

THÉORIE ET CONSTRUCTION  
DES  
TURBO - MACHINES

PAR

CH. HANOCQ

INGÉNIEUR, PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÈGE



LIÈGE

IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE

4, Place Saint-Michel, 4

—  
1926



A: 327H

Monsieur l'Administrateur-Inspecteur

Bien cordial hommage  
de son dévoué

THÉORIE ET CONSTRUCTION

DES

# TURBO - MACHINES

PAR

CH. HANOCQ

INGÉNIEUR, PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÈGE



LIÈGE

IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE

4, Place Saint-Michel, 4

—  
1926



## AVANT-PROPOS

Une grande partie de cet ouvrage est consacrée à la recherche des propriétés caractéristiques des turbo-machines et à la solution du problème du calcul de leurs dimensions générales, problème qui relève de la Mécanique appliquée ; en ce qui concerne la construction proprement dite, nous nous en sommes tenu au calcul et au tracé des organes les plus importants.

L'absence d'ouvrage d'un caractère didactique, envisageant d'une manière synthétique la théorie et le calcul de toutes les turbo-machines, tant motrices que réceptrices, nous a conduit à faire porter tous nos efforts sur la mise au point de cette troisième partie du cours de construction des machines que nous sommes chargé d'enseigner à la Faculté technique de l'Université de Liège.

Jusqu'à présent, des difficultés matérielles ne nous ont d'ailleurs pas permis d'envisager la publication des deux premières parties.

Pour justifier, toutefois, la division adoptée et la répartition des matières entre les différentes parties, nous avons cru nécessaire de reproduire ci-après, l'introduction à nos leçons sur la première partie : *les Eléments de machines*.

Le présent ouvrage, rédigé principalement en vue de faciliter la tâche de nos élèves, pourra intéresser les ingénieurs qui ont affaire dans l'industrie aux turbo-machines, soit comme ingénieurs d'exploitation, soit comme ingénieurs attachés à la construction proprement dite.

Nous ne nous dissimulons pas toutefois que l'assimilation de la théorie exposée dans le deuxième fascicule peut réclamer un effort assez considérable de la part du lecteur, ne fût-ce qu'en raison de l'abondance de notations qui s'introduisent forcément dans un tel exposé. Pour faciliter la tâche de ceux qui voudront nous suivre, nous avons consacré tout le premier fascicule à l'*étude physique* des différentes catégories de turbo-machines. En nous aidant exclusivement du principe de la conservation de l'énergie et du théorème de la composition des vitesses, nous y avons exposé le fonctionnement de ces machines et présenté comme une conséquence des faits établis par l'expérience, les lois qui régissent leur fonctionnement et qui servent de base au calcul de leurs dimensions générales.

Grâce à cette manière d'introduire le sujet, le lecteur pourra aborder, dans les quatre derniers fascicules, le calcul et la construction des différents types, sans faire une étude préalable approfondie de la *théorie mathématique* exposée dans le deuxième.

Cette théorie, en fournissant une base scientifique aux lois fondamentales et en fixant le degré d'approximation de ces lois, permet toutefois d'acquérir une telle netteté et une telle sûreté de vue, dans l'examen de tous les problèmes posés, que nous n'avons pas hésité à la développer complètement. Nous l'avions esquissée dans notre ouvrage sur les Turbines à vapeur (1907), puis précisée dans celui relatif aux Pompes centrifuges (1909), tous deux épuisés depuis de nombreuses années.

La forme définitive que nous avons pu lui donner aujourd'hui nous a permis de faire une classification rationnelle des différents types de turbo-machines à réaction, et d'expliquer l'évolution de ces machines au point de vue construction, en fournissant une base sûre pour le calcul des dimensions générales et pour l'étude du tracé des aubes.

C'est ainsi que l'on trouvera au 5<sup>e</sup> fascicule réservé à l'étude des ventilateurs, la pré-détermination des courbes caractéristiques de ceux-ci, en partant des coefficients expérimentaux établis par des essais systématiques entrepris sur une pompe centrifuge dont la roue n'avait que 0,200 m. de diamètre.

En appendice nous avons présenté une étude approfondie des pertes de charge et donné connaissance des résultats d'essais que nous avons entrepris sur cette question.

Nous n'avons pu toutefois aborder dans cet ouvrage l'étude des turbines à vapeur et des turbo-compresseurs que nous réservons pour un second volume.

## Introduction au Cours de Construction des Machines

(Première partie)

Le cours de *Construction des machines* a essentiellement pour but de fournir les éléments nécessaires au *calcul* et au *tracé correct* des organes de machines, d'un usage courant dans la construction mécanique moderne. Ces organes doivent être étudiés, non seulement pour résister aux efforts extérieurs auxquels ils sont soumis, mais pour satisfaire à de multiples conditions imposées :

1<sup>o</sup> par les moyens d'exécution dont on dispose qui, rationnellement utilisés, permettent d'abaisser considérablement le prix de revient ;

2<sup>o</sup> par des considérations relatives au montage, démontage, entretien, etc. ;

3<sup>o</sup> enfin, par la nécessité de donner à l'ensemble de la machine à laquelle cet organe appartient, un aspect satisfaisant.

Ce cours s'appuie :

1<sup>o</sup> sur la *mécanique appliquée et la physique industrielle* pour la détermination des dimensions générales de la machine à étudier, et des efforts extérieurs auxquels sont soumis ses organes ;

2<sup>o</sup> sur la *résistance des matériaux* pour le calcul des dimensions principales de ces organes.

Il fait appel aux *propriétés des matériaux* couramment employés dont la connaissance est indispensable pour permettre un choix judicieux de ces matériaux et la fixation du taux de travail admissible dans les conditions d'utilisation prévues.

Pour aborder le cours de construction des machines, ces connaissances ne suffisent pas ; il faut savoir dessiner clairement et proprement à l'échelle et aux instruments, afin de pouvoir proportionner les parties qui échappent à tout calcul, et donner aux organes des formes rationnelles qui s'harmonisent avec l'ensemble de la machine, et qui tiennent compte des moyens d'exécution dont on dispose, tant au point de vue de l'*ébauchage des pièces à la fonderie et à la forge* qu'au point de vue du *parachèvement mécanique dans l'atelier*.

L'étude de ces moyens d'exécution fait l'objet d'un cours spécial, le cours de *Technologie mécanique* qui, pour porter des fruits réels, doit être appuyé par de nombreuses visites d'ateliers.

Un cours comme celui de *Construction des machines* ne se prête à aucune généralisation ; c'est en vain que l'on rechercherait dans un tel cours l'énoncé d'un certain nombre de principes pouvant conduire logiquement à la solution du problème posé.

Il est sans doute possible de préciser les conditions générales à satis-

faire dans l'étude d'un organe de machine, mais il s'agit là, comme on va pouvoir s'en rendre compte, de propositions évidentes *à priori*, dictées par le simple bon sens :

1<sup>o</sup> Les organes devront être capables de résister aux efforts extérieurs, tant statiques que dynamiques auxquels ils sont soumis ; dans certains cas ils devront présenter des déformations limites déterminées.

2<sup>o</sup> Les organes comportant des parties frottantes devront être proportionnés de façon qu'il ne se produise, en marche normale, aucun échauffement capable d'amener le grippement des pièces ou une usure notable, après un temps relativement court ;

3<sup>o</sup> Le montage et le démontage des différentes pièces devra pouvoir se faire facilement, surtout si l'organe est exposé à s'user ou se dérégler ; des dispositifs de rappel devront être prévus pour les organes soumis à des efforts alternatifs et sujets à usure ;

4<sup>o</sup> Les tracés des pièces devront être tels qu'ils permettent autant que possible le parachèvement entièrement mécanique, sans l'intervention de l'ajusteur ; l'emploi de matériaux coûteux et des formes compliquées sera évité autant que possible.

Une règle moins évidente, mais qui est d'une application si générale dans la construction des machines, qu'on peut la considérer comme un « principe », est la suivante :

« Des dispositions doivent toujours être prises pour que les liaisons entre les différentes pièces d'un organe soient *complètes* et empêchent en dehors du *déplacement normalement prévu*, tous les *déplacements accessoires possibles*, même si les conditions de sollicitation font supposer que ces déplacements ne sont pas à craindre ».

Pour fixer les idées à cet égard, nous prendrons un exemple.

Considérons, pour cela, un des organes de transformation du mouvement alternatif en mouvement continu, la *manivelle*.

L'effort agissant sur le bouton de la manivelle étant constamment normal à l'axe, il n'existe aucune composante de l'effort qui tende à déplacer la manivelle latéralement. A première vue, il pourrait paraître superflu d'assurer une liaison latérale de l'arbre portant la manivelle avec le support, ou coussinet. Il n'en est rien : sous l'action des efforts extérieurs qui font fléchir ces organes de même que sous l'action de légères différences dans le parallélisme des axes, différences qui résultent d'imperfections de montage ou d'exécution, il se fait que les composantes axiales de ces efforts deviennent suffisantes pour déterminer le déplacement suivant son axe de l'arbre portant la manivelle. Aussi est-il indispensable de donner à l'arbre des saillies appelées *embases*, empêchant tout déplacement axial. La détermination des efforts auxquels sont soumises ces embases est toutefois impossible et force est de donner à celles-ci des proportions sanctionnées par la pratique.

L'exemple choisi ne permet pas seulement de préciser le principe que nous énoncions plus haut et qui peut être considéré comme d'application générale ; il permet de montrer le rôle que joue dans la construc-



tion des machines la *pratique*, c'est-à-dire l'ensemble des connaissances acquises empiriquement par l'observation directe des particularités résultant de l'utilisation des machines dans les conditions réelles de fonctionnement industriel. Cette pratique conduit à tenir compte, dans chaque cas particulier, de multiples conditions spéciales qui viennent s'ajouter à toutes celles déjà envisagées.

En insistant à nouveau sur ce que chacun des organes doit posséder des formes qui s'harmonisent avec l'ensemble de la machine, de façon à donner à celle-ci un caractère de beauté qui n'échappe pas, même aux moins initiés, et cela sans des complications qui tendraient à accroître sensiblement le prix de revient, nous aurons fait ressortir suffisamment combien le domaine de la construction touche autant à l'art qu'à la science.

La science permet de déterminer quelques dimensions générales au point de vue de l'ensemble de la machine, quelques dimensions particulières au point de vue des organes importants, le reste est affaire de coup d'œil, de jugement, d'une sorte d'intuition qui résulte la plupart du temps d'une longue expérience personnelle.

Le domaine de la construction des machines est immense ; il ne peut être question d'aborder ici qu'une partie de ce domaine, celle qui est non seulement de nature à intéresser plus vivement et plus directement tous les ingénieurs, mais encore celle qui, par l'appoint important que peut lui apporter la science appliquée, possède un caractère formatif plus accentué et une matière plus facile à traiter dans l'enseignement ; nous voulons parler de la *Construction des machines motrices fixes* et des machines *réceptrices importantes* d'un usage général dans l'industrie : pompes, compresseurs, soufflantes, ventilateurs. Ces machines se divisent en deux grandes classes qui, dans l'industrie moderne, prennent une place à peu près équivalente :

- 1<sup>o</sup> Les machines *alternatives* ;
- 2<sup>o</sup> Les machines *rotatives*.

Le cours de construction des machines doit toutefois comprendre, comme introduction, l'étude des organes d'assemblage d'un usage courant et l'étude des organes de transmission du mouvement de rotation.

Il en résulte qu'il se divise naturellement en trois parties :

- 1<sup>re</sup> partie : **les éléments des machines ;**
- 2<sup>e</sup> partie : **les machines alternatives ;**
- 3<sup>e</sup> partie : **les machines rotatives.**

Dans la deuxième partie, on peut traiter à part, comme introduction, les organes de transformation du mouvement alternatif en mouvement continu : piston, crosse, bielle, manivelle, coudé, guide et bâti, arbre et volant, et rattacher à l'étude de chacun des types de machines alternatives envisagées, motrices ou réceptrices, le cylindre et la distribution.

La troisième partie a pris aujourd'hui une très grande importance, en raison de l'adaptation particulièrement heureuse que l'on a pu faire de ces nouveaux moteurs à la commande des génératrices électriques, de même qu'à la grande facilité qu'offrent les machines réceptrices de cette espèce à l'attaque directe par moteur électrique.

Cette troisième partie n'a pas été, jusqu'à présent, traitée avec toute son ampleur dans la plupart des cours de construction des machines et même de mécanique appliquée dont relève le calcul des dimensions générales. Ce calcul fait appel, d'ailleurs, aux connaissances les plus élevées de la mécanique rationnelle, de l'hydraulique et de la thermodynamique enseignées aux ingénieurs. Comme il est impossible, pour cette partie, d'envisager un enseignement qui, se limitant strictement au domaine de la construction proprement dite, écarterait à *priori* tout ce qui touche à la théorie, il a été entendu entre titulaires intéressés, en vue d'éviter des répétitions peu profitables aux élèves, que la théorie des turbines hydrauliques, des pompes centrifuges et ventilateurs, à l'exclusion de celle des turbines à vapeur, ferait partie de l'enseignement prévu sous le titre de « Cours de Construction des machines ».

Nous serons donc amené, dans la troisième partie, à exposer la théorie générale des différentes catégories de turbo-machines et son application aux turbines hydrauliques, aux pompes et aux ventilateurs, avant d'aborder l'étude des principaux organes au point de vue construction.

Ce n'est pas toutefois pour suivre « d'anciens errements », comme certains pourraient le croire, que, dans le cours de construction des machines, de même que dans celui de mécanique appliquée, une place importante restera faite à la machine à vapeur à piston : c'est parce que l'étude d'un avant-projet et d'un projet de machine à vapeur constitue un exercice classique de nature à faire connaître, dans des conditions particulièrement favorables, les principes et les méthodes que la science appliquée met en œuvre.

Cette introduction nous a paru nécessaire, pour préciser l'objet du cours de construction des machines fait à l'Université de Liège, son étendue et ses grandes divisions, ainsi que pour justifier l'orientation particulière donnée à la troisième partie consacrée aux turbo-machines.

---

# COURS DE CONSTRUCTION DES MACHINES

---

## III<sup>e</sup> PARTIE

### LES MACHINES ROTATIVES

---

#### INTRODUCTION

Les machines rotatives ont pris une importance considérable dans l'industrie moderne.

Grâce aux progrès de l'électrotechnique, il est devenu possible de centraliser la production de la force motrice, dans des « centrales » hydrauliques ou thermiques de plusieurs dizaines de milliers de chevaux-vapeur, et de distribuer l'énergie produite sous forme d'énergie électrique, à des distances atteignant parfois plusieurs centaines de kilomètres.

Le problème s'est donc posé depuis une trentaine d'années d'approprier les moteurs et récepteurs mécaniques aux générateurs et moteurs électriques, pour des puissances de plus en plus élevées.

Les grandes vitesses angulaires exigées par les électriciens pour la réalisation dans des conditions économiques de leurs machines électriques, ont conduit les mécaniciens à abandonner de plus en plus la construction des machines alternatives dont le mécanisme bielle-manivelle s'accommodait mal des grands nombres de tours, pour perfectionner les machines du type rotatif. Ces machines permettent d'ailleurs, maintenant que la plupart des difficultés soulevées par leur construction sont vaincues, d'obtenir des puissances spécifiques tout à fait inconnues sous le règne de la machine à piston, avec une sécurité de marche équivalente.

Jusqu'à présent, toutefois, on n'est pas parvenu à réaliser dans le type rotatif, la machine motrice à gaz. De plus, la machine à vapeur alternative continue à s'imposer dans les applications spéciales : installations de faible importance, ou ne permettant pas l'emploi de la condensation, ou encore exigeant de forts couples de démarrage et des renversements de marche fréquents. C'est dire qu'il ne peut être question de laisser de côté l'étude des machines alternatives ni au point de vue théorique, ni au point de vue construction, mais qu'il

convient de faire une place de plus en plus importante aux machines rotatives, dans l'enseignement de la mécanique appliquée et de la construction.

Les machines rotatives peuvent se diviser en deux catégories bien distinctes :

- 1<sup>o</sup> Les *machines volumogènes* ;
- 2<sup>o</sup> Les *turbo-machines*.

### § 1. — Les machines volumogènes

Dans la première catégorie, il n'y a lieu de considérer que les machines réceptrices, destinées à déplacer les fluides ou à les comprimer : pompes, soufflantes, compresseurs.

Toutes les tentatives d'application du principe utilisé dans ces machines, à la réalisation d'un moteur à vapeur économique, ont en effet, échoué complètement par suite de l'importance prise dans la consommation totale par les fuites et les condensations.

A l'heure actuelle, seuls des moteurs à air comprimé de très petite puissance sont construits sur le principe représenté par le schéma de la figure 1.

Nous donnons (fig. 1, 2 et 3) les schémas des types fondamentaux de machines réceptrices volumogènes construites actuellement. Leur fonctionnement est facile à saisir.



Fig. 1.

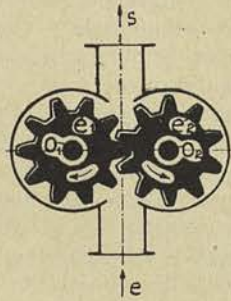


Fig. 2.

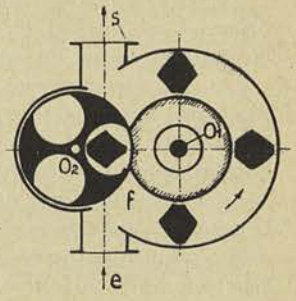


Fig. 3.

*Premier type* (fig. 1). — Dans le premier type, un cylindre *c* excentré par rapport à l'enveloppe cylindrique *g*, porte deux palettes mobiles *p* qui, sous l'action du ressort *r* (non dessiné), sont maintenues constamment en contact avec la paroi *g*. Par la rotation du cylindre *c*, les palettes engendrent par tour un volume égal à celui de l'espace pointillé, abstraction faite des fuites.

Pour réduire ces fuites au minimum, il convient d'établir un contact aussi parfait que possible entre les deux cylindres en  $f$ , ainsi qu'entre les palettes et les parois latérales de l'enveloppe  $g$ .

Ce type est utilisé comme pompe à huile et, dans ces derniers temps, comme compresseur d'air.

*Deuxième type* (fig. 2). — Dans le deuxième type, l'axe moteur  $o_1$ , entraîne, par l'intermédiaire de la roue dentée  $e_1$ , la roue dentée  $e_2$ , calée sur l'axe  $o_2$  entièrement libre.

Les parois des couvercles se trouvant en contact avec les faces latérales des roues dentées sur toute leur étendue, le volume du fluide entraîné entre la denture et les parois de l'enveloppe, passe de la conduite d'aspiration  $e$  dans la conduite de refoulement  $s$ , sans pouvoir faire retour sur lui-même, grâce au contact permanent existant entre les dents, sur la ligne d'engrènement des deux roues. Ce système est utilisé comme pompe à huile pour le graissage sous pression des paliers des machines à grande vitesse ; il n'est guère approprié pour déplacer d'autres liquides que l'huile, en raison de l'usure que prendrait rapidement la denture.

*Troisième type* (fig. 3). — Pour pouvoir utiliser le même principe aux pompes, aux soufflantes destinées à déplacer des fluides éventuellement chargés de matières en suspension, on préfère employer un troisième type dans lequel l'axe moteur  $o_1$  entraîne l'axe  $o_2$  par l'intermédiaire d'une paire de roues dentées extérieures à l'enveloppe et non dessinées. Le tracé des palettes est étudié de telle façon qu'il y ait contact permanent dans la partie centrale  $f$  et que le volume engendré par la rotation des palettes soit rendu maximum.

Sur ce principe, on réalise aujourd'hui, outre des pompes à faible débit capables de déplacer des liquides relativement chargés, des soufflantes destinées à l'alimentation de cubilots, etc.

Dans tous les appareils que nous venons de décrire schématiquement, nous constatons que les parties mobiles entraînées par l'axe moteur, engendrent directement à chaque tour, un *certain volume*, d'où le nom de machines *volumogènes* qui leur a été donné.

Leur théorie pourrait se borner à l'évaluation du volume réel débité en tenant compte des fuites ; pour le troisième type, la question de la recherche des formes à donner aux palettes en vue de porter au maximum le volume engendré par tour, et d'assurer d'une façon aussi parfaite que possible l'étanchéité au centre  $f$ , pourrait prendre une certaine importance. Mais les applications des *machines volumogènes* sont trop restreintes *actuellement* pour qu'il soit rationnel, dans un cours général comme celui que nous présentons ici, de nous y arrêter plus longuement.

## § 2. — Les turbo-machines

La catégorie des machines désignées sous le nom de *turbo-machines* est de beaucoup la plus importante.

C'est dans cette catégorie que rentrent les turbines à vapeur et les turbines hydrauliques des grandes centrales modernes.

Par *turbo-machine*, il faut entendre une machine *motrice* ou *réceptrice* dans laquelle l'organe moteur ou récepteur est constitué par une *roue cloisonnée* qui, réagissant ou agissant sur le fluide évoluant, détermine par le jeu des forces d'inertie, la transformation d'énergie potentielle ou d'énergie cinétique en travail mécanique, ou bien la transformation de travail mécanique en énergie potentielle de pression. Les turbo-machines construites actuellement dans l'industrie peuvent se diviser en quatre grandes classes :

- |                               |   |  |
|-------------------------------|---|--|
| A) Les machines motrices :    | { | 1° à eau : turbine hydraulique ;                 |
|                               | } | 2° à vapeur : turbine à vapeur.                  |
| B) Les machines réceptrices : | { | 1° à eau : pompe centrifuge ;                    |
|                               | } | 2° à air : ventilateur, soufflante, compresseur. |

La turbine à gaz, étudiée depuis une vingtaine d'années, n'a pu, jusqu'à présent, être réalisée pratiquement, tout au moins dans des conditions telles que son fonctionnement soit suffisamment sûr, et sa consommation assez faible, pour qu'elle puisse lutter avec la machine à piston.

Quelle que soit la classe à laquelle elle appartienne, une turbo-machine comporte, d'une façon générale, les *trois éléments caractéristiques* suivants : (fig. 4, 5, 6) :

1° Le *distributeur d*, chargé de diviser le fluide évoluant en lames minces, et d'orienter les jets ainsi formés dans une direction appropriée, sur le pourtour de l'organe moteur ou récepteur ;

2° La *roue r*, organe moteur ou récepteur, constituée par *deux flasques* réunies par des cloisons ou *aubes*, formant les canaux dans lesquels s'engage le fluide, orienté par le distributeur ;

3° Le *diffuseur d*, entourant la sortie de l'organe mobile et disposé de façon que les particules fluides sortant de celui-ci avec une vitesse relativement grande, puissent passer progressivement à une vitesse plus faible.

Suivant l'orientation générale du courant fluide à travers l'organe mobile, on peut distinguer :

1° Le type *axial* ou *hélicoïde* (fig. 4), dans lequel la trajectoire d'un élément fluide quelconque à travers la roue, est contenue dans une surface cylindrique dont l'axe coïncide avec celui de la roue ;

2° Le type *hélico-centrifuge* (fig. 5), dans lequel la trajectoire parallèle à l'axe au point d'entrée des canaux de la roue, est contenue dans un plan perpendiculaire à l'axe, au point de sortie.

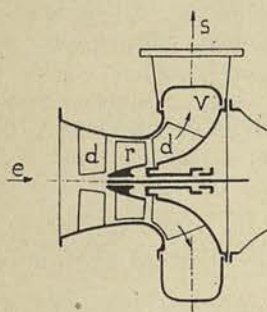


Fig. 4.

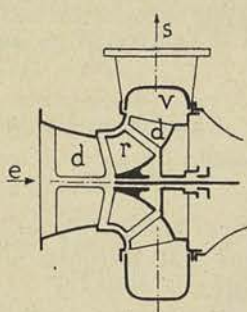


Fig. 5.

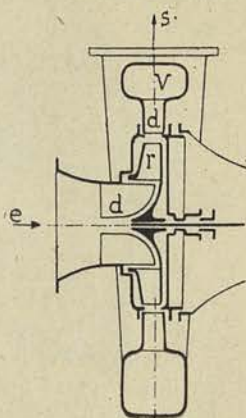


Fig. 6.

3° Le type *centrifuge* (fig. 6), dans lequel les filets sont tangents depuis l'entrée de l'organe mobile jusqu'à sa sortie, à un plan perpendiculaire à l'axe.

Si, dans les types représentés figure 5 et figure 6, nous supposons le mouvement général du fluide de sens inverse à celui indiqué par la flèche, nous aurons alors affaire respectivement :

5° Au type *hélico-centripète* ;

6° Au type *centripète*.

*Cherchons à nous rendre compte sommairement du fonctionnement de ces machines. Nous aurons à considérer deux cas.*

A. — 1<sup>er</sup> CAS

*L'axe tend à être immobilisé par un couple résistant. — Nous pouvons faire deux hypothèses :*

*Première hypothèse. — La pression est plus grande en e qu'en s*

$$p_e > p_s$$

Sous l'action de cette différence de pression ( $p_e - p_s$ ), le fluide s'écoulera à travers le distributeur *d*, la roue *r*, le diffuseur *d*. Par l'action

des jets sur l'aubage de la roue et par la *réaction* du fluide dans celui-ci, un couple naîtra qui tendra à équilibrer le couple résistant et à provoquer la rotation de l'axe ; en appropriant le couple résistant au couple moteur de façon à réaliser une vitesse de rotation de l'axe en rapport avec la vitesse des éléments fluides à la sortie du distributeur, nous parviendrons à recueillir sur l'axe la plus grande partie de l'énergie disponible dans le fluide à l'entrée. Nous aurons donc affaire à une turbine.

*Deuxième hypothèse.* — La pression est plus grande en  $s$  qu'en  $e$

$$p_s > p_e$$

L'écoulement se fera cette fois de l'extérieur de la roue vers l'intérieur, à travers le diffuseur, qui deviendra le distributeur, la roue, et le distributeur qui deviendra le diffuseur.

Comme dans le cas précédent, par l'action des jets et la réaction du fluide dans l'aubage, le couple moteur tendra à équilibrer le couple résistant et à mettre l'axe en mouvement.

Nous aurons de nouveau affaire à une turbine.

#### B. — 2<sup>me</sup> CAS

*L'axe est soumis à un couple moteur et entraîné à une certaine vitesse de rotation.*

Dans ce cas, le fluide, sous l'action des forces d'inertie, en particulier de la force centrifuge, se déplacera de  $e$  vers  $s$ , et il s'établira une différence de pression entre l'entrée en  $e$  et la sortie en  $s$  de telle sorte que

$$p_s > p_e ;$$

nous aurons affaire à une *pompe* ou un *ventilateur*, suivant la nature du fluide mis en mouvement.

Bien que différentes d'aspect extérieur suivant la nature du fluide évoluant, on peut dire que toutes les *turbines à injection totale* peuvent être représentées schématiquement par l'une des figures 4, 5 et 6,

*Remarque.* — Dans la classe des turbines, nous pouvons toutefois concevoir une disposition un peu différente : au lieu de faire l'injection du fluide évoluant sur toute la périphérie de la roue, nous pourrions limiter le distributeur à un certain nombre d'aubes groupées par sections et réparties sur la circonférence, à la condition toutefois de régler les sections d'entrée et de sortie de l'aubage mobile, de façon que la pression soit la même à la sortie en  $s$  qu'à l'entrée en  $e$ .



Ces turbines sont désignées sous le nom de *turbines d'action*, parce que le couple moteur résulte *exclusivement* de l'action des jets sur l'aubage.

Elles peuvent différer notablement comme aspect extérieur, des turbines précédentes à *injection totale* et à *réaction partielle*, parce que le débit n'étant pas lié aux dimensions de la roue, on peut agrandir le diamètre de celle-ci dans de très grandes proportions et réduire le distributeur jusqu'à l'extrême limite, d'une, deux ou quatre tuyères, comme dans les turbines hydrauliques du type *Pelton* et à vapeur du type de *Laval* (fig. 7).

Au point de vue des principes sur lesquels repose le fonctionnement des turbines, il n'y a pas de différences essentielles à faire entre les turbines *d'action* et les turbines à *réaction*.

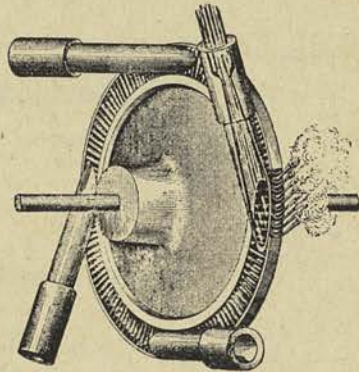


Fig. 7.



## PREMIER FASCICULE

# Description, Fonctionnement, Théorie élémentaire des turbo-machines

## CHAPITRE I

### LES TURBINES HYDRAULIQUES

#### § 1. — Introduction

Pour utiliser l'énergie gravifique disponible dans les *chutes d'eau* que l'on rencontre à l'état naturel ou que l'on peut provoquer d'une manière artificielle sur le cours d'une rivière à pente relativement forte, on utilisait autrefois des roues hydrauliques.

Leur construction ne réclamait que des moyens d'exécution relativement primitifs tels que ceux dont pouvaient disposer couramment les ateliers de construction au milieu du siècle dernier ; utilisées dans nos contrées, principalement pour actionner les forges et les moulins, elles étaient relativement bien appropriées à leur destination : la question du rendement de même que celle de la constance de la vitesse de rotation, pouvaient, en effet, être considérées comme secondaires. A l'heure actuelle, ce genre de moteur ne répond plus aux exigences de la technique, tout particulièrement au point de vue du nombre de tours limite qui est beaucoup trop faible et de la régularisation automatique de la vitesse de rotation, qu'il faut considérer comme à peu près irréalisable. Nous ne parlerons pas, en conséquence, des roues hydrauliques, renvoyant le lecteur à des ouvrages spéciaux ou à des traités généraux <sup>(1)</sup> de mécanique appliquée, pour l'étude de cette question qui ne présente plus qu'un intérêt rétrospectif.

La turbine hydraulique, qui devait permettre l'utilisation des grandes puissances et des hautes chutes et donner plus tard naissance à l'industrie de la « houille blanche », fut réalisée, à l'origine, sous la forme d'une turbine centrifuge à injection totale, par *Fourneyron* (1826) et un peu plus tard (1839), sous la forme d'une turbine axiale, par *Fontaine*.

---

<sup>(1)</sup> BOULVIN. Cours de mécanique appliquée aux machines (2<sup>e</sup> fascicule).

H. HUBERT. Précis de cours de mécanique appliquée et de physique industrielle, tome III.

La turbine *Francis*, du type centripète à réaction partielle, qui vit le jour en 1849, constitue le prototype des turbines utilisées à peu près exclusivement aujourd'hui, en dehors des turbines pour hautes et très hautes chutes.

L'étude de l'aménagement des chutes d'eau ne peut trouver sa place ici, d'autant plus qu'elle ne manque pas d'ampleur.

Il s'agit en effet, tout d'abord, dans une telle étude, de fixer les méthodes propres à déterminer le régime de la rivière dont on veut utiliser les chutes : c'est de ce régime que dépend la puissance disponible.

S'il est possible de créer une réserve d'eau importante, suffisante pour parer aux fluctuations annuelles, la puissance réellement disponible sera celle fixée par le débit moyen de la chute ; sinon, on ne pourra guère compter comme réellement disponible que la puissance correspondant à un débit minimum ou débit d'*étiage*, à moins de créer une centrale thermique de secours. Comme il est reconnu aujourd'hui qu'une telle solution est rarement économique, parce qu'elle grève lourdement les frais de premier établissement et rend l'exploitation plus difficile et plus onéreuse, on se rend compte de l'importance que peuvent prendre les études préliminaires à l'utilisation d'une chute d'eau. Le régime de la rivière étant reconnu favorable avec la réserve d'eau que l'on peut créer, soit pour parer aux fluctuations de la demande d'énergie dans le cours d'une journée, soit pour parer aux variations de débit dans le cours de l'année, il reste à étudier l'aménagement de la chute.

Si la chute existe à l'état naturel, il faut créer un canal de dérivation, ou une conduite forcée dans le cas de chute relativement élevée, de façon à amener l'eau du bief supérieur dans la salle des turbines. Si la chute n'existe pas, il faut la créer préalablement par un barrage artificiel.

La détermination des dimensions du canal d'amenée ou de la conduite forcée réclame des connaissances d'hydraulique qui ne peuvent être exposées ici.

Les travaux d'art nécessaires à l'aménagement de la chute ainsi qu'à l'installation de la centrale avec ses grilles de protection et de son canal de fuite, peuvent être très importants, et il convient d'en faire une étude assez complète dans un avant-projet, pour qu'il soit possible d'établir avec une certaine précision le prix de revient du cheval-an et prévoir les résultats économiques de l'entreprise.

On conçoit que, lorsque l'on tient compte de tous les facteurs en cause, toutes les chutes soient loin de pouvoir être considérées comme pratiquement exploitables.

Nous donnons à titre d'exemple (fig. 8) la coupe en élévation de l'installation schématisée, d'une centrale à très basse chute.

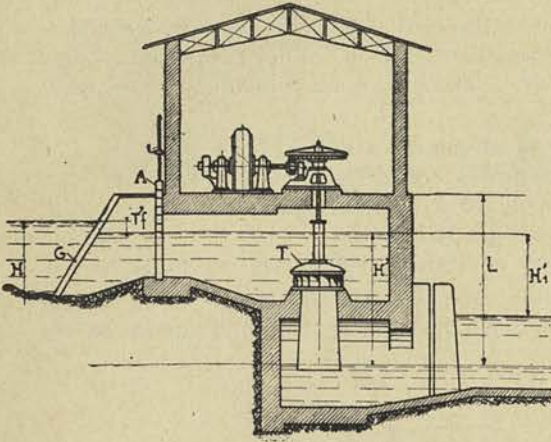


Fig. 8.

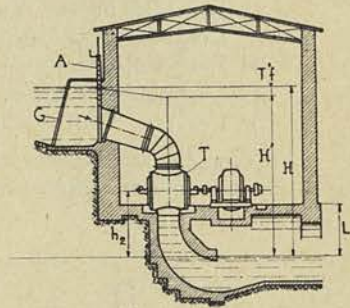


Fig. 9.

La figure 9 représente la coupe en élévation d'une centrale à basse chute et la figure 10, celle d'une centrale à haute chute, avec son

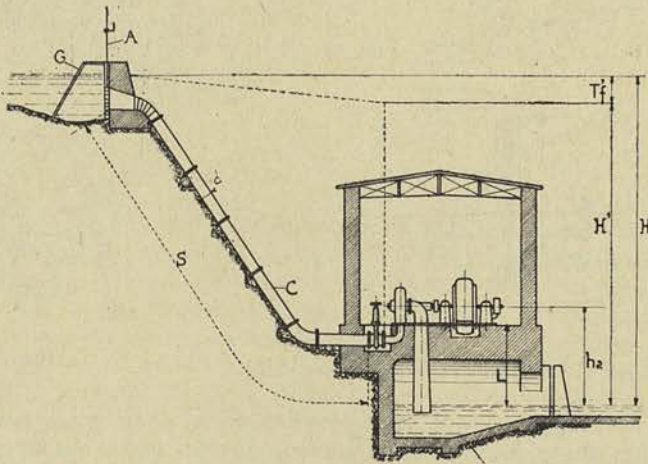


Fig. 10.

bassin de mise en charge, placé de façon à réduire au minimum la longueur des conduites forcées.

§ 2. — Description schématique et classification  
des différents types

On peut classer les chutes utilisées d'après leur hauteur, les dispositions adoptées pour l'aménagement et le choix des types de turbines dépendant essentiellement de la hauteur. A ce point de vue, on peut distinguer :

- 1° Les très basses chutes, inférieures à 8 mètres ;
- 2° Les basses chutes, comprises entre 8 et 20 mètres ;
- 3° Les chutes moyennes, de 20 à 60 mètres ;
- 4° Les hautes chutes, de 60 à 100 mètres ;
- 5° Les très hautes chutes, de 100 à 1.000 mètres et plus.

Avec les très basses chutes, on utilise les turbines à *bâche ouverte* représentées schématiquement par les figures 11 à 14. Pour les basses

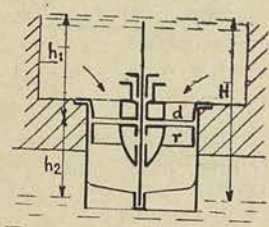


Fig. 11.

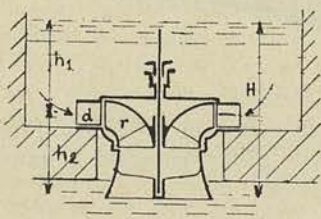


Fig. 12.

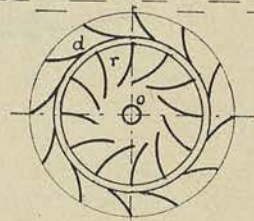
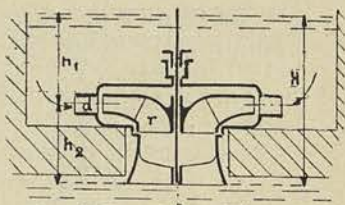


Fig. 13.

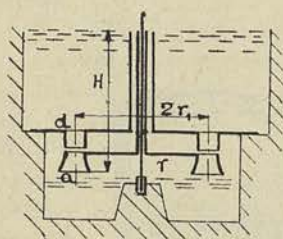


Fig. 14.

chutes, les turbines sont généralement logées dans une enveloppe métallique qui porte le nom de *huche*, reliée au bief d'amont par une conduite appropriée (fig. 15).

Dans le cas des chutes moyennes et des hautes chutes, l'installation comporte une conduite générale *e* alimentant en dérivation les différentes turbines au moyen de conduits spiraliformes entourant le distributeur de chacune d'elles (fig. 16).

Pour les très hautes chutes, on utilise exclusivement la roue d'action à injection partielle (fig. 17), ou le type spécial connu sous le nom de

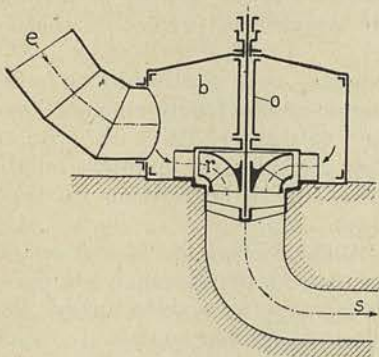


Fig. 15.

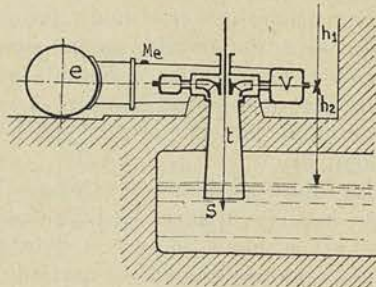


Fig. 16.

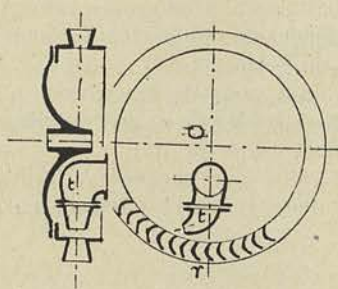


Fig. 17.

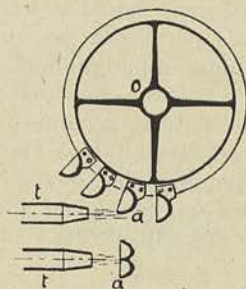


Fig. 18.

roue *Pellon*, dans lequel le distributeur se ramène à une ou deux tuyères disposées tangentiellement à la périphérie d'une roue à augets (fig. 18).

Les turbines peuvent être construites à axe vertical ou horizontal. Pour les très basses chutes, la turbine verticale est mieux appropriée.

Pour les basses chutes et les chutes moyennes, on peut employer l'une ou l'autre, suivant les conditions d'installation. Avec la disposition horizontale, les organes de la turbine sont généralement plus accessibles. La roue de la turbine peut être placée à un niveau intermédiaire à la condition de disposer à la sortie une conduite convenablement calculée pour débiter à *gueule bée*, et créer ainsi une succion correspondant à la hauteur de chute  $h_2$  (fig. 16).

Ce tube de succion ne peut toutefois dépasser une certaine fraction de la hauteur correspondant à la pression atmosphérique, c'est-à-dire dans les conditions normales, 6,50 à 7 mètres.

Cette disposition avec tube de succion a l'avantage de permettre de surélever la turbine notablement au-dessus du niveau d'aval et, partant, de rendre celle-ci plus accessible. Dans le cas où la turbine adoptée est du type horizontal, cette disposition permet de mettre les génératrices à l'abri des crues.

Les généralités que nous avons exposées dans l'introduction nous dispensent de décrire, même sommairement, le fonctionnement des turbines représentées schématiquement figures 11, 12 et 13 ; toutes trois sont à *injection totale* et à *réaction partielle* : la première est du type axial, la seconde du type hélico-centripète, la troisième du type centripète.

La figure 14 donne le schéma d'une turbine axiale du type d'action dans laquelle, d'après la définition que nous en avons donnée, la pression est la même de part et d'autre de la roue ; avec cette turbine, on peut employer l'injection partielle et la roue est *non noyée*.

La figure 17 représente le schéma d'une roue d'action du type centrifuge employée pour les très hautes chutes, dans laquelle le distributeur se réduit à une seule tuyère *t*.

La figure 18 se rapporte à une roue du type Pelton, d'aspect assez différent, dans lequel la tuyère distributrice est disposée tangentielle-ment à la périphérie, les aubes en forme de cuiller étant symétriquement disposées par rapport au plan de la roue.

Dans les dessins schématisés que nous présentons ici, nous n'avons pas représenté la turbine à réaction partielle du type centrifuge que l'on ne construit plus à l'heure actuelle (voir fig. 59).

Lorsque le débit devient considérable par rapport à la hauteur de chute, on est amené à associer deux roues et parfois quatre, *en parallèle* (fig. 19 et 20).

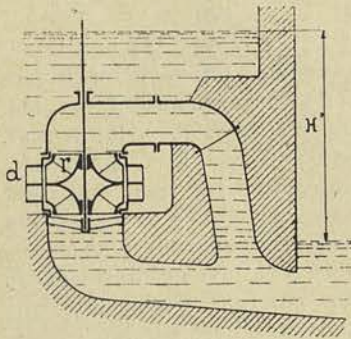


Fig. 19.

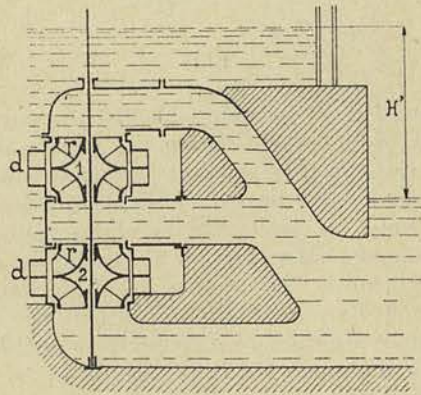


Fig. 20.

Ce type de turbine présente toutefois l'inconvénient d'exiger des dispositions coûteuses pour les conduits d'évacuation et de rendre



les organes de la turbine très peu accessibles. Aussi, tous les efforts de ces dernières années ont-ils été orientés vers la création de types à une seule ouïe, capables de s'accommoder des grands débits auxquels on est conduit avec les très basses chutes, lorsqu'on veut réaliser des unités un peu puissantes.

### § 3. — Fonctionnement des turbines

#### A) TURBINES A RÉACTION PARTIELLE

Nous donnons (fig. 21) la disposition schématisée de l'ensemble d'une turbine à réaction à axe horizontal, montrant le tuyau d'amenée, la volute d'alimentation du distributeur et le tube de succion.

La figure 16 donne, dans les mêmes conditions, l'ensemble d'une turbine à axe vertical.

Quelle que soit la disposition adoptée, l'eau arrive à l'entrée du distributeur en  $M_e$ , avec une certaine pression, que nous représenterons par  $p_e$  et sort à l'ouïe en  $M_s$  avec une pression que nous désignerons par  $p_s$ . Entre la hauteur totale de chute  $H$  et la hauteur utilisable que nous désignerons par  $H'$ , il existe la relation évidente

$$H' = H - T'_f - T''_f \quad (1)$$

si  $T'_f$  et  $T''_f$  désignent les pertes de charge respectivement dans la conduite d'amenée et le tube de succion.

On appelle, en effet, *perle de charge*, la hauteur de la colonne fluide qui fait équilibre aux résistances opposées au déplacement du fluide par les frottements.

Nous établirons plus loin que la valeur de  $H'$  peut être déterminée en fonction des pressions relevées en  $M_e$  et  $M_s$ , et des vitesses en ces points, par la relation

$$H' = v(p_e - p_s) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (2)$$

On voit que, si les diamètres des tuyauteries sont les mêmes en  $e$  et  $s$ , la hauteur  $H'$  sera simplement donnée par la différence des lectures faites aux deux manomètres placés à l'entrée et à la sortie, à la

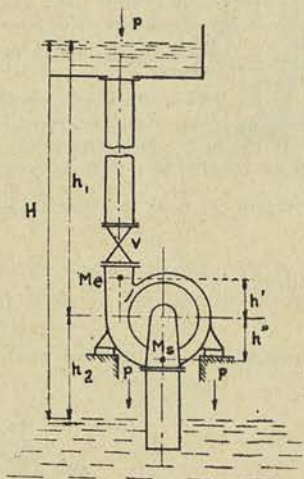


Fig. 21.

condition d'y ajouter la distance verticale comprise entre les points de branchement ; de là le nom de *hauteur manométrique* donné à H'.

En s'appuyant sur le théorème de la composition des vitesses <sup>(1)</sup>, il est possible de faire saisir d'une façon précise ce qui se passe dans le distributeur et dans la roue d'une turbine, sous l'action de la différence de pression ( $p_e - p_s$ ).

Nous examinerons tout d'abord le cas de la turbine centripète représentée schématiquement fig. 24, avec la volute  $v$ , son distributeur  $d$ , sa roue cloisonnée de rayon extérieur  $r_1$  et son diffuseur à l'ouïe de largeur  $l_2$ . La vitesse à l'entrée du distributeur étant représentée par  $c_0$ , la pression correspondante par  $p_0$ , nous aurons, à la sortie du distributeur la vitesse  $c_1$  et la pression  $p_1$ , à la sortie de la roue la vitesse  $c_2$  et la pression  $p_2$ .

<sup>(1)</sup> Si M est un mobile (fig. 22) qui se déplace sur la trajectoire MM' alors que cette trajectoire elle-même se déplace dans la direction MM<sub>1</sub>, il y a lieu de distinguer :

1° La vitesse du point sur la trajectoire ou *vitesse relative*, que nous désignerons par  $w$  ;

2° La vitesse du déplacement de la trajectoire par rapport aux axes supposés fixes ou *vitesse d'entraînement*, que nous représenterons par  $u$  ;

3° Enfin, la vitesse du point M par rapport aux mêmes axes que nous appelons *vitesse absolue* et que nous représenterons par  $c$ .

Entre ces trois vitesses, il existe la relation vectorielle :

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$$

puisque

$$\overline{MM_1'} = \overline{MM'} + \overline{M'M_1''} \quad (4)$$

en négligeant l'infinitement petit du second ordre  $M_1'M_1''$ .

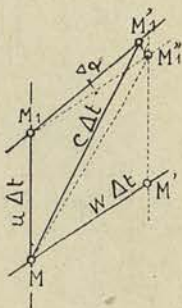


Fig. 22.

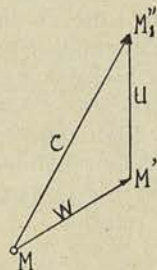


Fig. 23.

On peut donc conclure que, pour trouver la vitesse absolue  $c$ , connaissant  $w$  et  $u$ , il suffit de tracer le 3<sup>e</sup> côté du triangle ayant pour deux autres côtés  $w$  et  $u$  (fig. 23)  $c$  se présentant comme le vecteur résultant des deux vecteurs composants  $w$  et  $u$ .

Réciproquement, la vitesse absolue  $c$  étant connue, il est facile de trouver la vitesse relative  $w$ , si l'on donne  $u$  en direction, sens et intensité.

Sous l'action de la différence de pression ( $p_0 - p_1$ ), le fluide prend dans le distributeur une vitesse croissante jusqu'à atteindre  $c_1$  à la sortie ; si  $Q$  est le débit de la turbine, nous pourrions déterminer  $c_1$

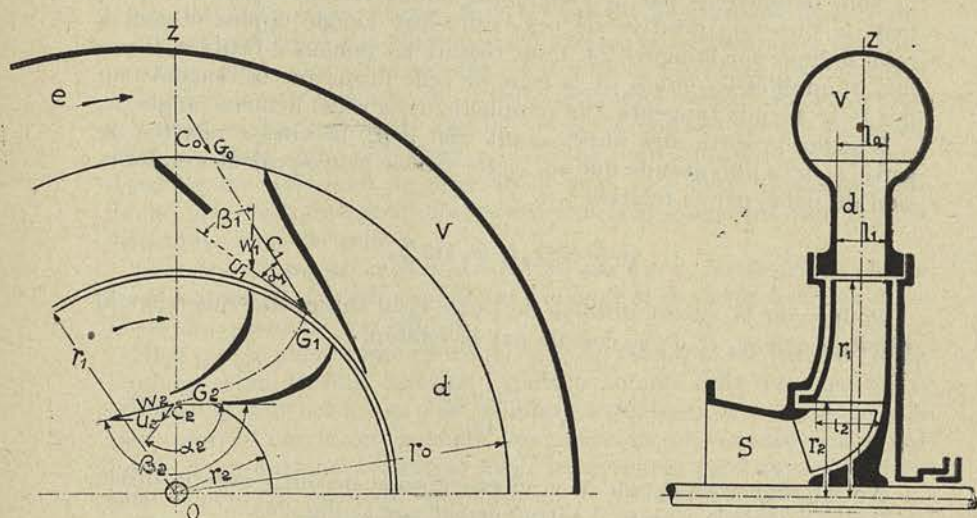


Fig. 24.

en écrivant que le débit est égal à la section de sortie du distributeur  $2\pi r_1 l_1$  multipliée par la projection de la vitesse  $c_1$  sur la direction normale à la section, c'est-à-dire sur le rayon

$$Q = 2\pi r_1 l_1 c_1 \sin \alpha_1; \quad (5)$$

De cette relation on tire, en effet :

$$c_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 l_1 \sin \alpha_1} \quad (6)$$

$\alpha_1$  désignant l'angle que fait la direction des aubes du distributeur avec la tangente à la périphérie de la roue.

Connaissant  $c_1$  et la vitesse périphérique  $u_1$  de la roue, que l'on déduit du nombre de tours par la relation

$$u_1 = \frac{2\pi r_1 N}{60}, \quad (7)$$

il est possible de déterminer la vitesse relative  $w_1$  du fluide par rapport à la roue en mouvement ; il suffit de tracer le troisième côté du triangle

ayant pour deux autres côtés la vitesse absolue  $c_1$  et la vitesse d'entraînement  $u_1$ , et cela de telle façon que  $c_1$  se présente comme la résultante géométrique de  $w_1$  et de  $u_1$ .

Nous désignerons par  $\beta_1$  l'angle que fait la direction positive de  $w_1$  avec la direction positive de  $u_1$ , c'est-à-dire l'angle opposé et égal à celui indiqué sur la figure 24. Pour réduire les remous à l'entrée, il y a lieu de profiler les aubes de la roue de telle façon que la tangente au dos fasse avec la tangente à la périphérie de la roue, le même angle  $\beta_1$ .

L'angle de sortie des aubes étant égal à  $\beta_2$ , la vitesse relative de sortie  $w_2$  sera plus grande que  $w_1$ ; cette vitesse peut se calculer en fonction du débit par la relation

$$Q = 2\pi r_2 l_2 w_2 \sin \beta_2 \quad (8)$$

Pour avoir la vitesse absolue de sortie  $c_2$ , il suffira de rechercher la résultante de  $w_2$  et de  $u_2$  calculé par la relation

$$u_2 = \frac{2\pi r_2 N}{60} \quad (9)$$

Nous désignerons l'angle de la vitesse absolue de sortie avec la direction positive de la vitesse d'entraînement par  $\alpha_2$  (fig. 24).

Les angles étant mesurés dans le sens des aiguilles d'une montre à partir de la direction positive de la vitesse d'entraînement, on voit que la présence des aubes a pour effet de dévier le fluide *dans la roue*, d'un angle

$$\beta_2 - \beta_1$$

tandis qu'au point de vue de la vitesse absolue, la déviation atteint l'angle

$$\alpha_2 - \alpha_1,$$

et que la variation de vitesse a pour valeur

$$c_1 - c_2.$$

La variation de l'énergie cinétique atteint, dans ces conditions par kg. de fluide débité

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2$$

et cette énergie est totalement transformée en travail moteur sur l'arbre, si l'on fait abstraction des pertes par frottement. Remarquons que cette différence croît jusqu'à un certain maximum, quand la vitesse périphérique  $u_1$  augmente.

On peut se rendre compte du phénomène de transformation de l'énergie cinétique en énergie mécanique, en observant que la déviation des jets dirigés à l'entrée de la roue suivant l'angle  $\beta_1$  et qui sont orientés à la sortie suivant l'angle  $\beta_2$ , a pour effet de déterminer sur les aubes une poussée dirigée dans le sens du mouvement de la roue.

Dans l'hypothèse non réalisée, il est vrai, avec les turbines à réaction partielle, dont nous nous occupons en ce moment, où  $p_2$  pourrait être considéré comme égal à  $p_1$ , le travail mécanique recueilli sur l'axe proviendrait exclusivement de l'action de cette poussée sur les aubes en rotation. Mais, dans la réalité,  $p_2$  est plus petit que  $p_1$  et, de ce fait, il existe une différence de pression de part et d'autre des aubes qui donne une résultante pour chaque aube, dirigée également dans le sens du mouvement de celle-ci.

La valeur du travail produit sur l'arbre par kg. de fluide débité, résulte donc à la fois de l'action des jets sur l'aubage et de la réaction non équilibrée des pressions sur celui-ci.

Bien que le phénomène provoqué par la variation de pression dans l'aubage d'une turbine à réaction partielle comme celle que nous envisageons ici, soit beaucoup plus complexe à analyser, il est utile pour le faire saisir, d'une façon tangible, d'examiner ce qui se passe dans le cas limite d'une turbine à réaction totale représentée par l'appareil connu sous le nom de *tourniquet hydraulique*.

Dans cet appareil représenté schématiquement fig. 25, la rotation de l'axe est provoquée uniquement par la réaction non équilibrée du fluide sur la paroi opposée à la section d'écoulement ; cette paroi, soumise à la pression d'admission d'un côté, ne supporte du côté opposé que la pression extérieure  $p$  ; il en résulte, pour chacune des branches, une force dirigée en sens inverse de l'écoulement du fluide qui tend à provoquer la rotation du système mobile dans le sens de la flèche  $u_2$ .

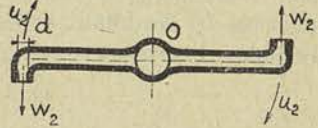


Fig. 25.

On peut remarquer qu'ici comme dans la turbine à réaction partielle, la quantité d'énergie transformée en travail croît à mesure que la vitesse périphérique augmente ; pour une vitesse périphérique  $u_2$  égale à la vitesse relative de sortie  $w_2$  des tuyères, la vitesse absolue de sortie  $c_2$  sera égale à zéro :

$$c_2 = w_2 - u_2 = 0,$$

et toute l'énergie disponible sera transformée en travail.

Il est possible de saisir à présent le sens exact de l'expression *turbine à réaction partielle* que nous employons pour caractériser les turbines à injection totale que nous envisageons ici ; le travail produit n'est dû, en effet, que pour une partie à la réaction non équilibrée du fluide sur

l'aube, l'autre partie provenant de l'action des jets qui, déviés, provoquent également une poussée dans le sens du mouvement.

#### B) TURBINES D'ACTION

On peut concevoir des turbines qui ne fonctionnent que par l'action des jets sortant du distributeur et dirigés sur l'aubage mobile. Ces turbines sont nécessairement caractérisées, d'après ce que nous venons de dire, par l'égalité des pressions de part et d'autre de l'organe mobile, c'est-à-dire par

$$p_2 = p_1 \quad (10)$$

Pour réaliser une turbine d'action, il faut et il suffit que la forme et les dimensions données à l'aubage mobile permettent de réaliser cette égalité des pressions. Nous verrons, après l'exposé de la théorie, comment on peut traduire algébriquement cette condition.

Avec les types de turbines d'action, on peut réaliser l'*injection partielle*, c'est-à-dire constituer le distributeur par une série de groupes d'aubes, disposés en secteurs également répartis sur la circonférence ; la pression étant la même de part et d'autre de l'aubage mobile, il n'y a pas à craindre, en effet, dans ce cas, une dispersion des jets à la sortie du distributeur.

Cette particularité fondamentale des turbines d'action de se prêter à l'utilisation de l'injection partielle a pour conséquence de laisser au constructeur la possibilité de fixer, d'après les conditions de meilleur rendement, le diamètre de la roue, sans avoir à satisfaire à la relation (5) du débit ; celle-ci peut s'écrire, en effet, dans le cas des turbines d'action :

$$Q = 2\pi r_1 l_1 i c_1 \sin \alpha_1 \quad (11)$$

$i$  désignant le *degré d'injection*.

Comme le constructeur peut réduire  $i$  à volonté, il n'existe plus aucune relation imposée entre le diamètre  $2r_1$  de la roue, et le débit  $Q$  donné.

Avec les turbines d'action, toute l'énergie potentielle disponible dans la chute étant utilisée dans le distributeur, la vitesse  $c_1$  peut se calculer en fonction de la hauteur manométrique de chute  $H'$ .

Connaissant  $c_1$  et la vitesse périphérique  $u_1$ , il est possible de déterminer  $w_1$ .

Abstraction faite des pertes par frottement, la vitesse de sortie de l'aubage sera égale à  $w_1$ , dans les turbines axiales tout au moins ; dans ces dernières, en effet, la force centrifuge n'intervient pas pour com-

muniquer une certaine énergie au fluide évoluant et, partant, l'énergie absorbée par les frottements étant supposée nulle, nous aurons :

$$\frac{1}{2g} w_2^2 = \frac{1}{2g} w_1^2$$

Connaissant  $w_2$  et  $u_2$  (égale à  $u_1$  pour les turbines axiales), il sera possible de déterminer  $c_2$  et finalement la variation d'énergie cinétique par kg. de fluide débité :

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2.$$

Comme pour les turbines à réaction, la vitesse  $c_2$  diminue à mesure que  $u_1$  augmente et, partant, le rendement croît tout au moins jusqu'à une certaine limite, correspondant à une valeur de  $u_1$  voisine de  $0,5 c_1$ .

#### § 4. — Rendement des turbines. Courbes caractéristiques.

Nous désignons sous le nom de *rendement*, le rapport entre ce qu'un appareil nous *rend* et ce que nous lui *donnons*, les deux quantités étant exprimées en unités de même espèce.

Dans le cas des turbines, nous appellerons *rendement* et nous le désignerons par  $\eta_e$ , le rapport entre la *puissance recueillie* sur l'axe et la *puissance théoriquement utilisable*.

Si nous désignons par  $N_u$  cette dernière, par  $Q$  le débit,  $\delta$  le poids spécifique,  $H'$  étant la *hauteur de chute utilisable*, nous aurons :

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (12)$$

En appelant  $N_e$  la puissance recueillie sur l'axe, il viendra, par définition :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_u} \quad (13)$$

Remarquons que la puissance réellement produite par le fluide dans l'aubage, est plus grande que  $N_e$ , une partie de cette puissance étant absorbée par ce que nous pourrions appeler les frottements externes :

- 1° Frottement des flasques de la roue dans l'eau ;
- 2° Frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages.

Désignons par  $N'_f$  la puissance absorbée par le premier, par  $N''_f$  la puissance absorbée par le second, et posons :

$$N_o = N'_f + N''_f \quad (14)$$

Désignons par  $N_i$  la puissance réellement produite par le fluide dans l'aubage ; nous aurons, par définition :

$$N_i = N_e + N_o \quad (15)$$

et nous pourrions écrire :

$$\gamma_e = \frac{N_e}{N_i} \frac{N_i}{N_u} = \gamma_o \times \gamma_i \quad (16)$$

$\gamma_o$  et  $\gamma_i$  pouvant être appelés *rendement organique* et *rendement indiqué*, par analogie avec les définitions adoptées pour les machines à piston.

Examinons comment varie le rendement d'une turbine avec le nombre de tours  $N$  de l'axe, celle-ci fonctionnant sous une hauteur manométrique de chute  $H'$  constante. Supposons pour cela que le distributeur soit ouvert d'un angle  $\alpha_1$  constant, et freinons l'axe de telle façon que la roue soit immobilisée.

Le débit mesuré étant égal à  $Q$ , la hauteur utilisable étant égale à  $H'$ , la puissance théoriquement utilisable sera représentée par :

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75}$$

Comme la puissance produite est évidemment nulle pour  $N$  égal à 0, on peut affirmer que le rendement  $\gamma_e$  ira croissant avec  $N$  depuis zéro pour la vitesse nulle, jusqu'à un certain maximum.

Que le rendement passe par un maximum, c'est ce qu'on peut déduire de ce fait qu'il existe une autre vitesse  $N$  pour laquelle le couple moteur tombe à zéro, par suite de la résistance absorbée par le frottement de la roue dans l'eau qui croît comme le cube de la vitesse, de l'accroissement de  $c_2$  à partir d'une certaine vitesse périphérique, et de l'action de la force centrifuge qui, dans la turbine centripète tout au moins, tend de plus en plus à équilibrer la différence des pressions appliquées à la roue.

Si nous traçons un diagramme de  $\gamma_e$  en fonction de  $N$ , nous obtiendrons donc une courbe (fig. 26) passant par un maximum généralement compris entre 0,80 et 0,90, maximum qui est atteint pour une valeur du nombre de tours  $N$  d'autant plus élevée que  $H'$  est plus grand.

Si nous opérons, en effet, avec une hauteur  $H'_1$  plus grande que  $H'$ , le rendement maximum ne sera pas sensiblement différent du précédent, mais ce maximum sera reporté vers la droite (fig. 26). Chose remarquable, si, au lieu de porter en abscisse  $N$ , nous portons le rapport  $x_1$  de la vitesse périphérique  $u_1$  à la racine carrée de  $H'$  ou, ce qui revient au même, à  $\sqrt{2gH'}$

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$



(valeur qui, pour  $H'$  constant, est proportionnelle à  $N$ ), les courbes de rendement se superposent, quelle que soit la valeur de  $H'$ .

Ainsi, la courbe de la figure 27 est caractéristique d'un type donné. Elle est non seulement vraie pour une turbine d'un type donné de dimensions déterminées, elle est valable avec une approximation suffisante pour toutes les turbines géométriquement semblables, quelles qu'en soient les dimensions. Il est donc du plus haut intérêt de pouvoir déterminer cette courbe caractéristique, puisque celle-ci permettra d'établir les dimensions qui correspondent à des données imposées pour réaliser, au débit normal, avec une turbine du même type, le rendement maximum possible.

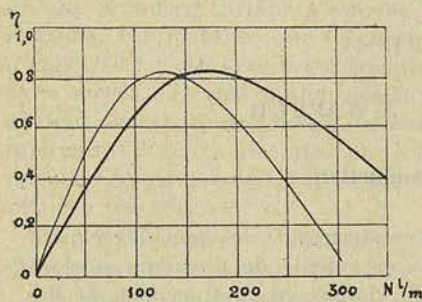


Fig. 26.

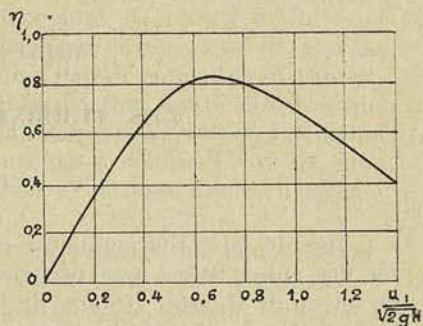


Fig. 27.

C'est l'objet de la théorie de fixer les courbes caractéristiques des différents systèmes en fonction d'un certain nombre de coefficients que l'expérience pourra déterminer, et du coefficient  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  que nous désignerons sous le nom de coefficient de vitesse.

Grâce à la théorie, il sera possible de discuter la valeur relative des différents systèmes pour diverses conditions d'application, de calculer les dimensions d'une turbine réalisant un rendement déterminé en fonction des trois données généralement imposées :

- 1° La hauteur  $H'$  résultant des conditions d'installation ;
- 2° Le débit  $Q$  résultant du débit total de la chute et du nombre d'unités que l'on s'impose ;
- 3° Le nombre de tours  $N$ , que l'on cherche généralement à rendre aussi grand que possible pour réduire l'encombrement et le prix de la turbine, ainsi que celui de la génératrice électrique dans le cas où l'on adopte l'attaque directe.

Comme nous le montrerons en conclusion de l'exposé de la théorie que nous présentons dans le deuxième fascicule, il existe non seulement une courbe caractéristique pour un type donné, mais un coefficient

caractéristique  $R$  d'un type donné. Ce coefficient, pouvant être déterminé d'autre part en fonction des données  $Q$ ,  $H$  et  $N$ , par la relation

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H^{\frac{3}{2}}}$$

il en résulte que, pour pouvoir répondre à un problème posé, il ne suffit pas de faire varier les dimensions, mais qu'il faut faire varier les proportions de la turbine.

Nous verrons comment ces propriétés caractéristiques ressortent lumineusement de la théorie.

## CHAPITRE II

### LES TURBINES A VAPEUR

#### § 1. — Introduction

L'idée de faire tourner une roue en dirigeant des jets de vapeur sur des aubes fixées à sa périphérie, est vieille de plusieurs siècles ; un dessin de *Giovani Branca*, de 1629, donne, en effet, le principe des turbines d'action actuelles. On peut faire remonter plus haut encore, à *Héron d'Alexandrie*, le principe des turbines à réaction totale.

Comme on peut s'en rendre compte, lorsqu'en 1884 l'ingénieur anglais *Parsons* parvint à réaliser une turbine de 10 chevaux tournant à la vitesse de 18.000 tours minute, l'idée n'était pas neuve ; mais, dans un tel domaine, l'idée n'est rien et la réalisation est tout. Il fallait d'ailleurs, pour mener à bien une telle œuvre, toutes les ressources de la métallurgie et de la mécanique modernes.

Si l'on se place au point de vue industriel, c'est donc à *Parsons* que revient sans conteste le mérite non seulement d'avoir mis sur pied la première turbine à vapeur, mais d'avoir perfectionné d'année en année la turbine à réaction partielle, pour en faire rapidement un concurrent redoutable de la machine à piston : les dates qui suivent permettront de se rendre compte de la rapidité des progrès réalisés.

En 1886, la consommation par cheval effectif pour la turbine de 10 chevaux sans condensation, était de 28,6 kgs.

En 1892, pour 100 Kw. à condensation, elle n'était plus que de 9,5 kgs.

En 1896, pour 400 Kw., elle descendait dans les mêmes conditions à 6,75 kgs.

En 1889, *de Laval*, ingénieur suédois, était parvenu à construire, d'une manière remarquablement ingénieuse, une turbine du type d'action (fig. 7), à une seule roue tournant au nombre de tours fantastique de 30.000 par minute, et réalisant ainsi une vitesse périphérique de 400 mètres par seconde. Pour ramener le nombre de tours à une

valeur appropriée à la commande des génératrices électriques, il fallait utiliser un engrenage de réduction permettant de passer de 30.000 tours à 3.000 tours et moins, et, à cette époque, la construction de roues dentées pouvant tourner d'une façon satisfaisante au point de vue de l'usure et du bruit à des nombres de tours aussi élevés, représentait un tour de force. Le constructeur avait été obligé, toutefois, de s'en tenir à des vitesses linéaires assez faibles au cercle primitif des roues dentées, ce qui limitait la puissance des unités à 300 chevaux environ ; aussi, malgré sa simplicité relative, l'ingéniosité et la hardiesse de sa conception, sa consommation remarquablement faible pour des puissances aussi réduites, la turbine de Laval ne pût-elle entrer en lice avec succès, contre la machine à piston. Ce n'est qu'en 1898 qu'une première turbine à vapeur importante, de 1000 Kw. du type Parsons, fut installée sur le continent, pour les services de la ville d'Elberfeld ; c'est vers cette époque que *Rateau* entreprit en France, avec succès, la construction des turbines d'action multicellulaires qui allaient permettre de réaliser des consommations équivalentes et même inférieures à celles atteintes par les turbines à réaction Parsons, sans dépasser la vitesse de rotation appropriée à l'attaque directe des génératrices électriques.

En 1896, Curtis, en Amérique, sur un principe un peu différent, était parvenu à obtenir des consommations également favorables.

En 10 ans (1900 à 1910), ces pionniers Parsons, Rateau, Curtis et à leur suite de nombreux constructeurs devenus leurs concessionnaires, portèrent le nouveau moteur à un degré de perfection telle que, tant au point de vue de la sécurité de marche qu'à celui de la consommation, la victoire sur la machine à piston fut assurée pour les unités dépassant 1000 Kw.

On peut se demander comment il se fait que des idées aussi vieilles, beaucoup plus vieilles que celles qui ont servi de point de départ à l'invention de la machine à piston, aient mis plusieurs siècles pour passer dans le domaine des réalisations pratiques.

L'absence des connaissances précises sur les lois de l'écoulement des fluides compressibles, la nécessité, comme l'a démontré plus tard la théorie, d'atteindre des vitesses périphériques très élevées pour obtenir un bon rendement, rendirent vaines les tentatives des premiers inventeurs ; ce n'est que le jour où l'on pût disposer de matériaux à haute limite élastique et de moyens d'exécution extrêmement parfaits, que les conceptions qui, jusque là, apparaissaient comme théoriques, purent être réalisées industriellement.

Pour assurer le succès commercial du nouveau moteur, il fallait, au surplus, un milieu favorable ; aussi, la construction de la turbine à vapeur ne prit-elle un réel essor qu'à partir du jour où les progrès de l'électrotechnique permirent d'envisager la centralisation de la production de la force motrice et sa distribution économique à de très grandes distances.

On peut se demander aussi comment cette idée qui hanta tant de cerveaux pendant plus d'un siècle ne mit guère qu'un quart de siècle pour passer de la plus modeste réalisation d'un moteur de 10 chevaux, à la construction d'unités de plusieurs dizaines de milliers de chevaux, poussées à leur ultime perfection.

La raison qui paraît dominer toutes les autres, c'est que les recherches auxquelles se livrèrent les constructeurs furent guidées par la science ; de véritables laboratoires furent créés dans les usines pour vérifier les coefficients nécessaires au calcul et pour fixer les conditions de meilleur rendement des différents éléments.

Les progrès réalisés d'autre part dans la métallurgie et dans l'outillage des ateliers permirent d'atteindre un tel degré de perfection dans l'exécution, une constance si parfaite dans la fabrication, que les conceptions théoriques les plus audacieuses purent passer dans la pratique avec plein succès.

## §. 2. — Description schématique et classification des différents types

Si l'on veut établir un parallèle entre les turbines hydrauliques et les turbines à vapeur, force est de préciser dès l'origine de l'exposé, ce qu'il faut entendre par énergie disponible.

Dans les turbines hydrauliques, travaillant sous une hauteur manométrique  $H'm$ , l'énergie disponible par kg. de fluide débité a pour valeur  $H'kgm$  ; dans une turbine à vapeur, l'énergie disponible par kg. de fluide débité, si la pression d'alimentation est égale à  $p_e$  et la pression d'émission égale à  $p_s$ , a pour valeur :

$$H' = \int_{p_s}^{p_e} v dp \quad (17)$$

$p$  et  $v$  désignant la pression et le volume spécifique à un instant quelconque de la détente adiabatique du fluide.

Pour rendre cette notion plus tangible, rappelons ce qu'on entend par cycle de Rankine.

Considérons pour cela l'ensemble de la figure 28, comprenant :

1° Une chaudière  $C_e$  capable de fournir de la vapeur à la pression  $p_e$  à la température  $t_e$  ;

2° Un cylindre  $C$  supposé *imperméable à la chaleur*, fermé à l'une des extrémités par un piston étanche et sans frottement et en relation, par l'autre extrémité, avec la chaudière  $C_e$ , d'une part, et un condenseur  $C_s$  d'autre part ;

3° Un condenseur  $C_s$  permettant de condenser la vapeur à la température  $t_s$  sous la pression constante  $p_s$  ;

4° Une pompe  $P$  capable de reprendre l'eau condensée à la température  $t_s$  sous la pression  $p_s$  et de la comprimer à la pression  $p_e$ , pour la refouler dans la chaudière  $C_e$ .

