

Article

NOTES MATHÉMATIQUES.

in: Mathesis : recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne | Mathesis - 8 | SUR LA THÉORIE DES TRANSFORMATIO...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

*NOTES MATHÉMATIQUES.

*9. *Sur les nombres parfaits* (Extrait d'une lettre de M. E. CATALAN).
Soit $N = a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots l^\delta$; a, b, c, \dots, l étant premiers, impairs, et rangés par ordre de grandeur croissante. Si N est parfait, on doit avoir, comme l'on sait,

$$\frac{a}{a-1} \frac{b}{b-1} \dots \frac{l}{l-1} > 2, \quad (1)$$

ou

$$\frac{a-1}{a} \frac{b-1}{b} \dots \frac{l-1}{l} < \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Soit $P(l)$ le premier membre de la seconde inégalité. La *Théorie des Nombres*, de Legendre, contient une table des valeurs de $P(l)$, prolongée jusqu'à $l = 1229$ (*). Soit Q_n le produit de n facteurs, choisis parmi

$$\frac{a-1}{a}, \frac{b-1}{b}, \dots, \frac{l-1}{l}.$$

Il est visible que : 1° le minimum de Q_1 est $P(a) = \frac{a-1}{a} = \frac{2}{3}$;
2° le minimum de Q_2 est $P(b) = \frac{a-1}{a} \cdot \frac{b-1}{b} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$; etc.
En effet, nous avons :

$$1 - \frac{1}{a} < 1 - \frac{1}{b} < 1 - \frac{1}{c} \dots$$

Cela posé, considérons un nombre parfait, impair, premier avec 3, 5 et 7. Alors on doit avoir

$$\frac{10}{11} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{16}{17} \dots < \frac{1}{2},$$

c'est-à-dire,

$$P(l) < \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \text{ ou } \frac{8}{35} \text{ ou } 0,2285\dots$$

D'après la table, cette condition suppose $l \leq 127$.

(*) Le produit $P(l)$ a pour limite zéro (Voir, par exemple, les *Exercices d'Analyse numérique*, par LEBESGUE, p. 138).

En conséquence, si un nombre N , premier avec 105, est parfait, il est composé d'au moins vingt-six facteurs premiers, inégaux.

Le logarithme du produit $11.13.17 \dots 109.113$ est compris entre 44 et 45. Donc tout nombre parfait, impair, premier avec 105, a au moins quarante-cinq chiffres!

BIBLIOGRAPHIE.

Exercices de Géométrie analytique et de Géométrie supérieure, par M. J. KOEHLER, répétiteur à l'École polytechnique. Questions et solutions à l'usage des candidats aux écoles polytechnique et normale et à l'agrégation. Deux volumes in-8°, avec figures. — Première partie : Géométrie plane, 1886, vi-347 pages; prix : 9 fr. — Deuxième partie : Géométrie dans l'espace, 1888, 372 pages; prix, 9 fr.

L'auteur a voulu essayer d'introduire en France un recueil de problèmes classiques, basé sur l'exemple déjà suivi en Angleterre où ce genre de livres est très-apprécié depuis longtemps. C'est ainsi que l'ouvrage de M. Wolstenholme, cité et mis à profit par M. Koehler, renferme plus de 2000 exercices ou problèmes donnés aux élèves de l'Université de Cambridge. La publication des solutions développées des questions que propose l'*Educational Times*, donne aussi chaque semestre un recueil fort utile à l'enseignement mathématique de l'Angleterre; il n'est peut-être pas de pays où les problèmes trouvent autant de faveur comme méthode pédagogique. Il y a donc à approuver toute nouvelle tentative dans cette voie, et c'est pourquoi nous croyons devoir appeler l'attention de nos lecteurs sur l'ouvrage que nous venons d'annoncer.

La première partie a été analysée dans *Mathesis*, t. VII, p. 115. La deuxième renferme sept chapitres relatifs à la géométrie de l'espace suivant une progression offrant quelque analogie avec l'ordre adopté dans le premier volume.

I. *Sphère*. 18 questions relatives à des systèmes de sphères.

II. *Cônes et cylindres du second degré*. Propriétés des lignes focales du cône. 38 questions.

III. *Quadriques rapportées à leurs axes*. 26 questions sur les plans tangents, les cônes et les cylindres circonscrits, 24 sur les diamètres et les plans diamétraux conjugués.

IV. *Sections planes des quadriques. Génératrices rectilignes*. 42 questions dans la solution desquelles nous rencontrons un fréquent usage des équations d'une génératrice rectiligne de l'hyperboloïde

$$\frac{x}{a} = \frac{z}{c} \sin \alpha + \cos \alpha, \quad \frac{y}{b} = -\frac{z}{c} \cos \alpha + \sin \alpha,$$

dont la forme est particulièrement avantageuse dans les applications.

V. *Problèmes sur les normales. Propriétés focales des quadriques. Quadriques homofocales*. Important chapitre qui renferme 51 questions.