

Université de Liège  
Faculté des Sciences appliquées  
Service d'Hydrodynamique Appliquée et de Constructions Hydrauliques

# Modélisation numérique du transport sédimentaire

*Numerical computation of sediment transport*

Benjamin DEWALS

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade  
d'Ingénieur civil physicien en Mécanique des fluides

Promoteur : Prof. Michel PIROTON, Chargé de cours

Année académique 2000-2001



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>I</b>	<b>Aspects théoriques du transport solide</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Processus physiques</b>	<b>11</b>
2.1	Caractéristiques des particules . . . . .	11
2.1.1	Taille des particules . . . . .	11
2.1.2	Forme des particules . . . . .	13
2.1.3	Agencement des grains . . . . .	13
2.1.4	Interaction entre des particules et un écoulement fluide . . . . .	13
2.2	Formes construites sur le lit par l'action d'un écoulement fluide . . . . .	15
2.2.1	Types de formes . . . . .	15
2.2.2	Régimes hydrodynamiques et constructions associées . . . . .	17
2.2.3	Approche analytique . . . . .	18
2.3	Modes de transport . . . . .	19
2.3.1	Le charriage . . . . .	20
2.3.2	La suspension . . . . .	20
2.3.3	Transport en masse . . . . .	22
2.3.4	Ecoulements de densité et courants de turbidité . . . . .	22
2.3.5	Transport de matériaux très fins . . . . .	22
2.3.6	Transport induit par la gravité . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Le modèle mathématique</b>	<b>25</b>
3.1	Introduction . . . . .	25
3.2	Description générale . . . . .	25
3.2.1	Le modèle physique . . . . .	25
3.2.2	Les variables . . . . .	26
3.3	Lois de conservation . . . . .	27
3.3.1	Equations de Saint-Venant . . . . .	27
3.3.2	Transport des sédiments et morphologie du lit . . . . .	29
3.3.3	Conditions aux limites . . . . .	31
3.4	Relations de fermeture . . . . .	32

---

3.4.1	Modélisation du transport par charriage . . . . .	33
3.4.2	Epaisseur de la couche d'échange . . . . .	33
3.4.3	Termes sources du bilan de masse de sédiments . . . . .	34
3.5	Conclusion . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Lois de transport solide par charriage</b>	<b>37</b>
4.1	Introduction . . . . .	37
4.2	Généralités . . . . .	38
4.3	Considérations théoriques . . . . .	39
4.3.1	Hypothèses . . . . .	39
4.3.2	Forces . . . . .	39
4.3.3	Variables . . . . .	39
4.3.4	Loi générale . . . . .	40
4.3.5	Simplification . . . . .	41
4.4	Formules pour le transport solide par charriage . . . . .	41
4.4.1	Dubois . . . . .	41
4.4.2	Schoklitsch . . . . .	42
4.4.3	Meyer-Peter et Müller . . . . .	42
4.4.4	Einstein . . . . .	43
4.5	Granulométrie et pavage . . . . .	44
4.5.1	Classes granulométriques et débit solide . . . . .	44
4.5.2	Participation des classes granulométriques au T.S.C. . . . .	45
4.5.3	Pavage . . . . .	45
4.6	Domaine d'application des relations . . . . .	46
<b>II</b>	<b>Aspects numériques du transport solide</b>	<b>47</b>
<b>5</b>	<b>Hydrodynamique stationnaire</b>	<b>48</b>
5.1	Principe général . . . . .	48
5.2	Calcul itératif d'une ligne d'eau . . . . .	49
5.2.1	Etude analytique . . . . .	49
5.2.2	Méthode numérique de résolution . . . . .	50
5.2.3	Résultat . . . . .	54
5.3	Evolution du niveau du lit . . . . .	55
5.3.1	Evaluation du débit solide . . . . .	55
5.3.2	Evolution de la morphologie . . . . .	56
5.4	Application : modélisation d'un réservoir . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Hydrodynamique instationnaire</b>	<b>59</b>
6.1	Vitesses caractéristiques . . . . .	59
6.1.1	Premier modèle : $q_b = q_b(u)$ . . . . .	59
6.1.2	Second modèle : $q_b = q_b(h, q)$ . . . . .	64

---

6.2	Méthodes d'analyse de stabilité . . . . .	64
6.2.1	La méthode des exposants de Cauchy . . . . .	65
6.2.2	La méthode de Von Neumann . . . . .	68
6.3	Stabilité de la discrétisation des équations hydrodynamiques . . . . .	70
6.3.1	Formulation quasolinéaire des équations . . . . .	70
6.3.2	Discrétisation des flux . . . . .	70
6.3.3	Valeurs propres de l'opérateur discrétisé . . . . .	71
6.3.4	Calcul approché pour les modes corrects . . . . .	72
6.3.5	Fractionnement des flux «original» . . . . .	74
6.4	Stabilité de la discrétisation du modèle hydrosédimentaire couplé . . . . .	76
6.4.1	Discrétisation du modèle hydrosédimentaire . . . . .	76
6.4.2	Premier schéma numérique . . . . .	77
6.4.3	Second schéma : fractionnement original . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Applications</b>	<b>84</b>
7.1	Introduction . . . . .	84
7.2	Essais de von Needham et Hey . . . . .	85
7.2.1	Contexte . . . . .	85
7.2.2	Dispositif expérimental . . . . .	86
7.2.3	Résultats numériques . . . . .	87
7.3	Essais de Soni . . . . .	89
7.4	Dunes et antidunes . . . . .	91
7.4.1	Interprétation phénoménologique . . . . .	91
7.4.2	Résultats numériques . . . . .	91
7.5	Rupture de barrage idéalisée . . . . .	95
7.5.1	Importance des mouvements de terrain . . . . .	95
7.5.2	Résultats numériques . . . . .	96
7.5.3	Validité du modèle . . . . .	99
7.6	Parc National du Colorado . . . . .	100
7.7	Rupture progressive de digue . . . . .	102
7.7.1	Contexte . . . . .	102
7.7.2	Résultats numériques . . . . .	104
7.8	Barrage de la Vesdre . . . . .	105
7.8.1	Contexte . . . . .	105
7.8.2	Objectifs . . . . .	105
7.8.3	Modélisation . . . . .	106
7.8.4	Coût du calcul . . . . .	107
7.8.5	Cartes de risques . . . . .	107
7.8.6	Conclusion . . . . .	111
7.9	Un débouché pratique : l'optimisation de conditions de chasse . . . . .	112
7.9.1	Les conséquences de l'envasement de la retenue d'un barrage . . . . .	112
7.9.2	Les impératifs d'une chasse . . . . .	112
7.9.3	Le problème d'optimisation . . . . .	113

---

<b>8 Limitations et perspectives de développement</b>	<b>115</b>
8.1 Modélisation du transport sédimentaire . . . . .	115
8.2 Autres limitations . . . . .	116
<b>9 Conclusion</b>	<b>117</b>
 <b>III Annexes</b>	 <b>123</b>
<b>A Logiciels développés ou modifiés</b>	<b>124</b>
A.1 Logiciel 1D quasistationnaire . . . . .	124
A.2 Logiciel 1D hydrosédimentaire couplé . . . . .	125
A.2.1 Pré-traitement . . . . .	125
A.2.2 Intégration temporelle . . . . .	125
A.2.3 Discrétisation spatiale . . . . .	125
A.3 Logiciel 2D hydrosédimentaire couplé . . . . .	126
A.3.1 Caractéristiques initiales du logiciel Wolf 2D . . . . .	126
A.3.2 Evolutions apportées au logiciel Wolf 2D . . . . .	126
<b>B Analyse des caractéristiques</b>	<b>127</b>
B.1 Introduction . . . . .	127
B.2 Equations caractéristiques . . . . .	127
B.3 Discrétisation et résolution . . . . .	129
B.4 Interprétation . . . . .	131
<b>C Transport par suspension</b>	<b>132</b>
C.1 Equation d'advection-diffusion locale . . . . .	132
C.2 Intégration sur la hauteur d'eau de l'équation de continuité pour les sédiments en suspension . . . . .	134
C.2.1 Inconnues moyennes . . . . .	134
C.2.2 Conditions aux limites . . . . .	135
C.2.3 Termes advectifs . . . . .	135
C.2.4 Termes diffusifs . . . . .	136
C.2.5 Conclusion . . . . .	136
C.2.6 Extension à une granulométrie non uniforme . . . . .	137
C.3 Lois de transport solide par suspension . . . . .	137
C.3.1 Distribution verticale de la concentration en M.E.S. . . . .	137
C.3.2 Formules pour le transport par suspension . . . . .	141
<b>D Modélisation de processus érosifs intenses</b>	<b>143</b>
D.1 Introduction . . . . .	143
D.2 Description générale du modèle . . . . .	144
D.3 Equations et propriétés . . . . .	144
D.3.1 Continuité du volume total de l'écoulement . . . . .	145

---

D.3.2	Continuité du volume de sédiments dans l'écoulement . . . . .	145
D.3.3	Continuité du volume du lit fixe . . . . .	146
D.3.4	Conservation de la quantité de mouvement de l'écoulement . . . . .	146
D.3.5	Equations additionnelles . . . . .	146
D.3.6	Relations de fermeture . . . . .	147
D.4	Jugement et conclusion . . . . .	147
<b>E</b>	<b>Compléments au sujet des lois de transport solide</b>	<b>149</b>
E.1	Modèle d'Einstein . . . . .	149
E.1.1	Détermination de la probabilité d'érosion . . . . .	149
E.1.2	Equation pour le débit solide . . . . .	151
E.2	Transport induit par l'écoulement et la gravité . . . . .	153
E.2.1	Transport latéral . . . . .	153
E.2.2	Transport en masse . . . . .	153
E.3	Transport de la matière fine . . . . .	154
E.4	Transport total . . . . .	154
E.4.1	Méthodes indirectes . . . . .	155
E.4.2	Méthodes directes . . . . .	155
<b>F</b>	<b>Méthodes numériques</b>	<b>156</b>
F.1	Introduction . . . . .	156
F.2	La méthode des volumes finis . . . . .	157
F.3	Développement de discontinuités . . . . .	158
F.4	Reconstruction des inconnues . . . . .	159
F.5	Conservativité de la méthode des volumes finis . . . . .	160
F.6	Terme non conservatif . . . . .	162
F.7	Limiteurs et détecteurs . . . . .	163
F.7.1	Reconstruction linéaire: limiteur . . . . .	163
F.7.2	Reconstruction quadratique: détecteur . . . . .	165
F.8	Fractionnement des flux . . . . .	166
F.9	Discrétisation à deux dimensions . . . . .	167
F.10	Intégration temporelle . . . . .	167
F.10.1	Explicite vs implicite . . . . .	167
F.10.2	Les schémas de Runge-Kutta . . . . .	168
<b>G</b>	<b>Modélisation des frottements</b>	<b>171</b>
G.1	Généralités . . . . .	171
G.2	Frottements internes et turbulence . . . . .	171
G.2.1	Frottements internes . . . . .	172
G.2.2	Distribution de vitesse et viscosité turbulente . . . . .	173
G.2.3	Influence des particules en suspension sur les frottements . . . . .	174
G.3	Coefficient de frottement . . . . .	175
G.4	Influence du T.S.C. sur le coefficient de frottement . . . . .	175

<b>H La porosité d'un milieu granulaire</b>	<b>177</b>
H.1 Porosités ouverte et fermée . . . . .	177
H.2 Approche théorique de l'effet de la granulométrie . . . . .	177
H.2.1 Sphères de même diamètre $d$ . . . . .	177
H.2.2 Mélange de sphères de deux diamètres différents . . . . .	177
H.2.3 Conclusion . . . . .	178
H.3 Extensions . . . . .	178
H.3.1 Mélange de granulats réels . . . . .	178
H.3.2 Effet de paroi . . . . .	178
H.3.3 Influence de la teneur en eau . . . . .	178
<b>I Formulaire</b>	<b>179</b>
I.1 Formulaire d'hydraulique . . . . .	179
I.2 Coefficient de frottement $c_f$ . . . . .	180

# Chapitre 1

## Introduction

Le transport des alluvions joue un rôle capital dans tous les problèmes d'hydraulique fluviale et d'aménagement des cours d'eau. En effet, les mouvements de sédiments peuvent provoquer des remaniements durables du lit, tant en ce qui concerne son élévation, que sa pente et sa rugosité. La protection d'une berge, par exemple, est susceptible d'initier une incision locale du lit de la rivière, qui, à son tour, peut conduire à l'affaissement de la rive.

Déjà au XIX<sup>e</sup> siècle, des travaux de correction du lit du Rhin, destinés à prévenir en certains endroits les conséquences dévastatrices des crues, engendrèrent un enfouissement du lit, qui atteignit sept mètres de profondeur en aval de Bâle. La figure 1.1(a) illustre un autre cours d'eau instable en raison d'un déficit sédimentaire, qui se traduit par une érosion marquée lors de chaque crue. Au contraire, la rivière représentée à la figure 1.1(b) est caractérisée par un apport excessif en sédiments.

Parmi les innombrables applications possibles de l'étude menée ici, il faut également citer l'évaluation des problèmes relatifs à l'alluvionnement de grands lacs d'accumulation. Par exemple, des mesures bathymétriques effectuées dans la retenue de Mauvoisin (Suisse) indiquent un accroissement de la hauteur de sédiments d'environ 20 à 40 cm par année devant la vidange de fond et la prise d'eau destinée à la centrale hydroélectrique.

Ces problèmes sont formidablement complexes et, par conséquent, il n'est bien entendu pas envisageable de les appréhender tous au cours d'un travail tel que celui-ci. Nous n'avons pas non plus voulu nous limiter à l'un ou l'autre modèle simplifié (hydraulique quasi-stationnaire ou uniforme) qui ne s'avérerait approprié que pour certains régimes d'écoulement particuliers. Afin de pouvoir traiter des cas de figure d'intérêt pratique très généraux, un modèle hydrodynamique complet a été retenu. En revanche, l'éventail des phénomènes sédimentaires modélisés a été restreint aux écoulements où le transport solide par charriage de tous les grains est dominant. Ce choix, loin d'être arbitraire, a été guidé par l'ambition ultime du travail, qui est la simulation d'écoulements intenses. Dans ces conditions, où l'advection s'avère incontestablement dominante, les sédiments sont tous mis en mouvement, quelles que soient leurs propriétés granulométriques.

Le travail s'articule autour de deux axes essentiels. D'une part, nous donnerons un aperçu des principaux modèles actuels dans le domaine du transport solide par charriage. Cette première partie (chapitres 2 à 4), davantage théorique, se veut un reflet critique, et



(a) Cours d'eau en état d'érosion intense (Nevada, USA).

(b) Déposition de sédiments suite à une crue (Idaho, USA).

FIG. 1.1 – Cours d'eau instables [Sundborg, 1982].

non exhaustif, des possibilités contemporaines de simulation d'écoulements à surface libre et topographie évolutive. D'autre part, la seconde partie du travail est orientée directement vers le développement d'un logiciel de simulation numérique.

Dans le soucis d'aborder graduellement les difficultés, nous proposons au chapitre 5 une modélisation selon laquelle l'hydrodynamique est supposée quasi-stationnaire. Comme nous le montrerons, cet outil convient parfaitement pour des prévisions géomorphologiques à long terme. Ensuite, des investigations approfondies seront menées au sujet des propriétés mathématiques des systèmes d'équations aux dérivées partielles modélisant les phénomènes sédimentaires. En particulier, une distinction essentielle concernant la structure des caractéristiques en présence d'un lit fixe ou d'un lit érodable sera mise en exergue au chapitre 6. Des études de stabilité de schémas numériques seront ensuite développées. L'objectif ultime du travail est d'accéder à des simulations quasi-tridimensionnelles en intégrant une modélisation du transport solide par charriage au sein d'un code de calcul d'écoulements à surface libre (Wolf 2D). Un code volumes finis 1D a aussi été entièrement développé.

Au cours du chapitre 7, les logiciels uni- et bidimensionnels complets se verront validés avec succès à plusieurs reprises, grâce à des résultats d'essais expérimentaux. Les tests réalisés au cours de cette phase de validation correspondent à des cas de figure traités dans la littérature spécialisée, de telle sorte qu'une simple comparaison des résultats permet de corroborer la fiabilité du code de calcul. Des simulations plus prospectives suivront et plusieurs applications d'intérêt pratique seront abondamment illustrées. Entre autres, une modélisation innovatrice de la rupture progressive par submersion d'un ouvrage de retenue érodable sera proposée. L'aptitude du logiciel à traiter des phénomènes hydrosédimentaires complexes, sur une topographie réelle, sera démontrée par la simulation de l'écoulement consécutif à la rupture du barrage d'Eupen.

Finalement, nous discuterons au chapitre 8 les limitations actuelles du logiciel et proposerons des perspectives de développement afin d'étendre encore davantage le champ d'application accessible.

# Chapitre 7

## Applications

### 7.1 Introduction

Il importe à ce stade du travail, d'une part, de valider quantitativement les codes unidimensionnels et bidimensionnels développés et, d'autre part, de mettre en exergue un certain nombre de débouchés potentiels en termes d'applications pratiques. La validation des simulations de transport par charriage sera opérée en soumettant les logiciels à l'épreuve du calcul d'écoulements dans des configurations pour lesquelles les résultats sont connus. Les expériences menées par von Needham et Hey (paragraphe 7.2), ainsi que celles de Soni (paragraphe 7.3) semblent constituer des cas de figure idéaux pour mener à bien la validation des deux programmes. En effet, les expérimentateurs ont chacun établi une loi en puissance pour le transport solide, valable dans la configuration spécifique qui prévalait lors de leurs expériences. Ces lois constitutives pourront donc être utilisées directement au sein du logiciel. De ce fait, les tests numériques effectués seront entièrement focalisés sur la validation du code de calcul proprement dit et non sur le degré de réalisme d'une loi particulière de capacité de transport solide. De plus, les canaux rectangulaires utilisés se prêtent sans aucune difficulté à une discréétisation immédiate en maillage structuré, de telle sorte que les résultats ne seront pas affectés par le choix d'une discréétisation particulière des frontières du domaine.

Les modèles numériques seront ensuite mis à profit pour illustrer les concepts de dunes et antidunes déjà introduits d'un point de vue phénoménologique au paragraphe 2.2. La très bonne concordance des résultats calculés avec ceux publiés dans la littérature établit la capacité du logiciel développé à appréhender correctement les processus hydrosédimentaires quel que soit le régime d'écoulement. L'aptitude du logiciel à simuler l'écoulement consécutif à une rupture de barrage instantanée sur un lit mobile sera illustrée.

Au cours de ce chapitre, la fonctionnalité du logiciel développé va également être mise en évidence sur plusieurs configurations d'intérêt pratique, comme, par exemple, la formation d'un cône de déjection à l'aval d'une vallée encaissée, suite à la ruine d'un ouvrage de retenue, ou encore la rupture progressive par subverse d'une digue érodable. L'étude inédite de la propagation sur lit mobile du front d'eau consécutif à la ruine totale et instantanée

du barrage d'Eupen sera présentée.

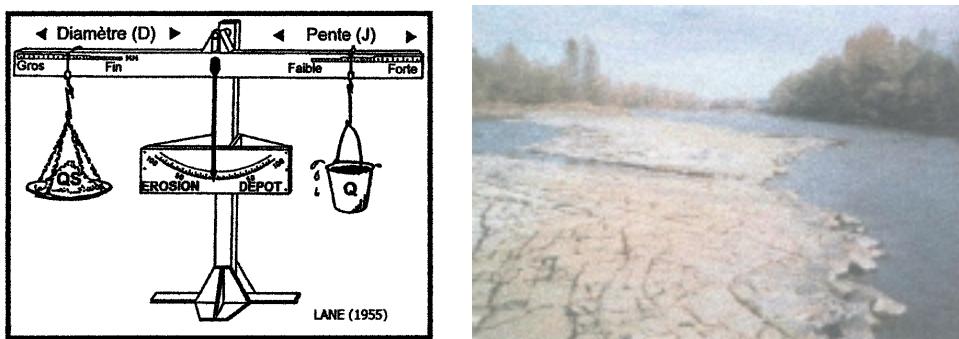
Un paragraphe descriptif clos le chapitre en illustrant comment le logiciel de modélisation développé peut fournir une aide à la décision dans le domaine de la planification d'opérations de chasse.

## 7.2 Essais de von Needham et Hey

Comme l'introduction le soulignait déjà, les essais de von Needham et Hey, ainsi que ceux de Soni permettent d'effectivement tester le traitement numérique du modèle hydrosédimentaire couplé, indépendamment d'autres aspects de la modélisation tels que le réalisme de la loi constitutive de capacité de transport ou la qualité de la discréétisation de la géométrie du canal.

### 7.2.1 Contexte

Les séries d'expériences décrites dans ce paragraphe et le suivant concernent l'évaluation des conséquences d'une modification permanente du débit solide pénétrant dans un canal. Ce type de considération peut se révéler d'une utilité majeure en ce qui concerne la détermination des répercussions de certains aménagements hydrauliques affectant la dynamique sédimentaire dans un bief.



(a) Equilibre dynamique entre les débits liquide  $Q$  et solide  $Q_S$ , la granulométrie ( $D$ ) et de la pente  $J$ .

(b) La Loire: affleurement du substratum suite à un déficit sédimentaire.

FIG. 7.1 – L'équilibre sédimentaire [Malavoi et al., 2001].

