



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

**Extraits des procès-verbaux des séances / Société  
philomathique de Paris.**

Paris :A. René,[1836]-1863.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/44829>

**t. 23-25 (1858-60):** <http://www.biodiversitylibrary.org/item/98248>

Article/Chapter Title: Propositions sur la théorie des séries

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 28, Page 29

Contributed by: Smithsonian Libraries

Sponsored by: Smithsonian

Generated 11 December 2015 7:46 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/046320300098248>

This page intentionally left blank.

taux s'altérant facilement à l'air, on n'a pu encore déterminer la position de leurs axes optiques.

8° Aiguilles rhombiques accompagnant quelquefois l'azotate double n° 2. Ces aiguilles se rapportent à un prisme rhomboïdal droit de  $95^{\circ}40'$  environ dont les dimensions ne sont pas encore parfaitement déterminées. Leur composition et leurs propriétés optiques devront aussi être soumises à un nouvel examen.

9° Azotate de lanthane; cristaux roses très aplatis; prisme doublement oblique,  $mt=118^{\circ}30'$ ;  $pm=91^{\circ}30'$  environ;  $pt=96^{\circ}35'$ . Ce sel demande aussi un nouvel examen pour en déterminer les propriétés optiques. Les cristaux qu'on en a obtenu jusqu'ici sont moins nets que ceux des autres sels de lanthane et de cérium.

MATHÉMATIQUES. — M. Catalan communique les propositions suivantes, relatives à la *théorie des séries* (1).

Théorème I. Soit  $f(x)$  une fonction positive et infiniment décroissante, au moins à partir de  $x=0$ ; soit  $F(x)$  la fonction primitive de  $f(x)$ ; on aura, en désignant par  $S_n$  la somme des  $n$  premiers termes de la série  $f(1), f(2), f(3), \dots$ :

$$\left. \begin{aligned} S_n &> F(n+1) - F(1), \\ S_n &< F(n) - F(0). \end{aligned} \right\} \text{(A)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Théorème II. } S_n &> F(n+1) - F(1) + \frac{1}{2} [f(1) + f(n)], \\ S_n &< \frac{1}{2} [F(n-1) - F(0) + F(n+1) - F(2)] \\ &\quad + \frac{1}{2} [f(1) + f(n)]. \end{aligned} \right\} \text{(B)}$$

Théorème III.

$$\left. \begin{aligned} S_n &> F(n-1) - F(1) + \frac{7}{12} f(1) - \frac{1}{12} f(2) + \frac{5}{12} f(n-1) \\ &\quad + \frac{13}{12} f(n), \\ S_n &< F(n) - F(2) + \frac{13}{12} f(1) + \frac{5}{12} f(2) - \frac{1}{12} f(n-1) \\ &\quad + \frac{7}{12} f(n). \end{aligned} \right\} \text{(C)}$$

(1) Quelques-unes de ces propositions sont connues; mais, comme on les démontrait ordinairement en employant le calcul intégral, il paraissait difficile de les faire entrer dans l'enseignement élémentaire.

*Remarques.* I. Les formules (A), qui sont les plus simples et les plus évidentes, sont aussi celles qui donnent le moins d'approximation. Le contraire a lieu pour les formules (C). Si l'on désigne par  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  les limites des erreurs qui résultent de l'emploi de ces trois systèmes de formules, on a

$$\begin{aligned}\alpha &= \left[ F(n+1) - F(n) \right] - \left[ F(1) - F(0) \right], \\ \beta &= \frac{1}{2} \left[ F(n+1) - F(n-1) \right] - \left[ F(1) - \frac{F(0)+F(2)}{2} \right], \\ \gamma &= \left[ F(n) - F(n-1) \right] - \left[ F(2) - (1) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ f(1) - f(n) \right] + \frac{1}{2} \left[ f(2) - f(n-1) \right].\end{aligned}$$

II. Si l'on applique les formules (C) à la formation du *deuxième million* de termes de la *série harmonique*, savoir :

$$\frac{1}{1\ 000\ 001} + \dots + \frac{1}{2\ 000\ 000},$$

l'erreur commise est inférieure à 0, 000 000 001.

III. *Le terme général d'une série ayant pour limite zéro, la somme d'un nombre indéfiniment grand (1) de termes peut avoir pour limite zéro, sans que la série soit convergente.*

*Séance du 3 avril 1858.*

**CHIMIE. États du soufre. Leur préparation. Action de la chaleur.** — M. Berthelot a communiqué à la Société, dans cette séance, la note suivante, relative à l'étude détaillée de la préparation des divers états du soufre et à l'action qu'ils éprouvent de la part du temps et de la chaleur, c'est-à-dire à des faits connus d'une manière générale, mais dont l'examen plus approfondi n'est point sans quelque intérêt.

« I. *Soufre insoluble extrait de la fleur de soufre.* — De toutes les variétés de soufre insoluble, c'est la plus facile à obtenir; elle peut être envisagée comme un type au point de vue de ses propriétés et de ses réactions, car elle se trouve dans un état d'équilibre presque définitif.

» 300 grammes de fleur de soufre sont broyés dans un mortier

(1) *Indéfiniment grand* signifie ici : qui *croît indéfiniment*.