Question 41.

Si $n = \mathfrak{M}.3 + 1$, *on a, identiquement,*

$$C_{2n,1} - 3C_{2n,3} + 3^2C_{2n,5} - \cdots \pm 3^{n-1}C_{2n,1} = 2^{2n-1}.$$

(E. C.)

Si, dans la formule de Moivre :

$$(\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)^{2n} = \cos 2n\varphi + \sqrt{-1}\sin 2n\varphi,$$

on suppose $\varphi = \frac{\pi}{3}$, elle devient

$$(1 + \sqrt{-3})^{2n} = 2^{2n}\left[\cos 2n\frac{\pi}{3} + \sqrt{-1}\sin 2n\frac{\pi}{3}\right].$$

Mais, par hypothèse,

$$n = 3k + 1;$$

donc

$$\sin 2n\frac{\pi}{3} = \sin\frac{2}{3}\pi = \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

Développant le premier membre, et identifiant les parties imaginaires, on trouve la relation énoncée.

N.-B. Cette identité a été prise pour exemple : le même procédé peut en donner une infinité d'autres. (E. C.)