En effet, l'équilibre sédimentaire d'un cours d'eau, représenté très schématiquement à la figure 7.1(a), dépend d'une adéquation entre au moins trois facteurs : l'hydrologie du cours d'eau, la granulométrie des sédiments présents dans le lit et la pente de ce cours d'eau. Parmi les causes de rupture de l'équilibre sédimentaire, il faut citer les modifications climatiques (Global Change), les barrages qui piègent entre autres la charge solide

de fond ou encore l'extraction de matériaux alluvionnaires. Cet équilibre dynamique de nombre de voies d'eau réelles est tellement fragile que des modifications de prime abord insignifiantes, d'origine naturelle ou anthropique, peuvent in fine bouleverser l'ensemble de la rivière. La réaction du cours d'eau peut non seulement se traduire par des difficultés de fonctionnement d'ouvrages hydrauliques et d'exploitations hydroélectriques, mais en outre poser des problèmes de sécurité. A titre d'exemple, la figure 7.1(b) illustre l'affleurement du substratum du lit de la Loire suite à un déficit d'alluvions. L'*espace de liberté*<sup>1</sup> est une solution parfois proposée pour pallier un déficit en sédiments grossiers dans une rivière. Les expériences traitées ici sont orientées vers l'étude, tout aussi cruciale, d'un excédent et non d'un déficit alluvionnaire.

### 7.2.2 Dispositif expérimental

Les essais ont lieu dans un canal rectiligne dont le fond est recouvert de sédiments de diamètre moyen égal à 2 mm. Dans le cas de l'essai qui va faire l'objet de simulations numériques, la porosité est évaluée à  $p = 0.4$  et la pente du canal a été maintenue à 0.02 %. Le débit solide imposé à la limite amont s'identifie initialement à la capacité de transport de l'écoulement uniforme. Il correspond par conséquent au débit solide d'équilibre tant au point de vue hydrodynamique que sédimentaire (voir le paragraphe 4.1). A partir d'un instant donné, cet apport en sédiments par l'amont va se voir élevé à une nouvelle valeur constante, nettement supérieure à sa valeur d'équilibre. Dès lors, un front de sédiments se propageant vers l'aval sera observé. Après un délai de mise en régime, ce front évolue à une vitesse constante qui peut être évaluée par la relation habituelle de Rankine-Hugoniot relative à une discontinuité mobile (voir à ce sujet l'annexe F.3) :

$$s = \frac{q_b(z_{b_l}) - q_b(z_{b_r})}{(1-p)(z_{b_l} - z_{b_r})}, \quad (7.1)$$

où les indices  $l$  et  $r$  désignent respectivement la valeur de la grandeur prise à l'amont et à l'aval du front. L'expérience a permis de fixer les paramètres d'une loi constitutive simple pour la capacité de transport solide de l'écoulement :

$$q_b = a u^b, \quad (7.2)$$

où  $a = 6.06 \cdot 10^{-5}$  est le *coefficent* et  $b = 1.97$  l'*exposant* de la loi de T.S.C. en puissance.

La figure 7.2 montre l'évolution du lit ainsi que celle des grandeurs hydrodynamiques (hauteur d'eau, vitesse et nombre de Froude). L'introduction de la loi (7.2) dans l'expression (7.1) de la vitesse du front  $s$  et la prise en compte des valeurs numériques propres à chaque zone (Figure 7.2) permet d'écrire :

$$s = \frac{6.06 \cdot 10^{-5} (0.4^{1.97} - 0.24^{1.97})}{(1-0.4)(1.056 - 1.00)} \simeq 1.868 \cdot 10^{-4} \text{ m/s.} \quad (7.3)$$

---

1. L'*espace de liberté* désigne une zone au sein du lit majeur, où une érosion latérale est rendue possible par l'absence de protection des berges. Cette recharge alluviale latérale permet d'équilibrer la capacité de charriage du cours d'eau et se traduit généralement par une augmentation naturelle de la sinuosité. La réduction consécutive de la pente contribue encore à modérer les processus d'incision.

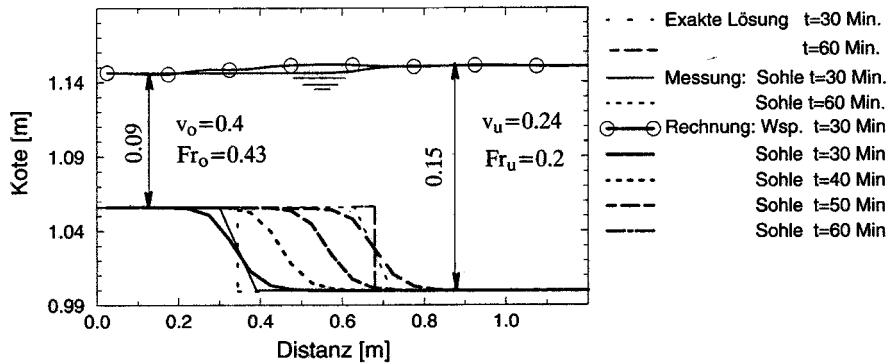


FIG. 7.2 – Essais de von Needham et Hey : résultats empiriques, solution exacte et simulations relatives dans [Fäh, 1997].

On calcule aisément que les distances parcourues par le front après 30 et 60 minutes correspondent respectivement à 33.6 cm et 67.2 cm, valeurs qui seront confirmées sur les différentes figures de résultats.

La mesure de cette vitesse de propagation peut être mise à profit expérimentalement pour calculer le débit solide dans la zone amont grâce à la seule connaissance de grandeurs facilement accessibles à la mesure : le débit solide d'équilibre et la différence de hauteur du lit entre les deux zones. Il serait également possible d'utiliser ce genre d'essai pour mesurer la porosité  $p$ , étant donné que l'expression de la vitesse du front en dépend directement.

### 7.2.3 Résultats numériques

Comme le montrent les figures 7.3 pour le modèle à une dimension et 7.4 en ce qui concerne le calcul bidimensionnel, la correspondance entre les résultats expérimentaux (Figure 7.2) et les simulations numériques est excellente, malgré la dissipation non négligeable introduite par le schéma de reconstruction constante utilisé.

Cette adéquation entre les résultats simulés et les mesures se vérifie aussi bien pour les niveaux d'eau et de la surface libre que pour le nombre de Froude. Le réalisme et l'exactitude de la formule de transport par charriage (7.2), calée tout particulièrement pour l'expérience réalisée ici, contribue incontestablement à la très haute qualité des résultats numériques. En outre, l'hypothèse sous-jacente au modèle de Saint-Venant - Exner se justifie amplement ici, étant donné qu'elle revient à supposer qu'un écoulement d'eau «pure» cohabite avec un faible volume relatif de sédiments charriés. On vérifie effectivement, à l'amont du canal, que le débit solide prend une valeur infime par rapport à celle du débit liquide :

$$\frac{q_b}{q} \simeq \frac{10^{-5}}{3.6 \cdot 10^{-2}} \lesssim 0.03 \%. \quad (7.4)$$

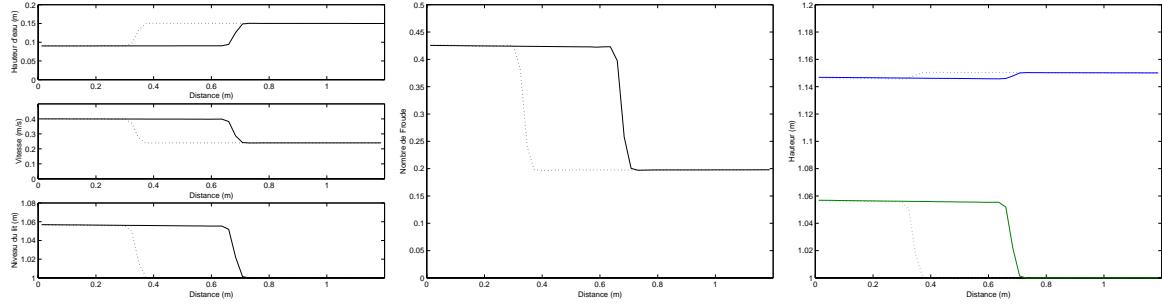


FIG. 7.3 – Essais de von Needham et Hey : résultats du modèle couplé unidimensionnel en reconstruction linéaire après  $t = 30$  min (pointillés) et  $t = 60$  min (trait continu).

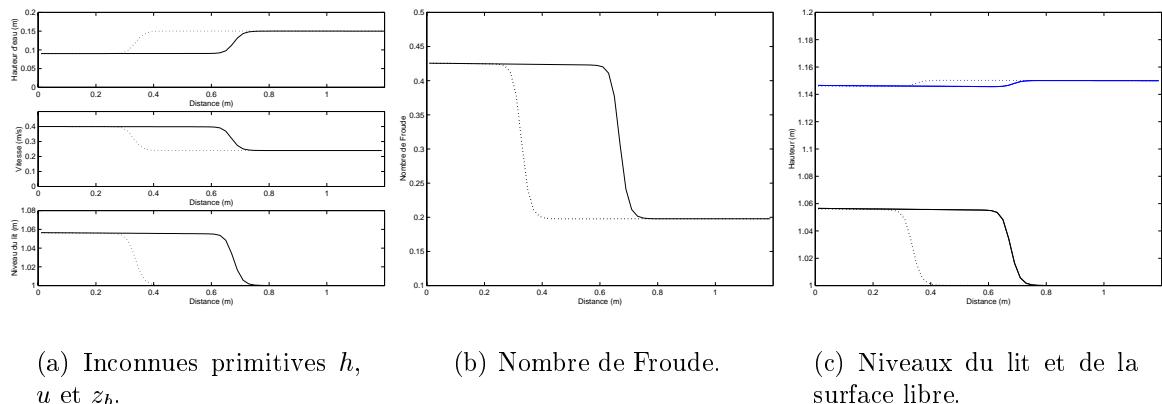


FIG. 7.4 – Essais de von Needham et Hey : résultats du modèle bidimensionnel en reconstruction constante après  $t = 30$  min (pointillés) et  $t = 60$  min (trait continu).

## 7.3 Essais de Soni

Les expériences menées par Soni ont pour but d'évaluer l'évolution du niveau du lit lorsque, dans un canal de 30 m de long et 0.2 m de large, le débit solide en amont est augmenté brusquement [Soni et al., 1980]. Le principe est très analogue à celui des essais décrits au paragraphe 7.2.2, mais ici la pente est nettement plus importante. Le lit mobile utilisé est constitué de grains de sable de diamètre moyen égal à 0.32 mm et de porosité valant 40 %. Le coefficient de frottement selon Strickler est évalué à  $k_{St} = 45 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ .

Des mesures ont permis de nouveau de calibrer un modèle simple selon lequel la capacité de transport est proportionnelle à une puissance de la vitesse moyenne :

$$q_b = a u^b \quad \text{où} \quad a = 1.45 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad b = 5.0. \quad (7.5)$$

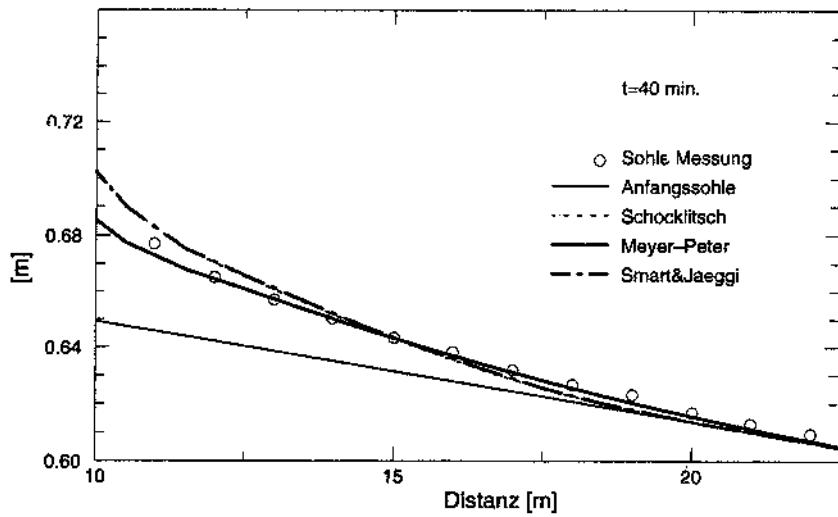
Ces paramètres ont été calés à partir de configurations, dites d'équilibre, dans lesquelles l'apport en sédiments à l'amont est égal au débit solide à la limite aval. Etant donné que cette relation précise entre une propriété hydrodynamique et la capacité de transport est connue, le schéma numérique et le modèle de transport pourront être validés ici encore indépendamment de l'influence d'un éventuel manque de réalisme d'une autre loi constitutive pour la charge de fond. Comme précédemment, le débit solide prend une valeur très faible par rapport au débit liquide, ce qui justifie d'un point de vue théorique le recours à un modèle tel que celui qui a été programmé.

Les essais qui vont servir à valider le logiciel développé ont été réalisés dans un canal incliné de 0.356 %, en présence d'une vitesse d'écoulement valant 0.4 m/s. La figure 7.5(b) présente le niveau du lit obtenu à l'issue de simulations portant sur une durée de 40 minutes et exécutées à l'aide du logiciel unidimensionnel développé.

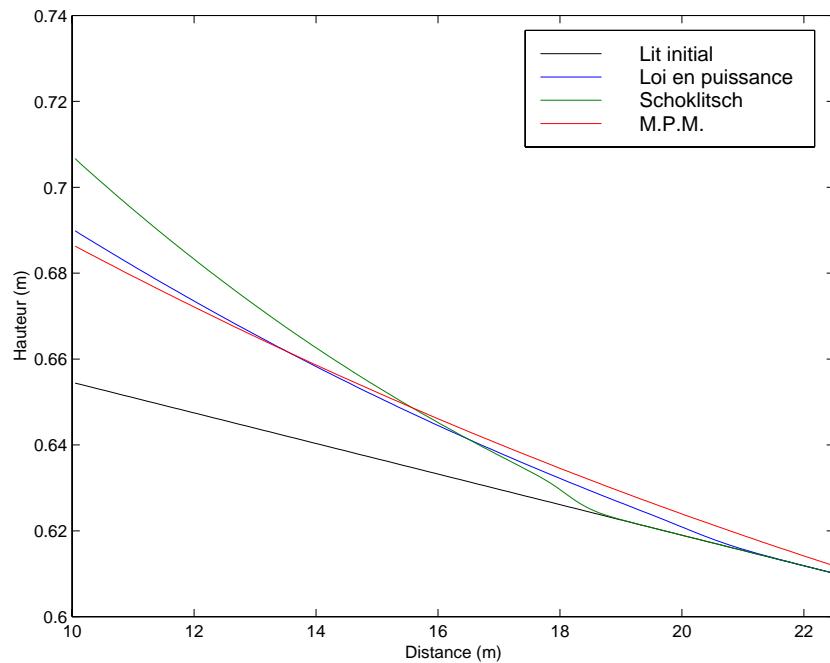
La concordance entre les résultats obtenus ici et ceux rapportés dans [Fäh, 1997] s'avère très satisfaisante. Ceci n'est en rien surprenant pour la loi en puissance car elle a été calibrée précisément pour l'expérience réalisée ici. On constate effectivement que le profil du lit qu'elle fournit correspond fidèlement aux mesures expérimentales illustrées à la figure 7.5(a). De plus, l'application des deux autres lois de T.S.C. était également promise à un succès prévisible étant donné que la pente du canal et le diamètre des grains considérés entrent parfaitement dans le domaine d'application de la formule de Schoklitsch ( $d \in [0.3 ; 7.0] \text{ mm}$  et  $S_f \in [0.003 ; 0.1]$ ) et se rapprochent de celui valable pour la formule de Meyer-Peter et Müller ( $d \in [3.1 ; 28.6] \text{ mm}$  et  $S_f \in [0.0004 ; 0.020]$ ). Ces lois de capacité de transport par charge de fond sont présentées en détails au paragraphe 4.4.

La remarque formulée au paragraphe précédent concernant l'importance relative du débit solide par rapport au débit liquide demeure d'application ici et, partant, légitime le recours au modèle de Saint-Venant - Exner.

Soni a tenté d'appliquer un modèle linéaire (une équation parabolique linéaire) pour prédire les résultats mesurés lors de ses expériences. L'avantage d'une telle formulation réside dans la possibilité d'en déduire une solution analytique simple. Cependant, les hypothèses émises lors de l'établissement de l'équation simplifiée pour  $z_b$  sont tellement restrictives (écoulement stationnaire et uniforme) que l'accord entre les prédictions du modèle théorique et les essais en laboratoire ne s'est jamais avéré satisfaisant.



(a) Comparaison entre mesures expérimentales et simulations numériques [Fäh, 1997].



(b) Résultats fournis par le logiciel 1D développé.

FIG. 7.5 – Essais de SONI: résultats obtenus à l'aide de différentes lois de transport par charriage.

## 7.4 Dunes et antidunes

Différents cas de figure d'écoulement sur un fond particulier vont être examinés, car ils présentent un intérêt aussi bien d'un point de vue numérique que phénoménologique.

### 7.4.1 Interprétation phénoménologique

Armé du logiciel développé, nous sommes maintenant à même d'illustrer au moyen d'expériences numériques certaines descriptions phénoménologiques présentées précédemment. Les évolutions d'une bosse (*bump* ou *hump*) sur le lit ainsi que d'une rigole (*trench*), simulées pour différents régimes d'écoulement, sont présentées à la figure 7.6. Avant de montrer la capacité du logiciel développé à reproduire ce genre de phénomènes, ceux-ci vont être commentés à la lumière des concepts de dunes et antidunes introduits au paragraphe 2.2.1.

Les deux différences essentielles entre dunes et antidunes transparaissent clairement au travers de la comparaison des figures 7.6(a) et 7.6(c) d'une part, et, d'autre part, 7.6(b) et 7.6(d). Premièrement, le profil en long de l'antidune ( $Fr > 1$ ) est essentiellement symétrique alors que celui de la dune ( $Fr < 1$ ) est asymétrique. Cette dernière présente une face amont en pente douce et une face aval en pente nettement plus raide. Deuxièmement, en régime supercritique, la surface libre est globalement en phase par rapport à l'antidune. En régime infracritique par contre, la position relative de la surface libre et de l'antidune correspond davantage à une opposition de phase. Il ne faut pas perdre de vue que, même si, dans le cas des antidunes, la forme construite sur le fond se déplace vers l'amont, les grains individuels continuent à dévaler rapidement la pente vers l'aval.

### 7.4.2 Résultats numériques

La hauteur (profondeur) de l'élévation (la dépression) topographique vaut le cinquième de la hauteur d'eau de l'écoulement uniforme qui prévaudrait si le lit était plan. Des simulations ont été réalisées à l'aide du logiciel unidimensionnel sur un maillage régulier de 300 noeuds.

Les figures 7.7 à 7.10 représentent non seulement les solutions pour la surface libre et le lit, mais aussi le profil des trois inconnues primitives  $h$ ,  $u$  et  $z_b$  ainsi que celui du nombre de Froude. Sur toutes ces figures les champs initiaux sont dessinés en traits pointillés et la solution finale est tracée en continu. Les expériences numériques publiées dans [Sieben, 1997] n'étant pas suffisamment documentées, seule une correspondance qualitative a pu être établie avec les simulations produites par le programme développé ici. Ces résultats constituent néanmoins une illustration probante de l'efficience du logiciel à modéliser les processus hydrosédimentaires couplés quel que soit le régime d'écoulement.

Un exemple de configuration rencontrée en régime transcritique ( $Fr = 0.95$ ) est mis en évidence à la figure 7.11 pour le cas d'une fosse dans le lit. Le processus observé semble intermédiaire entre ceux déjà mis en exergue en régimes infra- et supercritique et il ne peut être identifié ni à la propagation d'une dune ni à celle d'une antidune.