Nous pourrons faire parcourir à un kg. d'eau pris à la pression  $p_s$  à la température  $t_s$ , le cycle des transformations suivantes :

a) Compression de  $p_s$  à  $p_e$ , qui permet de le faire passer dans la chaudière  $C_e$  ;

b) Echauffement de  $t_s$  à  $t_e$  ;

c) Vaporisation sous pression constante (et éventuellement surchauffe sous pression constante à la température  $t'_e$ ).

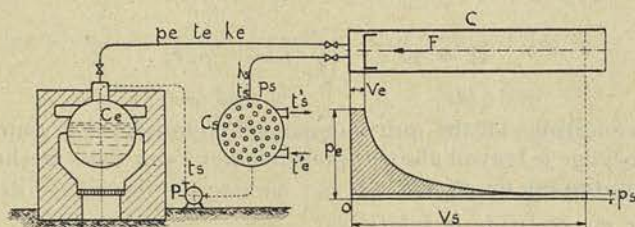


Fig. 28.

(La chaudière est mise, pour cela, en communication avec le cylindre et l'effort  $F$ , exercé sur le piston de section  $S$ , est réduit d'une quantité aussi petite que possible de façon que

$$F < p_e S ;$$

le piston, dans ces conditions, se déplace jusqu'à engendrer un volume  $v_e$  égal au volume du kg. de vapeur, à la pression  $p_e$ , à la température  $t_e$ , en effectuant un travail extérieur  $p_e v_e$  ;

d) Détente adiabatique du kg. de vapeur de  $p_e$  à  $p_s$ . (Le cylindre est isolé de la chaudière et, par la diminution progressive de la force  $F$ , de façon à réaliser constamment l'égalité à un infiniment petit près, de la pression totale exercée par la vapeur sur le piston, et de l'effort extérieur  $F$ , l'expansion de la vapeur se produit ; les frottements du piston étant supposés nuls, le cylindre étant imperméable à la chaleur, l'opération est réversible et la détente est adiabatique ; le travail effectué dans cette détente est proportionnel à l'aire comprise entre les ordonnées correspondant à  $v_e$  et  $v_s$  et a pour valeur

$$\int_e^s p dv$$

$p$  étant lié à  $v$  par la loi de détente adiabatique  $pv^k = C^{te}$  ;

e) La pression atteinte étant égale à  $p_s$ , *expulsion et condensation de la vapeur au condenseur C<sub>s</sub>*. (L'effort extérieur F étant accru d'une quantité si faible soit-elle, le mouvement du piston se produit en sens inverse et le travail absorbé a pour valeur  $p_s v_s$ ).

L'énergie utilisable par kg. évoluant entre les pressions  $p_e$  et  $p_s$ , que nous désignerons comme précédemment par  $H'$ , est donc égale à

$$H' = p_e v_e + \int_e^s p dv - p_s v_s \quad (18)$$

dans les conditions idéales que nous venons d'envisager, et pour autant que l'on néglige le travail absorbé pour refouler l'eau dans la chaudière, en la comprimant de  $p_s$  à  $p_e$ .

Comme en vertu de la relation

$$d(pv) = p dv + v dp$$

ou encore

$$\int_e^s d(pv) = \int_e^s p dv + \int_e^s v dp,$$

nous pourrions poser

$$H' = - \int_e^s v dp = \int_s^e v dp \quad (19)$$

Ainsi, le maximum de l'énergie que nous puissions tirer de 1 kg. de vapeur évoluant entre la pression  $p_e$  la température  $t_e$  d'une part, et la pression  $p_s$  la température  $t_s$  d'autre part, sera donnée par  $\int_s^e v dp$ , l'intégration étant effectuée en prenant pour loi de variation de la pression en fonction du volume  $v$  celle qui correspond à la détente adiabatique, c'est-à-dire à une détente s'effectuant sans cession ni soustraction de chaleur au fluide évoluant, et dans des conditions telles que la transformation soit réversible.

Nous appellerons *rendement thermodynamique* du cycle le rapport entre l'énergie  $\mathfrak{E}_e$  effectivement disponible par kg. de fluide débité, et l'énergie théoriquement utilisable  $\mathfrak{E}_u$ :

$$\eta_e = \frac{\mathfrak{E}_e}{\mathfrak{E}_u} = \frac{\mathfrak{E}_c}{H'} \quad (20)$$

Ce rendement atteint, dans la machine à piston, environ 0,70, pour les meilleures conditions d'utilisation.

Nous verrons qu'il atteint aujourd'hui, dans la turbine à vapeur, bien près de 0,80.

En vertu du principe de la conservation de l'énergie, nous pouvons écrire qu'il y a équivalence entre l'énergie mécanique utilisable  $H' \text{ kgm}$  et l'énergie calorifique  $(\lambda_e - \lambda_s)$  disparue par kg,  $\lambda_e$  et  $\lambda_s$  représentant respectivement la quantité de chaleur totale contenue dans 1 kg. de vapeur à l'état  $e$  et la quantité de chaleur à l'état  $s$ .

Nous pourrions donc poser

$$H' = E (\lambda_e - \lambda_s) \quad (21)$$

Avec les pressions réalisées couramment aujourd'hui de

$$\begin{aligned} p_e &= 12 \text{ à } 15 \text{ kg/cm}^2 & t_e &= 300 \text{ à } 350^\circ; \\ p_s &= 0,05 \text{ à } 0,03 \text{ kg/cm}^2 & t_s &= 32^\circ,7 \text{ à } 23^\circ,9, \end{aligned}$$

la quantité d'énergie disponible par kg. de fluide évoluant, atteint

$$H' = E (\lambda_e - \lambda_s) = 91700 \text{ à } 110300 \text{ kgm.} \quad (22)$$

Si nous imaginons maintenant que le fluide se détende librement dans une tuyère de la pression  $p_e$  à la pression  $p_s$ , la vitesse acquise par les particules devra être telle que

$$\frac{1}{2g} c^2 = H', \quad (23)$$

en vertu du principe de la conservation de l'énergie.

Dans le distributeur d'une turbine d'action fonctionnant entre les pressions  $p_e$  et  $p_s$ , la vitesse atteindra donc une valeur donnée par cette relation (23), puisque la détente est complète dans l'aubage fixe.

Pour des différences de pression comme celles indiquées ci-dessus, cela conduit à des valeurs de  $c$  égales à 1340 à 1435 m/sec.

La vitesse réelle est en raison de l'influence des frottements, un peu plus faible, mais elle n'en atteint pas moins dans les conditions normales

$$c_2 = 1250 \text{ à } 1350 \text{ m/sec.}$$

Avec de telles vitesses, les sections nécessaires pour débiter 1 kg. par seconde sont inférieures à

$$0 \text{ m}^2,0019 \text{ à } 0 \text{ m}^2,00287.$$

D'autre part, nous avons vu dans l'étude élémentaire des turbines hydrauliques que, pour pouvoir réaliser un bon rendement, il faut donner à la vitesse périphérique une valeur qui dépend de la vitesse  $c_1$  à la sortie du distributeur et qui, dans la plupart des cas, atteint  $1/3$  et plus de la vitesse  $c_1$ .

On conçoit dès lors que l'aspect extérieur d'une turbine à vapeur qui utilise un fluide élastique capable, en se détendant librement, de prendre des vitesses aussi extraordinairement élevées, soit très différent de celui des turbines hydrauliques décrites au chapitre précédent.

Proportions à part, on peut pourtant dire qu'elles ne diffèrent pas de ces dernières.

Toutefois, forcé de *fractionner* la différence des pressions totale disponible, de façon à n'avoir plus que des vitesses d'écoulement beaucoup plus faibles, on est amené à créer des types comprenant un grand nombre de turbines simples, associées en tension ; la vapeur va se détendant progressivement en passant de l'une à l'autre, la vitesse maximum atteinte à la sortie de chacun des distributeurs successifs étant d'autant plus faible que le nombre d'étages de pression est plus grand.

Ces turbines diffèrent totalement d'aspect suivant qu'il s'agit de turbines d'action (fig. 29) ou de turbines à réaction (fig. 36).

On peut, en effet, comme dans les turbines hydrauliques, distinguer :

a) les *turbines d'action*, dans lesquelles la pression est la même de part et d'autre de l'organe mobile, la détente s'effectuant *entièrement* dans le distributeur ;

b) les *turbines à réaction partielle*, dans lesquelles la pression est plus grande à l'entrée qu'à la sortie de l'organe mobile, la détente se faisant *en partie dans le distributeur, en partie dans la roue*.

Avec ces dernières, on est forcé d'employer l'injection totale pour éviter la dispersion des jets à la sortie de l'aubage distributeur ; il en résulte que le diamètre de la roue est lié au débit, et que l'on doit, pour réduire la section d'écoulement, utiliser tout au moins dans les premiers étages, un diamètre d'aubage relativement faible. Comme dans les turbines hydrauliques, on peut distinguer les *turbines axiales* des *turbines centrifuges ou centripètes* ; mais, en raison des proportions de l'aubage mobile, on peut presque toujours négliger la variation de rayon  $r$  dans ces dernières, et raisonner sur une turbine *radiale* comme sur une turbine *axiale*.

Les turbines à vapeur peuvent être construites avec l'*axe horizontal* ou avec l'*axe vertical*.

Aujourd'hui, le type vertical est à peu près abandonné pour les moyennes et grandes puissances.



§ 3. — Fonctionnement des turbines

A) TURBINES D'ACTION

1° A 1 ROUE.— Examinons tout d'abord le fonctionnement de la turbine à une roue représentée schématiquement figure 29.

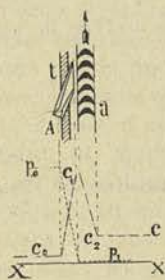
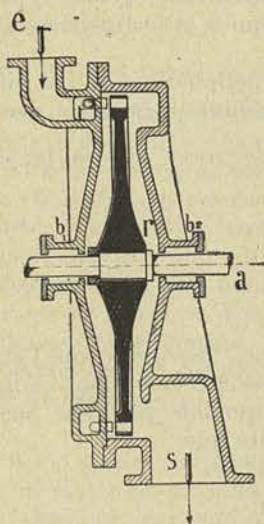


Fig. 29

L'angle de l'axe de la tuyère ou de l'aubage directeur, avec le plan de la roue étant égal à  $\alpha_1$  (fig. 30), nous obtiendrons la vitesse relative  $w_1$  d'entrée dans la roue en traçant le troisième côté du triangle des vitesses ayant pour deux autres côtés  $c_1$  et  $u_1$ . Pour réduire l'influence nuisible du choc sur les aubes, il conviendra de profiler celles-ci de telle sorte que la tangente au dos soit orientée suivant  $w_1$ .

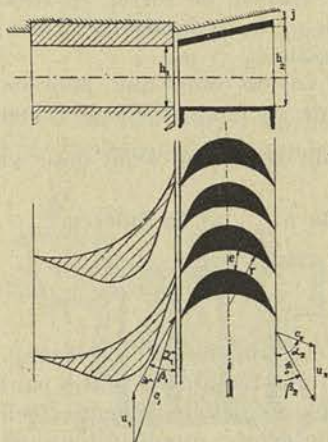


Fig. 30.

Dans ce système, la pression à la sortie des tuyères est égale à la pression d'échappement au condenseur ; la vapeur, en se détendant complètement, prend une valeur  $c_1$  égale à une fraction de la vitesse théorique de détente adiabatique que nous avons désignée par  $c$  ; nous pourrions donc poser

$$c_1 = \varphi c \quad (24)$$

$\varphi$  étant un coefficient de réduction tenant compte des pertes par frottement.

Par suite des frottements et des remous, la vitesse de sortie de l'aubage  $w_2$  sera plus petite que  $w_1$ ; nous pourrions poser

$$w_2 = \psi w_1 \quad (25)$$

$\psi$  étant un coefficient plus petit que l'unité.

Connaissant  $w_2$  et l'angle  $\beta_2$  nécessairement peu différent de  $\beta_1$ , ainsi que nous le montrerons plus tard, il sera aisé de déterminer  $c_2$  vitesse absolue de sortie, en cherchant la résultante géométrique de  $w_2$  et de  $u_2$ ,  $u_2$  désignant la vitesse périphérique à la sortie (dans la turbine axiale  $u_2 = u_1$ ).

Nous voyons donc que, pour une vitesse périphérique  $u_1$ , la vitesse passe de  $c_1$  à  $c_2$ . L'énergie cinétique disponible à l'entrée par kg. de fluide débité qui avait pour valeur  $\frac{1}{2g} c_1^2$ , n'est plus à la sortie qu'égale à  $\frac{1}{2g} c_2^2$ , la différence

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2$$

ayant été transformée en travail mécanique, disponible sur l'axe si l'on fait abstraction des pertes par frottements et remous dans l'aubage.

Désignons par  $T_i$  l'énergie réellement disponible sur l'axe par kg. de fluide débité, quantité toujours plus petite que

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2$$

Pour rendre maximum  $T_i$ , nous devons faire croître la vitesse  $u_1$  ou mieux le rapport

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

jusqu'à ce que la valeur de  $c_2$  soit voisine du minimum; ce résultat est obtenu pour un rapport  $x$  égal à environ 0,5.

Nous pourrions donc poser

$$T_i = f(x) \quad (26)$$

et partant, déterminer en fonction de  $x$  ce que nous avons appelé rendement indiqué dans les turbines hydrauliques

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = \frac{\varphi^2 T_i}{\frac{1}{2g} c_1^2} = f(x). \quad (27)$$

On voit donc que le rendement indiqué croît avec  $x$  comme  $T_i$ , jusqu'à un maximum, obtenu par une valeur voisine de 0,5 ; mais, ce qui intéresse le constructeur, c'est la valeur qui correspond au maximum de rendement effectif  $\tau_{ie}$  défini par la formule (13). Or, ce rendement est toujours plus faible en raison des pertes externes, résultant du frottement du disque dans le fluide à la pression  $p_2$ , de la ventilation provoquée par les aubes non remplies par le fluide injecté, et enfin du frottement de l'axe dans les paliers.

On peut dire que le rendement effectif maximum est à peu près atteint par une valeur de  $x$  égal à  $\frac{1}{3}$ .

Avec des différences de pression de 12 kg/cm<sup>2</sup> à 0,05 kg/cm<sup>2</sup>, cela conduit à des vitesses périphériques  $u_1$  supérieures à 400 m/sec.

C'est cette vitesse de 400 mètres qui a été réalisée par de Laval dans sa turbine à une roue. On conçoit qu'elle ne peut être obtenue qu'avec des disques en acier à haute résistance et en utilisant des vitesses angulaires extrêmement élevées qui permettent de réduire le diamètre de ces disques.

2° A PLUSIEURS ROUES EN SÉRIE.

— Pour éviter ces grandes vitesses angulaires qui exigent un engrenage réducteur extrêmement délicat et difficile à réaliser, on a cherché diverses solutions. La première, représentée par la turbine à chutes de pression, est celle qui consiste à réduire la vitesse d'injection  $c_1$  en fractionnant la chute totale de pression, et en utilisant la vapeur dans une série de turbines à une roue fonctionnant en cascade. Toutes les roues, dans la pratique, sont réunies sur un même arbre et fonctionnent dans un même corps cloisonné en cellules étanches (fig. 31), d'où le nom de turbine multicellulaire donné à ce type par Rateau, qui fut le premier à le construire.

Si, comme dans le schéma figure 31, la turbine comporte 4 roues de même diamètre, on

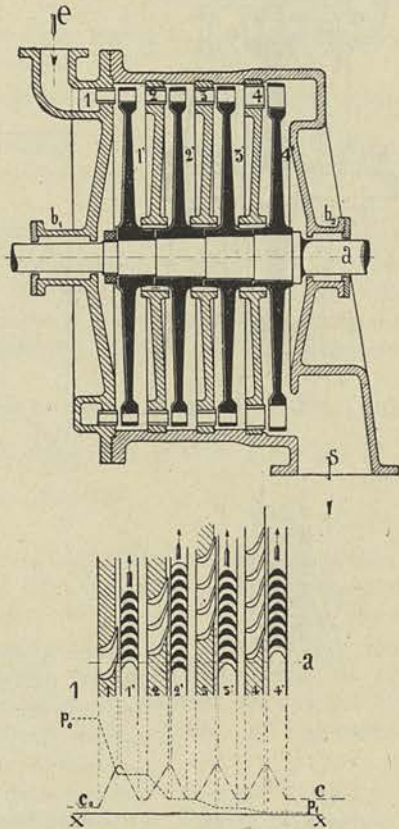


Fig. 31.

pourra régler la répartition des

pressions dans les différentes cellules, en calculant convenablement les sections successives des aubages distributeurs, de façon que chacune des roues utilise le 1/4 de l'énergie totale disponible ; nous pourrons, dans ce cas, poser

$$\frac{1}{2g} c^2 = \frac{H'}{4},$$

relation qui conduira à une vitesse d'injection  $c_1$  deux fois plus faible qu'avec la turbine à une roue.

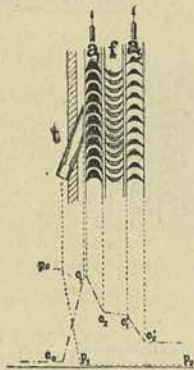
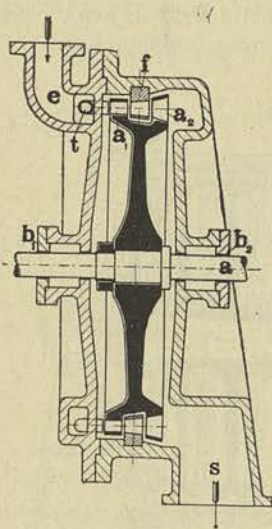


Fig. 32.

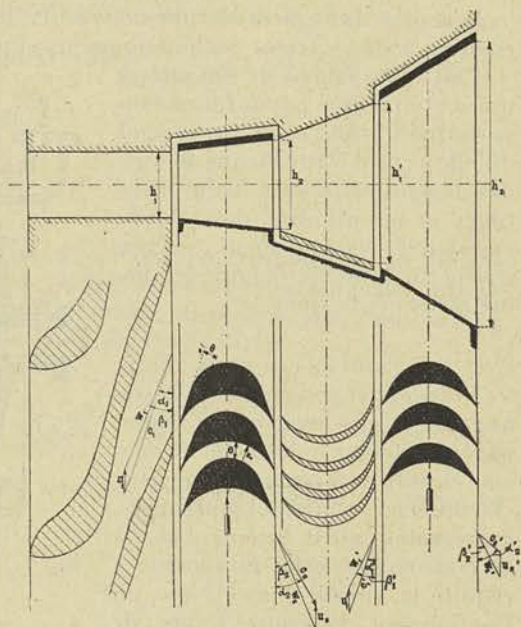


Fig. 33.

Nous pourrons, en conséquence, choisir une vitesse périphérique deux fois plus faible sans rien changer au point de vue du rendement indiqué, puisque la valeur de  $x$  restera la même. Le rendement effectif, lui, pourra être plus faible en raison de la puissance proportionnellement plus grande qu'absorberont les premiers disques tournant dans un fluide de forte densité. Il faudra tenir compte, toutefois, de ce que la fraction d'énergie cinétique transformée en énergie calorifique par les

frottements, aura pour effet, d'autre part, d'augmenter le volume spécifique du fluide pendant son passage à travers l'aubage et, partant, d'augmenter l'énergie disponible dans les chutes suivantes. Cette question sera étudiée plus tard dans le fascicule réservé à la théorie des turbines à vapeur.

Quoi qu'il en soit, nous voyons que nous pouvons, avec ce type, sans réduire le rendement thermodynamique du système, adopter une vitesse périphérique deux fois plus faible avec 4 roues, quatre fois plus faible avec 16 roues, et rendre ainsi possible l'emploi de vitesses angulaires appropriées à l'attaque directe des génératrices électriques.

3° A UNE ROUE A PLUSIEURS AUBAGES MOBILES. — Dans ce système, (fig. 32), désigné sous le nom de *turbine à chutes de vitesse*, on adopte un rapport très nettement inférieur à celui qui conduit au maximum de rendement, avec un seul aubage par roue, soit  $x = \frac{1}{5}$ , par exemple, au lieu de  $\frac{1}{3}$ , et l'on recueille une partie de l'énergie cinétique encore disponible à la sortie du premier aubage, en dirigeant les jets sur un deuxième aubage appartenant à la même roue, au moyen d'un aubage fixe intermédiaire (fig. 33).

Le rendement maximum réalisable avec ce type est nécessairement plus faible puisque, aux pertes par frottements et remous dans le premier aubage mobile, viennent s'ajouter les pertes dans l'aubage directeur intermédiaire et dans le deuxième aubage mobile. Ce système a, par contre, l'avantage sur le précédent, d'être d'une construction plus simple.

Nous insisterons plus tard sur les formes à donner aux aubes tant motrices que directrices, et sur la valeur de  $x = \frac{u}{c_1}$  à réaliser pour obtenir le maximum de rendement possible.

*Remarque.* — On peut évidemment combiner ce dernier système avec le précédent en utilisant (fig. 34) une roue à deux chutes de vitesse pour chacune des deux chutes de pression ou bien encore en adoptant pour la première roue d'une turbine multicellulaire ordinaire, une roue à 2 chutes de vitesse. On peut aussi concevoir une roue, non pas à deux, mais à trois chutes de vitesse, comportant par conséquent trois rangées d'aubes mobiles, fixées sur un même disque.

Toutes les turbines que nous venons d'examiner appartiennent à la catégorie des *turbines d'action*, caractérisées par l'égalité des pressions de part et d'autre de l'organe mobile et, partant, par la détente complète dans l'aubage fixe. Comme nous l'avons vu, l'aubage mobile n'est entraîné en rotation, dans ce système, que par l'impulsion provoquée

par les jets de vapeur sortant de l'aubage distributeur, d'où leur nom de turbines d'action.

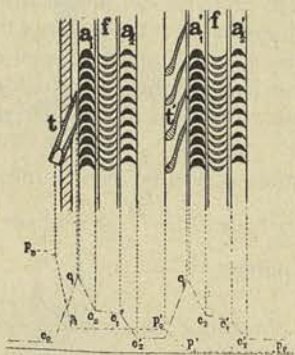
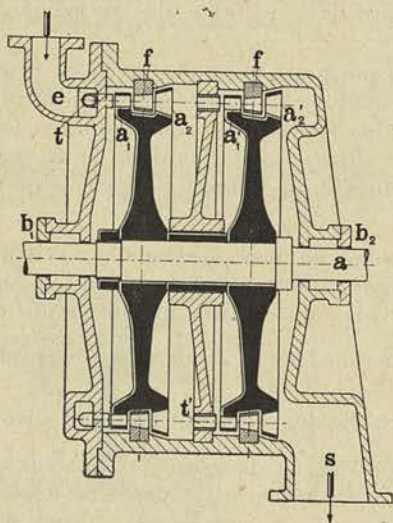


Fig. 34.

Pour réaliser une turbine d'action du type axial, il faut que la section de sortie de l'aubage mobile soit plus grande que la section d'entrée (fig. 30).

Cette différence doit être telle que, malgré la réduction de vitesse provenant des frottements, la section de sortie puisse débiter la quantité qui passe par seconde dans la section d'entrée ; n'était la légère variation de densité du fluide dans l'aubage, il suffirait d'écrire

$$h_1 \times e_1 \times w_1 = h_2 \times e_2 \times w_2$$

$e_1$  et  $e_2$  désignant les largeurs du canal formé par deux aubes voisines, respectivement à l'entrée et à la sortie de l'aubage.

Dans les turbines d'action, il n'existe pas :

1° de poussée axiale appréciable ;

2° de fuites entre l'aubage mobile et l'enveloppe et l'on peut employer l'injection partielle.

#### B) TURBINE A RÉACTION

Nous ne parlerons pas des turbines à réaction totale construites sur le principe du tourniquet hydraulique, parce que ce type n'a jamais reçu d'application industrielle. Nous n'envisagerons donc que les turbines à réaction partielle.

Supposons qu'au lieu d'injecter la vapeur sur une fraction de l'aubage mobile, nous disposions à l'entrée de celui-ci un aubage distributeur complet et que nous réglions la section de sortie de l'aubage mobile de façon à la rendre plus petite que la section d'entrée (fig. 35) :

$$h_2 \times e_2 < h_1 \times e_1$$

$e_1$  et  $e_2$  désignant, comme ci-dessus les largeurs respectives à l'entrée et à la sortie du canal constitué par deux aubes voisines.

Il se produira nécessairement une détente dans l'aubage mobile et le mouvement de rotation de celui-ci résultera non plus exclusivement de l'action des jets sortant du distributeur, mais de la réaction non équilibrée de la pression sur les aubes, dirigée dans le sens du mouvement de la roue.

On peut montrer qu'ici, comme dans la turbine d'action,

$$r_i = f'(x) \quad (28)$$

On adopte généralement, pour angle de sortie de l'aubage mobile  $\beta'_2$ , une valeur égale à l'angle de sortie de l'aubage distributeur  $\alpha'_1$ , de telle façon que les aubes distributrices puissent être employées comme aubes réceptrices, en les retournant bout pour bout.

En réglant convenablement les hauteurs des aubes à l'entrée et à la sortie, on peut toujours réaliser

$$w_2 = c_1$$

et, dans ces conditions, ainsi que le montre le tracé du triangle des vitesses à la sortie, la vitesse  $c_2$  est orientée de façon à être tangente au dos de l'aube directrice du deuxième distributeur, dont le profil est identique à celui du premier distributeur.

La turbine peut donc être constituée par une série de couronnes d'aubes fixes et mobiles de hauteur croissante, à travers lesquelles le fluide circule en se détendant progressivement de l'une à l'autre.

Comme on ne peut éviter, cette fois, une fuite entre l'aubage mobile et l'enveloppe, et que des dispositions doivent être prises pour la rendre minimum, on peut concevoir qu'au lieu de disposer les couronnes mobiles sur des disques, et de cloisonner l'enveloppe, on adopte un tambour portant les aubes mobiles comme cela est indiqué schématiquement figure 36, et que l'on fixe les couronnes d'aubes distributrices sur l'enveloppe. Nous aurons ainsi doublé la fuite, puisqu'il se produira cette fois la même fuite entre l'aubage fixe et le tambour qu'entre l'aubage mobile et l'enveloppe, mais nous aurons considérablement simplifié la construction et nous aurons facilité l'équilibrage de la poussée axiale. Dans le schéma de la figure 36, cet équilibrage est obtenu en mettant en relation, au moyen du tuyau T, les deux faces du tambour et en réduisant la fuite entre celui-ci et l'enveloppe, dans la partie opposée à l'aubage, par l'emploi d'un joint en labyrinthe.

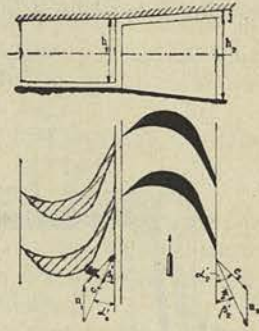
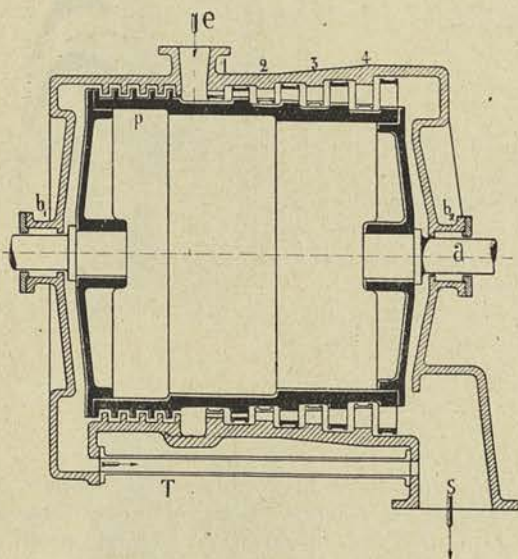


Fig. 35.

La figure 36 ne donne qu'une idée fort éloignée de la turbine à réaction telle qu'elle est réalisée ; le fonctionnement par réaction exige, en effet, l'emploi de l'injection totale et, partant entre le débit  $Q_1$  en poids de vapeur, et le diamètre de l'aubage distributeur, il existe une relation à laquelle il faut nécessairement satisfaire

$$Q_1 = 2\pi r_1 h_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1$$



Comme on ne peut réduire  $h_1$  en dessous d'une valeur voisine de  $0,1r_1$  sous peine de devoir compter avec une fuite proportionnellement très élevée, on voit que si  $Q_1$  est petit, il en est nécessairement de même de  $r_1$  ; en limitant  $r_1$ , on réduit  $u_1$  pour un nombre de tours donné, et partant  $c_1$  puisque, entre  $c_1$  et  $u_1$ , le rapport

$$x = \frac{u_1}{c_1} = 0,5 \text{ à } 0,6$$

s'impose, si l'on veut atteindre un bon rendement.

Au début de la détente,  $\delta_1$  est relativement élevé et, partant,  $2r_1$  doit être choisi très faible ; il en résulte que, dans les premières chutes de pression, l'énergie utilisée par chute sera très faible, et que le nombre de

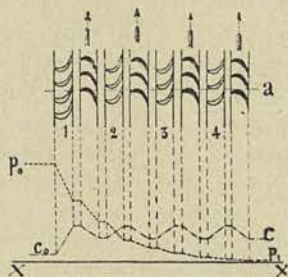


Fig. 36.

chutes devra être par conséquent considérable. Aussi fait-on croître les diamètres du tambour à mesure que le volume spécifique de la vapeur grandit.

‡ Abstraction faite des fuites, cette turbine est susceptible d'un rendement plus élevé que la turbine d'action, mais elle doit comporter un très grand nombre de chutes pour la raison que nous venons d'indiquer.



Caractérisée par la détente partielle dans l'aubage mobile, la turbine à réaction possède les propriétés exactement opposées à celles des turbines d'action ; c'est ainsi :

- 1° Qu'il existe une poussée axiale importante qu'il faut équilibrer ;
- 2° Que les fuites tendent à se produire entre l'aubage mobile et l'enveloppe, fuites qu'on ne peut réduire qu'en limitant autant que possible le jeu entre la partie fixe et la partie mobile, et en réduisant les différences de pression de part et d'autre des aubes ;
- 3° Que l'injection totale s'impose pour éviter la dispersion des jets à la sortie des aubages distributeurs.

*Remarque.* — On peut concevoir une combinaison de la turbine à réaction partielle avec la turbine d'action, la partie du tambour fonctionnant avec de la vapeur à haute pression étant remplacée par une roue d'action de grand diamètre à injection partielle.

On peut concevoir également une telle turbine sous la forme d'une turbine centrifuge.

Dans ces dernières années, on a réalisé une turbine centrifuge dans laquelle les couronnes distributrices, au lieu d'être fixes, sont mobiles et tournent en sens inverse des couronnes d'aubes réceptrices. On arrive ainsi à réduire de moitié la vitesse périphérique des couronnes, sans rien changer aux conditions d'écoulement de la vapeur et, partant, en conservant le même rendement (turbine *Ljungström*).

*Remarque II.* — Comme pour les turbines hydrauliques, on peut trouver les courbes caractéristiques d'un type donné. Nous déduirons ces courbes de la théorie générale exposée dans le 2<sup>e</sup> fascicule. Toutefois, pour les turbines à réaction partielle où l'on adopte invariablement le degré de réaction égal à  $\frac{1}{2}$ , la théorie peut s'établir directement d'une manière beaucoup plus simple.

### CHAPITRE III

#### LES POMPES CENTRIFUGES

##### § 1. — Introduction

Les pompes centrifuges possèdent les avantages propres aux turbomachines :

- 1° Faible poids et faible encombrement ;
- 2° Vitesse appropriée à celle des moteurs électriques qui les commandent et, comme conséquence, frais d'installation réduits.

A ces avantages s'en ajoutent d'autres tels que facilité de conduite et d'entretien, élasticité du système qui, pour un accroissement très faible du nombre de tours, peut donner des débits très supérieurs au débit normal.

La première pompe centrifuge date de 1867 ; conçue par *Appold*, ingénieur anglais, pour les faibles hauteurs et les grands débits, elle n'avait à l'origine qu'un rendement assez médiocre et un champ d'application très limité.

Les progrès de l'électricité aidant, le problème de l'exhaure par pompes mues électriquement s'imposa à l'attention des constructeurs. Ceux-ci cherchèrent tout d'abord à perfectionner la pompe à piston en portant sa vitesse à une valeur assez élevée pour permettre tout au moins, dans les fortes puissances, l'attaque directe.

Pratiquement, les nombres de 150 à 200 tours ne purent être dépassés en raison des effets d'inertie importants provoqués par le mécanisme bielle et manivelle, dans les colonnes liquides d'aspiration et de refoulement ; or, à ces vitesses, le moteur électrique restait relativement très encombrant et très coûteux : la pompe à piston à vitesse accélérée ne constituait donc qu'une solution incomplète surtout pour les débits importants.

Entrant résolument dans une voie nouvelle, la maison *Sulzer* réussit, en 1900, à réaliser une installation, aux mines de Horcajo, en Espagne, de trois pompes, à plusieurs roues en série chacune, qui, établies à trois étages successifs étaient capables, en refoulant l'une dans l'autre, de donner une hauteur totale d'élévation de 388 mètres pour un débit de 4 m<sup>3</sup>,8 par minute.

A la suite de ce succès, de nombreux constructeurs s'ingénièrent à perfectionner la pompe centrifuge à étages de pression ; la solution préconisée par *Raleau* du type multicellulaire à ouïes orientées d'un même côté, prévalut bientôt, et l'introduction du piston d'équilibrage automatique de la poussée axiale, en supprimant les difficultés rencontrées à l'origine par l'emploi des butées, assura le succès définitif du système.

A l'heure actuelle, grâce aux progrès réalisés dans la construction des moteurs électriques à très grande vitesse angulaire, il est possible de refouler d'un seul jet, à 600 ou 700 mètres de hauteur, avec des rendements de 0,72 à 0,73 et des puissances atteignant 600 à 700 chevaux.

Les pompes centrifuges à haute pression sont utilisées non seulement à l'épuisement des mines, mais encore à l'alimentation des châteaux d'eau, des batteries de chaudières et même des presses hydrauliques.

C'est dire qu'on les rencontre en très grand nombre dans l'industrie, et que leur étude ne présente pas moins d'intérêt que celle des turbines.

## § 2. — Description schématique des différents types

Les turbo-pompes peuvent se classer de la manière suivante :

- 1<sup>o</sup> Pompes axiales ou hélicoïdes (fig. 37) ;
- 2<sup>o</sup> Pompes hélico-centrifuges (fig. 38) ;
- 3<sup>o</sup> Pompes centrifuges (fig. 39) ;

Les premières sont appropriées pour les très grands débits et les très faibles hauteurs ; les secondes, pour les grands débits et les hauteurs moyennes ; les dernières, pour les faibles débits et les grandes hauteurs.

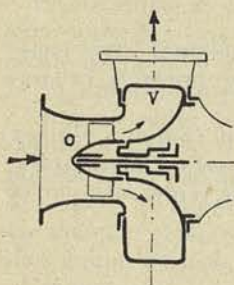


Fig. 37.

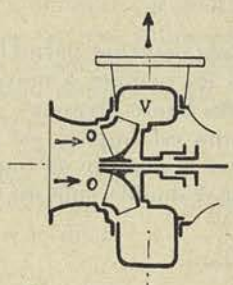


Fig. 38.

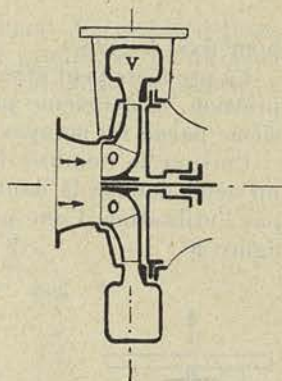


Fig. 39.

On peut distinguer, suivant l'orientation de l'axe :

- 1° Les pompes verticales ;
- 2° Les pompes horizontales.

Quel que soit le type, on y trouve toujours les deux éléments suivants :

1° La *roue cloisonnée*, mettant en mouvement le fluide et lui communiquant une partie de l'énergie potentielle de pression que la pompe est chargée de fournir ;

2° Le *diffuseur*, recueillant le fluide à la sortie de l'organe mobile et ramenant sa vitesse à une valeur relativement faible, de façon à transformer ainsi une partie de l'énergie cinétique acquise en énergie potentielle.

Le distributeur, organe essentiel dans les turbines hydrauliques, est ici presque toujours supprimé, l'eau étant amenée librement à l'ouïe de la roue par un tuyau convergent prolongeant le tuyau d'aspiration.

Dans les pompes à grand débit, le diffuseur est souvent constitué par deux parois parallèles ou divergentes, *non cloisonnées*, entre lesquelles le fluide s'engage au sortir de la roue. Une *volute v* entoure le diffuseur pour recueillir le fluide et le diriger vers le tuyau de refoulement.

Nous verrons, après l'exposé de la théorie, comment on peut préciser la classification des pompes d'après leur débit et leur hauteur.

Cette classification doit tenir compte, non seulement des facteurs  $Q$  et  $H$ , débit et hauteur, mais d'un troisième facteur  $N$ , nombre de tours.

C'est ainsi que les figures 37, 38 et 39 représentent respectivement trois pompes capables de fournir le même débit à la même hauteur, mais en tournant à des nombres de tours  $N$  de plus en plus faibles, par exemple

3000, 2000 et 900

pour fixer les idées.

La première peut être classée pourtant parmi les pompes à très basse pression, la deuxième parmi les pompes à moyenne pression, la troisième parmi les pompes à très haute pression.

Lorsque le nombre de tours est imposé, on peut toujours réaliser un débit double, la hauteur et le nombre de tours restant invariables, par l'utilisation d'une pompe à double ouïe du type représenté par la figure 40.

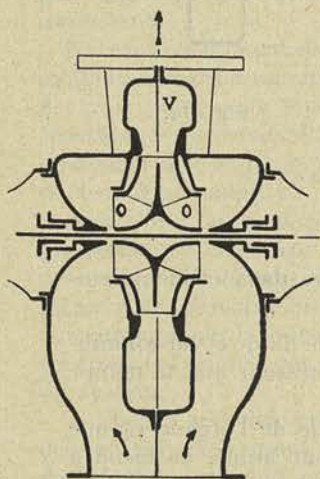


Fig. 40.

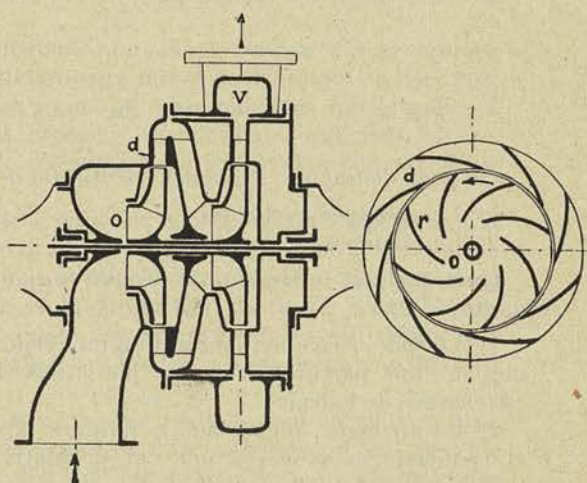


Fig. 41.

Si la hauteur doit être doublée, le débit restant inchangé, on peut, sans rien modifier aux conditions de fonctionnement et partant au rendement, adopter le type multicellulaire à deux roues en tension (fig. 41).

### § 3. — Fonctionnement des pompes centrifuges

Nous n'envisagerons, dans la théorie élémentaire, que le cas des pompes centrifuges, en faisant toutefois cette remarque que cette théorie s'applique d'une façon suffisamment approchée, au cas de pompes hélico-centrifuges.

Considérons une pompe à axe horizontal installée sur sa fondation,

prenant l'eau dans le puisard, dont le niveau se trouve à une profondeur  $h_1$ , sous l'axe, et refoulant cette eau à une hauteur  $h_2$  au-dessus de l'axe (fig. 42). L'installation comporte normalement :

1° Une *crépine* destinée à éviter l'entrée dans la pompe de corps étrangers, de gros volume ;

2° Un *clapet de pied* s'ouvrant automatiquement dès que la dépression créée par la pompe devient suffisamment grande, et permettant au moment de la mise en marche, de maintenir le corps de pompe et la tuyauterie d'aspiration remplis d'eau ;

3° Une *vanne de refoulement* permettant d'isoler le corps de pompe de la tuyauterie de refoulement au moment de la mise en marche, et de régler le débit de marche normale.

Pour la mise en fonctionnement, on procède comme suit :

Le corps étant rempli d'eau et bien purgé d'air, la vanne de refoulement étant fermée, on met l'axe en mouvement à la vitesse constante de  $N$  tours/minute.

Sous l'action de la force centrifuge, une différence de pression s'établit entre l'ouïe et la périphérie et la pression indiquée par le manomètre placé en  $M_s$  prend rapidement une valeur stable. On ouvre alors la vanne progressivement, jusqu'à la réalisation du débit imposé, débit qui est obtenu pour la vanne complètement ouverte si la pompe a été bien calculée.

Lorsque la pompe débite, la différence des pressions entre l'entrée de la roue et la sortie du diffuseur ne résulte plus seulement de l'action de la force centrifuge, mais de l'action des forces d'inertie provenant des variations de vitesses à la fois dans la roue et dans le diffuseur ; c'est ainsi que, dans ce dernier, la vitesse du fluide diminuant, la pression va croissant, l'augmentation d'énergie potentielle étant égale à la diminution de l'énergie cinétique du fluide, abstraction faite des pertes par frottement.

Si nous désignons par  $H'$  la hauteur d'élévation réellement créée par la pompe, par  $T'_f$  et  $T''_f$  les pertes de charges, dans les conduites d'aspiration et de refoulement, nous pourrions écrire, d'après les définitions mêmes :

$$H' = H + T'_f + T''_f \quad (29)$$

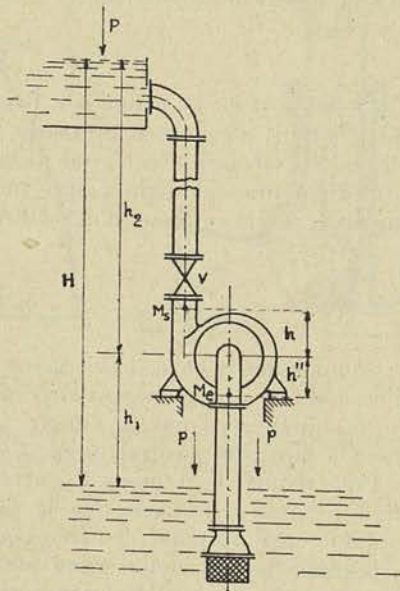


Fig. 42.

¶ Nous établirons que la valeur de  $H'$  peut être déterminée en fonction des pressions relevées en  $M_s$  et  $M_e$  et des vitesses du fluide en ces points  $c_s$  et  $c_e$ , par la relation

$$H' = v(p_s - p_e) + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) + (h' + h''). \quad (30)$$

On peut donc mesurer  $H'$  au moyen des lectures faites à deux manomètres placés l'un à l'entrée, l'autre à la sortie, à la condition de connaître le débit et les sections en  $e$  et  $s$  ; si ces sections sont équivalentes,  $H'$  est indépendant du débit :

$$H' = v(p_s - p_e) + (h' + h''). \quad (31)$$

Le débit  $Q$  étant connu, on peut examiner ce qui se passe dans le distributeur, la roue et le diffuseur, en utilisant le théorème de la composition des vitesses. En régime permanent, on peut en effet calculer  $c_o$ , tout au moins si l'angle  $\alpha_o$  que font les filets fluides avec la direction positive de la vitesse d'entraînement, peut être déterminé ; dans ce cas :

$$c_o = \frac{Q}{2\pi r_o l_o \sin \alpha_o} \quad (32)$$

Connaissant  $c_o$  et  $u_o$ , la vitesse d'entraînement à l'ouïe, il est possible d'en déduire  $w_o$  par la construction du triangle des vitesses à l'entrée. Nous désignerons par  $\beta_o$  l'angle que fait la direction positive de  $w_o$  avec la direction positive de  $u_o$  (fig. 43).

Pour réduire les remous à l'entrée, il y aura lieu de profiler les aubes de la roue de telle façon que la tangente au dos et la tangente à la circonférence au point d'entrée fassent le même angle  $\beta_o$ .

L'angle de sortie des aubes étant égal à  $\beta_1$ , la vitesse relative de sortie  $w_1$  pourra se déterminer par la relation

$$Q = 2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \quad (33)$$

qui exprime la continuité du débit.

Combinant  $w_1$  avec la vitesse périphérique  $u_1$ , il sera aisé d'obtenir la vitesse absolue de sortie  $c_1$ .

L'angle  $\alpha_1$  est donc connu ; pour réduire au minimum les pertes par choc et tourbillonnement à l'entrée, il faudra profiler les aubes du diffuseur de façon que la tangente au dos de celle-ci, fasse avec la tangente à la circonférence, le même angle  $\alpha_1$ .

La vitesse  $c_2$  à la sortie du diffuseur pourra se déterminer en fonction de  $\alpha_2$ , de  $r_2$  et  $l_2$  par la relation

$$c_2 = \frac{Q}{2\pi r_2 l_2 \sin \alpha_2} \quad (34)$$

Par un choix convenable de  $l_2$  et  $\alpha_2$ , on pourra obtenir une vitesse  $c_2$  égale à une fraction relativement faible de  $c_1$  (1/3 ou 1/4 par exemple), ce qui permettra de transformer ainsi en énergie potentielle la plus grande partie de l'énergie cinétique disponible à la sortie de la roue.

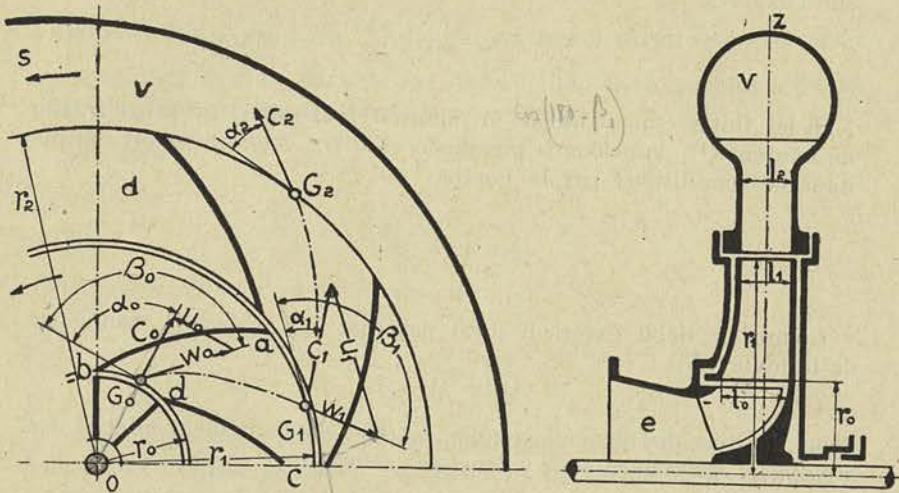


Fig. 43.

Si nous désignons par  $p_0$ ,  $p_1$  et  $p_2$  les pressions à l'entrée de la roue, à la sortie de la roue et à la sortie du diffuseur, nous aurons :

$$p_2 > p_1 > p_0$$

Une différence de pression existant entre l'ouïe et la périphérie de la roue, une partie du fluide qui traverse celle-ci fera retour à l'ouïe par le jeu qui existe nécessairement entre la roue et l'enveloppe, au diamètre de l'ouïe. Comme, pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale, un second joint est nécessaire du côté opposé à l'ouïe, on peut dire qu'une fuite sensiblement équivalente à la première fera retour également à l'ouïe par la communication établie à travers le moyeu, entre les deux faces de la roue.

Si nous désignons par  $f$  la quantité d'eau qui passe par seconde à travers les deux joints, par  $Q'$  le débit extérieur, nous aurons pour débit réel de la roue

$$Q = Q' + f \quad (35)$$

Dans l'étude des turbines hydrauliques, nous n'avons pas cru devoir faire une distinction entre le débit extérieur et le débit réel, parce qu'avec les roues larges ordinairement employées, la valeur de  $f$  est relativement faible par rapport à  $Q$ .

§ 4. — Rendement et courbes caractéristiques

Nous désignons par *rendement effectif* de la pompe le rapport entre la puissance utile en eau élevée  $N_u$  et la puissance réellement fournie sur l'axe  $N_e$

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_e} \quad (36)$$

Si les fuites étaient nulles, la pompe refoulerait  $Q$  m<sup>3</sup>/heure à  $H'$ m de hauteur <sup>(1)</sup>. Appelons la puissance utile  $N_u$ , celle qui serait fournie dans ces conditions par la pompe

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (37)$$

Comme le débit extérieur n'est pas égal à  $Q$  mais à  $Q'$  donné par la formule (35)

$$Q' = Q - f,$$

nous devons distinguer le rendement réel du rendement effectif. Le *rendement réel*  $\eta$  aura pour valeur, par définition :

$$\eta = \frac{\delta(Q - f) H'}{75 N_e} = \frac{\delta Q H'}{75 N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right); \quad (38)$$

d'où nous tirons la relation :

$$\eta = \frac{N_u}{N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right) = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (39)$$

Dans la puissance  $N_e$ , nous pouvons distinguer :

1° La puissance  $N_o$  absorbée par les pertes externes : frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages ( $N''_f$ ), frottement des flasques de la roue dans le fluide ambiant ( $N'_f$ ) ;

2° La puissance  $N_i$  absorbée par la mise en mouvement de l'eau à travers la roue.

Nous pourrions donc poser

$$N_e = N_i + N_o \quad (40)$$

(1) La valeur  $H'$  représenterait la hauteur d'élévation si les pertes de charge étaient nulles ; comme ce qui nous intéresse n'est pas le rendement de l'installation, mais le rendement de la pompe seule, il convient donc d'introduire dans l'expression de  $N_u$ ,  $H'$  et non  $H$ .



et calculer :

$$\eta = \frac{N_u}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right)$$

en fonction des rapports  $\frac{N_u}{N_i}$  et  $\frac{N_i}{N_e}$  qui représentent respectivement, par analogie avec ce qui s'est fait dans l'étude de la machine à piston, le *rendement indiqué* et le *rendement organique*.

En posant

$$\frac{N_u}{N_i} = \eta_i \qquad \frac{N_i}{N_e} = \eta_o$$

nous obtiendrons la relation générale :

$$\eta = \eta_i \times \eta_o \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \qquad (41)$$

Pour déterminer la courbe de rendement d'une pompe en fonction du débit, à vitesse *constante*, on installe la pompe sur une conduite de refoulement de faible hauteur et on agit sur la vanne de manière à faire varier la résistance extérieure. On note les pressions à l'entrée et à la sortie de manière à pouvoir déterminer la hauteur manométrique  $H'$  pour chaque ouverture.

Au moyen d'un déversoir, on détermine le débit extérieur  $Q'$  correspondant. La puissance étant évaluée généralement au moyen des mesures électriques, on pourra fixer la valeur de

$$H' \text{ et } \eta = \frac{\delta Q' H'}{75 N_e}$$

et tracer, en fonction de  $Q'$ , les courbes donnant ces deux valeurs. On obtient des courbes telles que 1, 2 de la figure 44. Si on opère avec une vitesse  $N'$  plus grande, on obtient d'autres courbes analogues 1' et 2'.

Si on trace les courbes de  $\frac{H'}{N^2}$  et  $\eta$  en fonction de  $\frac{Q}{N}$ , on constate cette fois que les courbes 1 et 1', 2 et 2' se superposent très approximativement (fig. 45).

Nous en concluons que si, dans une pompe existante, *on fait varier le débit proportionnellement à la vitesse de rotation, la hauteur manométrique croît comme le carré de ce nombre de tours, tandis que le rendement reste constant.*

L'allure des courbes dépend des formes adoptées pour l'aubage de la roue et du diffuseur, ainsi que des dimensions générales de la pompe.

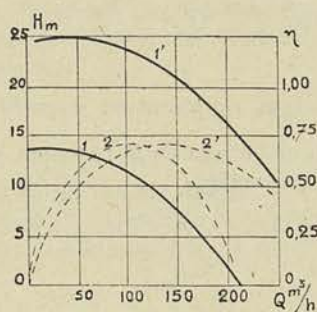


Fig. 44.

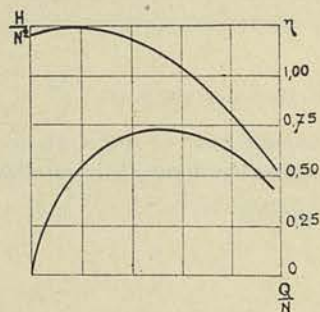


Fig. 45.

Si, au lieu de porter en abscisse  $\frac{H'}{N^2}$  et en ordonnée  $\frac{Q}{N}$ , nous portons respectivement  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  proportionnel à  $\frac{H'}{N^2}$  et  $x = \frac{w_1}{u_1}$  proportionnel à  $\frac{Q}{N}$ , nous obtiendrons deux nouvelles courbes valables cette fois pour toutes les pompes géométriquement semblables (fig. 46).

Les courbes du coefficient  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  que nous désignerons sous le nom de *coefficient manométrique*, et du rendement  $\eta$  sont caractéristiques d'un type donné.

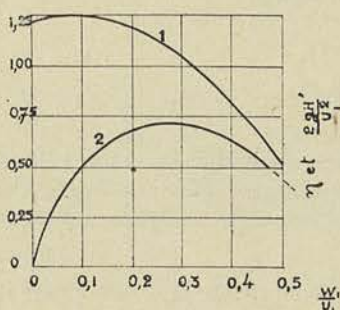


Fig. 46.

Cette propriété est analogue à celle que nous avons fait ressortir pour les turbines hydrauliques.

On conçoit, dès lors, l'importance qu'il y a de connaître les courbes caractéristiques expérimentales d'un type donné, puisque celles-ci sont valables pour toutes les pompes de ce type, quelles qu'en soient les dimensions.

Cette propriété remarquable a été mise en relief, en 1892, dans un traité intitulé : *Considérations sur les turbomachines et particulièrement sur les ventilateurs*, par M. *Raleau*, qui y déduisait de considérations théoriques,

la relation fondamentale suivante :

$$\frac{gH'}{u_1^2} = f\left(\frac{Q}{u_1 r_1^2}, \theta\right) \quad (42)$$

relation dans laquelle

$H'$  désigne la hauteur manométrique d'élévation,

$Q$  le débit,

$u_1$  la vitesse périphérique,

$r_1$  le rayon intérieur de la roue,

un symbole qui dépend des formes de la turbo-machine, mais qui est indépendant des unités de longueur et de temps.

Cette relation montre, en effet, que le coefficient  $\frac{gH'}{u_1^2}$  que M. Rateau a appelé *pouvoir manométrique*, reste le même, quel que soit le débit  $Q$ , si l'on fait varier la vitesse périphérique  $u_1$  proportionnellement au débit : que pour une vitesse périphérique constante, ce coefficient est simplement fonction du débit.

Jusqu'à un certain point, il est possible d'en déduire également que la courbe du pouvoir manométrique en fonction de  $\frac{Q}{u_1 r_1^2}$ , est valable pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables, quel que soit le diamètre de la roue, et d'exprimer ainsi la loi de similitude qui régit la variation du pouvoir manométrique en fonction de la vitesse périphérique et du débit  $Q$ , pour un type donné.

La forme non explicite de la fonction (42) ne permet pas toutefois de conclure d'une manière absolument certaine à cet égard. Nous montrerons d'ailleurs, dans le deuxième fascicule, que cet énoncé ne peut constituer qu'une première approximation.

Grâce, en effet, à la méthode analytique que nous avons utilisée, nous avons pu établir la valeur explicite du coefficient  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  que nous désignons sous le nom de *coefficient manométrique*, ainsi que la valeur du coefficient  $\frac{gT_i}{u_1^2}$  que l'on peut appeler le *coefficient de puissance*,  $T_i$  désignant le travail fourni à la roue par kilog. de fluide débité, abstraction faite des pertes externes  $\left( T = \frac{75 N_i}{\delta Q} \right)$ .

De plus, il nous a été possible de montrer qu'il existe un coefficient caractéristique  $R$  pour type donné, coefficient dont la valeur peut être déterminée d'autre part en fonction des données  $Q$ ,  $H'$  et  $N$  par la relation

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}}$$

Ceci implique que, pour répondre à un problème posé, il ne suffit pas de faire varier les dimensions, mais qu'il faut encore faire varier les proportions de la pompe, de façon à réaliser la valeur de  $R$  correspondant aux trois données  $Q$ ,  $H'$  et  $N$ .

## CHAPITRE IV

### LES VENTILATEURS ET LES TURBO-COMPRESSEURS

#### § 1. — Introduction

L'aérage mécanique des mines fut réalisé à l'origine par des appareils volumogènes à piston hydraulique, puis, plus tard, par des appareils volumogènes du type rotatif (ventilateurs de *Fabry* et de *Roof*), dont le principe peut être représenté par le type décrit dans l'introduction à cet ouvrage (fig. 3).

Ces appareils, relativement délicats pour de grandes dimensions, exigeaient beaucoup d'entretien et de surveillance ; aussi furent-ils remplacés assez rapidement par des ventilateurs fonctionnant sur le principe des turbo-machines. Constitués lors des premières applications, par des roues à double ouïe à parois parallèles, débitant directement dans l'atmosphère et sur toute la périphérie, ces ventilateurs n'avaient qu'un rendement médiocre.

Par l'adjonction d'une enveloppe cylindrique ouverte sur une très faible partie de la circonférence, de façon à faire déboucher le flux d'air au pied d'une cheminée évasée formant amortisseur, *Guibal* réalisa, en 1855, un appareil d'un bon rendement et d'un fonctionnement satisfaisant. La figure 47 donne une coupe de ce ventilateur, construit pour tourner à des vitesses de rotation extrêmement faibles, de 60 à 80 tours par minute, et dans lequel le débit est réglé en agissant sur la vanne *V*.

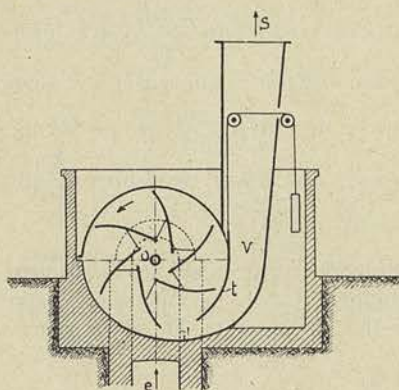


Fig. 47.

La discontinuité provoquée par cette disposition, dans l'écoulement du fluide à travers la roue, était incontestablement de nature à réduire le rendement ; mais le faible débit de l'appareil relativement aux dimensions de la roue, rendait cette solution rationnelle. Aujourd'hui que, grâce à la transmission électrique, on est conduit à adopter des nombres de tours beaucoup plus élevés, le ventilateur de mine prend l'aspect d'une turbo-machine normale, analogue aux turbo-pompes, réserve faite des dimensions.

On peut donc classer ces ventilateurs comme nous l'avons fait pour les pompes en :

1° Ventilateur hélicoïde (fig. 48), convenant pour les faibles dépressions et les grands débits ;

2° Ventilateur hélico-centrifuge (fig. 49) approprié aux dépressions et aux débits moyens ;

3° Ventilateur centrifuge (fig. 50), utilisé pour les fortes dépressions et les faibles débits.

Les éléments constitutifs de ces ventilateurs sont identiques à ceux des pompes de même type : roue cloisonnée, avec ou sans diffuseur, toujours avec volute pour les types hélico-centrifuges et centrifuges.

Dans le type hélico-centrifuge représenté figure 49, le diffuseur est supprimé. Avec le type centrifuge, le diffuseur existe généralement, mais il est constitué par des parois parallèles non cloisonnées (fig. 50).

Etant donné les dimensions importantes atteintes par les ventilateurs de mines, la moitié inférieure du diffuseur et de la volute est souvent réalisée dans la maçonnerie elle-même ; seule, la moitié supérieure de l'enveloppe et la cheminée sont construites en fonte, ou, plus souvent, en tôle renforcée par des cornières.

Lorsqu'on veut réaliser de fortes pressions, le problème se pose d'associer plusieurs roues en tension ; on arrive ainsi à constituer des turbo-soufflantes et, avec de grands nombres de roues, des turbo-compresseurs.

Ces appareils, étudiés et mis au point par Rateau, sont aujourd'hui utilisés pour l'alimentation des hauts-fourneaux, des convertisseurs, et même des distributions d'air comprimé lorsqu'il s'agit de débiter des volumes suffisants pour atteindre des unités de 1500 chevaux et plus.

## § 2. — Fonctionnement des ventilateurs. Rendement et courbes caractéristiques

A la différence des pompes centrifuges dont le rôle est généralement d'élever une certaine quantité  $Q$  m<sup>3</sup>/sec. à la hauteur géométrique  $H$  m, les ventilateurs n'ont d'autre but que de débiter  $Q$  m<sup>3</sup>/sec. à travers un circuit présentant une grande résistance mais sans dénivellation, le fluide étant pris dans l'atmosphère et rejeté dans celle-ci, sensiblement au même niveau.

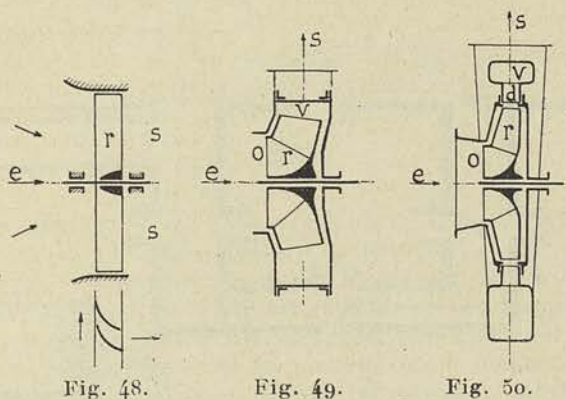


Fig. 48.

Fig. 49.

Fig. 50.

La figure 51 donne le schéma d'installation d'un ventilateur faisant circuler à travers la mine par le puits d'extraction et le puits de retour, l'air pris dans l'atmosphère.

Il résulte de là que la hauteur manométrique  $H'$ , que le ventilateur doit fournir pour une telle installation, est égale <sup>(1)</sup> à la perte de charge  $T'_f$ , provoquée par les résistances que la mine oppose au déplacement du flux, augmentée de la perte résultant du fait que chaque kg.

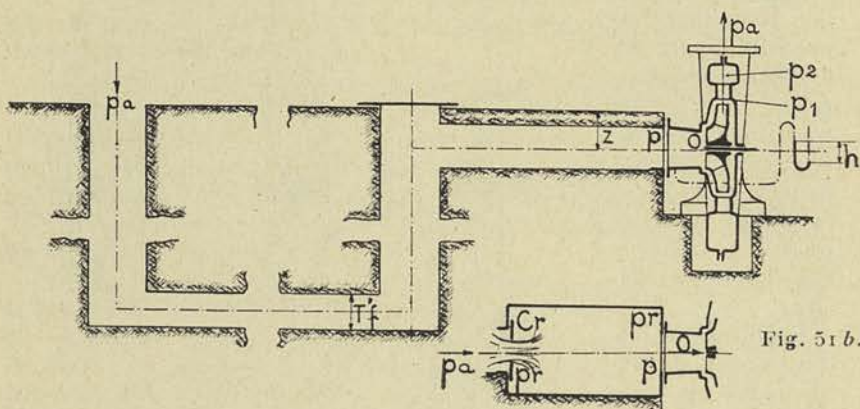


Fig. 51.

pris dans l'atmosphère au repos, est rejeté dans l'atmosphère à une certaine vitesse:  $c_s$ .

$$H' = T'_f + \frac{1}{2g} c_s^2 \quad (43)$$

Cette valeur de  $H'$  peut être déterminée en fonction de la pression en  $e$  par la relation (30)

$$H' = v (p_a - p_e) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2)$$

dans laquelle on néglige le terme  $(h' + h'')$ , qui représente ici la distance verticale comprise entre l'axe et l'extrémité de la cheminée.

On pourra déterminer directement  $v (p_a - p_e)$  au moyen d'un manomètre à eau, à air libre, branché en  $e$ ; si  $h$  est la différence de niveau constatée, nous pourrons poser

$$p_a = p_e + \hat{\sigma}_e h$$

(1) Abstraction faite de l'influence de l'aéragé naturel.

d'où nous tirerons

$$p_a - p_e = \delta_e h, \quad v(p_a - p_e) = \frac{1}{\delta} \delta_e h$$

et

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (44)$$

$\delta_e$  représentant le poids spécifique de l'eau,  
 $\delta$  le poids spécifique du fluide déplacé.

Dans l'hypothèse où le fluide déplacé est de l'air à la pression atmosphérique normale (760 mm.) et la température normale 15°,

$$\frac{\delta_e}{\delta} \times h = \frac{1000}{1,22} h = 820 h.$$

La hauteur manométrique  $H'$  est ainsi exprimée en mètres d'air à densité égale à 1,2 environ, à la température de 15°.

Si on fait fonctionner le ventilateur, non sur la mine, mais sur une chambre dont l'orifice d'entrée (fig. 51 *b*) est réglable, il sera toujours possible de faire varier les dimensions de celui-ci de telle façon que le ventilateur indique la même valeur de  $H'$  pour le même nombre de tours. Comme on peut dire que si  $N$  et  $H'$  sont les mêmes, le ventilateur débite le même volume  $Q$  m<sup>3</sup>/sec., on voit que l'orifice peut jouer le même rôle au point de vue résistance, que la mine, d'où le nom d'*orifice équivalent*. Cette notion n'est exacte que si la chambre est suffisamment spacieuse pour que l'énergie du flux sortant de l'orifice soit perdue par tourbillonnement ; dans ce cas seul en effet, le ventilateur puisera l'air dans la chambre, à l'autre extrémité, comme si cet air était à la pression  $p_r$  qu'il avait à la sortie de l'orifice. Nous reviendrons sur cette question dans le troisième fascicule consacré au calcul des ventilateurs.

Il est tout à fait inutile, en dehors des précisions que nous venons d'introduire relativement à la *hauteur manométrique* et à l'*orifice équivalent* du ventilateur, de reprendre l'analyse du fonctionnement de ces turbomachines. Tout ce que nous avons dit à propos des pompes est applicable intégralement au ventilateur, en raison des faibles variations de pression que subit le fluide, en passant à travers celui-ci ; on peut en effet, négliger totalement la variation du poids spécifique, et raisonner sur l'air comme sur un fluide incompressible. Les définitions adoptées pour le rendement peuvent subsister et les lois énoncées à propos du fonctionnement des pompes restent aussi vraies pour les ventilateurs que pour les pompes.

Lorsque l'on associe plusieurs roues en tension, il convient bien entendu, d'adopter pour chaque roue le poids spécifique moyen du fluide qui la traverse ; la notion de la hauteur manométrique perd de plus en plus de signification à mesure que le degré de compression

augmente, si bien que, pour les turbo-compresseurs créés pour refouler dans un réservoir à la pression  $p_s$  kg/cm<sup>2</sup>,  $Q$  m<sup>3</sup>/sec. d'air pris dans l'atmosphère à la pression  $p_a$  kg/cm<sup>2</sup>, il convient de définir d'une manière nouvelle ce qu'il faut entendre par  $H'$  et par puissance utile  $N_u$ . Le travail utile par kg. débité a pour valeur le travail que l'on pourrait théoriquement recueillir en détendant adiabatiquement ce kg. de  $p_s$  à  $p_a$  c'est-à-dire d'après la formule (19)

$$T_u = \int_a^s v dp.$$

Ainsi, en représentant par  $H'$  kgm l'énergie disponible par kg., nous pourrions poser

$$H' = T_u = \int_a^s v dp$$

et définir le rendement effectif par la relation

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_e}$$

la valeur de  $N_u$  ayant pour expression

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75}$$

Nous retombons donc sur les formules antérieures.

Pour calculer  $H'$  en fonction de la pression  $p_s$ , il faut donc, ici, effectuer une intégration. Nous montrerons plus tard comment on peut, au moyen du diagramme entropique, s'en dispenser, et obtenir très simplement la valeur de  $H'$ .

Le rendement ainsi défini est désigné sous le nom de *rendement adiabatique* du turbo-compresseur.

On peut, en effet, faire remarquer que la compression adiabatique ayant pour résultat d'échauffer le fluide, on ne retrouve au moment de son utilisation, par suite du refroidissement qu'il subit et qui le ramène à la température ambiante  $t_a$ , qu'une énergie sensiblement plus faible, égale à celle disponible après une compression effectuée à température constante. Ainsi s'introduit cette notion du *rendement isothermique* du compresseur, que nous pourrions définir en représentant par  $T'_u$  le travail de compression isothermique par kg., au moyen de la formule ci-dessus,  $N_u$  représentant cette fois

$$N_u = \frac{\delta Q T'_u}{75}$$



## DEUXIÈME FASCICULE

### Théorie mathématique des turbo-machines

#### CHAPITRE I

#### FORMULES GÉNÉRALES

Il est possible d'établir une théorie commune à toutes les turbo-machines, en s'appuyant sur les équations générales du mouvement absolu et du mouvement relatif d'un fluide à travers un canal à faible section et à faible courbure, tournant autour d'un axe fixe. La démonstration de ces équations générales repose toutefois sur deux hypothèses :

- 1° celle des tranches parallèles,
- 2° celle des filets infiniment minces,

qui font que les conclusions de la théorie ne s'appliquent rigoureusement qu'à un cas limite, non réalisable, dont on se rapproche toutefois et d'autant plus que l'épaisseur des aubes de la roue est plus réduite et que le nombre de celles-ci est plus élevé.

La théorie mathématique que nous allons exposer permettra, en tout cas, de démontrer l'existence des propriétés caractéristiques fondamentales des turbo-machines que l'expérience met en relief et qui servent de base au calcul des dimensions générales de ces machines.

La méthode que nous avons suivie pour la démonstration des trois équations fondamentales, nous a permis de faire ressortir clairement la raison d'être des deux hypothèses énoncées plus haut, en même temps que de rendre tangible le phénomène de l'écoulement du fluide tel que l'envisage la théorie, à travers les canaux formés par les aubes de la roue.

#### § 1. — Formule I se rapportant au mouvement absolu du fluide

Rapportons le système diffuseur, roue, distributeur, aux trois axes coordonnés suivants (fig. 52) :

- 1° L'axe  $ox$ , que nous ferons coïncider avec l'axe de rotation dans le cas d'une turbo-machine horizontale ;
- 2° L'axe  $oz$ , vertical ;
- 3° L'axe  $oy$ , perpendiculaire au plan des deux premiers.

Considérons une tranche de la veine fluide  $m n p q$ , limitée par les flasques de la roue, deux aubes voisines et deux surfaces cylindriques de rayon  $r$  et  $(r + dr)$ . (Pour des turbines axiales, nous adopterions deux surfaces perpendiculaires à l'axe de rotation, distantes l'une de l'autre de  $dx$ ).

Si les aubes sont suffisamment rapprochées, le canal formé par deux aubes voisines et par les flasques, pourra être considéré comme ayant un rayon de courbure faible par rapport à son épaisseur et l'on pourra admettre sans erreur appréciable que le point d'application de la résultante des forces extérieures sollicitant chacun des éléments de la tranche, coïncide avec le centre de gravité de celle-ci.

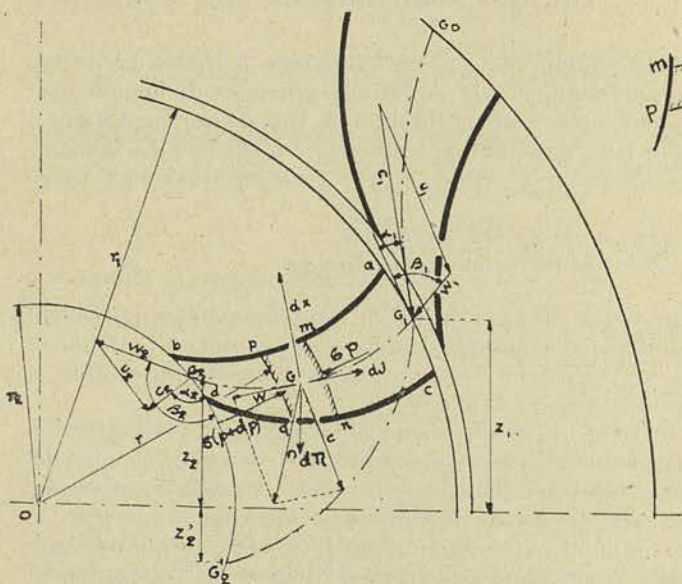


Fig. 52.

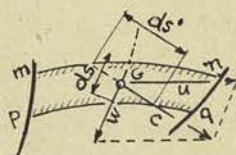


Fig. 52 b.

