A est la droite P de l'hexagone correspondant :

le point AA' est le même que $ad.bf$,
le point BB' est le même que $bc.ae$,
le point AA'' est le même que $ac.ef$,
le point BB'' est le même que $bc.ef$,
le point $A'A''$ est le même que $cd.be$,
le point $B'B''$ est le même que $af.cd$;

$AA'.BB'$ est la droite P de l'hexagone $adcbfe$,
$AA''.BB''$ est le côté ef,
$A'A''.B'B'''$ est le côté cd.

Or ces trois droites se rencontrent au même point $ef.cd$; donc, d'après le théorème connu (question 254), les trois points k_1, k_2, p se rencontrent en un même point.

En changeant b en c et c en b, le point p reste le même; à chaque point p correspondent donc deux droites K : il existe donc quatre-vingt-dix droites K; par le même point p passent donc quatre droites P et deux droites K.

Observations. $cb.ed$ et $bc.de$ donnent la même droite K, et de même $cb.de$ et $bc.ed$.

18. Au résumé, le théorème de Pascal présente de remarquables :

1°. Quarante-cinq points p, vingt points s, soixante points k;

2°. Soixante droites P, quinze droites S, vingt droites C, quatre-vingt-dix droites K;

3°. Par chaque point p passent quatre droites P et deux droites K;

4°. Par chaque point s passent trois droites P et une droite C;

5°. Par chaque point k passent trois droites K.

19. M. Catalan nous a communiqué les théorèmes suivants, qu'il a consignés dans une *Application d'Algèbre à la Géométrie*, ouvrage lithographié non achevé.

THÉORÈME I. *Lorsqu'un hexagone est inscrit à une* *conique, les six points de concours des côtés qui ne sont ni consécutifs ni opposés, sont les sommets d'un hexagone circonscriptible à une autre conique.*

Théorème II. *Quand un hexagone est circonscrit à une conique, les droites menées par les sommets, qui ne sont ni consécutifs ni opposés, sont les côtés d'un hexagone inscriptible à une autre conique.*

Théorème III. *Lorsque des hexagones* H, H′ *sont, l'un inscrit, l'autre circonscrit à une même conique* C, *de manière que les sommets du premier soient les points de contact des côtés du second; si l'on prolonge dans* H *les côtés qui ne sont ni consécutifs ni opposés, et si l'on joint dans* H′ *les sommets qui ne sont ni consécutifs ni opposés, on obtient, d'une part, les sommets d'un hexagone h circonscriptible à une conique c, et, de l'autre, les côtés d'un hexagone h' inscriptible dans une conique c'; le point de concours des droites qui joignent les sommets opposés de l'hexagone h est, relativement à la conique donnée* C, *le pôle de la droite sur laquelle sont situés les points de concours des côtés opposés de l'hexagone h', et les deux hexagones h et h' sont polaires réciproques relativement à cette même conique.*

20. *Note bibliographique.* Pascal, ayant à peine dix-sept ans, a publié son théorème en 1640. Cet opuscule de huit pages in-8°, intitulé : *Essai sur les coniques,* était complétement oublié lorsque Bossut le réimprima dans l'édition des Œuvres complètes de Pascal, qu'il donna en 1779. Ce même opuscule commence le tome IV de la nouvelle édition des Œuvres complètes, que donna Berth... en 1819. Le théorème y est simplement énoncé sous la forme de lemme I (page 2); le nom d'*hexagramme mystique* ne s'y trouve pas. On ne connaît ce nom que par une lettre de Leibnitz, datée de Paris, 30 août 1676, et adressée à Perrier, neveu de Pascal, conseiller à Cler-