

cartes d'un jeu, sont délivrés au hasard : se figure-t-on cent joueurs rassemblés, et réclamant, chacun, les numéros 9, 18,...? Dans la réalité, les choses se passent ainsi : à mesure que les billets sont imprimés, on les répartit chez les dépositaires, d'où ils parviennent aux acheteurs. Comment s'y serait pris M. le sous-intendant L. pour acquérir, même en les payant *fort cher*, les numéros

70 000, 140 000, 210 000, ... 11 970 000?

2° La spéculation tentée par le joueur A pourrait être peu lucrative. Car si le *fonds* de la loterie est de 100 francs, et que chaque lot ait une valeur de 11 francs en moyenne (\*), A aurait dépensé 12 francs pour n'en gagner, peut-être, que 11.

3° En poussant, à ses dernières limites, le système indiqué par M. L., on arrive à cette conclusion, bien évidente : *pour être sûr de gagner, prenez tous les billets.* Dans la loterie de l'Exposition, l'accapareur aurait dépensé *douze millions* pour en gagner *huit.* »



*Extrait d'une lettre de M. Radicke, professeur à Bromberg.* — « Quant à la *Question 471*, proposée par M. Lucas, j'oserais croire qu'il y a une erreur; car le premier membre de l'équation

$$(B + 1)(B + 2) \dots (B + n) = \frac{1 \cdot 2 \dots n}{n + 1}$$

ne contient, après le développement, que des termes positifs, dont le dernier est supérieur au second membre... »

*Note du Rédacteur.* Jusqu'à présent, il y a au moins trois définitions des *coefficients* appelés *Nombres de Bernoulli*; et,

(\*) Il resterait seulement 1 franc pour les frais d'administration !

par conséquent, au moins trois manières, parfois contradictoires, d'écrire ces coefficients.

1° D'après Lacroix (\*), le  $(p-1)^{\text{o}}$  nombre de Bernoulli est le coefficient de  $n$ , dans le développement de  $S_p$ , ordonné suivant les puissances de  $n$ . Dès lors,  $B_{2q}=0$ , puis

$$B_1 = \frac{1}{6}, \quad B_3 = -\frac{1}{50}, \quad B_5 = \frac{1}{42}, \quad B_7 = -\frac{1}{30}, \dots$$

2° Divers Géomètres (\*\*) supposent

$$\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1}{1 \cdot 2} x^2 - \frac{B_2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^4 + \dots \pm \frac{B_n}{1 \cdot 2 \dots 2n} x^{2n} \pm \dots,$$

et appellent *Nombres de Bernoulli* les coefficients, essentiellement positifs,  $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ . Dans ce système, qui paraît être adopté par notre honorable Correspondant :

$$B_1 = \frac{1}{6}, \quad B_2 = \frac{1}{30}, \quad B_3 = \frac{1}{42}, \quad B_4 = \frac{1}{30}, \quad B_5 = \frac{5}{66}, \dots$$

3° Enfin M. Édouard Lucas, partant de l'égalité symbolique

$$px^{p-1} = (B + x + 1)^p - (B + x)^p (***)$$

dans laquelle les exposants de  $B$  doivent être remplacés par des indices; M. Lucas disons-nous, appelle *Nombres de Bernoulli* les quantités  $B_0, B_1, B_2, \dots$  qui entrent dans l'équation précédente. Supposant  $B_0=1$ , il trouve

$$B_1 = -\frac{1}{2}, \quad B_2 = \frac{1}{6}, \quad B_4 = -\frac{1}{30}, \dots \quad B_{2n+1} = 0.$$

(\*) *Calcul intégral*, t. III, p. 84.

(\*\*) BERTRAND, *Calcul différentiel*, p. 306; SERRET, *Notes sur Lacroix*, p. 354; etc.

(\*\*\*) *N. C. M.*, t. II, p. 330.

On voit que, sous le rapport des notations, l'anarchie est complète (\*). Quoi qu'il en soit, l'équation citée par M. Radicke donne, successivement

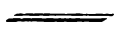
$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2} + 1 &= \frac{1}{2}, \\
 \frac{1}{6} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 &= \frac{2}{3}, \\
 6 \cdot \frac{1}{6} - 11 \cdot \frac{1}{2} + 6 &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{4}, \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

ce qui est exact.

REMARQUE. Cette équation étant écrite ainsi :

$$B_n + P_{n,1} \cdot B_{n-1} + P_{n,2} \cdot B_{n-2} + \dots + P_{n,n} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{n + 1},$$

peut servir à trouver la somme des produits, p à p, des n premiers nombres entiers (\*\*). »



*Extrait d'une lettre du prince B. Boncompagni.* — « ... Je prends la liberté de vous faire remarquer : 1° que les deux solutions mentionnées dans ce passage (\*\*\*) ne se trouvent pas dans le cahier de novembre 1878 du *Bullettino*, mais dans le cahier d'août 1878 de ce recueil; qu'une de ces deux solutions est due à M. Siacci, ... »

(\*) Quand notre savant Collaborateur publia son remarquable travail, nous lui conseillâmes de remplacer B par L, ou par toute autre lettre.

(\*\*) Question traitée par M. H. LAURENT (*Nouvelles Annales*, 1875, p. 555) et par M. LE PAIGE (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, t. I, p. 45).

(\*\*\*) *N. C. M.*, avril 1879, p. 144,

