CORRESPONDANCE

Extrait d'une lettre de M. Catalan.

... Je vous dois des remerciements pour la publication de l'aimable et savante lettre du bien regretté Realis. Cependant, cette lettre appelle, me semble-t-il, quelques mots d'explication...j'allais dire : *de justification.* Il n'a jamais été dans ma pensée de vouloir une démonstration du beau théorème de Fermat au moyen de *simples identités.* Si mes souvenirs sont fidèles, voici comment les choses se sont passées.

Quand vous m'avez demandé une démonstration de ce théorème, je vous ai répondu : « Adressez-vous à Realis ; il est, en théorie des nombres, beaucoup plus compétent que moi » ; ou quelque chose d'approchant. Quant à la *nature* de cette démonstration, c'est, comme vous l'écrivait Realis, « une simplification à la démonstration donnée par Euler ».

En 1848, M. Hermite a donné, dans le *Journal de Liouville*, une démonstration très simple de ce premier lemme :

Tout nombre premier, de la forme $4K + 1$, *est la somme de deux carrés.*

Si le plus éminent des géomètres français pouvait en faire autant pour cette autre proposition :

Tout nombre premier, de la forme $4K - 1$, *est la somme de quatre carrés,*

votre désir, qui est aussi le mien, serait accompli. La démonstration exposée par Le Besgue est, de tout point, fort peu satisfaisante...

Nota. — Je ne crois pas que la notice que j'ai publiée sur Realis puisse prêter à la confusion contre laquelle proteste M. Catalan. La pensée de prendre pour la démonstration du théorème de Fermat le secours des identités est une idée que j'avais *personnellement* communiquée à Realis et qu'il a combattue dans la lettre qu'on a pu lire.

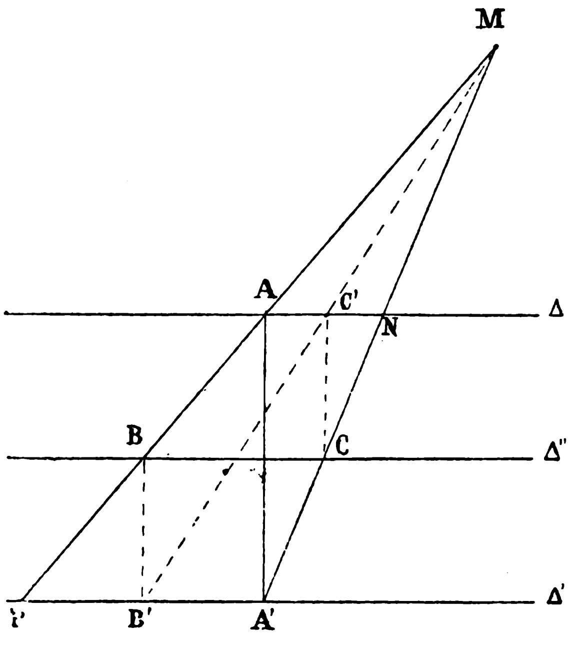
Peut-être la conclusion de cette lettre est-elle trop absolue et il me paraît difficile de borner, *à priori*, l'influence des identités dans cette partie de la théorie des nombres où l'on ne fait pas intervenir *la forme arithmétique* de ceux-ci, mais simplement, comme dans le théorème en question, la condition qu'ils sont entiers.

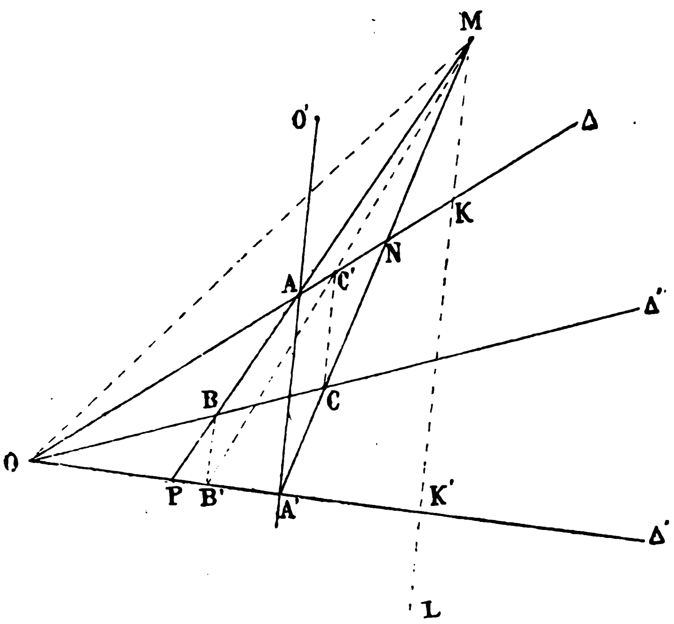
G. L.

QUESTION 168

Solution par M. Delpirou (Lycée Janson de Sailly).

Soient Δ, Δ' *deux parallèles et* Δ'' *la parallèle équidistante ; soit aussi* AA′ *une perpendiculaire commune à* Δ *et à* Δ'. *Ayant pris un point* M, *arbitrairement, dans le plan de ces droites,* MA *et* MA′ *rencontrent* Δ'', *respectivement, aux points* B *et* C. *On projette* B *en* B′ *sur* Δ' ; *et* C *en* C′ *sur* Δ. *Démontrer que les trois points* C′, M, B′ *sont en ligne droite. — Généraliser cette propriété qui est projective.*





C étant le milieu de A′N, C′ est le milieu de AN.

D'autre part B étant au milieu de PA, B′ est milieu de PA′ ; donc MC′ passe par B′, puisque Δ et Δ' sont parallèles.

Supposons que Δ, Δ', Δ'' soient trois droites concourantes en O. Soit AA′ une sécante quelconque, et M le point considéré