et les six masses, appliquées au point (1.2), pourront être, deux par deux, transportées aux points g, d'ordre 4, que nous venons de définir :

$$g_{1233}, \quad g_{1235}, \quad g_{1245}.$$

Répétant ceci pour tous les sommets, et se reportant, d'autre part, à ce que nous avons nommé, tout à l'heure, point g dans les polygones définis par quatre points, on arrive à la proposition suivante :

THÉORÈME. *Considérons cinq droites, deux à deux concourantes :* 1, 2, 3, 4, 5; *faisons abstraction de l'une d'entre elles, de la droite* 5 *par exemple : il reste un quadrilatère* 1, 2, 3, 4, *auquel correspond un point* g, *d'ordre* 4, g_{1234}; *si l'on joint ce point au point* g, *d'ordre* 4, *qui correspond aux quatre points*

$$g_{1235}, \quad g_{1245}, \quad g_{2345}, \quad g_{1345},$$

les cinq droites ainsi obtenues :

1° *Concourent au même point* g_{12345}.

2° *Se partagent, mutuellement, dans le rapport de* 4 *à* 1.

On peut, facilement, généraliser ce théorème et trouver le point g, d'ordre n, qui appartient au polygone complet défini par n droites, deux à deux courantes.

CENTRE DE GRAVITÉ D'UN ARC DE CERCLE.

Soient n points équidistants sur une circonférence (de rayon égal à 1, pour plus de simplicité). Le premier de ces points étant pris sur l'origine des inclinaisons, et l'arc qui sépare deux points consécutifs étant θ, nous aurons, pour le centre de gravité H de ce système de points :

$$OH \triangleq 1 + \varepsilon^{\theta} + \varepsilon^{2\theta} + \cdots + \varepsilon^{(n-1)\theta} \triangleq \frac{1}{n}\,\frac{\varepsilon^{n\theta}-1}{(\varepsilon^{\theta}-1)}$$

$$\triangleq \frac{1}{n}\,\frac{\varepsilon^{\frac{n\theta}{2}}\left(\varepsilon^{\frac{n\theta}{2}}-\varepsilon^{-\frac{n\theta}{2}}\right)}{\varepsilon^{\frac{\theta}{2}}\left(\varepsilon^{\frac{\theta}{2}}-\varepsilon^{-\frac{\theta}{2}}\right)} \triangleq \frac{1}{n}\,\frac{\varepsilon^{\frac{n\theta}{2}}\sin\frac{n\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}.$$

Supposons que $n\,\theta = \alpha$ restant fixe, n augmente indéfiniment; alors la limite de H, ou G, sera le centre de gravité de l'arc de cercle α, et sera donnée par la formule

$$OG \triangleq \frac{\varepsilon^{\frac{\alpha}{2}}\sin\frac{\alpha}{2}}{\lim\frac{\alpha}{\theta}\sin\frac{\theta}{2}} \triangleq \frac{2\varepsilon^{\frac{\alpha}{2}}\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha} \triangleq \frac{\text{corde}\times\text{rayon}}{\text{arc}}\,\varepsilon^{\frac{\alpha}{2}}.$$

Je ne crois pas qu'il soit possible d'obtenir une détermination, plus simple, de ce centre de gravité. Sans le secours des équipollences, on est à peu près forcé d'avoir recours au Calcul intégral, tandis qu'ici on n'emploie, comme on le voit, que les notions les plus élémentaires des limites.

(LAISANT.)

Note du Rédacteur. — Voici la démonstration que j'enseignais il y a quarante ans.

Soient O le centre, C le milieu, d'un arc ACB. A cet arc, inscrivons une *ligne brisée régulière*, dont le périmètre soit désigné par P. MN étant un côté de cette ligne, ayant pour milieu I, projetons les points M, I, N sur le diamètre parallèle à la corde AC, et menons l'apothème IO. Soit H le centre de gravité de la ligne brisée.

On a, par la théorie des moments,

$$P.OH = \sum MN.II',$$

I′ étant la projection de I.

Une similitude de triangles rectangles donne

$$MN.II' = OI.M'N' \text{ (*)};$$

donc

$$P.OH = OI \sum M'N' = OI.AB,$$

ou bien

$$\frac{OH}{OI} = \frac{AB}{P};$$

etc.

ÉCOLE NORMALE.

CONCOURS DE 1877. — COMPOSITION EN MATHÉMATIQUES.

On considère toutes les coniques circonscrites à un triangle ABC *rectangle en* A, *et telles, que les tangentes en* B, C, *à ces coniques, aillent se couper sur la hauteur du triangle.*

On demande :

1° *Le lieu du point de concours des normales en* B, C, *à ces coniques.*

2° *Le lieu des centres de ces coniques. On distinguera les points du lieu, qui sont centres des ellipses, de ceux qui sont centres des hyperboles.*

3° *Le lieu des pôles d'une droite quelconque* (D). *Ce lieu est*

(*) Cette transformation est celle que l'on emploie pour trouver la mesure de la surface sphérique.