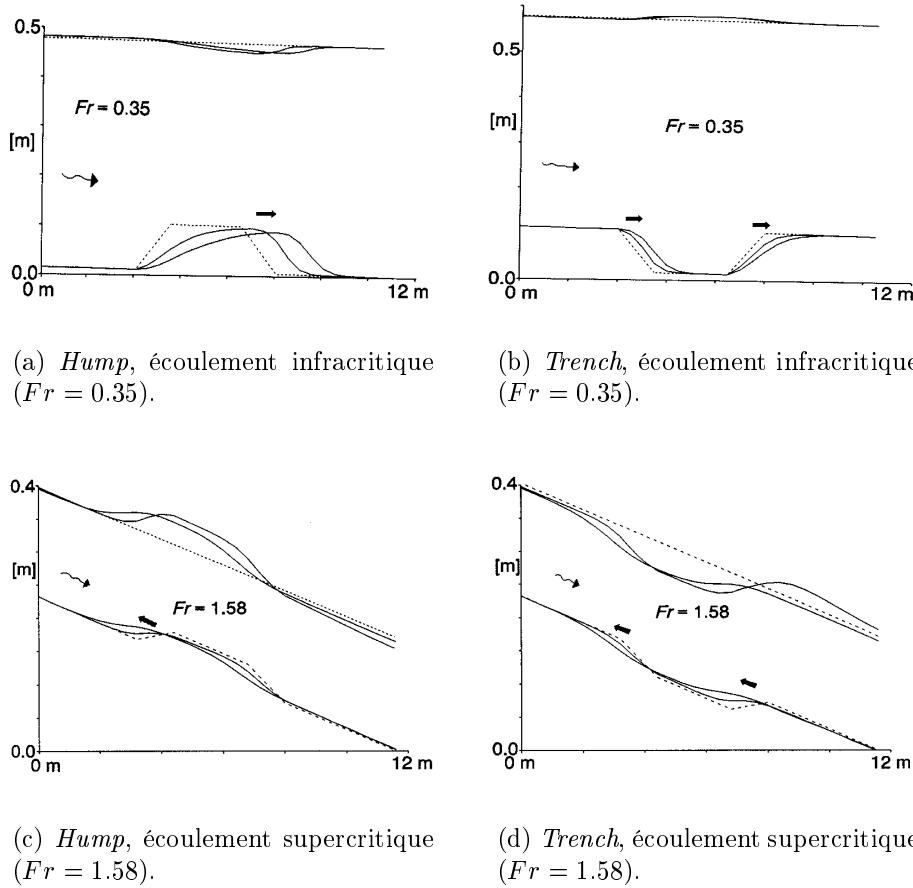
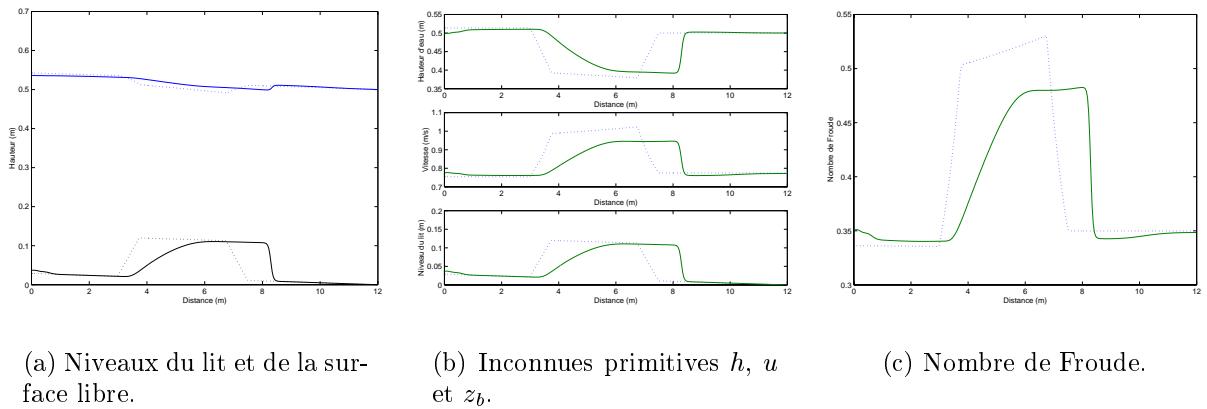
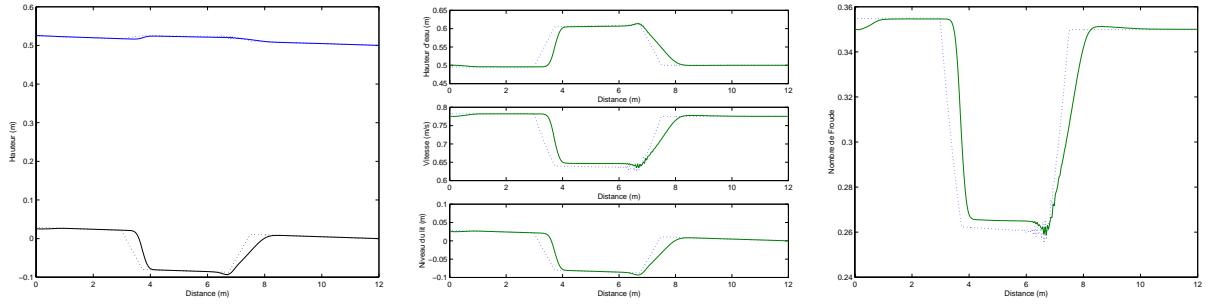


FIG. 7.6 – Propagation d’irrégularités de la topographie [Sieben, 1997].

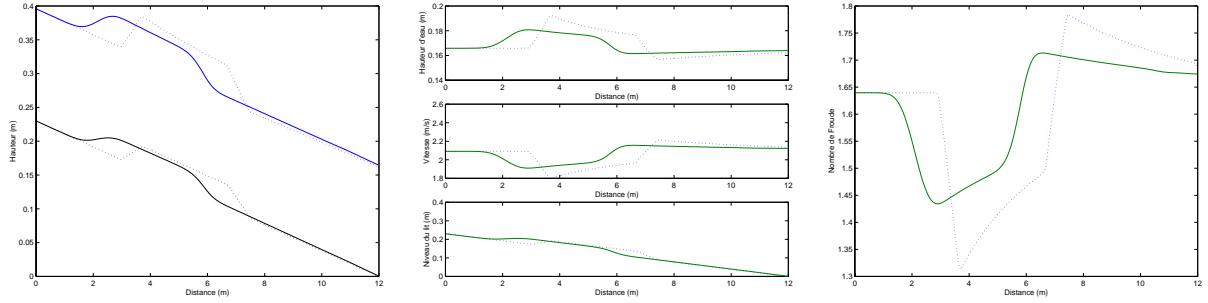
FIG. 7.7 – *Hump*, écoulement infracritique ( $Fr = 0.35$ ).



(a) Niveaux du lit et de la surface libre.

(b) Inconnues primitives  $h$ ,  $u$  et  $z_b$ .

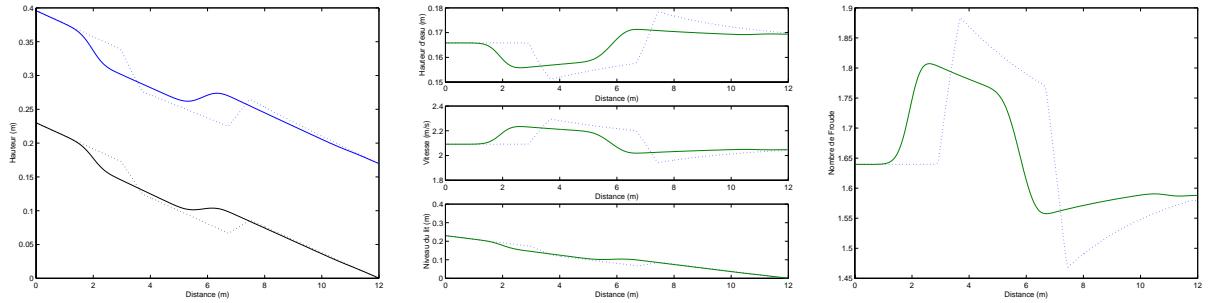
(c) Nombre de Froude.

FIG. 7.8 – *Trench*, écoulement infracritique ( $Fr = 0.35$ ).

(a) Niveaux du lit et de la surface libre.

(b) Inconnues primitives  $h$ ,  $u$  et  $z_b$ .

(c) Nombre de Froude.

FIG. 7.9 – *Hump*, écoulement supercritique ( $Fr = 1.58$ ).

(a) Niveaux du lit et de la surface libre.

(b) Inconnues primitives  $h$ ,  $u$  et  $z_b$ .

(c) Nombre de Froude.

FIG. 7.10 – *Trench*, écoulement supercritique ( $Fr = 1.58$ ).

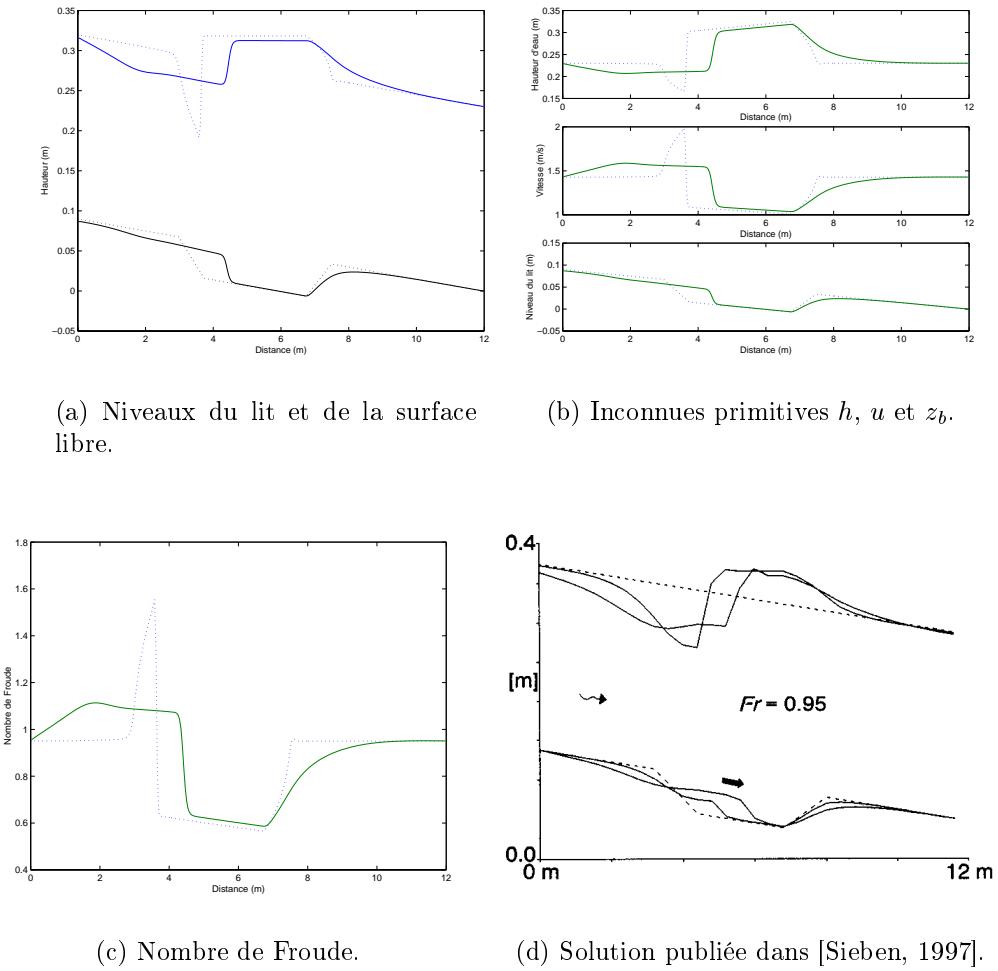


FIG. 7.11 – *Trench*, écoulement transcritique ( $Fr = 0.95$ ), reconstruction constante.

## 7.5 Rupture de barrage idéalisée

Un critère primordial pour le jugement de la qualité d'un modèle numérique est sa capacité à fournir des *prévisions* correctes dans le cas de configurations d'écoulement pour lesquelles il est difficile, voire impossible, de procéder à des mesures comparatives dans la nature. Etant donné l'impossibilité de valider le logiciel à partir d'observations sur un écoulement naturel, des essais en laboratoire constituent alors la seule référence appropriée disponible. L'exemple par excellence d'un tel écoulement extrême est la rupture de barrage.

### 7.5.1 Importance des mouvements de terrain

Lors de crues exceptionnelles, d'origine naturelle ou accidentelle, les mouvements de terrain induits peuvent modifier significativement le comportement de l'onde d'écoulement et les dégâts associés. L'observation de mesures réalisées à la suite de diverses ruptures accidentelles de grands ouvrages de retenue dans le monde permet même de constater que le volume de solide déplacé peut être d'un ordre de grandeur tout à fait comparable à celui du volume d'eau libérée.

L'exemple d'une rupture de barrage complète et instantanée (problème de Riemann) permet de mettre en évidence l'influence déterminante de l'évolution morphologique du lit sur la propagation de la lame d'eau. Une telle rupture idéalisée a été simulée dans trois configurations différentes (Figure 7.12).

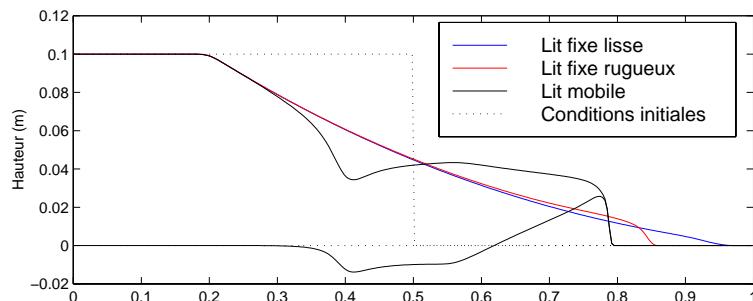


FIG. 7.12 – Propagation d'ondes consécutive à une rupture de barrage sur un lit fixe lisse, un lit fixe rugueux et sur un lit mobile ( $t = 0.3$  s).

Lors du premier essai, la lame d'eau est libérée sur un lit à fond sec et lisse à l'aval. Pour des raisons purement numériques, la hauteur d'eau à l'aval est en réalité fixée à  $10^{-5}$  m. Le niveau initial du réservoir à l'amont vaut 10 cm, ce qui correspond à des conditions réalisables sur un modèle physique de laboratoire. Le profil de hauteur d'eau observé à la figure 7.12 s'identifie à la solution analytique de Ritter pour la propagation d'ondes consécutive à une rupture de barrage sur fond sec. En particulier, la hauteur d'eau en  $x = 0$  vaut  $4/9$  de la hauteur initiale dans la retenue, conformément à la valeur théorique pour un canal prismatique à section rectangulaire. L'écoulement est critique à cet endroit.

Dans le deuxième cas, le lit est supposé présenter une rugosité non négligeable. La simulation a été réalisée à l'aide d'une loi de frottement de Strickler ( $k_{St} = 45 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ ). Il apparaît que l'effet du frottement se traduit par une modification du profil de hauteur d'eau surtout dans la partie aval de la lame d'eau. En effet, celle-ci doit se mettre en charge afin de vaincre la résistance liée au frottement, si bien que le front se raidit et sa vitesse se voit sensiblement diminuée.

Finalement, le lit est supposé constitué de matériaux susceptibles d'être mis en mouvement. La loi de capacité de transport par charge de fond de Meyer-Peter Müller a été utilisée pour modéliser l'évolution géomorphologique. La figure 7.12 rend compte du ralentissement de la propagation de la lame d'eau qui a cédé une part de son énergie aux sédiments mis en mouvement. Néanmoins, l'augmentation significative de la hauteur du front, chargé de surcroît en matériaux solides, démontre à quel point les conséquences du remaniement de la topographie ne sont en rien sécurisantes et qu'elles peuvent tout au contraire engendrer des dégâts encore plus tragiques. Remarquons également que, contrairement à la solution de Ritter, il n'existe plus de section de contrôle fixe où l'écoulement serait critique, si bien que la rupture du barrage ne peut être modélisée correctement qu'en prenant en compte la retenue également.

### 7.5.2 Résultats numériques

Les figures 7.13 et 7.14 permettent d'établir une comparaison entre, respectivement, les résultats fournis par le logiciel développé dans le cadre de ce travail et ceux obtenus à l'aide d'un modèle à quatre équations [Capart, 2000] : deux équations de continuité (eau et sédiments), un bilan de quantité de mouvement global ainsi qu'une loi régissant l'évolution du lit.

La figure 7.13 fait référence également aux résultats d'essais expérimentaux réalisés dans un canal vitré de 20 cm de large et dont le fond était constitué de billes légères de taille uniforme : diamètre  $d = 6.1 \text{ mm}$  et poids spécifique  $s = 1.048$ . La concentration volumique en sédiments de l'arrangement des billes dans le lit initial a été évaluée à  $1 - p = 0.4$ .

Le modèle de Saint-Venant - Exner se révèle manifestement à même de capter les caractéristiques essentielles du processus, que ce soit l'évolution du front de sédiments, la fosse creusée par l'écoulement ou encore le ressaut hydraulique. Il est intéressant et satisfaisant de remarquer que l'écart entre les solutions fournies par les deux modèles reste assez faible et de toute façon plus faible que le contraste entre les résultats numériques et expérimentaux.

La présence d'un ressaut s'explique par la convergence de courbes caractéristiques dans cette zone. En effet, les caractéristiques orientées vers l'aval dans le faisceau de caractéristiques rectilignes de la solution de Ritter (Figure 7.15(a)) subissent une courbure vers l'amont en raison de la contre pente générée par les mouvements de terrain à l'aval de la discontinuité initiale. Les caractéristiques qui, au contraire étaient initialement orientées en direction de l'amont se voient courbées vers l'aval suite à la pente induite par l'érosion active à l'amont de la position initiale du barrage. En conséquence, si ces courbures sont suffisantes, des caractéristiques vont se rejoindre pour former un choc (Figure 7.15(b)).

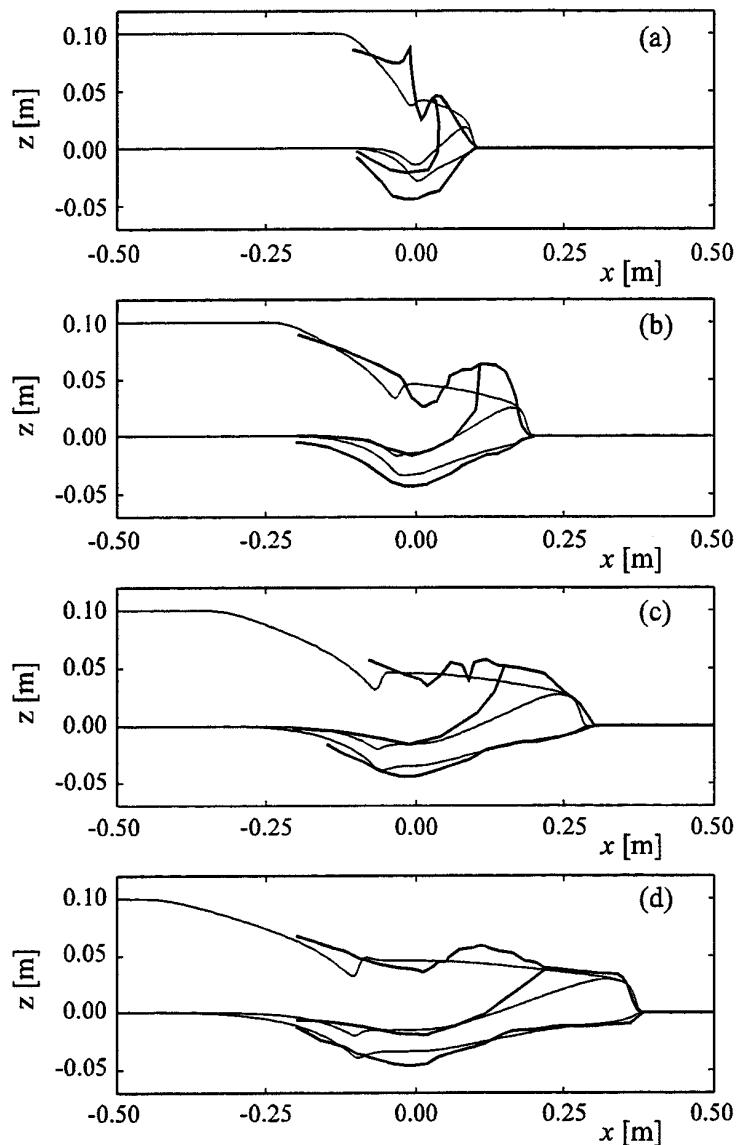


FIG. 7.13 – Comparaison entre les prédictions d'un modèle numérique complet (trait fin) et des résultats expérimentaux (trait gras) pour quatre temps successifs: (a)  $t = 0.1$  s; (b)  $t = 0.2$  s; (c)  $t = 0.3$  s; (d)  $t = 0.4$  s [Capart, 2000].

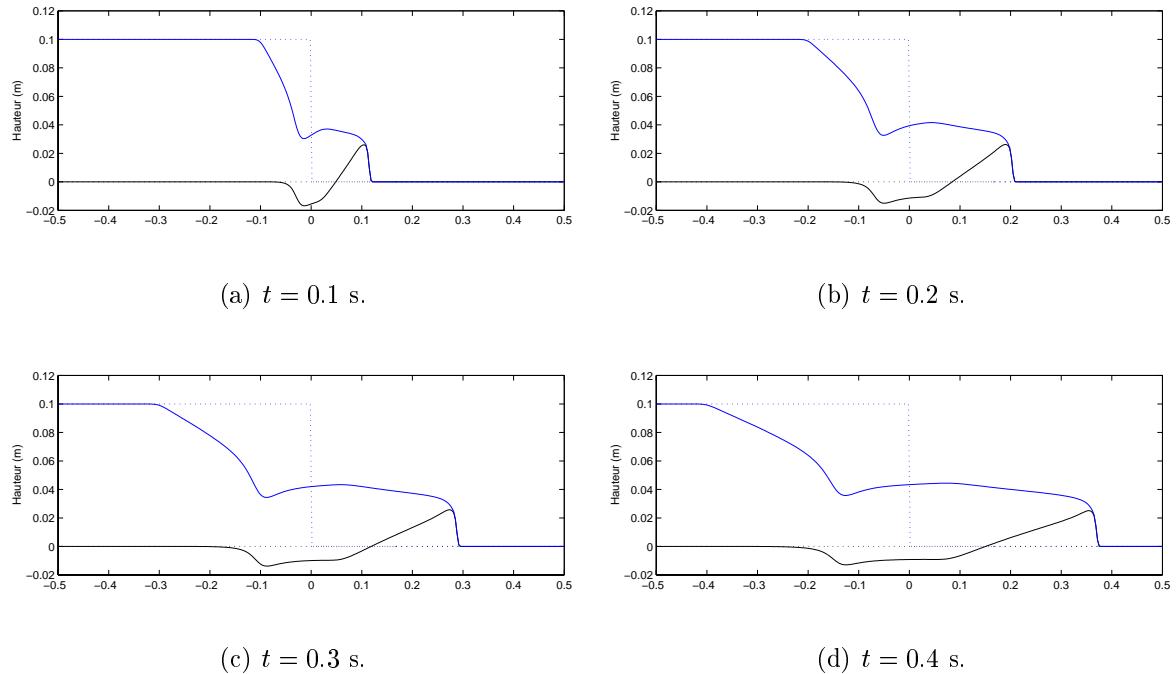


FIG. 7.14 – Rupture de barrage instantanée sur fond mobile, modélisée à l'aide du logiciel unidimensionnel développé.

