

Article

SUR UN THÉORÈME DE M. SHARP.

Catalan, E.

in: Mathesis : recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne | Mathesis - 11 | SUR LES COURBES DU QUATRIÈME OR...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

du point de rencontre Q des normales à l'ellipse C aux points où elle est coupée par A₁B₁.

Du point Q menons les deux autres normales à l'ellipse, puis les tangentes aux points d'incidence. Elles se coupent au point M' (α, β); et d'après les formules de Joachimsthal, il existe entre les coordonnées des points M₁ et M' les relations

$$\frac{a\alpha}{\cos \varphi} = -a^2, \quad \frac{\beta b}{\sin \varphi} = -b^2,$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{b^2} - 1 = 0.$$

Le point M' est donc sur l'ellipse C, et par suite le point Q appartient à la développée de cette ellipse.

×SUR UN THÉORÈME DE M. SHARP(*);

par M. E. CATALAN.

Ce théorème consiste en ce que l'on a

$$\frac{x^{4n} - x^{5n} + x^{2n} - x^n + 1}{x^4 - x^5 + x^2 - x + 1} = \text{entier}(**),$$

si *n* est impair et premier avec 5.

Si, au lieu de la fraction précédente, on considère celle-ci :

$$\frac{x^{4n} + x^{5n} + x^{2n} + x^n + 1}{x^4 + x^5 + x^2 + x + 1} = y,$$

y est un polynôme entier; en sorte que la restriction *n* impair devient inutile. En effet,

$$y = \frac{x^{5n} - 1}{x^n - 1} \times \frac{x - 1}{x^5 - 1} = \frac{(x - 1)(x^{5n} - 1)}{(x^n - 1)(x^5 - 1)}.$$

(*) *Mathesis*, septembre 1891, p. 208.

(**) Dans *Mathesis*, l'exposant *n* a été omis dans *xⁿ*.

Or, en général, les nombres entiers p, q étant premiers, entre eux :

$$\frac{(x-1)(x^{pq}-1)}{(x^p-1)(x^q-1)} = \text{entier} (*).$$

Dans le cas de la *question proposée*, si l'on prend $n = 3$, le quotient Q équivaut à

$$\frac{x^{12} - x^9 + x^6 - x^3 + 1}{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1} = \frac{x^{15} + 1}{x^5 + 1} \cdot \frac{x + 1}{x^5 + 1}.$$

Le degré de ce quotient est

$$15 + 1 - 3 - 5 = 8.$$

On peut le former aisément, de la manière suivante, déjà indiquée.

Développant en série, on a

$$Q = (1+x)(1+x^{15})(1-x^5+x^6-\dots)(1-x^5+x^{10}-\dots);$$

ou, en négligeant les termes dont le degré surpasse 8,

$$\begin{aligned} Q &= (1+x)(1-x^5+x^6)(1-x^5) = (1+x)(1-x^5+x^6-x^5+x^8) \\ &= 1-x^5-x^5+x^6+x^8+x-x^4-x^6+x^7 \\ &= 1+x-x^5-x^4-x^5+x^7+x^8. \end{aligned}$$

En effet, le produit de ce polynôme, par

$$1-x-x^2-x^5+x^4 \text{ est } 1-x^5+x^6-x^9+x^{12}.$$

Liège, 1^{er} octobre 1891.

*QUESTIONS D'ENSEIGNEMENT.

Limite d'un quotient.

1. THÉORÈME. *La limite du quotient de deux variables commensurables, dont chacune a une limite commensurable, est égale au quotient de ces limites.*

Soient u, v deux variables commensurables, positives ou négatives, ayant respectivement pour limites les constantes a, b . Cela signifie que les différences

$$\alpha = u - a, \quad \beta = v - b,$$

(*) *Mathesis*, tome X, p. 241.