Dans l'hypothèse des tranches parallèles, tous les éléments d'une tranche ayant même vitesse relative  $w$ , on peut en déduire que tous ces éléments ont également même vitesse absolue  $c$ , car la vitesse d'entraînement  $u$  est constante pour chacun d'eux.

Nous représenterons par  $w$ ,  $c$  et  $u$  les vitesses relative, absolue et d'entraînement du centre de gravité  $G$ ; nous désignerons par  $\sigma$  la section de la tranche, et nous admettrons que la surface cylindrique de rayon  $r$  est une surface d'égale pression. Nous pourrions distinguer dès lors comme forces sollicitantes appliquées au centre de gravité  $G$ :  $dX$ , réaction de l'aube dirigée perpendiculairement à l'axe  $G_1 G_2$  du canal;

$dJ$ , résistance provoquée par le frottement, tangentielle à l'axe du canal et en sens inverse du mouvement ;

$d\pi$  poids de l'élément, parallèle à l'axe  $oz$  ;

$\sigma p$  et  $\sigma(p + dp)$ , forces résultant de l'action des pressions de part et d'autre de la tranche.

En appliquant l'équation fondamentale de la dynamique

$$\Sigma \bar{f} = m \varphi$$

et en projetant le système des forces sur la direction de la vitesse absolue, nous obtiendrons :

$$\Sigma f_c^* = \frac{d\pi}{g} \frac{dc}{dt} \quad (45)$$

En divisant par  $d\pi$  et en multipliant par  $ds'$  tous les termes, il viendra :

$$\Sigma f_c^* \frac{ds'}{d\pi} = \frac{1}{g} ds' \frac{dc}{dt} \quad (46)$$

$ds'$  désignant la portion de la trajectoire du mouvement absolu interceptée par les faces de la tranche  $m n p q$  (fig. 52 b). Comme en régime permanent et uniforme, après un temps  $dt$  toujours le même, la tranche  $m n p q$  est remplacée par la suivante, et qu'ainsi le centre de gravité  $G$  parcourt dans ce temps  $dt$ , à un infiniment petit près du second ordre, la distance  $ds'$ , nous pourrions poser :

$$\frac{ds'}{dt} = c \quad (47) \quad ds' \cos(cd\pi) = -dz \quad (48)$$

En explicitant le premier membre, nous obtiendrons :

$$-\frac{\sigma dp}{d\pi} \cos(cp) ds' + ds' \cos(cd\pi) + \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(cdJ) + \frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX) = \frac{1}{g} ds' \frac{dc}{dt} = \frac{1}{g} dc \frac{ds'}{dt} = \frac{1}{2g} d(c^2) \quad (49)$$

Observons :

$$\{ 1^\circ \text{ que } \frac{\sigma ds' \cos(cp)}{v} = d\pi ; \quad (50)$$

2° que  $\frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(cdJ)$  représente le travail de la résistance de frottement par kg. de fluide débité, pour le déplacement élémentaire  $ds'$  ;

3° que  $\frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX)$  représente le travail de la réaction  $dX$  de l'aubage par kg. de fluide débité, pour le déplacement élémentaire  $ds'$  ;

Désignons par  $T_f$  le travail de frottement par kg. de fluide débité traversant la roue; par  $T_i$  le travail fourni à la roue s'il s'agit d'une turbine, absorbé par la roue s'il s'agit d'une pompe, par kg. de fluide débité.

$dJ$  étant toujours opposé au déplacement, le terme correspondant au travail de frottement dans l'équation (49) devra être remplacé par  $-dT_f$ ; pour ce qui concerne le terme relatif au travail fourni par la réaction  $dX$ , nous devons le remplacer par  $-dT_i$ , car, dans le cas d'une turbine, la réaction  $dX$  est opposée au déplacement, et le travail correspondant est négatif. Dans le cas d'une pompe, il est vrai, la réaction  $dX$  est dirigée dans le sens du mouvement, le travail de  $dX$  est positif, mais comme nous désignons dans ce cas par  $T_i$  le travail absorbé par la roue, nous devons maintenir le signe — dans les deux cas.

Ces notations adoptées, l'équation (49) pourra s'écrire en tenant compte des relations (48) et (50) :

$$-vdp - dz - dT_f - dT_i = \frac{1}{g} d\left(\frac{c^2}{2}\right) \quad (51)$$

En intégrant entre les limites (1) et (2') correspondant à l'entrée en (1) et à la sortie en (2') du canal formé par les positions successives de la tranche  $m n p q$  dans son mouvement absolu,  $G_1 G'_2$ , nous obtenons :

$$\int_{2'}^1 vdp + (z_1 - z_2') - T_f - T_i = -\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) \quad (I)$$

Mise sous la forme :

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2') + \int_{2'}^1 vdp - T_f \quad (Ib)$$

elle exprime que le travail fourni (ou absorbé) par kg. de fluide débité, est égal à la somme :

- 1° de l'énergie cinétique libérée (ou communiquée) ;
- 2° de l'énergie potentielle de pression fournie par la détente (ou absorbée par la compression) ;
- 3° de l'énergie gravifique produite par la chute dans la roue du niveau  $z_1$  au niveau  $z'_2$ ,

diminuée de la quantité d'énergie absorbée par les frottements et transformée en chaleur.

## § 2. — Formule II se rapportant au mouvement relatif du fluide

Si nous voulons établir une relation donnant la vitesse relative du fluide à travers la roue, nous devons appliquer le théorème de *Coriolis*, qui peut s'exprimer par la relation vectorielle :

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c \quad (52)$$

relation dans laquelle

$\varphi_e$ , désigne l'accélération dans le mouvement d'entraînement,  
 $\varphi_r$ , l'accélération dans le mouvement relatif,  
 $\varphi_c$ , l'accélération complémentaire, qui, comme on le sait, est perpendiculaire à la direction de la vitesse relative.

En projetant les forces qui sollicitent les différents éléments de la tranche  $m n p q$  sur la direction de la vitesse relative, nous pourrons écrire, en vertu de la relation (52) :

$$\Sigma f_w = \frac{d\pi}{g} \frac{dw}{dt} - \frac{d\pi}{g} \frac{u^2}{r} \cos(wr) \quad (53)$$

puisque la projection de l'accélération complémentaire sur la direction  $w$  est nulle et que l'accélération du mouvement d'entraînement se ramène à l'accélération centripète  $\frac{u^2}{r}$ , dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme de la roue. En divisant par  $d\pi$  et en multipliant par  $ds$  tous les termes,  $ds$  représentant la portion de la trajectoire du mouvement relatif interceptée par les faces de la tranche considérée, nous obtiendrons :

$$\Sigma f_w \frac{ds}{d\pi} = \frac{1}{g} ds \frac{dw}{dt} - \frac{1}{g} \frac{u^2}{r} ds \cos(wr). \quad (54)$$

En tenant compte de ce qu'en régime permanent, après un temps  $dt$  toujours le même, la tranche  $m n p q$  est remplacée par la suivante, nous pourrons poser :

$$\frac{ds}{dt} = w \quad (55) \quad ds \cos(wd\pi) = -dz \quad (56)$$

$$ds \cos(wr) = dr. \quad (57)$$

En explicitant le premier membre, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} -\sigma \frac{dp}{d\pi} \cos(wp) ds + ds \cos(wd\pi) + \frac{dJ}{d\pi} ds &= \frac{1}{g} dw \frac{ds}{dt} - \frac{1}{g} \frac{u^2}{r} dr = \\ &= \frac{1}{2g} d(w^2) - \frac{1}{2g} d(u^2) \end{aligned} \quad (58)$$

Comme,

$$\frac{\sigma ds \cos(wp)}{v} = d\pi \quad (59)$$

le premier terme de cette dernière équation peut s'écrire :

$$- v dp$$

et comme d'autre part,

$$\frac{dJ ds}{d\tau}$$

ne représente pas autre chose que le travail élémentaire de la résistance de frottement par kg. de fluide débité, l'équation (58) peut prendre la forme

$$- v dp - dz - dT_f = \frac{1}{2g} d(w^2) - \frac{1}{2g} d(u^2) \quad (60)$$

En intégrant entre les limites 1 et 2 correspondant à l'entrée et à la sortie du canal considéré, nous obtiendrons :

$$\int_2^1 v dp + (z_1 - z_2) - T_f = - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) \quad (II)$$

Mise sous la forme :

$$\frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 v dp = \frac{1}{2g} (w_2^2 - w_1^2) + T_f \quad (II b)$$

elle exprime que la somme :

- 1° de l'énergie communiquée par la roue à chaque kg. de fluide débité,
- 2° de l'énergie gravifique produite par la chute dans la roue du niveau  $z_1$  au niveau  $z_2$ ,
- 3° de l'énergie potentielle de pression fournie par la détente,

est égale à la variation de l'énergie cinétique par kg. dans le mouvement relatif, augmentée du travail absorbé par les frottements, pour 1 kg. débité.

### §. 3. — Formule III

#### se rapportant au travail produit ou absorbé dans la roue

Les deux formules auxquelles nous sommes arrivé en étudiant successivement le mouvement absolu et le mouvement relatif d'une tranche de fluide traversant le canal constitué par deux aubes voisines nous permettent d'en déduire une troisième par soustraction membre

à membre, qui ne contient plus que le terme  $T_i$  et les termes dépendant des vitesses d'entrée et de sortie :

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + (z_2 - z_2') \quad (\text{III})$$

Cette relation donne donc le travail fourni ou absorbé par la roue, par kg. de fluide débité en fonction des vitesses.

Le travail  $T_i$  est celui qui serait disponible sur l'axe pour une turbine — ou qui devrait être fourni à l'axe, s'il s'agit d'une pompe — dans l'hypothèse où les frottements externes de la roue contre le fluide et de l'arbre dans ses paliers et bourrages pourraient être négligés ; nous le désignons, par analogie, sous le nom de *travail indiqué*,  $T_i$  représentant, dans les machines à piston, le travail indiqué au diagramme, c'est-à-dire le travail disponible (ou dépensé), abstraction faite du travail absorbé par les frottements dans les organes de la machine.

*Remarque I.* — Ces formules sont générales ; abstraction faite des restrictions apportées par les hypothèses initiales, elles peuvent s'appliquer aussi bien aux turbines hydrauliques qu'aux turbines à vapeur, aux pompes qu'aux ventilateurs ; elles ne peuvent toutefois s'appliquer aux turbines hélico-centripètes ou aux pompes hélico-centrifuges qu'à la condition d'introduire dans les équations une valeur moyenne pour les vitesses de sortie s'il s'agit d'une turbine, pour les vitesses d'entrée, s'il s'agit d'une pompe.

*Remarque II.* — Les termes en  $z$  peuvent être négligés lorsqu'on applique les équations aux turbo-machines à *injection totale*, car, dans ce cas, il est toujours possible d'appliquer simultanément les formules à l'ensemble de deux canaux symétriquement disposés par rapport à l'axe  $ox$  horizontal et pour lesquels, par conséquent, les valeurs des termes en  $z$  sont égales et de signes contraires.

Pour les turbines ou pompes à axe vertical du type axial à injection partielle, le terme  $(z_2 - z_2')$  est également nul dans la formule III.

*Remarque III.* — En utilisant les relations déduites des triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie :

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1 \quad (61)$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2 \quad (62)$$

on pourra remplacer le terme  $\frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2)$  dans l'équation III en fonction de  $c_1 c_2 u_1 u_2$ , et l'on obtiendra :

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2) + (z_2 - z_2') \quad (\text{IIIb})$$

formule qui, dans les traités sur les turbo-machines, est généralement déduite du théorème des moments des quantités de mouvement, et dont la démonstration est due à *Euler*.

§ 4. — Formule IV se rapportant à un canal fixe

¶ Si nous appliquons la formule (I) à un canal fixe, le terme correspondant au travail  $T_f$  sera nul, et il viendra :

$$\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 v dp - T_f = 0 \quad (IV)$$

Appliquée à un fluide incompressible, cette formule conduit à l'équation connue sous le nom d'équation de *Bernouilli*, généralement mise sous la forme :

$$\frac{1}{2g} c_1^2 + z_1 + v p_1 = \frac{1}{2g} c_2^2 + z_2 + v p_2 + T_f \quad (IVb)$$

Elle permet de calculer la pression  $p_2$  en un point d'une conduite, si l'on connaît la vitesse et la pression au point initial et si l'on peut déterminer la valeur de  $T_f$  en fonction des vitesses.

§ 5. — Formule V donnant le terme  $T_f$  en fonction des vitesses

Le terme  $T_f$  représente le travail développé par les frottements par kg. de fluide débité à travers la roue

$$T_f = \int_1^2 \frac{dJ}{c\pi} ds \quad (63)$$

Dans cette équation,  $dJ$  représente la résistance opposée par le frottement au déplacement de la tranche,  $d\pi$  le poids de celle-ci.

On peut admettre que la résistance  $dJ$  est proportionnelle :

- 1° à la surface mouillée par la tranche  $mds$  ;
- 2° au poids spécifique  $\delta$  du fluide ;
- 3° au carré de la vitesse  $w$ .

$dJ$  aura donc pour valeur :

$$dJ = k \delta (m ds) w^2 \quad (64)$$

$m$  désignant le périmètre de la section  $\sigma$ .



Partant :

$$T_f = \int_1^2 k \frac{\partial m}{\partial \pi} \frac{ds}{d\pi} w^2 ds$$

ou,

$$T_f = \int_1^2 k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 ds \quad (V)$$

puisque, pour un canal à faible courbure,

$$d\pi = \sigma ds \hat{\delta} \quad (65)$$

Dans le cas particulier où  $\sigma$  est constant,

$$T_f = k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 s. \quad (66)$$

On peut montrer que la valeur de  $T_f$  est identique à ce que l'on appelle la *perte de charge*. Par perte de charge on désigne, en effet, la hauteur de la colonne fluide qui ferait équilibre à la résistance opposée par le frottement, au déplacement de la masse en mouvement dans la tuyauterie; en désignant par  $dh$  la perte de charge élémentaire, nous aurons donc par définition :

$$\sigma \hat{\delta} dh = dJ = k (m ds) \hat{\delta} w^2$$

D'où,

$$dh = k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 ds \quad (67)$$

et,

$$h = \int_1^2 k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 ds = T_f \quad (68)$$

La formule (V) permet donc de calculer le terme  $T_f$  ou la perte de charge, en fonction de la vitesse  $w$  — de la vitesse  $c$  dans le cas d'un canal fixe — lorsqu'on connaît la loi de variation de  $m$ ,  $\sigma$  et  $w$  en fonction de  $s$ .

Cette formule classique a été établie dans l'hypothèse du déplacement du fluide par tranches parallèles. Comme il n'en est pas ainsi dans la réalité, cette formule n'est utilisable qu'à la condition d'adopter pour  $k$  une valeur variable avec la vitesse  $w$ , le diamètre de la conduite  $d$ , la viscosité du fluide  $\nu$ , ainsi que nous l'avons fait ressortir dans l'appendice.

Si l'on tient compte de ce que la valeur de  $k$  n'est connue avec une certaine approximation que pour les conduites cylindriques rectilignes

de section constante, il apparaîtra comme légitime au point de vue de l'approximation que nous pouvons atteindre dans la théorie, de calculer  $T_f$  par la formule (Vb)

$$T_f = k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m \int_1^2 w^2 ds. \quad (Vb)$$

$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  désignant la valeur moyenne du rapport  $\frac{m}{\sigma}$  variable avec  $s$ .

D'autre part, dans les tracés des canaux de la roue, nous cherchons à réaliser une variation progressive de la vitesse  $w$  depuis  $w_1$  jusqu'à  $w_2$ ; nous nous rapprocherons donc autant que nous le pourrons, de la loi

$$w = w_1 + k's \quad (69)$$

Dans ces conditions, pour le cas limite le plus favorable,

$$T_f = 2gk \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m \left[ \frac{w_1^2}{2g} s + w_1 k' s^2 + k'^2 \frac{s^3}{3} \right]$$

ou,

$$T_f = \frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s \left[ \frac{w_1^2}{2g} + \frac{w_1 w_2}{2g} + \frac{w_2^2}{2g} \right] \quad 70$$

Remarquons que le facteur en évidence devant la parenthèse est un simple coefficient, ainsi qu'il est aisé de le montrer puisque

$$2gk = \lambda \quad (1) \quad (71)$$

est un coefficient sans dimensions; dans ces conditions, nous pouvons représenter le facteur par  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$

$$\frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \quad (72)$$

de manière à retrouver comme cas particulier de la théorie générale, la théorie des turbines à vapeur où apparaissent généralement deux coefficients  $\varphi$  et  $\psi$  de réduction auxquels aucune signification physique bien précise ne s'attachait jusqu'à présent.

Le calcul de  $\varphi$  est possible si l'on se donne un rapport entre l'épaisseur  $e$  de la veine fluide comprise entre deux aubes voisines et la longueur développée  $s = G_1 G_2$  du canal (fig. 53).

(1) Voir appendice.

Généralement le nombre d'aubes est choisi de telle manière que dans la relation

$$s = k'' e$$

$k''$  soit compris entre 4 et 5.

La largeur  $l$  des canaux dépendra du débit à réaliser ; nous pourrions admettre que cette largeur est donnée par la proportion

$$\frac{l}{e} = k''' ,$$

$k'''$  pouvant varier entre des limites assez étendues, 0,5 à 4 pour fixer les idées.

Ces chiffres admis, nous pourrions déterminer :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = \frac{2l + 2e}{l \times e} s = 2 \left(1 + \frac{1}{k'''}\right) k'' \quad (73)$$

et en déduire les valeurs limites 30 et 10.

En ce qui concerne le coefficient  $k$  nous n'avons de valeur précise que pour le cas simple d'une conduite cylindrique droite; nous avons déduit, en effet <sup>(1)</sup>, des valeurs expérimentales analysées par M. Lebeau, une relation donnant  $k$  en fonction du coefficient  $\alpha$  de Reynolds et d'un coefficient B dépendant de la rugosité :

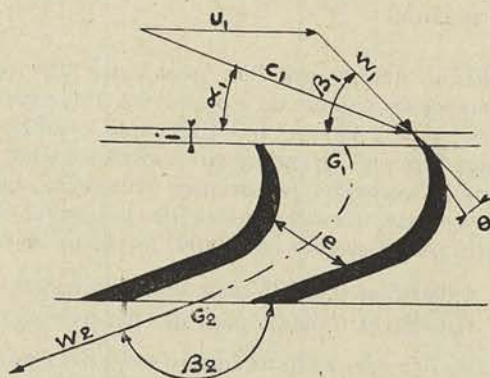


Fig. 53.

$$k = \frac{1}{4000} \left[ \frac{e 10^2}{3 \sqrt{\alpha}} + 2,4 + B \right]$$

Dans cette formule

$e$  représente la base des logarithmes népériens

$\alpha$  le coefficient de Reynolds

(1) Voir appendice.

B une fonction exponentielle de  $d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$ ,  $d$  étant le diamètre de la conduite,  $\frac{\epsilon_1}{\epsilon}$  le rapport entre la rugosité d'un tuyau en fer à la rugosité du tuyau considéré.

Nous nous bornerons à indiquer comment, dans ce cas simple, les valeurs de  $k$  varient en fonction de la vitesse et du diamètre, les valeurs de  $k$  pour des canaux à forte courbure et à section rectangulaire variable étant nécessairement plus élevées et beaucoup moins influencées par les variations de  $\alpha$ .

Le tableau I ci-après, dressé pour l'eau, fait ressortir que la valeur de  $k$  dépend peu de la vitesse  $w$ , mais est par contre très fortement influencée par le diamètre de la conduite et la rugosité de la paroi.

La comparaison avec les valeurs fournies par le tableau II montrent que pour des tuyaux de même diamètre et de même rugosité, parcourus d'une part par de l'eau à la température de  $15^\circ$  et à des vitesses comprises entre 5 et 10 m/sec, et d'autre part par de l'air à des vitesses de 25 à 100 m/sec, dans des conditions moyennes définies par  $t = 40^\circ$ ,  $p = 1,3$  kg/cm<sup>2</sup>, les pertes de charge sont sensiblement les mêmes.

Etant donné que l'on peut faire une remarque analogue si l'on compare les valeurs de  $k$  pour l'eau d'une part et pour la vapeur d'autre part, ( $p = 3$  kg/cm<sup>2</sup>  $t = 132^\circ$ ) à la condition d'envisager des vitesses vingt fois plus grandes, qui constituent les vitesses normales utilisées dans les aubages de turbines à vapeur, nous pourrions conclure : *que si les canaux formés par l'aubage pouvaient être assimilés à des conduites rectilignes à section circulaire, la valeur de  $k$  serait comprise entre*

0,00045 et 0,00035 pour des parois ayant la rugosité de la fonte,  
0,00035 et 0,00025 pour des parois ayant la rugosité du fer étiré,

*et cela pour des sections variant entre des limites étendues (3 cm<sup>2</sup> à 75 cm<sup>2</sup> pour fixer les idées) pour autant toutefois que l'on n'envisage que les vitesses qui puissent être considérées comme normales avec les différents fluides étudiés ici : eau, air, vapeur.*

Ceci explique, ainsi que nous le ferons ressortir dans cet ouvrage, comment les courbes caractéristiques sont à peu près complètement indépendantes de la nature du fluide évoluant dans les turbomachines, comment également la courbe du coefficient manométrique tend à s'élever pour un même type, lorsque ses dimensions grandissent,  $k$  allant en décroissant avec la section moyenne des canaux ; comment enfin le rendement peut être amélioré quelque peu, par le parachèvement de l'aubage qui diminue la rugosité.

En adoptant pour les parois présentant la rugosité des tuyaux en fer étirés, le double des chiffres indiqués ci-dessus, pour tenir compte des

**Tableaux I, II et III.**

Tableaux	$w$	Fer			Fonte		
		$d = 0,020$	$d = 0,100$	$d = 0,200$	$d = 0,020$	$d = 0,100$	$d = 0,200$
I		Valeur de $k$ pour l'eau à $15^\circ$ $\delta = 1000 \mu = 0,0131$					
	5	0,000 375	0,000 250	0,000 193	0,000 470	0,000 320	0,000 280
	10	0,000 345	0,000 238	0,000 203	0,000 440	0,000 305	0,000 270
II		Valeur de $k$ pour l'air à $40^\circ$ , $p = 1,3 \text{ kg/cm}^2$ $\left. \begin{array}{l} \delta = 1,310 \\ \mu = 0,0002 \end{array} \right\}$					
	25	0,000 440	0,000 280	0,000 235	0,000 530	0,000 355	0,000 300
	50 100	0,000 400 0,000 370	0,000 260 0,000 245	0,000 223 0,000 210	0,000 490 0,000 463	0,000 330 0,000 317	0,000 290 0,000 275
III		Valeur de $k$ pour la vapeur à $132^\circ$ $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ $\left. \begin{array}{l} \delta = 1,646 \\ \mu = 0,000145 \end{array} \right\}$					
	100	0,000 338	0,000 233	—	0,000 443	0,000 305	—
	200 400	0,000 323 0,000 310	0,000 225 0,000 220	— —	0,000 420 0,000 405	0,000 295 0,000 288	— —

perturbations apportées par la courbure des canaux et par leur variation de section, nous pourrions considérer comme une valeur moyenne

$$k = 0,0006$$

En utilisant cette valeur de  $k$ , on obtient pour  $\varphi$  des chiffres compris entre 0,925 et 0,975 suivant les proportions du canal  $\left[ \left( \frac{m}{\sigma} \right)_m \right]$   $s$  restant compris entre 30 et 10.]

Le chiffre 0,95 doit donc être regardé comme une valeur moyenne de  $\varphi$ , celui de 0,975 comme une valeur maximum qui ne peut être réalisée qu'avec des roues d'assez grand diamètre.

## CHAPITRE II

### VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE ET DU COEFFICIENT DE PUISSANCE.

Nous désignerons par  $H'$  l'énergie disponible dans 1 kg de fluide, à l'entrée s'il s'agit d'une turbo-motrice, à la sortie s'il s'agit d'une turbo-réceptrice.

#### § 1. — Calcul de $H'$ en fonction des pressions.

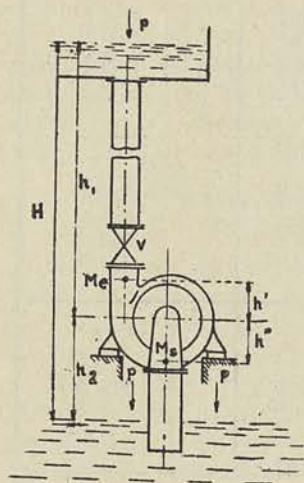


Fig. 54.

aux conduites la formule (IV) qui pour un fluide incompressible, prend la forme :

$$v(p_1 - p_2) + (z_1 - z_2) + \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_f = 0$$

#### 1<sup>er</sup> cas : Le fluide est incompressible.

— Dans cette hypothèse on remarquera que  $H'm$  désigne la hauteur utilisable à l'entrée de la turbine ou à la sortie de la pompe.

$H$  désignant la hauteur géométrique,  $T_f'$  et  $T_f''$  les pertes de charge dans les conduites d'amenée et d'évacuation, s'il s'agit d'une turbine, d'aspiration et de refoulement s'il s'agit d'une pompe, nous pourrions poser par définition :

$$H' = H - (T_f' + T_f'') \quad (74)$$

à la condition de considérer  $H$  et  $H'$  comme négatifs dans le cas d'une pompe.

Pour déterminer  $H'$  en fonction des pressions relevées à l'entrée en  $e$  et à la sortie en  $s$  (fig. 54), il suffit d'appliquer

L'eau étant prise à la vitesse nulle au réservoir de mise en charge nous pourrons écrire, avec les notations indiquées sur la figure 54 :

$$v(p - p_e) + (h_1 - h') + \frac{1}{2g}(0 - c_e^2) - T_f' = 0 \quad (75)$$

$c_e$  désignant la vitesse à l'entrée en  $e$ .

Pour le tuyau d'évacuation, on obtient :

$$v(p_s - p) + [-h'' - (-h_2)] + \frac{1}{2g}(c_s^2 - 0) - T_f'' = 0 \quad (76)$$

En ajoutant membre à membre, il vient par conséquent :

$$v(p_s - p_e) + (h_1 + h_2) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) - (T_f' + T_f'') = 0 \quad (77)$$

ou, en groupant les termes représentant  $H'$  :

$$H' = (h_1 + h_2) - (T_f' + T_f'') = v(p_e - p_s) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (VII)$$

Si nous avons raisonné sur la figure 55 représentant schématiquement l'installation d'une pompe centrifuge, la valeur obtenue eût été la suivante :

$$-H' = v(p_e - p_s) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2)$$

ou,

$$H' = v(p_s - p_e) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) \quad (78)$$

On désigne généralement la hauteur utilisable  $H'$  sous le nom de *hauteur manométrique* parce que, comme le montre la formule (VII), sa valeur peut être déterminée par la différence des lectures à deux manomètres, l'un placé à l'entrée, l'autre à la sortie, si on prend soin de brancher les appareils de mesure en des points de la conduite où la vitesse est la même ; dans ce cas particulier en effet, le dernier terme disparaît et le deuxième terme peut être déterminé très sim-

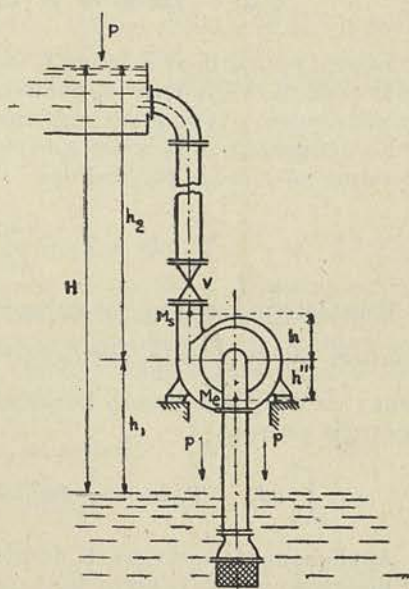


Fig. 55.

plement ; ce deuxième terme disparaît à son tour d'ailleurs, si l'on peut brancher les deux manomètres au niveau de l'axe.

**2<sup>e</sup> cas : Lorsque le fluide est compressible**, et de faible densité comme c'est le cas pour la vapeur et pour les gaz, l'énergie totale disponible est représentée uniquement par le travail que le kg. de fluide peut développer en se détendant adiabatiquement (ou qu'il faut développer pour le comprimer adiabatiquement s'il s'agit d'un compresseur) depuis l'état  $e$  jusqu'à l'état  $s$ , augmenté de la différence entre l'énergie cinétique à l'entrée et l'énergie cinétique à la sortie :

$$H' = \int_s^e v dp + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) \quad (\text{VII})^b$$

Cette formule contient la précédente comme cas particulier, si l'on fait abstraction du terme  $(h' + h'')$  qui, avec la vapeur ou les gaz, est totalement négligeable vis-à-vis des deux autres.

Nous calculerons en conséquence  $H'$  en partant de cette dernière relation, et nous retiendrons qu'elle suppose implicitement que les pressions  $p_e$  et  $p_s$  sont relevées à la hauteur de l'axe de la turbomachine.

### § 2. — Calcul de $H'$ en fonction des vitesses.

Faisons rentrer dans le terme  $T_f'$  la perte de charge propre à la volute ; nous pourrions considérer  $p_e$  comme la pression qui s'exerce à l'entrée du distributeur. Appliquons aux canaux du distributeur la formule (IV).

En désignant par  $T_1$  la perte de charge dans ceux-ci, et en négligeant le terme en  $z$ , nous obtiendrons :

$$\int_1^e v dp - T_1 + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_1^2) = 0 \quad (79)$$

Pour déterminer la valeur du terme correspondant à la détente dans l'aubage mobile  $\int_e^1 v dp$ , appliquons la formule (II) aux canaux de la roue ; en désignant par  $T_f$  la perte de charge dans ces canaux, nous pourrions écrire :

$$\int_2^1 v dp - T_f = -\frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) \quad (80)$$

Appliquons de nouveau la formule (IV) aux canaux du diffuseur et désignons par  $T_2$  la perte de charge dans ceux-ci ; il viendra :

$$\int_s^2 v dp + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_s^2) - T_2 = 0 \quad (81)$$



Ajoutons membre à membre les 3 équations ci-dessus :

$$\begin{aligned} H' &= \int_s^e v dp + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) \\ &= \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_1 + T_f + T_2 \quad (\text{VIII}) \end{aligned}$$

Comme les trois premiers termes du second membre représentent  $T_i$  d'après la formule (III), nous pourrons écrire :

$$H' = T_i + T_f + T_1 + T_2 \quad (82)$$

relation évidente, si on l'interprète ainsi : que l'énergie disponible par kg est égale à l'énergie transmise à l'axe par kg, augmentée de l'énergie absorbée par les frottements dans le distributeur, la roue et le diffuseur <sup>(1)</sup>.

### § 3. — Recherche du coefficient manométrique.

Nous appellerons *coefficient manométrique* M, le coefficient défini par l'une des relations :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} \quad \text{ou} \quad \frac{2gH'}{u_1^2}$$

$c_1$  et  $u_1$  représentant respectivement la vitesse absolue et la vitesse d'entraînement du fluide à la périphérie de la roue.

Ces coefficients ainsi définis sont, comme nous allons le démontrer, des fonctions

le premier, du *coefficient de vitesse*  $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$

le second, du *coefficient de débit*  $x = \frac{w_1}{u_1}$ .

La désignation adoptée pour chacun de ces deux derniers coefficients se justifie aisément,  $x_1$  étant proportionnel à la *vitesse périphérique*, si la turbo-machine fonctionne sous une hauteur  $H'$  constante,  $x$  étant proportionnel *au débit* si la turbo-machine fonctionne sous un nombre de tours constant, puisque l'on peut poser :

$$\delta_1 Q = 2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 w_1 \delta_1 \quad (83)$$

Nous envisagerons les deux cas limites suivants :

(1) Pour les turbines le diffuseur est généralement remplacé par un tube de suction approprié qui joue le même rôle que lui.

1<sup>er</sup> cas : Valeur de  $M = \frac{2gH'}{c_1^2}$  — Dans le premier cas envisagé,

le distributeur présente à la sortie un angle  $\alpha_1$  constant ; l'aubage de la roue est tracé avec un angle de sortie  $\beta_2$  constant, l'angle à l'entrée étant approprié à la vitesse périphérique  $u_1$  de façon que la vitesse  $w_1$  reste constamment tangente au dos des aubes.

Ce cas correspond à celui des turbines hydrauliques d'action, ainsi qu'à celui des turbines à vapeur, dans lesquelles le réglage se fait en agissant sur le degré d'injection ou sur la pression d'admission, le distributeur gardant une forme invariable.

Il faut ajouter toutefois que l'angle  $\beta_1$ , dans la réalité, ne varie pas, mais que sa valeur est choisie de façon qu'à la vitesse  $u_1$  normale, la direction de la vitesse relative  $w_1$  soit tangente au dos de l'aube : *les courbes trouvées par le calcul doivent donc être tangentes aux courbes réelles pour l'abscisse correspondant à la vitesse périphérique normale.*

Nous adopterons pour l'étude de ce premier cas envisagé, comme variable indépendante, le rapport

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

Pour les facilités du calcul, nous rechercherons tout d'abord la valeur du coefficient manométrique  $M$  en fonction de  $x$  défini par la relation

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Si nous partons de la formule (VIII), nous pourrions écrire

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \left[ 1 - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \right] - \left[ \left( \frac{w_1}{c_1} \right)^2 - \left( \frac{w_2}{c_1} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{u_1}{c_1} \right)^2 - \left( \frac{u_2}{c_1} \right)^2 \right] + 2g \left[ \frac{T_1}{c_1^2} + \frac{T_f}{c_1^2} + \frac{T_2}{c_1^2} \right] \quad (84)$$

Dans le triangle des vitesses à l'entrée, on trouve la relation

$$\left( \frac{w_1}{c_1} \right)^2 = 1 + \left( \frac{u_1}{c_1} \right)^2 - 2 \left( \frac{u_1}{c_1} \right) \cos \alpha_1 = 1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1 \quad (85)$$

En désignant par  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\nu$ , les coefficients de proportionnalité, constants par conséquent pour toutes les roues géométriquement semblables, et caractérisant ainsi entièrement un type donné

$$m = \frac{r_2}{r_1} \quad (86) \quad \epsilon = \frac{l_1}{r_1} \quad (87) \quad \nu = \frac{l_2}{l_1} \quad (88)$$

nous pourrions établir un certain nombre de relations qui permettront d'éliminer de l'équation (84) en fonction de  $x$ , les rapports des vitesses.

L'équation de continuité nous permet tout d'abord de tirer la valeur de  $\frac{w_2}{c_1}$ ; en effet, on peut écrire que

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1 = 2 \pi r_2 l_2 \sin \beta_2 w_2 \delta_2$$

de laquelle on déduit directement :

$$\frac{w_2}{c_1} = \frac{r_1 l_1 \delta_1 \sin \alpha_1}{r_2 l_2 \delta_2 \sin \beta_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = n \quad (89)$$

La valeur de  $n$  ainsi définie est constante pour toutes les roues géométriquement semblables, si on suppose  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  constant. Pour les turbines hydrauliques et les pompes  $\frac{\delta_1}{\delta_2} = 1$ ; pour les turbines à vapeur et les ventilateurs  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  est peu différent de l'unité; nous pourrions de toute façon considérer  $n$  comme sensiblement constant. Dans ces conditions

$$\left(\frac{w_2}{c_1}\right)^2 = n^2, \quad \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 = m^2, \quad \left(\frac{u_1}{c_1}\right)^2 = x^2, \quad \left(\frac{u_2}{c_1}\right)^2 = m^2 x^2;$$

et, comme dans le triangle des vitesses à la sortie :

$$\begin{aligned} c_2^2 &= w_2^2 + u_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2 \\ &= n^2 c_1^2 + m^2 u_1^2 + 2 m n u_1 c_1 \cos \beta_2, \end{aligned}$$

de laquelle on peut tirer

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 = n^2 + m^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2, \quad (90)$$

il sera possible de calculer  $M$  en fonction de  $x$  et des coefficients de proportionnalité, abstraction faite toutefois des termes relatifs aux pertes de charge.

Cherchons à évaluer ces termes en fonction des vitesses.

A) Valeur de  $T_f$ . — En ce qui concerne  $T_f$  nous pouvons utiliser la relation (VI). Transcrite sous la forme

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left[\frac{w_2^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right)\right]$$

nous voyons que nous pouvons en déduire une valeur qui ne dépend

plus que des carrés des vitesses d'entrée et de sortie, des coefficients de proportionnalité et de  $x$  puisque

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{w_2}{c_1} \frac{c_1}{w_1} = \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}} \quad (91)$$

Pour tenir compte de la perte produite par les chocs et remous à l'entrée de la roue, nous proposons d'ajouter à  $T_f$  un terme proportionnel au carré de la vitesse d'entrée  $k_1 \frac{w_1^2}{2g}$ . Dès lors, en posant pour simplifier les transcriptions,

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}}\right) + k_1 \quad (92)$$

nous pourrions représenter  $T_f$  par la relation

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} \quad (IX)$$

dans laquelle  $\varphi$  et  $\psi$  sont deux coefficients qui dépendent de  $k$  et  $k_1$ , des coefficients de proportionnalité et de  $x$  :

Si nous ne considérons que les valeurs de  $x$  voisines de celle qui correspond au rendement maximum de la turbo-machine envisagée, nous pourrions regarder  $\varphi$  et  $\psi$  comme pratiquement indépendants de  $x$ .

Nous pourrions donc en déterminer les valeurs pour un type donné de dimensions connues. Comme nous avons vu que  $\varphi$  ne dépend des dimensions que par le fait de la variation du coefficient de résistance  $k$ , nous pourrions même conclure que  $\varphi$  et  $\psi$  peuvent être considérés dans une première approximation comme constants. Nous retiendrons toutefois que  $\varphi$  et  $\psi$  tendent à croître lorsque les dimensions croissent.

B) *Valeurs de  $T_1$  et  $T_2$ .* — En raisonnant de la même manière pour les canaux fixes du distributeur et du diffuseur, nous pourrions déterminer les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  en fonction des vitesses d'entrée et de sortie. Nous nous contenterons de poser :

$$T_1 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (X) \qquad T_2 = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_2^2}{2g} \quad (XI)$$

en supposant que la vitesse d'entrée dans le distributeur d'une part, la vitesse de sortie dans le diffuseur d'autre part, soient négligeables vis-à-vis respectivement de  $c_1$  et  $c_2$ .

Il nous sera toujours possible de rechercher la valeur fictive qu'il conviendrait de donner à  $\varphi_1$  et  $\psi_1$  pour tenir compte des termes négligés.

Connaissant les valeurs de  $T_f$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  en fonction des vitesses, il sera possible de calculer en fonction de  $x$  et des coefficients constants pour un même type

$$\frac{T_f}{\frac{c_1^2}{2g}}, \quad \frac{T_1}{\frac{c_1^2}{2g}}, \quad \frac{T_2}{\frac{c_1^2}{2g}}.$$

En substituant les valeurs ainsi obtenues dans l'équation (84), nous pourrons écrire toutes simplifications faites :

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (\text{XII})$$

A, B, C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité  $m$ ,  $n$ ,  $\nu$ , des angles  $\alpha_1$ , et  $\beta_2$  et des coefficients  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\psi_1$  dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée

$$A = \frac{1}{\varphi_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - n^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \quad (93)$$

$$B = 2 \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \right] \quad (94)$$

$$C = \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) - \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) m^2 \quad (95)$$

On peut donc dire que

*Le coefficient manométrique est une fonction du coefficient  $x = \frac{u_1}{c_1}$  absolument caractéristique d'un type donné, et indépendante des dimensions de ce type, si on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible, des coefficients  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\psi_1$ , avec les dimensions.*

*Remarque.* — Pour une hauteur manométrique *constante*, remarquons que  $c_1$  varie avec  $u_1$  car la vitesse à la sortie du distributeur (ou à l'entrée du diffuseur dans les pompes) dépend de la quantité d'énergie transformée dans celui-ci ; or, cette quantité d'énergie est réglée comme nous le montrerons plus loin, par le rapport des sections d'entrée et de sortie de la roue, rapport qui dépend de  $\beta_1$  variable d'après notre hypothèse initiale, avec  $u_1$ .

Il convient donc de tracer la courbe du coefficient manométrique en fonction du coefficient de vitesse  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  qui, pour une hauteur mano-

métrique constante, est proportionnel à la vitesse périphérique  $u_1$ , ou ce qui revient au même, au nombre de tours.

Pour cela il suffit de déterminer  $c_1$  en fonction de  $H'$  et de  $x$ ; or, par définition, le coefficient manométrique  $M$  est égal à

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2};$$

par conséquent

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M^{\frac{1}{2}}} \quad (96)$$

**2<sup>e</sup> cas : Valeur de  $M = \frac{2gH'}{u_1^2}$ .** — Dans le deuxième cas envisagé, le distributeur est constitué par des aubes orientables de façon à pouvoir faire varier  $\alpha_1$  avec le débit depuis 0 jusqu'à une valeur maximum, les angles d'entrée et de sortie  $\beta_1$  et  $\beta_2$  étant supposés invariables.

Ce cas correspond à celui d'une turbine hydraulique à réaction munie d'un distributeur *Fink*; il correspond également au cas des pompes et compresseurs dans lesquels le diffuseur posséderait des aubes orientables. Nous supposons implicitement que la turbine est munie d'un diffuseur à aubes (d'un distributeur dans le cas d'une pompe), l'angle  $\alpha_2$  de celui-ci ( $\alpha_1$  dans le cas de la pompe) restant constamment approprié au débit.

Les sections d'entrée et de sortie de la roue étant dans ce cas constantes, il est possible de calculer très simplement  $\frac{w_2}{w_1}$  et partant  $T_f$ .

La relation de continuité donne en effet :

$$2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \delta_1 = 2\pi r_2 l_2 \sin \beta_2 w_2 \delta_2$$

de laquelle nous tirons :

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = n \quad (97)$$

$n$  étant constant si l'on néglige la faible variation du rapport  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  dans les applications aux turbines ou pompes à fluide compressible.

On peut donc poser comme précédemment

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} \quad (IX)$$

avec  $\psi$  défini par la relation

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)(1 + n) + k_1 \quad (98)$$

Les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  étant conservées, il nous restera pour déterminer  $M$ , à les introduire dans la relation déduite de la formule (VIII), et à éliminer  $c_2$  et  $c_1$  de façon à ne conserver que les vitesses  $w_1$  et  $u_1$ . Nous adopterons ici pour variable indépendante

$$x = \frac{w_1}{u_1}$$

que nous avons appelé *coefficient de débit*.

Pour faire l'élimination de  $c_2$  et  $c_1$  nous avons les relations

$$w_2 = n w_1 \qquad u_2 = m u_1$$

$$c_2^2 = u_2^2 + w_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2 = u_1^2 (m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2) \quad (99)$$

$$c_1^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2 u_1 w_1 \cos \beta_1 = u_1^2 (1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1) \quad (100)$$

Mettant en évidence  $\frac{u_1^2}{2g}$  puis divisant par  $\frac{u_1^2}{2g}$  les deux membres nous obtiendrons :

$$M = \frac{2g H'}{u_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (XII)^b$$

A, B, C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité  $m$ ,  $n$ ,  $\nu$ , des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  et des coefficients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée:

$$A = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right) - \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) m^2 \quad (101)$$

$$B = 2 \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} \cos \beta_1 - \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) m n \cos \beta_2 \right] \quad (102)$$

$$C = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2\right) - n^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \quad (103)$$

On peut donc dire que

*Le coefficient manométrique est une fonction du coefficient de débit*

$x = \frac{w_1}{u_1}$  absolument caractéristique d'un type donné, indépendante des

dimensions de ce type, abstraction faite de la variation d'ailleurs faible avec les dimensions des coefficients  $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1$  qui ne dépendent que du coefficient de résistance  $k$  et du coefficient de choc  $k_1$ .

§ 4. — Recherche du coefficient de puissance.

Nous avons désigné par  $T_i$  le travail fourni ou absorbé par la roue, suivant qu'il s'agit d'une machine motrice ou réceptrice, par kg débité, dans l'hypothèse où les frottements externes pourraient être négligés.

Cherchons à exprimer  $T_i$  donné par la formule (III) en fonction de  $\frac{c_1^2}{2g}$  ou de  $\frac{u_1^2}{2g}$  et de  $x$ .

Nous appellerons *coefficient de puissance* le coefficient défini par l'une des relations

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{gT_i}{u_1^2}$$

Le premier sera déterminé en fonction de ce que nous avons appelé *coefficient de vitesse*, le second en fonction de ce que nous appelons *coefficient de débit*.

**1<sup>er</sup> cas : Valeur de  $P = \frac{gT_i}{c_1^2}$ .** — Remplaçons dans la relation (III)  $w_2, w_1$  et  $c_2$  par leur valeur tirée des relations (85) (89) et (90)

$$w_2^2 \text{ par } n^2 c_1^2$$

$$w_1^2 \text{ par } c_1^2 (1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1)$$

$$c_2^2 \text{ par } c_1^2 (m^2 x^2 + n^2 + 2 m n x \cos \beta_2);$$

nous obtiendrons :

$$T_i = \frac{c_1^2}{2g} (-2 m^2 x^2 - 2 m n x \cos \beta_2 + 2 x \cos \alpha_1) \quad (104)$$

et partant

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2} = x(a - b x) \quad (\text{XIII})$$

avec

$$a = \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \quad (105)$$

$$b = m^2 \quad (106)$$

Comme on le voit, le coefficient  $P$  ne dépend que des coefficients de proportionnalité et des angles, et partant garde la même valeur pour toutes



les turbo-machines géométriquement semblables lorsque celles-ci tournent à des vitesses périphériques telles que  $x$  reste constant. Comme il est possible de tracer la courbe de  $P$  en fonction du coefficient de vitesse  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$ , on peut donc affirmer que  $P$  est une fonction du coefficient de vitesse, caractéristique d'un type donné, indépendante de ses dimensions.

**2<sup>e</sup> cas : Valeur de  $P = \frac{gT_i}{u_1^2}$ .** — Remplaçons dans la relation (III)  $w_2$ ,  $u_2$ ,  $c_2$  et  $c_1$  par leurs valeurs tirées des équations (22) (33) (35) et (36)

$$\begin{aligned} u_2 &\text{ par } m u_1 \\ w_2 &\text{ par } n w_1 \\ c_2^2 &\text{ par } u_1^2 (m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2) \\ c_1^2 &\text{ par } u_1^2 (1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1) \end{aligned}$$

nous obtiendrons :

$$T_i = \frac{u_1^2}{2g} \left[ (1 - m^2) + x (\cos \beta_1 - m n \cos \beta_2) \right] \quad (107)$$

et partant

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = a + bx \quad (XIII)_B$$

avec

$$a = (1 - m^2) \quad (108)$$

$$b = \cos \beta_1 - m n \cos \beta_2 \quad (109)$$

Nous pourrions donc conclure comme pour le cas précédent que le coefficient  $P$  est une fonction du coefficient  $x$  appelé ici coefficient de débil, indépendante des dimensions, entièrement déterminée lorsqu'on connaît les proportions. Cette fonction est donc caractéristique d'un type donné.

### CHAPITRE III

#### VALEURS DU DEGRÉ DE RÉACTION ET DU RENDEMENT.

##### § 1. — Evaluation du degré de réaction $r$ .

Nous désignerons sous le nom de *degré de réaction*  $r$  le rapport de l'énergie potentielle de pression utilisée dans la roue à l'énergie potentielle de pression disponible

$$r = \frac{\int_2^1 v dp}{\int_8^e v dp} \quad (XIV)$$

Cherchons à évaluer  $r$  en fonction de  $x$  ; des formules (II) (VII)<sup>b</sup> et (VIII) nous pouvons déduire :

$$\int_2^1 v dp = -\frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_f$$

$$= H' - \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - T_1 - T_2 \quad (110)$$

$$\int_s^e v dp = H' - \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) \quad (111)$$

Si nous faisons l'hypothèse souvent réalisée que la vitesse  $c_e$  au point où l'on relève la pression à l'entrée, est égale à  $c_s$ , vitesse à l'entrée du tuyau d'échappement, il viendra :

$$r = \frac{H' - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} \left( 2 - \frac{1}{\varphi_1^2} \right)}{H'} \quad (112)$$

Nous aurons à distinguer comme précédemment deux cas ; celui où nous prenons pour variable indépendante le coefficient de vitesse, et celui où nous adoptons pour  $x$  le coefficient de débit.

**1<sup>er</sup> cas :  $r$  en fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — En divisant le dénominateur et le numérateur par  $\frac{c_1^2}{2g}$  puis en remplaçant  $\left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2$  par

$$m^2 x^2 + n^2 + 2 m n x \cos \beta_2,$$

nous obtiendrons :

$$r = \frac{M'}{M} \quad (113)$$

$M'$  désignant une fonction du second degré en  $x$

$$M' = A' + B' x + C' x^2 \quad (XV)$$

avec

$$A' = \frac{n^2}{\varphi^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \quad (114)$$

$$B' = 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 \quad (115)$$

$$C' = \frac{1}{\psi^2} - 1 - m^2 \quad (116)$$

**2<sup>e</sup> cas :  $r$  en fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ .** — En divisant le numérateur et le dénominateur par  $\frac{u_1^2}{2g}$  et en remplaçant (équations 99 et 100)

$$\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 \text{ par } 1 + x^2 + 2x \cos \beta_1$$

$$\left(\frac{c_2}{u_1}\right)^2 \text{ par } m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2$$

nous obtiendrons la même expression que ci-dessus

$$r = \frac{M'}{M} \quad (117)$$

mais avec des coefficients  $A' B' C'$  ayant les valeurs suivantes :

$$A' = (1 - m^2) \quad (118)$$

$$B' = 0 \quad (119)$$

$$C' = - \left[ \left(2 - \frac{1}{\varphi^2}\right) - \frac{n^2}{\psi^2} \right] \quad (120)$$

Ainsi, comme on le voit,  $r$  est une fonction de  $x$  indépendante des dimensions de la machine si l'on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible des coefficients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  avec les dimensions.

**§ 2. — Evaluation du rendement indiqué  $\eta_i$ , du rendement organique  $\eta_o$  et du rendement effectif  $\eta_e$ .**

Nous désignons sous le nom de *rendement indiqué*  $\eta_i$  d'une turbomachine motrice le rapport de la puissance qui serait disponible sur l'axe s'il n'existait d'autres pertes que les pertes internes, à la puissance utilisable à l'entrée  $N_u$

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_u} \quad (121)$$

S'il s'agit d'une turbo-machine réceptrice, le rendement indiqué sera donné par le rapport de la puissance utile disponible à la sortie, à la puissance qui aurait dû être fournie sur l'axe, s'il n'y avait d'autres pertes que les pertes internes :

$$\eta_i = \frac{N_u}{N_i} \quad (121)^b$$

Nous avons désigné par  $H'$  l'énergie disponible par kg débité. Si  $Q$  représente le débit en volume du fluide utilisé,  $N_u$  sera égal à

$$N_u = \frac{\rho Q H'}{75} \quad (122)$$

D'autre part  $T_i$  désignant le travail produit ou absorbé par kg de fluide débité

$$N_i = \frac{\rho Q T_i}{75} \quad (123)$$

Partant, pour une turbo-motrice

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = 2 \frac{\frac{g T_i}{2}}{2gH'} = 2 \frac{P}{M} \quad (XVI)$$

et pour une turbo-réceptrice

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (XVI)^b$$

Nous désignerons par *rendement organique*  $\eta_o$  d'une turbo-motrice, le rapport de la puissance effective  $N_e$  produite sur l'axe, à la puissance indiquée  $N_i$

$$\eta_o = \frac{N_e}{N_i} = \frac{N_i - N_o}{N_i} = 1 - \left( \frac{N_o}{N_i} \right) \quad (124)$$

en désignant par  $N_o$  la puissance absorbée par les frottements externes : frottements des flasques de la roue dans le fluide ( $N'_f$ ) et frottements de l'arbre dans les paliers et bourrages ( $N''_f$ ).

Nous désignerons par *rendement organique* d'une turbo-réceptrice, le rapport de la puissance indiquée à la puissance réellement fournie sur l'axe

$$\eta_o = \frac{N_i}{N_e} = \frac{N_i}{N_i + N_o} = \frac{1}{1 + \left( \frac{N_o}{N_i} \right)} \quad (124)^b$$

Connaissant le rendement indiqué  $\eta_i$  et le rendement organique  $\eta_o$ , il est possible de déterminer le *rendement effectif*  $\eta_e$ , rapport de la puissance fournie à l'axe à l'énergie disponible pour une turbo-motrice ou de la puissance disponible à la puissance fournie sur l'axe s'il s'agit d'une turbo-réceptrice.

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_u} \quad (125) \quad \text{ou} \quad \eta_e = \frac{N_u}{N_e} \quad (125)^b$$

En effet, en divisant et multipliant par  $N_i$ , nous obtiendrons respectivement pour les deux cas :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_i} \times \frac{N_i}{N_u} = \eta_o \times \eta_i \quad (126)$$

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} = \eta_i \times \eta_o \quad (126)^b$$

Le rendement effectif est donc égal au produit des deux rendements organique et indiqué, qu'il s'agisse d'une machine motrice ou d'une machine réceptrice.

Le rendement effectif ainsi défini, diffère de ce que nous appellerons *rendement total*  $\eta$  du fait que des fuites internes existent et que nous avons désigné par  $Q$  le débit traversant la roue.

Si nous désignons par  $f$  la fuite par les joints en labyrinthe qui séparent la périphérie de l'ouïe, (fig. 56) nous pourrions dire que, pour une turbo-motrice

$$\eta = \eta_o \frac{\partial(Q-f) T_i}{75 N_u} = \eta_o \times \eta_i \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (127)$$

tandis que pour une turbo-réceptrice

$$\eta = \eta_o \frac{\partial(Q-f) H'}{75 N_i} = \eta_o \times \eta_i \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (127)^b$$

On voit donc qu'il est possible de calculer le rendement total d'une turbo-machine, en fonction d'une variable indépendante, le coefficient de vitesse ou le coefficient de débit, à la condition de pouvoir déterminer  $\frac{f}{Q}$  et  $\frac{N_o}{N_i}$  en fonction de celui-ci.

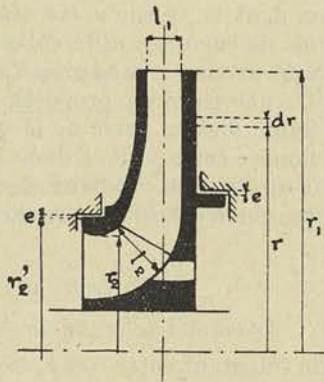


Fig. 56.

§ 3. — Calcul de  $\frac{N_o}{N_i}$ .

Nous avons vu que  $N_o$ , puissance absorbée par les frottements externes comprend deux termes :

1° la puissance  $N_f'$  absorbée par les frottements des flasques de la roue dans le fluide remplissant l'enveloppe ;

2° la puissance  $N_f''$  absorbée par le frottement de l'arbre dans les paliers et bourrages.

**Calcul de  $N_f'$ .** — Le calcul de  $N_f'$  peut se faire d'une façon assez sûre en fonction d'un coefficient de frottement  $k$  du fluide contre la paroi dont la valeur a été établie par *Unwin* pour l'eau et pour des parois de rugosités différentes.

Nous avons vu que la résistance provenant du frottement d'un fluide contre une paroi est proportionnelle à la surface mouillée, à la densité du fluide  $\delta$  et au carré de la vitesse relative de la surface par rapport au fluide ; cette vitesse dans le cas considéré peut être évaluée à  $\omega r$  pour un élément circulaire de rayon  $r$  d'épaisseur  $dr$  (fig. 56) ; partant la puissance absorbée par cet élément aura pour valeur

$$\left[ k (2 \pi r dr) \omega^2 r^2 \delta \right] \omega r = k 2 \pi \delta \omega^3 r^4 dr$$

En intégrant entre  $o$  et  $r_1$  rayon extérieur, et en tenant compte de ce qu'il y a deux flasques (la puissance allant en croissant comme la 5<sup>e</sup> puissance du rayon, on peut se rendre compte que l'erreur commise en adoptant pour la seconde flasque  $r_2 = o$  est négligeable) :

$$N_f' = \frac{2}{75} \int_0^{r_1} k \delta 2\pi \omega^3 r^4 dr = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 r_1^5 \quad (128)$$

**Calcul de  $N_f''$ .** — Le calcul de  $N_f''$  est beaucoup plus aléatoire. On peut admettre que la puissance absorbée par le frottement dans les paliers est proportionnelle au poids de la roue, à la vitesse périphérique des tourillons pour une turbine horizontale, à la vitesse moyenne des faces de la butée pour une turbine à axe vertical. Malheureusement, le coefficient de frottement pour les tourillons varie dans de très grandes limites avec les conditions de graissage et la température de régime des paliers ; d'autre part, la résistance des bourrages, qui est prépondérante dans les petites unités, est essentiellement variable avec le serrage des presse-étoupe et l'état de plus ou moins grande pureté du fluide évoluant. Pour toutes ces raisons, il n'est guère possible d'évaluer  $N_f''$  qu'en fonction d'un coefficient  $K$  à déterminer expérimentalement dans chaque cas ; si, en effet, nous admettons que le poids de la

roue varie proportionnellement au carré du rayon extérieur  $r_1$  <sup>(1)</sup>, nous pourrons calculer  $N_f''$  par la relation

$$N_f'' = \frac{1}{75} K r_1^2 \omega \frac{d}{2} \quad (129)$$

$d$  désignant le diamètre moyen des deux tourillons, ou le diamètre moyen des disques de butée s'il s'agit d'une turbine verticale.

**Calcul de  $\frac{N_o}{N_i}$ .** — Connaissant les valeurs de  $N_f'$  et  $N_f''$  il est possible de déterminer  $\frac{N_o}{N_i}$  en fonction de  $x$

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{K r_1^2 \omega \frac{d}{2} + \frac{4}{5} k \delta \pi \omega^3 r_1^2}{\delta Q T_i} \quad (130)$$

Nous considérerons comme précédemment deux cas, suivant que nous adoptons comme variable indépendante le coefficient de vitesse ou le coefficient de débit.

**1<sup>er</sup> cas : En fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — Nous pouvons remplacer

$$T_i \text{ par } c_1^2 \frac{P}{g}$$

$$Q \text{ par } 2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 c_1;$$

il viendra après simplification

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left( \frac{d}{2r_1} \right) \frac{u_1}{c_1} \frac{1}{c_1^2} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P} \quad (131)$$

Remplaçons  $c_1^2$  par sa valeur tirée de la relation

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = M$$

(1) Le poids varie un peu plus rapidement que  $r_1^2$  pour deux roues géométriquement semblables, mais en faisant cette hypothèse on tient compte implicitement de ce que la résistance des bourrages est indépendante du poids et partant de  $r_1$ .

de façon à n'avoir plus dans le second membre que des coefficients de proportionnalité et des termes fonctions de  $x$

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left(\frac{d}{2r_1}\right) x \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P} \quad (\text{XVII})$$

Même si l'on admet que  $\frac{d}{2r_1}$  est sensiblement constant pour un même type de turbine quelles qu'en soient les dimensions, on ne peut conclure, comme on le voit, que  $\frac{N_o}{N_i}$  et partant le rendement organique et le rendement effectif sont des fonctions de  $x$  indépendantes des dimensions sous les réserves déjà faites, car le premier terme du numérateur diminue comme on le voit, à mesure que la hauteur sous laquelle on utilise la turbomachine grandit.

**2<sup>e</sup> cas: En fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ .** — En remplaçant

$$T_i \text{ par } u_1^2 \frac{P}{g}$$

$$Q \text{ par } 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

$$u_1^2 \text{ par } \frac{2gH'}{M}$$

nous obtiendrons, toutes simplifications faites

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left(\frac{d}{2r_1}\right) \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} kg}{\varepsilon \sin \beta_1} \frac{1}{x P} \quad (\text{XVII})^b$$

valeur qui, comme dans le 1<sup>er</sup> cas, dépend de la hauteur disponible.

*Remarque.* — Comme dans la formule (130),  $r_1$  désigne le rayon extérieur, il y a lieu d'observer que pour pouvoir appliquer les formules (XVII) et (XVII)<sup>b</sup> qui en dérivent, au type centrifuge, il faut multiplier le premier terme du numérateur par  $m^2$  et le second terme par  $m^5$  ( $r_1$  désignant, dans ce type, non le rayon extérieur, mais le rayon à l'ouïe).

#### § 4. — Evaluation de $\frac{f}{Q}$ .

Nous pouvons chercher à déterminer les fuites en fonction du jeu  $e$  aux joints et du rayon moyen  $r'_2$  de celui-ci. En désignant par  $c$  la vitesse moyenne au joint (fig. 56) nous pourrons poser

$$f = 2\pi r'_2 e c. \quad (132)$$



et déterminer  $c$  au moyen de la formule (IV)

$$v(p_1 - p_2) + \frac{c^2}{2g} - T_f = 0 \quad (133)$$

en négligeant la vitesse initiale et en représentant par  $T_f$  la perte de charge.

Pour simplifier les notations, nous calculerons  $c$  comme si les frottements étaient nuls, quitte à multiplier la valeur trouvée par un coefficient de réduction  $k_2$ , que nous pourrions déterminer soit expérimentalement, soit par le calcul :

$$c = k_2 \sqrt{2g v (p_1 - p_2)}$$

Remplaçons  $v(p_1 - p_2)$  par  $r v(p_e - p_s)$  et multiplions par 2 la valeur ci-dessus pour tenir compte de ce qu'il y a généralement 2 joints de fuite à la même distance de l'axe ; nous obtiendrons :

$$1^{\text{er}} \text{ cas : } \frac{f}{Q} = 2 \left( \frac{r'_2}{r_1} \right) \left( \frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\varepsilon \sin \alpha_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (\text{XVIII})$$

$$2^{\text{e}} \text{ cas : } \frac{f}{Q} = 2 \left( \frac{r'_2}{r_1} \right) \left( \frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\varepsilon x \sin \beta_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (\text{XVIII})^b$$

Comme on le voit, on peut conclure que si le jeu croît proportionnellement aux dimensions de la roue, ce qui est voisin de la réalité, le rapport  $\frac{f}{Q}$  est indépendant des dimensions, pour un type donné, quelle que soit la hauteur sous laquelle ce type fonctionne.

#### CHAPITRE IV

### VALEUR DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE. — TRACÉ DES COURBES CARACTÉRISTIQUES POUR UNE TURBINE DONNÉE.

#### § 1. — Valeur du coefficient caractéristique

Nous sommes en mesure de calculer pour chaque type de turbomachine, qu'elle soit motrice ou réceptrice, les courbes caractéristiques donnant en fonction du coefficient de vitesse  $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$  ou du coefficient de débit  $x = \frac{w_1}{u_1}$ , les valeurs indépendantes des dimensions

(abstraction faite de la variation des coefficients  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\psi_1$ ,  $k$ ,  $k_1$  et  $K$  avec les dimensions) mais variables avec les proportions et les angles :

- 1° du coefficient manométrique  $M$
- 2° » de puissance  $P$
- 3° du degré de réaction  $r$
- 4° du rendement indiqué  $\eta_i$
- 5° » organique  $\eta_o$
- 6° » effectif  $\eta_e$
- 7° » total  $\eta$

Arrivé à ce point de la théorie, il nous est possible d'établir un *coefficient caractéristique d'un type donné* dont la valeur peut être calculée en fonction des trois quantités qui sont généralement les données mêmes du problème à résoudre :

- 1° Le débit  $Q$  en  $m^3/sec.$  que l'on doit utiliser ;
- 2° La hauteur  $H'm$  ou l'énergie  $H'kgm$  disponible par  $kg$  de fluide utilisé ;

3° Le nombre de tours  $N$  qui sans être toujours imposé d'une façon absolue, ne peut varier souvent qu'entre d'étroites limites pour satisfaire aux conditions posées par le constructeur électricien.

L'existence d'un tel coefficient implique ceci d'important que, pour répondre à un problème déterminé, on doit agir non seulement sur les dimensions mais sur les proportions, et que pour donner une solution à tout problème posé, il faut trouver le moyen de réaliser une *valeur quelconque* du coefficient caractéristique, en faisant varier les proportions. Nous verrons que l'on ne peut dépasser certaines limites et que partant il existe des données pour lesquelles le problème se trouve sans solution possible.

**1<sup>er</sup> cas. En fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — Evaluons  $N_i$  en fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} = \frac{\delta Q}{g} \frac{g T_i}{75 c_1^2} c_1^2$$

Remplaçons dans cette équation,  $Q$  par sa valeur donnée par la formule (19) dans laquelle nous introduirons toutefois deux coefficients de réduction

$k'$  pour tenir compte de l'encombrement de la section, les aubes ne pouvant avoir une épaisseur négligeable ;

$k''$  pour tenir compte de la réduction de la section d'écoulement par suite de la contraction de la veine à la sortie du distributeur :

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 k' k'' c_1 \quad (134)$$

Remplaçons également  $r_1$  et  $c_1$  par leurs valeurs en fonction de  $N$  et de  $x$  tirées des relations

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 = x c_1 \quad (135)$$

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = M;$$

nous obtiendrons :

$$N_i = \frac{\delta \overline{60^2}}{2g} \frac{1}{75} \frac{1}{\pi} \frac{1}{N^2} \varepsilon k' k'' c_1 \sin \alpha_1 (2g)^{\frac{5}{2}} \frac{H'^{\frac{5}{2}}}{M^{\frac{5}{2}}} x^2 P \quad (136)$$

Groupons dans le premier membre les termes qui ne dépendent que des données et représentons ce premier membre par  $R$

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = \frac{\overline{60^2}}{75} \frac{1}{\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2 P}{M^{\frac{5}{2}}} \quad (XIX)$$

Si nous remplaçons  $N_i$  par sa valeur en fonction de  $N_u$  et de  $\eta_i$ , il viendra :

$$N_i = \eta_i N_u = \eta_i \frac{\delta QH'}{75} \text{ pour les turbo-motrices,}$$

$$N_i = \frac{N_u}{\eta_i} = \frac{\delta QH'}{75\eta_i} \text{ pour les turbo-réceptrices et partant}$$

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = \frac{\overline{60^2}}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2}{M^{\frac{5}{2}}} \quad (XX)$$

$R$  et  $R'$ , on le voit, sont des fonctions de  $x$ , des coefficients de proportionnalité et des angles. On peut donc dire que le coefficient

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} \quad \text{ou} \quad R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

dont la valeur est déterminée quand les données

$$Q \quad H' \quad N$$

sont imposées, ne dépend que des proportions et de  $x$ .

Comme la valeur de  $x$  doit être choisie pour que la turbo-machine fonctionne aux environs du rendement maximum, on peut conclure

que pour réaliser la valeur de R résultant des valeurs imposées pour les trois variables Q, H' et N, on ne peut agir que sur les proportions et non sur les dimensions, et qu'ainsi à une valeur de R imposée correspond un type déterminé.

2<sup>e</sup> cas : R en fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ . — De la formule

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 w_1 = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

nous pouvons éliminer  $r_1$  et  $u_1$  en fonction de N et de  $x$ ,

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 \quad \frac{2gH'}{u_1^2} = M;$$

nous obtiendrons, en groupant les termes qui dépendent de Q, H' et N, dans le premier membre :

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 \frac{x}{M^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{XX})^b$$

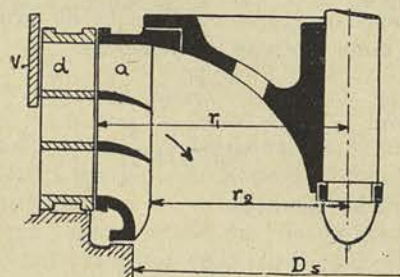
$k'$  et  $k''$  désignant ici respectivement les coefficients d'encombrement de l'aubage et de contraction de la veine à l'entrée de la roue.

Nous arrivons donc aux mêmes conclusions que dans le cas précédent.

## § 2. — Application de la théorie à une turbine connue

Pour faire saisir la portée de la théorie que nous venons d'exposer, et la rendre moins abstraite, appliquons-la à l'étude de deux types dont nous possédons toutes les dimensions importantes.

Premier exemple. — Nous choisirons comme premier exemple celui de la turbine de *Belgarde*, représentée en coupe et à l'échelle (fig. 57). Cette turbine, du type centripète, répond aux données suivantes :



$$Q = 9,2 \text{ m}^3/\text{sec} \quad H' = 13 \text{ m} \\ N = 120.$$

Les dimensions caractéristiques ci-dessous :

$$\begin{array}{ll} 2r_1 = 2,000 & l_1 = 0,500 \\ 2r_2 = 1,600 & l_2 = 0,600 \\ \alpha_1 = 24^\circ 1/2 & \beta_2 = 180^\circ - 19^\circ \end{array}$$

Fig 57.

conduisent aux coefficients de proportionnalité :

$$m = 0,8 \quad \varepsilon = 0,500 \quad v = 1,2 \quad n = 1,3$$

En utilisant le tracé de l'aubage, on peut rechercher la valeur de  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  et en adoptant pour  $k$  la valeur 0,0006, on est conduit à la valeur

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975$$

Nous supposons que la moitié de l'énergie disponible à la sortie est perdue en raison du tracé du profil de la roue qui conduit à une largeur  $l_2$  trop grande par rapport à  $2r_2$ , et qui entraîne ainsi, fatalement, des remous à l'entrée du tube de succion. Cette hypothèse correspond à

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,5.$$

Pour la valeur de  $\frac{1}{\psi_2}$ , nous appliquerons la formule (92), en adoptant pour  $x$  une valeur de 0,8 voisine de celle qui correspond au maximum de rendement, et pour  $k_1$ , la valeur 0,2, proposée par M. Rateau, pour des tracés d'aubes à forte courbure, telles que celles réalisées ici ; nous trouvons ainsi

$$\frac{1}{\psi_2} = 1,40.$$

Introduisant ces valeurs dans les relations XII, XIII, XIV, XV, XVI, nous pourrions déterminer respectivement

$$M, P, M', r, \eta_i$$

et enfin,

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M\frac{1}{2}}$$

Pour calculer  $\eta_0$ , nous avons utilisé la formule XVII et adopté :

$$K = 4000 \quad \frac{d}{2r_1} = 0,18 \quad \text{et } k = 0,00016$$

valeurs qui conduisent à  $\eta_0 = 0,94$  pour la valeur de  $x = 1,2$ , voisine de celle qui correspond au rendement maximum.

Pour calculer les fuites, nous avons admis un jeu de 2 mm. et un coefficient  $k_2$  de 0,7 (formule XVIII).

Le calcul de  $R$  a été obtenu en adoptant pour  $k''$  coefficient de contraction 0,90, et pour  $k'$ , le coefficient d'encombrement résultant du tracé des aubes que l'on peut évaluer à 0,85.

Les résultats trouvés sont portés en diagramme (fig.58). Comme on peut le constater, le rendement maximum total se présente pour la valeur du coefficient de vitesse 0,75 environ et la turbine a été calculée pour fonctionner avec

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{12,60}{\sqrt{19,62 \times 13}} = 0,785.$$

Pour cette valeur du coefficient de vitesse, le rendement est de 0,81 chiffre indiqué par le constructeur, et la valeur de R est égale à 0,350. Le degré de réaction est voisin de 0,7, ce qui revient à dire que 70 %

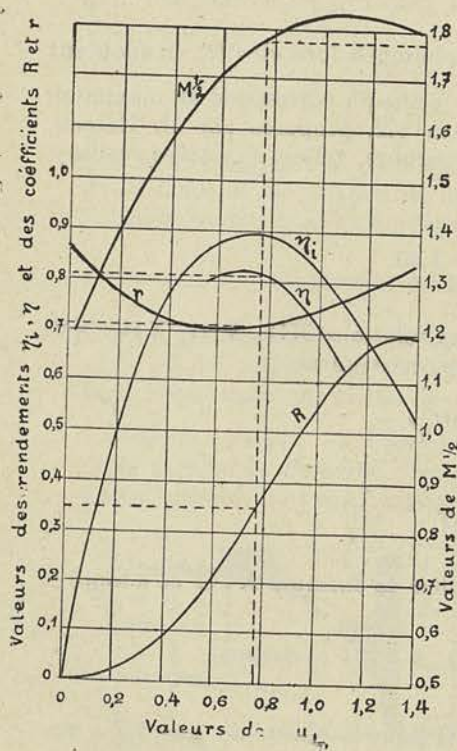


Fig. 58.