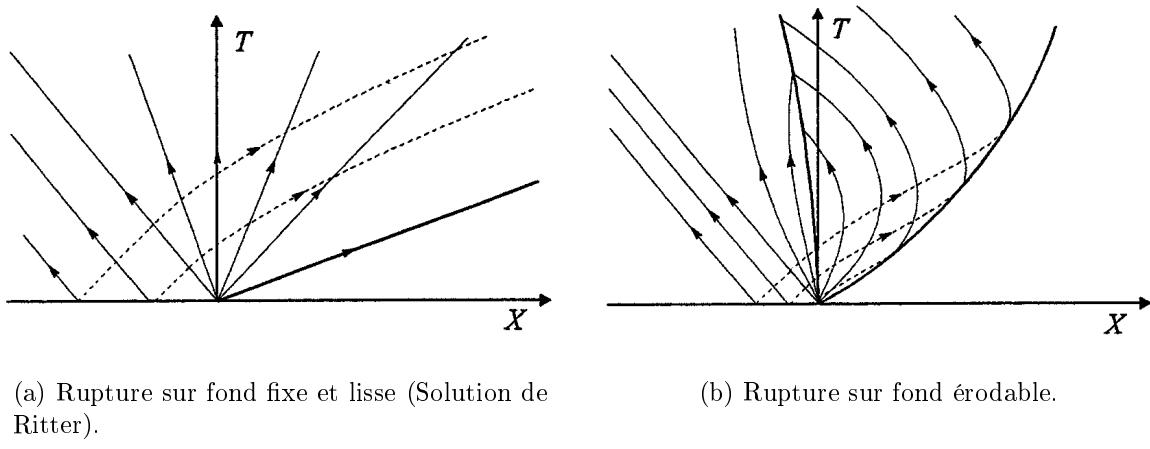


FIG. 7.15 – Courbes caractéristiques et trajectoire du front d'onde, représentées dans le plan  $(x,t)$  [Capart, 2000].

### 7.5.3 Validité du modèle

#### Modèle des eaux peu profondes

Les conditions d'écoulement au début de la simulation ne correspondent plus rigoureusement aux hypothèses émises lors de l'élaboration du modèle de Saint-Venant utilisé. En effet, celui-ci est justifiée dès que le *carré* du rapport de la vitesse verticale sur la vitesse horizontale est faible. Ici par contre, des vitesses verticales importantes se développent incontestablement au cours de l'écoulement résultant des conditions initiales discontinues. Toutefois, la composante verticale des vitesses n'est réellement significative qu'aux tout premiers instants suivant la rupture du barrage et à hauteur du front. Partout ailleurs, une distribution hydrostatique de pression selon la verticale constitue une image fidèle de la réalité et, partant, corrobore la validité du modèle.

#### Modèle de Saint-Venant - Exner

Nous savons que les équations de Saint-Venant - Exner représentent un couplage entre l'évolution du lit et l'hydrodynamique d'un écoulement d'eau pure. La répercussion du mouvement de la charge de fond sur l'équation dynamique du fluide ne peut qu'intervenir à travers le terme de frottement. En effet, le transfert de quantité de mouvement de l'écoulement aux matériaux solides ne fait pas l'objet d'un bilan explicite. Néanmoins, La validité de cette approche est indéniable dans la plupart des situations réelles, à l'exception d'écoulements intenses à pouvoir érosif très marqué comme celui considéré ici.

Pour cette raison notamment, certains auteurs [Song et al., 1998] proposent d'intégrer dans l'équation dynamique une correction à la loi de frottement, qui dépend explicitement du débit solide, telle que celle décrite dans l'annexe G.4. Il n'existe cependant pas d'expression de ce genre suffisamment générale et des coefficients devraient être calés au cas par cas. Cette dernière opération est bien entendu irréalisable dans le contexte d'une rupture de barrage.

Un ordre de grandeur de l'erreur commise est fourni par le rapport entre le volume de sédiments déplacés et le volume d'eau responsable du remaniement topographique correspondant. A l'issue de 0.4 s d'écoulement (Figure 7.14(d)), ce quotient vaut environ 20 %. La qualité des résultats tout de même atteinte lors des simulations numériques s'explique notamment par la masse particulièrement faible ( $s = 1.048$ ) des grains utilisés par l'expérimentateur. Leur densité relative est, en effet, deux à trois fois inférieure à celle d'un sol réel, ce qui réduit les échanges de quantité de mouvement d'un même facteur.

#### Modèle complet

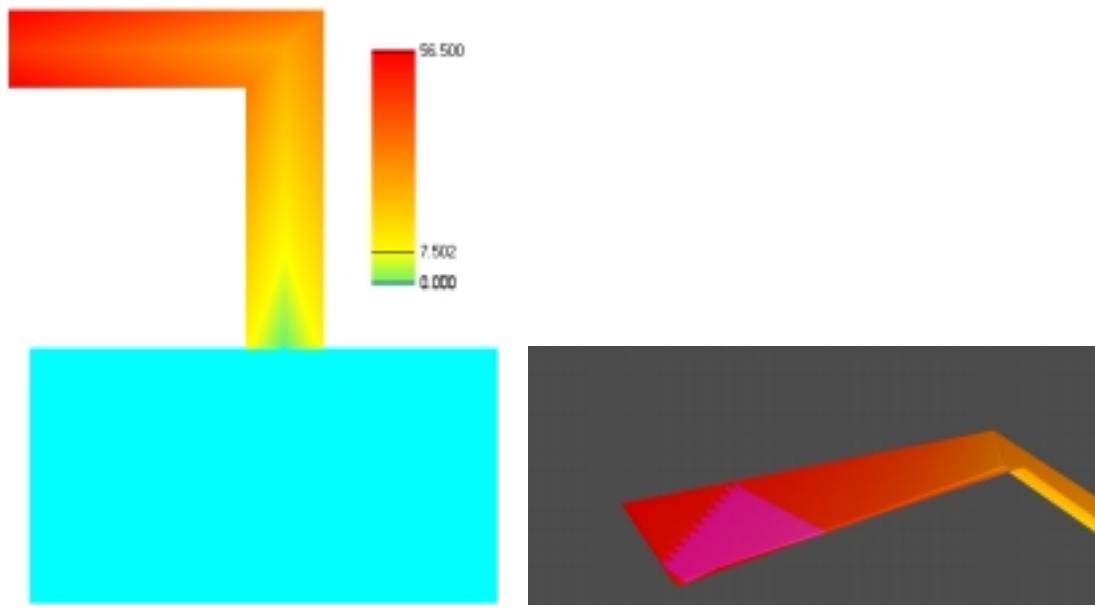
Une autre solution, plus générale et plus élégante d'un point de vue théorique, consiste à résoudre une équation de bilan de quantité de mouvement pour le mélange fluide-solide et non pour le fluide pur (voir l'annexe D). La formulation de certains termes de l'équation dynamique globale nécessite cependant plusieurs hypothèses discutables, entre autres concernant la vitesse relative du fluide et des sédiments charriés. En conséquence, dans

une configuration d'intérêt pratique, cette alternative ne fournit pas nécessairement des résultats sensiblement plus réalistes que le modèle utilisé ici.

Les résultats concluants des différentes opérations de validation du code de calcul nous poussent maintenant à insister sur les multiples perspectives d'applications pratiques accessibles à partir du logiciel bidimensionnel développé. La ruine d'un barrage réel, survenue aux Etats-Unis, a inspiré la simulation décrite au paragraphe suivant.

## 7.6 Parc National du Colorado

La rupture d'un ouvrage de retenue à l'amont d'une vallée profonde dans le Parc National du Colorado (U.S.A.) le 15 juillet 1982 a engendré une érosion rapide et intense. Malgré la hauteur relativement modeste de la digue (8 mètres) la topographie de la vallée a subi un remaniement très significatif. Une fois arrivés à l'aval de cette gorge, les matériaux solides transportés se sont déposés pour constituer, dans la plaine de piémont, un cône de déjection encore visible actuellement.



(a) Topographie initiale (vue en plan) et échelle de couleurs.

(b) Retenue initiale et tronçon amont de la vallée vus d'en haut.

FIG. 7.16 – Accident au Parc National du Colorado.

Nous ne disposions pas d'informations détaillées concernant la topographie exacte de l'endroit avant l'accident, c'est pourquoi celle-ci a fait l'objet d'une schématisation délibérée au sein du modèle numérique (Figure 7.16(a)). L'objectif poursuivi lors de ces simulations

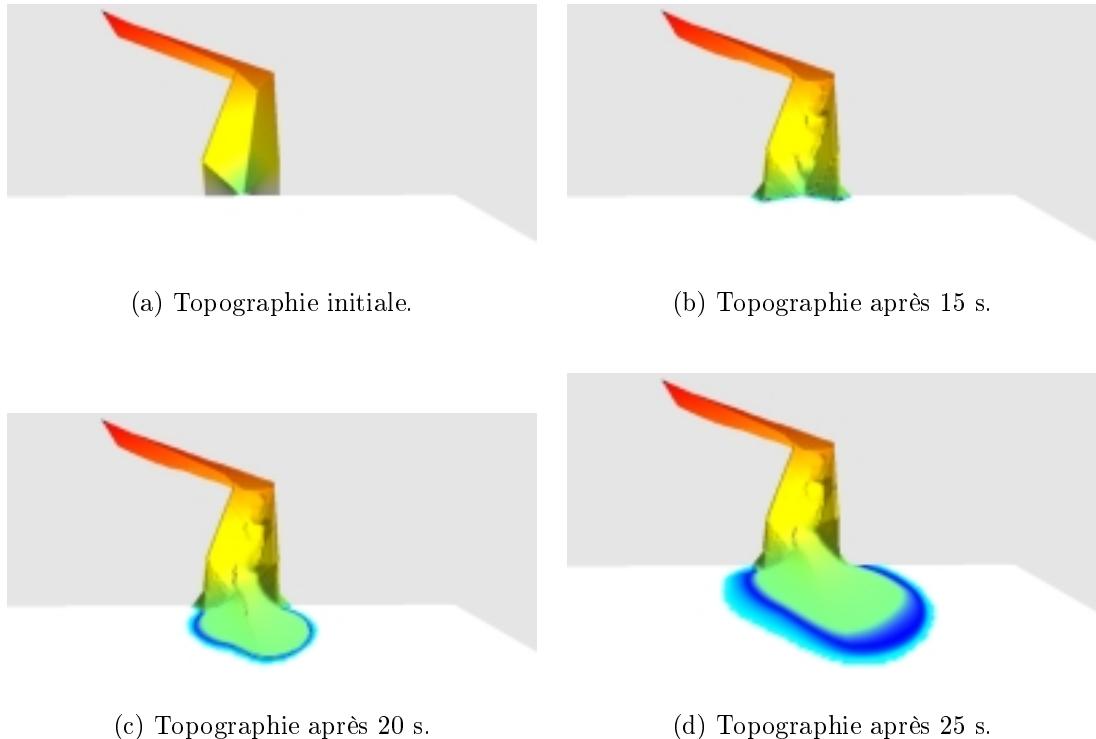


FIG. 7.17 – Cône d'alluvions dans la plaine, consécutif au remaniement topographique de la vallée.

consistait donc à démontrer la faculté du logiciel à reproduire, en topographie quelconque, des écoulements à effets érosifs d'extrême intensité.

La section transversale de la vallée est triangulaire. La retenue d'eau peut être distinguée, dans son état initial, à la figure 7.16(b) où l'altitude de la surface libre et la partie amont de la vallée sont représentées. La figure 7.16(a) illustre le domaine de calcul et le code de couleurs utilisé met en évidence le relief initial.

Les simulations ont fourni les résultats présentés à la figure 7.17. On peut y observer la progression du front de sédiments de l'amont vers l'aval jusqu'à ce qu'il débouche dans la plaine pour former finalement le cône de déjection. En conséquence, il est légitime d'affirmer que le logiciel développé s'est révélé capable de refléter, au moins qualitativement, l'interaction marquée entre l'écoulement fluide et la dynamique géomorphologique du lit. Le cône de déjection prédit par le programme peut effectivement être observé sur les lieux de l'accident (Figure 7.18).



FIG. 7.18 – Parc National du Colorado : photo du lieu de l'accident [Pirotton, 1994]. Le cône d'alluvions peut être distingué.

## 7.7 Rupture progressive de digue

### 7.7.1 Contexte

Le calcul des conséquences d'une rupture d'ouvrage hydraulique de retenue présenté au paragraphe 7.5 repose sur l'hypothèse d'une ruine totale et instantanée de l'ouvrage sollicité auparavant à son amont par un volume d'eau pure. Il s'agit là du mode le plus extrême et le plus complexe à considérer au niveau de l'hydrodynamique seule, recommandé par la Commission Internationale des Grands Barrages (ICOLD, *International Commission on Large Dams*) pour les ouvrages en béton. Néanmoins, cette hypothèse s'éloigne parfois significativement de la réalité. De fait, la ruine réelle d'un ouvrage en remblai (e.g. digue en terre), nécessairement progressive, s'apparente à une rupture au cours de laquelle une brèche s'élargit et s'approfondit graduellement. De prime abord, l'hydrogramme mesuré en aval présente initialement un pic plus faible que lors d'une rupture instantanée. Cependant, une fois la brèche suffisamment ouverte, des ondes vont rejoindre le front initial, elles vont le raidir et risquent de provoquer in fine un pic encore plus aigu dans l'hydrogramme.

L'approche classique communément exploitée pour la simulation du processus d'évacement progressif de la brèche souffre deux inconvénients majeurs. D'une part, comme l'illustre la figure 7.19(a), l'écoulement n'est absolument pas traité de façon unifiée. Dans un premier temps, l'impact de l'érosion proprement dite est estimé, puis un hydrogramme à hauteur de la brèche en est déduit. Celui-ci est ensuite répercuté sur l'aval, en supposant une séparation amont-aval, manifestement hypothétique. De plus, nombre d'hypothèses sont couramment émises concernant des zones d'écoulement uniforme, la position d'une section critique, les régions où l'écoulement est infra- ou supercritique, etc. D'autre part, la géométrie de la section de la brèche fait elle-même l'objet d'hypothèses restrictives : forme triangulaire, trapézoïdale ou rectangulaire (Figure 7.19(b)). En résumé, une telle approche n'est pas à recommander car elle n'assure pas un couplage direct entre l'évolution morpho-

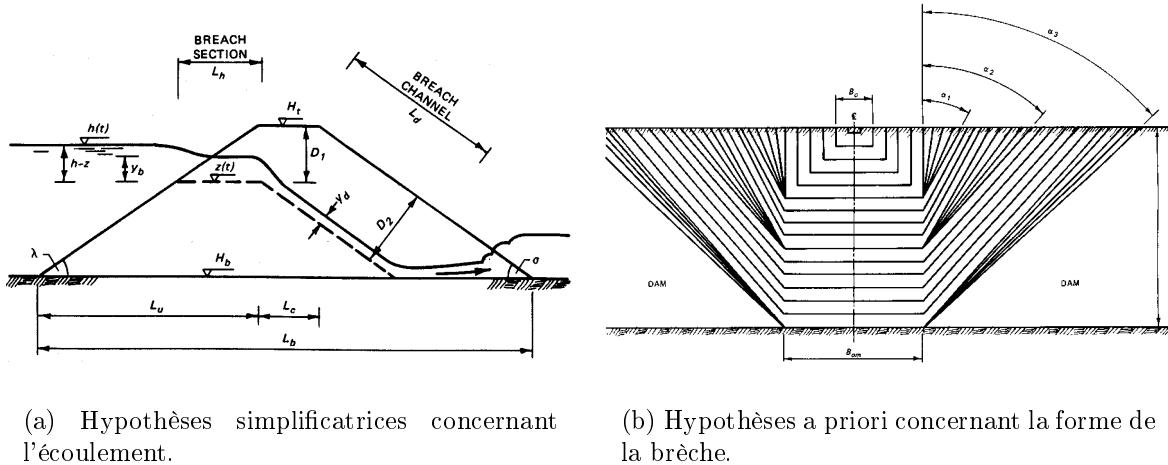


FIG. 7.19 – Calcul classique de l'évolution d'une brèche dans une digue [Singh, 1996].

logique de l'ouvrage de retenue et l'écoulement correspondant.

Au contraire, le logiciel développé dans le cadre de ce travail se révèle apte à intégrer complètement ces phénomènes qui, dans la réalité, sont incontestablement couplés très étroitement. Ainsi, l'étude unifiée proposée ici se distingue de l'approche classique en permettant de rendre compte automatiquement de l'interdépendance complexe entre, d'une part, l'interaction fluide-structure proprement dite et, d'autre part, les écoulements amont et aval.

Une rupture progressive de digue a été simulée afin d'attester l'applicabilité du logiciel à la modélisation de ce genre de phénomène. Il a toutefois été nécessaire d'apporter une nouvelle contribution aux flux solides, liée aux mouvements de sédiments induits par la gravité. La brèche va s'approfondir en raison de l'érosion au fond, ce qui finira par rendre les parois latérales de la brèche instables et celles-ci vont s'affaisser par action de la gravité. Il est par conséquent indispensable de tenir compte, au moins localement, d'instabilités éventuelles des talus. Ces processus sont modélisés au moyen du concept d'angle critique de talus, explicité au paragraphe 2.3.6.

Les débouchés pratiques de ce type de simulations sont nombreux. Par exemple, en 1994, dans le canton de Fribourg (Suisse), un glissement de terrain a provoqué la constitution progressive d'un barrage naturel au fond d'une vallée. Un véritable lac s'est formé dans le lit du ruisseau qui s'écoulait auparavant à cet endroit. Des questions relatives à la stabilité de ce barrage ont du être étudiées d'urgence, en particulier, en ce qui concerne l'érosion consécutive à une éventuelle submersion de la digue en terre. Les écoulements suscités par différents modes de rupture du barrage ont été évalués, afin de provoquer en définitive le scénario engendrant les répercussions les moins redoutables pour l'aval.

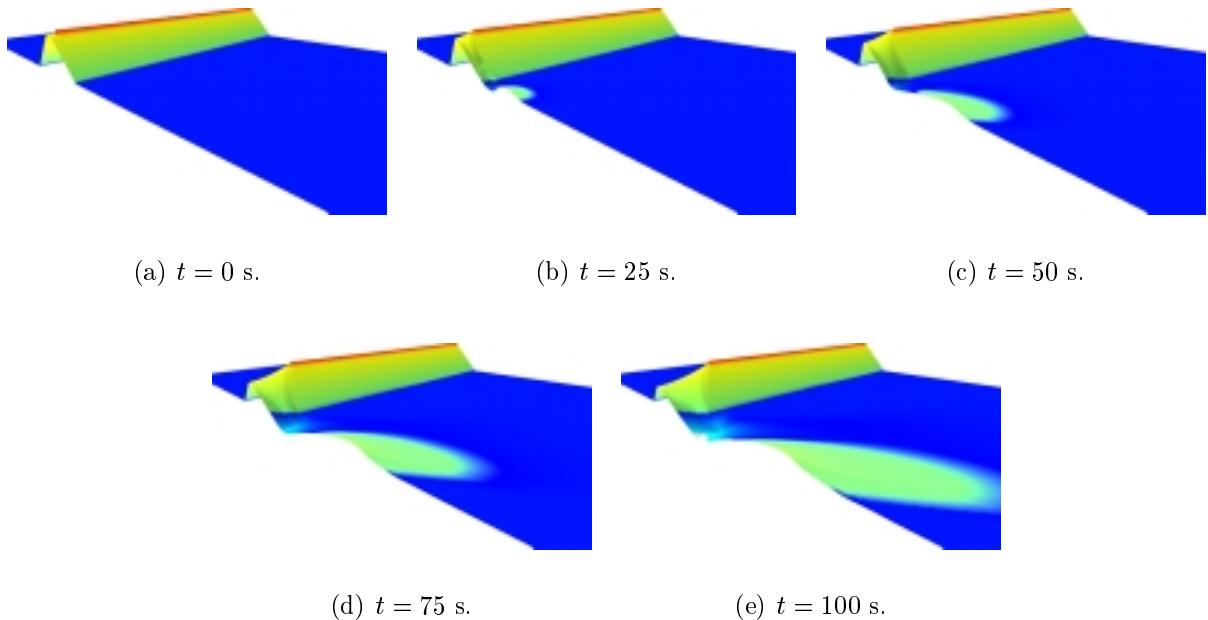


FIG. 7.20 – Résultats numériques pour une rupture de digue par submersion. Seule la moitié de l’ouvrage de retenue est représentée, permettant ainsi la visualisation d’une coupe longitudinale passant par le milieu de la brèche. Vue depuis l’aval.

### 7.7.2 Résultats numériques

Un cas hypothétique de rupture progressive d’un barrage en terre a été simulé. Un plan d’eau d’une profondeur de 9.5 m est initialement retenu par une digue de 10 m de haut et entaillée, en son centre, d’une brèche d’un mètre de profondeur. L’eau va bien entendu s’y engouffrer et initier un processus d’érosion progressive de l’ouvrage de retenue, qu’il serait, en pratique, quasiment impossible d’interrompre.

La simulation numérique, dont les résultats sont présentés à la figure 7.20, a été réalisée sur un maillage comportant 64 000 éléments carrés de 50 cm de côté. Des hypothèses aussi réalistes que possibles ont été émises concernant la valeurs des différentes propriétés du matériau constituant la digue (Tableau 7.1).

$p$	$s$	$d_{50}$	$\gamma_{\text{nat}}$	$\gamma_{\text{cr}}$
0.35	2	5 mm	$40^\circ$	$50^\circ$

TAB. 7.1 – Propriétés des sédiments pour la rupture progressive de digue.

Le transport solide par charriage est évalué à l’aide de la formule de Meyer-Peter et Müller. Les concepts d’angle naturel de talus et d’angle critique de talus sont exploités afin de modéliser directement les débits solides induits par la gravité. Le coefficient de frottement de Strickler est estimé à  $k_{St} = 30 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ .

Afin de tirer parti de la symétrie de la configuration idéalisée considérée, la *variété*, i.e. le domaine sur lequel le calcul par volumes finis a été effectué, correspond à la moitié du domaine spatial complet. La figure 7.20 illustre les résultats obtenus pour la topographie pour des temps allant jusqu'à cent secondes. Une perspective de la moitié de la retenue est représentée, vue depuis l'aval, et la coupe longitudinal passant par le milieu de la brèche permet de très bien visualiser le profil des cotes du lit tout au long de l'évolution instationnaire. On distingue à la figure 7.20(a) l'ouverture initiale dans le mur. Ensuite, on peut observer sur les figures 7.20(b) à 7.20(e) qu'une érosion importante juste à l'aval de l'ouvrage s'accompagne d'une déposition de sédiments dans le prolongement de la brèche. Cette accumulation de matière solide engendre une contre-pente et, par voie de conséquence, une déviation latérale de l'écoulement fluide.

