

Article

Sur une suite de nombres impaires.

in: Nouvelle correspondance mathématique | Nouvelle correspondance  
mathématique - 5 | Sommaire. Sur la fréquence et la totalité des nombres  
premiers. Sur le...

## Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

### **Contact:**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek  
Digitalisierungszentrum  
37070 Goettingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### **Purchase a CD-ROM**

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:  
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum  
37070 Goettingen, Germany, Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

On a, par exemple, pour  $n = 5$ ,

$$2^5 - 1 = 7, \quad 2^2 = 4,$$

et

$$2^2 - 2 - 1 = 1,$$

$$2^2 - 2 + 1 = 3,$$

$$2^2 + 2 - 1 = 5,$$

$$2^2 + 2 + 1 = 7.$$

2° Tout nombre impair peut être représenté, d'une infinité de manières, au moyen de l'expression ci-dessus, où l'on donne successivement à  $n$  toutes les valeurs entières, à partir de la plus petite valeur qui convient au nombre considéré.

Par exemple,

$$5 = 2^2 + 2 - 1$$

$$5 = 2^5 - 2^2 + 2 - 1,$$

$$5 = 2^4 - 2^5 - 2^2 + 2 - 1,$$

$$5 = 2^5 - 2^4 - 2^5 - 2^2 + 2 - 1,$$

etc.



### SUR UNE SUITE DE NOMBRES IMPAIRS.

Ces nombres, considérés d'abord par Euler, sont définis par l'équation

$$P_{2q-1} - \frac{2q(2q-1)}{2 \cdot 3} P_{2q-3} + \frac{2q(2q-1)2q-2)(2q-5)}{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5} P_{2q-5} - \dots \pm \frac{2q}{2} P_1 = \pm 1, \quad (1)$$

jointe à la condition initiale :  $P_1 = 1$  (\*).

(\*) *Mélanges mathématiques*, p. 129; *Nouvelle Correspondance mathématique*, t. II, p. 535; etc.

I. Pour démontrer qu'ils sont *entiers*, M. MANGON, lieutenant d'artillerie, emploie la méthode suivante, remarquablement simple :

Si  $P_1, P_3, P_5, \dots, P_{2q-3}$  sont *entiers*, l'équation (1) devient, après multiplication par  $2q+1$  :

$$(2q+1)P_{2q-1} = \text{entier}.$$

D'un autre côté, on sait que

$$4^{q-1}P_{2q-1} = \text{entier} (*).$$

Soit  $\frac{A}{B}$  la fraction irréductible, équivalente à  $P_{2q-1}$  : B doit diviser  $2q+1$  et  $4^{q-1}$  ; ces nombres sont premiers entre eux ; donc  $B=1$ .

II. Si  $P_1, P_3, \dots, P_{2q-3}$  sont *impairs*, et que l'on néglige des multiples de 2, l'équation (1) peut être écrite ainsi :

$$P_{2q-1} = C_{2q+1,1} + C_{2q+1,3} + \dots + C_{2q+1,2q-1} = 2^{2q} - 1 = \text{nombre impair}.$$

REMARQUE. Si l'on ne prenait pas convenablement le terme initial,  $P_1$ , les valeurs de  $P_3, P_5, \dots$  pourraient, très-bien, être fractionnaires. Soit, par exemple,  $P_1 = 2$ . On trouve

$$P_3 = 5, \quad P_5 = 10, \quad P_7 = 58 \frac{1}{3}.$$

(E. C.)

(\*) *Mélanges*, p. 129.