QUELQUES THÉORÈMES SUR LA COURBURE DES LIGNES (*).

I. Soient l, m, n les cosinus *directifs* de la binormale à une ligne L; soient $l', m', n', l'', m'', n''$ les dérivées de l, m, n; l'arc s étant pris pour variable indépendante. La courbure de L a pour expression :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\Sigma\,(lm' - ml)\,n''}{\Sigma m'^2} \ (^{**}).$$

II. Soient $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ les courbures des projections de L, sur trois plans rectangulaires. Soient encore α, β, γ les angles formés, avec les axes, par la tangente à L. On a

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sin^6\alpha}{A^2} + \frac{\sin^6\beta}{B^2} + \frac{\sin^6\gamma}{C^2}.$$

III. Les rayons A, B, C (pris avec des signes convenables), et les angles α, β, γ, satisfont à la condition

$$\frac{\sin^3\alpha\cos\alpha}{A} + \frac{\sin^3\beta\cos\beta}{B} + \frac{\sin^3\gamma\cos\gamma}{C} = 0.$$

IV. Si $\gamma = \frac{\pi}{2}$, les deux dernières équations se réduisent à

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sin^6\alpha}{A^2} + \frac{\cos^6\alpha}{B^2}, \quad \frac{\sin^2\alpha}{A} - \frac{\cos^2\alpha}{B} = 0.$$

On conclut, de celles-ci : $\rho = A + B.$

Ainsi : *Le rayon de courbure, d'une ligne quelconque, est égal à la somme des rayons de courbure des projections de cette ligne sur deux plans parallèles au premier rayon, et perpendiculaires entre eux* (***). (E. C.)

(*) Extraits d'un Mémoire inédit.

(**) Cette formule, *peu pratique,* est tout à fait semblable à celle qui donne la torsion.

(***) Charles Dupin. *Développements de Géométrie,* p. 88.