## 7.8 Barrage de la Vesdre

Erigé en amont d'Eupen, le barrage de la Vesdre offre une capacité de stockage de plus de 25 000 000 m<sup>3</sup>. L'ouvrage, inauguré en 1951, a une hauteur de 63 mètres et 410 mètres de long. L'épaisseur vaut 55 mètres à la base et 11 mètres au sommet.

### 7.8.1 Contexte

Lors de nombreuses catastrophes recensées, l'écoulement consécutif à la rupture d'un grand ouvrage de retenue a engendré des modifications substantielles de la topographie à l'aval. Comme le paragraphe 7.5.1 le soulignait déjà, les circonstances de certains accidents sont tellement extrêmes que le volume de matériaux transportés peut atteindre le même ordre de grandeur que le volume initial d'eau dans la retenue. De plus, même si la quantité totale de sédiments mis en mouvement reste faible, des dégâts considérables peuvent être engendrés par d'importantes modifications locales du lit. Pourtant, des simulations destinées à évaluer l'impact de la ruine d'un barrage sont aujourd'hui quasi exclusivement effectuées en supposant un lit fixe. Ce défaut de réalisme trahit bien entendu l'extraordinaire complexité des phénomènes à modéliser.

### 7.8.2 Objectifs

La crue accidentelle induite par une rupture totale et instantanée du barrage-poids en béton d'Eupen a été simulée au moyen du logiciel bidimensionnel développé. Ce cas de figure a retenu notre attention pour deux raisons essentielles. D'une part, il permet de démontrer l'applicabilité du code de calcul sur une topographie naturelle érodable absolument quelconque. D'autre part, nous avons voulu mettre en évidence certaines différences essentielles entre la propagation du front d'eau sur un lit rigide et sur un lit mobile. Un paragraphe de ce travail ne suffit évidemment pas à appréhender l'ensemble des difficultés du problème, mais nous nous bornons ici à démontrer l'importance de la prise en compte de l'évolution topographique en illustrant ses principales manifestations.

De nouveau, l'hypothèse de ruine totale et instantanée a été retenue, conformément à l'avis de la Commission Internationale des Grands Barrages pour les ouvrages en béton.

### 7.8.3 Modélisation

#### Topographie

Une première difficulté pour la réalisation d'une simulation sur terrain réel réside dans l'acquisition d'informations topographiques précises et adaptées au traitement numérique. Les données peuvent être obtenues entre autres grâce à la digitalisation de cartes munies de courbes de niveau. Cette approche n'est pas idéale car elle engendre de nombreuses pertes de précision : passage de la topographie réelle distribuée à des courbes de niveau, passage inverse des courbes de niveau à des altitudes aux noeuds d'un maillage, interpolation éventuelle entre une grille de référence et celle qui servira effectivement à la simulation. En particulier les courbes de niveau apportent une information de peu de valeur dans les zones où elles sont très éloignées l'une de l'autre. Ce problème survient souvent dans une bande de terrain assez peu accidentée directement à proximité d'un cours d'eau (lit majeur). Il existe actuellement des Modèles Numériques de Terrain (M.N.T. ou D.E.M., *Digital Elevation Model*) qui pallient une grande partie des imprécisions liées à la première approche. C'est pourquoi, dans le cadre des simulations réalisées ici, un M.N.T développé par l'I.G.N. a été exploité.

Sur les cartes contemporaines, la retenue proprement dite est représentée par un plan d'eau, si bien que le relief du fond du lac n'a pu être obtenu qu'à partir de la digitalisation des courbes de niveau d'une carte antérieure aux travaux de construction du barrage d'Eupen (Figure 7.21).

#### Modélisation des frottements

La prise en compte de tous les obstacles rencontrés par la lame d'eau au cours de sa propagation (arbres, bâtiments, ...) constitue une tâche encore difficilement surmontable. Il est par conséquent impératif de se limiter aux entraves les plus considérables, comme l'urbanisation dense du centre d'Eupen. Une pratique classique consistait à choisir le coefficient de frottement localement, au prorata de l'importance des obstacles présents et qu'il était censé modéliser de façon agrégée. Des valeurs ont été recommandées par le Comité International des Grands Barrages (ICOLD). Le coefficient de Manning peut passer de  $n = 0.033 \text{ m}^{-1/3}$  s pour les zones inhabitées non boisées, jusqu'à  $n = 0.1 \text{ m}^{-1/3}$  s pour la traversée des villes.

Toutefois, le raffinement de la grille de calcul utilisée ici (mailles de 10 m de côté) nous permettrait de discréteriser directement les immeubles principaux. Les essais du Laboratoire du HACH, impliqué dans le groupe de travail européen CADAM (*Concerted Action in Dam Break*), montre que cette stratégie est sensiblement plus fiable. Bien que nous ne disposions pas de l'information concernant la disposition des constructions principales présentes à l'aval du barrage, nous renonçons sciemment au choix d'un coefficient de frottement local

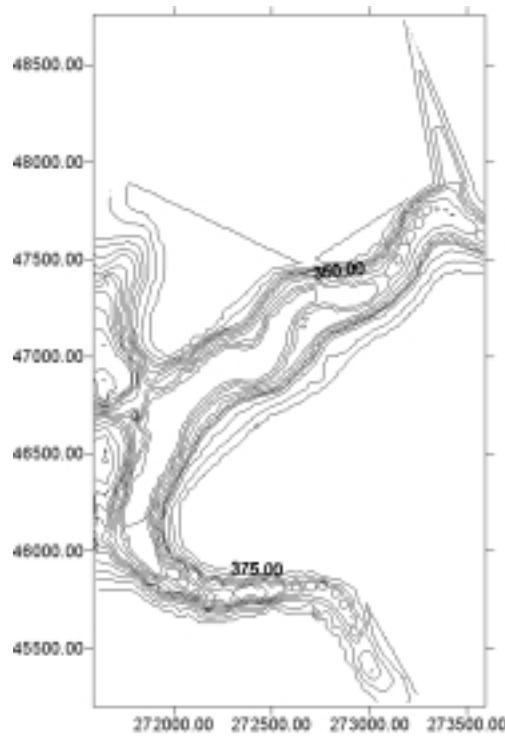


FIG. 7.21 – Courbes de niveau du fond du lac d'Eupen.

car nous sommes conscient que dans le cadre d'un traitement complet du problème, la stratégie moderne devrait être privilégiée. C'est pourquoi, en connaissance de cause, nous avons opté pour un coefficient de frottement uniforme  $n = .033 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$  lors des diverses simulations. Ce choix délibéré vise également à faciliter la comparaison entre les simulations en géométrie fixe et sur lit érodable.

#### 7.8.4 Coût du calcul

Le maillage considéré contient plus de 150 000 éléments avec 4 inconnues chacun. Les simulations portaient sur 1000 secondes, de telle sorte que le front n'ait pas le temps de rejoindre la frontière aval de la variété, et que celle-ci n'ait donc aucune influence sur les résultats. Le temps de calcul sur un ordinateur personnel (Pentium 866 MHz) ne dépasse pas une dizaine d'heures, sans recourir au maillage évolutif évoqué à l'annexe A.3.1. La simulation hydrodynamique pure, munie du maillage évolutif, fournit déjà les résultats après 2h30.

#### 7.8.5 Cartes de risques

L'établissement de *cartes de risques* constitue un moyen efficace pour synthétiser l'abondante information obtenue à l'issue d'une simulation instationnaire, et de n'en conserver que les aspects les plus utiles en pratique. Différentes cartes ont été calculées.

### Délai de propagation du front

La figure 7.22 indique en chaque point du maillage le temps s'écoulant entre la ruine de l'ouvrage de retenue et l'arrivée du front.

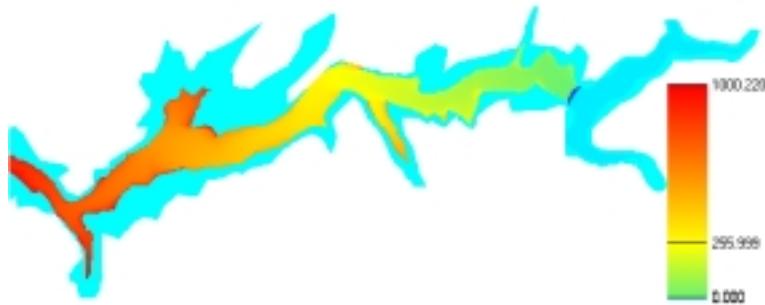


FIG. 7.22 – Carte de risques : délai d'arrivée du front d'eau, en secondes.

Si la topographie reste inchangée, la fixation d'une hauteur d'eau seuil (e.g.  $h > 50$  cm) constitue un critère acceptable pour déterminer l'instant à partir duquel une zone est inondée. Par contre, en topographie évolutive, la lame d'eau est susceptible de pousser un front de sédiments qui constituerait un réel danger pour la population avant même l'arrivée de l'eau proprement dite. C'est pourquoi nous avons opté pour le critère plus général d'un accroissement de l'altitude de la surface libre supérieur à un seuil (e.g.  $\zeta(t) - \zeta(0) > 50$  cm). La valeur seuil prise en considération est un paramètre choisi par l'utilisateur du logiciel.

Au tout début du processus, le front d'eau responsable de modifications topographiques se propage nettement plus lentement que si le lit restait fixe (Figures 7.23(a) et 7.23(c)). La figure 7.12 illustre déjà cette tendance dans une configuration unidimensionnelle. Par contre, la comparaison des figures 7.23(b) et 7.23(d) permet de constater qu'ultérieurement le front calculé en topographie évolutive rattrape, puis dépasse celui qui se propagerait sur un lit fixe. Cette variation de la vitesse d'évolution du front pourrait être liée à l'obstruction partielle, par des dépôts sédimentaires, d'une vallée latérale (la Helle), vers laquelle une quantité importante d'eau était déviée en topographie fixe (sur plus de 800 m). Une seconde explication de cette accélération manifeste du front hydrosédimentaire peut être avancée : l'effet érosif agissant dès le début de l'écoulement a tôt fait de façonnier, au moins localement, certaines parties de la vallée, de telle sorte que l'eau s'écoulant ultérieurement y rencontre une résistance nettement plus faible. Ainsi, un plus grand maintien de l'énergie totale disponible serait responsable de l'accroissement de vitesse du front.

Des gestionnaires d'ouvrages de retenue, des assureurs ou encore les pouvoirs publics manifestent un intérêt marqué pour ce type de cartes de risques. Elles permettent, en effet, d'orienter des décisions cruciales en termes de prévention et de dispositif d'évacuation des populations. Par exemple, dans une région vallonnée comme Eupen, il apparaît qu'un

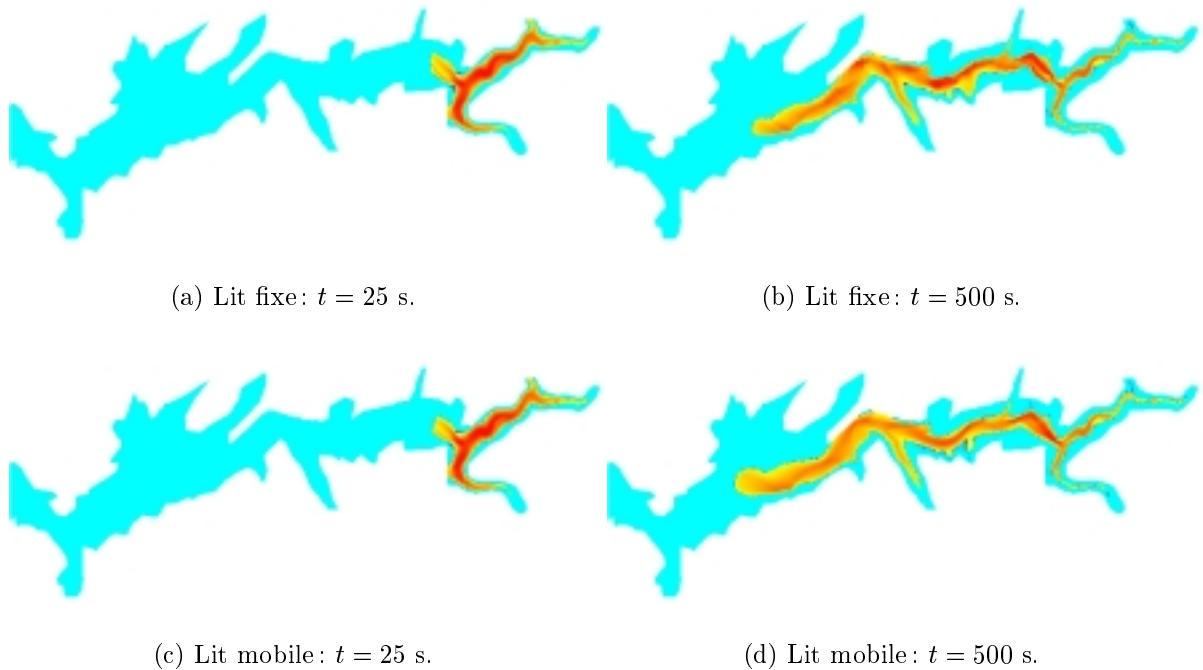


FIG. 7.23 – Hauteur d'eau atteinte après 25 et 500 secondes, en supposant une topographie fixe ou mobile.

déplacement certes rapide mais d'une faible distance suffit en général pour rejoindre une altitude à l'abri de tout risque d'inondation majeure.

Une analyse comparative entre modèles physiques et numériques a servi de fondement à l'établissement de coefficients de sécurité, déjà inscrits dans certaines législations nationales (France). Ainsi, les valeurs obtenues pour le temps d'arrivée de l'onde doivent être minorées et les hauteurs maximales majorées par des facteurs différents, prescrits légalement.

### Hauteur maximale atteinte

Une seconde caractérisation de la répartition du danger est obtenue en reportant sur chaque point de la carte l'accroissement maximum subi par l'altitude de la surface libre au cours de tout le processus transitoire (Figure 7.24(a)). De nouveau, lors d'une simulation sur lit rigide, il suffit de considérer la hauteur d'eau maximale.

L'examen du temps auquel cette hauteur maximale est atteinte à la confluence avec la Helle présente un intérêt particulier (Figure 7.24(b)). Toutes les simulations ont montré que de l'eau s'engouffre dans le bras de la Helle lors du passage du front, et redescend plus tard dans la vallée principale. Ce phénomène est tellement marqué que les hauteurs d'eau maximales atteintes à la confluence sont observées, non pas peu après l'arrivée du front mais lors du retour vers la vallée de la Vesdre de l'eau auparavant engagée dans le bras de la Helle. Ainsi, le temps auquel la hauteur maximale est atteinte correspond à un instant ultérieur à celui pour lequel la hauteur maximale survient dans certaines mailles

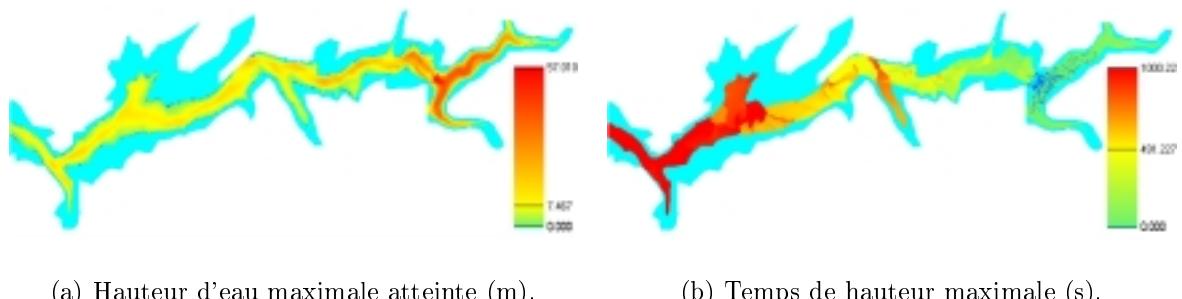


FIG. 7.24 – Cartes de risques donnant la hauteur maximale atteinte et le temps correspondant.

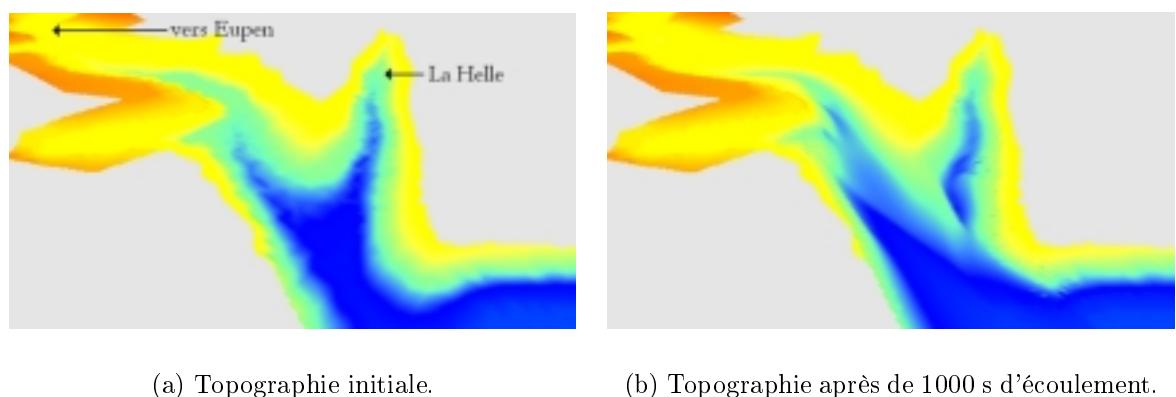


FIG. 7.25 – Evolution du lit à la confluence avec la Helle. Vue aérienne du dépôt de sédiments à l'entrée de l'affluent.

plus en aval de la confluence. Les processus sédimentaires ne renversent pas cette tendance. Toutefois, la figure 7.25 montre que des dépôts de sédiments à l'embouchure de la Helle entravent partiellement l'accès à l'affluent, si bien que les hauteurs maximales qui y sont recensées sont moindres et surviennent plus tard.

### Erosion et déposition maximales

L'examen de la topographie finale à l'issue de la simulation ne rend compte que partiellement des processus d'érosion et de déposition actifs pendant l'évolution instationnaire. Il est en effet concevable que des zones subissent une érosion substantielle au début du processus et se voient ensuite (partiellement) comblées par une déposition de sédiments. C'est pourquoi, au cours de tout le calcul, les élévations minimale et maximale de chaque point de la variété ont été inventoriées.

En guise d'illustration, la figure 7.26 compare la topographie immédiatement à l'aval de l'emplacement initial de l'ouvrage de retenue avant et après le passage du front. Le

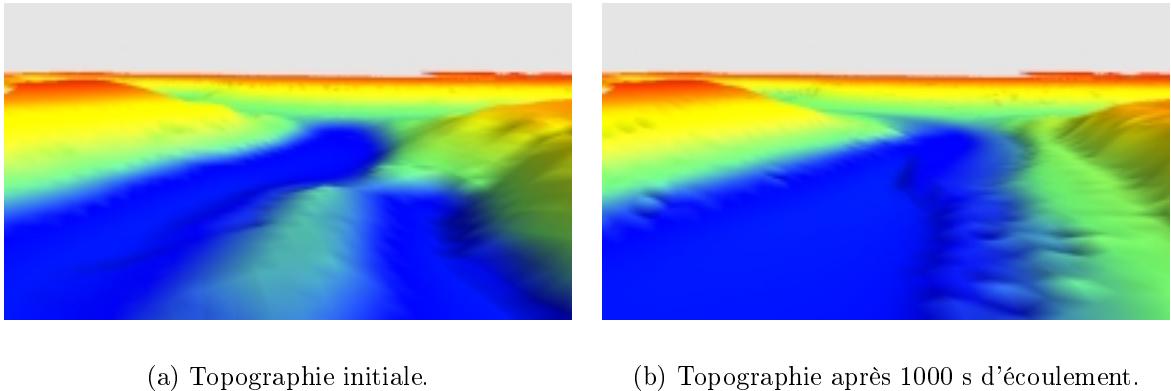


FIG. 7.26 – Evolution du lit immédiatement à l’aval de l’emplacement initial du barrage. Vue depuis l’aval, en direction du lac.

relief situé au centre à la figure 7.26(a) présente une élévation d’environ 10 m et se voit totalement érodé à l’issue des 1000 secondes d’écoulement. Un recul significatif des berges de la rive gauche peut également être observé à la figure 7.26(b) et il s’accompagne de déposition au pied des talus.

### 7.8.6 Conclusion

Les simulations ont permis de mettre en évidence, de façon vraisemblable, des zones d’érosion marquées et d’autres de déposition appréciable. Les résultats rendent également compte du ralentissement du front hydrosédimentaire au début de sa progression, auquel on pouvait légitimement s’attendre. Des améliorations seraient à apporter essentiellement au niveau d’une modélisation réaliste des pertes non seulement par frottement, mais en outre celles engendrées suite au transport des matériaux solides.

Bien que, à l’issue de ce travail, nous ne disposions plus du temps raisonnablement nécessaire à la modélisation complète et précise de tous les aspects du problème, nous avons tout de même réussi à retrouver des ordres de grandeur fondamentaux pour l’établissement des cartes de risques. La vitesse de propagation du front à l’amont d’Eupen atteint 20 m/s, soit plus de 70 km/h. Des hauteurs d’eau de 15 m sont enregistrées dans la ville d’Eupen et, à la sortie de celle-ci, le front possède encore une vitesse supérieure à 50 km/h. De surcroît, le parcours d’une gamme de valeurs pour le coefficient de frottement serait de nature à encore exacerber les valeurs à reporter sur un plan d’évacuation réel. Ce scénario souligne donc à quel point la ville d’Eupen se trouve dans une situation particulièrement vulnérable : le centre urbain serait submergé 200 secondes après la ruine de l’ouvrage.

