

Article

SUR LA CONSTRUCTION DE LA MOYENNE PROPORTIONNELLE.

Catalan, E.

in: Mathesis : recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne | Mathesis - 12 | SUR L'HYPERBOLE DE KIEPERT. S...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

les droites ox , oy , et ses sections par les plans zox , zoy ont leurs rayons de courbure égaux à R et R' . L'équation dite équation en S relative au premier membre de la relation qui précède a une racine égale à $(1 : \gamma)$. Exprimée en fonction de α , β , γ , R , R' , l'équation de chaque plan de symétrie de la quadrique et la formule qui détermine la grandeur de chacun de ses axes ou paramètres principaux, sont algébriques par rapport à toutes les quantités qu'elles renferment et ne peuvent contenir d'autres irrationnelles que des radicaux dont l'indice est 2. Dès lors on saura (en partant de l'équation précédente) construire géométriquement, en grandeur comme en position, au moyen de la règle et du compas, les axes de symétrie d'autant de quadriques que l'on voudra, ayant un contact du second ordre avec une surface quelconque dont on connaît les rayons de courbure principaux relatifs au point de contact ainsi que les tangentes principales en ce point.

SUR LA CONSTRUCTION DE LA MOYENNE PROPORTIONNELLE;

par M. E. CATALAN, professeur émérite à l'Université de Liège.

La construction indiquée dans le numéro d'août de *Mathesis* (p. 192) est bien moins simple que celle qui a été donnée par M. BORDAGE(*) .

Je rappelle, en peu de mots, la Note de M. Bordage.

On peut supposer que $CA = a$, $CAB = b$ sont les longueurs données.

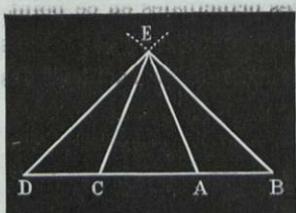
1^o Dans la direction AC prolongée, on prend $AD = BC$.

2^o Des points B, D, comme centres, avec BC comme ouverture de compas, on trace deux arcs se coupant en E : EC est la moyenne proportionnelle demandée.

En effet, le point E appartient à la perpendiculaire au milieu de BD ; donc, à cause de $CD = AB$, les droites EA, EC sont égales : le triangle ECA est isoscelé.

Par construction, le triangle BCE est isoscelé.

(*) *Journal de Mathématiques élémentaires* (1885, p. 75). De plus, dans la figure, quelques droites ont été omises.



De plus, ces triangles ont même angle à la base; donc ils sont semblables :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CE}{CB}.$$

P. S. Si l'on compte les opérations nécessaires, on trouve *trois* arcs et *une* droite.

Liège, 3 juillet 1892.

NOTES MATHÉMATIQUES.

17. Somme des carrés des coefficients des termes du binôme $(1+x)^n$.

M. Mister nous communique la note suivante qui se trouve dans une lettre de Laplace à Lagrange du 11 août 1780. « On a

$$d^n uy = ud^n y + ndud^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} d^2ud^{n-2}y + \text{etc.}$$

Soit $y = u = x^n$; on aura

$$\begin{aligned} d^n x^{2n} &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n x^n \left\{ 1 + n^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \right]^2 + \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right]^2 + \text{etc.} \right\} \\ &= 2n(2n-1)(2n-2) \dots (n+1)x^n, \end{aligned}$$

ce qui donne

$$1 + n^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \right]^2 + \dots = \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2n)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n)^2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} 2^n.$$

On peut arriver à cette formule d'une autre manière. Si l'on considère le produit $(1+x)^n \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, on remarque que le terme de ce produit indépendant de x est précisément la somme des carrés des coefficients, ce qui se voit aisément en développant séparément les deux quantités $(1+x)^n$ et $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, et en les multipliant l'une par l'autre; or, en mettant le produit $(1+x)^n \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$ sous cette forme $\frac{1}{x^n} (1+x)^{2n}$, le terme indépendant de x sera visiblement égal au coefficient de x^n dans le développement de $(1+x)^{2n}$, c'est-à-dire à

$$\begin{aligned} \frac{2n(2n-1)(2n-2) \dots (n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2n}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n)^2} \\ &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} 2^n; \end{aligned}$$