sur deux autres tangentes fixes, sont entre eux dans un rapport constant.

Les corrélatifs de ces derniers théorèmes sont intuitifs dans le cas du cercle. »

SOLUTIONS DES QUESTIONS PROPOSÉES.

Question 103.

Vérifier l'identité

$$C_{2n,n} + \frac{1}{3} C_{2n-2,n-1} \cdot C_{2,1} + \frac{1}{5} C_{2n-4,n-2} \cdot C_{4,2} + \cdots + \frac{1}{2n+1} C_{2n,n}$$
$$= 4^n \frac{2.4.6\ \ldots\ldots\ 2n}{3.5.7\ldots(2n+1)}.$$

« Prenons les trois formules connues :

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1.3}{2.4}x^4 + \cdots + \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ \ldots\ldots\ 2n}x^{2n} + \cdots, \quad (1)$$

$$\text{arc}\sin x =$$
$$x + \frac{1}{1.2}\frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ \ldots\ldots\ 2n}\frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \cdots, \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}(\text{arc}\sin x)^2 =$$
$$\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}\frac{x^4}{4} + \frac{2.4}{3.5}\frac{x^6}{6} + \cdots + \frac{2.4.6\ \ldots\ldots\ 2n}{3.5.7\ldots(2n+1)}\frac{x^{2n+2}}{2n+2} + \cdots. \quad (3)\,(*)$$

(*) *Traité élémentaire des séries*, p. 102.

On conclut, de celle-ci,

$$\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} = x + \frac{2}{3}x^3 + \frac{2.4}{3.5}x^5 + \cdots + \frac{2.4.6\ldots\ldots 2n}{3.5.7\ldots(2n+1)}x^{2n+1} + \cdots. \quad (4)$$

Ainsi, *le produit des séries* (1), (2) *est égal à la série* (4).

Il est visible que

$$\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ \ldots\ldots\ 2n} = \frac{1.2.3\ldots 2n}{(2.4.6\ldots 2n)^2} = \frac{1}{4^n}C_{2n,n}.$$

Par conséquent, si l'on fait le produit des séries (1), (2), et que l'on égale, à $\frac{2.4\ldots\ldots 2n}{3.5\ldots(2n+1)}$, le coefficient de x^{2n+1} (*), » on a la relation proposée. (E. C.)

Question 106.

Vérifier la relation

$$x + x^2 + x^4 + x^8 + \cdots = \frac{x}{1-x} - \frac{x^3}{1-x^3} - \frac{x^5}{1-x^5}$$
$$- \frac{x^7}{1-x^7} - \frac{x^{11}}{1-x^{11}} - \frac{x^{13}}{1-x^{13}} + \frac{x^{15}}{1-x^{15}} - \cdots$$

« Lemme. *Soit* N *un nombre entier. Soit* δ *un diviseur* impair *de* N, *composé d'un nombre* impair *de facteurs premiers, inégaux. Soit enfin* δ' *un diviseur* impair *de* N, *composé d'un nombre* pair *de facteurs premiers, inégaux. Cela posé, le nombre des diviseurs* δ, *égal au nombre des diviseurs* δ', *est* 2^{n-1}; n *représentant le nombre des facteurs premiers de* N, *impairs et inégaux.*

(*) *Notes d'Algèbre et d'Analyse* (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, tome XLII).