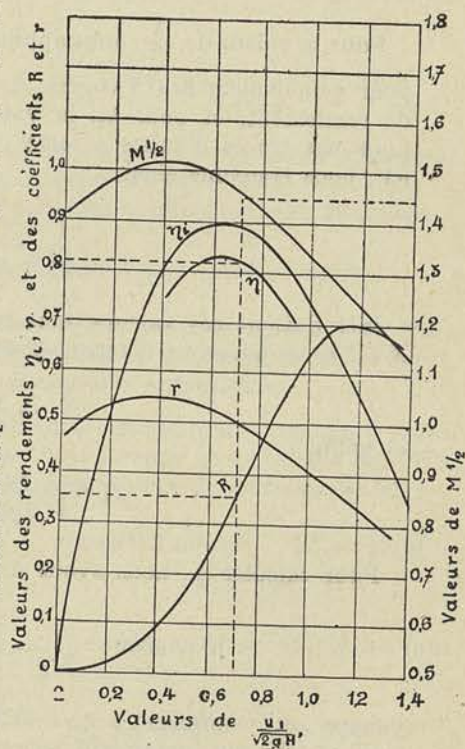


Fig. 60.

de l'énergie totale se trouvent utilisés à l'état d'énergie potentielle de pression dans la roue. Avec la valeur du coefficient de vitesse égale à 0,785, on est conduit à une valeur de  $x$  égale à 1,4, et si l'on

trace le triangle des vitesses à l'entrée pour cette valeur de  $x$ , on trouve pour  $\beta_1$

$$\beta_1 = 130^\circ,$$

alors que les aubes étaient tracées avec un angle un peu plus faible,  $115^\circ$ .

On peut remarquer que si l'on voulait encore faire croître le coefficient caractéristique  $R$ , il faudrait sacrifier quelques % sur le rendement maximum.

Celui-ci tend à décroître toutefois un peu moins rapidement que ne l'indique le calcul, car, à mesure que le coefficient de vitesse  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  augmente,  $x$  croît de même que l'angle  $\beta_1$  : comme, dans ces conditions, la courbure des aubes diminue, le coefficient de choc  $k_1$  que nous avons pris égal à 0,2, tend vers une valeur limite inférieure que l'on peut admettre égale à 0.05.

Il n'est pas inutile, pour faire saisir la portée de cette analyse mathématique des conditions de fonctionnement, d'examiner ce que pourrait devenir le nombre de tours, si l'on acceptait un rendement inférieur égal à 0,75, par exemple ; en tenant compte de la remarque ci-dessus, la valeur de  $x_1$  pourrait être portée à 1,0 environ et la valeur correspondante de  $R$  serait égale à

$$R = 0,55.$$

De la relation

$$\frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = 0,55,$$

on peut tirer, pour les mêmes données  $N$  et  $H'$

$$N = 150$$

et déduire, de la valeur de  $x_1 = 1,0$ ,  $u_1 = 1 \times \sqrt{2gH'} = 16^m$ ,

puis

$$2r_1 = 2,040.$$

Ainsi, avec une roue d'un diamètre sensiblement égal à la première il serait possible en sacrifiant 5 à 6 % sur le rendement, d'adopter une vitesse angulaire de 25 % plus élevée ce qui au point de vue de la génératrice électrique, peut amener, dans le cas de l'attaque directe, une diminution notable des dimensions et du prix.

*Deuxième exemple.* — La figure 59 donne la coupe à l'échelle d'une turbine du Niagara de 5500 chevaux construite par la Mais on *Piccard et Pictet*, sur les données suivantes :

$$Q = 12 \text{ m}^3/\text{seconde}$$

$$H = 41,50$$

$$N = 250$$

Cette turbine, du type centrifuge, a les dimensions suivantes :

$$\begin{aligned} 2r_1 &= 1,640 & 2r_2 &= 1,900 \\ l_1 &= 0,550 & l_2 &= 0,600 \end{aligned}$$

Les angles, à l'entrée et à la sortie, sont respectivement de

$$\alpha_1 = 19^\circ \qquad \beta_2 = 180^\circ - 12^\circ$$

On peut déduire, de ces valeurs, les coefficients de proportionnalité

$$\begin{aligned} m = \frac{r_2}{r_1} &= 1,16 & \varepsilon = \frac{l_1}{r_1} &= 0,665 & \nu = \frac{l_2}{l_1} &= 1,09 \\ n &= \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} &= 1,19. \end{aligned}$$

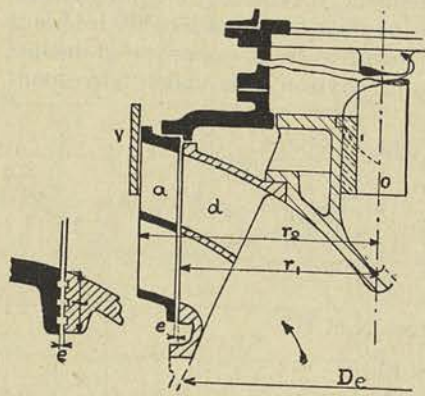


Fig. 59.

Adoptons, comme précédemment, les valeurs

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975$$

qui correspondent bien au tracé des aubes.

L'énergie disponible à la sortie est ici entièrement perdue, puisque le fluide est abandonné à lui-même dans l'espace libre de la chambre contenant la turbine ; on doit donc poser :

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 2$$

D'autre part, le calcul conduit à  $\frac{1}{\psi_2^2} = 1,42$ , avec  $k_1 = 0,2$ , valeur précédemment adoptée.

Pour les coefficients relatifs aux pertes externes, nous avons, à défaut de renseignements plus précis, conservé les valeurs adoptées dans l'exemple précédent

$$\frac{d}{2r_2} = 0,18 \qquad k = 0,00016$$

et pris  $K = 6600$  en raison de la longueur exceptionnelle de l'arbre (45 mètres environ) et du poids énorme de la partie mobile, reposant sur les paliers de butée.



Le rendement organique a été calculé par la formule (XVII), dans laquelle nous avons introduit, pour tenir compte de la remarque page 86, les facteurs  $m^2$  dans le premier terme, et  $m^3$  dans le second terme du numérateur.

En ce qui concerne le jeu, nous avons admis comme pour la turbine précédente, 0,002 m. et conservé le coefficient  $k_2 = 0,7$ . Les résultats trouvés sont portés au diagramme fig. 60. Pour le calcul de R, nous avons pris  $k'' = 0,90$  et  $k' = 0,80$ , chiffre résultant des mesures effectuées sur le plan donnant le tracé des aubes.

Comme on peut s'en rendre compte, le rendement maximum correspond à 0,83 pour  $x_1 = 0,65$ , alors que la turbine a été calculée pour

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,73.$$

Pour cette valeur du coefficient de vitesse, le rendement atteint 0,81 et le coefficient caractéristique R la valeur 0,358, correspondant sensiblement aux données. Le degré de réaction est ici égal à 0,5.

### § 3. — Conclusions

Les courbes que nous venons de tracer, connaissant les coefficients de proportionnalité

$$m, n, \nu, \varepsilon,$$

et les coefficients tenant compte des pertes

$$\zeta, \varphi_1, \psi, \psi_1$$

montrent qu'il existe pour chaque type un régime pour lequel le rendement est maximum, mais qu'en vue de réduire les dimensions d'encombrement, on peut adopter une vitesse périphérique plus grande que celle qui correspond au maximum de rendement.

Lorsqu'on connaît pour un type donné, les courbes caractéristiques :

1° du coefficient manométrique M,

2° du rendement  $\eta$ ,

3° du coefficient caractéristique R en fonction du coefficient de

vitesse  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  ou du coefficient de débit  $\frac{w_1}{u_1}$ ,

on peut dire que l'on est en mesure de déterminer d'une manière sûre et rationnelle les dimensions de ce type répondant à des données

déterminées, pour autant toutefois que celles-ci conduisent à une valeur de R ou de R', fournie par les formules

$$\frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = R \text{ ou } \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} = R'$$

compatible avec le type envisagé.

Le premier calcul à effectuer une fois les données fixées, est donc celui de R ou de R'.

La valeur de R (ou R') étant déterminée, on pourra s'assurer en consultant la courbe de R, supposée connue pour un angle  $\alpha_1$  admis, que cette valeur est réalisable, sans tomber en dessous d'un rendement acceptable. S'il n'en était pas ainsi, cela signifierait que le type en question est inutilisable pour résoudre le problème posé.

Si R est tel que la valeur du rendement correspondant est acceptable, on pourra déduire directement du diagramme de R, la valeur du coefficient de vitesse ou du coefficient de débit.

Dans le premier cas, on pourra en tirer immédiatement la valeur de  $u_1$ , puisque H' est donné :

$$u_1 = x_1 \sqrt{2gH'}$$

et partant  $2r_1$ , puisque le nombre de tours est également fixé

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N}$$

Cette dimension étant connue, toutes les autres s'en suivront, en utilisant les coefficients de proportionnalité.

La détermination de l'angle  $\beta_1$  pourra se faire également très simplement, car le coefficient manométrique correspondant à la valeur de  $x_1$  étant donné par les courbes caractéristiques, on en déduira :

$$x = \frac{u_1}{c_1} = M^{\frac{1}{2}} x_1,$$

et, partant :

$$c_1 = \frac{u_1}{M^{\frac{1}{2}} x_1}$$

Connaissant  $c_1$  et l'angle  $\alpha_1$ , le tracé du triangle des vitesses à l'entrée fournira  $\beta_1$ .

Si les courbes caractéristiques sont tracées en fonction du coefficient de débit, on pourra déduire de la courbe de  $R'$ , la valeur de  $x$ , puis chercher la valeur de  $\frac{2gH'}{u_1^2} = M$  correspondant à l'abscisse  $x$ , sur la courbe du coefficient manométrique. De cette valeur  $M$ , on déduira directement

$$u_1 = \frac{1}{M} \sqrt{2gH'}$$

puis

$$w_1 = xu_1 \quad \text{et} \quad 2r_1$$

et enfin

$$c_1 \quad \text{et} \quad \alpha_1$$

par la tracé du triangle des vitesses à la sortie de la roue.

Il est donc possible de déterminer très simplement les dimensions d'une turbo-machine quelconque, lorsque les trois courbes caractéristiques de  $M\frac{1}{2}$ , de  $r_1$ , et de  $R$ , sont connues.

La prédétermination de ces courbes pour un type donné constitue toutefois un problème inabordable sans le secours de l'expérimentation.

Les coefficients tenant compte des pertes  $\varphi, \varphi_1, \psi, \psi_1$  ne peuvent être calculés *a priori* qu'avec une approximation relativement grossière, et le coefficient  $k''$  de contraction de la veine doit être choisi de sentiment.

Toutefois, si par des expériences systématiques sur une turbo-machine d'un type déterminé, même de dimensions réduites, on parvient à tracer les courbes caractéristiques envisagées ici, la théorie permettra d'établir ce que deviendront ces courbes caractéristiques réelles pour toutes les turbo-machines de ce type.

Les lois démontrées, en effet, par la théorie que nous venons d'exposer, se vérifient dans l'application, d'une manière tout à fait remarquable, et il résulte de ces lois que ces courbes caractéristiques peuvent être considérées comme identiques pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables, dans une première approximation tout au moins.

Nous rappellerons ici les lois énoncées au cours de l'exposé et nous en déduirons ce que l'on pourrait appeler les lois de similitude.

1° *Le coefficient manométrique et le coefficient de puissance sont des fonctions du coefficient de vitesse ou du coefficient de débit, absolument caractéristiques d'un type donné, indépendantes des dimensions de ce*

type, si l'on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible, des coefficients de pertes  $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1$  avec les dimensions.

2° Tandis que le rendement indiqué est une fonction du coefficient de vitesse ou du coefficient de débit indépendante des dimensions du type considéré (sous la réserve qui vient d'être faite), le rendement organique, et partant le rendement effectif et le rendement total croissent dans une certaine mesure, avec les dimensions.

3° Les coefficients caractéristiques définis par l'une des relations (XIX) et XX) et dont les valeurs sont déterminées par les données mêmes du problème, sont des fonctions respectivement du coefficient de vitesse et du coefficient de débit, indépendantes des dimensions.

Si l'on s'impose un rendement limite, on peut dire qu'à chaque type déterminé correspond une valeur unique de  $R$  qui caractérise en quelque sorte ce type.

Ainsi, si nous faisons abstraction de la variation avec les dimensions, des coefficients de pertes et du rapport  $\frac{N_0}{N_i}$  entrant dans l'expression de  $\eta_0$ , nous pouvons énoncer les lois de similitude suivantes :

1° Toutes les turbo-machines d'un même type ont même rendement si l'on fait croître la vitesse périphérique  $u_1$  proportionnellement à  $\sqrt{H'}$  et le quotient  $\frac{Q}{r_1^2}$  proportionnellement à la vitesse périphérique  $u_1$ .

2° Le rendement d'une turbo-machine donnée reste invariable quelle que soit la hauteur sous laquelle elle fonctionne, si l'on fait croître le nombre de tours  $N$  comme  $\sqrt{H'}$  et le débit proportionnellement à  $N$ .

Cet énoncé ressort à la fois de l'examen des courbes caractéristiques en fonction du coefficient de puissance et du coefficient de débit. En effet, si nous examinons les premières, nous voyons que pour maintenir le même rendement, il faut conserver la même valeur de

$$\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

ce qui entraîne comme conséquence une variation de  $u_1$  proportionnelle à  $\sqrt{H'}$ ; comme il existe entre le coefficient de vitesse et la valeur de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ , la relation

$$\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M^{\frac{1}{2}}}$$

on voit que  $x$  doit également garder la même valeur, ce qui revient à dire que  $c_1$  et, partant le quotient  $\frac{Q}{r_1^2}$ , doit varier comme  $u_1$  (formule 134).

Si nous nous en rapportons aux courbes tracées en fonction du coefficient de débit, nous voyons que, pour maintenir le rendement constant, il faut conserver la même valeur de  $x$ , c'est-à-dire faire varier  $w_1$ , ou le quotient  $\frac{Q}{r_1^2}$  proportionnellement à  $u_1$ . Comme le coefficient manométrique  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  a une valeur unique pour une même valeur de  $x$ , il en résulte que l'on doit faire varier  $u_1$  comme  $\sqrt{H'}$ .

*Remarque.* — Au point de vue de la vérification expérimentale de la théorie, il est important de remarquer que les courbes théoriques déduites des équations trouvées, ne peuvent coïncider avec les courbes expérimentales que dans la région correspondant au fonctionnement normal pour lequel la machine a été calculée. Nous avons admis, en effet, pour établir ces équations, que l'angle d'entrée de la roue  $\beta_1$  variait avec  $x_1$  et que l'angle d'entrée du diffuseur  $\alpha_1$  variait avec  $x$ , ce qui n'est pas le cas lorsqu'on expérimente sur une turbo-machine soit en faisant varier la vitesse périphérique et en maintenant  $H'$  constant, soit en faisant varier le débit et en maintenant le nombre de tours  $N$  constant.

Il résulte de là que les courbes théoriques constituent les courbes enveloppes des courbes expérimentales que l'on pourrait établir en faisant successivement des essais sur des roues ayant des angles d'entrée  $\beta_1$  de plus en plus grands, s'il s'agit d'obtenir les courbes en fonction du coefficient de vitesse; ou bien en faisant successivement des essais avec la même roue, mais des angles  $\alpha_1$  variables au distributeur ou diffuseur, si les courbes doivent être tracées en fonction du coefficient de débit.

Ayant mis en évidence la possibilité de caractériser un type par un coefficient  $R$ , il nous reste à montrer comment on peut faire une classification rationnelle des différents types.

## CHAPITRE V

### CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE TURBO-MACHINES A RÉACTION.

Les formules que nous venons d'établir s'appliquent aussi bien aux turbines qu'aux pompes, à un fluide compressible qu'à un fluide incompressible, à un type axial qu'à un type hélico-centrifuge ou hélico-centripète, ou bien encore à un type centrifuge pur ou centripète pur. Il convient toutefois de remarquer qu'avec ces derniers, les valeurs de  $r_2$  sont parfaitement définies, tandis qu'avec le type

hélico, le rayon  $r_2$  ne peut représenter qu'une valeur moyenne pour les différents filets.

Lorsqu'il s'agit de types hélico-centripètes ou hélico-centrifuges, il convient donc, pour serrer la vérité de plus près, de décomposer en turbines partielles (deux, trois ou quatre) la turbine donnée, (fig. 63 à 65) et d'appliquer à chacune d'elles les équations trouvées. La décomposition ne peut se faire, il est vrai, qu'en se laissant guider par le sentiment ; il est toutefois possible de se rapprocher d'une décomposition rationnelle, ainsi que nous le montrerons dans l'étude que nous consacrons au *tracé des aubes de turbines* dans le 3<sup>e</sup> fascicule.

Pour ce qui concerne le cas des turbines axiales à grande largeur  $l_1$  (fig. 66), il y a lieu d'en faire une étude spéciale, en intégrant par rapport à  $r$  les équations donnant M et P pour un élément de largeur  $dr$  (1).

Tout ce qui se rapporte au coefficient caractéristique R ne s'applique qu'aux turbo-machines à injection totale, puisque la relation fixant la valeur de ce coefficient n'a été établie qu'en s'appuyant sur la relation de continuité (134) qui suppose implicitement l'existence d'un distributeur s'étendant sur toute la périphérie ; cette relation est donc essentiellement particulière à l'étude des turbines à réaction qui constituent d'ailleurs la catégorie de beaucoup la plus importante des turbo-machines, qu'il s'agisse de machines motrices ou réceptrices.

Sauf pour les turbines à vapeur et les turbines hydrauliques à très hautes chutes, où l'on emploie le type d'action, on peut dire que toutes les turbo-machines construites à l'heure actuelle sont du type à réaction. On peut même ajouter qu'elles sont exclusivement du type hélico-centripète, ou hélicoïde, lorsqu'ils s'agit de turbines hydrauliques ; centrifuge, hélico-centrifuge et quelquefois hélicoïde lorsqu'il s'agit de pompes et ventilateurs. La raison de l'exclusion des types centrifuge et hélico-centrifuge dans la construction des turbines hydrauliques modernes, tient aux facilités qu'offrent les types centripètes pour la réalisation d'un distributeur à aubes orientables, et à la possibilité d'utiliser le tuyau d'évacuation comme transformateur d'énergie cinétique en énergie potentielle de pression, dans des conditions très simples et très efficaces.

L'étude de la classification des différents types que nous poursuivons, peut donc se limiter, si l'on réserve la question des turbines à vapeur d'action et des turbines hydrauliques pour très hautes chutes, à celles des types représentés par les figures 61 à 66 :

- 1<sup>o</sup> centripète, hélico-centripète, mixte et hélicoïde pour les turbines ;
- 2<sup>o</sup> centrifuge, hélico-centrifuge, mixte et hélicoïde pour les pompes.

Pour plus de clarté, nous examinerons séparément le cas des turbines hydrauliques et le cas des turbo-pompes.

---

(1) Voir Appendice.

A. — Turbines hydrauliques.

Dans les turbines hydrauliques le problème se présente généralement de la manière suivante : *réaliser la plus grande puissance  $N_i$  possible avec le plus grand nombre de tours  $N$  possible, pour une hauteur de chute  $H'$  donnée.*

Cela revient à dire que pour résoudre le problème posé il faut concevoir des types capables de fournir des valeurs de  $R$  aussi élevées que possible. La formule (XIX) fait voir que dans ce but, l'on doit faire croître l'angle sous lequel se fait la distribution du fluide ; comme  $P$  et  $M$  dépendent toutefois de  $\alpha_1$  on ne peut conclure *a priori* : il importe donc de déterminer dans quelles limites on peut faire croître  $\alpha_1$  pour que le rendement de la turbine ne descende pas en dessous d'une valeur inférieure que l'on se fixe ; par contre  $\varepsilon$  n'entrant pas explicitement dans les valeurs de  $P$  et  $M$ , on peut affirmer qu'il y a intérêt en tout état de cause, à faire croître  $\varepsilon$ .

Il est facile toutefois de se rendre compte que l'on ne peut agir sur  $\varepsilon$  sans augmenter le diamètre  $D_s$  du tuyau d'évacuation, et cela sous peine d'accroître la perte d'énergie à la sortie au delà de limites acceptables :

le rapport  $m = \frac{r_2}{r_1}$  est ainsi lié implicitement à la valeur de  $\varepsilon$ .

Pour pouvoir classer les différents types, il importe donc en tout premier lieu de rechercher comment  $D_s$  et  $m$  sont liés à la valeur de  $\varepsilon$ .

Il est rare que l'on descende en dessous de la valeur de  $\varepsilon = 0,1$  dans les turbines à haute chute de même que dans les pompes à haute pression, et cela à la fois pour éviter des difficultés d'exécution et des rendements organique et effectifs trop faibles ; on peut donc considérer que  $\varepsilon$  reste compris entre 0,1 et 0,15 pour les roues les plus étroites.

Nous avons adopté pour le tracé du profil de la roue du type centripète pur (fig. 61) la valeur  $\varepsilon = 0,125$ , et nous avons choisi  $D_s$  égal à  $2r_2$ . Cela conduit à une vitesse axiale  $c_s$  dans le tuyau d'évacuation que nous pouvons évaluer en fonction de  $u_1$  et de  $m$  en appliquant la relation

$$Q = \frac{\pi D_s^2}{4} c_s = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{u_1}{x}$$

On en tire, en effet,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{c_s}{u_1} \right) \left( \frac{D_s}{2r_1} \right)^2 x \frac{1}{\sin \alpha_1}$$

qui pour  $D_s = 2r_2$  donne

$$\frac{c_s}{u_1} = 2 \times \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{1}{x} \frac{1}{m^2} \quad (137)$$

Comme l'angle  $\alpha_1$  le plus favorable est de  $24^\circ$  environ, ainsi que cela ressortira des courbes calculées ultérieurement, et que la valeur de  $x$  qui conduit au maximum de rendement est aux environs de  $x = 1,5$ , il vient :

$$\frac{c_s}{u_1} = \frac{0,0675}{m^2}$$

ce qui, avec  $m = \frac{r_2}{r_1} = 0,5$  valeur réalisée dans notre profil (fig. 61), conduit à

$$c_s \cong 0,27 u_1$$

Ainsi pour  $u_1 = 20$  m/sec,  $c_s$  atteindrait 5,4 m/sec ce qui est acceptable.

Pour la roue hélico-centripète (fig. 62) dont la largeur est doublée de façon que  $\varepsilon = 0,250$ , nous avons adopté  $D_s$  égal à 0,6 ( $2r_1$ ) de telle sorte que

$$c_s \cong 0,38 u_1$$

valeur un peu supérieure à la précédente, mais qui conduit néanmoins pour des vitesses périphériques  $u_1$  ne dépassant pas une vingtaine de mètres, à des vitesses d'écoulement à l'entrée du tube de succion encore admissibles.

Pour les calculs, nous pourrions décomposer la roue en deux, de largeur telle que

$$\varepsilon = 0,125$$

pour chacune ; le rayon  $r_2$  pourra être pris respectivement égal à 0,5  $r_1$  et 0,6  $r_1$ .

Dans la roue hélico-centripète plus large (fig. 63) qui correspond à  $\varepsilon = 0,5$ , la valeur de  $D_s$  a été choisie égale au 0,85 du diamètre ( $2 r_1$ ) de manière à conserver

$$c_s \cong 0,38 u_1$$

identique à la précédente.

Pour les calculs nous considérerons cette roue comme constituée par deux roues partielles, présentant l'une une valeur de  $m$  voisine de 0,5 et l'autre une valeur de  $m$  voisine de 0,7.

Dans la roue mixte de la figure 64 pour laquelle  $\varepsilon = 1,00$  nous avons adopté  $D_s = 1,075 (2r_1)$  ce qui conduit avec  $x = 1,6$  à

$$c_s \cong 0,44 u_1$$

C'est dire que l'on ne peut utiliser ce type que pour des vitesses périphériques nettement inférieures à 20 m.



Lorsqu'on veut atteindre de plus grandes vitesses, ou que pour réaliser de plus grandes valeurs de R on adopte un angle  $\alpha_1$  de  $30^\circ$  et plus, on est conduit à utiliser le type représenté fig. 6 pour lequel  $D_s = 1,3(2r_1)$ .

Avec ce type

$$c_s \equiv 0,38 u_1$$

si  $\alpha_1 = 30^\circ$  et  $x = 1,6$

Ces roues fig. 64 et 65 peuvent être décomposées en quatre roues partielles présentant des valeurs de  $m$  d'environ

pour la 1 <sup>re</sup>	0,5	0,6	0,7	0,9
pour la 2 <sup>me</sup>	0,5	0,6	0,9	1,1

Les profils des fiasques pour les roues dessinées figures 61, 62, 63 et 64 ne pourraient guère être modifiés si l'on s'impose comme nous l'avons fait un diamètre  $D_s$  du tuyau d'évacuation suffisant pour limiter la vitesse  $c_s$  à une valeur relativement faible, et l'on peut montrer expérimentalement pour les pompes en tout cas, qu'il importe de limiter cette vitesse si l'on veut éviter une chute sensible du coefficient manométrique et un abaissement du rendement.

Pour les deux premiers types, on pourrait à première vue, semble-t-il, faire croître la largeur  $l_2$  à la sortie, mais on peut se rendre compte qu'un accroissement de  $l_2$  aurait pour conséquence de faire en sorte que la section à la sortie de l'aubage soit plus grande que celle existant à la sortie même de la roue, ce qui de toute évidence amènerait la formation de remous préjudiciables au bon fonctionnement et au rendement de la turbo-machine.

Nous sommes donc amené à étudier les courbes caractéristiques des types représentés figures 61 à 65, décomposés en éléments caractérisés par les coefficients de proportionnalité

$m = 0,5$	$\nu = 1,6$	désigné sous le n° 1
$m = 0,6$	$\nu = 1,5$	» » 2
$m = 0,7$	$\nu = 1,3$	» » 3
$m = 0,9$	$\nu = 1,05$	» » 4
$m = 1,0$	$\nu = 1,00$	» » 5
$m = 1,10$	$\nu = 0,835$	» » 6

Pour ne pas être conduit à une valeur trop élevée du degré de réaction, nous adopterons pour angle  $\beta_2$  l'angle

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

**Classification des turbines hydrauliques**

**centripète**  
T. F. V.

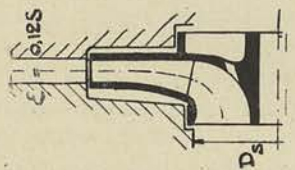


Fig. 61.  
roue I.

**hélico-centripète**  
M. V.

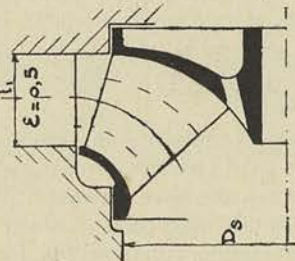


Fig. 62.  
roue II.

**mixte**  
G. V.

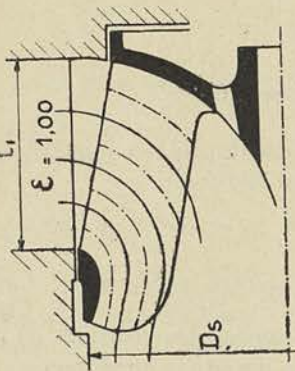


Fig. 63.  
roue III.

**mixte**  
T. G. V.

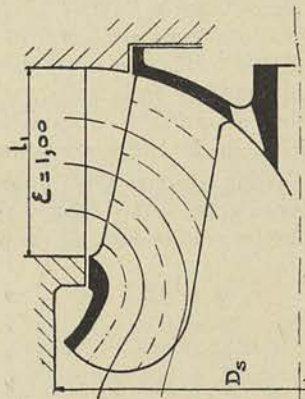


Fig. 64.  
roue IV.

**hélicoïde**  
T. T. G. V.

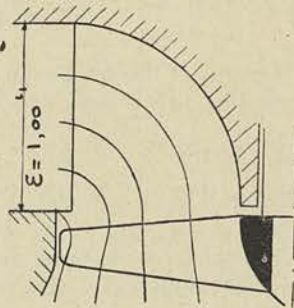


Fig. 65.  
roue V.

Fig. 66.  
roue VI.

**Classification des turbo-pompes**

**centrifuge**  
T. H. P.

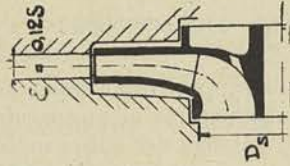


Fig. 61.  
roue I.

H. P.

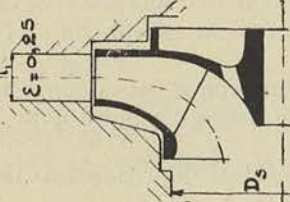


Fig. 62.  
roue II.

**hélico-centrifuge**  
M. P.

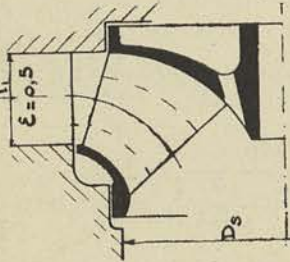


Fig. 63.  
roue III.

**mixte**  
B. P.

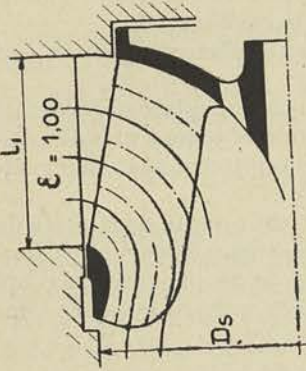


Fig. 64.  
roue IV.

**hélicoïde**  
T. T. B. P.

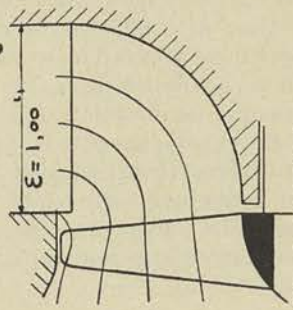


Fig. 66.  
roue VI.

**mixte**  
T. B. P.

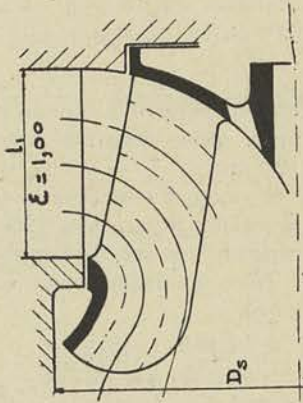


Fig. 65.  
roue V.

et nous déterminerons les courbes caractéristiques pour 4 angles  $\alpha_1$  du distributeur

19°                      24°                      30°                      36°

Cette détermination ne peut se faire qu'à la condition d'adopter une valeur pour le coefficient  $\varphi$  et pour le coefficient  $k_1$ .

Nous prendrons pour  $\varphi$  ainsi que pour  $\varphi_1$ , coefficient relatif au distributeur, la valeur limite 0,975.

Pour  $k_1$  coefficient de choc à l'entrée nous adopterons 0,05 chiffre également très faible, en raison de ce que pour les roues à grande vitesse, on est conduit à des aubes très plates qui suppriment tout changement brusque de direction dans l'aubage mobile.

En ce qui concerne le coefficient  $\psi_1$  qui tient compte de la perte dans le diffuseur (constitué dans les turbines par le tuyau d'évacuation auquel on donne une forme évasée vers le bas) nous ne pouvons qu'adopter un chiffre moyen correspondant à une perte % souvent indiquée comme résultant d'expériences, 25 % c'est-à-dire

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

Pour le coefficient d'encombrement  $k'$  nous admettons qu'il varie avec  $\sin \alpha_1$  comme l'indique la formule ci-dessous

$$k' = \frac{s}{s + \frac{e}{\sin \alpha_1}} = \frac{120}{120 + \frac{7}{\sin \alpha_1}}$$

qui correspond à une épaisseur d'aube de 7 mm. et à une distance entre deux aubes voisines mesurées suivant l'arc à la périphérie, égale à 120 mm.

En ce qui concerne le coefficient de contraction  $k''$  nous adopterons la valeur invariable 0,95, bien que celui-ci doive dépendre dans une certaine mesure, de l'angle  $\alpha_1$ .

Nous avons adopté d'autre part pour le calcul du rendement organique :

$$\frac{d}{2r_1} = 0,18 \quad \delta = 1000 \quad g = 9,81 \quad k = 0,00032$$

La valeur de  $k$  a été prise assez élevée : elle suppose des flasques relativement rugueuses, et elle tient compte dans une certaine mesure de ce que, par suite des remous qui se forment au passage des aubes mobiles en face des aubes fixes du distributeur, un couple supplémentaire résistant intervient, donnant lieu à une puissance absorbée proportionnelle au cube de la vitesse périphérique.

Comme nous manquons de base pour évaluer le coefficient qui tient

compte des frottements de l'arbre dans les paliers et dans les bourrages nous avons admis comme normal, pour  $H' = 7m50$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $x = 1,4$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , la valeur  $\eta_0 = 0,97$ ; nous en avons déduit

$$K = 600$$

que nous avons conservé pour tous nos calculs.

Nous avons donc déterminé sur les bases indiquées ci-dessus, le rendement effectif  $\eta_e$  et le coefficient caractéristique R en fonction du coefficient de vitesse  $x_1$  pour les valeurs de

$$19^\circ \qquad 24^\circ \qquad 30^\circ \qquad 36^\circ$$

Nous avons recherché sur chacune des courbes de R, les points correspondant à des rendements décroissants depuis 0,9 jusque 0,8, et relié tous les points de même rendement. Pour mieux faire saisir l'influence des rapports  $m$  et  $\nu$ , nous avons tracé les courbes *dans l'hypothèse où  $\varepsilon$  pourrait garder la valeur constante  $\varepsilon = 0,5$* . Il en résulte que les chiffres relevés pour R sont 4 fois trop grands s'il s'agit du type centripète pur construit avec  $\varepsilon = 0,125$ , 2 fois trop grands s'il s'agit du type hélico-centripète pour lequel  $\varepsilon = 0,250$ : le rendement organique et partant le rendement effectif devront donc être réduits de plusieurs % ainsi que l'indique la formule (XVII).

Un premier examen d'ensemble des différents diagrammes donnant les résultats des calculs faits dans les conditions ci-dessus, permet de voir :

1° que la valeur de R croît avec  $x_1$  pour une même valeur de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}};$$

2° que la valeur de R croît avec  $m$ ;

3° que la valeur de R peut être choisie d'autant plus élevée que l'on accepte un rendement maximum plus faible.

Si l'on examine les courbes de la fig. 67 se rapportant à l'élément n° 1 caractérisé par les coefficients de proportionnalité propres à la roue I, nous pouvons conclure qu'avec le type centripète pur et une largeur correspondant à 0,125, la valeur de R peut varier entre  $\frac{0,160}{4} = 0,04$  et  $\frac{0,500}{4} = 0,125$  sans que le rendement soit inférieur à 0,80, le chiffre indiqué 0,86 sur la figure 67 devant être réduit pour la raison indiquée ci-dessus.

Pour ce qui concerne la roue II, que nous pouvons regarder comme constituée par deux roues partielles correspondant à  $m = 0,5$  et à  $m = 0,6$ , la valeur de  $R$  correspondant à ce type peut être considérée comme la somme des valeurs de  $R$  relevées sur les fig. 67 et 68, divisées par 4, puisque  $\varepsilon = 0,125$  pour chacune des turbines partielles,

Pour  $\alpha_1 = 24^\circ$ ,  $\frac{u_1}{2gH'} = 0,60$  nous obtenons :

$$R = \frac{0,220}{4} + \frac{0,280}{4} = 0,125$$

N° 1.  $m = 0,5$   $\gamma = 1,6$   $\varepsilon = 0,5$

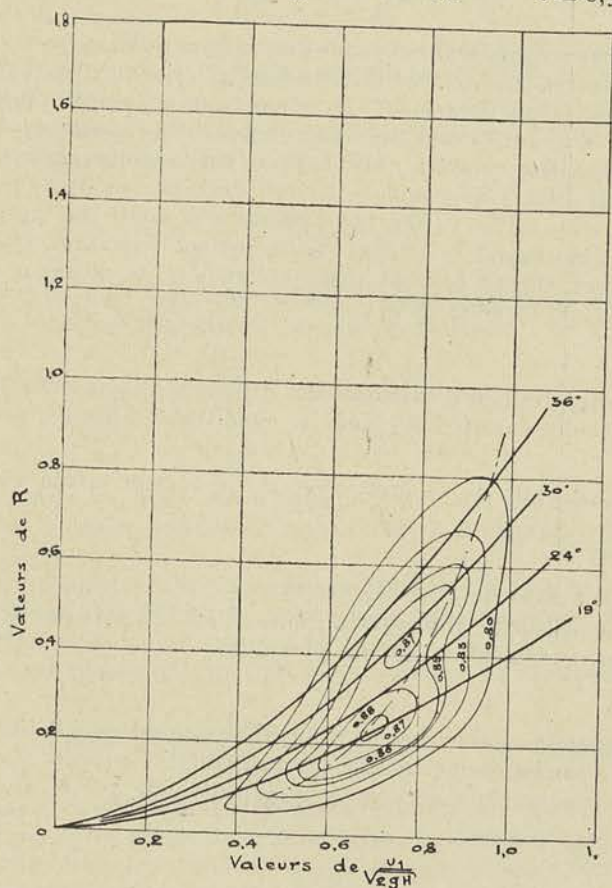


Fig. 67.

correspondant à un rendement 0,87 indiqué sur les figures 67 et 68, et 0,84 si l'on tient compte de ce que la valeur de  $\varepsilon$  supposée égale à 0,500 dans le calcul du rendement organique, n'est que de 0,250.

En passant à la valeur de  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,78$ , on trouve

$$R = \frac{0,460}{4} + \frac{0,540}{4} = 0,250,$$

N° 2.  $m = 0,6$   $\gamma = 15,$   $\varepsilon = 0,5$

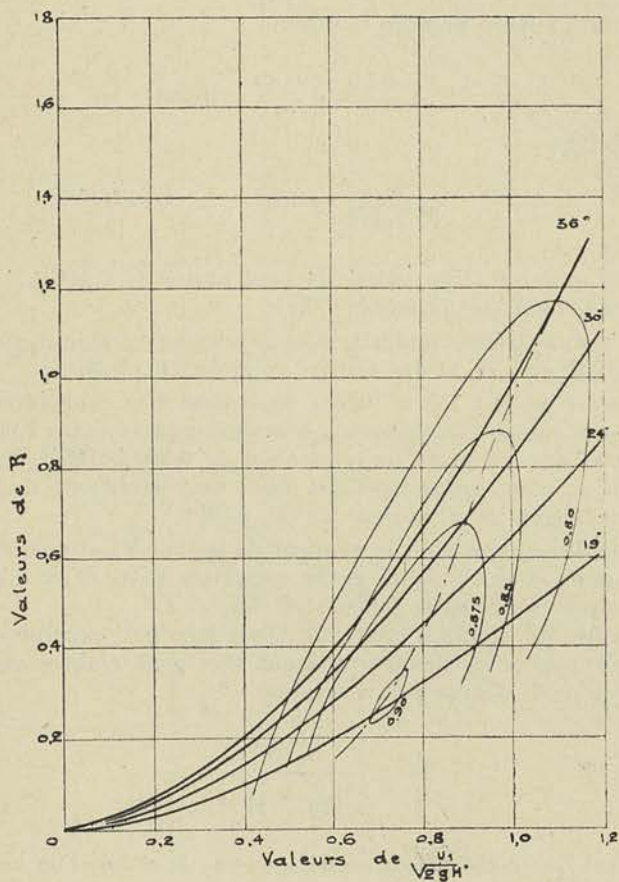


Fig. 68.

le rendement tombant à une valeur moyenne de 0,87, indiquée sur les figures 67 et 68, qui, dans la réalité, ne dépasse pas 0,84.

Avec la roue III pour laquelle nous pouvons adopter respective-

ment  $m = 0,5$  et  $m = 0,7$  pour les roues partielles, la valeur de R peut être prise égale à :

$$R = \frac{0,235}{2} + \frac{0,265}{2} = 0,250$$

correspondant à

$$\alpha_1 = 24^\circ \quad \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,60 \text{ et } \eta_e = 0,87.$$

A la limite R peut prendre la valeur

$$R = \frac{0,55}{2} + \frac{0,45}{2} = 0,500$$

correspondant à

$$\alpha_1 = 30^\circ \quad \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,78 \quad \eta_e = 0,870.$$

Pour la roue n° IV la valeur R peut passer de 0,500 à 1,000 sans que le rendement soit inférieur à 0,88.

Ces valeurs extrêmes sont atteintes par des valeurs de  $x_1$  respectivement de 0,60 et 0,78, et des valeurs de  $\alpha_1$  de 24° et 30°.

Enfin pour la roue IV, la valeur de R peut être considérée d'après l'examen des mêmes diagrammes, comme comprise entre 1,00 et 2,00, si on admet une variation de rendement de 0,880 à 0,825 ; les valeurs limites de  $x_1$  sont respectivement dans ces conditions de 0,750 et 0,940, les valeurs de  $\alpha_1$  variant de 30 à 36°.

Nous ne dirons rien pour le moment de la roue VI, si ce n'est qu'elle peut conduire à des valeurs de R comprises entre 2 et 4 pour des rendements compris entre 0,850 et 0,775.

Ainsi avec un nombre limité de types (six par exemple) on peut répondre à toutes les données, puisque l'on peut réaliser une valeur quelconque de R définie par la relation

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{5}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

pour autant que cette valeur ne dépasse pas 4, et que l'on accepte un rendement limite de 0,80 environ.

Nous proposons de désigner les six types représentés par les figures numérotées de 61 à 66, de la manière suivante :

- roue I type centripète pur à très faible vitesse : T F V,
- roue II type hélico-centripète (étroit) à faible vitesse : F V,
- roue III type hélico-centripète (large) à moyenne vitesse : M V,



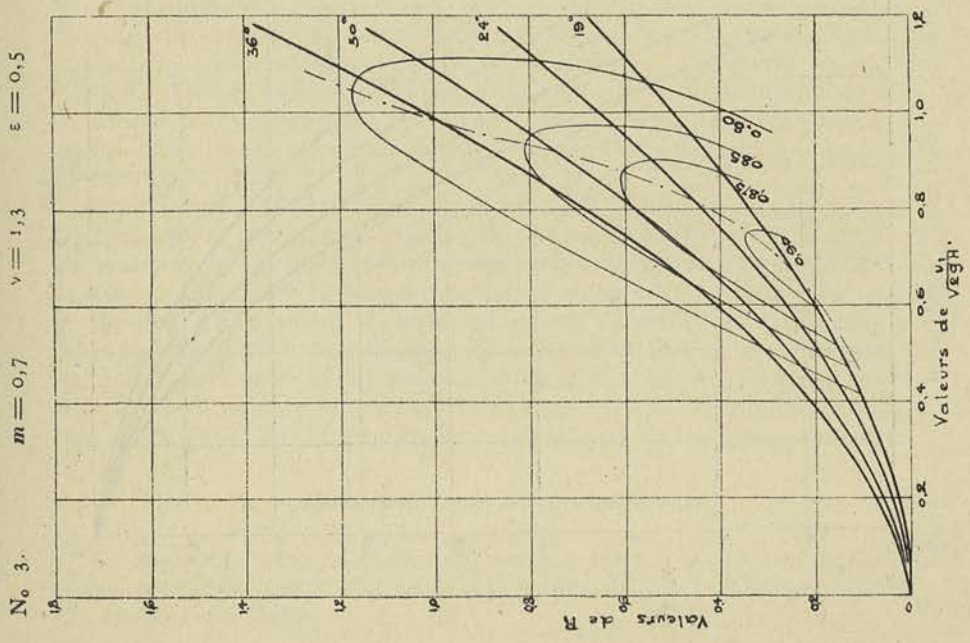


Fig. 69.

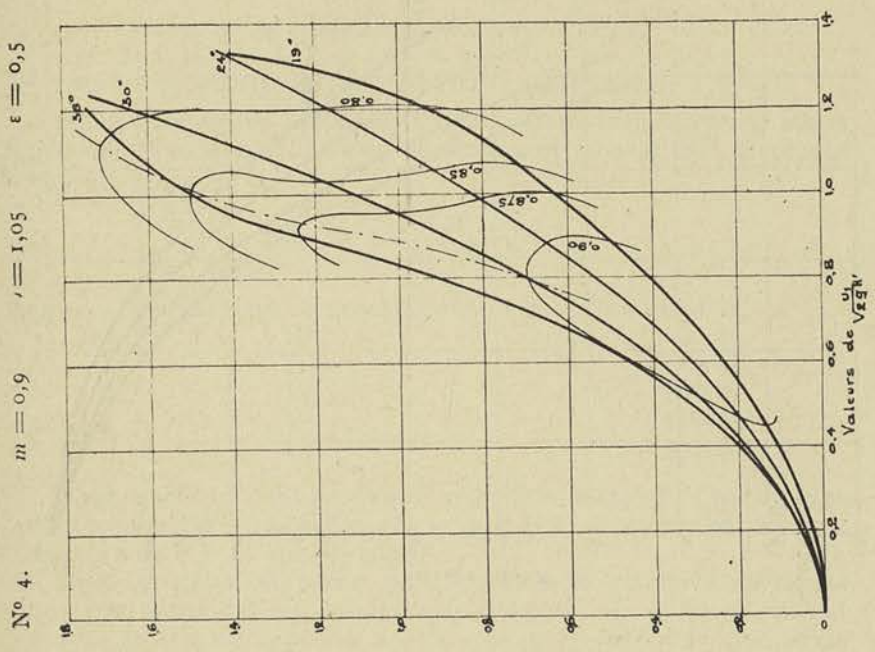


Fig. 70.

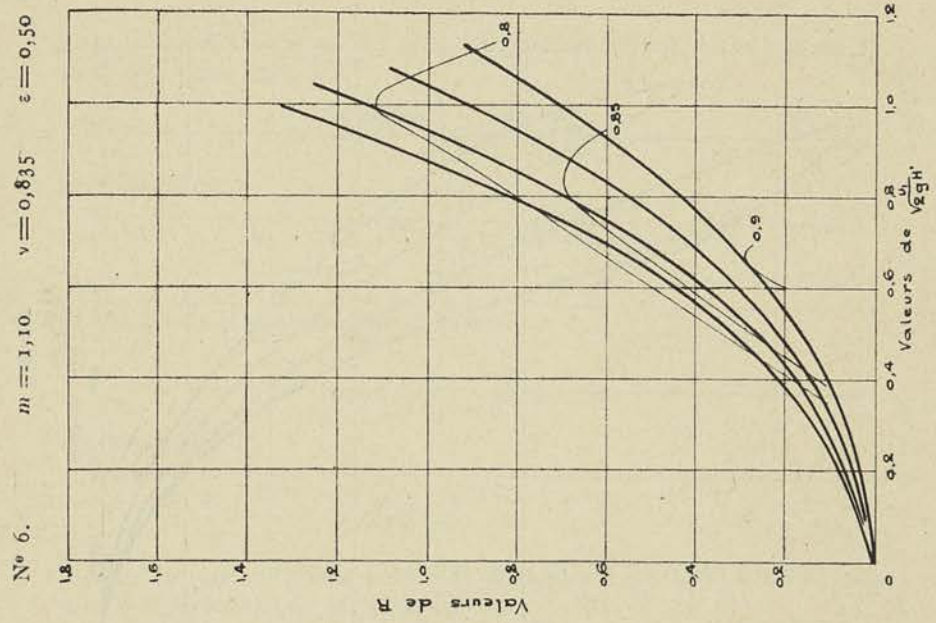


Fig. 72.

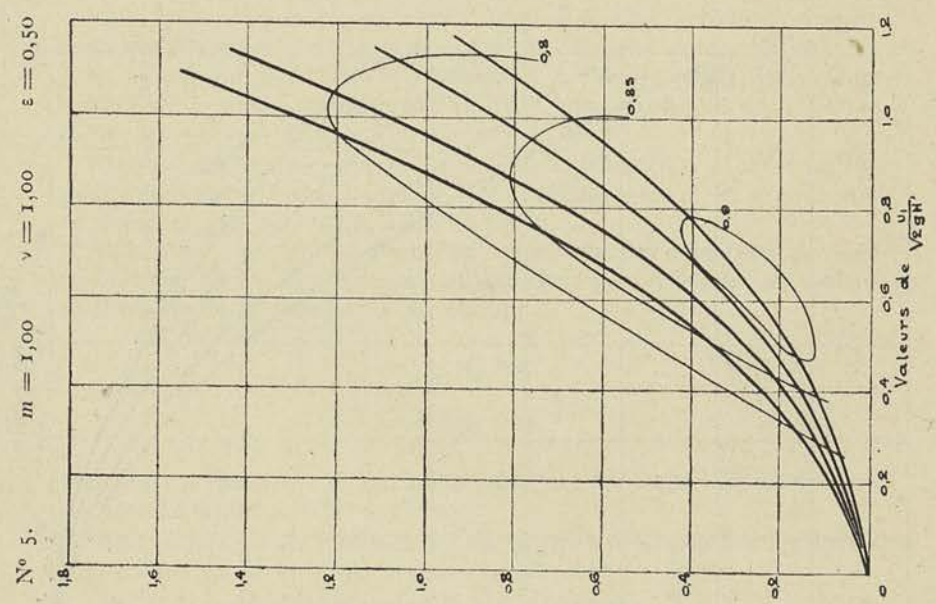


Fig. 71.

roue IV type mixte (étroit) à grande vitesse : G V,  
roue V type mixte (large) à très grande vitesse : T G V,  
roue VI type hélicoïde pur à très très grande vitesse : T T G V.

Si l'on compare les différents types construits pour fournir la même puissance sous la même hauteur de chute, on trouve en effet, d'après la formule

$$N^2 = \frac{\partial (2g)^{\frac{5}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}{N_i} \times R$$

que, pour la roue I le nombre de tours maximum étant N,  
 » II » » sera . . . . 1,4 N,  
 » III » » » . . . . 2,00 N,  
 » IV » » » . . . . 2,83 N,  
 » V » » » . . . . 4,00 N,  
 » VI » » » . . . . 5,65 N.

Remarquons qu'il est possible de remplacer le type F V par un type double ouïe T F V, de même que le type M V est équivalent au type double ouïe F V, et ainsi de suite.

Avec les chutes moyennes pour lesquelles la turbine à enveloppe du type horizontal est fréquemment adoptée, on remplace souvent le type M V par le type F V double ouïe équivalent, et le type mixte G V par le type M V double ouïe. On évite ainsi la roue mixte qui est d'un tracé plus délicat : il faut en effet, pour assurer un bon fonctionnement faire en sorte que le degré de réaction soit le même pour toutes les roues « partielles » qui la composent, et l'on ne parvient à ce résultat qu'en faisant croître le rayon  $r_1$  de l'aubage et l'angle de sortie  $\beta_2$  depuis l'élément intérieur jusqu'à l'élément le plus extérieur, ainsi que nous l'avons établi dans l'étude que nous consacrons au *Tracé des aubes* dans le 3<sup>e</sup> fascicule.

Avec le type de turbine verticale particulièrement approprié pour les très basses et les basses chutes, on évite systématiquement le type à double ouïe qui conduit à des canaux d'évacuation compliqués de nature à augmenter le prix d'installation et les pertes à la sortie.

Comme d'autre part il existe un grand intérêt à adopter la plus grande vitesse possible pour permettre l'attaque directe et réduire le prix de la turbine et de l'alternateur, on peut dire que les constructeurs s'en tiennent aujourd'hui au type G V et même depuis quelques années au T G V ou T T G V pour les basses chutes ou les très basses chutes.

### B. — Turbo-pompes et turbo-ventilateurs.

Ce que nous venons d'exposer concernant les turbines hydrauliques nous permettra d'être bref pour ce qui regarde les turbo-pompes et les turbo-ventilateurs.

Des considérations analogues à celles que nous avons émises au sujet de la vitesse à l'ouïe dans les roues de turbines, permettent de montrer qu'il y a lieu de faire croître le diamètre  $D_s$  à l'ouïe avec la largeur de la roue, et partant d'adopter un rapport entre  $\varepsilon$  et  $m$ .

Les types proportionnés à ce point de vue sont ainsi représentés par les figures de 61 à 66 aussi bien pour les turbo-pompes que pour les turbines.

Comme dans les pompes la variable indépendante est généralement le débit, nous tracerons la courbe du coefficient  $R$  en fonction du coefficient de débit, formule (XX)<sup>b</sup>. Nous adopterons pour les coefficients les mêmes valeurs que pour les turbines

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25 \quad k_1 = 0,05 \quad K = 600 \quad k' = 0,95$$

et pour l'angle de sortie la valeur invariable

$$180^\circ - \beta_2 = 30^\circ.$$

L'indice 1 correspondant cette fois à l'ouïe et l'indice 2 à la périphérie  $m$ ,  $\nu$ ,  $\varepsilon$  et  $n$  sont donnés par les relations

$$m = \frac{r_1}{r_2} \quad \nu = \frac{l_1}{l_2} \quad \varepsilon = \frac{m}{\nu} \frac{l_2}{r_2}$$

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}$$

relations qui conduisent aux valeurs numériques suivantes pour les éléments que nous avons désignés antérieurement sous les numéros :

n° 1	$m = 2,00$	$\nu = ,6250$	$\varepsilon = 0,4$	$n = 0,650$
n° 2	1,67	0,667	0,625	0,730
n° 3	1,43	0,770	0,465	0,735
n° 4	1,10	0,950	0,290	0,717
n° 5	1,00	1,00	0,250	0,660
n° 6	0,910	1,20	0,189	0,475

la valeur  $\frac{l_2}{r_2}$  ayant été prise égale à 0,125 pour le n° 1 et 0,250 pour les autres.

En ce qui concerne l'angle d'entrée  $\beta_1$  de la roue, nous avons adopté :

180° — 24° pour les éléments n° 1, 2 et 3  
 180° — 22° pour l'élément n° 4  
 180° — 19° » n° 5  
 180° — 15° » n° 6

et cela afin de nous rapprocher d'un même degré de réaction pour les valeurs normales de  $x$ .

La fig. 73 donne les valeurs de R pour les éléments désignés sous

N° 1  $\frac{1}{I}$  } = 0,5  
 » 2  $\frac{1}{I}$  } = 0,6  
 » 3  $\frac{1}{m}$  } = 0,7

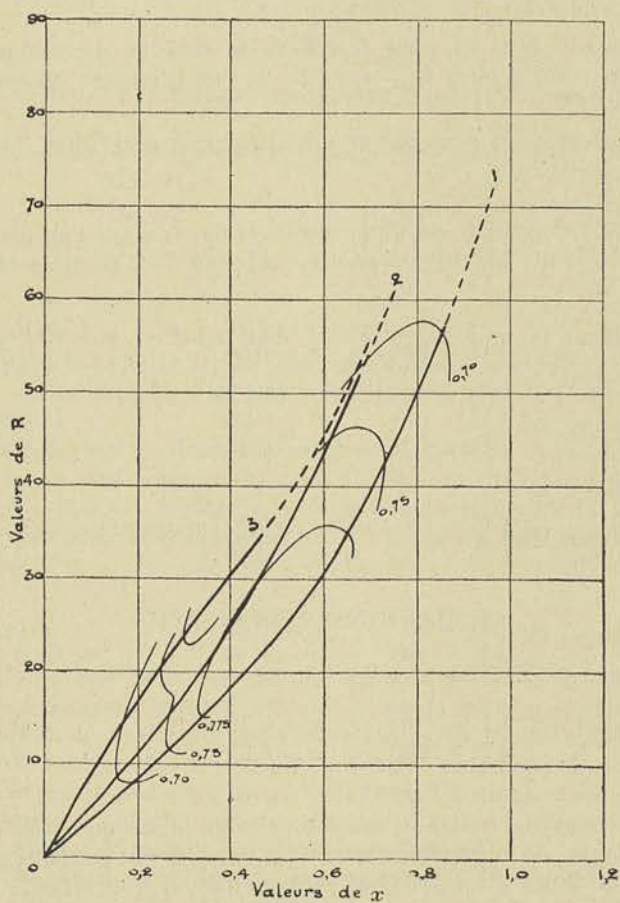


Fig. 73.

les numéros de 1 à 3 en fonction de  $x$  défini par la relation : rapport de la vitesse relative de sortie de la roue à la vitesse périphérique

$$x = \frac{w_2}{u_2} = \frac{n}{m} \frac{w_1}{u_1}$$

que nous appellerons coefficient de débit,  $l_2/r_2$  étant supposé avoir une valeur constante égale à 0,250.

En reliant tous les points de même rendement effectif, on obtient les courbes de la figure 73 qui montrent que

1° la valeur de  $R$  croît avec  $m$  et  $l_2/r_2$  pour une même valeur du coefficient de débit ;

2° la valeur de  $R$  ne peut descendre en dessous de 8 pour  $l_2/r_2 = 0,250$  et partant 4 pour  $l_2/r_2 = 0,125$ , si l'on s'impose un rendement minimum 0,70 ;

3° la valeur de  $R$  peut passer à 57 pour  $l_2/r_2 = 0,250$  si l'on admet la même limite 0,70.

En tenant compte de ces diagrammes et de ceux que l'on peut tracer pour les éléments 4,5 et 6, on peut conclure qu'il est possible de réaliser avec la

Roue I	}	$R = 4$	pour $x = 0,18$	$\eta_e = 0,70$
		$R = 12^5$	» $x = 0,52$	$= 0,78$
Roue II	}	$R = 12^5$	» $x = 0,28$	$= 0,75$
		$R = 25$	» $x = 0,48$	$= 0,78$
Roue III	}	$R = 25$	» $x = 0,22$ (moyenne)	$\eta_e = 0,73$
		$R = 50$	» $x = 0,40$	$= 0,78$
Roue IV	}	$R = 50$	» $x = 0,20$	$= 0,73$
		$R = 100$	» $x = 0,40$	$= 0,77$
Roue V	}	$R = 100$	» $x = 0,39$	$= 0,75$
		$R = 200$	» $x = 0,72$	$= 0,70$

Comme pour les turbines, nous concluons donc qu'il est possible avec six types, de répondre à toutes les données qui conduisent à une valeur de  $R$  comprise entre 4 et 400 environ, si l'on accepte comme rendement limite 0,70.

Nous proposons de désigner ces cinq types de la manière suivante :

- roue I type centrifuge très haute pression : T H P  
 roue II type hélico-centrifuge (étroit) haute pression : H P  
 roue III type hélico-centrifuge (large) moyenne pression : M P  
 roue IV type mixte (étroit) basse pression : B P  
 roue V type mixte (large) très basse pression : T B P  
 roue VI type hélicoïde pur, très très basse pression : T T B P

Si l'on compare en effet, les différents types construits pour fournir le même débit sous le même nombre de tours, on constate d'après la formule

$$H' \frac{5}{2} = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{5}{2}}} \times \frac{1}{R}$$

que pour la roue I la hauteur maximum étant  $H'$ ,

pour la roue	II	la hauteur maximum sera seulement	0,305 $H'$ ,		
»	»	III	»	»	0,185 $H'$ ,
»	»	IV	»	»	0,118 $H'$ ,
»	»	V	»	»	0,074 $H'$ .
»	»	VI	»	»	0,047 $H'$ .

Comme pour les turbines, nous ferons remarquer qu'il est possible de remplacer le type H P par une roue double ouïe du type T H P, de même qu'au type M P on peut substituer le type H P construit en double ouïe.

Nous ajouterons qu'il est plus aisé de réaliser de bons rendements avec les types centrifuge ou hélico-centrifuge qu'avec les types mixte ou hélicoïde pur, en raison de la difficulté de tracer l'aubage de ces derniers pour assurer le même degré de réaction à tous les filets.

### CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

Tous les chiffres cités sont déduits exclusivement de la théorie que nous avons exposée et sont établis en adoptant des coefficients de frottement et de choc *invariables* pour toutes les roues.

Si par conséquent, ces chiffres cadrent entièrement avec ceux déduits des résultats d'expériences, cela ne peut tenir au choix judicieux des coefficients, puisque nous avons gardé ceux-ci invariables dans tous les calculs, — mais à la valeur de la théorie.

Cette théorie permet donc non seulement d'expliquer les lois de similitude énoncées dans l'introduction à cette étude, mais encore de montrer :

1° que ces lois de similitude ne constituent qu'une première approximation puisque le rendement et le coefficient manométrique croissent, dans des limites relativement restreintes il est vrai, avec les dimensions du type considéré ;

2° que chaque type peut être caractérisé par un nombre, si un rendement déterminé est imposé ;

3° que pour les turbines, le nombre caractéristique R peut prendre toutes les valeurs depuis 0,04 jusque 4,00 si l'on admet que le rendement puisse varier entre les limites 0,875 et 0,775 environ ;

4° que pour les pompes, le nombre caractéristique R défini par la relation

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{5}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

peut varier entre 4 et 400, le rendement restant compris entre 0,80 à 0,70 en chiffres ronds.

Cette dernière conclusion reste vraie pour les ventilateurs puisque le poids spécifique du fluide n'intervient pas dans la formule, à la condition d'entendre par hauteur manométrique H' de refoulement, la hauteur exprimée en m. d'air, c'est-à-dire

$$H' = \frac{1000 h}{\delta}$$

h représentant la dépression ou la surpression totale en mm. d'eau, et  $\delta$  le poids spécifique de l'air à la température et à la pression considérées.

Entre la valeur R donnée par la formule XIX et la valeur de  $n_s$ , que l'on désigne généralement dans la littérature technique sous le nom de *nombre de tours spécifique*, on a la relation

$$n_s = 295 \sqrt{R}.$$

pour un fluide dont le poids spécifique  $\delta$  peut être pris égal à 1000 et pour des données exprimées dans le système kg. m. sec.

Nous croyons nécessaire pour terminer de faire observer que si les rendements limites de 0,88 pour les turbines, 0,78 pour les pompes ont été quelquefois légèrement dépassés dans la pratique, ce n'est que pour des applications où l'adaptation du type aux données était particulièrement heureuse et pour des hauteurs de chutes conduisant à un rendement organique supérieur de 1 1/2 ou 2 %, à ceux qui résultent de nos calculs. Les diagrammes des valeurs de R expliquent parfaitement ces résultats exceptionnels.

La conclusion que les pompes ont un rendement maximum maximum moindre que celui relevé pour les turbines hydrauliques, est



TABLEAU IV.

**Classification des Turbo-machines à réaction.**

DÉSIGNATION		TURBINES HYDRAULIQUES				TURBO-POMPES				OBSERVATIONS	
N°	roué	Fig.	Type	$\epsilon$	R	$\eta_e$	Type	$\epsilon$	R		$\eta_e$
1	I	61	Centripète T. F. V.	0,125	0,04 0,125	0,80 <sup>(1)</sup> 0,80	Centrifuge T. H. P.	0,125	4,0 12,5	0,70 0,78	<sup>(1)</sup> Ces rendements supposent que la turbine est utilisée sous une faible chute et que partant le rendement organique est relativement mauvais.  <sup>(2)</sup> Voir, pour la justification de ces chiffres, appendice au 3 <sup>e</sup> fascicule.
2	II	62	Hélico-centripète (étroit) F. V.	0,250	0,125 0,250	0,84 <sup>(1)</sup> 0,84	Hélico-centrifuge (étroit) H. P.	0,250	12,5 25,0	0,75 0,78	
3	III	63	Hélico-centripète (large) M. V.	0,500	0,250 0,500	0,87 0,87	Hélico-centrifuge (large) M. P.	0,500	25,0 50,0	0,73 0,78	
4	IV	64	Mixte G. V.	1,000	0,500 1,000	0,88 0,88	Mixte B. P.	1,000	50,0 100,0	0,73 0,77	
5	V	65	Mixte T. G. V.	1,000	1,000 2,000	0,88 0,825	Mixte T. B. P.	1,000	100,0 200,0	0,75 0,70	
6	VI	66	Hélicoïde T. T. G. V.	1,000	2,000 4,000	0,850 <sup>(2)</sup> 0,750	Hélicoïde T. T. B. P.	1,000	200,0 400,0	— —	

également un fait expérimental, le chiffre de 0.825 devant être regardé comme aussi exceptionnel pour les pompes que celui de 0.900 pour les turbines . La classification qui résulte des considérations que nous venons d'émettre, est précisée par le tableau IV *un type quelconque pouvant toujours être remplacé par le type précédent, construit en double ouïe.*

TROISIÈME FASCICULE.

Calcul et Eléments  
de construction des turbines hydrauliques

CHAPITRE I

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES  
A RÉACTION

§ 1. — Rappel des formules et des conclusions fournies par la théorie

Nous avons montré dans le premier fascicule, comment fonctionne une turbine hydraulique à réaction partielle, ce qu'il faut entendre par hauteur manométrique  $H'$ , par rendement effectif  $\eta_e$ , puis enfin par rendement organique  $\eta_o$  et rendement indiqué  $\eta_i$ .

Nous avons défini la puissance indiquée  $N_i$  celle qui serait fournie par la turbine, si les frottements externes étaient nuls.

En désignant par  $N_o$  la puissance absorbée par ces frottements, nous avons pu poser :

$$N_e = N - N_o$$

et

$$\eta_o = \frac{N_e}{N_i} \quad \eta_i = \frac{N_i}{N_u}$$

$N_u$  désignant la puissance théoriquement disponible

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75}$$

Nous avons présenté comme un fait d'expérience, qui si l'on porte en abscisse le *coefficient de vitesse*.

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

et en ordonnée le rendement effectif  $\eta_e = \frac{N_e}{N_u}$ , on obtient une courbe

unique pour un *type donné*, quels que soient la hauteur manométrique  $H'$ , et le nombre de tours  $N$ .

Dans le deuxième fascicule, nous avons montré que la loi, ainsi énoncée, ne constituait toutefois qu'une première approximation ; qu'en fait le rendement  $\eta_e$  tendait à croître légèrement pour un même type, avec les dimensions.

Nous avons défini au cours de l'exposé de la théorie mathématique deux coefficients, fonctions du rapport

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

pour un type donné.

Le premier de ces coefficients  $M$  que nous appelons *coefficient manométrique*, est défini par la relation

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2};$$

le second  $P$  que nous appelons *coefficient de puissance* est défini par la relation

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2}$$

$T_i$  désignant le travail fourni par *kg. de fluide* débité à travers la turbine.

Nous avons pu montrer que, dans l'hypothèse où l'orientation donnée aux aubes de la roue à l'entrée, serait variable avec  $x$ , de façon que la vitesse relative reste constamment tangente au dos de ces aubes, les coefficients  $M$  et  $P$  seraient représentés par des fonctions du second degré en  $x$

$$M = A + Bx + Cx^2$$

$$P = (a - bx)x$$

les coefficients  $A, B, C, a, b$  étant déterminés en fonction des coefficients de proportionnalité de la roue

$$m = \frac{r_2}{r_1}, \quad \varepsilon = \frac{l_1}{r_1}, \quad \nu = \frac{l_2}{l_1}$$

des angles  $\alpha_1$  et  $\beta_2$ , et des coefficients tenant compte du frottement et des chocs.

Abstraction faite de la légère influence des dimensions sur la valeur de ces derniers coefficients, on peut donc conclure que *M et P sont des*

fonctions indépendantes des dimensions et partant valables pour toutes les turbines géométriquement semblables.

Lorsqu'on relève dans les essais, les courbes de M et P on constate que les fonctions qui les représentent sont plus complexes ; cela tient au fait que l'angle  $\beta_1$ , que nous avons supposé variable avec  $x$ , de telle façon que la direction de  $w_1$  soit constamment tangente au dos des aubes, *reste invariable* ; mais ces fonctions n'en sont pas moins indépendantes des dimensions et l'on peut dire par conséquent que pour un même type, M et P sont fournis par les mêmes fonctions :

$$M = F(x)$$

$$P = f(x)$$

quelles qu'en soient les dimensions.

En opérant sur un type donné de dimensions réduites, on peut donc déterminer aisément ces fonctions, d'autant plus que la seule partie intéressante des courbes expérimentales, se limite à celle qui correspond au voisinage du rendement maximum.

Ces fonctions  $M = F(x)$  et  $P = f(x)$  étant connues, il est possible comme nous l'avons démontré au § 1 chapitre IV deuxième fascicule, d'établir que le coefficient caractéristique R, défini par la relation

$$R = \frac{N_i \times N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

a pour valeur

$$R = \frac{60^2}{75} \frac{1}{\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2 P}{M^{\frac{5}{2}}}$$

M et P. étant mis pour  $F(x)$  et  $f(x)$ ,

$k'$  représentant le coefficient d'encombrement de la section à la sortie du distributeur,

$k''$  le coefficient de contraction de la veine formée entre deux aubes du distributeur.

R est donc, comme on le voit, une fonction du rapport  $x$ , des coefficients de proportion, des angles  $\alpha_1$  et  $\beta_2$  et enfin des coefficients tenant compte des pertes qui sont très sensiblement indépendantes des dimensions.

Nous avons vu au chapitre V, deuxième fascicule, comment grâce à la connaissance de cette fonction, il était possible de faire une classification rationnelle des turbo-machines à réaction.

Les trois données

Q

H'

N

étant connues, on remarque que R est déterminé; or, avec un type donné, on ne peut réaliser qu'une seule valeur de R, tout ou moins si l'on s'impose la condition que la turbine fonctionne au maximum de rendement possible.

Le type est donc fixé dès que sont connues les trois données ci-dessus, et il ne reste qu'à déterminer les dimensions de ce type.

Toutefois, comme aux environs du maximum, le rendement varie peu, il est pratiquement possible de réaliser avec un type donné des valeurs de R comprises entre des limites assez étendues, que la classification indiquée au tableau IV fixe d'une manière rationnelle.

En tolérant une variation de rendement comprise entre des limites assez étendues 0.875 et 0.775, pour fixer les idées, il est possible de réaliser avec 5 types toutes les valeurs de R comprises entre 0,04 et 4.00.

Les proportions adoptées pour chacun de ces types, ayant été justifiées notamment les valeurs de  $m$  et de  $\epsilon$ , la connaissance de l'une des dimensions de la roue entraînera la possibilité de déterminer toutes les autres.

Nous allons montrer comment on peut conduire le calcul.

## § 2. — Calcul des dimensions générales d'une turbine à réaction centripète ou hélico-centripète.

Nous avons déjà indiqué au § 3 chapitre IV deuxième fascicule, comment le problème de la détermination des dimensions pouvait se résoudre très simplement lorsque les courbes caractéristiques et le coefficient caractéristique sont connus en fonction du coefficient de vitesse  $x$ .

Nous préciserons davantage encore la méthode en l'appliquant à un exemple numérique. Soit donc à résoudre le problème suivant :

*Déterminer les dimensions d'une turbine à réaction répondant aux données suivantes :*

$$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

$$H' = 50 \text{ m.}$$

$$N = 250.$$

de manière que cette turbine réalise le rendement maximum possible.

Nous établirons tout d'abord la valeur du coefficient R tel qu'il résulte des données. Pour cela nous déterminerons  $N_i$  en adoptant pour  $\eta_i$  une valeur moyenne égale à 0.93.

Nous trouvons ainsi  $N_i = 3720$  et par application de la formule (XIX) rappelée ci-dessus

$$R = 0.152.$$

valeur qui nous conduit au type F V d'après la classification du tableau IV.

D'après la coupe de la roue de ce type, nous voyons qu'on peut considérer cette roue comme constituée de deux roues partielles répondant aux coefficients de proportionnalité suivants :

$$\begin{array}{l} \text{élément n}^\circ 1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0,125 \\ m = 0,500 \\ \nu = 1,6 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{élément n}^\circ 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0,125 \\ m = 0,600 \\ \nu = 1,5 \end{array} \right.$$

A défaut de renseignements expérimentaux plus précis, nous adopterons pour la détermination de ces fonctions, les valeurs

$$\varphi = \varphi_1 = 0.975. \quad k_1 = 0,05$$

et

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = 1.25$$

utilisées au chapitre V du deuxième fascicule, et qui peuvent être considérées comme des valeurs normales pour les turbines d'assez grandes dimensions.

Nous admettrons également que  $k'$  est donné par la formule de la page 106 et que  $k'' = 0.95$ .

Enfin pour le calcul du rendement organique nous choisirons, quitte à le vérifier lors de l'exécution du tracé, le rapport du diamètre de l'arbre au diamètre de la roue,  $\frac{d}{2r_1}$  égal à 0.18.

Pour ce qui concerne  $k$  et  $K$  coefficients relatifs au frottement des flasques dans le fluide et de l'arbre dans ses paliers et bourrages, nous conserverons les chiffres que nous avons admis antérieurement :

$$k = 0.00032 \text{ et } K = 600.$$

Ces chiffres qui peuvent être considérés comme des chiffres normaux étant établis, nous pouvons déterminer les valeurs de  $M$ ,  $P$ ,  $R$ ,  $\eta_i$ ,  $\eta_o$ ,  $\eta_e$  pour  $\alpha_1$  égal à

$$19^\circ \quad 24^\circ \quad 30^\circ \quad 36^\circ$$

et cela successivement pour l'élément n° 1 et l'élément n° 2.