Une telle étude d’incidence trouverait incontestablement sa pleine utilité dans le cadre d’une politique de protection des populations et des biens, déjà mise en place dans d’autres pays.

## 7.9 Un débouché pratique : l'optimisation de conditions de chasse

### 7.9.1 Les conséquences de l'envasement de la retenue d'un barrage

Les opérations de chasse (*flushing*) sont effectuées en vue d'évacuer vers l'aval les matériaux accumulés directement en amont des barrages. L'envasement des réservoirs affecte effectivement leur capacité de stockage et par suite détériore le niveau des services rendus par la retenue. Le volume utile disponible étant diminué, les capacités de laminage des crues et de soutien d'étiage se voient réduites. En outre, des pertes d'eau potable ou d'eau destinée à la production énergétique sont engendrées. La sécurité des barrages peut être mise en péril par l'augmentation progressive de la poussée des alluvions sur la structure, ainsi que l'impossibilité d'évacuer l'eau rapidement pour diminuer le niveau du plan d'eau en cas d'urgence (séisme), en raison de l'obstruction des organes vidange de fond. D'autres conséquences néfastes sur les ouvrages hydrauliques annexes, sur la qualité de l'eau et sur les voies d'eau en aval pourraient aussi être citées.

### 7.9.2 Les impératifs d'une chasse

Les opérations de chasse ont montré leur intérêt dans le cadre de la gestion sédimentaire de réservoirs. Ces opérations sont actuellement surveillées en aval pour des raisons écologiques (Suisse, France) et doivent être répétées avec une fréquence annuelle, ou plus large. Le choix des conditions de chasse reste cependant le résultat d'un compromis difficile entre de multiples contraintes, telles que la capacité maximale de débit des organes d'évacuation, le coût d'opportunité de l'eau non turbinée ou encore la limitation de l'impact écologique, souvent antagoniste par rapport à la recherche d'efficacité.

La définition d'une stratégie de chasse revient donc à déterminer des conditions de débit et de niveau du lac, compatibles avec la capacité d'écoulement des vannes, qui permettent d'évacuer un maximum de sédiments tout en limitant le coût à supporter et les répercussions à l'aval de l'ouvrage. La multitude et la complexité de ces contraintes justifie l'utilisation d'outils sophistiqués pour la prévision de l'impact d'une chasse réalisée dans une grande retenue.

Un logiciel tel que celui développé ici se révélerait tout à fait à même d'appréhender la complexité des phénomènes physiques en jeu et constitue donc un outil d'aide à la décision idéal pour planifier une procédure de chasse. Une seconde approche impliquant un niveau de précision inférieur devrait également être envisagée. Il s'agirait d'un modèle simplifié qui autoriserait des calculs répétitifs. De ce fait, il pourrait éventuellement être couplé avec un algorithme d'optimisation qui guiderait le gestionnaire dans sa quête vers les conditions de chasse optimales en termes d'efficacité maximale et de coût limité. Cette démarche est analogue à celle utilisée pour minimiser l'écart entre des résultats numériques et expérimentaux lors du calage inverse de paramètres, ou encore pour maximiser la rémunération d'une production hydroélectrique [Dewals, 2000].

### 7.9.3 Le problème d'optimisation

Les inconnues du problème d'optimisation sont le débit  $Q$  à imposer pendant la chasse, ainsi que la hauteur  $Z$  du niveau du lac.

Le débit de chasse idéal devrait satisfaire les contraintes suivantes :

- il doit être compatible avec la capacité d'évacuation des vannes :  $Q < f_g(Z)$ ;
- la chasse doit être réalisable avec une fréquence suffisante c.-à-d. que le débit  $Q$  ne peut prendre une valeur extrême qui ne serait disponible que très rarement;
- la concentration en suspension  $C$  ne peut dépasser une limite légale, dans le but de préserver la vie piscicole :  $C = f_2(Q, Z)$ .

La fonction objectif à maximiser s'identifie au volume total de sédiments évacués :

$$V_{\text{sed}} = f(Q, Z).$$

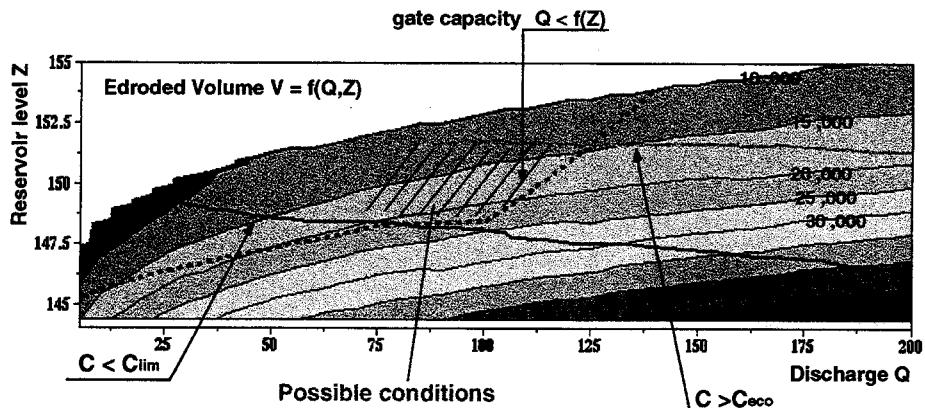


FIG. 7.27 – Graphique donnant le volume évacué en fonction de  $Q$  et  $Z$  [Bouchard, 2001].

Des simulations répétées à l'aide du logiciel permettraient de tracer un graphique donnant le volume d'alluvions évacué en fonction de  $Q$  et de  $Z$  (Figure 7.27). La loi de capacité de débit des vannes  $f_2(Z)$ , reproduite sur le même graphe (ligne pointillée), permet de distinguer une zone de conditions de chasse techniquement réalisables d'une zone inaccessible.

Ensuite, en chaque point du diagramme, la concentration en M.E.S.  $C = f_2(Q, Z)$  peut être déterminée. L'application du critère  $C < C_{\text{lim}}$  permet d'établir une nouvelle frontière du domaine acceptable, correspondant à des conditions de chasse épargnant la faune aquatique à l'aval.

La valeur  $P_{\text{sed}}$  du mètre cube de stockage récupéré doit être évaluée, par exemple en considérant le prix d'un dragage ou en estimant un gain de production consécutif à l'opération de chasse. Si on connaît le coût  $P_{\text{eau}}$  du mètre cube d'eau perdue, une *concentration économique*  $C_{\text{éco}}$ , pour laquelle le coût de l'opération est tout juste équilibré, peut être calculée :

$$P_{\text{sed}} V_{\text{sed}} > P_{\text{eau}} V_{\text{eau}} \quad \Rightarrow \quad C > C_{\text{éco}} = \frac{P_{\text{eau}}}{P_{\text{sed}}} \quad (7.6)$$

Considérant qu'en deçà de la concentration économique, l'opération de chasse ne serait pas rentable, une dernière limitation est imposée à la région des conditions de chasse acceptables.

En conclusion, l'application systématique du logiciel de simulation hydrosédimentaire permettrait de dégager, parmi toutes les possibilités offertes, une gamme de configurations «idéales» dans lesquelles la mise en oeuvre d'une chasse devrait être planifiée, afin de rencontrer les multiples exigences tant techniques qu'économiques et environnementales.

# Chapitre 8

## Limitations et perspectives de développement

La présentation de nombreux résultats concluants ne peut être totalement dissociée de l'évocation de limitations inhérentes au modèle et de certaines difficultés auxquelles le modélisateur se voit confronté. Plusieurs d'entre elles ont d'ores et déjà été soulignées au cours des paragraphes précédents, mais il est bon de les synthétiser ici.

### 8.1 Modélisation du transport sédimentaire

Tout d'abord, seul le transport par charriage est actuellement modélisé au sein du logiciel. Ceci est essentiellement lié au temps limité imparti à l'élaboration de ce travail, vu que la modélisation proprement dite des matériaux transportés en suspension ne doit pas poser de difficulté particulière (voir l'annexe C).

La granulométrie a toujours été caractérisée par un diamètre de grain moyen, qui ne permet pas de refléter le tri granulométrique souvent observé dans la réalité. Cependant, des difficultés considérables se présentent à cet égard en raison de la possible indisponibilité temporaire de certains grains à la surface du lit (pavage du lit, voir le paragraphe 4.5.3). Il devient notamment nécessaire de répertorier un historique des couches qui se déposent.

L'absence de bilan global de quantité de mouvement entraîne indéniablement certaines limitations eu égard à l'étendue du domaine d'application rigoureuse du logiciel.

La gestion d'un lit fixe dans certaines zones est également loin d'être triviale. En effet, la véritable définition d'un lit fixe local n'est pas simplement l'absence de processus sédimentaires en cet endroit. Par exemple, des dépôts sont tout à fait envisageables sur un lit en béton et, dès lors, ils pourront ultérieurement être érodés. Ainsi, le lit fixe est caractérisé par l'impossibilité de subir une érosion en deçà d'une valeur seuil de  $z_b$ . Cette information est très difficile à répercuter de façon consistante sur l'évaluation des débits solides. Un processus itératif, lourd en temps de calcul, serait requis. Relever ce genre de défi devrait constituer une priorité pour le futur car de telles simulations déboucheraient incontestablement sur un vaste champ d'applications. A cet égard, il faut notamment citer

l'étude capitale des mécanismes d'affouillement à l'aval des barrages, qui peuvent le cas échéant conduire au déchaussement de l'ouvrage.

## 8.2 Autres limitations

Le modèle intégré sur la hauteur peut sembler discutable dans certains cas. Sa validité requiert, en effet, que le *carré* du rapport des composantes verticale et horizontale de la vitesse soit faible. Toutefois, des bases théoriques solides permettent d'étayer sa validité permanente, sauf aux tout premiers instants suivant une condition initiale discontinue, ainsi qu'à hauteur du front. De plus, le coût en temps CPU et en mémoire d'une simulation tridimensionnelle se révélerait prohibitif pour des applications pratiques (cf. Eupen).

La simulation d'écoulements ordinaires pourrait bénéficier d'améliorations à apporter au niveau de la prise en compte des effets diffusifs. Une modélisation idéale de ceux-ci devrait comporter, d'une part, une évaluation réaliste des tensions turbulentes et, d'autre part, un traitement pertinent des termes de dispersion résultant de l'intégration sur la hauteur des équations tridimensionnelles.

Le maillage structuré et uniforme utilisé par le code actuel ne se prête pas à une représentation optimale de géométries complexes. En effet, la présence d'un détail local à discréteriser finement engendrerait un surcoût démesuré étant donné que tout le maillage devrait être raffiné.

Plusieurs schémas d'intégration temporelle pourraient être implémentés dans le logiciel, de sorte que le plus adapté d'entre eux puisse être choisi au cas par cas, en fonction de l'application visée. Pour certaines applications dont les temps caractéristiques sont particulièrement longs, un schéma implicite devient plus approprié. Deux obstacles de taille seraient alors à surmonter. D'une part, un calcul exact de la matrice Jacobienne du système devrait idéalement être mis au point, non seulement pour éviter le coût élevé d'une évaluation par différences finies, mais aussi afin de réellement profiter de la convergence quadratique de la méthode de Newton-Raphson associée. D'autre part, il est impératif de développer une algèbre linéaire très performante, adaptée, et tirant parti de tous les zéros liés au caractère creux de la matrice du système algébrique obtenu. Insistons toutefois sur le fait que, dans le cadre du calcul d'une rupture de barrage, un schéma explicite de Runge-Kutta s'avère non seulement économique, mais aussi le plus indiqué en termes de prudence. De fait, si des pas de temps trop grands sont choisis lors de l'élaboration d'une carte de risques, certaines valeurs extrêmes échapperont inévitablement au modélisateur.

Ajoutons encore que l'interprétation clairvoyante des résultats par l'ingénieur hydraulicien ne perdra jamais de son importance capitale, quels que soient les progrès engrangés par le numérique. En effet, des limitations subsisteront toujours au niveau des lois de frottement, des lois de capacité de transport, ou des valeurs attribuées aux différents paramètres.

En définitive, le défi revient comme souvent à trouver le compromis idéal entre justesse du calcul et coût de celui-ci, en fonction des objectifs particuliers fixés. C'est pourquoi, plus que jamais, un dialogue continu entre modélisateur, expérimentateur, décideur et commanditaire du modèle se révèle inéluctable.

# Chapitre 9

## Conclusion

Lorsque H.A. Einstein annonça à son père, Albert Einstein, qu'il avait choisi pour sujet de doctorat la mécanique des mouvements sédimentaires et la dynamique des rivières, le père resta perplexe, ... puis répondit : «*Amazing! When I was at the point of choosing my topic I had exactly the same ideas. I never told anybody about this. However, after more detailed serious consideration, it became clear to me that this was too difficult a subject. Hence, I opted for the simpler aspects of physics.*»

Cette citation, relatée par H.A. Einstein, un des pères de l'ingénierie hydraulique moderne, atteste avec humour de l'extraordinaire complexité des phénomènes à modéliser dans le domaine du transport solide en rivière. Dans le cadre de ce travail nous avons renoncé à une inaccessible étude exhaustive des processus sédimentaires, pour privilégier une analyse approfondie de certains aspects particuliers de leur modélisation mathématique et numérique. Etant donné le caractère délibérément sélectif de la démarche, nous pouvons raisonnablement affirmer aujourd'hui que les objectifs recherchés ont été pleinement atteints.

Afin d'orienter de façon efficiente le présent travail, une recherche bibliographique poussée a été menée en parallèle avec les développements théoriques et numériques. A cette occasion, nous avons opté pour une étude critique plus élargie des modèles utilisés aujourd'hui pour l'évaluation pratique des débits solides. Les cinq grands modes de transport solide dû à l'écoulement ont été distingués et l'influence de la gravité a été appréhendée à l'aide d'un modèle simple (Chapitre 2). Ensuite, des formules de prévision quantitative des débits par charge de fond ont été exposées. Le transport par suspension a lui aussi fait l'objet d'un examen détaillé (Annexe C). Bien que partielle, cette revue de l'état des connaissances scientifiques en la matière constituait en soi une des ambitions du travail.

Le modèle approprié à la simulation d'écoulements à effets érosifs modérés, qui est implémenté au sein des logiciels, a été décrit en détails au chapitre 3. A la suite de l'expérience acquise au cours de ce travail, nous jugeons qu'il constitue une solution de choix à condition que les processus érosifs extrêmes soient évités. Dans ce dernier cas, nous avons justifié

qu'un modèle plus complet doit être privilégié pour la simulation correcte des processus géomorphiques les plus intenses (Annexe D).

En guise d'étape préalable au traitement numérique complet du modèle hydrosédimentaire, un logiciel unidimensionnel basé sur l'hypothèse d'une adaptation instantanée de l'écoulement aux modifications de la topographie a été programmé. La qualité des prévisions qu'il peut fournir a été établie à l'aide d'un exemple d'évolution à long terme d'un lit de cours d'eau. Des développements théoriques basés sur l'examen des caractéristiques ont permis de démontrer que cette approche découpée n'est légitime que pour des écoulements lents ( $Fr \lesssim 0.6$ ).

Cette condition restrictive devait bien entendu être dépassée pour accéder aux applications réalistes que nous avions l'ambition de simuler in fine. Pour cette raison, un second logiciel unidimensionnel a été entièrement développé. Il traite l'hydrodynamique et le transport solide de façon couplée et complètement instationnaire. Une étape-clé avant l'écriture de ce dernier logiciel réside dans l'élaboration d'un schéma numérique approprié à la discréétisation des termes advectifs du modèle mathématique. Deux alternatives ont été comparées et une solution simple, mais très satisfaisante, a été dégagée. Une analyse de Von Neumann a permis de démontrer la stabilité de ce schéma, quel que soit le régime d'écoulement. Elle n'a été mise en défaut au cours d'aucune des simulations réalisées.

La question cruciale du nombre de conditions limites à imposer a été résolue en examinant le signe des vitesses caractéristiques. Pour des écoulements sur lit mobile, il y a *toujours* deux vitesses caractéristiques orientées vers l'aval et une dirigée vers l'amont, que l'écoulement soit fluvial ou torrentiel. Par conséquent, il faudra toujours imposer deux conditions limites en amont et une seule en aval. Ce résultat important constitue une distinction significative par rapport aux écoulements sur lit fixe, où le *nombre* de conditions limites à imposer dépend du régime.

Très logiquement, l'obtention de résultats encourageants à l'aide du logiciel 1D a été immédiatement suivie d'une généralisation à deux dimensions du modèle sédimentaire. Celle-ci a été opérée via la programmation d'extensions au logiciel Wolf 2D (calcul par volumes finis d'écoulements à surface libre), y compris en ce qui concerne les étapes de pré- et post-traitement. Cette épreuve délicate et ardue s'est rapidement révélée payante car elle nous a ouvert un très vaste champ d'applications possibles.

Plusieurs cas de figure ont permis de valider avec succès le logiciel 2D. Ensuite, des simulations originales et innovatrices ont été réalisées : calcul du cône de déjection constitué dans une plaine suite à l'érosion intense d'une vallée en amont, modélisation directe de la rupture progressive par submersion d'un ouvrage de retenue érodable, etc.

Finalement, l'applicabilité du logiciel à des écoulements complexes en topographie naturelle, érodable ou non, est démontrée par l'étude de la propagation du front d'eau consécutif à la rupture du barrage d'Eupen. Il s'agit, à notre connaissance d'une première en Belgique, perpétuant ainsi la tradition de pionniers en la matière du service d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques.

En conséquence, le logiciel se révèle d'un intérêt évident pour des ingénieurs chargés de l'évaluation des risques liés à ce genre de phénomènes accidentels, ou même naturels.

A l'issue de nos investigations, nous pouvons dégager deux axes de recherche différents, mais non exclusifs, visant à élargir la gamme de phénomènes accessibles à la modélisation. D'une part, des progrès significatifs pourraient être engrangés en apportant davantage de soin à l'évaluation des pertes par frottement, en présence de macro-rugosité sur le lit et de transport solide. Il s'agit d'un domaine-clé où d'intenses recherches sont menées actuellement. Néanmoins, cette démarche ne pourra jamais donner accès à la modélisation des processus sédimentaires les plus intenses (écoulement en masse) étant donné l'absence de bilan de quantité de mouvement. C'est pourquoi nous pensons qu'une seconde stratégie doit être mise en oeuvre, afin de pallier les insuffisances de la première.

De fait, la seule façon d'écartier toute restriction relative au pouvoir érosif des écoulements modélisés passe par l'écriture d'un bilan de quantité de mouvement pour les sédiments. Le traitement numérique des équations hydrodynamiques devrait dès lors être revu. Nous avons de bonnes raisons de penser que cette double démarche s'avérera payante, étant donné que, déjà dans son état actuel, le logiciel a toujours fourni des résultats vraisemblables, même pour des écoulements intenses.

Ajoutons finalement que le recours à l'expérimental se justifie plus que jamais. De fait, les progrès du numérique ne peuvent en aucun cas reléguer au second plan les défis majeurs liés à la compréhension fondamentale des phénomènes, ainsi qu'à l'établissement de relations empiriques perfectionnées. Qu'il s'agisse de lois de frottement plus réalistes ou des lois de capacité de transport généralisées, leur niveau de justesse se répercute directement sur la qualité des simulations numériques. De plus, les résultats d'expériences pourront être d'autant mieux exploités que nous disposons aujourd'hui de logiciels de simulations fonctionnels et performants.

# Bibliographie

- [Beffa, 1994] Beffa, C. J. (1994). *Praktische Lösung der tiefengemittelten Flachwassergleichungen*. Versuchsanstalt für Wasserbau (VAW), Hydrologie und Glaziologie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.
- [Bonnechere, 1992] Bonnechere, F. (1992). Mécanique des sols et des roches (partim. milieux granulaires). Université de Liège.
- [Bouchard, 2001] Bouchard, J.-P. (2001). La gestion des sédiments par chasse : outils d'optimisation et de prévision d'impact. In *Gestion des sédiments de la source à la mer*, Colloque d'Hydrotechnique, Lyon: Société Hydrotechnique de France.
- [Bouchard et al., 1997] Bouchard, J.-P., Maurel, F., & Petitjean, A. (1997). Sedimental impact of reservoir emptying: prediction tools and site investigation. In *International Water Research Symposium*: RTWA Aachen, Germany.
- [Boulvain, 1999] Boulvain, F. (1999). Eléments de sédimentologie et de pétrologie sédimentaire. Cours destiné aux étudiants de 2MI et 2GE, Université de Liège.
- [Capart, 2000] Capart, H. (2000). *Dam-break induced geomorphic flows and the transitions from solid- to fluid-like behaviour across evolving interfaces*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain.
- [Carter, 1983] Carter, M. (1983). *Geotechnical engineering handbook*. London and Plymouth: Pentech Press.
- [Cojan & Renard, 1997] Cojan, I. & Renard, M. (1997). *Sédimentologie*. Enseignement des Sciences de la Terre. Paris, Milan, Barcelone: Masson.
- [Dewals, 2000] Dewals, B. (2000). *Modélisation et optimisation d'une production hydro-électrique en cascade*. Rapport de stage en entreprise, Université de Liège.
- [Edwards, 1993] Edwards, D. A. (1993). *Turbidity Currents: Dynamics, Deposits and Reversals*, volume 44 of *Lectures Notes in Earth Sciences*. Berlin, etc.: Springer-Verlag.
- [Fäh, 1997] Fäh, R. (1997). *Numerische Simulation der Strömung in offenen Gerinnen mit beweglicher Sohle*. Versuchsanstalt für Wasserbau (VAW), Hydrologie und Glaziologie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.
- [Hirsch, 2000a] Hirsch, C. (2000a). *Numerical Computation of Internal and External Flows*, volume 1: Fundamentals of Numerical Discretization. Chichester, etc.: John Wiley & Sons.

