Or, lorsque P est en P_1 sur le diamètre Oy' (*), M se trouve en M_1 à l'intersection de m avec la perpendiculaire élevée en O sur Oy'; de même, on peut déterminer le point M_2 qui correspond au point P_2 situé sur Oy''. La proportion $PP_1 : PP_2 = MM_1 : MM_2$ suffit ensuite pour construire le point M qui correspond à une position donnée de P.

Dans le cas des normales ordinaires, les droites m et n sont parallèles et la droite PM passe par un point fixe (**).

Pour mener d'un point donné P les trois normales d'angle α à une parabole donnée, on cherche le point A′ commun à tous les cercles passant par les pieds de telles droites, et l'on détermine l'homographie des points P et M au moyen de quatre couples.

8. *Étant donnés sur une conique trois points* A, B, C, *construire en ces points trois normales d'angle* α *concourantes.*

Les tangentes en A, B, C à la conique forment un triangle $A_1B_1C_1$. Les circonférences A_1BC, B_1CA, C_1AB se coupent en un même point P : PA, PB, PC sont les droites cherchées, et PAB_1 est l'angle α.

×SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES;

par M. E. Catalan, professeur à l'université de Liége (***).

I. Dans un des derniers numéros de la *Revue Scientifique* (18 septembre), M. Delbœuf, le savant professeur à l'Université de Liège, donne, sans démonstration, un curieux *théorème sur la divisibilité des nombres*, que l'on peut énoncer ainsi :

Soit un nombre entier N, *décomposé en deux parties* a a′, b b′ *telles que les facteurs* a, b *soient premiers entre eux, et que les facteurs* a′, b′ *soient, aussi, premiers entre eux.*

Soient, d'autre part, six nombres entiers, A, A′, B, B′, x, x', *satisfaisant aux conditions :*

$$Aa + Bb = Nx, \quad A'a' + B'b' = Nx'.$$

(*) Oy' et Oy'' désignent toujours les deux diamètres qui font avec leurs conjugués un angle α.

(**) Voir les mémoires de MM. de Longchamps et Pelz.

(***) Extrait de la *Revue scientifique*, 16 octobre 1886.

Cela posé, on a

$$AA' + BB' = \mathcal{M}\,(aa' + bb').$$

Des équations

$$aa' + bb' = N, \quad Aa + Bb = Nx,$$

on déduit :

$$a(A - a'x) + b(B - b'x) = 0.$$

Donc

$$A = a'x + b\theta, \quad B = b'x - a\theta; \qquad [1]$$

θ étant un entier quelconque, positif ou négatif.

De même,

$$A' = ax' + b'\theta', \quad B' = bx' - a'\theta'. \qquad [2]$$

Par conséquent,

$$AA' + BB' = N(xx' + \theta\theta'), \qquad [3]$$

II. Remarque. Si $N = f^2 + g^2$ (*) prenons $x' = x$, $\theta' = \theta$. L'égalité (3), devient

$$AA' + BB' = (f^2 + g^2)(x^2 + \theta^2),$$

ou

$$AA' + BB' = (fx \pm g\theta)^2 + (f\theta \mp gx)^2. \qquad [4]$$

Ainsi, dans ce cas particulier, *la quantité* $AA' + BB'$, *multiple de* N, *est une somme de deux carrés.*

III. Exemple. $N = 73$, $a = 3$, $b = 2$, $a' = 5$, $b' = 29$, $x = 7$.

On trouve :

$$A = 21 + 29\theta, \ B = 14 - 5\theta, \ A' = 35 + 2\theta, \ B' = 203 - 3\theta;$$

puis

$$AA' + BB' = 73(7^2 + \theta^2) = (56 \pm 3\theta)^2 + (21 \mp 8\theta)^2.$$

SUR LE NEUVIÈME NOMBRE PARFAIT;

par M. Éd. Lucas, professeur de Mathématiques spéciales au Lycée S. Louis.

(Voir *Mathesis*, t. VI, pp. 100, 145, 178, 248).

M. Seelhoff, a démontré que le nombre $2^{61} - 1$ de dix-neuf chiffres est un nombre premier; c'est le plus grand nombre premier actuellement connu, et par suite le plus grand nombre parfait connu est

$$2^{60}(2^{61} - 1).$$

(*) Ce qui arrive, par exemple, si N est un nombre premier, ayant la *forme* $4\mu + 1$.