

Article

SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES.

Catalan, E.

in: Mathesis : recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne | Mathesis - 7 | TOME SEPTIÈME FÉVRIER 1887.

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Or, lorsque P est en P_1 sur le diamètre Oy' (*), M se trouve en M_1 à l'intersection de m avec la perpendiculaire élevée en O sur Oy' ; de même, on peut déterminer le point M_2 qui correspond au point P_2 situé sur Oy'' . La proportion $PP_1 : PP_2 = MM_1 : MM_2$ suffit ensuite pour construire le point M qui correspond à une position donnée de P.

Dans le cas des normales ordinaires, les droites m et n sont parallèles et la droite PM passe par un point fixe (**).

Pour mener d'un point donné P les trois normales d'angle α à une parabole donnée, on cherche le point A' commun à tous les cercles passant par les pieds de telles droites, et l'on détermine l'homographie des points P et M au moyen de quatre couples.

S. *Étant donnés sur une conique trois points A, B, C, construire en ces points trois normales d'angle α concourantes.*

Les tangentes en A, B, C à la conique forment un triangle $A_1B_1C_1$. Les circonférences A_1BC , B_1CA , C_1AB se coupent en un même point P : PA, PB, PC sont les droites cherchées, et PAB_1 est l'angle α .

*SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES;

par M. E. CATALAN, professeur à l'université de Liège (**).

I. Dans un des derniers numéros de la *Revue Scientifique* (18 septembre), M. Delbœuf, le savant professeur à l'Université de Liège, donne, sans démonstration, un curieux *théorème sur la divisibilité des nombres*, que l'on peut énoncer ainsi :

Soit un nombre entier N, décomposé en deux parties a, a' , b, b' telles que les facteurs a, b soient premiers entre eux, et que les facteurs a', b' soient, aussi, premiers entre eux.

Soient, d'autre part, six nombres entiers, A, A', B, B', x, x' , satisfaisant aux conditions :

$$Aa + Bb = Nx, \quad A'a' + B'b' = Nx'.$$

(*) Oy' et Oy'' désignent toujours les deux diamètres qui font avec leurs conjugués un angle α .

(**) Voir les mémoires de MM. de Longchamps et Pelz.

(***) Extrait de la *Revue scientifique*, 16 octobre 1886.

Cela posé, on a

$$AA' + BB' = M(aa' + bb').$$

Des équations

$$aa' + bb' = N, \quad Aa + Bb = Nx,$$

on déduit :

$$a(A - a'x) + b(B - b'x) = 0.$$

Donc

$$A = a'x + b\theta, \quad B = b'x - a\theta; \quad [1]$$

θ étant un entier quelconque, positif ou négatif.

De même,

$$A' = ax' + b'\theta', \quad B' = bx' - a'\theta'. \quad [2]$$

Par conséquent,

$$AA' + BB' = N(xx' + \theta\theta'), \quad [3]$$

II. REMARQUE. Si $N = f^2 + g^2$ (*) prenons $x' = x, \theta' = \theta$. L'égalité (3), devient

$$AA' + BB' = (f^2 + g^2)(x^2 + \theta^2),$$

ou

$$AA' + BB' = (fx \pm g\theta)^2 + (f\theta \mp gx)^2. \quad [4]$$

Ainsi, dans ce cas particulier, la quantité $AA' + BB'$, multiple de N , est une somme de deux carrés.

III. EXEMPLE. $N = 73, a = 3, b = 2, a' = 5, b' = 29, x = 7$.

On trouve :

$$A = 21 + 29\theta, \quad B = 14 - 5\theta, \quad A' = 35 + 2\theta, \quad B' = 203 - 3\theta;$$

puis

$$AA' + BB' = 73(7^2 + \theta^2) = (56 \pm 3\theta)^2 + (21 \mp 8\theta)^2.$$

SUR LE NEUVIÈME NOMBRE PARFAIT;

par M. Éd. LUCAS, professeur de Mathématiques spéciales au Lycée S. Louis.
(Voir *Mathesis*, t. VI, pp. 100, 145, 178, 248).

M. Seelhoff, a démontré que le nombre $2^{61} - 1$ de dix-neuf chiffres est un nombre premier; c'est le plus grand nombre premier actuellement connu, et par suite le plus grand nombre parfait connu est

$$2^{60}(2^{61} - 1).$$

(*) Ce qui arrive, par exemple, si N est un nombre premier, ayant la forme $4\mu + 1$.