- [Hirsch, 2000b] Hirsch, C. (2000b). *Numerical Computation of Internal and External Flows*, volume 2 : Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows. Chichester, etc.: John Wiley & Sons.
- [Jäggi, 1984] Jäggi, M. (1984). Der geschiebetransport in flüssen nach der vaw-formel 1983. *Schweizer Ingenieur und Architekt*, 47, 940–943.
- [Julien, 1995] Julien, P. Y. (1995). *Erosion and Sedimentation*. Cambridge University Press.
- [Lejeune, 5 96] Lejeune, A. (1995-96). Principe de la mécanique des fluides (hydraulique – aérodynamique). Notes de cours à l'usage des étudiants de première épreuve ingénieur civil. Université de Liège.
- [Malavoi et al., 2001] Malavoi, J.-R., Bravard, J.-P., & Gautier, J.-N. (2001). L'espace de liberté : un concept de préservation de l'équilibre sédimentaire des cours d'eau à dynamique active. In *Gestion des sédiments de la source à la mer*, Colloque d'Hydrotechnique, Lyon: Société Hydrotechnique de France.
- [Minor et al., 1999] Minor, H.-E., Altinakar, M., Bezzola, G. R., de Cesare, G., Fäh, R., Graf, W. H., & Jäggi, M. (1999). Transport de matière. Sous-module 5.3 du Cycle d'études postgrade en aménagements hydrauliques (EPFL).
- [Mosselman, 1992] Mosselman, E. (1992). *Mathematical modelling of morphological processes in rivers with erodible cohesive banks*. PhD thesis, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering.
- [Nihoul, 1997] Nihoul, J. C. (1997). *Introduction à l'étude de la turbulence et à la modélisation des fluides géophysiques*. Interscience Publication. Liège: Modelenvironment.
- [Pirotton, 1994] Pirotton, M. (1994). *Modélisation des discontinuités en écoulement instationnaire à surface libre. Du ruissellement hydrologique en fine lame à la propagation d'ondes consécutives aux ruptures de barrages*. PhD thesis, Université de Liège.
- [Pirotton, 1997] Pirotton, M. (1997). *Une approche globale pour modéliser la genèse et la propagation des crues naturelles ou accidentelles*. Classe des Sciences, Académie Royale de Belgique.
- [Pirotton et al., 2001] Pirotton, M., Archambeau, P., Erpicum, S., & Mouzelard, T. (2001). Hydraulique appliquée. Notes de cours pour les étudiants de 2ème et 3ème technique Ingénieur, Université de Liège.
- [Poirel, 2001] Poirel, A. (2001). La gestion des sédiments par chasse : retour d'expérience sur quelques aménagements hydrauliques alpins. In *Gestion des sédiments de la source à la mer*, Colloque d'Hydrotechnique, Lyon: Société Hydrotechnique de France.
- [Sieben, 1997] Sieben, J. (1997). *Modelling of hydraulics and morphology in mountain rivers*. PhD thesis, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering.
- [Singh, 1996] Singh, V. P. (1996). *Dam Breach Modeling Technology*. Water Science and Technology Library. Dordrecht, Bos, London: Kluwer Academic Publishers.
- [Song et al., 1998] Song, T., Chiew, Y. M., & Chin, C. O. (1998). Effect of bed-load movement on flow friction factor. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 124(2).

- [Soni et al., 1980] Soni, J. P., Garde, R. J., & Raju, K. G. R. (1980). Aggradation in streams due to overloading. *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, 106(NHY1), 117–131.
- [Sundborg, 1982] Sundborg, A. (1982). *Sedimentation problems in river basins*. Studies and reports in hydrology 35, Unesco.

## Troisième partie

## Annexes

## Annexe A

# Logiciels développés ou modifiés

La finalité ultime des différentes études de stabilité de schémas numériques réalisées aux chapitres 5 et 6 est bien entendu la mise au point de logiciels à même de simuler des situations les plus réalistes et les plus variées possibles. Les prolongements informatiques du présent travail sont concentrés autour de trois axes principaux. Tout d'abord, un code de calcul 1D basé sur un traitement stationnaire de l'hydrodynamique a été écrit. Un autre logiciel, unidimensionnel également, modélisant les processus hydrosédimentaires transitoires de façon couplée a été entièrement développé. Finalement, le programme Wolf 2D, issu de la suite Wolf de logiciels de calcul d'hydrodynamique à surface libre, a été étendu à la simulation d'écoulements sur topographie évolutive.

### A.1 Logiciel 1D quasistationnaire

La discrétisation spatiale est réalisée à l'aide d'une formulation de type volumes finis. Le maillage 1D est uniforme. Dès lors, les reconstructions, constante ou linéaire, assurent, respectivement, le premier ou le second ordre de précision. Le tableau A.1 synthétise les principaux paramètres utilisés par le code de calcul. D'autres fichiers contiennent notamment des données propres à l'écoulement (coefficients de Manning, conditions limites, etc.) ainsi que les valeurs initiales des inconnues hydrodynamiques et de la topographie.

La stratégie de résolution fait l'objet d'une description détaillée au paragraphe 5.1. En résumé, elle consiste à résoudre l'équation d'Exner grâce à un schéma explicite de Runge-Kutta et à évaluer une ligne d'eau stationnaire mise à jour à l'issue de chaque sous-pas de Runge-Kutta. Au moyen d'une loi de T.S.C. les débits solides peuvent être estimés sur base de la connaissance de cette ligne d'eau.

Le calcul de la ligne d'eau stationnaire est effectué par l'entremise d'un terme transitoire ajouté artificiellement à l'équation dynamique, et s'annulant lorsque la convergence est atteinte. Les faibles variations de la topographie entre deux pas de temps réel successifs garantissent une très bonne convergence de ce calcul itératif des hauteurs d'eau.

$\alpha$	Coefficient du terme instationnaire artificiel dans l'équation régissant la hauteur d'eau.
a1 a2	Coefficients de pondération du schéma de Runge-Kutta à trois pas utilisé pour le calcul pseudo-instationnaire des lignes d'eau.
TOL	La convergence du calcul itératif d'une ligne d'eau est supposée atteinte, lorsque la différence relative (maximale ou moyenne) entre deux itérés successifs devient inférieure à TOL (e.g. $10^{-5}$ ).
Mmax	Nombre maximum d'itérations admis lors de chaque calcul pseudo-instationnaire d'une ligne d'eau.
NSTOP	Permet le choix d'un critère d'arrêt local ou global.
TFIN	Temps final pour le calcul de l'évolution de la morphologie de la rivière.

TAB. A.1 – Paramètres utilisés lors des simulations numériques quasi stationnaires.

## A.2 Logiciel 1D hydrosédimentaire couplé

### A.2.1 Pré-traitement

Après lecture de différents fichiers de paramètres, le logiciel génère un maillage unidimensionnel éventuellement irrégulier. Les coefficients de pondérations des différents noeuds pour le calcul de la dérivée d'un champ quelconque sont évalués, en vue de la mise en oeuvre d'interpolations d'ordre élevé. Au cours de cette opération, la non uniformité du maillage doit être prise en compte.

### A.2.2 Intégration temporelle

L'intégration temporelle explicite est menée à bien à l'aide d'une méthode de Runge-Kutta (voir le paragraphe F.10.2). La très grande généralité de l'algorithme implémenté permet à l'utilisateur de faire appel à n'importe quel schéma de Runge-Kutta particulier. Dans la plupart des simulations, l'intégration temporelle a été opérée à l'aide d'un schéma à quatre pas assurant le quatrième ordre de précision temporelle, même pour un opérateur spatial non linéaire. Le pas de temps est continuellement optimisé à l'aide de la condition de stabilité de Courant - Friedrichs - Lewy (CFL).

### A.2.3 Discréétisation spatiale

Comme dans les autres codes de calcul développés, une formulation de type volumes finis est adoptée. Les inconnues conservatives sont tout d'abord interpolées aux bords des cellules à l'aide d'une reconstruction et, le cas échéant, d'un limiteur et d'un détecteur (voir à ce sujet le paragraphe F.7). Trois techniques de reconstruction ont été programmées : constante, linéaire et quadratique. Les flux sont ensuite évalués en tenant compte d'une technique de fractionnement appropriée. Finalement, la contribution des termes sources

est ajoutée à l'opérateur spatial discrétré. Plusieurs lois de transport par charge de fond ont été implémentées.

## A.3 Logiciel 2D hydrosédimentaire couplé

### A.3.1 Caractéristiques initiales du logiciel Wolf 2D

Wolf 2D est intégré au sein de la suite de logiciels Wolf (comprenant également le code de calcul de réseaux de rivières Wolf 1D ainsi que le logiciel hydrologique Wolf Hydro). Ils ont été conçus et entièrement développés au sein du service d'Hydrodynamique Appliquée et de Constructions Hydrauliques de l'Université de Liège, par le Professeur Michel Pirotton, ainsi que Pierre Archambeau et Thibaut Mouzelard.

Wolf 2D est également basé sur une formulation volumes finis pour la résolution des équations de Saint-Venant en maillage bidimensionnel structuré et régulier. Il donne accès aux techniques de reconstructions constante et linéaire, et l'intégration temporelle explicite est effectuée au moyen d'un schéma de Runge-Kutta du premier ou du second ordre. Le traitement implicite du terme de frottement est prévu. La gestion des frontières mobiles entre zones submergées et émergées est automatique. Un maillage évolutif autorise, de plus, des gains en temps CPU significatifs, en limitant le calcul des inconnues aux seules régions de la variété qui sont effectivement immergées au pas de temps courant.

Une interface performante de pré- et post-traitement facilite sensiblement les tâches de création du domaine de calcul et du maillage, ainsi que l'imposition des conditions aux limites et des valeurs initiales des inconnues. Finalement, les résultats de simulation sont avantageusement valorisés grâce à une panoplie d'outils de visualisation très puissants, incluant la génération automatique d'animations bi- et tridimensionnelles.

### A.3.2 Evolutions apportées au logiciel Wolf 2D

Les étapes de pré- et post-traitement ont été étendues aux variables, et autres paramètres pertinents, qui concernent la caractérisation d'une topographie évolutive. La résolution de l'équation d'Exner a été greffée au schéma explicite existant, en tenant compte d'impératifs de stabilité afin d'opter pour le fractionnement des flux le plus judicieux. Plusieurs lois de T.S.C., étendues à des écoulements 2D, ont également été programmées. L'estimation des débits solides engendrés par la gravité (e.g. affaissement des berges) est implémentée, conformément aux considérations détaillées au paragraphe 2.3.6. Finalement, le calcul des cartes de risque, utilisées au paragraphe 7.8, a été ajouté.

## Annexe B

# Analyse des caractéristiques

### B.1 Introduction

Les courbes caractéristiques d'un système d'équations aux dérivées partielles jouent un rôle de tout premier plan pour l'élaboration d'un schéma de résolution numérique du système. Elles s'apparentent à un véritable code génétique du système d'équations aux dérivées partielles. Il est impensable de construire un code de calcul performant sans s'interroger auparavant sur la nature des informations acheminées par les différentes caractéristiques. Une réponse à cette question peut être apportée en résolvant en un point les équations caractéristiques du système. Les inconnues calculées seront exprimées en fonction des valeurs de ces grandeurs en des points situés sur les différentes caractéristiques mais à un instant antérieur. Il suffira alors de comparer les coefficients de pondération relatifs aux différentes caractéristiques pour juger de l'importance de l'information véhiculée sur chacune d'entre elles. Les termes sources ne seront pas pris en considération au cours du calcul car ils n'influencent pas le problème spécifique de ce chapitre.

### B.2 Equations caractéristiques

Les équations du modèle hydrodynamique unidimensionnel en section rectangulaire, couplé à l'équation de transport sédimentaire d'Exner, peuvent prendre la forme quasi-linéaire suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1a})$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (gh - u^2) \frac{\partial h}{\partial x} + 2u \frac{\partial q}{\partial x} + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1b})$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} - u\varepsilon \frac{\partial h}{\partial x} + \zeta \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (\text{B.1c})$$

Les termes sources ne sont pas considérés car ils n'influencent en rien le réseau de caractéristiques. Afin de déterminer les équations caractéristiques, il faut commencer par réaliser

une combinaison des trois équations précédentes. Les coefficients de pondération des équations de continuité, de quantité de mouvement et de transport par charriage sont notés, respectivement,  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$ . Après rassemblement des termes correspondant à une même inconnue, l'équation aux dérivées partielles obtenue s'écrit :

$$\begin{aligned} n_1 \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{n_2(gh - u^2) - n_3 u \varepsilon}{n_1} \frac{\partial}{\partial x} \right] h + n_2 \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{n_1 + 2n_2 u + n_3 \zeta}{n_2} \frac{\partial}{\partial x} \right] q \\ + n_3 \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{n_2 gh}{n_3} \frac{\partial}{\partial x} \right] z_b = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

L'objectif poursuivi est de ne plus devoir considérer que des équations différentielles ordinaires, sur les courbes caractéristiques. Pour ce faire, les trois termes entre crochets doivent représenter une même dérivée directionnelle. Si  $c$  désigne localement cette direction commune aux trois termes, les coefficients  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$  de la combinaison doivent vérifier les conditions suivantes :

$$-n_1 c + n_2(gh - u^2) - n_3 u \varepsilon = 0 \quad (\text{B.3a})$$

$$n_1 + n_2(2u - c) + n_3 \zeta = 0 \quad (\text{B.3b})$$

$$n_2 gh - n_3 c = 0. \quad (\text{B.3c})$$

Le déterminant de ce système homogène doit s'annuler de telle sorte qu'il existe une solution non triviale pour  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$ . Par conséquent, la célérité  $c$  doit vérifier l'équation polynomiale du troisième degré

$$\left(\frac{c}{u}\right)^3 - 2\left(\frac{c}{u}\right)^2 + \left(1 - \frac{1+\zeta}{Fr^2}\right)\left(\frac{c}{u}\right) + \frac{\varepsilon}{Fr^2} = 0. \quad (\text{B.4})$$

Puisque cette équation admet toujours trois racines réelles  $c_1 < c_2 < c_3$ , il existe trois faisceaux de caractéristiques de pentes

$$\frac{dx}{dt} = c_i \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{B.5})$$

Ce résultat corrobore bien entendu le caractère hyperbolique du système d'équations.

Etant donné qu'un des trois coefficients de pondération demeure arbitraire, ces coefficients peuvent être fixés, par exemple, grâce aux équations (B.3b) et (B.3c) :

$$n_1 h = \left[ \left( \frac{c}{u} - 2 \right) \frac{c}{u} Fr^2 - \zeta \right] n_3 h \quad (\text{B.6a})$$

$$n_2 q = \frac{c}{u} Fr^2 n_3 h. \quad (\text{B.6b})$$

Afin d'analyser numériquement de façon tout à fait générale les équations caractéristiques, les inconnues vont être écrites sous forme adimensionnelle au moyen des définitions

$$h = h_0 h' \quad ; \quad q = h_0 u_0 q' \quad ; \quad z_b = h_0 z'_b. \quad (\text{B.7})$$

Les grandeurs caractéristiques  $h_0$  et  $u_0$  choisies ici s'identifient aux valeurs de  $h$  et de  $u$  «gelées» en tant que coefficients dans la forme quasilinear du système d'équations (B.1).

Les équations caractéristiques du système peuvent finalement s'écrire :

$$\left[ \left( \frac{c}{u} - 2 \right) \frac{c}{u} Fr^2 - \zeta \right] \frac{dh'}{ds} + \frac{c}{u} Fr^2 \frac{dq'}{ds} + \frac{dz_b}{ds} = 0 \quad (\text{B.8})$$

où  $\frac{d}{ds}$  désigne une dérivée le long d'une courbe caractéristique, ou, en d'autres termes, selon une des directions  $\frac{dx}{dt} = c_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

### B.3 Discrétisation et résolution

La dérivée selon une direction caractéristique de l'inconnue quelconque  $U$  peut être discrétisée très simplement sous la forme

$$\frac{dU}{ds} = \frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta s}. \quad (\text{B.9})$$

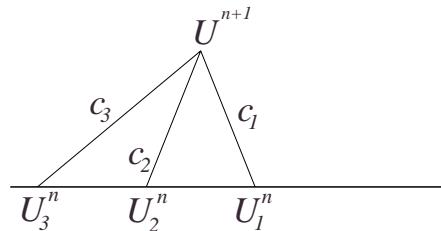


FIG. B.1 – Intégration le long des caractéristiques.

L'application de cette formule aux équations caractéristiques correspondant aux trois caractéristiques qui atteignent un point quelconque (Figure B.1) conduit à un système algébrique linéaire  $A [h' \quad q' \quad z'_b]^T = \vec{b}$ , dans lequel

$$A = \begin{pmatrix} \left( \frac{c_1}{u} - 2 \right) \frac{c_1}{u} Fr^2 - \zeta & \frac{c_1}{u} Fr^2 & 1 \\ \left( \frac{c_2}{u} - 2 \right) \frac{c_2}{u} Fr^2 - \zeta & \frac{c_2}{u} Fr^2 & 1 \\ \left( \frac{c_3}{u} - 2 \right) \frac{c_3}{u} Fr^2 - \zeta & \frac{c_3}{u} Fr^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

et

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \left[ \left( \frac{c_1}{u} - 2 \right) \frac{c_1}{u} Fr^2 - \zeta \right] h'_1 + \frac{c_1}{u} Fr^2 q'_1 + z'_{b1} \\ \left[ \left( \frac{c_2}{u} - 2 \right) \frac{c_2}{u} Fr^2 - \zeta \right] h'_2 + \frac{c_2}{u} Fr^2 q'_2 + z'_{b2} \\ \left[ \left( \frac{c_3}{u} - 2 \right) \frac{c_3}{u} Fr^2 - \zeta \right] h'_3 + \frac{c_3}{u} Fr^2 q'_3 + z'_{b3} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Ce système peut être résolu dès que le régime d'écoulement ( $Fr$ ) et l'importance du chargement ( $\varepsilon$  et  $\zeta$ ) sont donnés. Ensuite, l'influence individuelle de chacune des «conditions initiales»  $h'_1$ ,  $q'_1$ ,  $z'_{b1}$ ,  $h'_2$ , ... est mise en évidence en annulant successivement toutes ces grandeurs sauf une d'entre elles, rendue unitaire. Les poids trouvés de la sorte sont représentés à la figure B.2 en fonction du nombre de Froude.

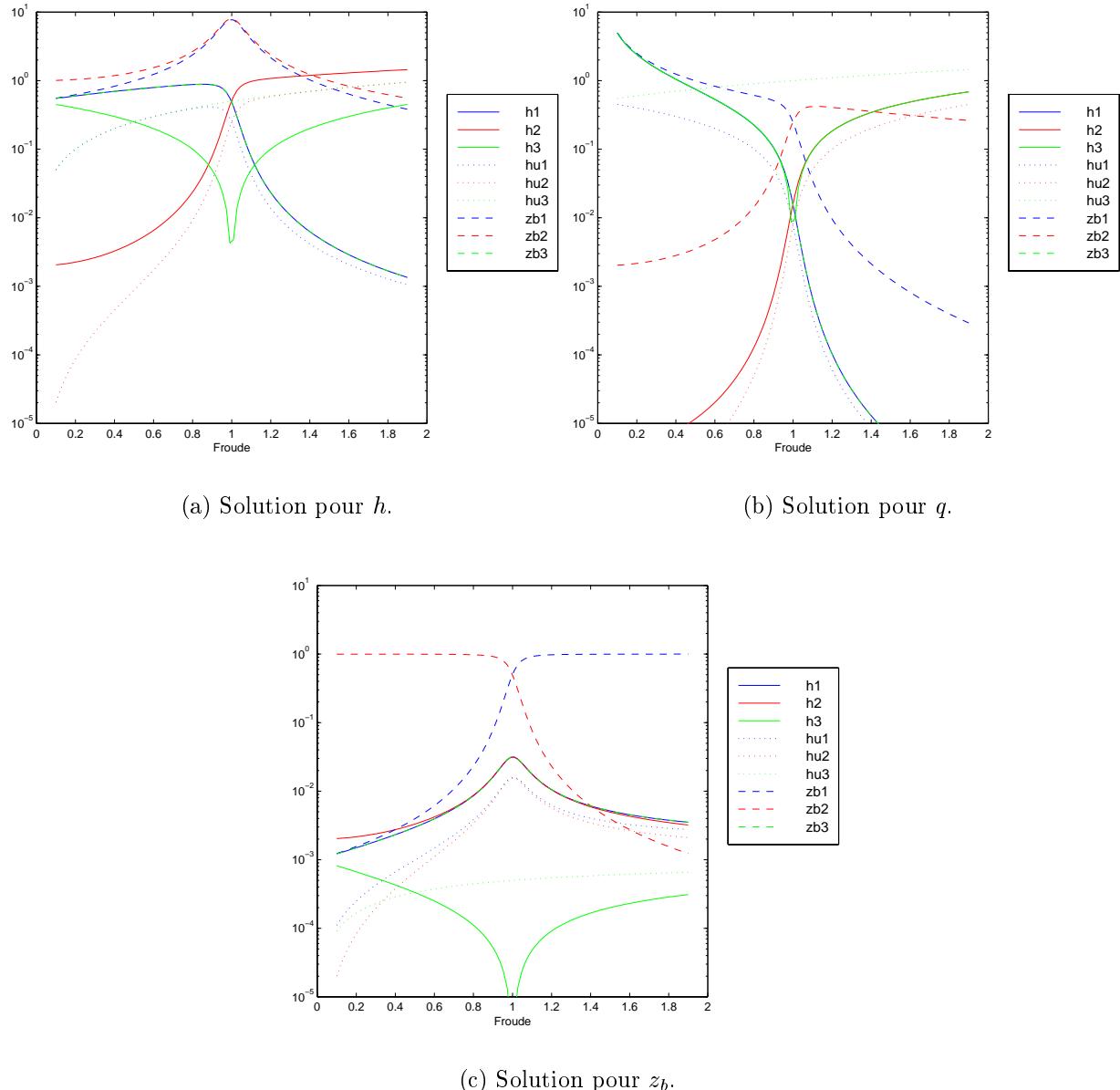


FIG. B.2 – Poids des différentes grandeurs dans la solution.