Nous admettrons pour ne pas être conduit à un degré de réaction trop élevé

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1.$$

Les courbes de la fig. 74 donnent les valeurs moyennes de  $P$ ,  $M \frac{1}{2}$  et  $R$  pour l'ensemble des deux éléments, en fonction de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}.$$

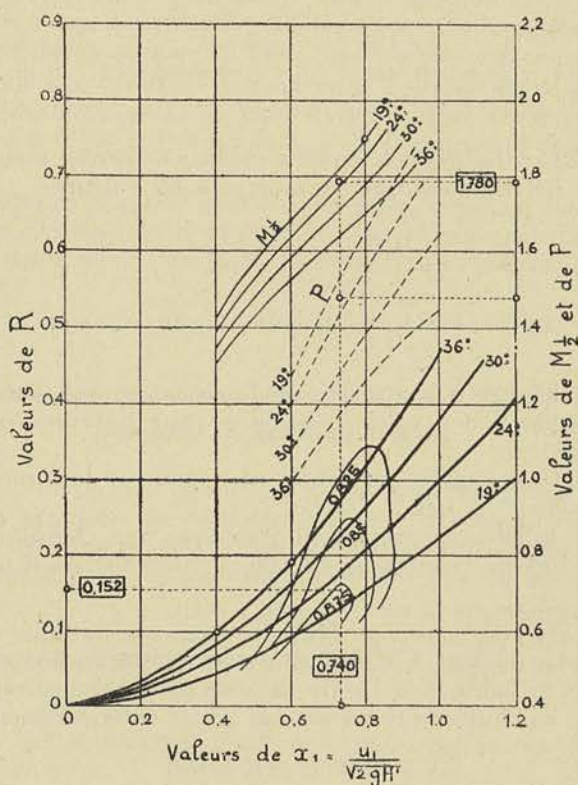


Fig. 74.

Nous trouvons ainsi les valeurs de  $x_1$  et de  $\alpha_1$  qui correspondent à une valeur de  $R$ .

Ayant réuni par des courbes tous les points des diagrammes de  $R$



qui correspondent au même rendement effectif, nous pouvons nous rendre compte que les valeurs de

$$x_1 = 0.740 \text{ et } \alpha_1 = 22^\circ.$$

conduisent au rendement maximum 0,875.

Pour ces valeurs de  $x_1$  et de  $\alpha_1$ , la valeur de  $M^{\frac{1}{2}}$  est égale à 1,780 ; nous pouvons donc calculer

$$x = x_1 M^{\frac{1}{2}} = 1.78 \times 0.740 = 1.31$$

et en déduire par le tracé du triangle des vitesses à l'entrée, la valeur de  $\beta_1$ .

La valeur de  $\beta_2$  est donnée en fonction de  $\alpha_1$  par

$$\beta_2 = 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$$

Quant à la valeur de  $u_1$ , elle se déduit directement de la valeur de  $x_1$

$$u_1 = x_1 \sqrt{2gH'} = 0.740 \times 31.3 = 23.15$$

et  $r_1$  de la relation

$$r_1 = \frac{60 u_1}{2\pi N} = 0^m,885$$

Connaissant  $r_1$  et les coefficients de proportionnalité admis, on en déduira les autres dimensions

$$l_1 = \varepsilon r_1 = 0^m,221 \quad l_2 = \nu l_1 = 1.55 \times 0.221 = 0^m,343$$

$$r_2 = 0^m,486 \text{ (moyenne)}$$

$x$  étant connu et  $u_1$  nous en déduirons

$$c_1 = 17^m,70$$

$$\text{puis } w_2 = n c_1 = 20^m,75,$$

$n$  ayant pour valeur

$$n = \frac{1}{m} \times \frac{1}{\nu} \times \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{1}{0.55} \times \frac{1}{1.55} = 1,175.$$

Ces dimensions étant connues, on peut passer au tracé de la roue et de l'aubage ; nous résoudrons ce problème dans le § 3 ci-après.

La puissance effective de la turbine calculée en tenant compte du rendement effectif 0,875 a pour valeur.

$$N_e = \eta_i N_u = 0,875 \frac{1000 \times 6 \times 50}{75} = 3500 \text{ HP.}$$

*Remarque.* — Lorsqu'il s'agit d'une turbine plus large, il n'est plus possible de calculer des valeurs moyennes pour les coefficients.

$$M^{\frac{1}{2}} \quad P \quad R$$

et l'on ne peut plus procéder que par approximations successives.

On divisera la roue en turbines partielles par la méthode que nous exposons au paragraphe suivant, et l'on étudiera les courbes caractéristiques du filet moyen pour en déduire les dimensions provisoires de la roue.

On trouvera de cette manière

$$\alpha_1 \quad x_m \quad u_m \quad r_m$$

Après l'exécution du tracé des aubes basé sur la connaissance : 1° du profil de la roue correspondant au type choisi ; 2° du rayon  $r$  et 3° de l'angle

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

pour le filet moyen, on pourra déterminer la valeur de  $R$  en tenant compte des valeurs de  $M^{\frac{1}{2}}$  et de  $x_1$  pour chacune des turbines partielles.

Si l'écart entre la valeur de  $R$  ainsi trouvée et la valeur correspondant au filet moyen est important, on partira de cette nouvelle valeur pour déterminer les dimensions définitives.

Nous traiterons au § 4 un exemple numérique qui fera mieux comprendre la méthode.

### § 3. — Tracé des Aubes mobiles.

La théorie des turbo-machines permet, ainsi que nous venons de le voir, de déterminer quand on se fixe un rendement limite, les dimensions de la roue d'une turbine hydraulique à réaction partielle répondant aux trois données :

$$Q \quad H' \quad N.$$

Toutefois cette détermination ne peut se faire d'une façon mathématique, que pour des données conduisant au type centripète. Lorsque ces données correspondent à un type hélice-centripète ou à un type mixte, le problème est plus complexe et n'est susceptible d'être résolu

que par approximations successives, en regardant la roue comme constituée d'un certain nombre de roues partielles juxtaposées, fonctionnant en parallèle.

On conçoit combien délicate est la question du tracé des aubes de ces roues hélico-centripète ou mixte dont chacune des roues partielles doit être dessinée pour donner autant que possible le même degré de réaction à la même vitesse de rotation  $N$  et sous la même hauteur de chute  $H'$ .

Nous examinerons ici comment, en partant des équations générales, il est possible d'arriver par tâtonnements, à la solution de cette question.

Il importe toutefois, pour rendre cet exposé plus clair, de traiter tout d'abord le problème du tracé des aubes des turbines centripètes pures.

#### A) TURBINES CENTRIPÈTES

Le calcul des dimensions en partant de la théorie, conduit aux valeurs numériques :

- 1° Des rayons  $r_1$  et  $r_2$  extérieur et intérieur ;
- 2° Des largeurs  $l_1$  et  $l_2$  de l'entrée et de la sortie ;
- 3° Des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  que font les aubes avec les tangentes menées respectivement à la périphérie de la roue et au cercle intérieur de l'aubage.

**Tracé des aubes par arc de cercle.** — 1<sup>er</sup> *Exemple* : La première condition à réaliser dans le tracé d'une roue centripète est donc celle que les aubes coupent les circonférences extérieures et intérieures de l'aubage, sous les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  calculés.

La seconde condition à réaliser est que les sections normales à l'axe des canaux formés par deux aubes voisines, ne croissent pas trop rapidement et ne varient pas trop brusquement en direction, afin de réduire autant que possible les pertes par tourbillonnements.

Il est aisé de se rendre compte que cette condition implique tout d'abord que le rapport  $\frac{s}{e}$  de la longueur  $s$  développée du canal, à l'épaisseur moyenne  $e$  de celui-ci, atteigne une certaine valeur que l'on peut se fixer égale à 4.

Pour simplifier, supposons tout d'abord que les rayons  $r_1$  et  $r_2$  soient relativement grands par rapport à  $(r_1 - r_2)$  ; nous pourrions rectifier l'arc compris entre deux aubes suivant la tangente et porter les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  résultant du calcul, sur la figure 75, suivant les directions 11', 22'.

L'aube ayant une certaine épaisseur, nous l'amincirons à l'entrée de façon que la tangente au dos soit orientée suivant 11', et que la

tangente à la face active détermine avec la première un angle  $\theta$  aussi petit que possible, pratiquement 8 à 10°.

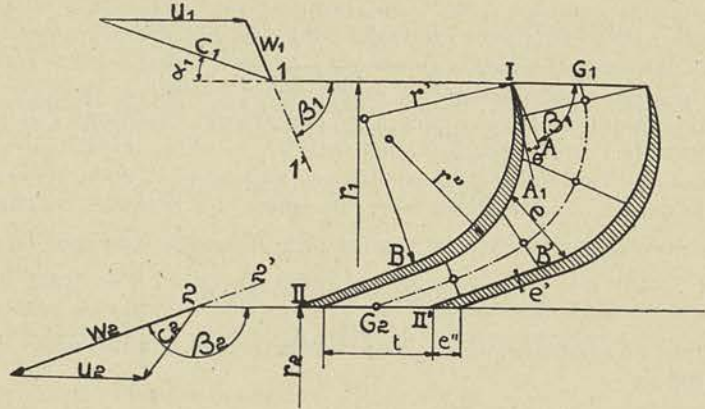


Fig. 75.

L'aube devant être plane à la sortie sur une certaine longueur de façon que l'orientation des filets soit bien assurée suivant l'angle prévu  $\beta_2$ , nous aurons à compléter le tracé par un arc de cercle tangent à la direction  $I A_1$ , d'une part, à la direction  $II B$  d'autre part.

Le point  $B$  étant indéterminé, nous pourrions réaliser plusieurs tracés et, en dessinant deux aubes voisines identiques, nous pourrions comparer la valeur relative de ceux-ci au point de vue de la variation des sections successives et de la longueur développée du canal formé par ces aubes.

Avec une distance moyenne  $e$  comprise entre  $1/4$  et  $1/5$  de la longueur développée de l'axe  $G_1 G_2$  du canal, et un point  $B$  situé sur la perpendiculaire élevée en  $II'$ , sur la direction de l'aube  $II'B$ , on obtient un tracé d'aubage qui paraît satisfaisant.

En écartant davantage les aubes, on compromettrait de plus en plus l'orientation des filets, ce qui entraînerait un accroissement de pertes par tourbillonnements ; en les rapprochant, on ferait croître les pertes

par frottement, puisque celles-ci sont fonction du rapport  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  dont la valeur est donnée par :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m = \frac{2(l+e)}{l \times e}$$

$l$  désignant la largeur moyenne de l'aubage.

La multiplication du nombre d'aubes aurait pour autre inconvénient d'accroître les pertes à l'entrée : par suite, en effet, de la variation brusque de section qui se présente au moment du passage des aubes mobiles en face des aubes fixes, des perturbations dans l'écoulement se produisent, dont l'importance et la fréquence sont évidemment d'autant plus grandes que le nombre d'aubes est plus élevé.

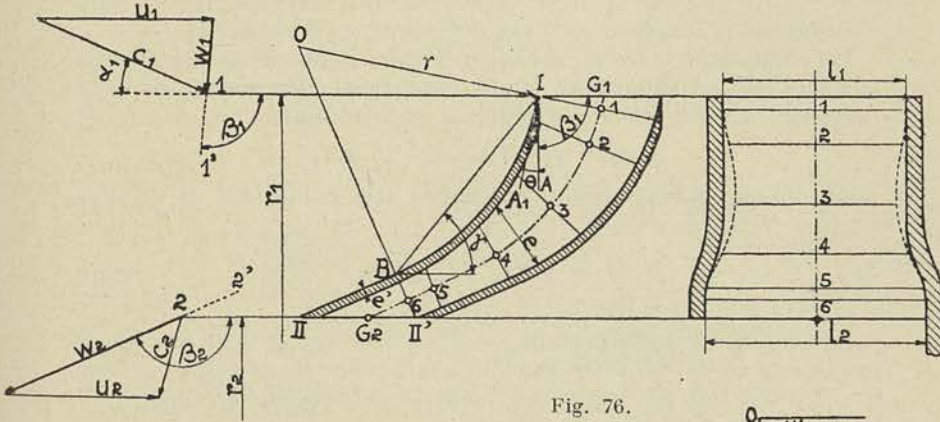


Fig. 76.

De ces considérations, on peut conclure qu'il existe un nombre d'aubes plus favorable que tous les autres, mais que la pratique seule peut déterminer approximativement ; ce nombre paraît correspondre à un rapport  $\frac{s}{e}$  compris entre 4 et 5.

Nous avons exécuté (fig. 76) le tracé correspondant à des angles :

$$\beta_1 = 95^\circ \qquad \beta_2 = 155^\circ$$

plus voisins l'un de l'autre que dans le tracé de la figure 75 et qui se rapprochent davantage des angles généralement adoptés pour les turbines à réaction. Comme on peut le constater, les sections varient beaucoup moins brusquement à la fois en étendue et en direction.

Nous avons indiqué (fig. 76) la méthode géométrique permettant de tracer un arc de cercle tangent au point B à la direction IIB et coupant le bord d'entrée sous l'angle  $(\beta_1 + \theta)$ . Le centre O de cet arc de cercle se trouve à l'intersection des perpendiculaires élevées en B sur la direction II B et en I sur la direction IA<sub>1</sub>, le point I ayant été déterminé en traçant la droite BI faisant avec l'horizontale l'angle  $\gamma$

$$\gamma = 180^\circ - \frac{r_2 + (\beta_1 + \theta)}{2}$$

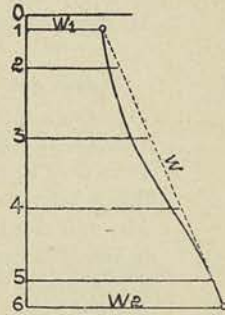


Fig. 76b.

**Profil de la roue.** — Le tracé des aubes étant réalisé comme nous venons de l'indiquer, il reste à déterminer le profil de l'aubage c'est-à-dire la variation de la largeur  $l$  avec  $r$ , depuis  $l_1$  jusqu'à  $l_2$  correspondant au rayon intérieur. Il est logique de déterminer  $l$  de manière que la *vitesse relative moyenne aille croissant ou décroissant progressivement* suivant une loi se rapprochant par exemple de

$$w = w_1 + k_1 s \quad (138)$$

$s$  désignant la longueur de l'axe développé à partir de  $G_1$ .

En s'imposant la loi de variation linéaire indiquée en pointillé sur la figure 76<sup>b</sup>, on aboutit au profil convergent divergent indiqué en pointillé ; il suffit d'écrire l'équation de continuité :

$$w \times e \times l = w_1 \times e_1 \times l_1$$

pour obtenir la valeur de  $l$  en chacun des points 1, 2, 3 de l'axe  $G_1 G_2$  :

$$l = \frac{w_1 \times e_1 \times l_1}{e \times w} \quad (139)$$

En adoptant le profil hachuré, on s'écarte un peu de la loi représentée par la formule (138), mais on évite à la fois une complication de forme et un profil trop divergent qui pourrait entraîner le décollement de la veine et la formation de remous.

**Tracé des aubes par arcs de cercle.** — 2<sup>e</sup> Exemple : Avec des rayons  $r_1$  et  $r_2$  très différents l'un de l'autre, la construction que nous venons d'indiquer se modifie nécessairement. A la partie rectiligne II B de l'aube tracée figure 76, qui ne détermine aucune déviation du fluide et, par conséquent, ne subit aucune réaction, on substitue généralement un arc de développante. Cette développante remplace la spirale logarithmique qui est la trajectoire que prennent les éléments d'une masse fluide s'écoulant *librement* entre deux flasques parallèles ; pour autant que l'arc de développante puisse se substituer à la spirale logarithmique sans différence appréciable, on peut donc dire que cette partie de l'aubage ne subira, comme dans le cas précédent, aucune réaction du fluide.

Pour calculer le rayon  $r_2'$  du cercle passant par le point de tangence des deux courbes IB et BII (fig. 77), imposons-nous la condition que l'aube II' I' ait son origine II' au point d'intersection de la normale commune avec la circonférence de rayon  $r_2$  : dans cette hypothèse, nous aurons les relations suivantes, en désignant par  $r$  le rayon du cercle tangent à la normale B C et, par  $n'$ , le nombre d'aubes

$$r = r_2' \sin (180^\circ - \beta_2) \quad (140)$$

$$B II' = \frac{2 \pi r}{n'} \quad (141)$$

cette dernière constituant une propriété des courbes développantes II B, II' B' engendrées par le roulement sur le cercle OG de la droite CII'B. Si nous ajoutons cette troisième

$$B II' = \frac{r_2' - r_2}{\cos(180^\circ - \beta_2)} \quad (142)$$

nous voyons que nous pourrions déterminer  $r$  et  $r_2'$ , en nous imposant un nombre d'aubes  $n'$ .

Nous pourrions vérifier si le nombre d'aubes choisi conduit

à un rapport  $\frac{s}{e} = 4$  environ.

L'arc de développante IIB est remplacé par l'arc de cercle du rayon C B. Quant à l'autre partie BI de l'aube, nous pourrions la tracer d'un seul arc de cercle, le centre O étant choisi pour qu'il coupe les circonférences de rayon  $r_2'$  et  $r_1$  respectivement sous les angles  $\beta_2$  et  $\beta_1$ .

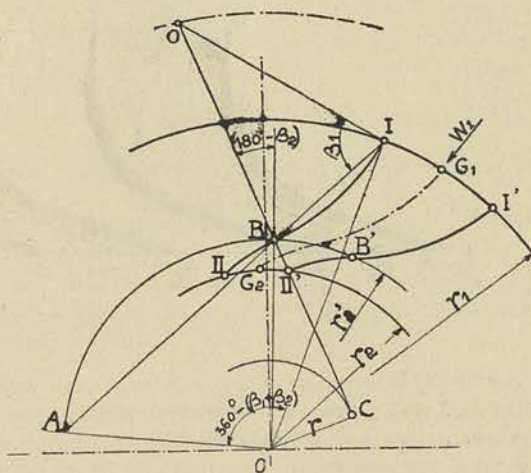


FIG. 77

Pour trouver le centre O, on tracera l'angle au centre AO' I égal à  $360^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ , puis la droite A I; au point d'intersection B, avec le cercle de rayon  $r_2'$ , on mènera la droite BO faisant avec le rayon O'B l'angle  $(180^\circ - \beta_2)$  et, au point I, on mènera I O faisant, avec I B, l'angle  $\beta_1$ .

**Profil de la roue.** — En ce qui concerne le profil de la roue, on pourra suivre le même raisonnement que ci-dessus en faisant appel à l'équation de continuité (139).

Il est à remarquer que nous ne pouvons parler dans ce calcul que de *vitesse moyenne*, car même en faisant abstraction de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois, on ne peut admettre que la vitesse soit constante pour tous les points d'une même section normale, en raison de la courbure prononcée de l'axe du canal.

Le calcul des largeurs  $l$  de la roue basé sur l'équation de continuité (139) et sur la notion de la vitesse moyenne  $w$ , ne constitue donc qu'une méthode relativement grossière de proportionner l'aubage. On peut même contester la valeur de l'hypothèse initiale que comporte ce calcul à savoir que les filets fluides orientés suivant  $w_1$  (fig. 78) ne sont déviés par les aubes que dans la section normale à l'axe ( $a_1 c$ ) et cessent d'être influencés par ces aubes quel que soit leur tracé dans la partie  $G' G''$ ,

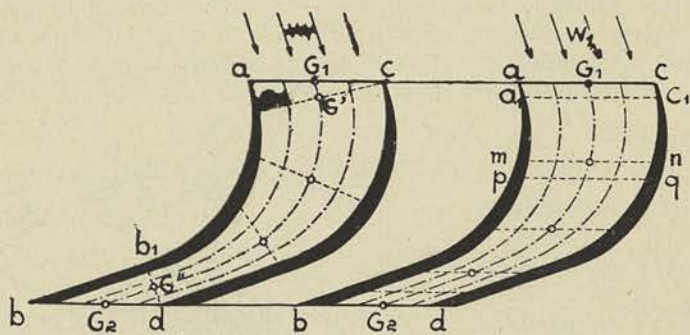


Fig. 78.

Fig. 79.

à partir de la section ( $db_1$ ), car supposer cela c'est admettre implicitement que, dans les formules théoriques, les valeurs  $u_1$  et  $u_2$  désignent non pas les vitesses des extrémités des aubes, mais bien les vitesses des centres de gravité  $G'$  et  $G''$  et nous pouvons dire, bien que nous n'ayons eu l'occasion d'expérimenter que sur des pompes centrifuges, que cette conclusion est controuvée par les faits.

Si, en effet,  $u_1$  devait désigner la vitesse du centre de gravité  $G'$ , de la section ( $ca_1$ ), cette vitesse irait se rapprochant de la vitesse périphérique de l'aubage, à mesure que le nombre d'aubes irait croissant ; en opérant avec des nombres d'aubes de plus en plus grands, toutes les autres proportions restant inchangées, on devrait ainsi constater que la hauteur d'élévation  $H'$  et le travail  $T_i$  absorbé par kg. de fluide débité, augmentent comme les valeurs de  $u_1^2$ . Or, il n'en est rien ; tandis que  $H'$  augmente très peu,  $T_i$  augmente proportionnellement beaucoup plus et ni l'un ni l'autre ne croissent comme  $u_1^2$ .

Il est donc permis de dire que la manière de schématiser le phénomène de l'écoulement du fluide que nous avons admise dans ce qui précède, est aussi éloignée, si pas davantage, de la réalité que cette autre qui consiste à regarder les éléments d'une tranche ( $ac a_1 c_1$ ) (fig. 79) comme étant tous déviés dès leur entrée et comme cheminant avec la même vitesse le long de leur trajectoire, ce qui revient à supposer



un déplacement par tranches concentriques (parallèles dans l'hypothèse d'un rayon infini).

**Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement du fluide par tranches parallèles.**— Il est donc extrêmement intéressant de rechercher, en faisant abstraction des perturbations apportées par la viscosité du fluide et la rugosité des parois, la condition à réaliser pour que tous les éléments d'une même tranche aient la même vitesse  $w$ , c'est-à-dire pour que

$$w_a = w_1 = w_c \quad (143)$$

$$w_m = w = w_n \quad (144)$$

$$w_b = w_2 = w_d \quad (145)$$

Cette condition peut s'exprimer analytiquement par la relation :

$$\varphi_p \times r = C^{te} \quad (146)$$

$\varphi_p$  désignant l'accélération tangentielle du mouvement absolu d'un élément quelconque situé à une distance  $r$  de l'axe de rotation  $O$ . Cette relation donne lieu à l'équation différentielle (1)

$$d \left[ u(r + w \cos \beta) \right] = k' \frac{dr}{w \sin \beta} \quad (147)$$

susceptible d'une intégration graphique, si l'on s'impose à priori une loi de variation de  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$ . Nous l'appliquerons à la recherche du tracé de l'aube d'une turbine centripète caractérisée par les dimensions suivantes :

$$r_1 = 0 \text{ m. } 885 \quad l_1 = 0 \text{ m. } 220 \quad r_2 = 0 \text{ m. } 480 \quad l_2 = 0 \text{ m. } 340,$$

$$\alpha_1 = 24^\circ \quad 180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 = 24^\circ.$$

et fonctionnant à la vitesse

$$N = 250$$

avec un coefficient

$$x = \frac{u_1}{c_1} = 1,31.$$

(1) Voir « Tracé des aubes mobiles » dans le 4<sup>e</sup> fascicule consacré aux pompes centrifuges.

Nous pouvons déduire de ces données

$$u_1 = 23 \text{ m } 15 \qquad c_1 = \frac{u_1}{x} = 17 \text{ m. } 70.$$

$$n = \frac{1}{m} \times \frac{1 \sin \alpha_1}{v \sin \beta_2} = \frac{1}{0,55} \times \frac{1}{1,55} = 1,175$$

$$w_2 = nc_1 = 20 \text{ m. } 75$$

et tracer le triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie de façon à en déduire :

$$w_1 \sin \beta_1 = 6,60$$

$$w_2 \sin \beta_2 = 7,70.$$

Ces valeurs étant connues, nous porterons à partir de OY (fig. 80, pl. I) les valeurs des rayons  $r_1$  et  $r_2$ , puis en ordonnées à partir de  $ox$ ,  $w_1 \sin \beta_1$  et  $w_2 \sin \beta_2$ .

En nous fixant ensuite une loi de variation de  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$  telle que celle représentée par la courbe (a), nous pourrons effectuer l'intégration graphique :

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{w \sin \beta}$$

La loi choisie arbitrairement devra conduire tout calcul fait à une variation de  $w$  en fonction de  $s$  se rapprochant de celle donnée par l'équation :

$$w = w_1 + k_1 s.$$

En modifiant éventuellement la forme de la courbe (a), on pourra toujours faire qu'il en soit ainsi.

En vue d'effectuer l'intégration graphique, divisons la longueur ( $r_1 - r_2$ ) en 8 parties égales et rabattons sur la direction  $ox$  les valeurs de  $w \sin \beta$  mesurées aux différents points de division. Choisissons un pôle  $p$  et joignons ce pôle aux différents points ainsi trouvés,  $s$  et  $l$  correspondant aux valeurs extrêmes  $w_1 \sin \beta_1$  et  $w_2 \sin \beta_2$ .

Si, par  $o$ , nous menons une parallèle à  $ps$ , nous obtiendrons, à l'intersection avec l'ordonnée passant par 1, une longueur  $\Delta y$  telle que

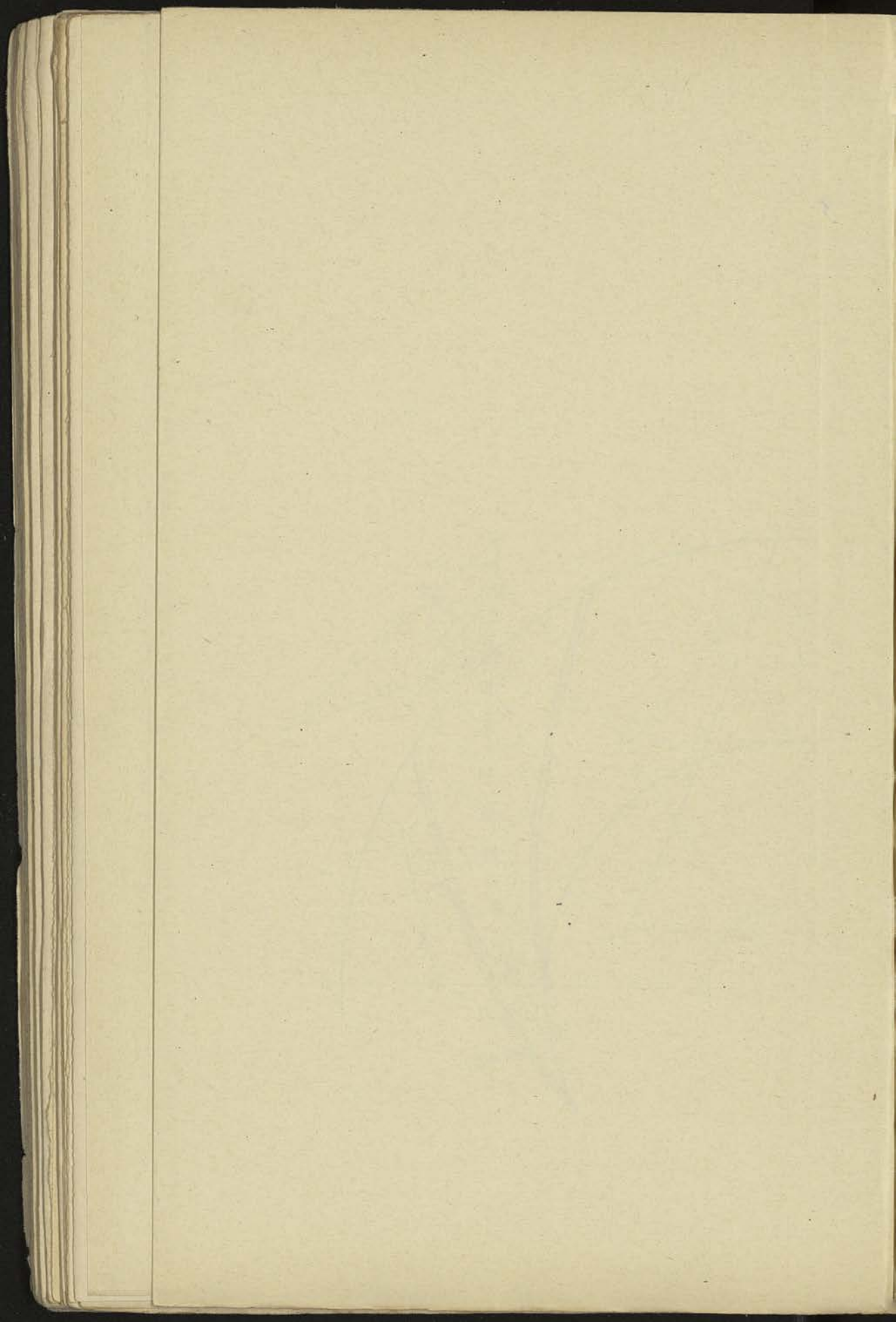
$$\frac{\Delta y}{\Delta r} = \frac{a}{w \sin \beta}$$

soit :

$$\Delta y = a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

Pour la division (1, 2), nous obtiendrons de la même manière la





valeur correspondante  $\Delta y$ , si bien que l'ordonnée totale (88') représentera

$$\sum \frac{r_2}{r_1} a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

et à la limite

$$\int_{r_1}^{r_2} a \frac{dr}{w \sin \beta}$$

Or, en vertu de la relation (147), la valeur de cette intégrale est égale à la différence :

$$r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1) = -17.55.$$

Nous pouvons donc calculer l'ordonnée  $y_1$  initiale de la courbe (b), en posant :

$$\frac{y_1}{(88')} = \frac{r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}{r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}$$

Les données du problème fournissent pour valeur du second membre 0,827 ; d'où, à l'échelle du dessin :

$$y_1 = (88') \times 0,827 = 28,1 \text{ mm.}$$

Traçons l'axe OX à la distance  $y_1$  de  $ox$  ; la courbe (b) rapportée à cet axe donnera en fonction de  $r$  :

$$r (u - w \cos \beta)$$

Pour obtenir la valeur de  $(u - w \cos \beta)$ , il suffira de diviser les ordonnées de cette courbe par  $r$ . Cette division peut se faire graphiquement ; pour obtenir directement la vitesse à l'échelle adoptée de

$$1 \text{ mm.} = 0,4 \text{ m/sec,}$$

il suffit de choisir l'unité polaire  $a_1$  de manière que l'on ait :

$$P b = 40,7$$

40,7 représentant à l'échelle, la valeur de :

$$u_1 + w_1 \cos \beta_1 = 16 \text{ m. } 30.$$

Nous avons indiqué sur la figure 80 la construction pour les deux points extrêmes  $b$  et  $c$ .

Connaissant la courbe (c), il est possible d'en déduire immédiatement  $w \cos \beta$ , en soustrayant de chacune de ses ordonnées la valeur correspondante de  $u$ .

Ces valeurs de  $u$  étant données par la droite (d) passant par l'origine O, on pourra directement mesurer  $w \cos \beta$  et, par le tracé du triangle

ayant pour côtés  $w \cos \beta$  et  $w \sin \beta$  fourni par la courbe (a), déterminer  $w$ .

Pour le tracé de l'aube, voici comment nous avons procédé : nous avons tracé au point O choisi arbitrairement sur la circonférence de rayon  $r_1$  et de centre  $O_1$ , le triangle des vitesses à l'entrée et prolongé la direction de  $w_1$  jusqu'à l'intersection avec la circonférence passant par le premier point de division 1 de la longueur  $(r_1 - r_2)$ . Sur le rayon passant par I, nous avons porté ensuite la longueur représentant  $w \sin \beta$  correspondante, et à l'extrémité de ce vecteur, nous avons élevé une perpendiculaire et mesuré sur celle-ci la valeur à l'échelle de  $w \cos \beta$ ; en joignant le point I à l'extrémité du vecteur  $w \cos \beta$ , nous avons obtenu en ce point,  $w$  en grandeur et direction. En répétant de proche en proche la même construction, nous avons obtenu les points O, I, II... VIII; seuls, les quatre premiers triangles construits ont été maintenus sur la figure 80.

La courbe inscrite dans le polygone O, I... VIII peut être considérée comme la forme de l'aube répondant à la condition que nous nous sommes imposée

$$\varphi_p \times r = e^e$$

En choisissant un pas de l'aubage et une épaisseur d'aube tels que l'axe O VIII du canal soit compris entre 4 et 5 fois la largeur moyenne, nous aurons résolu le problème posé. Pour fixer l'épaisseur des aubes, on appliquera la formule empirique suivante :

$$e' = 3 + 0,7 \sqrt{l_1}$$

si les aubes sont venues de fonte avec les flasques ; si les aubes sont construites en tôle d'acier découpé et estampé, puis incorporée aux flasques lors de la coulée, on utilisera la formule

$$e' = 2 + 0,4 \sqrt{l_1},$$

les valeurs de  $e'$  et de  $l_1$  étant exprimées en millimètres.

**Tracé du profil.** — Il nous restera à déterminer le profil de la roue. Auparavant, il convient de nous rendre compte de la manière dont  $w$  varie en fonction de  $s$ .

Nous avons, à cet effet, porté sur OP, à partir de P, la longueur développée du canal et obtenu en traçant les ordonnées  $w$ , la courbe ST qui correspond sensiblement à une loi de variation linéaire de  $w$  en fonction de  $s$ . La loi de variation adoptée pour  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$  que nous nous sommes fixée, en nous donnant la courbe (a), peut donc être considérée comme satisfaisante.

Pour rechercher à présent le profil de la roue, nous ferons appel à l'équation du débit qui donne

$$l = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{1}{rk'} \quad (148)$$

Nous déterminerons tout d'abord le facteur :

$$A = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta}; \quad (149)$$

pour cela, nous porterons, sur la direction  $O_2 X_2$  une longueur  $O_2 h$  représentant la quantité constante  $\frac{Q}{2\pi}$ , puis, dans cette même direction, les valeurs de  $w \sin \beta$ . En prenant pour unité  $a_2$ , nous obtiendrons

$$\frac{O_2 O}{O_2 h} = \frac{a_2}{hg}$$

ou

$$hg = a_2 \frac{O_2 h}{O_2 O} = a_2 \times A. \quad (150)$$

L'unité  $a_2$  pourra être choisie de manière que  $hg$  soit égal à  $l_1 = 22$  mm, l'échelle de longueur ayant été choisie égale à  $\frac{1}{10}$  et la largeur de la roue à l'entrée étant par hypothèse égale à 0, m220.

Pour déterminer  $l$ , il restera à multiplier  $A$  par  $\frac{1}{k'r}$ ,  $k'$  étant un coefficient d'encombrement résultant de l'épaisseur des aubes et que nous supposons constant pour simplifier le calcul.

Cherchons la valeur de  $l$  dans la section passant par 4 ; nous avons obtenu pour cette section :

$$hk = a_2 \frac{O_2 h}{O_2 4} = a_2 \times A \quad (151)$$

Projetons  $hk$  sur la droite  $ij$  située à la distance  $r_4$  de l'axe ; nous aurons :

$$\frac{in}{r_4} = \frac{In}{a_3}$$

D'où :

$$In = (a_2 \times A) \frac{a_3}{r_4} = a_2 \times a_3 \times \frac{A}{r_4} \quad (152)$$

Nous pourrions choisir  $a_3$  de façon que  $ln$  mesure  $l_4$  en vraie grandeur.

Il suffira de choisir  $a_3$  égal à  $r_1$ ; en effet, si nous répétons la construction que nous venons d'indiquer, pour le rayon  $r_1$ , nous devrions trouver  $IN$  égal à  $hg$  puisque nous avons choisi  $a_2$  de façon à obtenir  $hg = l_1$ ; or, cela ne peut se réaliser que pour la valeur  $a_3 = r_1$ . En projetant le point  $n$  sur la droite  $ij$ , nous obtiendrons le point  $m$  limitant le profil, à la distance  $r_4$  de l'axe. La construction répétée pour les différents points de 0 à 8 donne le profil  $Nf$ . On complétera en traçant du centre  $C$  un arc de cercle de rayon  $r$  tangent à la paroi  $Ih$  d'une part, au moyeu de diamètre  $d$  d'autre part, et un second de rayon  $r'$  tangent au profil.

Ainsi qu'on peut s'en rendre compte, on arrive par cette méthode à un profil satisfaisant, tant pour les flasques que pour les aubes.

Le profil obtenu pour les aubes ne s'éloigne pas beaucoup pour les angles  $\beta_1$  peu différents de  $\beta_2$ , d'un profil en arc de cercle dont le centre serait choisi pour couper les circonférences extérieure et intérieure sous les angles imposés  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

#### B) TURBINES HÉLICO-CENTRIPÈTES

Ces turbines étant construites en vue de réaliser des vitesses spécifiques élevées ou, ce qui revient au même, de grandes valeurs du coefficient  $R$ , leur fonctionnement normal correspond à des coefficients de vitesse de l'ordre de 0,75 à 0,80 et, partant, à des angles  $\beta_1$  très grands, voisins de  $\beta_2$ .

Nous venons de voir que, pour des angles  $\beta_1$  peu différents de  $\beta_2$ , le tracé des aubes pouvait être effectué par arc de cercle.

Abstraction faite du problème de la représentation des aubes dans l'espace qui est du ressort de la géométrie descriptive, nous pouvons donc dire que le problème du tracé des aubes sera résolu lorsque nous aurons pu déterminer pour chacune des turbines partielles, les rayons  $r_1$  et  $r_2$ , les largeurs  $l_1$  et  $l_2$ , ainsi que les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  correspondant respectivement à l'arête d'entrée et l'arête de sortie des aubes. Toutes les roues fonctionnant sous le même angle  $\alpha_1$  de distribution et toutes les turbines étant supposées avoir la même largeur à l'entrée (fig.81), la question revient à déterminer pour chacune d'elles :

$$m, \gamma, \beta_1, \beta_2$$

en fonction de  $r_1$ .

Nous considérons comme des données résultant des calculs effectués en partant des courbes caractéristiques relatives au filet moyen, le rayon moyen  $r_m$ , la largeur totale  $l_1$ , le rayon  $r_2$  à l'ouïe, pour ce même filet moyen.



Nous admettons également que le rayon  $r_s$  de tuyau d'évacuation est déterminé en fonction de la vitesse  $c_s$  de sortie, que l'on se fixe de

façon à ne pas dépasser une valeur limite admissible.

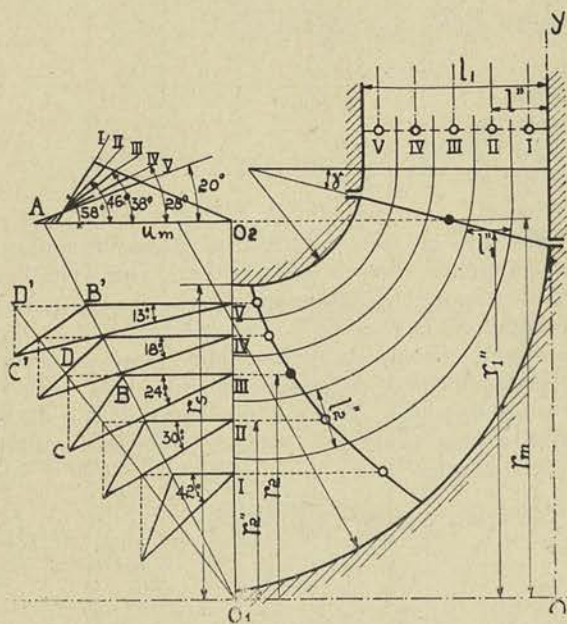


Fig. 81.

**Profil de la roue.** — Dans la représentation que nous donnons du profil de la roue, nous supposons par convention que les points des arêtes d'entrée et de sortie des aubes sont ramenés dans le plan de projection, de façon que les distances de ces points à l'axe  $OO_1$  don-

nent en vraie grandeur, les rayons correspondants.

Nous nous imposons, pour l'arête d'entrée ainsi définie, une droite inclinée d'un certain angle  $\gamma$  sur l'axe, quitte à vérifier l'influence plus ou moins heureuse sur la forme des aubes, d'une plus ou moins grande inclinaison de cette droite.

Pour le profil des flasques, nous adopterons les plus *grands rayons possibles*, l'un tangent à la génératrice du cylindre de rayon  $r_s$ , l'autre tangent à l'axe même de la roue.

La division en turbines partielles peut être conduite d'une manière rationnelle, en raisonnant de la façon suivante :

Dans une section  $O_1 O_2$  du tuyau d'évacuation plus ou moins éloignée de l'ouïe de la roue, nous pourrions admettre, comme première approximation tout au moins que la vitesse axiale du fluide est la même en tous les points du rayon. (Nous négligeons ici l'influence de la rugosité des parois et de la viscosité du fluide).

Comme en tous les points I, II... V de la section d'entrée des turbines partielles, nous pouvons admettre également que la vitesse est constante, les rayons  $r'$ ,  $r''$ , des cylindres fictifs qui entourent le fluide passant respectivement par la turbine I, par l'ensemble des turbines

I et II, etc., seront déterminés en fonction de  $r_s$  par les relations suivantes :

$$\frac{1}{5} \pi r_s^2 = \pi r'^2 \quad 2(\pi r'^2) = \pi r''^2, \dots$$

desquelles nous tirons :

$$r' = \frac{1}{\sqrt{5}} r_s \quad r'' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} r_s, \dots$$

En réunissant par des arcs de cercle tangents, les parois fictives limitant les turbines partielles dans le distributeur, aux cylindres fictifs limitant le flux correspondant à chacune d'elles, dans le tuyau d'évacuation, nous partagerons la roue en 5 roues partielles fonctionnant en parallèle et ayant chacune le même débit. Nous pourrions rectifier légèrement ce premier tracé, en observant que, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, d'une composante axiale de la vitesse de sortie constante pour toutes les turbines partielles, on doit avoir, le long de l'arête de sortie

$$2 \pi r_2'' l_2'' c_2 \sin \alpha_2 = 2 \pi r_1'' l_1'' c_1 \sin \alpha_1$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \alpha_1} = \frac{r_1''}{r_2''} \times \frac{l_1''}{l_2''} = \frac{1}{m''} \times \frac{1}{v''} = \text{Cte} \quad (153)$$

En traçant tout d'abord cette arête de façon qu'elle coupe les axes des différents filets à peu près orthogonalement et passe par le point de rayon  $r_2$ , qui nous est imposé pour le filet moyen, nous pourrions mesurer les différentes valeurs de  $l_2$  et de  $r_2$  pour chacune des turbines partielles. Portant en abscisse  $l''$ , distance de la paroi au point II, ou mieux (fig. 82) :

$$z = \frac{l''}{l_1} \quad (154)$$

nous pourrions figurer en ordonnées

$$\frac{r_1''}{r_m}, \quad \frac{r_2''}{r_m}, \quad \frac{l_2''}{l_1''}$$

En posant :

$$\frac{r_1''}{r_m} = f_1(z) \quad (155), \quad \frac{r_2''}{r_m} = f_2(z) \quad (156), \quad \frac{l_2''}{l_1''} = \varphi(z) \quad (157)$$

la condition exprimée par la relation (153) donne lieu à la relation :

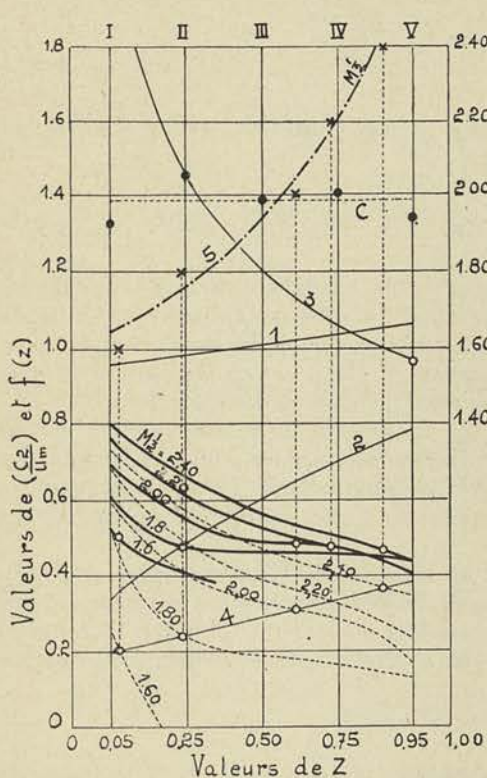


Fig. 82.

$$\frac{f_1(z)}{f_2(z)} \times \frac{1}{\varphi(z)} = C \quad (158)$$

Les points noirs du diagramme figure 82 indiquent les valeurs de la constante C, fournies par le calcul, après une première rectification ; cette constante C correspond par conséquent à une moyenne de 1,38 environ que nous conserverons dans nos calculs ultérieurs.

Les courbes (1) (2) donnent respectivement les valeurs en fonction de z, de

$$f_1(z), \quad f_2(z)$$

trouvées en relevant les valeurs des  $r_1$  et  $r_2$  pour chacune des turbines partielles (figure 81) ; de la relation (158), nous pourrions déduire la valeur de  $\varphi(z)$  (courbe 3).

**Etude du tracé des aubes.** — Pour analyser les conditions de fonctionnement de chacune des turbines ainsi définies, et déduire par le calcul les valeurs des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  correspondant à chacune d'elles, cherchons à exprimer en fonction de z les valeurs de coefficients :

$$M = \frac{2g H'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (159)$$

$$M' = A' + B'x + C'x^2 \quad (160)$$

$$r = \frac{M'}{M} \quad (161)$$

Remarquons tout d'abord que nous pouvons écrire les équations en fonction de :

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

en utilisant la relation

$$x = x_1 \times M^{\frac{1}{2}};$$

elles deviennent alors :

$$A + B x_1 M^{\frac{1}{2}} + (C x_1^2 - 1) \left( M^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 0 \quad (162)$$

$$A' + B' x_1 M^{\frac{1}{2}} + (C' x_1^2 - r) \left( M^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 0 \quad (163)$$

En y remplaçant  $x_1$  par  $x_m f_1(z)$  et les coefficients  $m, n, \cos \beta_2$  calculés en fonction de  $z$ , et contenus dans les valeurs explicites de  $A, B, C$ , etc., nous obtiendrons deux relations en  $z$  capables de fixer  $\beta_2$  en fonction de  $\beta_1$  à la condition toutefois de s'imposer une condition supplémentaire à réaliser, ainsi que nous le montrerons plus loin.

Pour exprimer  $m, n, \cos \beta_2$  en fonction de  $z$ , cherchons à établir les relations qui existent nécessairement entre les angles et les vitesses.

Rabattons pour cela le plan perpendiculaire à l'axe contenant la vitesse d'entraînement  $u$  au point de sortie, autour du rayon passant par ce point (fig. 81).

Transportons la charnière de rotation du plan considéré en  $O_1O_2$ . La vitesse  $u$  allant en croissant proportionnellement au rayon, nous obtiendrons cette vitesse pour un filet quelconque tel que III, en mesurant le vecteur III B compris entre l'axe  $O_1O_2$  et la droite  $O_1A$  tracée de telle sorte que

$$O_2A = u_m.$$

Si nous faisons tourner maintenant autour de III B le triangle des vitesses contenu dans le plan passant par  $u$  et tangent à l'axe du filet III, au point III, nous obtiendrons en vraie grandeur les angles

$$180^\circ - \beta_2 = B III C \quad 180^\circ - \alpha_2 = D B C.$$

Les composantes axiales et tangentielles de la vitesse absolue de sortie seront représentées par  $DC$  et  $BD$  et nous pourrions poser :

$$BD = c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z) \quad (164)$$

et calculer  $c_2 \sin \alpha_2$  en fonction de  $z$  et de  $\frac{c_2}{u_m}$

$$DC = c_2 \sin \alpha_2 = u_m \sqrt{\left( \frac{c_2}{u_m} \right)^2 - f^2(z)} \quad (165)$$

Entre  $\sin \alpha_1$  et  $\sin \beta_2$ , nous avons, d'autre part :

$$c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2$$

de telle sorte que  $n$  défini par la relation :

$$n = \frac{w_2}{c_1}$$

peut être calculé en fonction de  $z$ ,  $\frac{c_2}{u_m}$  et  $\sin \beta_2$

$$n = \frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \beta_2} = \frac{u_m}{\sqrt{2gH'}} \frac{1}{c_1} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2}$$

ou encore :

$$n = x_m M^{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2} \quad (166)$$

Comme  $n$  a également pour valeur, d'après l'équation de continuité :

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{v} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2}$$

on peut en déduire la valeur de

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \text{ en fonction de } z \text{ et de } M^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} \frac{1}{\varphi(z)} \frac{1}{x_m} \frac{1}{M^{\frac{1}{2}}} \sin \alpha_1 = K_1 \quad (167)$$

$K_1$  étant un coefficient dont la valeur est connue en fonction de  $z$ , de  $M$  et de  $x_m$ .

Pour pouvoir éliminer de l'équation (162) le terme  $mn \cos \beta_2$ , remplaçons dans celui-ci le terme  $n$  par sa valeur ci-dessus ; nous trouvons :

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\lg \beta_2} \quad (168)$$

Cherchons à déterminer  $\lg \beta_2$  et  $\sin \beta_2$  en fonction de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  et de  $f(z)$ . Dans le triangle des vitesses à la sortie nous avons la relation :

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2 = u_m f(z)$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{\lg \beta_2} + u_2 = u_m f(z)$$

puis

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}}{f(z) - f_2(z)} \quad (169)$$

et enfin :

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}{f_2^2(z) - 2f(z)f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2} \quad (170)$$

Dans ces conditions :

$$n^2 = x_m^2 \left(M^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left[f_2^2(z) - 2f(z)f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2\right] \quad (171)$$

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{\frac{1}{2}} [f(z) - f_2(z)] \quad (172)$$

En les substituant dans l'équation (159), après avoir rendu explicites les valeurs de A, B, C, on obtient toutes réductions faites :

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 + 2 \frac{1}{\varphi^2} f(z) f_2(z) = \\ & \frac{1}{M} \frac{1}{x_m^2} \left[\frac{1}{\varphi_1^2} - 2 \left(1 - \frac{1}{\psi^2}\right)\right] + 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 f_1(z) \frac{1}{M^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{x_m} \\ & - \left\{ \frac{1}{x_m^2} + \left[\left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - 1\right] f_1^2(z) + \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) f_2^2(z) \right\} = K_2 \quad (173) \end{aligned}$$

Nous représenterons le second membre par  $K_2$ , sa valeur pouvant être déterminée en fonction de  $z$ , de  $M$  et de  $x_m$ .

Remplaçons dans le premier membre de cette équation,  $f(z)$  par sa valeur tirée de l'équation (167)

$$f(z) = \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - K_1^2} \quad (174)$$

en isolant  $\frac{2}{\varphi^2} f(z) f_2(z)$  et en élevant au carré les deux membres, nous obtiendrons une équation du 4<sup>e</sup> degré en  $\frac{c_2}{u_m}$  qui nous permettra de déterminer

$$y = \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2$$

pour chaque valeur de  $M^{\frac{1}{2}}$  :

$$\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right)^2 y^2 - 2 \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) K_2 + \frac{2}{\varphi^2} \times \frac{1}{\varphi^2} f_2^2(z) \right] y + \left[ K_2^2 + K_1 \left(\frac{2}{\varphi^2}\right)^2 f_2^2(z) \right] = 0. \quad (175)$$

De l'ensemble des deux équations (160) et (161), on peut tirer la valeur de  $r$  en fonction de  $M$  et de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ ; on y arrive plus simplement en partant de la relation suivante :

$$r = \frac{M - \frac{1}{\varphi_1^2} + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)}{M}$$

de laquelle on déduit directement :

$$r = 1 - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{M} + \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 x_m^2 \quad (176)$$

Nous avons dressé le tableau V pour  $\alpha_1 = 24^\circ$ ,  $x_m = 0,75$  et

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,18 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

valeurs antérieurement admises comme représentant des chiffres moyens normaux.

Les quatre premières colonnes donnent, pour les différentes turbines partielles, les valeurs des fonctions :

$$f_1(z) \quad f_1^2(z) \quad f_2(z) \quad f_2^2(z) \quad \text{et} \quad \varphi(z)$$

La sixième colonne donne la valeur de

$$A'' = \frac{f_1^2(z)}{f_2^2(z)} \times \frac{1}{\varphi^2(z)} \frac{\sin^2 \alpha_1}{x_m^2}$$

qui, divisée, par  $M$  fournira  $K_1^2$ .

La septième colonne indique la valeur de :

$$C'' = \frac{1}{x_m^2} + \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - 1 \right] f_1^2(z) + \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) f_2^2(z)$$

Les colonnes suivantes donnent des valeurs dépendant de M pour  $M \frac{1}{2} = 2,00$

$$B'' = 2 \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \cos \alpha_1 \frac{1}{x_m} f_1(z) M^{\frac{1}{2}}$$

$K_2$  et  $K_1^2$ .

Ces quantités étant connues, il suffit de les introduire dans l'équation (175) de la forme :

$$ay^2 - 2by + c = 0 \quad (177)$$

pour pouvoir déterminer :

$$b = -0,3 K_2 + 2,20 f_2^2(z)$$

$$c = K_2^2 + 4,2 K_1^2 f_2^2(z)$$

et en tirer  $y$ , puis :

$$\frac{c_2}{u_m} \quad \text{et} \quad f(z)$$

En portant en ordonnées les deux dernières valeurs dans le diagramme figure 82, on obtient les courbes en trait plein pour la première, en trait pointillé pour la seconde, et cela pour chacune des valeurs de  $M \frac{1}{2}$  envisagées.

Nous sommes donc en mesure de déterminer les valeurs de  $c_2$  et de

$$c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z),$$

pour chacune des turbines partielles, *si nous nous imposons une condition supplémentaire.*

**Première hypothèse.** — Si nous nous plaçons au point de vue du bon fonctionnement du tube de succion, nous pourrions chercher à faire en sorte que tous les filets aient une direction axiale à la sortie. Cette condition peut se traduire analytiquement par  $f(z) = 0$  pour toutes les valeurs de  $z$  ; mais elle est irréalisable avec les valeurs utilisées pour  $x_m$ , la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie ne pouvant être annulée.

A défaut de pouvoir rendre axiale la vitesse  $c_2$  de sortie, on peut s'imposer la condition que la vitesse de giration des filets varie comme le rayon, cette condition étant de nature à réduire les remous entre les différentes couches concentriques voisines formées par les différents filets ; analytiquement cela implique la relation

$$f(z) = K_3 r_2$$



Pour nous fixer la valeur de  $K_3$ , nous devons avoir recours à l'équation (162), qui nous a servi à établir la courbe caractéristique de  $M^{\frac{1}{2}}$  en fonction de  $x$ , pour le filet moyen. Si nous admettons que, pour ce filet moyen :

$$\beta_2 = 180^\circ - 24^\circ,$$

on trouve, pour  $x_1 = 0,75$

$$M^{\frac{1}{2}} = 1,875 \quad x = 1,405$$

$$w_2 = nc_1 = 1,39 c_1 = 1,39 \frac{u_m}{x} = 0,99 u_m$$

ce qui permet de fixer le tracé du triangle des vitesses à la sortie et de mesurer  $c_2$ ; on trouve :

$$c_2 = 0,50 u_m \quad c_2 \cos \alpha_2 = 0,29 u_m$$

soit  $f(z) = 0,29$  pour  $z = 0,50$ ; portons (fig. 81)  $BD$  égal à  $0,29$  de la longueur  $O_2A$  qui représente  $u_m$ ; joignons  $O_1B$ , puis  $O_1D$  et prolongeons jusqu'en  $D'B'$ ;  $D'B'$  représentera à la même échelle,  $c_2 \cos \alpha_2$  pour  $z = 0,95$  (turbine  $V$ ); nous en déduisons  $f(z)$  correspondant, que nous trouvons égal à  $0,38$ . Nous pourrions donc tracer la droite (4) (fig. 82) pour représenter  $f(z)$ ; nous trouverons ainsi aux points d'intersection de cette droite avec les courbes pointillées donnant  $f(z)$

pour  $M^{\frac{1}{2}} = C^{te}$ , les différentes valeurs  $M^{\frac{1}{2}}$  correspondantes, de même que les valeurs de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ .

En portant en ordonnées les valeurs de  $M^{\frac{1}{2}}$ , nous obtiendrons la courbe de  $M^{\frac{1}{2}}$  en fonction de  $z$ .

La valeur de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  varie peu, comme on le voit.

Si nous construisons les triangles des vitesses à la sortie connaissant  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  et  $f(z)$  pour les différentes turbines partielles, nous obtiendrons les angles  $(180^\circ - \beta_2)$  à réaliser à la sortie pour obtenir le fonctionnement prévu. Ces angles sont indiqués sur la figure 81.

Pour déterminer les angles  $\beta_1$ , nous aurons à calculer  $c_1$

$$c_1 = \frac{\sqrt{2gH'}}{M^{\frac{1}{2}}}$$

$M \frac{1}{2}$  étant donné pour chacune des turbines partielles, par la courbe (5) et  $\sqrt{2gH'}$  pouvant être déterminé en fonction de  $u_m$  par la relation :

$$x_m = \frac{u_m}{\sqrt{2gH'}} = 0,75.$$

On trouve ainsi, pour  $u_m = 50$ , les valeurs renseignées au tableau VI. Pour le calcul de  $u_1$ , on utilisera la relation :

$$u_1 = u_m f_1(z)$$

Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée qui résulte de ces deux valeurs  $u_1$  et  $c_1$ , est indiqué sur la figure 81 et donne les angles  $(180^\circ - \beta_1)$  correspondant à chacune des turbines partielles.

Avec la condition que nous nous sommes imposée, nous voyons donc que l'on aboutit à une variation progressive des angles  $(180^\circ - \beta_1)$  et  $(180^\circ - \beta_2)$  depuis une valeur maximum pour la turbine I jusqu'à une valeur minimum pour la turbine V, ce qui conduit à des aubes gauches très inclinées sur le rayon près de la flasque extérieure, relativement peu inclinées le long de la flasque intérieure. La variation de  $M \frac{1}{2}$  et partant de  $c_1$  conduit toutefois à une très forte variation de pression à l'entrée de la roue qui pourrait avoir pour effet de créer des remous préjudiciables au bon fonctionnement.

**Deuxième hypothèse.** — On peut utilement se demander ce que deviendrait le tracé si, se préoccupant d'éviter ces remous à l'entrée, on pose comme condition :

$$M \frac{1}{2} = C^{te} = 1,80.$$

par exemple.

Cette condition  $M \frac{1}{2} = C^{te}$  entraîne en effet, comme conséquence,

$$c_1 \text{ constant et, partant, } p_1 \text{ constant.}$$

En recherchant sur la figure 82 les valeurs de  $f(z)$  et de  $\frac{c_2}{u_m}$  correspondant à  $M \frac{1}{2} = 1,80$ , on peut dresser le tableau VII et tracer les triangles des vitesses à la sortie. On arrive ainsi aux valeurs indiquées figure 83 pour l'angle  $(180^\circ - \beta_2)$ , sauf en ce qui concerne l'angle de la turbine I.

Pour celle-ci on obtient, en effet,  $(180^\circ - \beta_2) = 23^\circ$ , et une composante tangentielle très importante, en s'imposant  $M \frac{1}{2} = 1,80$ .

Si l'on accepte pour cette turbine 1,68 au lieu de 1,80, c'est-à-dire  $c_1 = 39,70$  au lieu de 37,00, on aboutit au tracé de la figure 83, c'est-à-dire à un angle  $(180^\circ - \beta_2)$  variant de  $24^\circ$  à  $32^\circ$ , avec une vitesse  $c_1$  et partant, une pression  $p_1$  presque constantes. Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée donne pour l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  une valeur variant de  $53^\circ$  pour la turbine I, à  $37^\circ$  pour la turbine V.

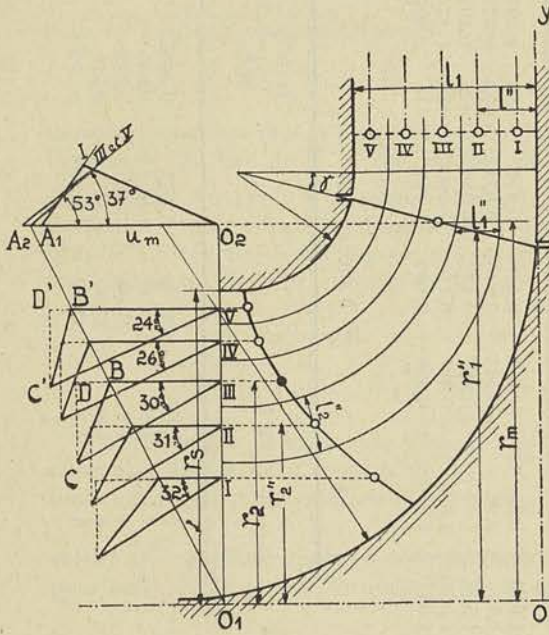


Fig. 83.

Bien qu'ici la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie aille croissant à mesure que le rayon diminue, nous pouvons considérer comme plus rationnel, le tracé de la figure 83 qui maintient à l'entrée de la roue, une pression presque constante.

Avec les dispositions adoptées aujourd'hui pour le tube de suction, il est possible, en effet, de récupérer à peu près dans la même mesure l'énergie correspondant à la composante tangentielle et l'énergie correspondant à la composante axiale. Dans ces conditions, le fait de la variation avec le rayon de la composante tangentielle ne paraît pas de nature à améliorer notablement le rendement, tandis que la variation dans de fortes limites, de  $c_1$ , et partant de  $p_1$ , doit avoir pour effet de créer des remous importants à l'entrée de la roue.

#### § 4. — Calcul des dimensions d'une turbine hélico-centripète ou mixte

Les considérations que nous venons d'émettre au sujet du tracé des turbines hélico-centripètes et qui peuvent s'appliquer aux turbines mixtes, nous permettent de traiter d'une manière concrète et précise le problème du calcul des dimensions générales, lorsque le type hélico-centripète s'impose.

TABLEAU V

Nos	1	2	3	4	5	6	7	M <sup>1/2</sup> = 2,00						
	$f_1(z)$	$f_1^2(z)$	$f_2(z)$	$f_2^2(z)$	$\varphi(z)$	A''	C''	B''	K <sub>2</sub>	K <sub>1</sub> <sup>2</sup>	b	c	$\frac{c_2}{um}$	f(z)
1	0,95	0,900	0,340	0,116	2,00	0,566	1,613	0,95	- 0,502	0,140	0,422	0,384	0,693	0,584
2	0,98	0,960	0,485	0,235	1,45	0,566	1,596	0,98	- 0,515	0,140	0,673	0,403	0,539	0,387
3	1,01	1,02	0,600	0,360	1,21	0,566	1,578	1,01	- 0,467	0,140	0,930	0,429	0,492	0,323
4	1,035	1,073	0,700	0,490	1,075	0,566	1,563	1,035	- 0,427	0,140	1,106	0,469	0,471	0,286
5	1,060	1,125	0,790	0,625	0,965	0,566	1,547	1,060	- 0,386	0,140	1,491	0,515	0,407	0,161

TABLEAU VI

Turbine	M <sup>1/2</sup>	c <sub>1</sub>	u <sub>1</sub>	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}} \Delta z$
1	1,66	40,2	47,7	0,572	0,1144
2	1,77	37,7	49,2	0,552	0,1104
3	1,92	34,7	50,5	0,527	0,1054
4	2,20	30,3	51,7	0,472	0,0944
5	2,55	26,2	53,0	0,416	0,0832

TABLEAU VII

Turbine	M <sup>1/2</sup>	c <sub>1</sub>	u <sub>1</sub>	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}} \Delta z$
1	1,68	39,70	47,7	0,566	0,1131
2	1,80	37,00	49,2	0,545	0,1103
3	1,80	37,00	50,5	0,562	0,1122
4	1,80	37,00	51,7	0,575	0,1150
5	1,80	37,00	53,0	0,589	0,1177

Reprenons l'exemple déjà traité du calcul d'une turbine capable de débiter

$$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sec}$$

sous la hauteur manométrique

$$H' = 50 \text{ m.},$$

mais en nous imposant le plus grand nombre de tours compatible avec le type M V (au lieu de  $N = 250$ , adopté précédemment).

Le profil du type M V étant tracé, la décomposition en turbines partielles étant effectuée d'après les considérations émises au paragraphe précédent, nous pourrions tracer les courbes caractéristiques correspondant au filet moyen défini par les coefficients

$$m = 0,6 \qquad \nu = 1,2$$

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1.$$

D'après ce que nous savons déjà, le rendement maximum est réalisé pour une valeur de  $x_1$  voisine de 0,75 et un angle  $\alpha_1$  voisin de  $24^\circ$ . Si nous adoptons pour coefficient de vitesse 0,75 et pour  $\alpha_1$ ,  $24^\circ$ , il nous

suffira de calculer, au moyen de la formule (162), la valeur de  $M^{\frac{1}{2}}$ , puis celle de R par la formule (XX) transformée en y remplaçant  $x$  par  $x_1 M^{\frac{1}{2}}$

$$R' = \frac{60^2}{2\pi} \cdot \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x_1^2}{3} (M^{\frac{1}{2}})^2$$

Avec  $\varepsilon = 0,5$

$$M^{\frac{1}{2}} = 1,875 \qquad R' = 108,6 \frac{\varepsilon}{M^{\frac{1}{2}}} = 29.$$

Cela nous permet de déterminer directement N, puisque

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}};$$

cette relation donne :

$$N = \sqrt{\frac{29 \times 87 \times 50^{\frac{3}{2}}}{6}} = 385.$$

Il importe toutefois, avant d'accepter ce chiffre, de s'assurer que la valeur réelle de R ne diffère pas de la valeur trouvée ci-dessus, tous les filets ne se comportant pas comme le filet moyen.

En remarquant que  $\varepsilon$  a pour valeur pour la deuxième turbine partielle :

$$\frac{l_1''}{r_1''} = \frac{l' - l''}{r_m f_1(z)} = \frac{l_1}{r_m f_1(z)} = \varepsilon_l \frac{\Delta z}{f_1(z)},$$

nous pourrons écrire pour l'ensemble des turbines partielles :

$$\Sigma R' = \frac{60^2}{2\pi} k' k'' \sin \alpha_1 x_m^2 \varepsilon_l \Sigma \frac{f_1(z)}{M \frac{1}{2} \Delta z} \quad (178)$$

En utilisant les valeurs du tableau VI se rapportant au tracé n° 1 représenté figure 81, nous trouverons pour la somme  $\Sigma$ , 0,5074 et partant :

$$R' = 54,3 \times 0,5074 = 27,55.$$

Si nous opérons avec les valeurs correspondant au tracé n° 2 donné par la figure 83, nous obtiendrons dans les mêmes conditions :

$$R' = 54,3 \times 0,568 = 30,8.$$

Nous pouvons donc conclure qu'avec le tracé n° 1 le nombre de tours de 385 serait légèrement trop fort et qu'avec le tracé n° 2 ce nombre de tours pourrait être pris un peu plus élevé que 385. En conservant celui-ci pour le profil n° 2, on pourra donc réduire légèrement la valeur de l'angle  $\alpha_1$  prévu au distributeur pour débit de marche normale.

*Remarque I.* — Connaissant R', il est possible d'en déduire une valeur approximative de R ; en effet :

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = \frac{\frac{\partial Q H'}{75} \eta_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = \frac{\eta_i}{75} \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}}$$

ou :

$$R = \frac{\eta_i}{75} R'. \quad (179)$$

Comme  $\eta_i$  ne varie qu'entre des limites relativement étroites 0,92 à 0,95, tout au moins aux environs du rendement maximum, on voit que R peut être pris à :

$$R = 29 \times \frac{0,935}{75} = 0,362,$$

dans l'exemple traité.

*Remarque II.* — Connaissant le nombre de tours et les valeurs de  $x_1$  et de  $M \frac{1}{2}$ , il sera aisé de déterminer, comme nous l'avons fait au § 2 précédent, la valeur de  $u_1$ , puis de  $2r_1$ , et enfin les dimensions générales de la roue.

### § 5. — Tracé des aubes fixes des turbines à réaction

Comme nous l'avons déjà dit, toutes les turbines à réaction construites à l'heure actuelle sont du type centripète, hélico-centripète ou mixte :

1° Parce que la disposition du distributeur extérieur à la roue permet de résoudre très simplement d'une manière très « mécanique », le problème de la régularisation de la vitesse avec la charge, par l'action d'un régulateur à servo-moteur *agissant sur l'orientation des aubes distributrices* ;

2° Parce que l'adjonction d'un simple tuyau d'évacuation *divergent*, disposé à l'ouïe de la roue, permet de récupérer dans de bonnes conditions et sans augmenter l'encombrement de la turbine, l'énergie cinétique disponible à la sortie.

Nous ne nous occuperons en conséquence que du tracé des aubes orientables connues sous le nom de aubage *Fink*, du nom du promoteur de ce système, *universellement employé aujourd'hui*.

En se reportant aux diagrammes de R en fonction  $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$ , il

est possible de se rendre compte de l'avantage que possède cet aubage, de donner une courbe du rendement en fonction de la charge, extrêmement favorable.

La vitesse de la turbine étant pratiquement constante, lorsqu'elle est en régime, la hauteur de chute  $H'$  étant supposée invariable, on voit que le coefficient de vitesse  $x_1$  garde une valeur constante quelle que soit la charge. R, par contre, diminue avec la charge, on pourrait même dire proportionnellement à la charge, si le rendement  $\gamma_0$  pouvait être regardé comme constant, puisque :

$$R = \frac{\frac{N_e}{\gamma_0} \times N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

Si, sur les diagrammes donnant la valeur de R en fonction de  $x_1$  pour différents angles  $\alpha_1$ , on trace une verticale d'abscisse  $x_1$  correspondant à la vitesse de régime de la turbine, et si on porte sur cette

verticale les valeurs de R correspondant aux différentes valeurs  $\frac{N_e}{\gamma_0}$ ,

on obtiendra par interpolation les valeurs de l'angle  $\alpha_1$  du distributeur et du rendement  $\eta_e$  pour les charges  $N_e$  correspondantes.

On peut se rendre compte que, par un choix convenable de  $x_1$ , il est possible de faire en sorte que le rendement au lieu de décroître avec la charge, aille d'abord en croissant de quelques % jusqu'aux environs des  $2/3$  de charge, pour ne diminuer sensiblement qu'à partir de la demi-charge.

Les diagrammes donnés par les figures 67 à 72 ne peuvent toutefois être utilisés que comme première approximation, car ils supposent implicitement que l'angle  $\beta_2$  varie avec  $\alpha_1$  suivant la relation :

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1,$$

alors que, dans la réalité, l'aubage de la roue garde nécessairement la forme que l'on avait été amené à lui donner pour réaliser les meilleures conditions de fonctionnement à la *charge normale*.

La courbe réelle du rendement en fonction de la charge est donc un peu plus défavorable que ne l'impliquent les déductions ci-dessus.

Il n'en reste pas moins certain qu'aucun autre procédé de réglage ne pourrait conduire à un résultat aussi favorable que celui fourni par l'aubage *Fink*.

Pour réaliser la variation de  $\alpha_1$  avec la charge, *Fink* utilise des aubes distributrices mobiles entre deux parois parallèles, autour d'un point  $O_1$  convenablement choisi (fig. 84). Ce point est déterminé de façon que l'orientation du flux reste assurée dans des conditions normales pour les différents angles réalisés à l'extrémité, depuis le maximum  $\alpha_1$  jusqu'à l'angle nul.

