

Article

Sur un mémoire de libri.

in: Nouvelle correspondance mathématique | Nouvelle correspondance
mathématique - 2 | Sur les polygones circonscrits à une conique. Note sur
l'essai pour les ...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept these Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

SUR UN MÉMOIRE DE LIBRI.

Extrait d'une lettre de M. le capitaine Brocard : « ... Quelque » triste que soit le souvenir de Libri (surtout fatal aux Biblio- » thèques), cet ingénieux mathématicien avait trouvé quelque » chose.... pour la résolution générale de l'équation indéter- » minée

$$» by - ax = c :$$

$$» x = \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \sum_{y=1}^{y=b} \sin \frac{2cy\pi}{b} \cot \frac{ay\pi}{b} .$$

» Il serait très-intéressant d'avoir quelques lignes sur l'exposé
» de la solution... Pouvez-vous combler ce *desideratum* ? »

I. Le Mémoire dans lequel Libri prétendait résoudre les équations indéterminées *de tous les degrés*, a été lu, à l'Académie des Sciences, le 15 juin 1825. Il a pour titre : *Mémoire sur la théorie des nombres* (*). Le trop célèbre auteur commence (**) par faire observer que « *toutes les équations appelées jusqu'ici indéterminées sont plus que déterminées.* » Partant de là, il considère, en particulier, l'équation

$$by - ax = c (**);$$

puis, intégrant, sommant, différentiant, etc. (****), il trouve (p. 57), que *la plus petite valeur* de x est donnée par la formule

$$\delta = \frac{b-1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{u=b} \frac{\sin 2 \left(c - \frac{1}{2} a \right) \frac{u\pi}{b}}{\sin \frac{au\pi}{b}} .$$

(*) *Savants étrangers*, t. V; 1855.

(**) Page 2.

(***) Comme M. Brocard, nous modifions un peu la notation employée par Libri.

(****) Tous ces calculs, s'ils sont exacts, sont très-difficiles à suivre.

A la fin du Mémoire (p. 7), on lit cette Note, curieuse à plus d'un titre :

« Soit proposé, par exemple, de résoudre en nombres entiers
» et positifs l'équation

$$3x + 1 = 4y,$$

» si on la compare avec l'autre

$$ax + c = by,$$

» qui donne

$$» (a) \dots a = \frac{b-1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{y=1}^{y=b} \frac{\sin(2c-a) \frac{y\pi}{b}}{\sin \frac{ay\pi}{b}}$$

» on aura $a=3$, $c=1$, $b=4$, et par conséquent

$$» x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left[\frac{-\sin \frac{\pi}{4}}{\sin \frac{3\pi}{4}} - \frac{\sin \frac{2\pi}{4}}{\sin \frac{6\pi}{4}} - \frac{\sin \frac{5\pi}{4}}{\sin \frac{9\pi}{4}} \right]$$

$$» = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} (-1 + 1 - 1) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

» et la valeur $x=1$ résoudra l'équation proposée, *comme il est facile de voir.*

» Il est clair que l'on aura aussi

$$» x = \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \sum_{y=1}^{y=b} \sin \frac{2cy\pi}{b} \cot \frac{ay\pi}{b}$$

» en développant le second membre de l'équation (a).

» Ces formules pourraient être généralisées, et il serait aisé
» de les étendre aux degrés supérieurs des congruences; mais
» alors on aurait des expressions plus compliquées. »

Que seraient donc ces expressions! La formule (a) est déjà tellement compliquée, que, pour arriver à un résultat évident *a priori*, on est obligé de faire *deux lignes* de calculs!

II. Le *Mémoire sur la théorie des nombres* contient, non-seulement des formules illusoires, mais des théorèmes *faux*. On peut lire, à la page 20 :

« On démontrerait de la même manière tous les théorèmes » que M. Gauss a insérés dans la troisième partie de ses *Recherches arithmétiques*, et beaucoup d'autres; par exemple, on » obtient la congruence

$$1.2.3 \dots (g-1)(g+1) \dots (p-1) + g^{p-1} \equiv 0 \pmod{p} \quad (*)$$

» qui est toujours vérifiée lorsque p est un nombre premier. »

1° Soient $p=5$, $g=3$: on devrait trouver

$$1.2.4 + 3^4 = 89 = \mathcal{M}. 5; \text{ ce qui n'est pas.}$$

2° Soient $p=7$, $g=4$: on devrait trouver

$$1.2.3.5.6 + 4^6 = 180 + 4096 = 4276 = \mathcal{M}. 7; \text{ ou } 6 = \mathcal{M}. 7!$$

III. Ces exemples ne sont pas de simples cas d'exception : le théorème de Libri est toujours faux.

En effet, soit, s'il est possible,

$$1.2.3 \dots (g-1)(g+1) \dots (p-1) + g^{p-1} = \mathcal{M}. p;$$

ou, ce qui est équivalent,

$$1.2.3 \dots (p-1) + g^p = \mathcal{M}. p. \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Le théorème de Wilson (***) consiste dans l'égalité

$$1.2.3 \dots (p-1) + 1 = \mathcal{M}. p. \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

(La fin prochainement.)