## B.4 Interprétation

La figure B.2(c) concernant la solution pour le niveau du lit se révèle particulièrement instructive. Lorsque le nombre de Froude reste inférieur à 0.8 environ, la solution est essentiellement déterminée à partir de l'information propagée sur la caractéristique  $c_2$  issue de l'amont. Au contraire, en écoulement supercritique ( $Fr \gtrsim 1.2$ ), le niveau du lit est principalement conditionné par l'information acheminée par la caractéristique  $c_1$  venant de l'aval. Cette différence significative entre les deux régime est en parfait accord avec l'observation de dunes et d'antidunes en régimes infracritique et supercritique respectivement. En outre, le rôle déclinant, dans la solution pour  $h$  et  $q$ , de l'information en provenance de l'aval, au fur et à mesure que  $Fr$  croît est bien représentée aux figures B.2(a) et B.2(b).

En régime transcritique ( $0.8 \lesssim Fr \lesssim 1.2$ ), les informations provenant de  $c_1$  et de  $c_2$  contribuent toutes deux significativement à la solution pour  $z_b$ . Cet apport d'informations quasiment symétrique entre l'amont et l'aval ne peut se traduire sur l'évolution de l'inconnue  $z_b$  que par un caractère diffusif prononcé. Cette conclusion confirme les descriptions phénoménologiques déjà introduites au paragraphe 2.2.1 (cf *washout of bedforms*), et par ailleurs, se voit corroborée par les expériences numériques menées au paragraphe 7.4. De plus, pour ce type d'écoulement, les figures B.2(a) et B.2(b) illustrent l'effet nettement dominant de la topographie sur la solution pour  $h$  et  $q$ , et ce au détriment de l'influence des variables hydrodynamiques.

## Annexe G

# Modélisation des frottements

### G.1 Généralités

En hydrodynamique pure, les frottements internes jouent couramment un rôle de second plan et seuls les frottements dus au contact du fluide avec les parois sont réellement pris en compte dans les calculs. Au contraire, dans un mélange d'eau et de particules sédimentaires en suspension, les deux types de frottements s'avèrent significatifs et doivent être considérés.

En outre, La résistance à l'écoulement exercée par le lit d'un cours d'eau naturel combine des effets de deux natures différentes. D'une part, les grains de sédiments déposés sur le lit constituent de petites aspérités qui sont à l'origine d'une partie des frottements. D'autre part, la forme même du lit (e.g. les rides) contribue également aux forces de frottement.

Dans un problème où le lit est considéré comme mobile, les caractéristiques de frottement et de rugosité évoluent bien entendu au cours du temps, en plus de varier dans l'espace. De plus, il est clair que le frottement dû aux grains dépend des caractéristiques granulométriques. Cette caractérisation est rendue difficile par l'évolution au cours du temps du diamètre moyen des grains  $d_m$  en raison du charriage préférentiel de certaines classes granulométriques au détriment des autres. Par exemple, au moment où la tension critique est tout juste dépassée pour une classe granulométrique, la valeur locale de  $d_m$  peut se voir très brusquement modifiée. Ainsi, la rugosité est non seulement fonction du type de matériau constituant le lit, mais aussi de l'écoulement et du transport solide, ce qui complexifie sensiblement sa modélisation.

L'influence des particules en suspension et celle des modifications morphologiques du lit mobile seront également traitées.

### G.2 Frottements internes et turbulence

Etant donné que la taille des particules de sédiments est beaucoup plus faible que la dimension caractéristique de l'écoulement, la *turbulence* joue bien entendu un rôle essentiel dans tout écoulement d'un mélange eau-sédiments.

### G.2.1 Frottements internes

Les frottements internes doivent être évalués à l'aide de relations de fermeture et, éventuellement, d'équations de transport additionnelles.

#### Définitions

En toute généralité, la tension au niveau du lit peut s'exprimer sous la forme :

$$\tau_b = \rho g h J \quad (\text{G.1})$$

par définition de la *pente d'énergie*  $J$ . Elle s'identifie à la pente de fond si l'écoulement est uniforme.

La *vitesse frottante* est simplement définie par la relation :

$$u_* \triangleq \sqrt{ghJ}, \quad (\text{G.2})$$

de telle sorte que la tension  $\tau_b$  s'écrit :

$$\tau_b = \rho u_*^2. \quad (\text{G.3})$$

#### Hypothèse de Boussinesq

Les tensions dans un écoulement turbulent se composent d'une partie due à la viscosité moléculaire et d'une autre due aux couplages non linéaires entre fluctuations turbulentes de vitesse :

$$\tau_z = \tau_\nu + \tau_t = \rho \nu \frac{du}{dz} - \rho \overline{u'w'} \quad (\text{G.4})$$

où le signe négatif du second terme s'explique par l'origine convective de cette contribution, qui est cependant assimilée, dans les calculs, à des frottements internes.

L'*hypothèse de Boussinesq* (1877) consiste à admettre que les tensions turbulentes peuvent prendre une forme mathématique analogue à celle des tensions visqueuses. L'équation (G.4) devient alors :

$$\tau_z = \rho_m (\nu_m + \nu_{t,m}) \frac{du}{dz} \quad (\text{G.5})$$

où

$\rho_m$	$[ML^{-3}]$	masse volumique du mélange, à la cote $z$ : $\rho_m = \rho [1 + (s - 1)C]$ ,
$s$	$[-]$	rapport des masses volumiques des sédiments et de l'eau : $s = \frac{\rho_s}{\rho}$ ,
$C$	$[-]$	concentration en sédiments à la cote $z$ ,
$\nu_m$	$[L^2 T^{-1}]$	viscosité cinématique du mélange,
$\nu_{t,m}$	$[L^2 T^{-1}]$	viscosité turbulente du mélange.

## Tensions internes

Dans un écoulement stationnaire et uniforme, les forces extérieures s'équilibrent. L'équilibre d'une colonne d'eau pure s'écrit donc, dans ce cas particulier,

$$\tau_{bz} \Delta x = \rho g (h - z) \sin \alpha \Delta x \quad \Rightarrow \quad \tau_{bz} = \rho g h \left(1 - \frac{z}{h}\right) \sin \alpha \quad (\text{G.6})$$

où  $\sin \alpha$  désigne la pente de fond et  $\tau_{bz}$  est la valeur de la tension à la cote  $z$  au-dessus du niveau du lit.

Par contre, pour un mélange d'eau et de particules solides, on exprimera la tension  $\tau_z$  par

$$\tau_z = \bar{\rho}_{m,z} g (h - z) J = \bar{\rho}_{m,z} \left(1 - \frac{z}{h}\right) u_*^2, \quad (\text{G.7})$$

avec  $\bar{\rho}_{m,z} = \rho [1 + (s - 1)\bar{C}_z]$ , où  $\bar{C}_z$  et  $\bar{\rho}_{m,z}$  représentent respectivement la valeur moyenne, calculée entre la cote  $z$  et la surface libre, de la concentration en sédiments et de la masse volumique du mélange.

### G.2.2 Distribution de vitesse et viscosité turbulente

#### Profil de vitesse

Les équations (G.5) et (G.7) permettent d'exprimer le gradient vertical de vitesse par

$$\frac{du}{dz} = \frac{[1 + (s - 1)\bar{C}_z] (1 - \frac{z}{h})}{[1 + (s - 1)C] (\nu_{t,m} + \nu_m)} u_*^2 \quad (\text{G.8})$$

qui, en l'absence de sédiments ( $C = 0$ ), se réduit à

$$\frac{du}{dz} = \frac{1 - \frac{z}{h}}{\nu_t + \nu} u_*^2. \quad (\text{G.9})$$

Par ailleurs, le théorème de Vaschy-Buckingham (ou «théorème  $\Pi$ » de l'analyse dimensionnelle) peut être appliqué afin de déterminer une relation de proportionnalité entre le gradient de vitesse  $\frac{du}{dx}$  et les grandeurs dont il dépend : la masse volumique  $\rho$ , la tension  $\tau$  et la coordonnée spatiale  $z$ . Le «théorème  $\Pi$ » stipule que le nombre de produits adimensionnels indépendants qui peuvent être constitués à partir de  $n$  grandeurs physiques dimensionnelles est  $n - N$ .  $N$  désigne le nombre de grandeurs primitives indépendantes qui interviennent. Elles sont ici au nombre de trois : la position [ $L$ ], le temps [ $T$ ] et la masse [ $M$ ]. Ainsi, à partir des grandeurs  $\frac{du}{dx}$  [ $LT^{-1}$ ],  $\rho$  [ $ML^{-3}$ ],  $\tau$  [ $MT^{-2}L^{-1}$ ] et  $z$  [ $L$ ], il est possible de construire un produit sans dimension  $\Pi_1 = \frac{du}{dx} \tau^\alpha \rho^\beta z^\gamma$ . Pour que  $\Pi_1$  soit bien adimensionnel, il faut imposer

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 - 2\alpha = 0 \\ \alpha + \beta = 0 \\ -\alpha - 3\beta + \gamma = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \\ \gamma = 1 \end{array} \right. \quad (\text{G.10})$$

L'expression de  $\Pi_1$  peut être déduite immédiatement :

$$\Pi_1 = \frac{du}{dx} \sqrt{\frac{\rho}{\tau}} z \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = \Pi_1 \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{z} \quad (\text{G.11})$$

où  $\Pi_1$  est un nombre constant.

Ainsi, le théorème de Vaschy-Buckingham permet d'écrire :

$$\frac{du}{dz} = \frac{du}{dz}(\tau_b, \rho, z) \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dz} \sim \underbrace{\sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \frac{1}{z}}_{u_*} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{du}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z} \quad (\text{G.12})$$

où la *constante de von Kármán*  $\kappa$  peut être mesurée expérimentalement.

### Choix d'un modèle de turbulence

Un modèle de turbulence à zéro équation additionnelle a été conservé au cours de ce travail car, en pratique, ce type de modélisation permet d'obtenir d'excellents résultats pour des écoulements réels. En particulier, la mise en oeuvre d'un modèle  $k - \varepsilon$  ne semble pas simple ici : la complexité du modèle rendrait presque impossible un calage suffisamment général des différents coefficients de fermeture. L'équation de transport de  $\varepsilon$  s'avérerait la plus problématique. Le recours à une équation additionnelle, comme dans beaucoup de modèles hydrodynamiques océaniques, n'est pas à exclure mais n'a pas pu être testé au cours de ce travail.

### Viscosité turbulente

La comparaison des résultats (G.9) et (G.12) conduit immédiatement à l'expression locale de la viscosité turbulente :

$$\nu_t \simeq \kappa z \left(1 - \frac{z}{h}\right) u_* . \quad (\text{G.13})$$

La viscosité moléculaire a été négligée par rapport à son homologue turbulente. L'intégration de l'expression précédente sur la hauteur d'eau fournit une expression simple pour la viscosité moyenne sur la hauteur :

$$\bar{\nu}_t = \frac{\kappa}{6} u_* h . \quad (\text{G.14})$$

On peut remarquer que l'équation (G.12) correspond à une distribution logarithmique de vitesse selon la coordonnée verticale  $z$ .

### G.2.3 Influence des particules en suspension sur les frottements

De nombreux auteurs ont étudié l'allure des profils de vitesse en présence de particules en suspension, afin de déterminer leur influence sur les frottements. En général, la vitesse du mélange eau-sédiments est inférieure à celle de l'eau pure à proximité du lit. Par contre,

au sein de la phase liquide, et près de la surface libre, la situation est inversée : le mélange eau-sédiments se montre plus rapide que l'eau pure. A partir de ces constatations et à l'aide d'études expérimentales plusieurs formules empiriques ont été proposées.

### G.3 Coefficient de frottement

Par analogie avec la relation classique (G.3), il est possible de définir un coefficient de frottement adimensionnel  $c_f$ , tel que :

$$\tau_b = \bar{\rho}_m \frac{\bar{u}^2}{c_f^2}. \quad (\text{G.15})$$

Le coefficient de frottement est calculé à partir de relations empiriques telles que celles de Chézy, Manning-Strickler, ou encore Colebrook-White, éventuellement modifiées en vue d'une adaptation à la modélisation de processus hydrosédimentaires.

Si le sol ou les parois présentent des aspérités qui ne sont pas petites par rapport à la hauteur d'eau, celles-ci engendrent localement des pertes d'énergie additionnelles qui doivent être modélisées. Ces pertes sont d'autant plus importantes que la hauteur d'eau est faible et que la pente d'énergie  $J$  augmente. Des résultats expérimentaux suggèrent qu'une extension possible du modèle précédent consiste à multiplier  $c_f$  par le coefficient correctif  $c_{fk}$ , donné par [Fäh, 1997] :

$$c_{fk} = \sqrt{1 - e^{-\frac{0.05h}{d_90\sqrt{J}}}}. \quad (\text{G.16})$$

### G.4 Influence du T.S.C. sur le coefficient de frottement

Il est possible de pallier partiellement l'absence de bilan de quantité de mouvement pour les sédiments en utilisant un coefficient de frottement directement affecté par l'importance du débit solide.

Un exemple de correction à apporter au coefficient  $f_c$ , valable pour un écoulement d'eau claire (*clear-water*), pour obtenir la valeur de  $f$  à utiliser en présence de T.S.C. s'écrit

$$\frac{f}{f_c} = \left( \alpha \sqrt{d^* C} + 1 \right)^\beta, \quad (\text{G.17})$$

où les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  doivent être calés au par cas étant donné qu'ils n'est pas possible de leur conférer une signification physique directe. Une valeur typique est donnée par  $\alpha = 30.4$  et  $\beta = 0.92$  [Song et al., 1998].  $d^*$  est un diamètre de grains sans dimension, relié au nombre de Reynolds de la particule  $Re^*$  (voir le paragraphe 4.3.3) et à la tension adimensionnelle  $\tau_*$  (paramètre de Shields) par

$$d^* = \left( \frac{Re^{*2}}{\tau_*} \right)^{1/3} = \left[ \left( \frac{u_* d_{50}}{\nu} \right)^2 \frac{(\rho_s - \rho) g d_{50}}{u_*^2 \rho} \right]^{1/3} = \left[ (s - 1) \frac{g}{\nu^2} \right]^{1/3} d_{50} \quad (\text{G.18})$$

et  $C$  désigne la densité volumique de matériaux charriés, définie par le rapport du débit solide au débit liquide :

$$C \triangleq \frac{q_b}{q}. \quad (\text{G.19})$$

On observe bien entendu que la perte par frottement augmente si l'intensité du transport par charge de fond croît.

## Annexe H

# La porosité d'un milieu granulaire

La notion de *porosité*  $p$  désigne le volume des vides intergranulaires rapporté au volume apparent. La *compacité*  $1 - p$ . La compacité dépend de deux facteurs principaux : la forme des grains et la distribution granulométrique [Bonnechere, 1992].

## H.1 Porosités ouverte et fermée

En toute généralité, il y a lieu de faire la distinction entre la *porosité ouverte*, utile dans le cadre de ce travail, et la *porosité fermée* d'une roche. La première correspond à des vides en communication avec l'extérieur; la seconde à des interstices qui ne sont pas en rapport avec l'extérieur, cette dernière ne peut être déduite que par mesure du volume après broyage complet de l'échantillon. La porosité ouverte influence la perméabilité et la gélivité. La porosité totale affecte la résistance et la déformabilité du matériau.

## H.2 Approche théorique de l'effet de la granulométrie

### H.2.1 Sphères de même diamètre $d$

Le cas théorique le plus simple est celui du rangement de grains sphériques. La porosité la plus faible est obtenue lors d'un rangement rhomboédrique (parallélépipèdes à faces en losange, à 60 et 120 degrés d'angle). Cette porosité vaut 0.260. Le rangement régulier le plus lâche est le réseau cubique; il correspond à une porosité  $p = 0.476$ .

### H.2.2 Mélange de sphères de deux diamètres différents

Il est possible de réduire la porosité des rangements en y incorporant des sphères de diamètre suffisamment petit pour ne pas perturber le rangement primaire.

Les plus grandes sphères contenues dans un rangement cubique ont un diamètre

$$d' = (\sqrt{3} - 1) d = 0.732 d.$$

Le mélange binaire ainsi obtenu a une porosité  $p = 0.271$ . Pour obtenir ce rangement, il faut écarter les sphères primaires afin d'introduire les sphères secondaires. Si l'on veut ne pas perturber le réseau primaire, le diamètre des sphères doit être au maximum :

$$d'' = (\sqrt{2} - 1) d = 0.414 d.$$

La porosité correspondante vaut 0.290. Le même raisonnement appliqué au rangement rhomboédrique permet de conclure à un milieu dont la maille contient :

- soit six sphères secondaires, conduisant à une porosité de 0.207;
- soit au moins 18 sphères secondaires, de telle sorte que la porosité s'élève à 0.211.

On observe, en conséquence, que la réduction de porosité est plus faible dans le cas du rangement primaire le plus compact (rhomboédrique).

### H.2.3 Conclusion

La porosité d'un rangement régulier de sphères de même diamètre varie entre 0.26 et 0.48. Elle peut être légèrement supérieure pour un milieu non rangé.

## H.3 Extensions

### H.3.1 Mélange de granulats réels

Le rangement régulier des grains d'un granulat est impossible car, d'une part, les gros grains sont écartés par les plus petits et, d'autre part, les conditions aux limites perturbent l'organisation près des parois. Néanmoins, l'approche théorique du paragraphe précédent et ses conclusions sont en essence acceptables pour les matériaux réels, et ce d'autant mieux que la forme et l'état de surface se rapprochent de sphères lisses.

### H.3.2 Effet de paroi

Le rangement des grains à la paroi est perturbé par celle-ci, en conséquence la porosité est augmentée sur une épaisseur d'autant plus grande que le granulat est gros. Il faut donc adapter les dimensions du granulat et celles du contenant, par exemple, en adoptant des récipients suffisamment grands lors de la mesure de la porosité. Le plus souvent, on considère qu'il faut que la dimension maximale des granulats soit cinq à dix fois plus petite que la dimension minimale du contenant.

### H.3.3 Influence de la teneur en eau

Les phénomènes capillaires conduisent à une attraction des grains, d'autant plus grande que le matériau est fin. Celle-ci se manifeste par une cohésion apparente. L'intensité de ces phénomènes varie avec le degré de saturation : elle est nulle pour un milieu sec ou complètement saturé et importante pour de faibles saturations.

# Annexe I

## Formulaire

### I.1 Formulaire d'hydraulique

Quelques formules classiques d'hydraulique utiles à l'évaluation des pertes par frottement sont rappelées ci-dessous [Pirotton et al., 2001].

#### Formule de Chézy

$$u = C \sqrt{JR_h} \quad (\text{I.1})$$

où  $J$  est la pente d'énergie et  $R_h$  désigne le rayon hydraulique (rapport entre la section mouillée et le périmètre mouillé). Le coefficient  $C$  dépend de la forme de la section transversale, de la nature des parois et, suivant les auteurs, de la vitesse ou de la pente.

#### Formule de Manning-Strickler

$$u = \frac{1}{n} J^{1/2} R_h^{2/3} = k_{St} J^{1/2} R_h^{2/3} \quad (\text{I.2})$$

où  $n$  désigne le *coefficient de Manning* et  $k_{St}$  le *coefficient de Strickler*.

#### Formule de Strickler

$$k_{St} = \frac{1}{n} = 26 \left( \frac{1}{d_{35}} \right)^{1/6} \quad (\text{I.3})$$

pour des matériaux non cohésifs (terre non revêtue), et

$$k_{St} = \frac{1}{n} = 21 \left( \frac{1}{d_{90}} \right)^{1/6} \quad (\text{I.4})$$

pour un lit en gravier.

#### Relation de Darcy-Weisbach (Formulation générale de la perte de charge $J$ )

$$J = \frac{f u^2}{2Dg} \quad (\text{I.5})$$

où  $D$  est une dimension caractéristique de la section du canal.

**Définition de la vitesse de frottement**

$$\frac{u}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (\text{I.6})$$

**Conséquence**

$$u_* = \frac{1}{2} \sqrt{J D g} \quad (\text{I.7})$$

**Cas particulier**

$$u_* = \sqrt{J R_h g} \quad (\text{I.8})$$

pour un écoulement qui n'est pas en charge.

**I.2 Coefficient de frottement  $c_f$** 

Le coefficient de frottement  $c_f$  qui intervient dans l'équation (G.15) peut notamment être déterminé par une des relations empiriques suivantes, qui ont été adaptées aux processus hydrosédimentaires [Fäh, 1997].

**Chézy**

$$c_f = 5.75 \log \left( \frac{12h}{k_s} \right) \quad (\text{I.9})$$

**Darcy-Weissbach**

$$c_f = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad \text{où} \quad f = \frac{0.24}{\log \left( \frac{12h}{k_s} \right)} \quad (\text{I.10})$$

**Colebrook-White**

$$c_f = 2.5 \ln \left( \min \left[ \frac{h}{k_s}; 0.3 \frac{u_* h}{\nu} \right] \right) + 6.0 \quad (\text{I.11})$$

**Strickler**

$$c_f = 7.66 \left( \frac{h}{k_s} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (\text{I.12})$$

$k_s$  désigne la *rugosité équivalente* à la rugosité de type «grain de sable» de Nikuradse.