Nous décrirons plus loin les deux mécanismes utilisés pour mettre en mouvement simultanément toutes les aubes. Bornons-nous pour l'instant à en donner le tracé. Pour préciser, nous supposerons qu'il s'agisse de la turbine calculée au § 2 pour laquelle :

$$r_1 = 0,885 \qquad l_1 = 0,220 \qquad \alpha_1 = 22^\circ$$

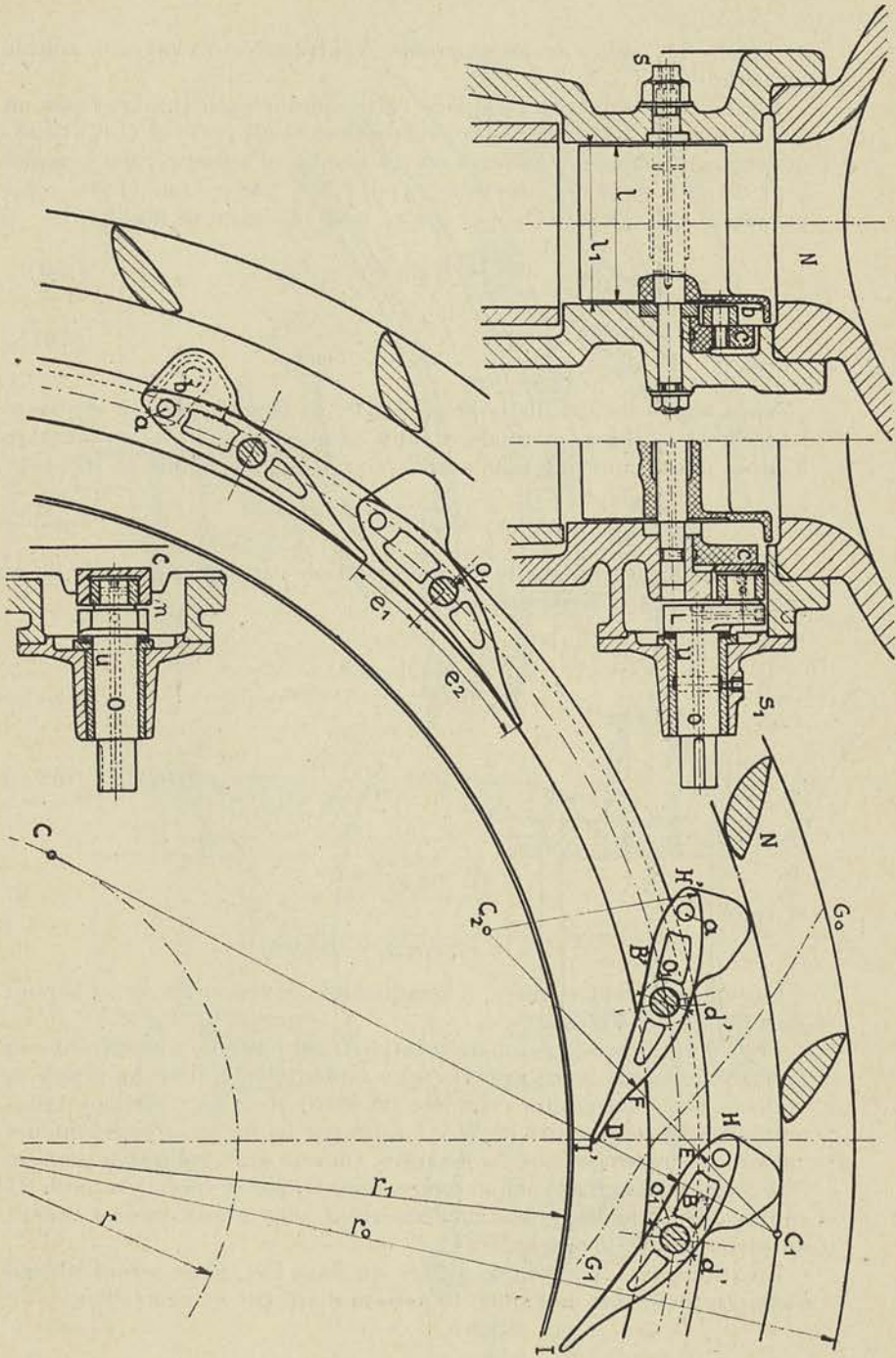
Nous adopterons tout d'abord un rayon intérieur  $r_1'$  de l'aubage fixe plus grand que le rayon extérieur  $r_1$  de la roue tel que :

$$r_1' = OI' = 1,03 \text{ à } 1,06 r_1,$$

de façon à atténuer l'influence de la discontinuité qui se présente dans la section d'écoulement, au moment du passage des aubes mobiles en face des aubes fixes ; en amincissant l'extrémité des aubes fixes et en les écartant des aubes mobiles on permet aux différents flux sortant des canaux distributeurs, de se rejoindre, avant leur entrée dans l'aubage mobile.

Pour assurer l'orientation des différents filets d'un même flux, suivant l'angle  $\alpha_1$ , il faut, comme nous l'avons vu à propos du tracé par arcs





de cercle des aubes mobiles, profiler l'extrémité suivant une spirale logarithmique.

Dans la pratique, on remplace cette spirale logarithmique par un arc de développante que les trois équations (140) (141) et (142) déterminent complètement en fonction du nombre d'aubes  $n'$ . En remplaçant en effet, dans ces équations,  $r_2$  par  $r_1'$ ,  $r_2'$  par  $r_1''$ ,  $\sin(180^\circ - \beta_2)$  par  $\sin \alpha_1$ ,  $\cos(180^\circ - \beta_2)$  par  $\cos \alpha_1$ , nous obtiendrons (fig. 84) :

$$r = OB \sin \alpha = r_1'' \sin \alpha_1 \quad (180)$$

$$BI' = \frac{2 \pi r}{n'} = \frac{r_1'' - r_1'}{\cos \alpha_1} \quad (181)$$

Nous ferons les calculs pour  $\alpha_1 = 24^\circ$ , de façon à pouvoir dépasser légèrement la charge normale et nous adopterons pour  $n'$ , un nombre d'aubes plus grand que celui admis pour la roue qui était de 16, soit :

$$n' = 20.$$

En remplaçant  $r$  dans la seconde relation par sa valeur tirée de la première, nous obtiendrons :

$$\frac{2 \pi r_1'' \sin \alpha_1}{n'} = \frac{r_1'' - r_1'}{\cos \alpha_1};$$

d'où :

$$r_1'' = r_1' \times \frac{n'}{n' - \pi \sin 2 \alpha_1} = 0,920 \frac{20}{20 - \pi \times 0,743} = 1^m,035 \quad (182)$$

puis :

$$r = r_1'' \sin \alpha_1 = 0^m,435$$

et enfin :

$$BC = r_1' \cos \alpha_1 = 0^m,985.$$

Ces valeurs étant connues, il sera possible de tracer les arcs 1 B pour chacune de ces aubes.

Pour déterminer le point de rotation  $O_1$  des aubes, il faudra opérer par tâtonnements ; on s'arrêtera à un centre tel que, pour les positions voisines de la fermeture complète du distributeur, les sections faites normalement à l'axe des canaux formés par les aubes, conservent des valeurs progressivement décroissantes. On sera ainsi conduit à prendre  $O_1$  à droite de B (fig. 84) ; et on pourra fixer  $O_1$  par rapport à la paroi BI en traçant un cercle tangent de diamètre  $d'$  plus grand que  $d$  diamètre du pivot de commande.

En choisissant  $C_1$  comme centre du flanc BH, nous serons amené à adopter pour dos de l'aube, la portion d'arc DF de centre  $C_1$ .

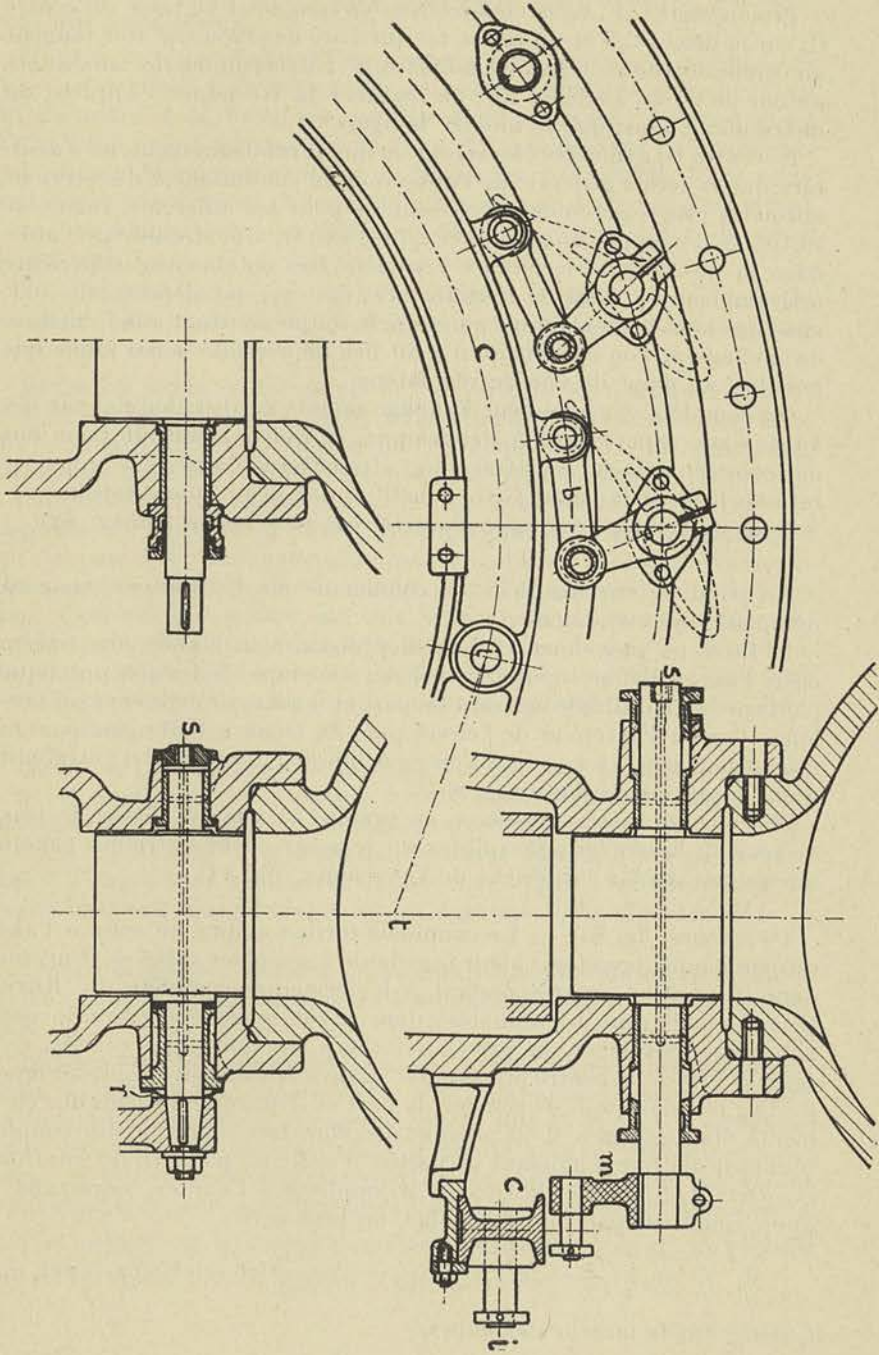


Fig. 85.

Fig. 86.

Prolongeant  $C_1F$ , nous choisirons pour compléter ce tracé un centre  $C_2$  sur la droite  $C_1F$  et un rayon tel que l'arc de rayon  $C_2F$  soit tangent au cercle du centre  $O_1$  et de diamètre  $d'$ . En faisant décrire aux aubes autour de  $O_1$  un angle de  $24^\circ$ , on réalisera la fermeture complète du distributeur, ainsi que le montre la figure 84.

Le centre  $O_1$  ayant été choisi plus ou moins arbitrairement, on s'assurera que la forme générale de l'aube tout en conduisant à des sections normales progressivement décroissantes pour les différents angles de sortie, ne donne pas une distance  $e_2$  (de l'axe  $O_1$  à l'extrémité de l'aube dans la position de fermeture complète) très notablement supérieure à la longueur  $e_1$ . C'est de la différence ( $e_2 - e_1$ ) que dépend, en effet, ainsi que nous le montrerons plus loin, le couple résistant à la fermeture de l'aubage, et l'on conçoit qu'il y ait lieu de le rendre aussi faible que possible, au point de vue du régulateur.

On complète généralement l'aubage mobile du distributeur par des aubes fixes appartenant à l'enveloppe, et qui ont surtout pour but de renforcer celle-ci ; leur tracé doit être effectué de façon à prolonger rationnellement le canal  $G_1G_0$  constitué par deux aubes voisines.

Nous désignerons par  $r_0$  le diamètre extérieur de cet aubage fixe.

Au point de vue du mode de commande du distributeur, on peut distinguer deux systèmes :

1<sup>o</sup> Pour les moyennes et hautes pressions, on établit une liaison entre l'axe et l'aube capable de résister au couple de torsion provoqué par la pression du fluide agissant de part et d'autre de celle-ci et on prolonge l'axe à l'extérieur de l'enveloppe, de façon à l'attaquer par un mécanisme placé à vue que l'on peut lubrifier, surveiller et entretenir d'une façon satisfaisante (fig. 85).

2<sup>o</sup> Pour les basses pressions, on préfère en vue de réduire le prix de revient, laisser les aubes libres sur leur axe, et les entraîner par un mécanisme situé à l'intérieur de l'enveloppe (fig. 84).

1<sup>er</sup> système (fig. 85). — Le couple de torsion auquel est soumis l'axe de commande, prend sa valeur maximum lorsque les aubes se trouvent dans la position correspondant à la fermeture complète du distributeur et que la roue est immobile; dans ce cas, le plus défavorable que l'on puisse envisager, la pression totale  $p_1$  appliquée à l'aubage, est égale à  $\partial H$  et la contrepression est égale à la pression atmosphérique  $p$ . Ces pressions, qui s'exercent de part et d'autre de chacun des éléments, étant connues, il est possible d'évaluer très simplement le couple résultant des forces agissant de part et d'autre du point  $O_1$  de rotation et, partant, le couple de torsion  $M_t$  appliqué à l'axe de commande ; approximativement tout au moins, on peut écrire :

$$M_t = \left[ (e_2 l_1) \frac{e_2}{2} - (e_1 l_1) \frac{e_1}{2} \right] (p_1 - p) = \frac{l_1}{2} (e_2^2 - e_1^2) (p_1 - p)$$

$l_1$  désignant la largeur des aubes.

On voit que, pour réduire  $M_1$ , il importe de rendre  $e_1$  aussi peu différent que possible de  $e_2$ .

Comme le couple diminue rapidement avec l'ouverture, la différence ( $p_1 - p$ ) tendant à devenir nulle, on pourra admettre, pour le calcul du diamètre  $d$  de l'axe, un coefficient de résistance  $R$  assez élevé (6 kg/mm<sup>2</sup> pour l'acier coulé), le taux de travail dans les conditions normales de fonctionnement étant beaucoup plus faible. Pour cette même raison on pourra déterminer les longueurs des buselures portant l'axe, en adoptant des pressions spécifiques  $p$  de l'ordre de 40 à 45 kg/cm<sup>2</sup>.

Le diamètre auquel on est généralement conduit avec de fortes pressions, rend nécessaire l'exécution en une seule pièce coulée ou forgée, des aubes et de l'axe.

Entre les aubes et les parois de l'enveloppe on maintient généralement un jeu de l'ordre de  $\frac{1}{2}$  millimètre. Pour assurer l'étanchéité du joint existant entre les parois de l'enveloppe et l'axe de commande, on utilise, pour les pressions élevées, une boîte à bourrage rapportée à l'intérieur de laquelle est introduit un cuir embouti (fig. 85). Lorsque la pression n'est pas trop élevée, on peut supprimer le bourrage placé du côté opposé à la commande et remplacer celui du côté commande par une simple rondelle en cuir introduite entre l'épaulement venu de forge avec l'aube et la buselure, suivant la disposition indiquée figure 86. La pression qui s'exerce sur le bout de la tige de gauche détermine en effet, une pression sur le cuir, suffisante pour empêcher toute fuite vers l'extérieur. Le graissage des buselures est effectué par des graisseurs *Stauffer*.

Les leviers, pincés généralement sur l'arbre pour faciliter le démontage et augmenter la résistance à la torsion de l'assemblage, sont attaqués par des biellettes en relation avec un cercle de commande à section en double T très rigide. Ce cercle supporté par un anneau fixé à l'enveloppe, est mis en mouvement par le servo-moteur du régulateur que nous décrirons au paragraphe 1 du chapitre III.

2<sup>e</sup> système (fig. 84). — Dans ce système, les aubes sont mobiles autour de l'axe fixe  $O_1$ , qui n'est plus ainsi soumis à la torsion mais au cisaillement.

Le diamètre de l'axe peut être choisi de façon que la pression spécifique ne dépasse pas, dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour la fermeture complète et la roue immobile, 40 à 45 kg/cm<sup>2</sup>. Il est nécessaire, pour pouvoir établir l'effort appliqué à l'axe, de tenir compte ici de la force exercée par la biellette  $b$  de commande qui, logée dans l'enveloppe, établit la liaison entre l'aube et le cercle de commande  $c$ .

Les biellettes et les articulations sont soustraites autant que possible au flux qui traverse l'aubage :

1° Pour éviter des remous dans l'aubage que leur présence entraînerait fatalement, et qui seraient préjudiciables au bon rendement de la turbine ;

2° Pour réduire l'influence néfaste qu'ont les matières tenues en suspension dans l'eau d'alimentation, sur l'usure des axes et buselures de ces articulations.

Pour mettre en mouvement le cercle *c*, on peut utiliser deux leviers tels que *L* venus de forge avec l'axe *O*, et disposés à 180° l'un de l'autre.

Ces leviers agissent par l'intermédiaire de pivots en porte à faux, sur des coussinets *k* coulissant entre deux joues *n* rapportées sur le cercle. Le déplacement des leviers *L* est obtenu par l'action de leviers extérieurs non dessinés (calés sur l'axe *o*) en relation avec le servo-moteur du régulateur, par des tringles de commande (voir § 1 chapitre III).

### § 6. — Tracé de la volute

La vitesse dans la conduite d'amenée varie entre 1 mètre et 3 m/sec, suivant l'importance du débit et de la longueur de la conduite.

Il est impossible de conserver une vitesse aussi faible dans la volute sous peine de devoir lui donner des dimensions exagérées.

Il y aura donc lieu de prévoir un raccord convergent pour relier la conduite à la volute.

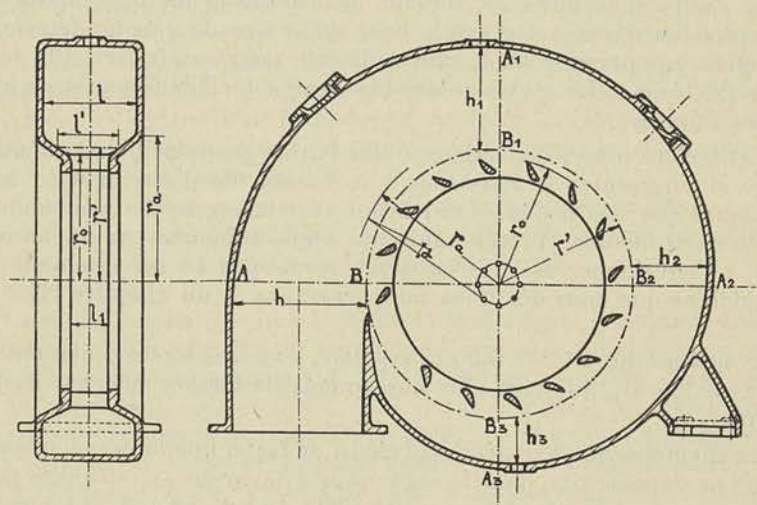


Fig. 87.

On calculera la vitesse  $c_e$  au point d'entrée de la volute proprement dite en *AB* (fig. 87), en admettant que :

$$\frac{1}{2g} c_e^2 = k_2 H' \quad (183)$$

$k_2$  ayant pour valeur 0,05 à 0,10 suivant l'importance du débit.

Nous pouvons concevoir deux types de volutes : la volute à section rectangulaire de largeur constante  $l_1$  et la volute à section circulaire.

a) **Volute à section rectangulaire.** — On choisira pour largeur de la volute une valeur comprise entre 2 et 2,5 fois la largeur  $l_1$  du distributeur, de façon à ne pas dépasser une hauteur  $h$  d'environ

$$h = 1,5 l.$$

On fera décroître  $h$  progressivement jusqu'à une valeur nulle, correspondant au point de rencontre de la paroi extérieure de la volute avec le cercle limitant l'aubage fixe de rayon extérieur  $r_0$ .

En ne considérant que la vitesse moyenne du fluide dans la volute, on peut dire que la hauteur devra atteindre :

$$A_1 B_1 = \frac{3}{4} h$$

dans la section faite à  $90^\circ$  de la section d'entrée AB ;

$$A_2 B_2 = \frac{1}{2} h$$

dans la section diamétralement opposée à la section d'entrée AB.

On voit que si l'on trace une développante de cercle commençant en A et ayant pour circonférence développée la valeur  $h$ , c'est-à-dire par conséquent pour rayon  $r$  du cercle développé :

$$r = \frac{h}{2\pi},$$

la courbe ainsi obtenue passera sensiblement par les points  $A_1, A_2, A_3$ .

L'angle  $\alpha$  sous lequel les filets abordent la partie convergente de la volute est malheureusement toujours très faible, puisque :

$$\sin \alpha = \frac{r}{r_a}$$

Toutefois, comme dans la partie convergente le fluide tend à prendre en l'absence de toute aube directrice, un mouvement spiraliforme de plus en plus radial (l'angle  $\alpha$  sous lequel les filets coupent les circonfé-

rences concentriques de centre  $o$ , étant donné par  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{r}$

il est possible, en ne faisant commencer l'aubage fixe qu'à l'extrémité de la partie convergente, d'arriver à une forme appropriée de ces aubes, qui doivent constituer le prolongement rationnel des aubes orientables du distributeur. En procédant ainsi, on pourra faire com-

mencer la partie convergente au rayon  $r_a$ , celui-ci tant choisi de telle façon que la section  $(r_a - r')l$  soit égale à la section  $(r_a - r_o) \frac{l + l_1}{2}$ .

Lorsque la volute est construite en tôle et cornières rivées, il est difficile de réaliser sans discontinuité la paroi de la volute  $A_3 B$  jusqu'à la naissance des aubes fixes.

Il importe en tout cas de réduire autant que possible cet intervalle où, par suite des différences qui existent entre les vitesses des filets extérieurs et les vitesses des filets intérieurs, il tend à se produire des remous préjudiciables à la bonne alimentation du distributeur. Les conditions de sollicitation des parois des volutes à section rectangulaire excluent la possibilité de les employer pour les hautes pressions. Il faut alors avoir recours nécessairement aux volutes à section circulaire.

b) **Volute à section circulaire.** — Le tracé de la courbe limitant

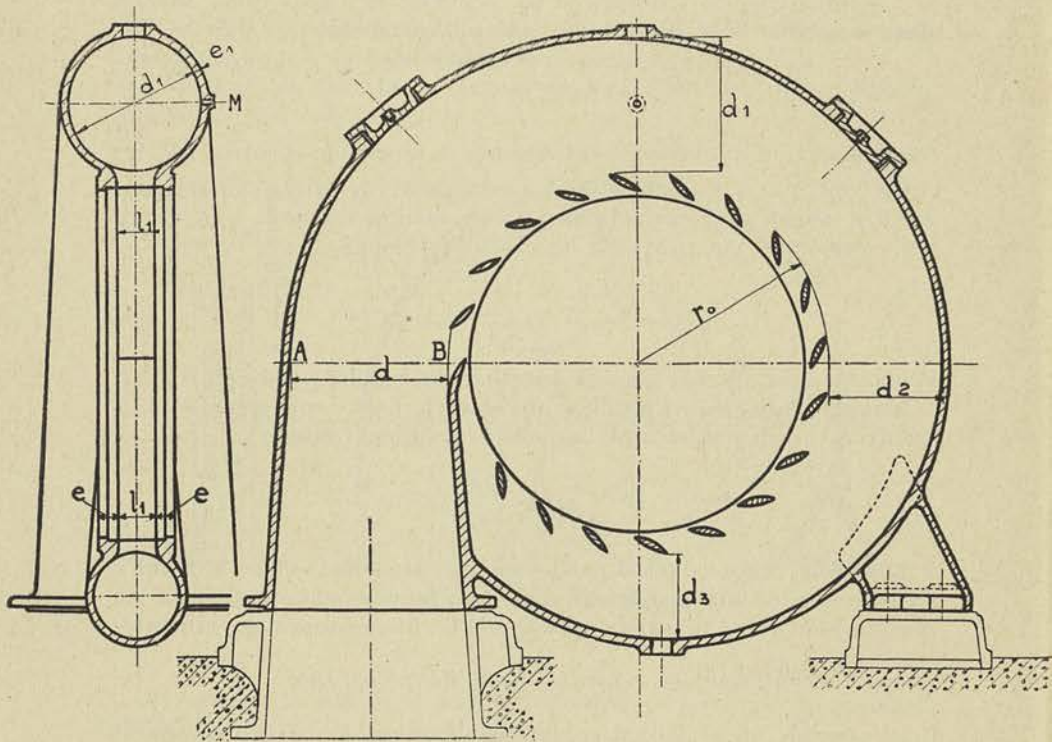


Fig. 88.

le profil de la volute à section circulaire, est obtenu en calculant les



diamètres  $d_1, d_2, d_3$  de telle façon que la vitesse moyenne dans ces sections soit la même, ce qui donne

$$d_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} d, \quad d_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} d, \quad d_3 = \frac{1}{2} d$$

$d$  représentant le diamètre dans la section d'entrée AB (fig. 88).

Pour la dernière partie  $A_3B$ , dont le diamètre devrait passer progressivement de  $\frac{1}{2}d$  à zéro, on adopte une forme moins convergente afin de faciliter le raccordement de la paroi extérieure avec les faces dressées qui servent à la fixation des brides des couvercles.

On pourra conserver sans qu'il en résulte une perturbation appréciable dans l'écoulement du fluide un diamètre minimum  $d'$  tel que :

$$d' = l_1 + 2e$$

à la largeur de la volute entre les brides des couvercles.

La volute devra être munie à la partie supérieure d'un robinet de purge d'air et à la partie inférieure d'un robinet de vidange.

Les courbes de raccordement entre les parois circulaires et les faces parallèles du distributeur seront choisies de façon à obtenir une décroissance progressive des sections normales à l'axe des canaux formés par les aubes fixes de la volute.

Ces aubes devront être calculées pour que la section totale qu'elles offrent à la rupture soit suffisante pour résister à l'effort provenant de l'action de la pression sur les couvercles.

Avec de fortes pressions, il est impossible de réaliser une section suffisante, et l'on est forcé d'établir une liaison entre les parois latérales de la volute, au moyen de six, huit ou dix forts boulons passant à travers des douilles réunissant ces parois.

### § 7. — Tracé du tube de succion ou diffuseur

Nous avons vu que le rôle du tube de succion, qui remplace le diffuseur dans les turbines centripètes, était de ramener progressivement la vitesse  $c_2$  que possède le fluide à la sortie, à une valeur plus faible, de façon à transformer en énergie potentielle de pression, la plus grande partie de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2g} c_2^2$$

Lorsque la vitesse  $c_2$  est radiale, c'est-à-dire que  $\alpha_2$  est égal à  $90^\circ$  pour les différents filets, et que, d'autre part, on a affaire à une turbine à axe vertical, il suffit de donner au tube de succion la forme d'un tronç

de cône assez long pour que l'inclinaison des génératrices sur l'axe ne dépasse pas  $3\frac{1}{2}$  à  $4^\circ$ . Si l'on adopte un profil sensiblement plus divergent, la veine fluide en mouvement cesse de rester en contact avec la paroi, et les remous qui se forment entre celle-ci et la veine tendent à le rendre inefficace, comme transformateur d'énergie. Entre le diamètre  $D_s$  à l'ouïe de la roue, le diamètre  $D$  à la sortie du tuyau de suction et la longueur  $L$  de celui-ci, on a donc généralement la relation (fig. 89) :

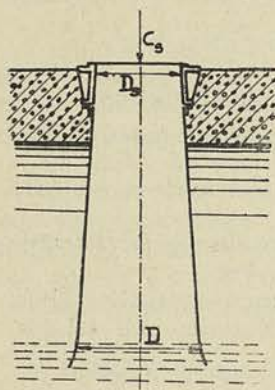


Fig. 89.

$$\frac{D - D_s}{2} = L \operatorname{tg} 4^\circ$$

ou :

$$\frac{D - D_s}{L} = 2 \operatorname{tg} 4^\circ = 2 \times 0,07 = \frac{1}{7} \quad (184)$$

Lorsque la vitesse  $c_2$  à la sortie de la roue est relativement élevée, 5 à 6 mètres par exemple, et que l'on veut ramener cette vitesse à une valeur voisine de 2 à  $2^{\text{m}},50$ , on voit que  $D$  doit atteindre 1,4 à 1,7  $D_s$ , et, partant, que  $L$  doit être compris entre :

$$3 \text{ à } 5 D_s.$$

Pour les turbines puissantes à très basse chute, il est impossible d'atteindre des valeurs de  $L$  aussi élevées, car la hauteur de charge au-dessus de l'aubage de la turbine ne peut être inférieure à  $0^{\text{m}},80$  à 1 mètre.

Pour les turbines à basse chute et à chute moyenne, la hauteur totale du tube de suction, ne peut atteindre qu'une fraction de la hauteur qui correspondrait à la pression atmosphérique la plus faible du lieu d'installation, pratiquement  $6^{\text{m}},50$  à 7 mètres dans les conditions normales.

La solution si simple du tube de suction divergent ne peut donc convenir dans toutes les applications, d'autant plus qu'avec les turbines puissantes à grande vitesse spécifique, la vitesse  $c_2$  n'est pas radiale, mais possède une composante tangentielle ainsi que nous l'avons montré dans le paragraphe consacré au tracé des aubes. Comme le tube de suction ne peut provoquer une réduction de cette composante tangentielle, il en résulte qu'une fraction relativement importante de l'énergie totale disponible à la sortie de la roue ne peut être récupérée.

En vue de permettre la récupération de l'énergie correspondant à la composante tangentielle, on utilise aujourd'hui une sorte de diffu-

seur horizontal qui fait suite au tuyau d'évacuation vertical et dont la longueur est alors généralement très réduite (fig. 90). Les filets, en frappant la surface horizontale, sont déviés de 90°, et le flux s'étale en une nappe circulaire dont les éléments sont animés d'un mouvement de giration d'autant plus rapide que la composante tangentielle de la vitesse  $c_2$  à la sortie de la roue, est plus importante.

Nous montrerons dans le 4<sup>e</sup> fascicule que la vitesse d'un élément pris dans la masse fluide qui s'écoule entre deux parois parallèles, va en diminuant, comme  $\frac{1}{r}$ ,  $r$  désignant la distance à l'axe de l'élément considéré.

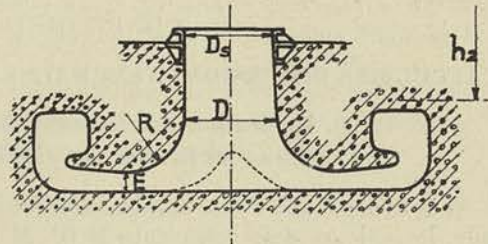


Fig. 90.

Le diffuseur ainsi constitué provoque donc la

transformation de l'énergie cinétique totale  $\frac{1}{2g} c_2^2$  disponible à la sortie, en énergie potentielle de pression.

Pour les très grands débits, on peut faire suivre le diffuseur d'un canal collecteur en volute, dessiné figure 90, chargé de recueillir le fluide à la sortie du diffuseur et de le faire passer au canal de fuite.

Différentes formes de tuyau et de diffuseur ont été étudiées expérimentalement par M. W. White (1).

De ces expériences, il résulte notamment que le rendement du diffuseur, à parois parallèles, c'est-à-dire le rapport

$$\frac{\frac{1}{2g} c_2^2 - T_2}{\frac{1}{2g} c_2^2}$$

peut atteindre 70 à 78 % lorsque la distance E comprise entre les deux flasques du diffuseur (fig. 90), et le rayon R du raccord entre la paroi du tuyau et la paroi de la flasque supérieure, sont bien choisis.

Nous avons déduit des chiffres indiqués dans cette étude que le rendement du diffuseur à parois parallèles restait sensiblement constant pour les valeurs de E variant de 0,12 à 0,16 D, le rayon de raccordement R ayant pour valeur 0,7 D.

(1) Voir « The Hydracone Regainer », *Engineering*, 19 août 1921.

Il résulte également de ces expériences que la forme indiquée en pointillé pour la paroi inférieure du diffuseur conduit à une diminution du rendement de 1 à 2 %. Bien que les expériences n'aient pas porté sur l'influence de la divergence plus ou moins accentuée des parois du diffuseur, nous croyons que la forme adoptée dans le dessin de la figure 90 se montrerait plus avantageuse au point de vue rendement que celle correspondant au diffuseur à parois parallèles.

## CHAPITRE II

### CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES D'ACTION

#### § 1. — Application des formules de la théorie générale au cas particulier des turbines d'action

Nous avons établi d'une manière absolument générale dans le 2<sup>e</sup> fascicule, les valeurs des coefficients M, P, M' et du degré de réaction  $r$ , en fonction de

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Ces fonctions sont utilisables pour le cas particulier des *turbines d'action* si l'on y introduit l'équation de condition résultant de la définition même de ce genre de turbine. On désigne sous le nom de *turbines d'action* des turbo-machines dans lesquelles la pression à la sortie de l'aubage mobile est égale à la pression à l'entrée.

Comme nous avons défini  $r$  le degré de réaction le rapport

$$r = \frac{v(p_1 - p_2)}{v(p_e - p_s)}$$

on peut donc dire qu'une turbine d'action est caractérisée par un degré de réaction nul.

Or, nous avons établi que

$$r = \frac{M'}{M}$$

L'équation de condition peut donc s'exprimer ainsi

$$M' = A' + B'x + C'x^2 = 0.$$

Explicitement, nous aurons donc

$$\frac{n^2}{\varphi^2} - \left(2 - \frac{1}{\varphi^2}\right) + 2\left(2 - \frac{1}{\varphi^2}\right) \cos \alpha_1 x + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 - m^2\right) x^2 = 0. \quad (185)$$

Comme  $\frac{1}{\varphi^2}$  est une fonction de  $x$ , il y aura lieu de remplacer  $\frac{1}{\varphi^2}$  dans cette équation, par sa valeur tirée de la relation (92). On obtiendra, toutes réductions faites, en groupant les termes en  $n^2$  et  $n$

$$n^2 + (1 - \varphi^2) \sqrt{B''} n - B'' \times C'' + \varphi^2 (1 - m^2) x^2 = 0 \quad (186)$$

et en posant

$$1 - 2x \cos \alpha_1 + x^2 = B'' \quad (187) \quad \cdot \quad 2\varphi^2 - 1 - \varphi^2 h_1 = C'' \quad (188)$$

Cette équation de condition montre qu'à chaque valeur de  $x$  doit correspondre une valeur bien déterminée de  $n$ . Pour déterminer comme nous l'avons fait antérieurement, les courbes caractéristiques en fonction de  $x$ , puis de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

nous aurons donc à calculer tout d'abord  $n$ , au moyen de l'équation (186), puis à introduire  $n$  et  $x$  dans les relations donnant  $M$ ,  $P$ ,  $\eta_i$ ,  $\gamma_o$ ,  $\eta_e$  et  $R$ .

Ces relations se simplifient toutefois, car les roues d'action fonctionnant nécessairement *non noyées*, toute l'énergie cinétique contenue dans le fluide à la sortie est perdue, ce qui conduit à poser

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = 2.$$

En introduisant cette condition dans l'équation (XII), dont les coefficients ont été préalablement explicités, on obtient après un groupement convenable des termes :

$$M = M' + \frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} \quad (189)$$

(puisque  $M' = 0$ ).

Ainsi, le *coefficient manométrique est constant et voisin de l'unité*, ce qui est évident, si l'on remarque que toute l'énergie disponible par kg., c'est-à-dire  $H'$  kgm, est transformée en énergie cinétique dans le distributeur, et que cette énergie est égale en tenant compte des pertes par frottement, à :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{2g} c_1^2.$$

Remplaçons  $M$  par sa valeur dans les équations donnant  $\eta_i$  et  $R$  ; il viendra :

$$\eta_i = 2 \varphi_1^2 P \quad (190)$$

$$R = \frac{60^2}{75} \frac{1}{\pi} k' k'' \varepsilon \sin \alpha_1 \varphi_1^5 x^2 P \quad (191)$$

Quant au coefficient de vitesse, il reste ici proportionnel à  $x$ , puisque

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{\frac{1}{M^2}} = \varphi_1 x \quad (192)$$

Comme les turbines d'action peuvent fonctionner avec une *injection partielle*, la valeur de  $R$  donnée par l'équation (191) représente la

valeur maximum réalisable, c'est-à-dire celle qui correspond à l'injection totale ; il est possible bien entendu de réduire la valeur de R pour un type donné, en diminuant le *degré d'injection*.

En ce qui concerne le rendement organique, nous ferons remarquer que la roue tournant *non noyée*, la valeur de  $N_0$  se ramène à  $N'_i$ , et le rendement organique à :

$$\eta_0 = 1 - \frac{N_0}{N_i}$$

avec

$$\frac{N_0}{N_i} = \frac{1}{2\pi} \frac{K}{\delta} \left( \frac{d}{2r_1} \right)^x \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{2H'} \frac{1}{P} \quad (193)$$

*Le rendement organique des turbines d'action est donc, toutes choses égales, plus élevé que le rendement organique des turbines à réaction, et le rendement total est égal au rendement effectif, puisque, pour ces turbines, la différence des pressions au joint, ( $p_1 - p_2$ ) étant nulle, les fuites sont également nulles.*

Les turbines d'action peuvent se construire suivant :

- 1° le type axial ;
- 2° le type centrifuge ;
- 3° le type centripète.

Recherchons les courbes caractéristiques de ces trois types dans le cas limite d'un degré d'injection égal à l'unité.

#### A) TURBINE AXIALE

Il suffit d'introduire dans la relation (186) la valeur  $m = 1$ .

L'équation de condition devient :

$$n^2 + (1 - \varphi^2) n \sqrt{B''} - B'' \times C'' = 0 \quad (194)$$

**Première hypothèse : Turbine axiale sans frottement.** — Il peut être intéressant, pour pénétrer le sens physique des formules, d'examiner ce qu'elles deviennent pour le cas limite d'une *turbine axiale fonctionnant sans frottement et sans chocs* ; cette hypothèse correspond à :

$$\varphi = 1 \qquad k_1 = 0,$$

ce qui donne, pour  $n$ , la valeur :

$$n = \sqrt{B''} \quad (195)$$

Or,  $n$  a pour valeur, d'après la relation (91) :

$$n = \frac{w_2}{w_1} \sqrt{B''}$$

ce qui implique

$$w_2 = w_1.$$

*Ainsi, dans les turbines axiales, la condition à réaliser pour obtenir le fonctionnement par action si l'on fait abstraction de l'influence des frottements, est l'égalité des vitesses relatives d'entrée et de sortie dans l'aubage mobile, ou, ce qui revient au même, l'égalité des sections d'entrée et de sortie de celui-ci.*

Pour les turbines centripètes ou centrifuges, la condition à réaliser pour obtenir le fonctionnement par action, même en faisant abstraction de l'influence des frottements, ne peut s'exprimer d'une façon aussi simple, en raison de l'intervention de la force centrifuge dans les conditions d'écoulement du fluide à travers l'aubage.

**Deuxième hypothèse : Turbine axiale avec frottement.**— L'équation de condition (186) peut se simplifier, le terme en  $n$  étant négligeable pour la valeur du coefficient  $\varphi$  que l'on est conduit à adopter dans la pratique.

On peut donc en déduire :

$$n = \sqrt{B'' \times C''} \quad (196)$$

Cette valeur de  $n$  étant introduite dans la valeur de  $P$ , on obtient une fonction en  $x$  ne contenant plus que les coefficients de  $\varphi$  et  $k_1$  qui tiennent compte des frottements et des remous à l'entrée, et les angles

$$\alpha_1 \text{ et } \beta_2.$$

L'angle  $\alpha_1$  doit être choisi aussi faible que possible, car on peut montrer que le rendement augmente quand  $\alpha_1$  diminue. Pratiquement  $\alpha_1$  ne peut descendre en dessous de  $19^\circ$ .

L'angle  $\beta_2$  reste donc indéterminé.

Imposons-nous une des conditions supplémentaires suivantes :

$$\text{Premier cas : } 180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 ;$$

$$\text{Deuxième cas : } \frac{1}{\gamma} = c^{te};$$

$$\text{Troisième cas : } 180 - \beta_2 = \beta_1 ;$$

et examinons, par la comparaison des courbes caractéristiques, l'influence sur le rendement et sur les formes de l'aubage de chacune de ces conditions.

Nous ferons tous nos calculs en admettant, comme précédemment :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} = 1,05,$$

et nous adopterons, en raison de la forte courbure des aubes motrices que l'on est conduit à utiliser avec les turbines d'action, un coefficient de choc relativement très élevé,  $k_1 = 0,2$ , chiffre indiqué par *Rateau*.

Premier cas :  $180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 = 19^\circ$ . — Cette condition conduit à

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \sin \beta_2 \\ \cos \alpha_1 &= -\cos \beta_2 \end{aligned}$$

et partant, d'après la formule (XIII) :

$$P = x \left\{ \cos \alpha_1 \left[ 1 + \sqrt{C'' \sqrt{B''}} \right] - x \right\} \quad (197)$$

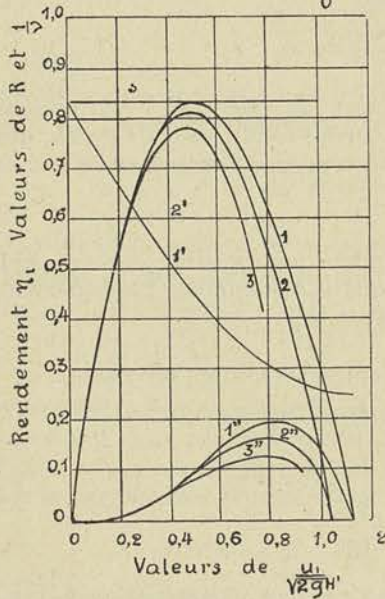
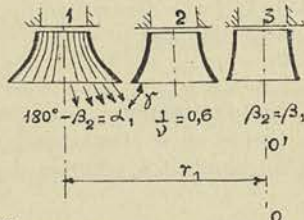


Fig. 91.

résulte pendant à l'axe de rotation,  $r_1$  représentant le rayon moyen de l'aubage.

Les formules (190) et (191) permettent de calculer  $\eta_i$  et R. La courbe 1 de la figure 91 donne le rendement en fonction de  $x_1$ ; ce rendement atteint 0,83 pour  $x_1 = 0,5$  environ.

La courbe 1'' donne la valeur de R :

pour  $\varepsilon = 0,25$   $k'' = 0,95$   $k' = 0,85$  ;

on voit que R atteint, dans ces conditions, environ 0,10 pour  $x_1 = 0,5$ .

La courbe 1' donne, en fonction

de  $x_1$ , la valeur de  $\frac{1}{v}$  tirée des relations (89) et (196) combinées :

$$n = \frac{1}{v} = \sqrt{B'' \times C''}, \quad (198)$$

puisque  $\delta_1 = \delta_2$  et  $m = 1$ .

On voit que  $v$ , c'est-à-dire le rapport de la largeur  $l_2$  de sortie de l'aubage à la largeur  $l_1$  d'entrée, croît avec  $x_1$  et atteint, pour  $x_1 = 0,5$  :

$$v = \frac{1}{0,45} = 2,22.$$

Le profil de l'aubage qui en est indiqué figure 91, OO' cor-



Deuxième cas :  $\frac{1}{\nu} = C^{te} = 0,6$ . — Des relations (89) et (196) combinées, on tire :

$$n = \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \sqrt{B'' \times C''}; \quad (199)$$

d'où la valeur de  $\sin \beta_2$  en fonction de  $\sin \alpha_1$  et de  $\frac{1}{\nu}$ . On en déduira  $\cos \beta_2$ , puis  $mn \cos \beta_2$  et enfin :

$$P = (\cos \alpha_1 - x)x + n \sqrt{B'' \times C'' - \left(\frac{1}{\nu} \sin \alpha_1\right)^2} \quad (200)$$

Les valeurs de  $\eta_i$  et de R obtenues au moyen de ces formules et en y introduisant les mêmes valeurs de  $\varphi$ ,  $k'$ ,  $k''$  et  $k_1$ , sont données par les courbes 2 et 2'' de la figure 91. On voit que le maximum de rendement n'atteint plus cette fois que 0,81 et que la valeur de  $x_1$  correspondante est sensiblement la même.

Le profil de la roue tracé figure(91)<sub>2</sub> pour  $\frac{1}{\nu} = 0,6$  est beaucoup moins divergent. Comme les équations ne tiennent pas compte de la variation de la composante radiale de la vitesse  $w_2$  et qu'elles supposent implicitement pour chacun d'eux

$$u_2 = u_1,$$

il est certain que les valeurs réelles du rendement et du coefficient R tendent à s'écartier davantage des valeurs calculées, avec le profil (1) qu'avec le profil (2).

Troisième cas :  $180 - \beta_2 = \beta_1$ . — En utilisant les relations (91) et (196), on obtient :

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{n}{\sqrt{B''}} = \sqrt{C''} \quad (201)$$

et comme, en vertu de l'équation de continuité du débit, on peut dire que

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{1}{\nu}$$

pour  $\beta_1 = 180^\circ - \beta_2$ , il en résulte que

$$\frac{1}{\nu} = \sqrt{C''} \quad (202)$$

et

$$P = (\cos \alpha_1 - x)x + x \sqrt{C''} \sqrt{B'' - \sin^2 \alpha_1} \quad (203)$$

Nous avons tracé (fig. 91) (courbes 3 et 3'') les valeurs de  $\eta_i$  et de R. On voit que  $\eta_i$  ne dépasse pas 0,78 qui est atteint par une valeur de  $x_1$  légèrement inférieure à 0,5 ; quant à la valeur de R correspondante, elle tombe à 0,08 environ.

La valeur  $\nu$  égale ici à  $\frac{1}{0,83}$  ; elle donne un profil très peu divergent, ainsi que l'indique la figure (91)<sub>3</sub>.

*Conclusions.* — La conclusion que l'on peut tirer immédiatement de la comparaison de ces courbes et des profils tracés pour les valeurs de  $x_1$  conduisant au maximum de rendement, c'est qu'il n'y a pas lieu d'adopter la condition

$$180 - \beta_2 = \beta_1,$$

qui conduit à un rendement inférieur, mais qu'il convient de se rapprocher de la condition :

$$180^\circ - \beta_2 = \alpha_1,$$

sans atteindre toutefois cette valeur, pour laquelle le profil de l'aubage est trop divergent.

Avec la condition  $\frac{1}{\nu} = C^{te}$ , on est conduit à une valeur de  $\beta_2$  donnée par la relation (199) en fonction de  $\alpha_1$  et de  $x$ . Pour  $x = 0,5$  correspondant au maximum de rendement, on obtient :

$$\sin \beta_2 = \frac{1}{\nu} \times 2,17 \sin \alpha_1,$$

soit, pour  $\frac{1}{\nu} = 0,6$

$$\sin \beta_2 = 1,3 \sin \alpha_1$$

et  $180 - \beta_2 = 25^\circ$ , pour  $\alpha_1 = 19^\circ$ , valeurs fréquemment adoptées.

On peut également déduire de ces calculs que le *rendement total maximum des turbines d'action* qui est de 2 à 3 % inférieur au rendement indiqué fourni par les diagrammes, ne dépasse pas 0,80 *contre* 0,875 *pour les turbines à réaction*.

Il convient toutefois de faire ressortir que le rendement indiqué  $\eta_i$  est ici indépendant de la charge, puisque la régularisation de la vitesse peut se faire en agissant sur le degré d'injection, et partant, sans rien modifier aux éléments qui entrent dans l'expression du rendement  $\eta_i$  ; comme d'autre part le rendement organique est très voisin de l'unité et dépend peu de la charge, on conçoit que la courbe du rendement total en fonction de  $x_1$  soit plus favorable que celle obtenue avec les turbines à réaction, particulièrement en dessous de  $\frac{1}{2}$  charge.

*Remarque I.* — Dans toutes ces équations,  $x_1$  désigne une valeur moyenne correspondant à la vitesse  $u_1$  de l'axe de l'aubage. Il est évident que pour des valeurs de  $\varepsilon$  supérieures à 0,20 ou 0,25, il conviendrait de décomposer la largeur de l'aubage en un certain nombre de parties égales, et de rechercher pour chacune de ces turbines partielles la valeur de  $x_1$  moyen : en utilisant les diagrammes de la figure 91, on déterminerait ensuite le rendement  $\eta_i$  et le coefficient caractéristique  $R$  pour chacune d'elles, de façon à évaluer leur valeur moyenne pour l'ensemble de l'aubage.

*Remarque II.* — Pour calculer la section de sortie de l'aubage mobile connaissant la section d'entrée, nous avons déterminé dans chaque cas envisagé, la valeur de

$$\nu = \frac{l_2}{l_1}$$

rapport de largeur de sortie à la largeur d'entrée.

Pour éviter que, par suite d'un léger déplacement relatif du distributeur par rapport à l'aubage moteur, les jets sortant du premier ne viennent frapper les parois limitant le second, on donne à l'entrée de ce dernier une largeur  $l'_1$  légèrement supérieure à  $l_1$  (fig. 92). En ce qui concerne  $l_2$ , nous ferons remarquer que la valeur déduite de la relation

fixant  $\frac{1}{\nu}$ , ne tient pas compte de ce que les filets extérieurs sont

inclinés sur le plan de la roue d'un angle  $\gamma$  et que, de ce fait, la section d'écoulement est réduite dans la proportion de

$$\frac{\sin \gamma}{1}$$

Pour être exact, si l'on a affaire à un aubage très divergent, il conviendra donc de décomposer la section en filets d'égale largeur  $l'$  à l'entrée (fig. 92) et de déterminer la largeur  $l''$  de chacun d'eux à la sortie en écrivant l'équation de continuité sous la forme suivante :

$$2 \pi r_1 l' \sin \alpha_1 c_1 = 2 \pi r_2 l'' \sin \beta_2 \sin \gamma w_2,$$

de laquelle on tire :

$$l'' = l' \frac{\sin \alpha_1 c_1}{\sin \beta_2 w_2} \frac{1}{\sin \gamma} = l' \frac{\nu}{\sin \gamma} \quad (204)$$

En partant du filet moyen et en adoptant pour  $\gamma$  l'angle que fait la surface limitant le filet précédent avec le plan de la roue on pourra déterminer de proche en proche, la largeur  $l''$  à la sortie des différents filets.

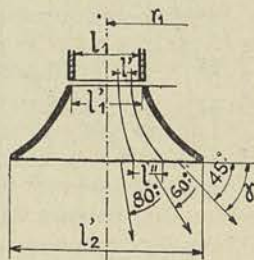


Fig. 92.

B) TURBINE CENTRIPÈTE

Nous avons appliqué la formule générale(186) pour rechercher, pour chacune des valeurs de  $x$  envisagées, la valeur de  $n$  correspondante, dans les conditions suivantes :

$$\alpha_1 = 19^\circ \quad (180^\circ - \beta_2) = \alpha_1 \quad m = 0,8$$

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad k_1 = 0,2.$$

Connaissant  $n$ , nous avons calculé  $P$ ,  $R$  et  $\eta_i$  et enfin  $\frac{1}{\nu}$ . Les résultats

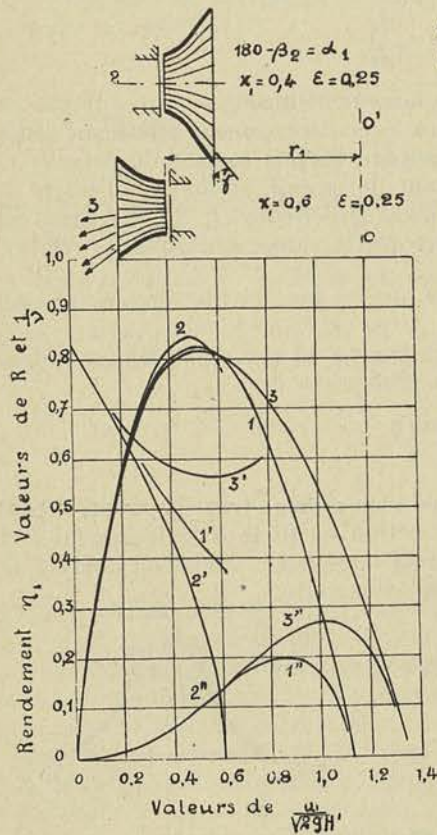


Fig. 93.

obtenus ont été portés dans le diagramme figure 93. Les courbes 1, 1', 1'' donnent respectivement :

$$\eta_i, \quad \frac{1}{\nu}, \quad R,$$

pour la turbine axiale déjà étudiée.

Les courbes 2, 2', 2'', donnent ces mêmes quantités pour la turbine centripète.

Les courbes 1'' et 2'' se superposent sensiblement ; quant au rendement, on peut constater que la turbine centripète donne 2 1/2 % environ de plus que la turbine axiale pour une valeur de  $x_1$  légèrement inférieure à 0.50.

Il y a lieu toutefois de faire remarquer que, pour cette valeur de  $x_1$  correspondant au rende-

ment maximum,  $\frac{1}{\nu}$  devient tel-

lement faible qu'il est impossible de réaliser le profil de la roue.

Pour  $x_1 = 0,4$ , on obtient  $\nu = 2,64$  et si l'on tient compte de la réduction de section pour les filets extérieurs, en intro-

duisant dans l'équation de continuité le sinus de l'angle  $\gamma$ , dont nous avons parlé plus haut, cette valeur de  $\nu$  passe à 3 environ. C'est avec

ce rapport  $\nu = \frac{l_2}{l_1}$  que le profil de l'aubage centripète indiqué

figure (93)<sub>2</sub> a été tracé.

Pratiquement, il convient donc de comparer la turbine centripète construite pour  $x_1 = 0,4$  à la turbine axiale construite pour  $x_1 = 0,5$  et, dès lors, on peut conclure que les deux turbines sont sensiblement équivalentes.

### c) TURBINE CENTRIFUGE

Avec les mêmes hypothèses que celles que nous avons adoptées précédemment, mais en admettant

$$m = 1,2,$$

nous avons trouvé les courbes 3, 3', 3'' pour représenter respectivement :

$$\eta_i, \quad \frac{1}{\nu}, \quad R.$$

Ainsi, pour une turbine centrifuge dont le rayon intérieur de l'aubage serait égal au rayon extérieur d'une turbine centripète (fig. 94)<sub>3</sub>, nous obtiendrions un rendement maximum 0.82.

### CONCLUSIONS

En tenant compte de la remarque que nous avons faite au sujet du tracé de l'aubage de la turbine centrifuge, on peut conclure que les trois turbines sont susceptibles de conduire au même rendement indiqué maximum que nous pouvons fixer à

$$\eta_i = 0,82 \text{ à } 0,83.$$

Comme les pertes extérieures se ramènent dans le cas des turbines d'action à la perte par frottement de l'arbre dans ses tourillons qui est de l'ordre de 1 à 3 %, à la vitesse normale et suivant, la puissance, on peut dire que le rendement total limite est de 0,80.

Un avantage de la turbine centripète sur la turbine axiale c'est que la vitesse  $u_1$  qui conduit à un couple nul, pour une hauteur de chute constante, c'est-à-dire la *vitesse limite d'emballement à vide*, est notablement plus faible pour la première; la vitesse théorique que peut atteindre la turbine; si la charge devenait nulle, et si le régulateur venait à faire défaut, est en effet donnée par l'abscisse correspondant au rendement indiqué nul, et l'on voit que la courbe 2 que nous n'avons pas prolongée parce que le fonctionnement par action devient impossible pour les valeurs de  $x_1$  supérieures à 0,6, couperait l'axe des abscisses en un point beaucoup plus rapproché de l'origine que ne le fait la courbe 2.

La vitesse réelle d'emballement est plus faible, dans un cas comme dans l'autre, du fait de l'influence grandissante des pertes externes avec la vitesse de rotation, et aussi de ce que, pour la turbine centripète tout au moins, le degré de réaction cesse d'être nul à partir de la vitesse pour laquelle elle a été calculée.

Un avantage commun au type centripète ou centrifuge est que l'accélération centripète, qui est contenue dans le plan de la trajectoire des éléments, — pour ceux voisins de l'axe tout au moins, — ne provoque aucune perturbation dans l'écoulement comme cela se produit dans le type axial : avec ce dernier, en effet, les filets tendent à s'infléchir vers l'extérieur et à déterminer une réaction sur la couronne extérieure de l'aubage.

Pour rendre cette action nulle, on a quelquefois donné à l'aubage, un profil dissymétrique (fig. 94), l'excentrement  $e$  étant calculé de façon qu'un élément pris à l'entrée en 1 sur l'axe, puisse sortir en 2, sans subir de déviation radiale.

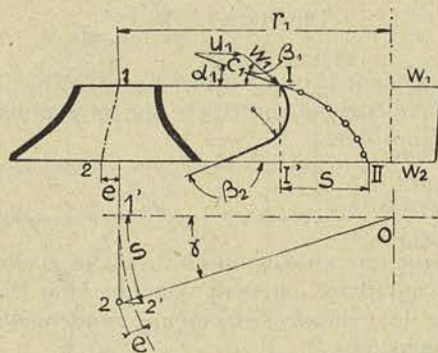


Fig. 94.

Bien que l'on ne réalise que rarement cette forme dissymétrique, nous indiquerons comment on peut déterminer la valeur de  $e$ . On trace la trajectoire du mouvement absolu  $I'II$ , dans le plan tangent, et l'on mesure le déplacement en rotation correspondant, en reportant la distance  $I'II = s$ , sur la circonférence de rayon  $r_1$  ; on obtiendra ainsi le point  $2'$ , qui correspond au point de sortie. On observera que si la

trajectoire devait être contenue dans la surface cylindrique de rayon  $r_1$  la déviation serait égale à  $22'$  ; pour la rendre nulle, il suffira donc de désaxer l'aubage à la sortie d'une valeur  $e$  égale à  $22'$ .

Les turbines du type axial d'action ne sont plus guère employées que pour les basses ou très basses chutes et les faibles puissances.

Toujours construites avec l'axe vertical, elles sont particulièrement bien appropriées pour des chutes de très faible hauteur et des débits très variables, car leur courbe de rendement reste presque horizontale jusqu'au quart de charge du fait de leur rendement organique très élevé et de leur rendement indiqué constant.

Les turbines du type centrifuge représentées schématiquement figure 17 (turbine Girard), ont été utilisées pendant longtemps pour les hautes chutes ; construites à axe horizontal et à injection partielle, elles étaient appropriées pour la réalisation de vitesses périphériques

élevées. Aujourd'hui, elles sont abandonnées au profit des turbines du type tangentiel (turbine *Pellon*) auxquelles nous consacrerons le paragraphe 4.

§ 2. — Calcul des dimensions générales

A) TURBINE D'ACTION A INJECTION TOTALE DU TYPE AXIAL

Nous traiterons, pour fixer complètement la méthode, l'exemple suivant :

*Déterminer les dimensions d'une turbine d'action du type axial répondant aux données suivantes :*

$$N_e = 425 \text{ chevaux ;}$$

$$H' = 12 \text{ m. } 50 \text{ ;}$$

$$N = 123.$$

Nous déduirons de la valeur de  $N_e$ , celle de  $N_i$  en adoptant  $\eta_0 = 0,97$  :

$$N_i = \frac{425}{0,97} = 440,$$

et nous calculerons R

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = 0,138.$$

Avec  $k' = 0,95$ ,  $k'' = 0,85$ ,  $\varepsilon = 0,25$ ,  $\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05$  et  $\alpha_1 = 19^\circ$ , nous avons obtenu (fig. 91 courbe 1) une valeur de R égale à 0,139, pour  $x_1 = 0,6$ .

En faisant fonctionner la turbine au delà du rendement maximum, on peut donc réaliser les conditions imposées. Adoptons donc :

$$\alpha_1 = 19^\circ$$

$$\varepsilon = 0,25$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 19^\circ$$

$$x_1 = 0,6.$$

On déduira directement de  $x_1$ , la valeur de  $u_1$  et  $2r_1$

$$u_1 = 0,6 \sqrt{2gH'} = 9 \text{ m. } 40$$

$$2r_1 = \frac{60 \text{ m.}}{\pi N} = 1,46.$$

puis :

$$l_1 = 0,25 r_1 = 0 \text{ m. } 182$$

$$l_2 = \frac{l_1}{\nu} = \frac{l_1}{0,4} = 0,450 \text{ (courbe 1')}.$$

Le rendement indiqué serait, dans ces conditions, de 0,815 et le rendement total

$$\eta = 0,79.$$

Pour ne pas avoir un aubage aussi divergent, il conviendrait de choisir un angle de sortie  $\beta_2$  plus grand.

Avec  $180^\circ - \beta_2 = 21^\circ$ , la largeur de sortie serait égale à :

$$l_2 = 0,450 \times \frac{\sin 19^\circ}{\sin 21^\circ} = 0.405$$

ce qui est admissible.

B) TURBINE D'ACTION A INJECTION PARTIELLE DU TYPE CENTRIFUGE OU CENTRIPÈTE

Nous traiterons l'exemple suivant :

Déterminer les dimensions d'une turbine d'action centrifuge répondant aux données suivantes :

$$N_e = 1000 \text{ chevaux vapeur ;}$$

$$H' = 180 ;$$

$$N = 200 ;$$

et représentée schématiquement figure 17.

Si nous adoptons les angles et les coefficients suivants :

$$\alpha_1 = 19^\circ \qquad \beta_2 = 180^\circ - \alpha_1 \qquad m = 1,2$$

$$\varphi_1 = \varphi = 0,975,$$

les valeurs caractéristiques de  $\eta_i$  et de R correspondant à ce type seront données par les courbes de la figure 93 ; la courbe 3'' donnant la valeur de R ne représente plus qu'une limite supérieure, puisque nous n'avons affaire ici qu'à une turbine à injection partielle.

Pour réaliser le rendement maximum effectif nous devons choisir une valeur  $x_1$  inférieure à 0,50, le rendement maximum *indiqué* étant atteint comme on le voit pour  $x_1 = 0,5$ .

Adoptons  $x_1 = 0,45$  pour laquelle  $\eta_i = 0,805$  et  $\frac{1}{\nu} = 0,58$ . Nous pourrions calculer :

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2g H'} = 57 \text{ m. } 80$$

$$u_1 = 0,45 \sqrt{2g H'} = 26 \text{ m. } 70$$

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 2 \text{ m. } 55$$

$$2r_2 = 1,2 \times 2r_1 = 3 \text{ m. } 05$$

$$l_2 = \frac{1}{\nu} l_1 = 1,72 l_1.$$



Pour déterminer  $l_1$ , il faut déterminer les dimensions de la tuyère d'injection.

Admettons pour rendement organique 0,97, le rendement total aura pour valeur 0,78 et le débit  $Q$  pourra se calculer en écrivant :

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} = \frac{N_e}{\eta_c} = \frac{1000}{0,78}$$

On tire de cette relation :

$$Q = 0 \text{ m}^3 \text{ 535/sec.}$$

et partant :

$$s = \frac{Q}{c_1} = \frac{0,535}{57,80} = 0 \text{ m}^2 \text{ 0092.}$$

Si l'on admet un coefficient de contraction de 0,95, on devra calculer les dimensions de la tuyère de façon que :

$$l_1 \times e_1 = 0 \text{ m}^2 \text{ 0097,}$$

$e_1$  représentant la hauteur de sa section droite.

Nous choisirons :

$$l_1 = 100 \text{ mm.} \quad e_1 = 105 \text{ mm.}$$

pour permettre de réaliser une surcharge de 10 % environ.

Nous sommes ainsi en possession de toutes les dimensions de la roue et des aubages moteur et distributeur. Il nous restera à tracer l'aubage moteur, en suivant la même méthode que précédemment ; nous nous assurerons tout d'abord que la hauteur de l'aubage mobile

$$(r_2 - r_1) = 0 \text{ m. 250}$$

résultant du choix arbitraire que nous avons fait du rapport

$m = \frac{r_2}{r_1} = 1,20$ , pour le tracé préalable des courbes caractéristiques, n'est pas exagéré.

Cette hauteur doit être telle qu'elle évite un profil trop divergent de la roue. On pourra la réduire, au besoin, après avoir effectué le tracé, et reprendre le calcul de  $\frac{1}{\nu}$  avec la nouvelle valeur du rapport  $\frac{r_2}{r_1}$ .

*Remarque.* — Cette turbine conduit à un aubage compliqué de réalisation, les vitesses périphériques atteintes exigeant l'emploi de frettes latérales ; de plus, la tuyère rectangulaire qu'il convient d'employer ici, a un rendement moindre que les tuyères à section circulaire utilisées dans les turbines tangentielles et le dispositif d'obturation, placé sous le contrôle du régulateur, est, de plus, beaucoup moins mécanique que le dispositif à aiguille utilisé avec ces dernières.

Aussi, ce type de turbine construit par Girard est-il abandonné aujourd'hui au profit de la turbine tangentielle.

§ 3. — Tracé des aubes fixes et mobiles des turbines d'action

La figure 95 donne le tracé de l'aubage de la turbine d'action du type axial calculée ci-dessus. Ce tracé est effectué en partant des angles :

$$\alpha_1 = 19^\circ$$

$$180^\circ - \beta_2 = 21^\circ$$

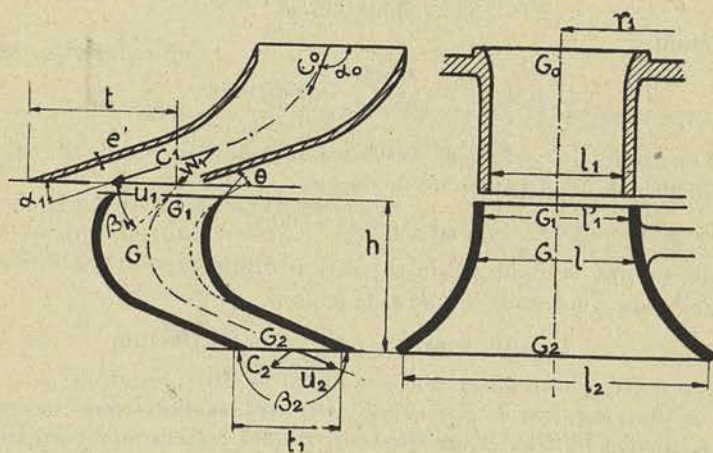


Fig. 95.

et en appliquant la méthode exposée au chapitre I, relative aux turbines à réaction.

Pour déterminer  $\beta_1$ , il suffit de tracer le triangle des vitesses à l'entrée ; nous connaissons en effet, dans ce triangle, l'angle  $\alpha_1$  et les deux côtés  $u_1$  et  $c_1$ ,  $c_1$  étant donné par la relation

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} = 15 \text{ m. } 30.$$

L'angle  $\beta_1$  étant connu, nous avons adopté, pour orienter le premier élément de l'aube, l'angle  $(\beta_1 + \theta)$ ,  $\theta$  étant pris égal à  $10^\circ$ .

Nous avons choisi :

1<sup>o</sup> La hauteur  $h$  d'après le diamètre  $2r_1$  de la roue en utilisant la formule empirique

$$h = 0,25 \text{ à } 0,30 r_1 \quad (205)$$

2<sup>o</sup> Le pas  $l_1$  de l'aubage mobile, de façon à réaliser un rapport entre la largeur moyenne du canal et la longueur développée de l'axe de celui-ci, égal à 4 environ.

L'épaisseur des aubes peut être calculée par l'une des deux formules

$$e' = 3 + 0,7 \sqrt{l_1} \quad \text{ou} \quad e' = 2 + 0,4 \sqrt{l_1} \quad (206)$$

suivant qu'il s'agit d'aubes en fonte coulée avec les flasques, ou d'aubes en tôle d'acier noyée dans les flasques, lors du moulage de la roue.

Le pas  $l$  de l'aubage directeur mesuré sur le rayon moyen  $2r_1$  est généralement pris plus grand que le pas  $l_1$  de l'aubage moteur ; on peut admettre

$$l = 1,25 l_1 \quad (207)$$

et adopter, pour épaisseur des aubes, les valeurs données par les formules ci-dessus.

On aura soin de vérifier si la valeur de  $k'$  provisoirement admise (0,85 dans les calculs ci-dessus), est bien réalisée,  $k'$  étant égal, avec nos notations actuelles,

$$k' = \frac{l \frac{e'}{\sin \alpha_1}}{l} \quad (208)$$

Pour le tracé de l'aubage directeur, on pourra admettre un angle à l'entrée  $\alpha_0$  plus grand que  $90^\circ$ .

Quant au profil de l'aubage moteur, nous adopterons :

$$l_1' = 1,05 \text{ à } 1,1 l_1 ; \quad (209)$$

nous déterminerons  $l$  en écrivant que :

$$l \times e \times w = l_1 \times e_1 \times w_1,$$

et en admettant que  $w$  décroisse progressivement depuis  $w_1$  jusque  $w_2$  suivant une loi linéaire.

Pour fixer cette loi, il nous faut donc connaître  $w_2$  ; or,  $w_2$  peut se déduire des relations (91) et (196) combinées :

$$\frac{w_2}{w_1} = \sqrt{2\varphi^2 - \varphi^2 k_1 - 1} \quad (210)$$

$w_2$  diffère donc peu de  $w_1$ . Avec les coefficients adoptés dans tous nos calculs,

$$\varphi = 0,975 ; \quad k_1 = 0,2,$$

$$\frac{w_2}{w_1} = 0,842.$$

En conservant une épaisseur constante aux aubes, on est conduit à un profil convergent divergent, qui ne peut être adopté.

Avec le profil progressivement divergent que nous avons dessiné figure 95, la veine fluide prend la forme délimitée par le trait pointillé,

laissant un espace mort où se produisent nécessairement des remous.

On peut mouler la veine en adoptant pour profil des aubes celui dessiné fig. 96.

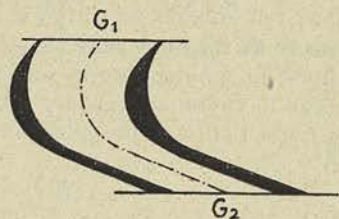


Fig. 96.

Il n'est pas d'ailleurs démontré que ce profil soit supérieur au profil à épaisseur constante de la figure 95, la perte supplémentaire provoquée par le frottement du fluide contre le dos de l'aube compensant dans une certaine mesure celle provenant des remous qui se pro-

duisent au coude, entre la veine et l'aube. En vue de réduire les pertes par frottement, on donne souvent à l'aubage une largeur  $l_2$  supérieure à la valeur calculée au moyen de l'équation de continuité ci-dessus ; la veine fluide s'étale dès lors sur la face active de l'aube, sans remplir l'espace compris entre les aubes ; la turbine est dite alors à *libre déviation*.

Pour assurer ce mode de fonctionnement d'une façon tout à fait sûre, on pratique des ouvertures O dans les parois latérales de l'aubage, de manière que la pression atmosphérique s'établisse dans l'aubage même, entre la veine et le dos de l'aube (fig. 97).

Le fonctionnement par action exige que la roue tourne hors de l'eau.

Le plan d'eau aval est donc maintenu en dessous du plan inférieur limitant l'aubage, aussi près que possible de celui-ci, pour éviter une diminution de la hauteur de chute utilisée. Pour les très basses chutes, on a proposé, en vue de

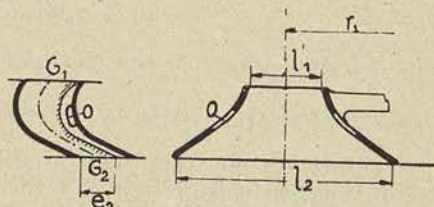


Fig. 97.

réduire cette perte, de refouler l'air sous le plafond de la chambre dans laquelle tourne la roue (fig. 98), de façon à maintenir le niveau de l'eau dans celle-ci, strictement au niveau de la face inférieure de l'aubage.

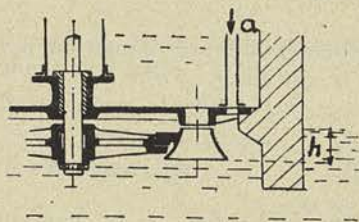


Fig. 98.

l'énergie disponible, puisque, l'air en se dissolvant dans l'eau est entraîné avec elle et doit par conséquent être renouvelé.

