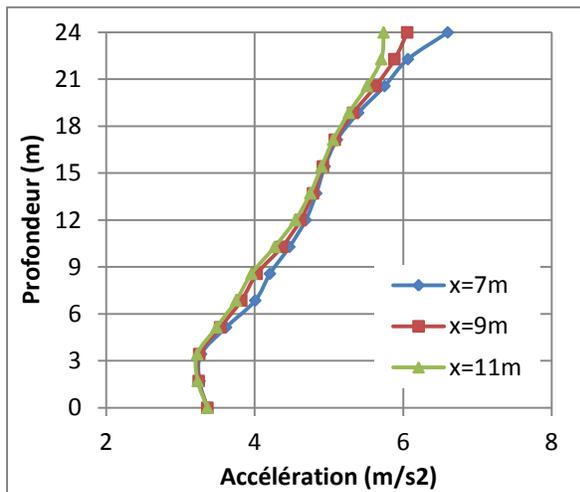
Nous rappelons que la taille du maillage ne doit pas dépasser la 1/10 de la longueur d'onde du signal incident, ce qui correspond à 2m dans notre cas ($G=60\text{MPa}$, et une fréquence maximale égale à 10Hz).



(a) Profils des accélérations maximales pour un maillage de taille 0.75m



(b) Profils des accélérations maximales pour un maillage de taille 1.25m



(c) Profils des accélérations maximales pour un maillage de taille 1.75m

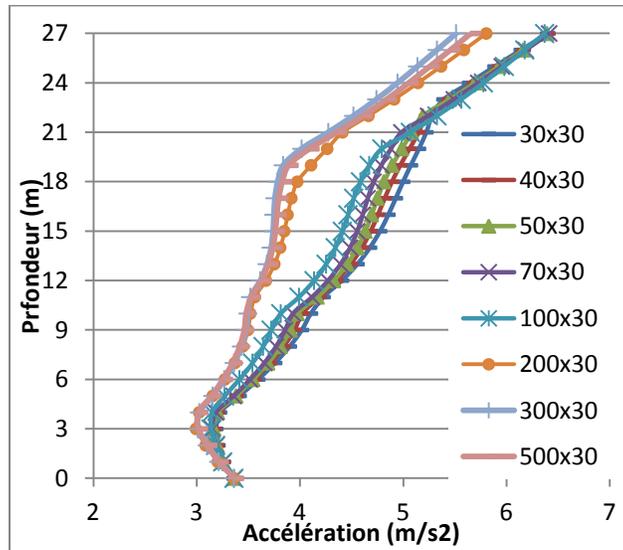
Figure1 : Profils des accélérations maximales pour différentes tailles du maillage

Un maillage de taille 1.75m peut être retenu, puisqu'il reproduit des profils quasiment identiques. On peut expliquer les faibles différences entre les profils par la présence du talus.

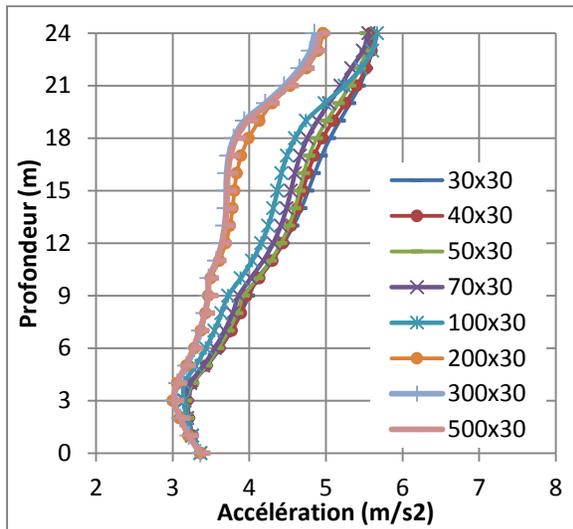
2. Etude de la taille du domaine :

Pour déterminer la taille du domaine optimal, nous avons tracé les profils des accélérations maximales pour différentes largeurs (30m, 40m, 50m,...,500m) comme le montre la figure 2. Une comparaison entre les profils de chaque largeur est présentée.

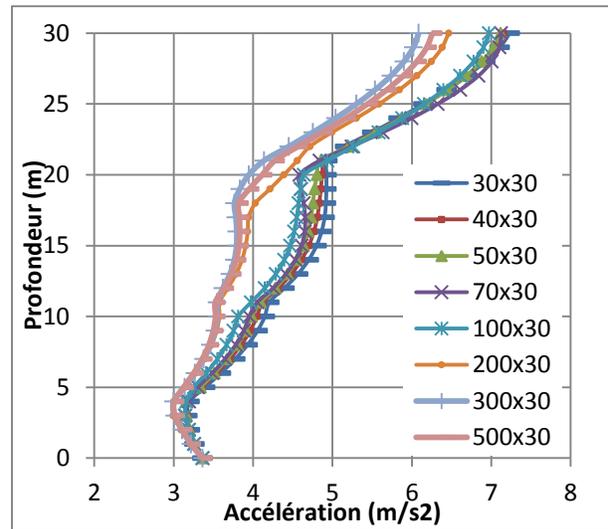
Nous constatons que les profils des accélérations se concordent tant que la largeur du massif es inférieure à 100m, pour des largeur supérieures à 100m, les profils deviennent de plus en plus discordant à la surface du massif.



(a) Profils des accélérations au pont central du massif



(b) Profils des accélérations au pied du talus



(c) Profils es accélérations en tête du talus

Figure 2 : Profils des accélérations pour différentes taille du domaine