

Extrait d'une lettre de M. Catalan à M. Lucas. — « A la liste des auteurs qui se sont occupés de la *série de Lamé*,... avant LAMÉ, on doit joindre ÉMILE LÉGER, connu par une élégante solution du problème des *polygones réguliers isopérimètres* (*). Dans la *Correspondance mathématique et physique* de Quetelet (**) (tome IX, p. 483), on lit :

« 1° Le rapport des deux segments d'une droite divisée en moyenne et extrême est exprimé par la fraction continue indéfinie :

$$[A] \dots\dots\dots 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \text{etc.}}}}$$

2° La limite de la somme des restes obtenus dans la recherche de la commune mesure de ces segments, est égale au plus grand segment lui-même.

La fraction continue [A] conduit à la solution d'un problème curieux : *Dans la recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres donnés, quel est le plus grand nombre d'opérations qu'on puisse avoir à faire?*

Les réduites de la fraction [A]

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{54}{21}, \frac{55}{54}, \frac{89}{55}, \text{etc.},$$

sont les fractions qui conduisent au plus grand nombre d'opérations... »

Vous voyez que, si Léger a été précédé par Robert Simson, Lamé a été précédé par Léger. Cela fait-il compensation?

Encore une remarque. Vous connaissez, de longue date, mon

(*) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, t. V, p. 204. A la suite de la note (posthume) donnant cette construction, se trouve un article biographique sur l'honorable auteur, rédigé par Terquem.

(**) Ancien condisciple de Léger, au Lycée de Bruxelles.

opinion sur le problème résolu par ces deux Géomètres. La Note de mon illustre maître (*) n'est pas faite pour modifier ce que je vous écrivais jadis. Elle se termine ainsi :

« Soient pris, pour exemple, les deux nombres 1597 et 897 [16^e et 15^e termes de la série (1)]. La recherche de leur plus grand commun diviseur se composera de 14 divisions. La limite assignée par le théorème actuel est 15. La limite adoptée dans les traités d'Arithmétique (**) serait 493! »

Comment Lamé n'a-t-il pas vu que, 610 étant le premier reste, on peut supprimer 10, et que, 61 étant un nombre premier, deux divisions suffisent? En résumé, et sauf le cas où l'on se propose de réduire $\frac{A}{B}$ en fraction continue, tous les théorèmes relatifs au nombre des opérations nécessaires pour trouver le plus grand commun diviseur entre A et B, sont des théorèmes insignifiants et inutiles. »

*Extrait d'une lettre de M. Catalan à M. Jamet. — «... Quand j'ai reçu votre Note sur la Géométrie de la sphère (**), je me suis dit : « ces théorèmes sont connus, et je les ai vus quelque part. » Mais où? Là était la question. Avant de me livrer à des recherches, plus ou moins historiques, j'ai donc laissé passer vos théorèmes, jugeant qu'ils seraient nouveaux pour quelques-uns de nos lecteurs. Aujourd'hui, je puis vous donner les renseignements suivants :*

1^o Les deux théorèmes de la page 152 sont cités par Terquem (iv). Après les avoir énoncés, le savant Rédacteur ajoutait cette observation :

« Ces deux théorèmes fondamentaux, très-connus, se démon-

(*) *Comptes rendus*, t. XIX, p. 869.

(**) *Ces traités, quels sont-ils?* (*Athalie*, acte II, scène VII.)

(***) *N. C. M.*, t. V, p. 151.

(iv) *N. A.*, t. V, p. 17. — 1846.