On a pu, par ce procédé, utiliser des hauteurs de chute  $H$  extrêmement faibles ; l'installation se complique toutefois d'une pompe à air qui absorbe une partie de

Lorsque, pour assurer la constance de la vitesse, on doit modifier le couple moteur, on agit sur le degré d'injection. Le réglage de celui-ci

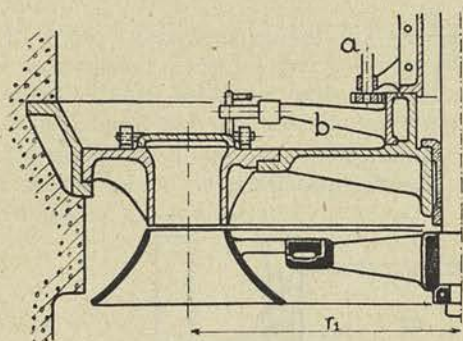


Fig. 99.

se fait souvent à la main ; un bras *b* (fig. 99) soulève successivement, en se déplaçant en rotation, les clapets commandant l'entrée de chacun des canaux du distributeur, ou bien encore ce même bras *b* enroule ou déroule autour du tambour fixé à son extrémité, une bande souple, en cuir par exemple, qui obture progressivement l'entrée des canaux du distributeur.

#### § 4. — Théorie des turbines d'action tangentielle (type *Pellon*)

Ce type utilisé à l'exclusion de tout autre, pour les très hautes chutes, diffère totalement comme aspect extérieur des types étudiés jusqu'à présent. Il comporte, comme nous l'avons vu figure 18, un aubage symétrique constitué par des augets en forme de cuillers doubles, disposées symétriquement par rapport au plan médian du disque sur lequel ils sont fixés. La forme de ces augets doit être telle que le jet ne subisse sur l'arête d'entrée qu'un choc minimum, et que l'eau soit rejetée dans l'enveloppe avec la plus petite vitesse possible.

La figure 100 donne une forme courante et appropriée à ce point de vue d'un auget; les proportions principales en fonction du diamètre  $d_1$  du jet sont généralement les suivantes :

$$(n + 2r') = 3,3 d_1 \text{ à } 3,5 d_1$$

$$r = 0,75 d_1$$

$$e = 4 + 0,10 d_1$$

$$h = (l + 2r') = 2,8 d_1 \text{ à } 3,0 d_1$$

$$l_1 = 0,9 d_1$$

$$l_2 = 0,7 d_1.$$

L'angle  $\gamma$  des faces qui constituent l'arête d'entrée est pris aussi petit que possible, 10 à 12°. L'angle de sortie latéral ( $180^\circ - \beta_2$ ) descend à 12° et même moins, tandis que l'angle de sortie ( $180^\circ - \beta$ ) inférieur et supérieur, (fig. 100<sup>b</sup>) est pris souvent un peu plus grand.

Comme pour les turbines d'action que nous venons d'étudier, la théorie montre que le rendement est d'autant meilleur que l'angle des

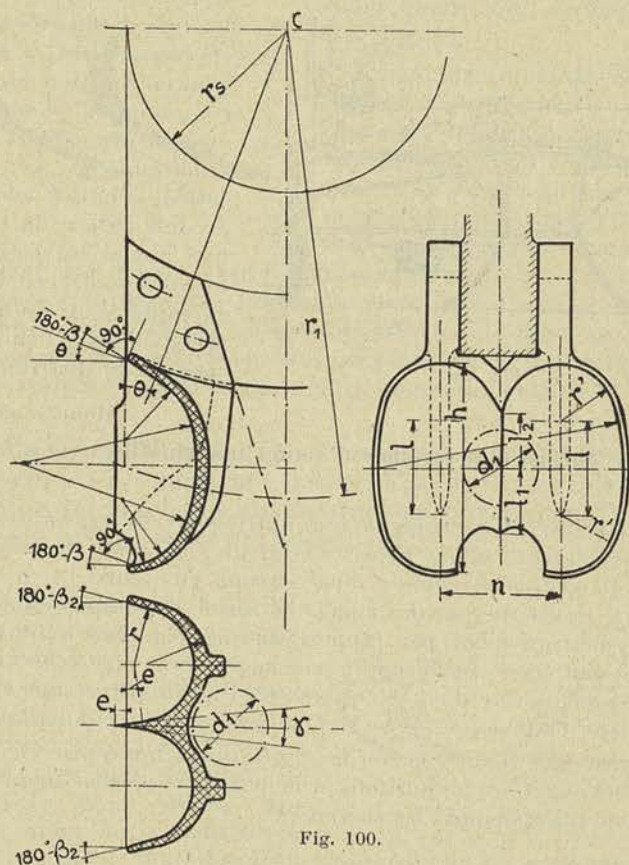


Fig. 100.

aubes, à la sortie, est plus petit. On est limité naturellement, dans cette voie, par la nécessité d'éviter que la nappe fluide sortant d'une aube ne soit rejetée sur l'aube qui précède (voir fig. 103).

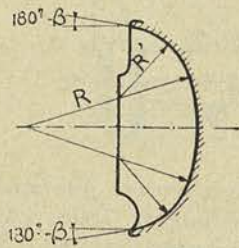


Fig. 100b

Pour ce qui concerne l'échancrure pratiquée dans la partie inférieure et la forme dissymétrique de la section faite par un plan vertical (fig. 100), nous verrons, à la fin du § 5, comment elles se justifient.

L'auget dessiné figure 100 est construit pour être fixé à la périphérie du disque qui constitue la roue, par des boulons travaillant au cisaillement ; pour les très grandes

vitesses périphériques, ces augets sont munis de tenons en queue d'aronde, qui sont glissés dans une rainure appropriée pratiquée dans le disque.

Pour les vitesses moyennes, ces augets peuvent être coulés en acier ou en bronze ; pour les très grandes vitesses périphériques, ils sont réalisés en acier estampé. Leur surface interne doit, dans tous les cas, être polie aussi bien que possible, pour réduire les pertes par frottement.

La tuyère est de forme tronc-conique et le débit est réglé par l'action du servo-moteur du régulateur sur une aiguille *bien centrée*, qui peut se déplacer axialement.

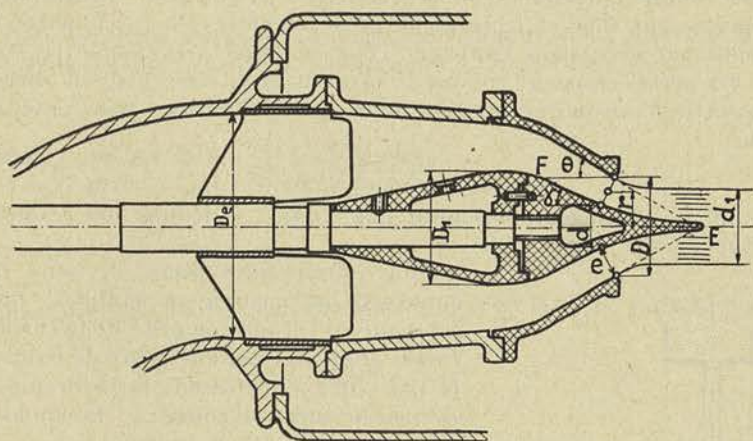


Fig. 101.

La figure 101 donne la forme de la tuyère et de l'aiguille dont les surfaces sont parfaitement polies. L'angle  $\theta$  le plus favorable paraît être de  $29^\circ$  environ ; le profil de l'aiguille est déterminé de façon à réaliser des sections progressivement décroissantes, pour les différentes positions qu'elle peut occuper et l'angle  $\gamma$  est généralement pris égal à  $23^\circ$ . Le diamètre  $D_1$  maximum de l'aiguille doit être pris égal à  $1,20 D$ ,  $D$  étant le diamètre de la tuyère ; le point d'inflexion de la courbe méridienne doit se trouver au delà du point  $F$  et la pointe doit dépasser légèrement le sommet  $E$  du cône formé par la tuyère, lorsqu'elle se trouve dans la position correspondant à l'ouverture maximum.

Le nombre de tuyères est limité pratiquement à deux et voici pourquoi : les tuyères doivent être disposées à une distance l'une de l'autre suffisante pour qu'aucun auget ne puisse recevoir de l'eau d'une tuyère, alors qu'il n'est pas encore libéré des dernières particules injectées par la tuyère précédente ; comme, d'autre part, il importe que la première tuyère soit placée de telle façon que l'eau sortant de l'aubage ne retombe pas sur le jet de la tuyère inférieure et que tout

le mécanisme de commande des aiguilles doit être maintenu sous le contrôle d'un même servo-moteur; on conçoit la difficulté qu'il y a de porter le nombre des tuyères à plus de deux. On peut d'ailleurs, lorsque les conditions d'application l'exigent, caler sur le même arbre, deux roues à deux tuyères chacune.

**Théorie.** — Les équations de la théorie précédente basées sur les relations (VI) et (IX) ne peuvent s'appliquer directement ici,  $\varphi$  et  $\psi$  tels qu'ils ont été définis n'ayant plus de signification : le jet sortant de la tuyère ne s'écoule plus en effet dans des canaux formés par les aubes comme dans les turbines d'action, et si l'on peut encore parler de pertes par choc et frottement, on ne peut les évaluer en fonction du chemin parcouru dans l'aubage. Tout ce qu'on peut admettre, c'est que ces pertes croissent comme le carré de la vitesse, et que la vitesse à la sortie n'est qu'une fraction de la vitesse d'entrée; nous poserons donc :

$$w_2 = \psi w_1 \quad (211)$$

$\psi$  étant un coefficient plus petit que l'unité, à déduire des résultats d'expériences.

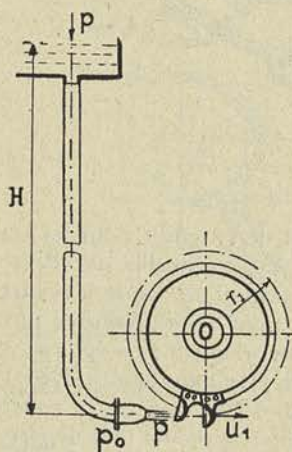


Fig. 102.

Pour mieux faire saisir le sens des équations antérieurement établies, nous reprendrons l'étude complète de la turbine *Pellon* alimentée par une chute de hauteur  $H$  (fig. 102), en utilisant la théorie de *Bernouilli* successivement à la conduite d'alimentation et à la tuyère.

Représentons par  $T'_f$  la perte de charge dans la tuyauterie d'alimentation, par  $p$  la pression atmosphérique, par  $p_0$  la pression à l'entrée de la tuyère, par  $c_0$  la vitesse correspondante; nous aurons :

$$\frac{1}{2g} (0 - c_0^2) + v(p - p_0) + H - T'_f = 0, \quad (212)$$

Par définition, nous appelons hauteur manométrique  $H'$  la valeur de la hauteur géométrique  $H$  diminuée de la perte de

charge  $T'_f$  :

$$H' = H - T'_f$$

Appliquons l'équation de *Bernouilli* à la tuyère; nous obtiendrons :

$$\frac{1}{2g} (c_0^2 - c_1^2) + v(p_0 - p) - T_1 = 0 \quad (213)$$

en désignant par  $T_1$  la perte de charge dans celle-ci.



Pour calculer  $T_1$ , nous pourrons utiliser la relation (X); en ajoutant membre à membre cette relation (X) avec les deux équations précédentes, nous obtiendrons :

$$H' = \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g}$$

D'où :

$$M = \frac{2g H'}{c_1^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} \quad (214)$$

et

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2g H'} \quad (215)$$

La vitesse à la sortie de la tuyère étant connue, nous pourrons déterminer la vitesse relative  $w_1$  par rapport à l'arête d'entrée :

$$w_1 = c_1 - u_1$$

puis  $w_2$  par la relation (211) ci-dessus.

De l'équation (III'), nous déduisons ensuite :

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2} = \left( x - x \frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2 \right) \quad (216)$$

puisque  $\alpha_1$  est dans le cas examiné égal à  $0^\circ$  et que, par définition :

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Cherchons à éliminer  $\frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2$  en fonction de  $u_1$  et de  $\beta_2$ . Pour cela, projetons sur le plan de la roue, la vitesse  $c_2$  résultant du tracé du triangle des vitesses à la sortie; il viendra : (fig. 103)

$$\begin{aligned} c_2 \cos (180^\circ - \alpha_2) = \\ w_2 \cos (180^\circ - \beta_2) - u_2 \end{aligned}$$

ou

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2.$$

En divisant par  $c_1$ , et en remplaçant  $u_2$  par  $u_1$ ,  $w_2$  par  $\psi w_1$ , et  $w_1$  par  $(c_1 - u_1)$ , nous obtiendrons :

$$\frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2 = \psi \cos \beta_2 + (1 - \psi \cos \beta_2) x.$$

En substituant cette valeur dans la relation (216), nous aurons, pour P, coefficient de puissance :

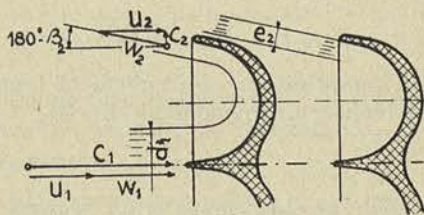


Fig. 103.

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2} = x(1 - \psi \cos \beta_2)(1 - x) \quad (217)$$

La valeur de  $\eta_i$  pourra se déduire directement de celle de P, puisque :

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = 2 \frac{P}{M} = 2 \varphi_1^2 x(1 - \psi \cos \beta_2)(1 - x) \quad (218)$$

Comme on le voit,  $\eta_i$  passe par un maximum qui est atteint pour  $x = \frac{1}{2}$ , et ce maximum a pour valeur :

$$\eta_i = \frac{1}{2} \varphi_1^2 (1 - \psi \cos \beta_2).$$

Les expériences de *Reichel* et *Wagenbach* ont montré que  $\varphi_1$  est compris entre 0,95 et 0,975. Quant à  $\psi$ , il peut être pris en moyenne égal à 0,85, valeur trouvée pour les turbines axiales d'action (formule 210).

En ce qui concerne  $\beta_2$ , nous avons vu que l'on descendait rarement en dessous de 12°, pour l'angle de sortie latéral, et de 15° pour l'angle supérieur ou inférieur de la paroi de l'auget ; l'eau sortant sur toute la périphérie, il convient de prendre un angle moyen, soit :

$$\beta_2 = 180^\circ - 14^\circ.$$

Avec ces chiffres, on trouve, pour rendement indiqué maximum :

$$\eta_i = 0,867 \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = 0,975,$$

ou

$$\eta_i = 0,825 \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = 0,950.$$

En comptant sur un rendement organique de 0,97, on voit que l'on peut réaliser un rendement effectif :

$$\eta_e = 0,80 \quad \text{à} \quad 0,84.$$

la valeur la plus élevée étant réalisée couramment avec les turbines de grande puissance.

Ce rendement effectif est égal au rendement total  $\eta$  puisqu'il n'y a pas de fuite à considérer, et il est atteint pour une valeur de  $x$  inférieure à 0,5, voisine de 0,45 à 0,46.

Il peut être intéressant de rechercher la valeur maximum du coefficient caractéristique R pour les turbines *Pellon*. Pour cela, nous partirons de la relation qui donne  $N_i$  en fonction de Q et de  $T_i$  :

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} = \frac{\delta}{g} \frac{Q}{75} c_1^2 P$$

et nous y remplacerons  $Q$  par sa valeur

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \times c_1,$$

$d_1$  désignant le diamètre du jet. Comme on ne peut descendre en dessous d'un certain rapport entre le rayon de la roue et le diamètre du jet, nous poserons :

$$\frac{r_1}{d_1} = k$$

et, substituant  $r_1$  à  $d_1$  dans la relation précédente, nous obtiendrons :

$$N_i = \frac{\delta}{g} \frac{\pi}{4} \frac{1}{75} \frac{1}{k^2} r_1^2 c_1^3 P.$$

Remplaçons  $r_1$  en fonction de  $u_1$  et de  $N$ , puis  $u_1$  par  $x c_1$  et enfin  $c_1^5$  par

$$c_1^5 = \frac{(2g H')^{\frac{5}{2}}}{M^2},$$

nous obtiendrons une relation contenant les trois données  $Q$ ,  $H'$  et  $N$ .

En groupant ces valeurs ainsi que  $\delta$  et  $(2g)^{\frac{3}{2}}$  dans le premier membre, il ne restera plus dans le second que des quantités indépendantes des dimensions; nous obtiendrons pour le coefficient  $R$  que nous avons défini antérieurement

$$R = \frac{60^2}{75} \frac{1}{8\pi} \frac{1}{k^2} \varphi_1^5 x^2 P. \quad (219)$$

Cette formule est analogue à celle que nous avons établie pour les turbines à réaction; le second membre doit être multiplié par 2 pour les turbines à deux tuyères.

La valeur  $k$  ne pouvant descendre en dessous de 3, la valeur de  $R$  maximum sera donnée en fonction de  $x$  par la relation :

$$R = 0,18 x^2 P = 0,18 x^3 (1 - \psi \cos \beta_2) (1 - x).$$

En faisant fonctionner la turbine avec une valeur de  $x$  supérieure à celle qui conduit au rendement maximum, 0,55 par exemple, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} R &= 0,18 \times 0,55^3 [1 - 0,85 \cos (180^\circ - 14^\circ)] (1 - 0,55) = \\ &= 0,18 \times 0,137 = 0,025. \end{aligned}$$

Cette valeur doit être considérée comme une limite supérieure, car il est difficile de réaliser un rapport  $k = 3$ , et il convient de ne pas dépasser le rapport  $x = 0,5$ .

Si on s'en tient à  $k = 4$ ,  $x = 0,5$ , on trouve :

$$R = 0,012.$$

Nous avons vu qu'avec les turbines à réaction, on pouvait résoudre les problèmes conduisant à des valeurs de  $R$  égales ou supérieures à 0,04 ; pour des données conduisant à des valeurs de  $R$  inférieures à 0,04, on a recours à la turbine Pelton. Toutefois, d'après ce que nous venons de voir, il faut pour réaliser des valeurs voisines de 0,04, adopter une turbine à deux tuyères, ou une turbine double, c'est-à-dire à deux roues logées dans la même enveloppe et à deux tuyères par roue si l'on veut faire fonctionner ces roues au rendement maximum.

§ 5. — Calcul des dimensions d'une turbine d'action tangentielle

Soit à calculer une turbine *Pelton* répondant aux données :

$$\begin{aligned} N_e &= 7000 ; \\ N &= 300 ; \\ H' &= 320 \text{ m.} \end{aligned}$$

**Diamètre de la tuyère.** — Nous déterminerons tout d'abord les dimensions de la tuyère. La vitesse  $c_1$  est donnée par la relation

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} = 77 \text{ m. 3.}$$

avec  $\varphi_1 = 0,975$ .

Le débit peut être déduit de la relation

$$N_e = \frac{\delta Q H'}{75} \times \tau_e$$

en adoptant pour  $\tau_e$  la valeur maximum 0,83, on trouve

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ 12 sec.}$$

Connaissant  $Q$  et la vitesse  $c_1$ , nous pourrions déduire le diamètre du jet

$$\frac{\pi d_1^2}{4} \times c_1 = Q$$

d'où :

$$d_1 = 0 \text{ m. 187.}$$

Pour pouvoir réaliser une surcharge de 15 %, nous admettrons comme diamètre du jet

$$d_1 = 0 \text{ m. 200.}$$

Nous pourrions déterminer le diamètre  $D$  de la tuyère, en admettant que  $d = 0,6 D$  (fig. 101) et que l'angle moyen d'inclinaison des filets sur l'axe, est égal à  $\frac{\theta + \alpha}{2}$ . Désignons par  $e$  la distance entre les génératrices des deux cônes ; la section libre aura pour valeur  $2\pi r e$  et le débit sera donné par la relation

$$Q = 2\pi r e c_s = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \quad (220)$$

$c_s$  désignant la vitesse à la sortie de la tuyère, vitesse qui est plus faible que  $c_1$  et qui est comprise entre 0,8 et 0,9  $c_1$ .

Entre  $r$ ,  $e$  et le diamètre  $D$  cherché, nous pouvons établir les relations suivantes :

$$2r = \frac{d + D}{2} = 0,8 D$$

$$e = \frac{D - d}{2} \frac{1}{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}} = \frac{0,2}{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}} D$$

et en remplaçant  $r$  et  $e$  dans la relation (220), nous obtiendrons :

$$D = d_1 \sqrt{\frac{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}}{4 \times 0,2 \times 0,8}} \times \frac{c_1}{c_s} ; \quad (221)$$

avec  $\theta = 29^\circ$ ,  $\gamma = 23^\circ$ ,  $\cos 26^\circ = 0,9$  et si nous adoptons  $\frac{c_1}{c_s} = \frac{1}{0,85}$ , il viendra :

$$D = 1,29 d_1.$$

Le diamètre de la conduite d'amenée sera calculé en prenant pour vitesse  $c_e$ , la valeur donnée par la relation

$$\frac{1}{2g} c_e^2 = k H \quad (222)$$

$k$  étant compris entre 0,01 et 0,02, d'autant plus faible que la hauteur est plus grande.

Avec  $k = 0,01$ , on trouve, dans notre exemple :

$$D_e = 0,600$$

en chiffres ronds.

**Diamètre de la roue.** — Pour faire fonctionner la roue au rendement maximum, nous avons vu qu'il fallait adopter une valeur de  $x$  voisine de 0,46.

Avec cette valeur

$$u_1 = 0,46 \times 77,3 = 35 \text{ m. } 3$$

et le diamètre  $2r_1$  atteint

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 2 \text{ m. } 25.$$

Dans la turbine *Escher Wyss* construite pour répondre aux données ci-dessus, le diamètre adopté pour la roue est de 2 m. 50, mais cette turbine était établie pour fonctionner à des vitesses variant entre 273 tours et 300 tours. Le diamètre  $2r_1$  a donc été calculé pour donner  $x = 0,46$ , à 273 tours.

**Dimensions et nombre des augets.** — Le calcul des dimensions des augets peut se faire en partant des proportions indiquées au début du paragraphe et en introduisant dans les relations le diamètre  $d_1$  du jet, soit 0 m. 200.

La détermination du nombre d'augets se fait en s'imposant la condition qu'aucune parcelle d'eau débitée par la tuyère ne puisse sortir de la zone d'action de l'aubage, sans avoir touché un élément de celui-ci.

Si nous considérons deux aubes consécutives  $a_1$  et  $a_2$  (fig. 104), nous voyons que, dès l'instant où l'arête  $k_2$  a coupé la génératrice inférieure

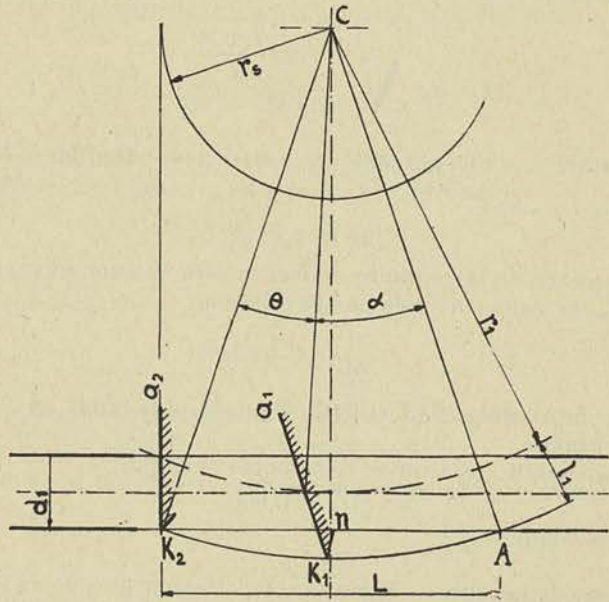


Fig. 104.

du jet, plus aucune goutte d'eau ne dépasse cet auget ; le dernier élément qui a dépassé la pointe  $k_2$  doit atteindre l'aube  $a_1$  avant que l'extrémité  $k_1$  n'ait atteint le point A, sans quoi cet élément ne rencontrera pas l'aubage dans sa trajectoire, et ne pourra céder son énergie à celui-ci.

Si  $L$  désigne la distance du point  $k_2$  au point A, et si  $c_1$  est la vitesse des éléments du jet, nous pouvons dire que  $t_1$ , le temps employé par l'élément pour franchir  $L$ , est égal à

$$t_1 = \frac{L}{c_1}.$$

Or, pour que l'extrémité  $k_1$  de l'auget arrive en A, il faut un temps  $t_2$  égal à

$$t_2 = \frac{\alpha r_1}{u_1},$$

en désignant par  $\alpha$  l'angle  $k_1CA$  (et non l'angle indiqué sur la figure 104), par  $u_1$  la vitesse au rayon moyen de l'aubage.

Si donc nous voulons que le dernier élément ayant dépassé  $k_2$  atteigne l'aube  $k_1$ , il faudra faire en sorte que

$$t_1 \leq t_2$$

ou

$$t_1 = kt_2 \tag{223}$$

avec  $k$  égal ou plus petit que 1.

Calculons  $L$  en fonction de  $\alpha$  et de l'angle  $\theta$  séparant deux aubes consécutives :

$$L = 2(r_1 + l_1) \sin \frac{\theta + \alpha}{2}.$$

En vertu de la relation (223), nous pourrions donc écrire :

$$2(r_1 + l_1) \sin \frac{\theta + \alpha}{2} = k \frac{c_1}{u_1} \alpha r_1. \tag{224}$$

Entre  $\theta$ ,  $\alpha$  et les dimensions  $r_1$  et  $l_1$ , nous pouvons écrire une seconde relation

$$(r_1 + l_1) \cos \frac{\theta + \alpha}{2} = r_1 + \frac{d_1}{2}, \tag{225}$$

$d_1$  désignant le diamètre du jet.

Les équations (224) et (225) déterminent donc  $\theta$  et  $\alpha$  en fonction de  $r_1$  et de  $l_1$  qui sont connus.

Le nombre  $n'$  d'aubes est donc connu, puisque

$$n' = \frac{2\pi}{\theta}.$$

Dans les conditions normales,  $\frac{u_1}{c_1} = 0,45$  environ,  $l_1 = 0,9 d_1$  et si nous adoptons  $k = 1$  :

$$\alpha = 0,9 \left( 1 + 0,9 \frac{d_1}{r_1} \right) \sin \frac{\theta + \alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\theta + \alpha}{2} = \frac{1 + 0,5 \frac{d_1}{r_1}}{1 + 0,9 \frac{d_1}{r_1}}.$$

Avec  $\frac{d_1}{r_1} = \frac{1}{3}$ , valeur strictement minimum, on trouve  $n' = 16$  aubes.

Avec  $\frac{d_1}{r_1} = \frac{1}{6}$ ,  $n'$  passe à 19 aubes.

*Remarque.* — Il peut être intéressant de rechercher la trajectoire du mouvement relatif du jet par rapport à l'aubage.

Si nous partageons la trajectoire du jet en parties égales OI, I II, etc., (fig. 105) et la circonférence décrite par O de centre C, en parties égales OI, I 2, etc., telles que

$$\frac{OI}{OI} = \frac{I 2}{I II} = \dots = \frac{u_1}{c_1},$$

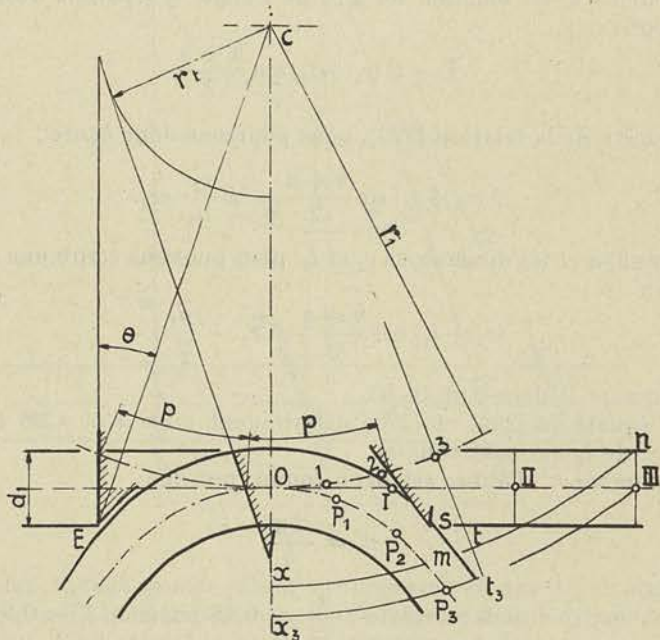


Fig. 105.

nous pourrions dire qu'une particule qui se trouve au point III à l'instant  $t$ , a passé en O au même instant  $(t - \Delta t)$  que le point 3 de la roue.

En considérant le plan de la roue comme une surface illimitée, nous pourrions nous demander où se trouvait le point III pris sur celle-ci au moment où la particule, qui était en III à l'instant  $t$  considéré, passait en O ; en faisant la même recherche pour d'autres points tels



que I, II..., nous aurons, par définition, la *trajectoire du mouvement relatif de la particule considérée, par rapport à la roue en mouvement*.

Or, l'arc décrit pendant le temps  $\Delta t$  est égal à  $O3$  sur la circonférence de rayon  $r_1$  et à  $x_3 l_3$  sur la circonférence de rayon  $CIII$ . Portons en arrière, à partir de III, l'arc III  $P_3$  égal à  $x_3 l_3$ ; nous obtiendrons, d'après ce que nous venons de dire, un point  $P_3$  de la trajectoire cherchée.

On pourra opérer de la même manière, pour les filets correspondant à la génératrice inférieure et à la génératrice supérieure du jet, et tracer la forme du jet par rapport à la roue en mouvement. La figure 105 donne la construction pour le point  $n$  de la génératrice supérieure, la longueur  $mn$  étant prise égale à  $lx$ .

Cette recherche permet de se rendre compte exactement de la manière dont l'aube entre dans le jet et dont le fluide s'écoule dans l'auget pendant l'intervalle de temps qui sépare son entrée en E de sa sortie en S.

En étudiant cet écoulement, on se rend compte de l'utilité de l'échancreure pratiquée à la partie inférieure (fig. 100) et de la raison d'être du biseautage du dos, qui est effectué, comme on le voit à présent, en suivant la trajectoire du mouvement relatif. Pour ne pas déformer la paroi, on est obligé d'incliner l'auget tout entier, de façon que la direction de l'arête d'entrée, au lieu de passer par le centre C, soit tangente à un cercle de rayon  $r_t$  (fig. 105).

Cette inclinaison de l'arête sur le rayon d'un angle  $\theta$  conduit à donner une forme dissymétrique à la section représentée figure 100b. L'angle  $(180^\circ - \beta)$  représente, en effet, l'angle de la tangente au dernier élément de l'aube avec la tangente à la circonférence au point de sortie, et pour réaliser cet angle, il faut que la tangente à l'aube fasse, avec l'horizontale, un angle  $[(180^\circ - \beta) + \theta]$  au point le plus intérieur et un angle  $[(180^\circ - \beta) - \theta]$  au point le plus extérieur de l'aube (fig. 100).

### CHAPITRE III

#### ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBINES HYDRAULIQUES

##### § 1. — Régulateur

L'étude du régulateur à action directe, puis du régulateur à action indirecte, constitue un chapitre particulièrement important et intéressant du cours de Mécanique appliquée.

On pourra consulter sur l'application du servo-moteur à la régularisation de la vitesse des turbines hydrauliques, la belle étude de M. Rateau. <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> *Revue de Mécanique.*, tome VI, Avril 1900.

Nous nous bornerons à indiquer ici la nature complexe du problème, et à décrire un des régulateurs à *servo-moteur asservi*, couramment employé.

On entend par régulateur à servo-moteur asservi, un régulateur dont le mécanisme de distribution du servo-moteur est à la fois sous la dépendance du manchon du tachymètre et du piston moteur actionnant le vannage, de façon que, à chaque position de celui-ci, corresponde *une position et une seule* du manchon du tachymètre.

Le but de l'*asservissement* est d'assurer la stabilité de fonctionnement du système tachymètre-servomoteur, en évitant les oscillations à longue période de durée indéfinie qui tendent à se produire avec les régulateurs à action indirecte.

Le problème se complique toutefois dans les applications aux turbines hydrauliques par suite de la nécessité d'éviter que, par une action trop brusque du servo-moteur sur le vannage, des coups de bélier importants ne se produisent dans les conduites d'aménée.

On peut montrer par une analyse complète de la question que, pour assurer la stabilité de fonctionnement du régulateur à servo-moteur asservi, dans le cas où la rapidité d'action du servo-moteur doit être limitée, il faut tolérer une différence entre la vitesse de marche à vide et la vitesse de marche en charge relativement grande.

Comme cette différence ne peut dépasser dans les stations centrales modernes 2 à 3 % de la vitesse moyenne, on est forcé d'introduire dans le mécanisme d'asservissement une liaison *déformable* qui disparaît lentement pendant le réglage.

La fig. 106 représente le régulateur à servo-moteur type *Escher-Wyss*, avec son tachymètre (13) agissant par l'intermédiaire du manchon (14) et du levier (11), sur le distributeur équilibré (7) du servo-moteur, au moyen de la tige (12).

Le servo-moteur constitué par l'ensemble des deux pistons (2) et (3) et du balancier (4) agissant sur l'axe (5) de renvoi au vannage, est alimenté par une pompe rotative ou une pompe à pistons multiples oscillants (6), fournissant l'huile à une pression de 12 à 15 kg./cm<sup>2</sup>, dans des réservoirs sous pression non dessinés.

Supposons, pour nous rendre compte du fonctionnement, qu'une décharge brusque vienne à se produire ; la turbine va accélérer, et le manchon (14) va se déplacer vers le haut. Le point (19) lié à l'axe (5) par le dispositif (16-20) d'asservissement, étant fixe, le piston distributeur attaqué par la tige (12) (fig. 107) va descendre et mettre en communication le conduit (9) avec l'espace (8) et le bac de décharge, par l'ouverture (e) et le canal (e-8) non figuré ; le piston différentiel (2-3) se déplacera en conséquence vers la gauche sous l'action de la pression qui règne dans le cylindre de droite, en relation directe et permanente avec la conduite d'alimentation partant de la pompe et des réservoirs non dessinés.

Par l'intermédiaire du balancier (4) articulé en (5) (fig. 106) le servo-

moteur agira sur le vannage pour fermer celui-ci ; mais en même temps, au moyen de la tringle (20) et du levier (16), le balancier(4) provoquera le déplacement vers le haut du point (19) et partant du distributeur, qui reprendra sa position moyenne indiquée fig. 107.

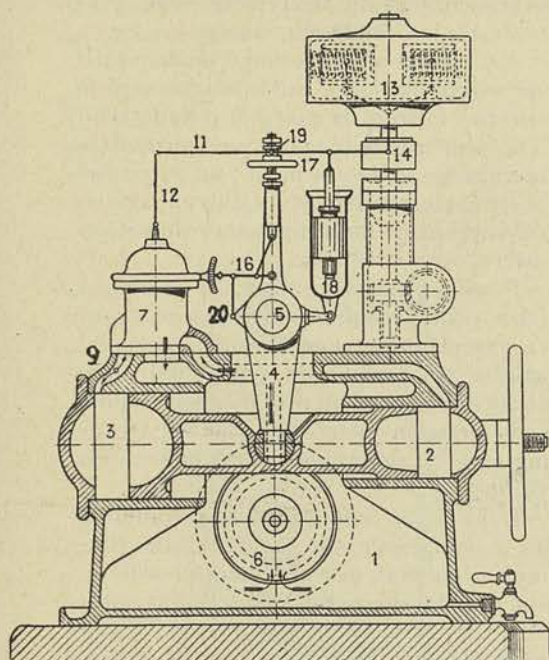


Fig. 106.

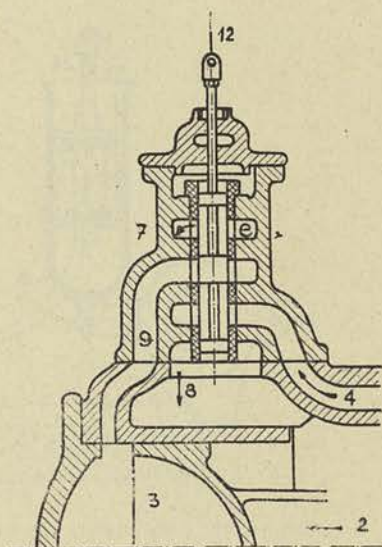


Fig. 107.

Un frein à huile (18) dont le piston est relié élastiquement au levier (14-11) établi une liaison déformable et momentanée qui permet au régulateur de fonctionner d'une façon satisfaisante avec un écart de vitesse ou *décément* relativement faible. Cet asservissement élastique qui n'entre en action que pendant la période de réglage, ne modifie nullement la position finale du manchon du tachymètre. Lors d'une décharge brusque, le cylindre du frein (18) (fig. 108) relié au balancier (4) se déplace vers le bas et tire à lui les pistons (21) qui, comprimant plus ou moins le ressort (22), entraînent le manchon du tachymètre vers le bas, ou plus exactement s'opposent à un déplacement trop important de celui-ci vers le haut.

Cette action n'est toutefois que temporaire parce que le ressort (22) se détend peu à peu, et ramène le piston (21) vers le haut ; lorsque le régime normal est rétabli, celui-ci s'est déplacé par rapport au cylindre

(18) tandis que le ressort est revenu à sa tension initiale, ses deux extrémités s'appuyant de nouveau sur les épaulements de la tige (23). Cette action temporaire du frein (18) introduit donc un asservissement élastique pendant la période de réglage, asservissement qui permet d'amortir les oscillations qui tendent à se produire lorsque les tringles d'asservissement (20-16) et les dimensions du tachymètre sont proportionnées pour assurer à l'ensemble un faible décrétement.

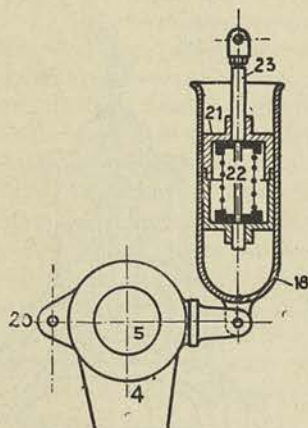


Fig. 108.

Le régulateur est muni d'un dispositif de sûreté qui ferme automatiquement la turbine lorsque la pression d'huile tend à devenir trop faible pour pouvoir mettre le vannage en mouvement ; un autre dispositif assure la fermeture du vannage en cas de rupture de la commande du tachymètre.

Pour les grandes unités, la pompe à huile peut être mise en mouvement avantageusement par une turbine spéciale ; la mise en marche du groupe est alors facilitée puisque l'on peut disposer d'huile sous pression pour agir sur le servomoteur et déterminer l'ouverture du vannage.

Dans le cas ordinaire où la commande de la pompe est faite par la turbine elle-même, on doit prévoir un dispositif de manœuvre à la main. Le volant dessiné sur la fig. 106 sert à la commande de celui-ci.

Pour les régulateurs importants utilisant de fortes pressions, le distributeur qui est constitué par des pistons en acier trempé et rectifié, se déplaçant avec un jeu minimum, dans une gaine également en acier, réclame, quoique équilibré lorsqu'il se trouve dans sa position moyenne, un effort de déplacement relativement considérable, du fait des différences de pression qui s'établissent de part et d'autre des faces des pistons, durant l'écoulement du fluide moteur ; on est ainsi amené à employer pour faire fonctionner le distributeur, un petit servomoteur placé sous la dépendance du tachymètre par l'intermédiaire de la tige (12) ; nous n'entrerons pas dans la description de ces détails qui nous éloigneraient du sujet traité ici : le calcul et la construction des turbo-machines.

Lorsqu'il s'agit de régulateurs devant assurer le réglage de turbines marchant en parallèle, un problème important se présente : celui de la répartition des charges entre les différents groupes. Cette répartition dépend du décrétement des régulateurs placés sur les différents groupes (1). Lorsqu'on veut modifier la charge de l'un des groupes,

(1) Voir à ce sujet une étude de D. Eydoux et M. Gariel dans les Mémoires du Congrès scientifique de 1922, organisé par l'Association des Ingénieurs sortis de l'Ecole de Liège.

on peut agir sur le volant (17) (fig. 106), soit à la main, soit par l'intermédiaire d'un petit moteur électrique commandé du tableau de distribution.

En abaissant le point d'oscillation du levier (14-11) au moyen du volant commandant l'écrou (19) solidaire de celui-ci, on déplace le distributeur et partant le vannage, sans que la position du manchon du tachymètre soit modifiée.

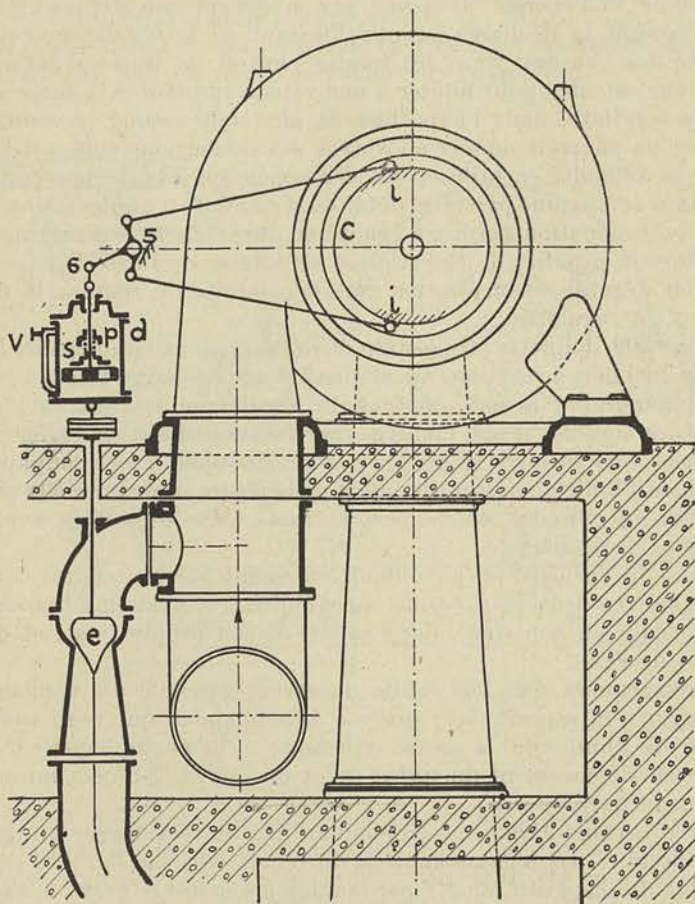


Fig. 109.

La fig. 109 montre comment le régulateur par l'intermédiaire de l'arbre (5), agit sur le cercle de vannage lorsqu'il est extérieur à l'enveloppe comme nous l'avons représenté fig. 85. Lorsque le cercle est intérieur, les tringles *l* sont reliées à deux leviers extérieurs qui agissent sur le cercle par l'intermédiaire de manivelles *L* (fig. 84).

Forcé d'une part de limiter la rapidité d'action du régulateur pour éviter des coups de bélier dans la conduite d'aménée, et d'autre part de réduire l'écart de vitesse maximum qui se présente au moment d'une décharge brusque, pour limiter les perturbations dans le fonctionnement des générateurs électriques, le constructeur a recours généralement à un volant ; celui-ci absorbe avec la masse en rotation de la turbine et de la génératrice, la différence entre l'énergie produite par la turbine et l'énergie absorbée par la génératrice depuis l'instant où se produit la décharge jusqu'à l'instant où le régulateur rétablit l'égalité des couples. Pour les hautes chutes, la durée d'action du régulateur calculée pour limiter à une valeur admissible la surpression dans la conduite, dans l'hypothèse la plus défavorable, devient telle que l'on ne pourrait donner au volant des dimensions suffisantes. On tourne la difficulté en utilisant un *déchargeur* qui en évacuant pendant un certain temps une partie du débit de la conduite d'alimentation dans le canal d'évacuation permet à égalité de durée d'action du régulateur, de réduire la rapidité de la variation de vitesse de l'eau dans la conduite, ou à égalité de surpression dans la conduite de réduire la durée d'action du régulateur.

La fig. 109 donne la disposition du déchargeur généralement adopté dans les turbines à réaction. Au moment d'une décharge brusque, l'axe (5) commandé par le servo-moteur du régulateur est entraîné dans le sens des aiguilles d'une montre ; par l'intermédiaire du levier (5-6), il déplace vers le haut le piston *p* d'un dash-pot *d* ; la soupape (*s*) empêchant l'huile de passer librement de la partie supérieure à la partie inférieure du cylindre, celui-ci est entraîné vers le haut et avec lui la soupape de décharge *e*.

L'huile du dash-pot en s'écoulant lentement par le conduit latéral réglé au moyen de la vis *v*, permet au cylindre *d*, et partant à la soupape *e*, de revenir sur son siège, par l'action de son propre poids et de la pression de l'eau.

On remarquera que lors d'une ouverture brusque du vannage le déchargeur n'intervient pas ; grâce à la soupape *s* qui rend libre le passage de l'huile de la partie inférieure à la partie supérieure du cylindre, le déplacement du piston *p* et du levier (5-6) est lui-même entièrement libre.

Pour la turbine *Pellon*, on emploie au lieu du déchargeur un *déflateur* manœuvré par le servo-moteur du régulateur. La fig. 110 donne le schéma du dispositif adopté par la maison *Piccard et Pictel*. L'axe (5) commandé par le servo-moteur du régulateur met en mouvement, au moyen du levier (7-8-9), l'écran *e*. Si nous supposons une décharge brusque, le levier (5-6) entraîné dans le sens indiqué par la flèche, relève l'écran *e* qui dévie une partie du jet vers le bas, et rétablit ainsi, approximativement tout au moins, l'égalité entre le couple moteur et le couple résistant, sans provoquer de variation de débit dans la conduite d'alimentation.

En même temps que se produit le déplacement de l'écran *e*, on voit que, par l'intermédiaire du levier (8-10) et de la tringle (10-11), le servo-moteur agit sur le distributeur *d* d'un second servo-moteur chargé de manœuvrer l'aiguille du réglage. La fig. 110*b* donne la disposition du distributeur qui, poussé vers la gauche, découvre le conduit *e* et met en communication la face de gauche du piston différentiel *p*, avec la face de droite constamment en relation par le conduit *h*, avec le réservoir d'huile sous pression.

Le déplacement du piston *p* vers la droite en résulte, détermine la fermeture plus ou moins prononcée de l'aiguille *i*.

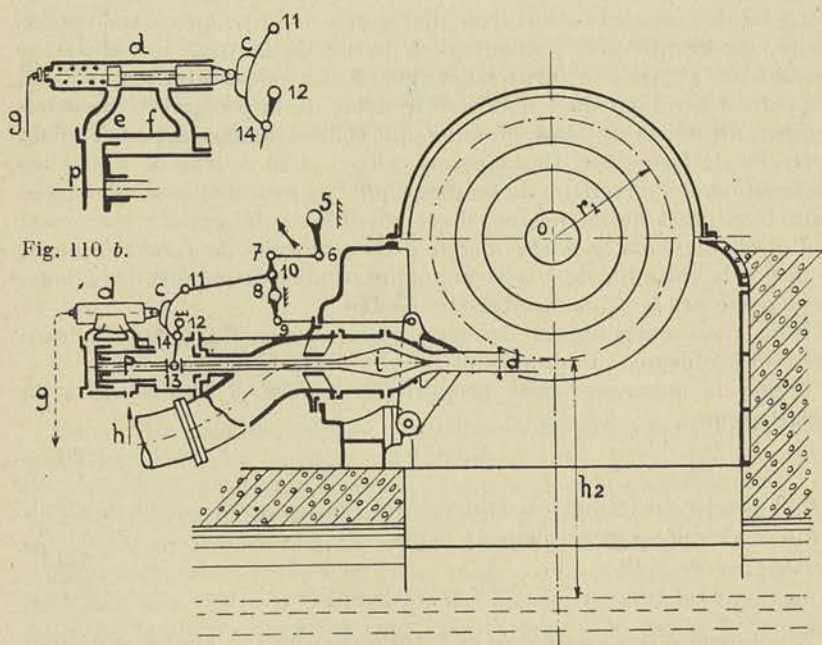


Fig. 110.

L'arrêt du piston est déterminé par le levier (12-13) qui, articulé en (12), agit sur la came *c* par la liaison (14) ; cette came *c* en s'effaçant, permet au distributeur de se déplacer vers la droite sous l'action d'un ressort de rappel ; son profil est calculé de telle façon que l'aiguille ayant atteint la position nouvelle qui assure à la turbine l'égalité des couples moteur et résistant, le distributeur *d* revienne dans sa position moyenne dessinée fig. 110*b* ; le piston *p* et l'aiguille *i* sont ainsi immobilisés et le diamètre *d* du jet est réduit au point que l'écran *e* devient tangent à celui-ci.

On pourrait examiner comment les choses se passent dans le cas d'une mise en charge brusque, cas beaucoup moins dangereux au

point de vue des coups de bélier. Le déflecteur comme on peut s'en rendre compte aisément, n'intervient plus, et le distributeur  $d$  en se déplaçant vers la droite, permet à l'huile de s'échapper par le conduit d'évacuation  $g$ , et à l'aiguille  $i$  d'ouvrir davantage la tuyère.

La rapidité de fermeture et d'ouverture est réglée par les dimensions des conduits d'alimentation du servo-moteur de l'aiguille, et l'on peut grâce au déflecteur porter la durée de la manœuvre à plusieurs dizaines de secondes.

### § 2. — Le volant.

La loi de fermeture étant fixée de façon à ne provoquer dans la conduite, quelle que soit l'ouverture à partir de laquelle le régulateur intervienne <sup>(1)</sup>, qu'une surpression égale à une valeur admise d'avance, on peut déterminer quel doit être le débit de la pompe et éventuellement du réservoir sous pression que celle-ci alimente, pour réaliser cette loi de fermeture. Connaissant celle-ci et la courbe de puissance en fonction de l'ouverture du vannage que l'on peut déduire des courbes caractéristiques de la turbine, il est possible de déterminer *le moment  $I$  d'inertie de toute la partie mobile y compris celui du volant éventuel*, pour que la variation de vitesse angulaire pendant la période de réglage, ne dépasse pas  $\Delta$  % de la vitesse moyenne.

Nous nous bornerons à donner une solution suffisamment approchée du problème, en admettant

1° que la puissance croît proportionnellement à l'ouverture  $\alpha$  du distributeur :

$$N_e = k\alpha \quad (226)$$

2° que la fermeture (ou l'ouverture) croît proportionnellement au temps  $t$ , ce qui est généralement réalisé

$$d\alpha = -k_1 dt \quad (227)$$

$N'_e$  désignant la puissance au moment où le régulateur entre en action,  $N_e$  la puissance à un instant  $t$  quelconque, compté à partir du commencement de la perturbation, c'est-à-dire de l'instant où la puissance demandée est passée de  $N'_e$  à  $N''_e$ , on pourra écrire en s'appuyant sur le principe des forces vives :

$$I \omega d\omega = 75 (N'_e - N_e) dt = -\frac{75k}{k_1} (\alpha_1 - \alpha) d\alpha \quad (228)$$

Appelons  $\omega$  la vitesse angulaire normale qui existait au début de

(1) Voir à ce sujet : Etude théorique et expérimentale des coups de bélier par Ch. Camichel, D. Eydoux et M. Gariel. (Editeur H. Dunod, Paris).



la perturbation,  $\omega_2$  la vitesse maximum atteinte ; en intégrant entre ces limites, nous obtiendrons

$$\frac{1}{2} \omega^2 \left[ \left( \frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 - 1 \right] = - \frac{75}{k_1} k \left[ \alpha_1 \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \omega^2 \left[ \left( \frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 - 1 \right] = \\ - \frac{75}{k_1} k \left[ \alpha_1 (\alpha_2 - \alpha_1) - \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1) \right] \end{aligned} \quad (229)$$

Si  $(N'_e - N''_e)$  représente  $p$  % de la puissance normale  $N_e$  de la turbine,  $T$  le temps mis par le régulateur pour faire passer le vannage de sa position initiale à sa position finale,  $\Delta$  la variation de vitesse angulaire, en % de sa valeur moyenne, nous pourrions écrire

$$\begin{aligned} \omega_2 - \omega &= \Delta \omega \\ \frac{1}{k_1} (\alpha_2 - \alpha_1) &= - T \\ N'_e - N''_e &= p N_e \\ \alpha_1 k &= N'_e, \quad \alpha_2 k = N''_e = N'_e - p N_e \\ I \omega^2 [(1 + \Delta)^2 - 1] &= 75 p N_e T \end{aligned} \quad (230)$$

Dans cette formule,  $\omega$  et  $N_e$  constituent des données ; si l'on admet que l'accroissement ne peut pas dépasser  $\Delta$  % pour une variation de  $p$  % de la puissance normale, la durée de manœuvre étant  $T$ , on voit que l'on peut déterminer le moment d'inertie total  $I$  de la partie mobile, et en déduire celui du volant à caler sur l'arbre.

Pour les turbines à haute et à très haute chute, la durée de manœuvre doit être très élevée si l'on veut éviter des surpressions importantes dans la conduite d'alimentation ; pour réduire le poids du volant, on utilise comme nous l'avons dit plus haut un déflecteur manœuvré par le régulateur qui, sans modifier le débit dans la conduite, provoque la déviation du jet, et partant la réduction de la puissance de  $N'_e$  à  $N''_e$  en un temps  $T'$ , relativement très réduit ; c'est évidemment ce temps  $T'$  et non le temps  $T$  qui doit être introduit dans la formule pour le calcul du moment d'inertie de la partie mobile.

*Remarque.* — Le cas le plus défavorable à envisager correspond à une décharge brusque et complète de la turbine. Dans cette hypothèse  $p = 1$  ; la durée  $T$  d'action du régulateur est de 4 à 6 secondes, avec une variation  $\Delta$  qui ne peut dépasser 15 à 20 %.

On est conduit dans ces conditions à une valeur de  $\frac{1}{N_e} \omega^2$  comprise

entre

$$\frac{75 \times 4}{(1,15^2 - 1)} = 920 \text{ kgm}$$

et

$$\frac{75 \times 6}{(1,20^2 - 1)} = 1020 \text{ kgm}$$

soit une force vive  $\frac{I \omega^2}{2}$  de 460 kgm à 510 kgm par cheval, pour l'ensemble de la partie mobile.

Le chiffre de 500 kgm par cheval conduit avec les alternateurs modernes, à des conditions de fonctionnement conciliables avec une bonne marche en parallèle.

### § 3. — Etude des principaux détails de construction des turbines

#### A) CALCUL ET TRACÉ DE L'ARBRE.

On connaît la puissance transmise  $N_e$  et le nombre de tours  $N$  de l'arbre.

S'il s'agit d'une turbine verticale, on peut négliger la tension résultant du poids de la roue, et calculer l'arbre à la torsion simple.

$M_t$  étant connu en fonction de  $N_e$  et  $N$

$$M_t = \frac{75 \times 60}{2\pi} 10^3 \frac{N_e}{N} = 716.000 \frac{N_e}{N} \text{ kg. mm,} \quad (231)$$

on pourra appliquer la formule

$$\frac{M_t}{R} = \frac{\pi d^3}{16},$$

et en tirer  $d$ .

On adoptera pour  $R$ , 4 à 5 kg/mm<sup>2</sup> pour l'acier demi-dur courant.

Pour une turbine à axe horizontal, il y aura lieu de faire intervenir dans le calcul le poids de la roue et de l'eau qui y est contenue, et éventuellement le poids de l'arbre.

Si l'arbre de la turbine est isolé de l'arbre de la génératrice par un accouplement souple, on aura affaire à un solide reposant librement sur deux appuis, et le calcul des réactions aux points d'appui sera aisé. On en déduira immédiatement le moment  $M_f$  maximum et par la formule

$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} \sqrt{M_f^2 + M_t^2},$$

on calculera le moment idéal  $M_i$ .

On appliquera ensuite la formule

$$\frac{M_i}{R} = \frac{\pi d^3}{32}$$

en adoptant pour R une tension de 5 à 6 kg/mm<sup>2</sup> pour de l'acier demi-dur courant.

On pourra, s'il s'agit d'un arbre important, déterminer le solide d'égale résistance, puis tracer l'arbre en se tenant constamment en dehors de ce solide, et en n'utilisant que des formes simples (surfaces cylindriques et coniques) (Voir à ce sujet 1<sup>re</sup> partie du cours de construction des machines.)

Pour le calcul du tourillon côté commande, on adoptera le diamètre  $d$  du solide d'égale résistance, et un rapport  $\frac{l}{d}$  compris entre 2 et 3 suivant la vitesse.

La réaction au point d'appui  $R_c$  étant connue, on vérifiera ensuite, si la pression spécifique  $p$

$$p = \frac{R_c}{l \times d}$$

ne dépasse pas une valeur admissible, 12 à 15 kg/cm<sup>2</sup>, par exemple, et ensuite si le produit  $pv$  est inférieur à 20 kgm/cm<sup>2</sup> sec ( $v$  désignant la vitesse périphérique du tourillon en m/sec).

Cette dernière condition limite presque toujours la pression spécifique à une valeur très inférieure à 15 kg/cm<sup>2</sup>.

Si le produit  $pv$  dépassait nettement la valeur ci-dessus, il y aurait lieu de prévoir une circulation d'eau dans les paliers, ou une circulation forcée de l'huile, avec refroidissement par un serpentín placé dans la bache d'alimentation de la pompe de circulation. Pour le calcul du tourillon, côté opposé à la commande, qui n'est soumis qu'à la flexion, on adopte généralement pour éviter d'arriver à des dimensions trop faibles qui tendraient à faire croître considérablement la flèche de flexion de l'arbre, une valeur de la tension R égale à la moitié de la valeur normale.

Dans ces conditions,  $R_c$  étant la réaction,  $l$  et  $d$  les dimensions, on pourra écrire

$$\frac{R_c \times \frac{l}{2}}{R} = \frac{\pi d^3}{32} \quad (232)$$

$$\frac{l}{d} = n \quad (233)$$

avec  $n$  compris entre 2 et 3.

$l$  et  $d$  étant déterminés, on pourra vérifier comme ci-dessus si la pression spécifique  $p$  et le produit  $pv$  ne dépassent pas les valeurs admises.

*Remarque.* — Pour les turbines à grande vitesse de rotation, il y aura lieu de s'assurer que le calcul que nous venons d'indiquer ne

conduit pas à des dimensions trop faibles qui auraient pour conséquence une déformation importante de l'arbre de nature à compromettre la répartition uniforme des pressions sur les coussinets et à provoquer l'échauffement des paliers.

On admet généralement que la tangente dans les paliers ne doit pas dépasser  $\frac{1}{1200}$ . Si l'on accepte ce chiffre, une vérification est possible, en s'aidant du calcul graphique.

Il est aisé, en effet, par ce procédé, de rechercher la flèche de flexion et la tangente dans les paliers, pour un arbre d'un tracé quelconque supporté en deux ou plusieurs points.

Si l'on peut assimiler l'arbre à un solide à section constante, reposant librement sur ses appuis, et chargé d'un poids total P, en un point distant de  $l_1$  et  $l_2$  de ceux-ci, il est possible de déterminer par la formule

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{P}{6 E I} \frac{l_1 l_2 (2 l_1 + l_2)}{l_1 + l_2} \quad (234)$$

la valeur de la tangente à la fibre moyenne sur l'appui (2), le plus rapproché de la force P ; cette valeur étant limitée à  $\frac{1}{1200}$ , on peut en déduire directement le moment d'inertie, et partant  $d$ , I étant égal à

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

#### B) CALAGE DE LA ROUE SUR L'ARBRE.

Lorsque la volute est construite en deux parties séparées par un plan horizontal, (pour une turbine à axe horizontal bien entendu)

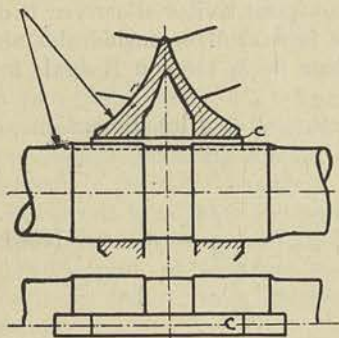


Fig. 111.

l'arbre peut s'enlever avec la roue et il n'y a aucune précaution particulière à prendre pour faciliter au cours du démontage de la turbine, le décalage de la roue. Dans ce cas, et dans quelques autres se rapportant à des turbines de faible puissance, le mode de calage par cale chassée peut être utilisé sans inconvénient. La fig. 111 donne une représentation de ce mode de calage pour une roue à double ouïe ; le diamètre de la portée est choisi pour que la cale n'entame pas ou peu l'arbre, dans la partie non renforcée ; on utilise

pour raccorder la portée de calage au diamètre normal des congés à très grand rayon dans le but de réduire la variation brusque de section qui se présente à la sortie de la roue, dans le plan de l'ouïe.

Pour une roue en porte-à-faux qui, lors d'un démontage doit pouvoir être enlevée sans toucher à l'arbre, il y a lieu d'employer une cale fixe ; la roue est alors placée à frottement assez dur sur une portée cylindrique, ou pressée au moyen d'un écrou sur une portée conique.

La fig. 112 indique l'un des dispositifs employés pour maintenir la roue en place lorsqu'on utilise le calage sur portée cylindrique : une bague *b* en deux pièces, est dimensionnée de manière à ne pouvoir être introduite dans son logement que par un serrage radial énergique, serrage qui détermine une pression axiale sur le moyeu de la roue ; pour éviter le desserrage, la bague *b* est bloquée dans les rainures par un chapeau *c* qui l'emboîte exactement, et qui est lui-même tenu en place au moyen de trois vis disposées radialement.

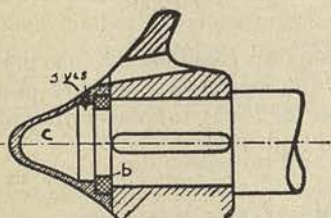


Fig. 112.

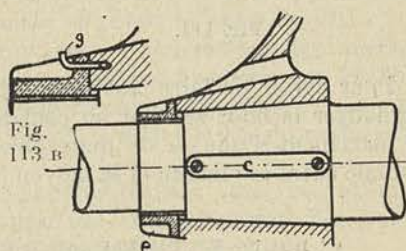


Fig. 113.

La fig. 113 donne un exemple de calage par cale fixe sur portée conique ; cette disposition est d'une exécution plus difficile et plus coûteuse, mais assure un centrage parfait et facilite encore le démontage : la roue est bloquée au moyen d'un écrou spécial *e* en bronze, fileté en sens inverse du sens de rotation de la roue afin de rendre plus improbable un desserrage en marche. On peut d'ailleurs en vue d'obtenir une sécurité absolue, forer après la mise en place un trou de quelques millimètres de diamètre à la fois dans l'écrou et dans le moyeu, et y introduire une goupille *g* repliée latéralement dans une petite rainure pratiquée à cet effet, dans l'écrou (fig. 113 *b*).

La fig. 114 donne la disposition adoptée pour le calage par cale chassée, d'une roue de moyenne puissance d'une turbine à axe vertical ; la roue introduite à frottement doux sur l'arbre, est soulevée suffisamment haut pour qu'on puisse introduire dans une rainure appropriée, une bague *b* en deux pièces : elle est ensuite descendue de façon que le moyeu recouvre la bague et la maintienne dans son logement.

La bague étant rainurée, on peut chasser ensuite la cale et établir ainsi la liaison entre la roue et l'arbre.

Un talon est prévu à la cale pour permettre le démontage.

Dans les turbines de grande puissance, particulièrement lorsque l'axe est vertical, on utilise pour assurer la liaison entre l'arbre et le

moyeu de la roue, un plateau venu de forge avec l'arbre, centré dans l'alésage du moyeu et boulonné à celui-ci par des goujons dont les écrous sont noyés.

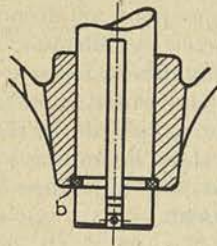


Fig. 114.

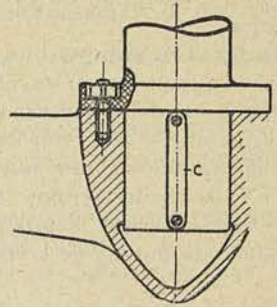
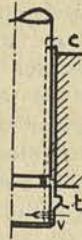


Fig. 115.

Pour éviter de faire travailler les boulons au cisaillement, on peut prolonger le bout servant au centrage d'une longueur suffisante pour le placement d'une ou de deux cales fixes (fig. 115), ou placer une cale radiale entre le plateau et le moyeu (fig. 139, pl. III).

C) ROUES ET BUSELURES D'ÉTANCHÉITÉ DES TURBINES  
A RÉACTION.

Les aubes de la roue sont généralement venues de fonte avec les flasques (fig. 116) ; pour les roues larges des types hélico-centripètes et mixtes, on utilise assez souvent des aubes en tôle, matricées, qui

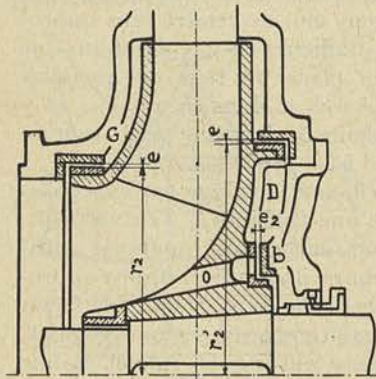


Fig. 116.

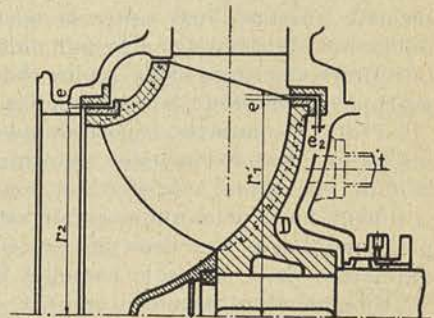


Fig. 117.

sont introduites dans le moule à la fonderie et qui sont ainsi incorporées aux flasques par leurs bords dentelés (fig. 117). Les roues sont généra-

lement exécutées en fonte ; pour les chutes moyennes et les hautes chutes qui conduisent à d'assez grandes vitesses périphériques, on peut utiliser l'acier coulé et, lorsque les eaux sont acides, le bronze ; dans ce dernier cas, en vue de réduire le poids de matière employée, on rapporte sur un moyeu en acier coulé, la couronne constituant l'aubage.

Le système de la couronne rapportée sur le moyeu se justifie encore dans la construction des roues larges de grandes dimensions, par la nécessité d'éviter des tensions importantes provoquées par le retrait dans la partie des aubes en contact avec la masse du moyeu.

Quel que soit le mode de construction adopté, des dispositions doivent être prises dans les turbines à réaction, pour réduire les fuites entre la roue et l'enveloppe, ainsi que pour assurer l'équilibrage aussi complet que possible de la poussée axiale.

On ne peut réduire le jeu entre la partie fixe et la partie mobile à une valeur telle qu'un contact puisse se produire entre les deux, car tout contact prolongé provoquerait une détérioration des surfaces et un accroissement important de la puissance absorbée par les frottements externes. Avec de l'eau relativement peu chargée, on peut descendre pour la valeur du jeu  $e$  jusque 0,0015 à 0,002 du rayon extérieur de la roue.

On conçoit d'ailleurs que pour pouvoir réaliser sans inconvénient des jeux aussi faibles, il faille assurer un centrage parfait des paliers par rapport à l'enveloppe, et une rigidité suffisante de l'arbre.

Si faible que soit le jeu adopté, on peut se rendre compte que les fuites sont loin de jouer un rôle négligeable au point de vue du rendement total de la turbine, surtout s'il s'agit de turbines à hautes chutes. Dans celles-ci en effet,  $\varepsilon \sin \alpha_1$  est relativement très faible et la valeur de  $\frac{f}{Q}$  augmente proportionnellement à  $\frac{1}{\varepsilon \sin \alpha_1}$ , ainsi que le montre la formule XVIII.

Le seul moyen en définitive, de réduire  $\frac{f}{Q}$ , lorsque la valeur adoptée

pour  $\frac{e}{r_1}$  peut être considérée comme une limite inférieure, est de faire décroître le coefficient  $k_2$  qui tient compte de la perte de charge au joint. Pour cela on peut allonger le joint et provoquer des changements de direction du flux qui absorbent la plus grande partie de l'énergie cinétique acquise ; la fig. 118 donne la construction d'une roue pour haute chute (150 m. pour fixer les idées) avec bague d'étanchéité en bronze rapportée à sa périphérie. L'enveloppe est munie d'une garniture aisément amovible afin de pouvoir parer à

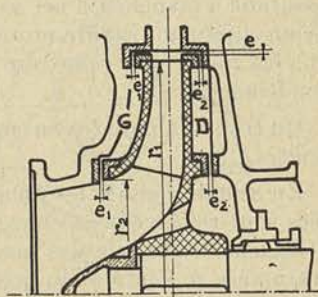


Fig. 118.

l'usure inévitable que provoque à la sortie du distributeur, l'écoulement à très grande vitesse de l'eau plus ou moins chargée de matière en suspension.

Les bagues d'étanchéité à la périphérie ainsi que celles prévues à la hauteur de l'ouïe, sont généralement fixées par des vis à tête fraisée.

La disposition adoptée dans le système représenté fig. 118, permet non seulement de réduire les fuites, mais d'amener un équilibrage automatique de la poussée axiale : si en effet, la roue tend à se déplacer vers la droite, les jeux  $e_1$  augmentent tandis que les jeux  $e_2$  diminuent ; il en résulte que la pression croît dans l'espace annulaire D et diminue dans l'espace G ce qui tend à ramener l'équilibre un instant rompu.

Nous avons donné fig. 116 une disposition possible d'équilibrage automatique pour une roue hélico-centripète étroite. Le joint de droite se trouve avoir un diamètre  $r'_2$  sensiblement plus grand que  $r_2$ , de façon que la différence des efforts appliqués de part et d'autre de la roue, tende à être orientée vers la droite lorsque la pression en D est voisine de celle qui règne à l'ouïe ; la roue ayant une tendance dans ces conditions, à se déplacer vers la droite, l'ouverture O qui fait communiquer l'espace D avec l'ouïe, sera obturée de plus en plus par la bague  $b$ , et la contrepression s'élèvera en D jusqu'à assurer l'équilibrage de la poussée. Nous avons utilisé cette disposition avec succès, dans l'équilibrage de la poussée axiale des pompes centrifuges.

La fig. 117 donne la disposition des joints pour une turbine hélico-centripète large ; l'espace D est mis en relation par le conduit  $l$  avec le tuyau de succion et par la manœuvre d'un robinet placé sur ce conduit, on peut régler la section d'écoulement et partant la pression qui règne en D ; on arrive de cette façon à réduire la poussée axiale à une valeur suffisamment faible aux différentes charges pour qu'on puisse l'équilibrer au moyen d'une butée.

Dans les turbines pour basses et très basses chutes, les couronnes assurant l'étanchéité ne sont pas rapportées : l'usure est en effet, beaucoup moins rapide, en raison des vitesses d'écoulement plus faibles, et les fuites ont beaucoup moins d'importance au point de vue du rendement.

On trouvera dans les ensembles décrits plus loin, des roues ainsi construites.

En vue de réduire les dangers de grippement lorsque les eaux utilisées sont relativement chargées, on peut pratiquer dans les couronnes d'étanchéité des rainures peu profondes dans lesquelles les particules entraînées à l'entrée du joint viennent s'amasser et se désagréger ; les remous qui se forment dans ces rainures ont d'ailleurs pour conséquence d'accroître la perte de charge totale créée par le joint, et partant de réduire les fuites.



D) DISTRIBUTEURS DES TURBINES A RÉACTION.

La question du tracé du distributeur a fait l'objet d'une étude au chapitre I; nous n'y reviendrons pas, mais nous rappellerons qu'au point de vue réalisation, nous avons distingué deux systèmes nettement différents: l'un dans lequel la commande des aubes se fait *par l'extérieur* de l'enveloppe, l'autre dans lequel la commande se fait *par l'intérieur*.

Les figures 84 et 85 donnent des détails de construction de ces deux systèmes.

Avec le type de turbine à bêche ouverte, on peut réaliser la commande d'une manière un peu différente; dans le système qui en résulte, et qui est dessiné fig. 128, pl. II, chaque aube est venue de fonte avec un bras dont l'extrémité est munie de deux pivots: l'un transmettant par bielle à l'aube qui la suit, le mouvement communiqué par celle qui la précède.

L'une des aubes est munie d'un bras renforcé à l'extrémité duquel vient s'articuler la tringle de l'arbre actionné par le servo-moteur. Avec cette disposition, on supprime le cercle de vannage qui peut opposer au déplacement, un effort de frottement relativement considérable, surtout si le graissage ne peut en être assuré convenablement, comme c'est le cas avec la commande intérieure.

E) ENVELOPPE DES TURBINES A RÉACTION.

Nous avons indiqué au § 6 du Chapitre I le tracé de l'enveloppe en volute utilisée pour les moyennes et hautes chutes.

Il reste à examiner ici les dispositions les plus courantes des tuyauteries d'alimentation et d'évacuation, dispositions qui fixent l'orientation des tubulures par rapport aux pattes d'attaches.