(*) Pour ceux de nos jeunes lecteurs qui ne sont pas familiers avec cette notation compliquée, due à Gauss, nous dirons que la congruence

$$A \equiv 0 \pmod{p}$$

équivalut, tout simplement, à l'égalité

$$A = \mathcal{M}. p = \text{multiple de } p.$$

(**) Dans Montucla, Lagrange, Lacroix, Legendre, Lebesgue, je n'ai trouvé aucun renseignement biographique sur *Wilson*, qui n'est pas même cité dans le Dictionnaire de M. Poggendorf. *Jean Wilson* serait-il un pseudonyme?

Conséquemment,

$$g^n - 1 = \mathcal{N}.p \quad (5)$$

Le nombre premier p ne divisant pas g , on a aussi (*)

$$g^{n-1} - 1 = \mathcal{N}.p,$$

ou

$$g^n - g = \mathcal{N}.p \quad (4)$$

Donc enfin

$$g - 1 = \mathcal{N}.p;$$

ce qui est absurde.

IV. Comment un Mémoire renfermant les énormités que nous venons de signaler a-t-il été approuvé par l'Académie des sciences? Comment les Rapporteurs n'ont-ils pas songé à vérifier le théorème de la page 20? Comment l'auteur est-il devenu membre de la section de Géométrie, professeur à la Sorbonne, etc.? (**).

E. CATALAN.

Post-scriptum. La note relative à Wilson (p. 52) nous a valu d'obligeantes communications, dont nous remercions vivement les auteurs. Selon M. le général de Marsilly, « sir Wilson, esquire, » est un géomètre amateur, qui n'est connu que par une phrase » de Waring, et que les historiens de Mathématiques n'ont pas » mentionné parce qu'il n'a rien publié, selon toute apparence. »

(*) Théorème de Fermat.

(**) Comme certain personnage d'une Féerie célèbre, *Libri ne connaissait pas d'obstacles!* Dans un journal de Mathématiques, qu'il publiait à Florence, on peut lire cet énoncé : *Étant donnés deux joueurs d'échecs, qui jouent aussi bien que possible, et une partie d'échecs dans une position quelconque; déterminer au bout de combien de coups il y aura échec et mat¹. La solution du problème sera donnée dans le prochain numéro.*

Bien entendu, la solution n'est jamais venue!

¹ Je cite de mémoire, n'ayant pas le texte sous les yeux; mais je garantis l'exactitude du sens.

M. Édouard Lucas est bien tenté de croire, comme nous, que Wilson et Waring ne font qu'un (*).

Quant au *théorème de Libri*, un autre abonné suppose, bénévolement, que l'énoncé renferme une faute typographique, et qu'il doit être lu ainsi :

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (g-1) g (g+1) \dots (p-1) + g^{p-1} \equiv 0 \pmod{p}.$$

Pour toutes sortes de raisons, inutiles à indiquer, cette hypothèse nous paraît inadmissible.

SUR LES POLYGONES CIRCONSCRITS A UNE CONIQUE;

par M. J. NEUBERG, professeur à l'Athénée de Bruges.

(Suite, voir t. II, p. 1.

II

THÉORÈME DE PONCELET.

8. Soient

$$A_1 = 0, \quad A_2 = 0, \dots, A_n = 0$$

les équations, en coordonnées trilineaires, des côtés d'un polygone quelconque A; M_{ir} le sommet situé à l'intersection des côtés représentés par $A_i = 0, A_r = 0; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, n$ constantes quelconques. L'équation

$$\frac{\lambda_1}{A_1} + \frac{\lambda_2}{A_2} + \dots + \frac{\lambda_n}{A_n} = 0; \quad \dots \quad (10)$$

(*) Est-ce que cette opinion n'aurait pas été celle de Lagrange? Dans le Mémoire intitulé : *Démonstration d'un Théorème nouveau, concernant les nombres premiers* (NOUVEAUX MÉMOIRES DE BERLIN, année 1771), après avoir cité les *Meditationes algebraicae*, qu'il vient de recevoir, l'illustre Géomètre dit simplement : « M. Waring fait honneur de ce théorème à M. Jean Wilson. »