où les indéterminées a, b, c *peuvent recevoir des valeurs quelconques.*

Remarques. Dans cet énoncé (où il est sous-entendu que les coefficients A, B, C sont des entiers premiers entre eux, et dégagés de tout facteur carré), α, β, γ, et a, b, c peuvent être entiers ou fractionnaires. Si ces nombres sont entiers, les formules proposées donneront nécessairement des solutions entières.

Les expressions ci-dessus, de x, y, z, n'impliquent aucune restriction dans les données de la question. Ces expressions constituent, par conséquent, la solution complète de l'équation considérée, en ce sens que, pour des valeurs convenables de a, b, c, toute solution particulière s'y trouve comprise; α, β, γ sont d'ailleurs des quantités quelconques, assujéties à la condition

$$A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 = 0.$$

(*La suite prochainement.*)

DÉCOMPOSITION D'UN CUBE EN QUATRE CUBES.

(*Suite et fin*, voir t. IV, p. 352.)

VI. Les deux membres de l'égalité (A) sont divisibles par $27x^9(x^6 - x^3 + 1)^3$. Effectuant, on trouve l'*identité*

$$x^3(x^3-2)^3 + (2-x)^3(x^3+1)^3 + (2x^3-1)^3 - (x^3+1)^3 = 6(x-1)^2(x^3+1)^3; \quad \ldots\ldots \quad \text{(E)}$$

ou, plus simplement,

$$x^3 = 6(x-1)^2 + (x-2)^3 + 2. \quad \ldots\ldots \quad \text{(F)}$$

Si, comme dans les paragraphes I et III, on remplace x par $1+6\left(\frac{a}{b}\right)^3$, on obtient

$$(b^3+6a^3)^3=(6a^2b)^3+(6a^3-b^3)^3+2(b^3)^3; \quad . \quad . \quad (G)$$

identité (*) qui donne une infinité de solutions, entières et positives, de l'équation

$$N^3=X^3+Y^3+2Z^3.$$

Soient, par exemple, $a=b=1$; valeurs d'où résultent celles-ci :

$$N=7, \quad X=6, \quad Y=5, \quad Z=1.$$

Cette solution est la plus simple possible.

VII. Il ne sera peut-être pas inutile de faire une seconde application de l'identité (A) (**). En prenant $x=\frac{7}{4}$, ou $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, je trouve

$$\begin{aligned}&5^3.7^{12}.215^3(343^2-343.64+64^2)^3+5^3.343^3(343^3+64^3)^3\\&+8^3.311^3(2.343^3-6.343^2.64-64^3)^3\\&+4^3.407^3(5.343^3-9.343^2.64+3.343.64^2-64^3)^3\\&=18^3.343^3(343^3+64^3)^3,\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}&(3.215.2401.98\,313)^3+(3.343.40\,615\,751)^3+(8.311.35\,267\,854)^3\\&+(4.407.137\,954\,851)^3=(18.343.40\,615\,751)^3.\end{aligned}$$

Cette égalité est *irréductible*, en ce sens que les cinq cubes, qui y entrent, sont premiers entre eux. E. CATALAN.

P.-S. — En relisant le commencement de cette courte Note, je crains d'avoir été obscur, par trop de concision. Voici comment les premières lignes du paragraphe II doivent être entendues :

(*) Elle a été employée par Le Besgue (*Exercices d'Analyse numérique*, p. 149).

(**) Il s'y est glissé une faute typographique : le premier facteur, dans la deuxième ligne, est $(2x^3-1)^3$.

Dans le premier membre de l'identité (A), la somme des deux derniers termes :

$$(2x^3-1)^3(2x^9-6x^6-1)^3+(5x^9-9x^6+3x^3-1)^3(x^3+1)^3$$

est, toute réduction faite,

$$27x^9(7x^{27}-36x^{24}+90x^{21}-150x^{18}+171x^{15}-144x^{12}+89x^9$$
$$-36x^6+9x^3-2).$$

Chacun des autres termes de (A) étant divisible par $(x^6-x^3+1)^3$, il en doit être ainsi de la quantité précédente. En effet, elle est réductible à

$$27x^9(x^6-x^3+1)^3(7x^9-15x^6+3x^3-2).$$

Mais comme

$$7x^9-15x^6+3x^3-2=(2x^3-1)^3-(x^3+1)^3,$$

on a, *identiquement :*

$$(2x^3-1)^3(2x^9-6x^6-1)^3+(5x^9-9x^6+3x^3-1)^3(x^3+1)^3$$
$$=27x^9(x^6-x^3+1)^3\left[(2x^3-1)^3-(x^3+1)^3\right];$$

et, par le changement de x^3 en x :

$$(2x-1)^3(2x^3-6x^2-1)^3+(5x^3-9x^2+3x-1)^3(x+1)^3$$
$$+27x^3(x^2-x+1)^3(x+1)^3=27x^3(x^2-x+1)^3(2x-1)^3. \quad \text{(B)}$$

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES DÉTERMINANTS NULS;

par M. Falk, professeur à l'Université d'Upsal.

Presque tous les Traités relatifs à la théorie des déterminants donnent, d'une manière ou d'une au're, ce théorème : *pour qu'un déterminant soit nul, il suffit qu'on puisse le mettre sous*