Si la conduite d'alimentation peut être installée en dehors de la

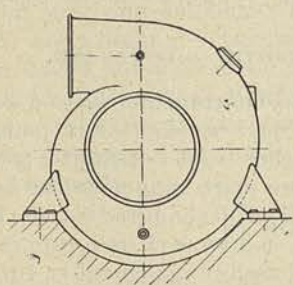


Fig. 119.

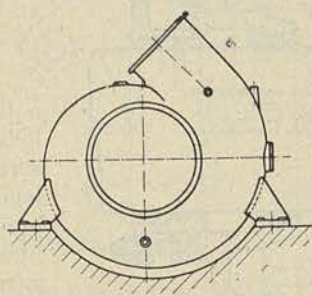


Fig. 120.

centrale à un *niveau supérieur à celui du plancher* de celle-ci, la tubulure de la volute sera disposée horizontalement au dessus de l'axe, ou à 45° vers le haut. (Fig. 119 et 120).

Si la conduite d'alimentation passe à un niveau inférieur à celui du plancher, plusieurs dispositions sont possibles.

La figure 140 de la planche IV donne celle qu'il convient d'adopter lorsque les dimensions de l'enveloppe exigent qu'une partie de celle-ci soit logée sous le plancher de façon à abaisser l'axe de la turbine à un niveau suffisamment bas pour que la surveillance des paliers et des organes de la distribution soit aisée. On voit que l'orientation de la tubulure est d'environ  $45^{\circ}$  vers le bas, de telle façon qu'on puisse la raccorder à la tuyauterie d'alimentation par l'intermédiaire d'une vanne de mise en marche, sans descendre l'axe de celle-ci au dessous d'une valeur admissible.

Avec la disposition de la figure 142, planche IV, l'axe de la turbine ne peut être amené aussi bas, mais l'exécution de la volute se trouve simplifiée.

Lorsque la volute est coupée en deux par un plan horizontal pour faciliter le démontage de la roue, (fig. 144, planche IV), on peut noyer la partie inférieure dans le massif de la fondation, en même temps que la partie de la tuyauterie d'alimentation qui va de la turbine à la conduite générale, orientée dans ce cas perpendiculairement à l'axe des groupes.

Dans les applications aux basses chutes, on utilise fréquemment les turbines à axe vertical avec volute en tôles d'acier rivées, à section rectangulaire et quelquefois circulaire (fig. 136, planche III).

La volute repose alors sur la fondation par l'intermédiaire du couvercle inférieur et par des supports appliqués en trois ou quatre points également distants répartis sur la ligne axiale de la volute.

Pour simplifier la construction on utilise parfois au lieu d'une volute, une simple bache cylindrique dans laquelle se trouve logée la turbine proprement dite. La fig. 134 de la planche III donne un exemple d'application de la bache cylindrique à une turbine double à axe horizontal. L'enveloppe est en tôle d'acier rivée avec fond en acier coulé, renforcé par des tirants.

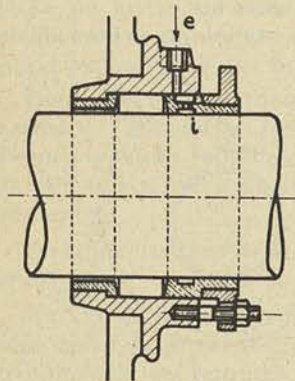


Fig. 121.

amenée d'une façon régulière sur l'arbre, en vue d'assurer le graissage de l'étope.

#### F) BOITES A BOURRAGE.

Les boîtes à bourrage destinées à assurer l'étanchéité de l'enveloppe aux points de sortie de l'arbre, sont construites généralement en une pièce rapportée sur l'enveloppe (fig. 121). Elles comportent une buselure de fond en bronze et un presse étope garni d'une buselure également en bronze ; dans cette buselure est ménagée une rainure *i*, par laquelle l'huile sortant d'un graisseur compte-gouttes appliqué en *e*, est

Cette étoupe constituée par des anneaux en corde de coton suiffé, légèrement pressés les uns contre les autres par le presse-étoupe, empêche les rentrées d'air dans le tube de succion.

Lorsque l'arbre possède des parties renflées aux deux extrémités, la boîte à bourrage doit être construite nécessairement en deux pièces ; nous avons représenté cette disposition fig. 122 ; les boulons *t* servent

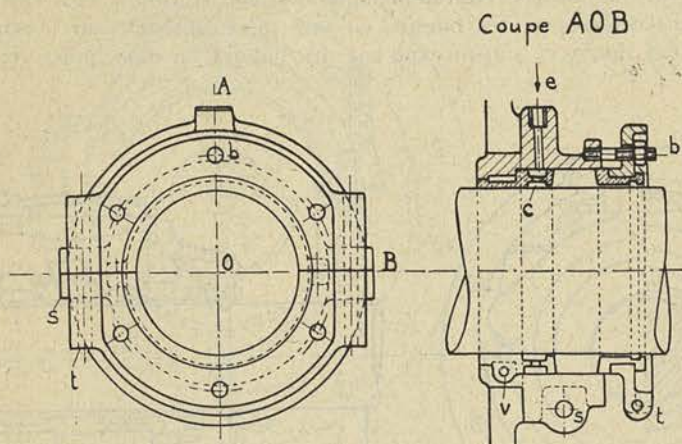


Fig. 122.

à l'assemblage du presse-étoupe tandis que les boulons *s* assurent l'assemblage de la boîte proprement dite. La buselure de fond assurant la circulation autour de l'arbre, de l'eau amenée en *e* sous pression, est fixée par moitié, à la demi-boîte correspondante, au moyen de deux vis *v*.

La fig. 123 représente une boîte à bourrage rapportée pour très haute pression avec cuir embouti ; elle est utilisée pour assurer l'étanchéité des couvercles au point de sortie des tiges de commande des aubes distributrices. L'organe destiné à presser le cuir dans la boîte est muni d'une bride ovale à deux boulons.

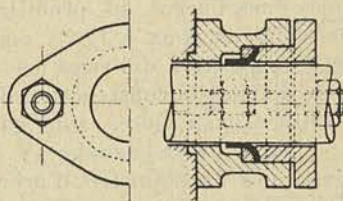


Fig. 123.

#### G) PALIERS ET BUTÉES.

Lorsque la pression spécifique ne dépasse pas 5 à 6 kg/cm<sup>2</sup>, la vitesse périphérique 4 à 5 m/sec. et partant que le produit *pv* reste compris entre 20 et 30 kgm/sec. et par cm<sup>2</sup>, on peut utiliser sans crainte, des paliers de support à graissage par bagues mobiles, sans refroidissement du bain d'huile.

Lorsque les dispositions d'ensemble le permettent, il est rationnel de construire les paliers avec une collerette permettant de centrer sur l'enveloppe et de réunir à celle-ci, le support de l'arbre.

La fig. 124 donne les détails de construction d'un palier de support à deux bagues de graissage de ce type. L'arbre est supposé muni d'embases rapportées destinées à empêcher son déplacement axial sous l'action de la poussée résiduelle agissant sur la roue ; ces embases sont constituées par des bagues en une pièce glissant sur l'arbre à frottement doux, et s'appuyant sur des bagues en deux pièces encas-

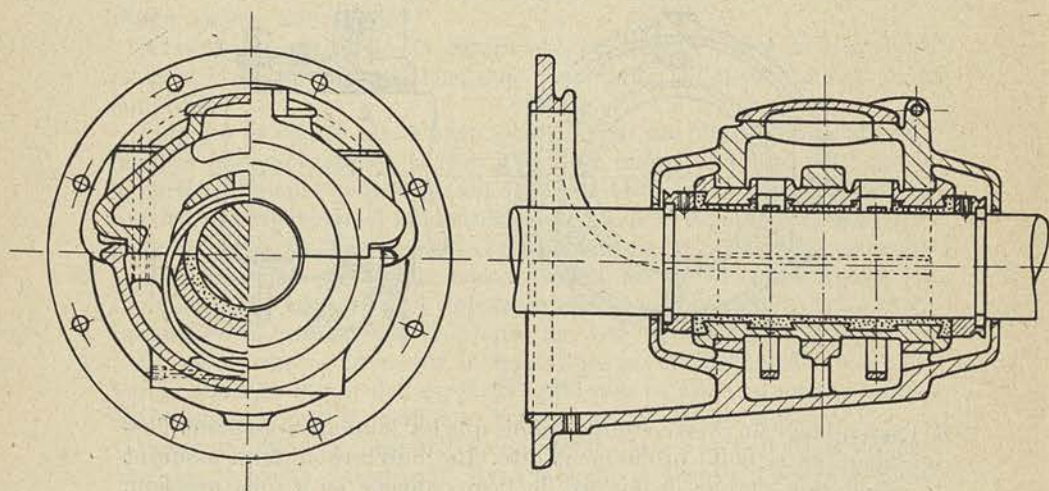


Fig. 124.

trées dans l'arbre, les premières emboîtant les secondes ; une vis de pression (ou deux à 120°) empêche la rotation des bagues. Grâce à cette disposition qui rend les embases aisément amovibles, il est possible d'éviter la construction des bourrages en deux pièces. Les coussinets en deux pièces, sont garnis de métal antifriction.

On trouvera planche IV (fig. 140) le dessin d'un palier analogue mais pour un diamètre d'arbre plus important avec butée en bout. Le graissage du pivot est assuré par un plateau vissé sur l'arbre qui ramène l'huile à la partie supérieure, d'où elle est raclée et dirigée sur les surfaces frottantes. Le grain est réglable au moyen d'une vis munie d'un écrou de serrage, de manière à rendre possible le réglage axial de la roue.

Nous donnons fig. 125 le plan d'un palier de support et de butée combiné, à graissage par *bague centrale fixe*, destiné à être centré et fixé également sur l'enveloppe ; par une bague en fonte emboîtant la canelure centrale, l'huile est ramenée du fond du palier à la partie supérieure ; de là, elle est raclée et dirigée dans des canaux latéraux qui débitent

dans l'axe de chacune des canelures de butée. Des conduits forés dans la partie inférieure du coussinet ramènent l'huile dans le réservoir.

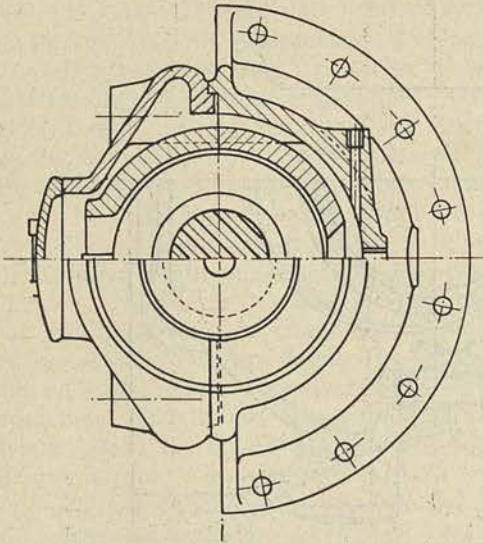
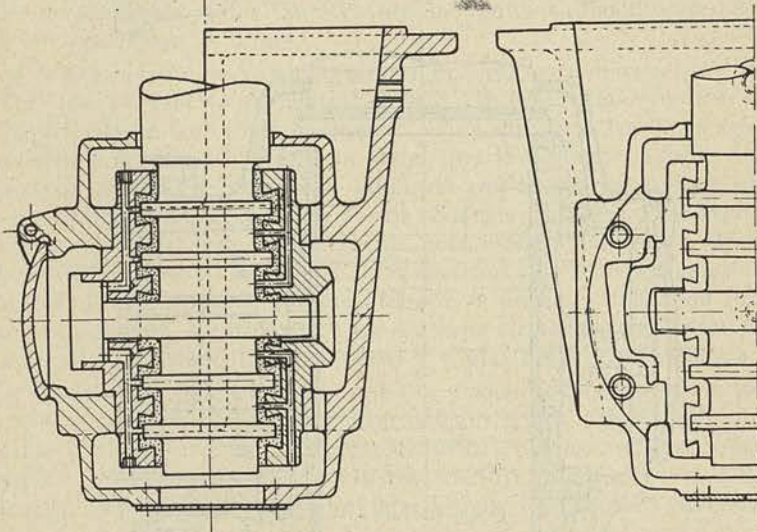


Fig. 125



Pour les paliers de grandes dimensions, lorsque les dispositions d'ensemble ne permettent pas de rattacher les supports de l'arbre à l'enve-

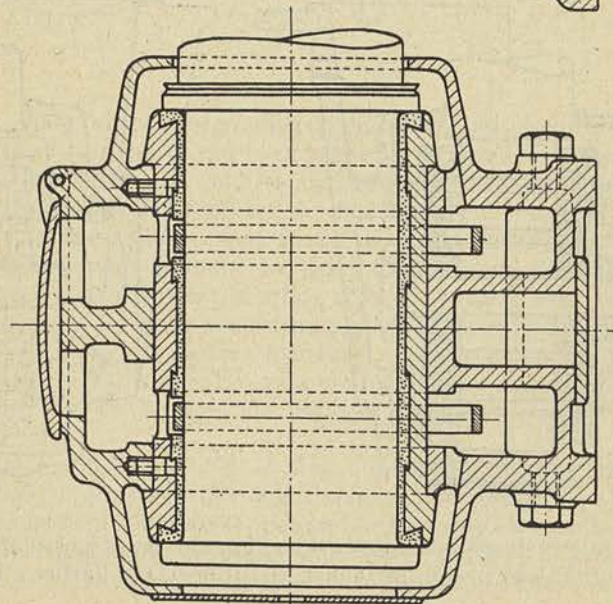
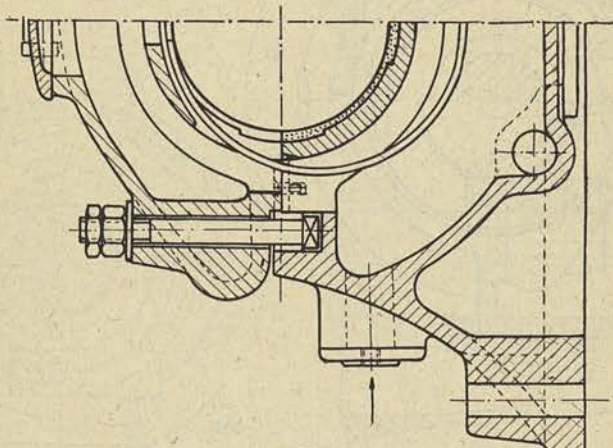
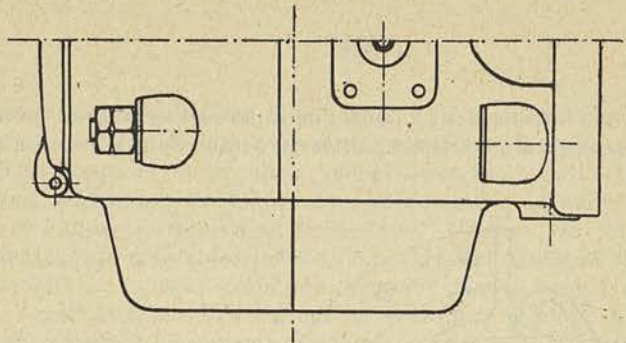


Fig. 126.

loppe, on utilise la construction représentée fig. 126, à 2 ou à 3 bagues de graissage suivant la longueur du coussinet.

Lorsque le produit  $pv$  dépasse 25 ou 30  $\text{kgm/sec.cm}^2$ , il est nécessaire de prévoir une circulation d'eau dans le palier, ou une circulation forcée de l'huile, refroidie alors dans un serpentín extérieur.

La fig. 126 donne la représentation d'un palier à 2 bagues de graissage avec refroidissement par circulation d'eau, celle-ci traversant une chambre ménagée entre les deux bagues ; lorsque le palier comporte trois bagues, on fait entrer l'eau par l'une des chambres ménagées entre deux bagues voisines, et on la fait sortir par l'autre.

Pour supporter le poids des pièces mobiles dans les types à axe vertical, en même temps que pour équilibrer la poussée axiale résiduelle, on fait usage aujourd'hui de butées du type *Mitchell*.

La surface frottante en acier trempé du plateau constituant le support de l'arbre, repose sur des *blocs articulés* qui s'orientent automatiquement lors de la mise en marche, et prennent une inclinaison sur le plan horizontal de façon à donner lieu sous chacun d'eux, à un véritable « coin » d'huile : on peut montrer <sup>(1)</sup>, en s'appuyant sur la théorie de l'écoulement des fluides visqueux, que la pression de l'huile peut atteindre dans ces conditions, des pressions de 200  $\text{kg/cm}^2$  et plus, sans que la lame d'huile cesse d'exister.

On peut adopter avec ce système des pressions moyennes extrêmement élevées de 70  $\text{kg/cm}^2$  et plus, avec des vitesses de 10 et 12 m. par seconde, pour autant qu'un dispositif soit employé pour maintenir l'huile de graissage à une température moyenne suffisamment basse (45 à 50° pour fixer les idées).

Ces paliers de butées remplacent aujourd'hui les paliers à canelures qui étaient d'un fonctionnement si délicat ; la réalisation du principe sur lequel repose leur fonctionnement, exige que tous les blocs *soient exactement à la même hauteur*, de façon que la pellicule d'huile dont l'épaisseur moyenne descend à quelques centièmes de millimètres, soit rigoureusement de la même forme sous tous les blocs. Un réglage de l'ordre de 1/1000<sup>e</sup> de millimètre ne peut évidemment être obtenu qu'automatiquement. C'est dans la réalisation de cette automaticité que réside l'invention du système *Mitchell*, le principe même du fonctionnement ayant été découvert par *Osborne Reynolds*, en partant des considérations purement théoriques il y a plus d'un quart de siècle.

Le dessin de la fig. 127 donne une des dispositions adoptées à cette fin. Les blocs sont portés par l'intermédiaire d'une calotte sphérique en acier trempé dur, sur des faces inclinées de deux secteurs voisins engagés à frottement doux dans une rainure circulaire en queue d'hironde. Ces secteurs en nombre égal à ceux des blocs, et également

---

(1) Nous traitons cette question à la fin du tome II de la troisième partie.

distants, peuvent s'écarter sous la pression exercée par ceux-ci : on conçoit dans ces conditions comment le réglage automatique peut s'opérer, les blocs les plus chargés déterminant l'écartement des secteurs voisins et le relèvement subséquent des autres blocs.

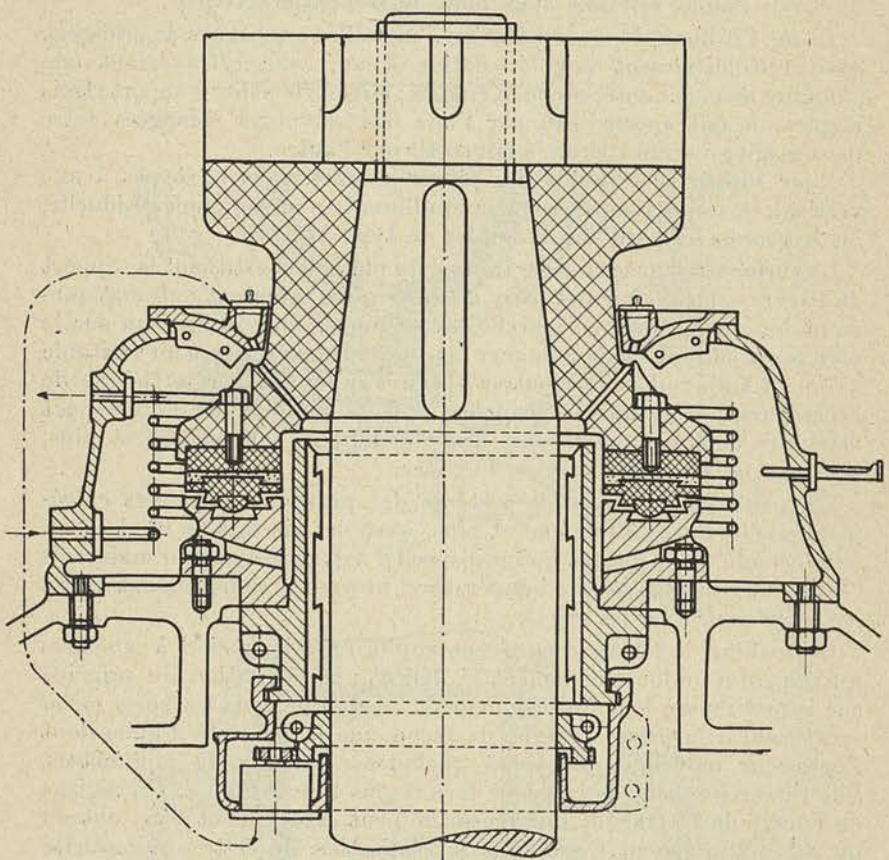


Fig. 127.

La surface de glissement des blocs est garnie de métal blanc, l'anneau porteur est en acier trempé. Tout l'ensemble de la partie fixe repose sur une surface sphérique et est baigné par l'huile refroidie au moyen d'un serpentin. Le système dessiné se rapporte au cas particulier d'une butée de soutien munie d'une buselure de guidage.

Le graissage de celle-ci est assuré par une pompe reprenant l'huile en dessous du coussinet et la refoulant à la partie supérieure de l'anneau porteur.

Le plus souvent cette buselure de guidage est indépendante du palier



de butée ; elle est alors remplacée par une tubulure de faible épaisseur, distante de l'arbre de quelques millimètres et n'ayant d'autre fonction que de maintenir dans le réservoir d'huile, un niveau suffisant pour que les surfaces frottantes soient constamment baignées par le lubrifiant.

#### § 4. — Description de quelques types de turbines

En vue de rendre plus intéressante cette description des principaux types et de permettre leur comparaison d'une façon plus saisissante, nous avons réuni dix projets répondant à des données choisies de façon que, *des trois éléments*  $Q$ ,  $H$ ,  $N$ , *un seul varie* en passant de l'un à l'autre.

Les planches II à V reproduisent les projets remaniés et complétés des élèves mécaniciens de la quatrième année d'études de l'Université de Liège (année académique 1922-1923).

Les projets peuvent se grouper de la manière suivante :

1<sup>er</sup> groupe : *Turbine pour très basses chutes* à bêche ouverte répondant aux données suivantes :

$$N = 250 \text{ tours}$$

horizontale	$Q = 3 \text{ m}^3/\text{sec}$	$H = 4\text{m}50$	$Ne = 140$
verticale	$Q = 3 \text{ m}^3/\text{sec}$	$H = 4\text{m}50$	$Ne = 140$
horizontale	$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sec}$	$H = 4\text{m}50$	$Ne = 280$

2<sup>me</sup> groupe : *Turbines pour basses chutes* à bêche fermée, ou à enveloppe, répondant aux données suivantes :

$Ne = 3500 \text{ chevaux}$	$N = 150$		
horizontale	$Q = 18\text{m}^3/\text{sec}$	$H = 17\text{m}50$	
verticale	$Q = 18\text{m}^3/\text{sec}$	$H = 17\text{m}50$	
verticale	$Q = 36\text{m}^3/\text{sec}$	$H = 9\text{m}00$	

3<sup>me</sup> groupe : *Turbines à enveloppe pour chutes moyennes* répondant aux données suivantes :

$Ne = 3500 \text{ chev.}$	$Q = 6\text{m}^3/\text{sec}$	$H = 50 \text{ m}$
1 <sup>er</sup> type	$N = 250$	
2 <sup>e</sup> type	$N = 375$	
3 <sup>e</sup> type	$N = 500$	

Le 10<sup>e</sup> projet se rapporte à une turbine d'action *Pellon* à *très haute chute* d'une puissance double de celle des turbines des 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> groupes, soit 7000 chevaux à 300 tours.

*1<sup>er</sup> groupe : Turbines pour très basses chutes.*

(figures 128 à 133, planche II)

Pour les très basses chutes, on utilise la turbine à bêche ouverte à axe horizontal ou vertical. Le type à axe vertical est particulièrement approprié pour les très faibles hauteurs et pour les grands débits car on évite avec lui le coude du tuyau d'évacuation et les pertes par tourbillonnement qui résultent de sa présence à l'entrée du tuyau de suction.

Les projets du 1<sup>er</sup> groupe se rapportent à des turbines d'assez faible puissance (140 et 280 chevaux) qui peuvent être exécutées aussi bien dans le type vertical que dans le type horizontal. Elles sont étudiées pour faire partie d'une série, de manière qu'il soit possible de les employer pour des chutes comprises entre 2 et 8 m, pour autant que les données  $Q$ ,  $H$  et  $N$  conduisent à des valeurs du coefficient  $R$  comprises entre 2 et 2,5, c'est-à-dire des valeurs dépassant quelque peu celles que nous nous étions fixées comme limite du type mixte large. Avec ces valeurs élevées de  $R$ , on ne peut guère tabler que sur un rendement compris entre 0,75 et 0,80 mais on est conduit à des dimensions minima qui permettent d'abaisser le prix de revient de la turbine et d'élever le nombre de tours, de manière à faciliter l'attaque directe des transmissions ou des génératrices électriques.

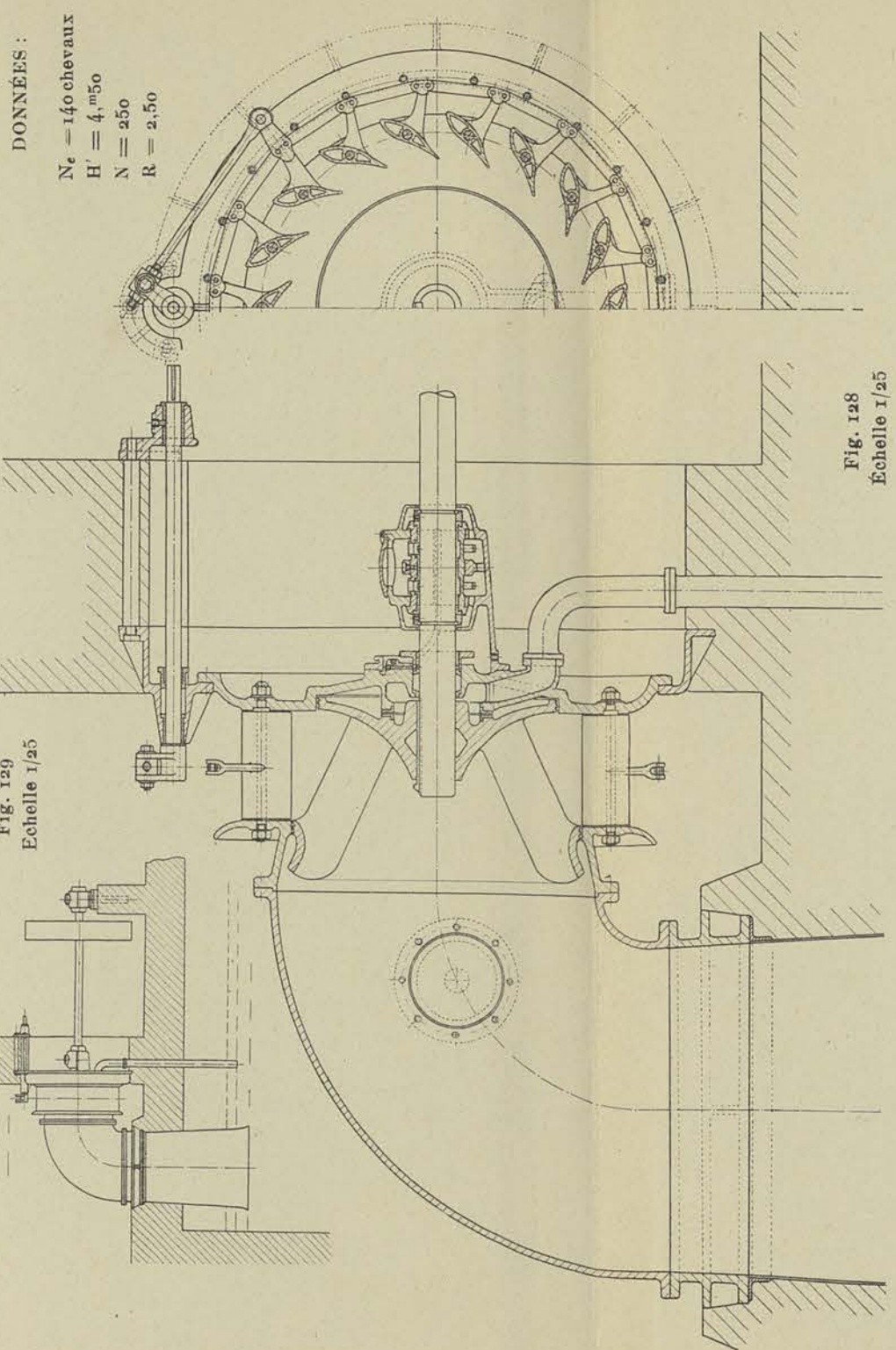
Dans une telle série, la roue est la même pour les trois types : horizontal simple ou double, et vertical.

Le distributeur est également le même : nous avons supposé à titre d'exemple, que le cercle de vannage était supprimé et remplacé par une « chaîne » décrite au paragraphe précédent.

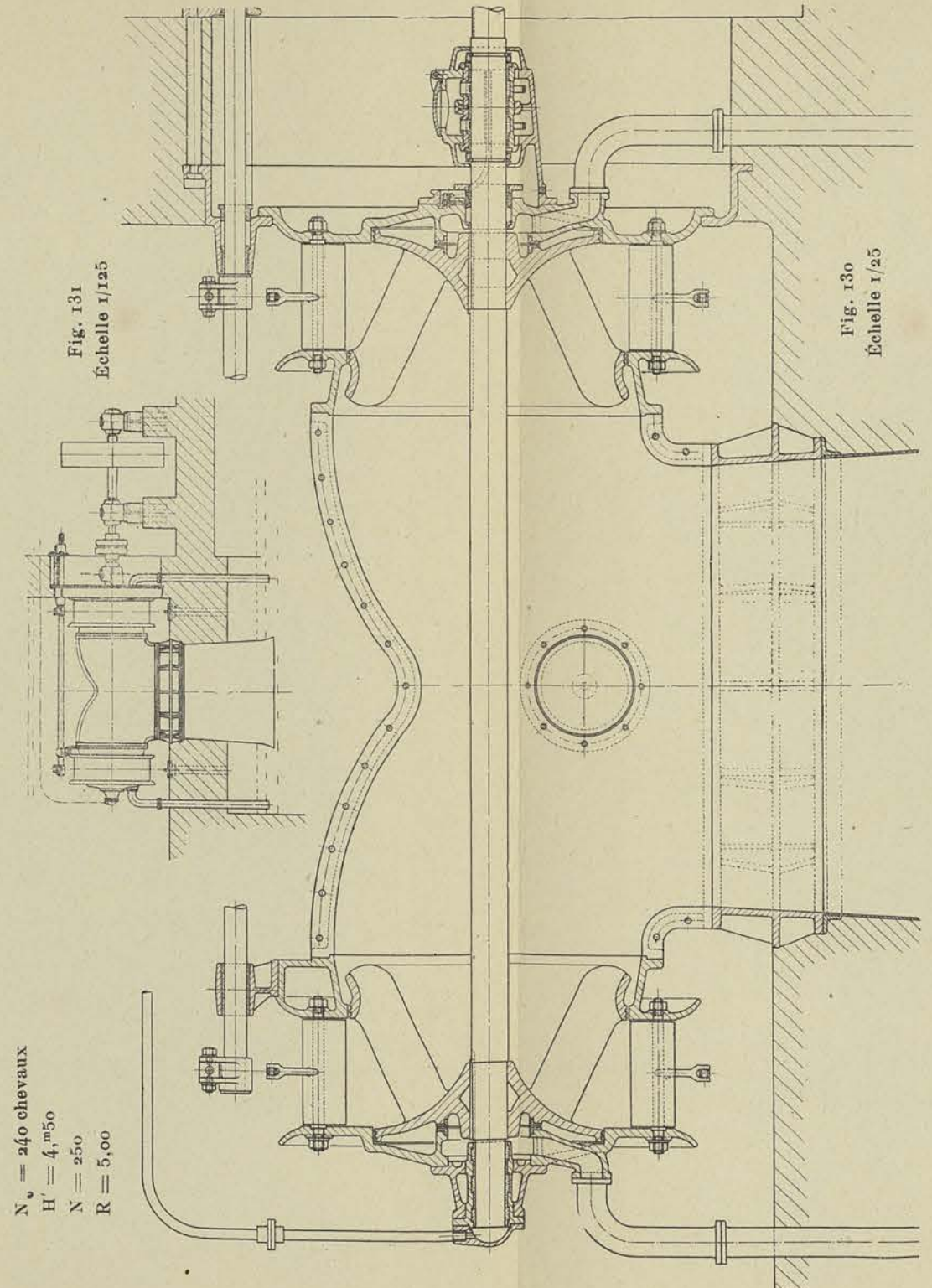
Nous avons également supposé que les deux types à axe horizontal étaient munis d'un dispositif d'équilibrage automatique de façon à supprimer tout danger d'échauffement du palier : lorsque la poussée axiale n'est que partiellement équilibrée, les embases ne peuvent supporter en effet, les pressions spécifiques qui en résultent.

Le fonctionnement de ce dispositif exige que l'arbre puisse se déplacer axialement de quelques millimètres ; les embases ne sont donc là que pour limiter le déplacement de la roue et suppléer à un défaut d'équilibrage momentané. Le tracé des formes extérieures est exécuté de façon à pouvoir donner au fond une courbure assez prononcée qui le rend beaucoup plus résistant, à épaisseur égale.

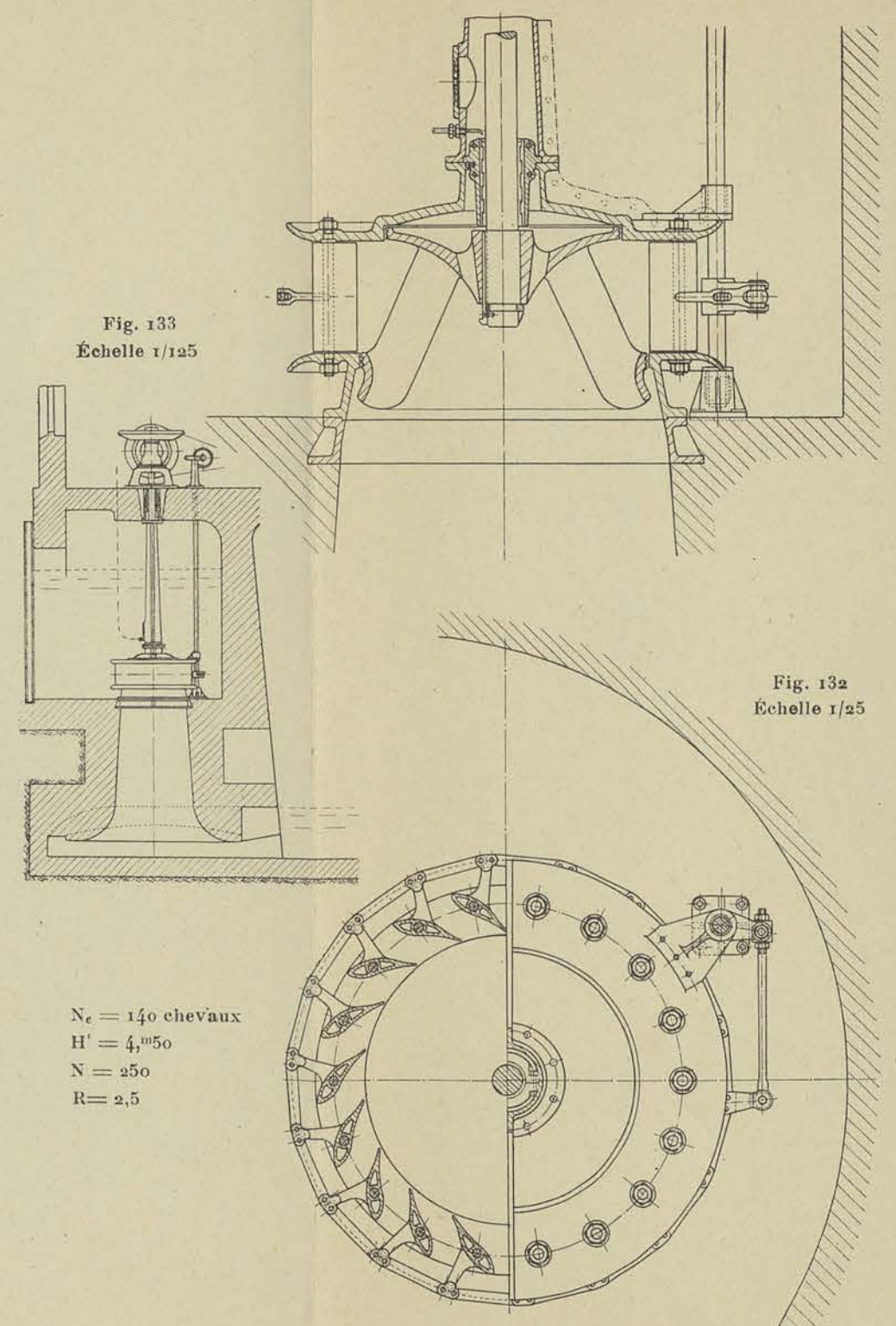
On peut éviter le porte-à-faux en prolongeant l'arbre et en soutenant, son extrémité par une buselure portée par le tuyau d'évacuation. Cette buselure soustraite à l'action de l'eau par un couvercle extérieur



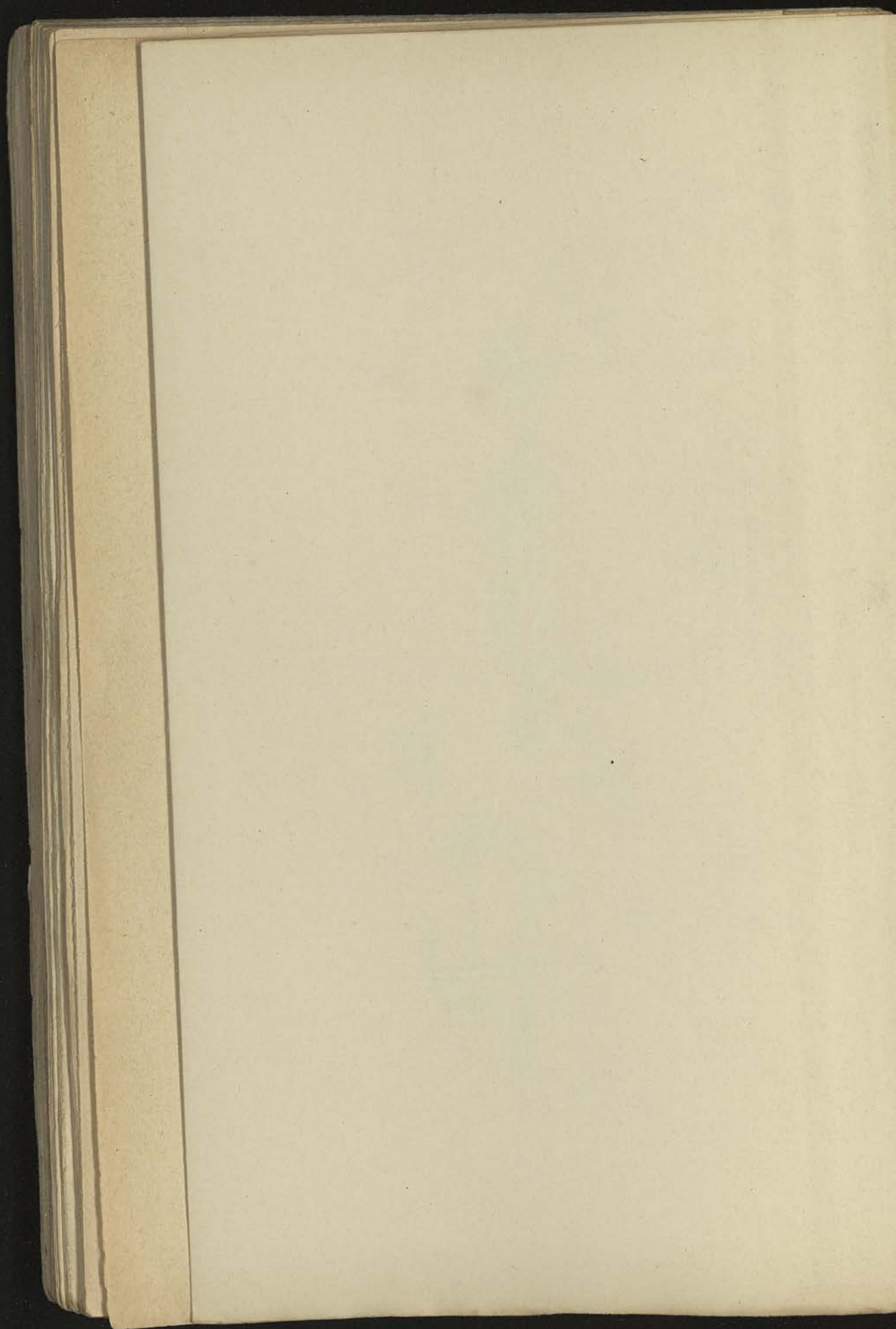
DONNÉES :  
 $N_e = 140$  chevaux  
 $H' = 4,^m50$   
 $N = 250$   
 $R = 2,50$



$N_e = 240$  chevaux  
 $H' = 4,^m50$   
 $N = 250$   
 $R = 5,00$



$N_e = 140$  chevaux  
 $H' = 4,^m50$   
 $N = 250$   
 $R = 2,5$



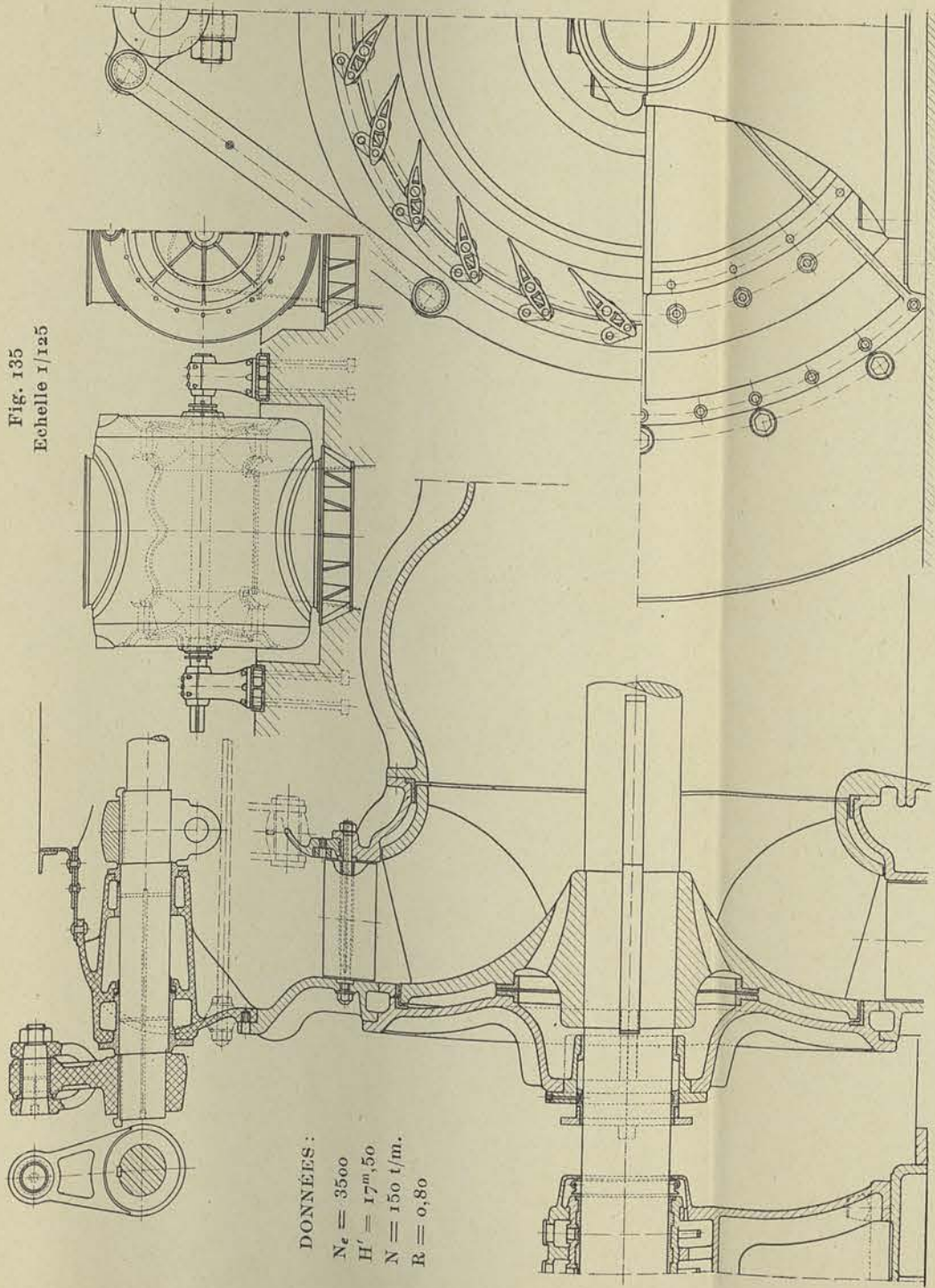


Fig. 134 — Echelle 1/25

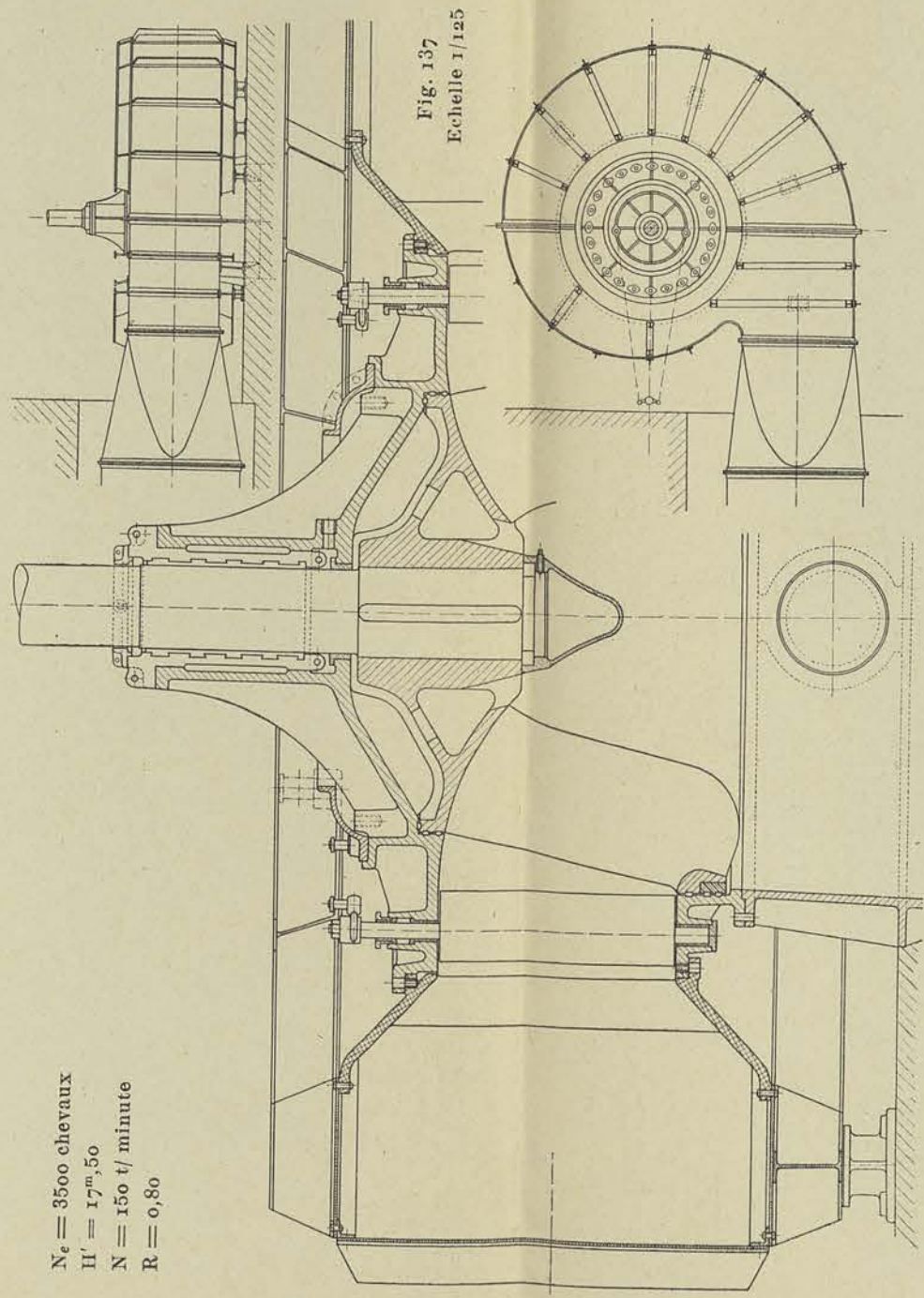


Fig. 136. — Echelle 1/25

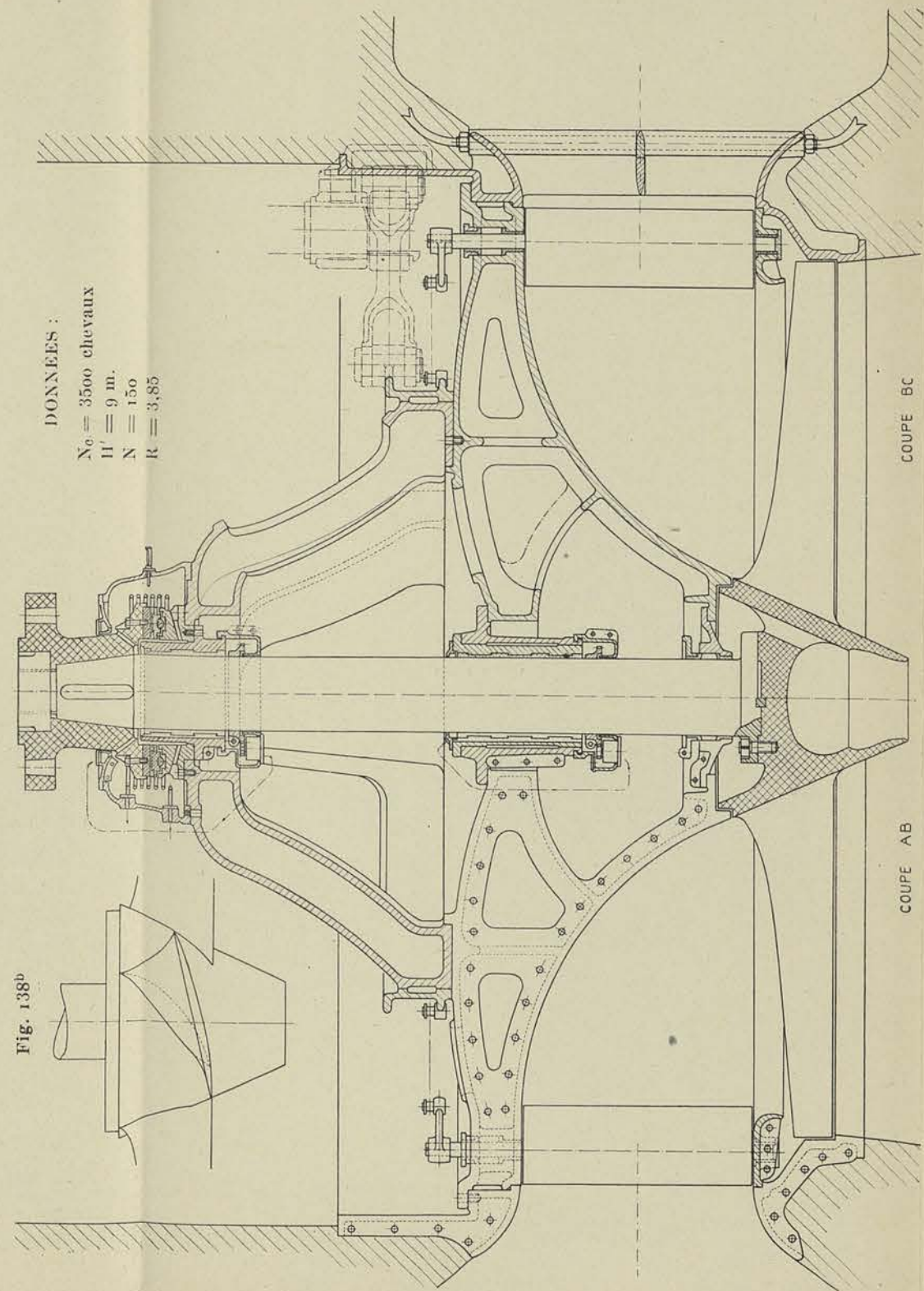


Fig. 138. — Echelle 1/25

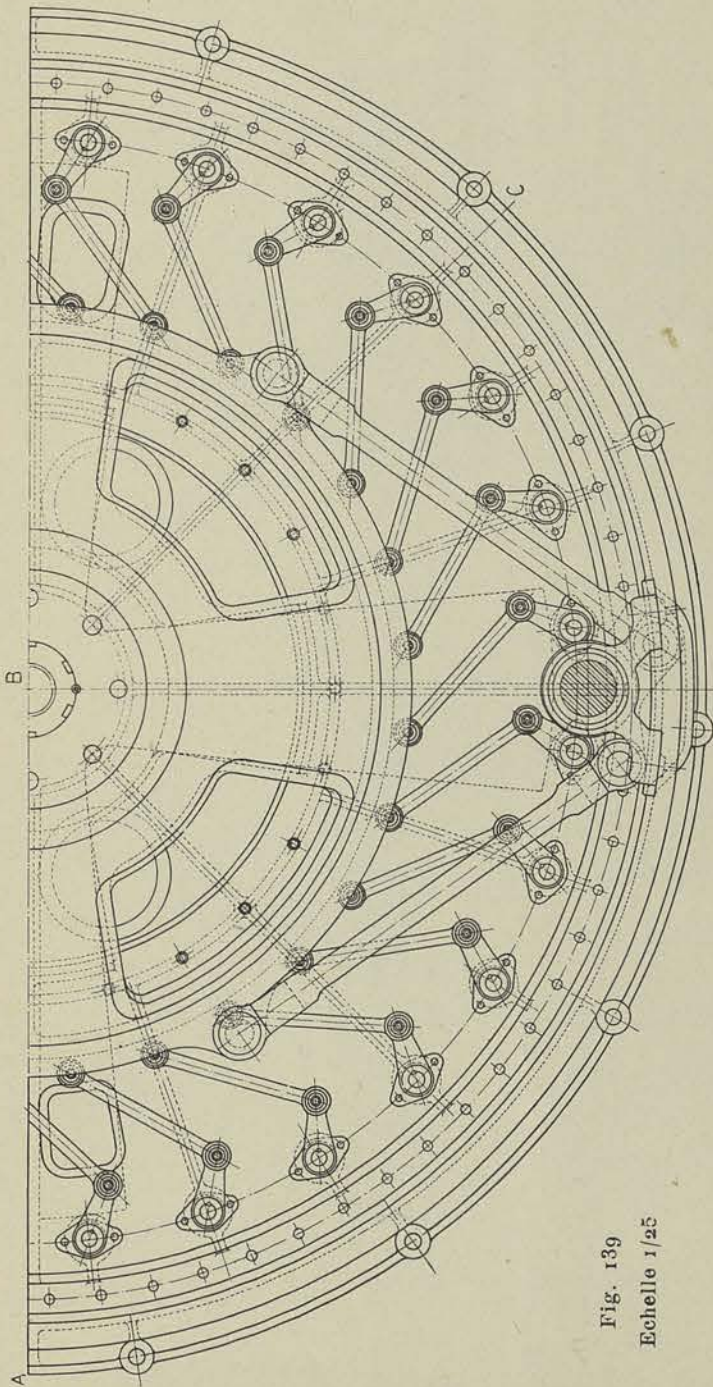
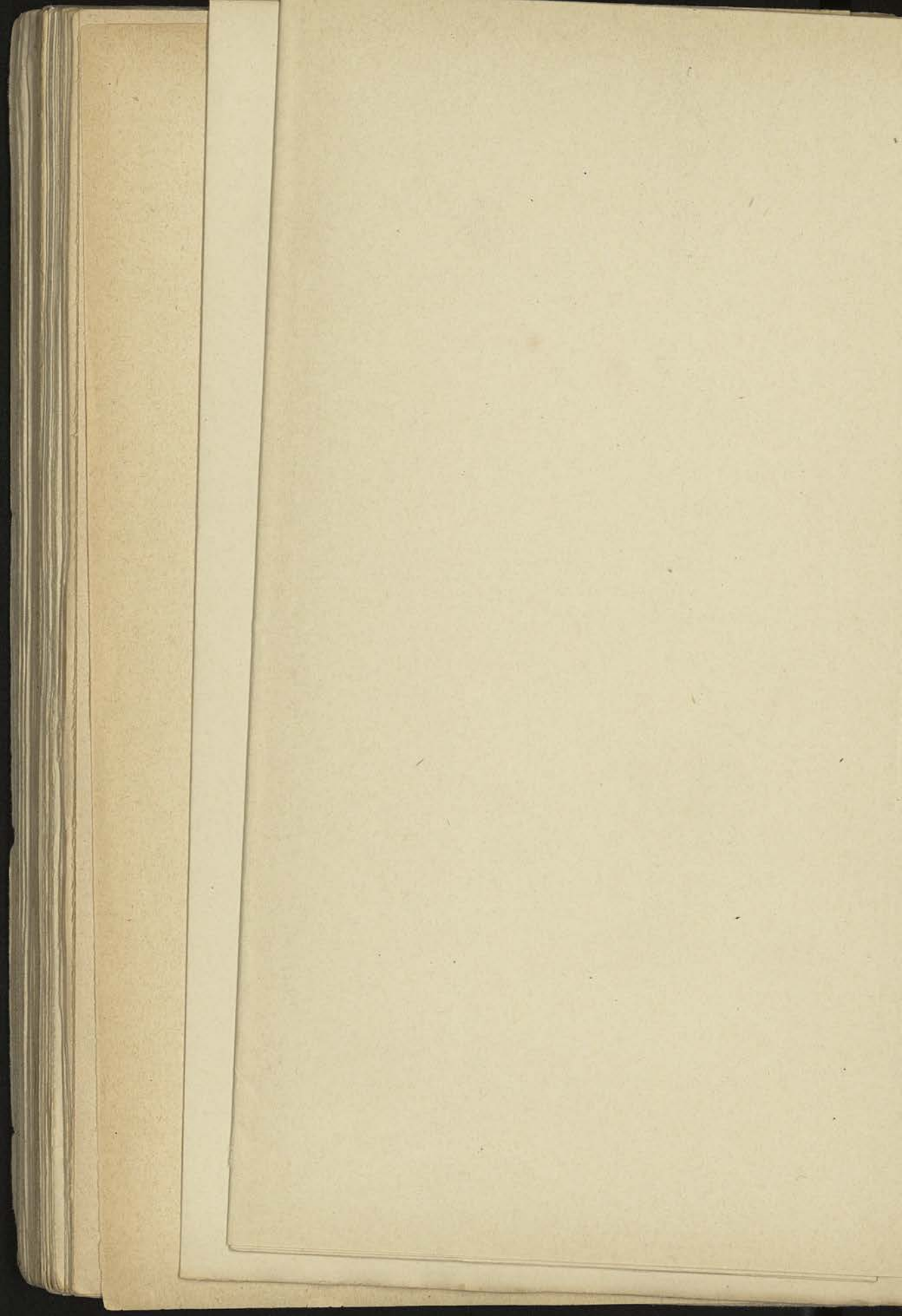


Fig. 139  
Echelle 1/25



étanche est graissée au moyen d'un tuyau venant de la chambre de transmission et aboutissant à celui-ci, ainsi que cela est indiqué dans le dessin de la figure 130 pour le type à deux roues,

Avec le type vertical, on peut descendre jusqu'à des hauteurs de chute de 1m50 et moins, même pour des puissances assez élevées, en logeant la turbine dans une chambre spéciale alimentée en syphon.

*2<sup>me</sup> Groupe : Turbines pour basses chutes.*

(figures 134 à 139, planche III)

Pour les basses chutes on est forcé d'employer une chambre en béton et, lorsque les hauteurs dépassent nettement 10 m. une huche en tôle.

Nous donnons fig. 134, planche III, l'ensemble d'une turbine à axe horizontal double, de 3500 chevaux à 150 tours, à huche en tôle.

Les données :

$N_e = 3500$  chev.

$H = 17m.50$

$N = 150$

conduisent à une valeur de  $R$  égale à 0,400 si on dédouble la turbine. La roue répond dans ces conditions au tracé indiqué au chapitre V 2<sup>e</sup> fascicule.

L'enveloppe en tôle est rivée à des couronnes en acier coulé sur lesquelles viennent se boulonner les couvercles. Le diamètre de ceux-ci est déterminé par les dimensions du double coude faisant communiquer l'ouïe des roues avec le tube de succion ; ce double coude supposé en une pièce, doit pouvoir être introduit en le faisant glisser axialement, le collet inférieur de liaison avec le tube de succion étant relevé à un niveau légèrement inférieur à l'axe.

Le démontage des roues peut s'effectuer en les décalant de l'arbre, et en les faisant glisser vers l'extérieur, de part et d'autre de l'enveloppe.

Les cercles de vannage intérieurs sont actionnés par des tringles, rattachées à des doubles leviers calés sur un arbre parallèle à l'axe de la turbine ; cet arbre porté aux deux extrémités sur les fonds, est commandé extérieurement par un levier en relation avec le servomoteur du régulateur.

Ici encore nous avons supposé qu'un dispositif d'équilibrage automatique était réalisé, malgré la présence des roues à ouïes opposées qui tendent à s'équilibrer d'elles-mêmes.

Les paliers sont ici isolés de l'enveloppe et s'appuient sur la fondation par l'intermédiaire de socles isolés ; le montage est de ce fait rendu plus délicat car il s'agit d'orienter ces paliers par rapport à l'enveloppe, de façon à faire coïncider rigoureusement l'axe passant par le centre des bourrages, avec l'axe passant par le centre des paliers.

Le deuxième projet du second groupe répond aux mêmes données mais il utilise le type vertical ; sous peine d'être conduit à des complications qui ne sont plus admises aujourd'hui, on doit rejeter le type à deux roues. Dans ces conditions les données correspondent à  $R = 0,800$  environ, c'est-à-dire à une roue du type mixte.

Nous avons supposé (fig. 136, pl. III) que la volute était construite à section rectangulaire en tôles d'acier rivées sur cornières, les parois étant renforcées par des traverses en double T.

Les couvercles de l'enveloppe sont boulonnés sur des couronnes en acier coulé, rivées sur la volute en tôle, et reliées entre elles par des nervures capables de supporter toute la charge appliquée sur les fonds et sur la moitié de la surface projetée de la volute. L'arbre est guidé dans une longue buselure, garnie de métal blanc et graissée d'une manière continue à la partie supérieure ; l'absence de bourrage à la partie inférieure rend difficile la récupération de cette huile, qui a une tendance à être aspirée par la dépression régnant à l'ouïe de la roue.

L'arbre est supposé soutenu par une butée du genre *Mitchell*, non dessinée, placée à la partie supérieure de l'alternateur qu'il commande.

L'attaque des aubes distributrices est faite par un anneau extérieur dont la forme est étudiée de façon à supporter rationnellement les axes des bielles et les deux axes des tringles du servo-moteur, tout en présentant un grand moment d'inertie transversal.

Le troisième projet correspond à une valeur de  $R$  voisine de 4 :

$$N_e = 3500 \text{ chevaux} \quad H = 9 \text{ m} \quad N = 150 ;$$

c'est dire qu'il utilise un type moins courant, surtout si l'on tient compte de la puissance imposée.

Nous avons adopté la roue du type en hélice, avec support de butée faisant corps avec la turbine (fig. 138 planche III).

Les dimensions considérables du fond exigent une construction de deux pièces au moins, assemblées par boulons ; des ouvertures ménagées à la partie supérieure permettent le serrage de ces boulons et l'accès du presse-étoupe ainsi que de la pompe de circulation d'huile du coussinet de guidage.

L'arbre venu de forge avec un plateau est boulonné sur le moyeu de l'hélice par des boulons d'assemblage ne travaillant pas au cisaillement, l'effort de torsion étant transmis par une cale enclavée dans le plateau.

Un couvercle en deux pièces portant le bourrage, donne accès à ces boulons pour le démontage de la roue ; la buselure de guidage est portée dans un manchon en deux pièces qui, enlevé, permet de livrer passage au plateau venu de forge avec l'arbre.

Le graissage de la buselure est assuré par une pompe rotative à palette logée dans le réservoir suspendu au manchon ; cette pompe



DONNÉES :  
 $N_e = 3500$  chevaux  
 $H' = 50$  m.  
 $N = 250$  t/minute  
 $R = 0,15$

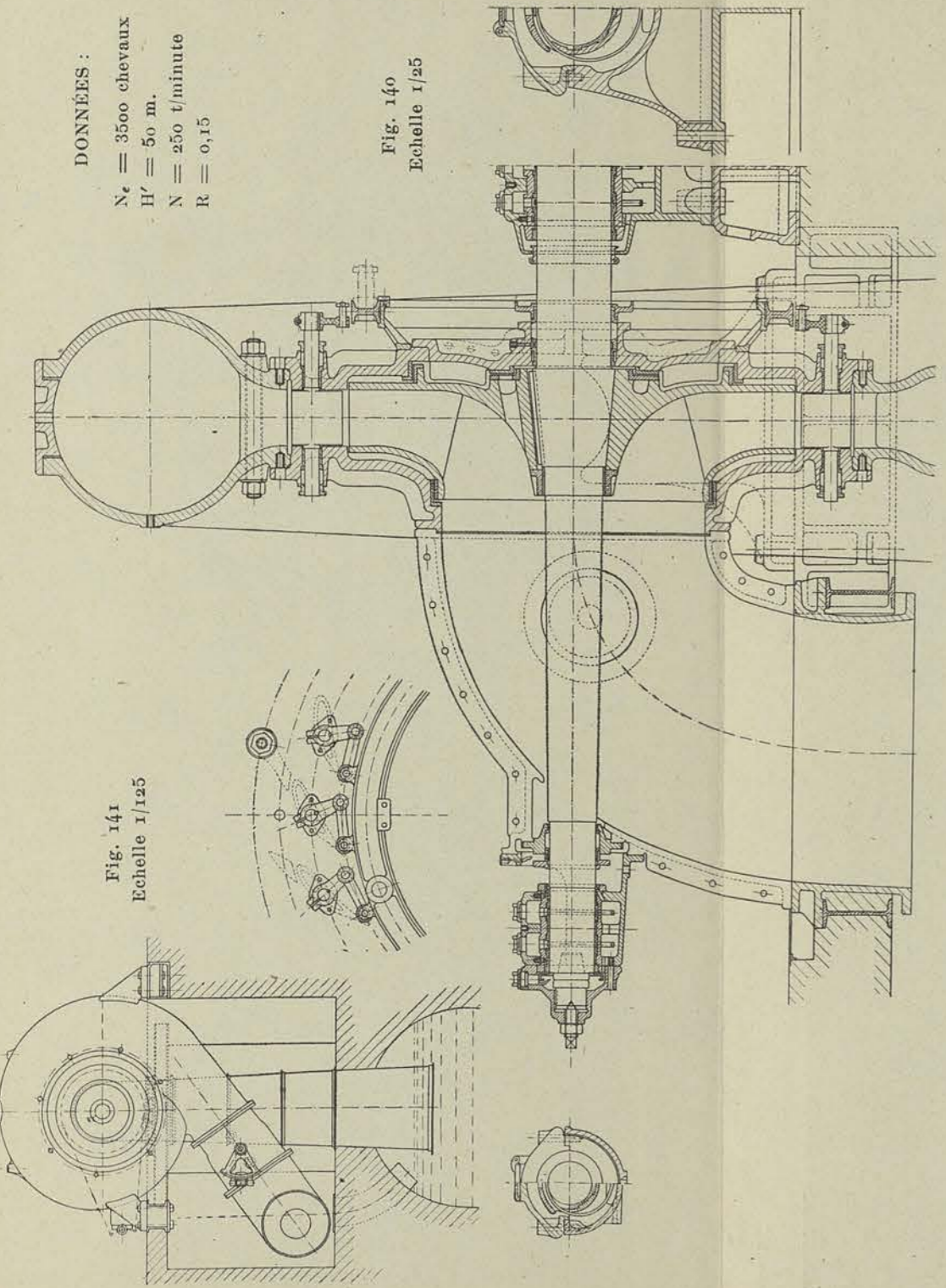


Fig. 140  
 Echelle 1/25

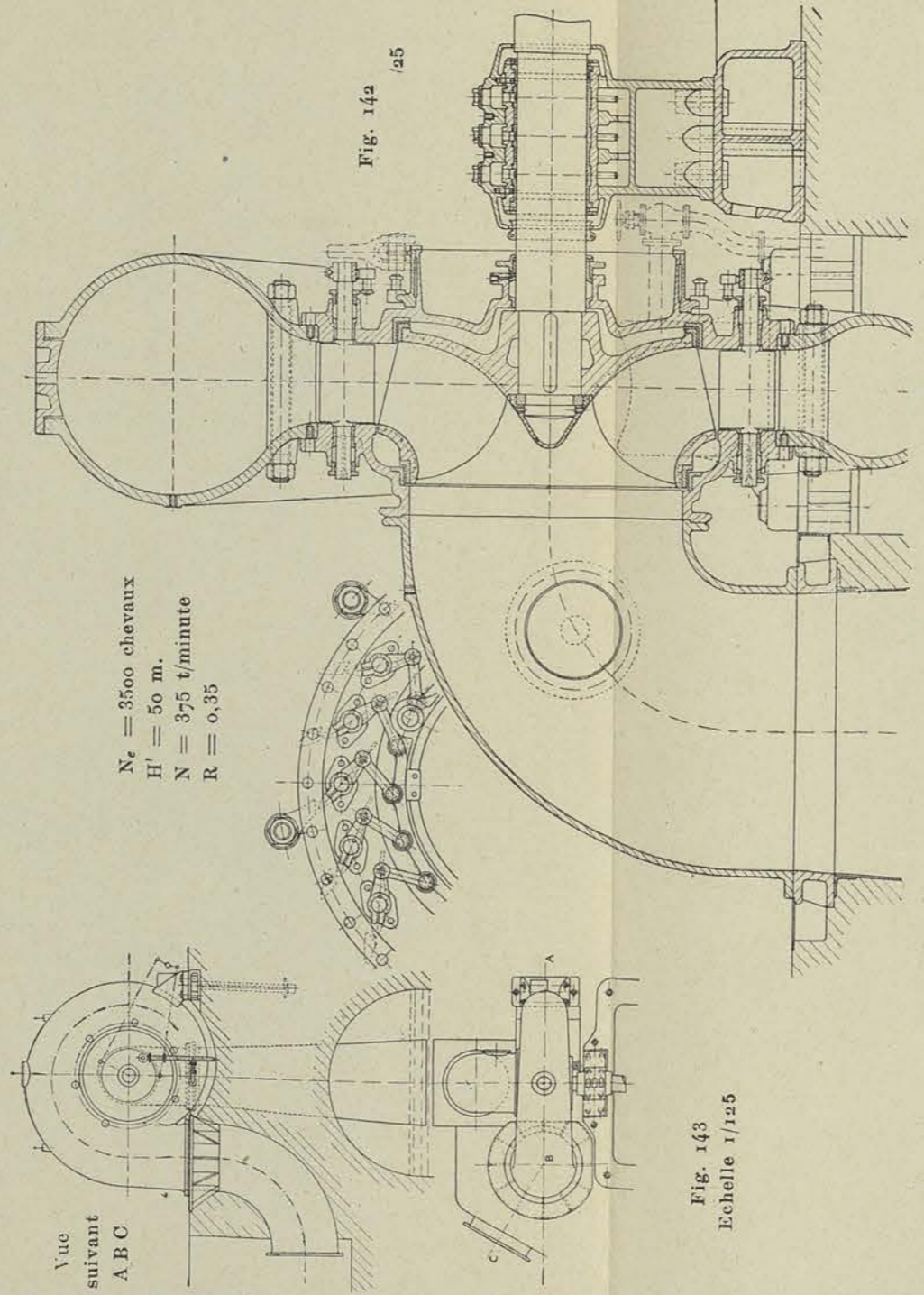


Fig. 142  
 Echelle 1/25

$N_e = 3500$  chevaux  
 $H' = 50$  m.  
 $N = 375$  t/minute  
 $R = 0,35$

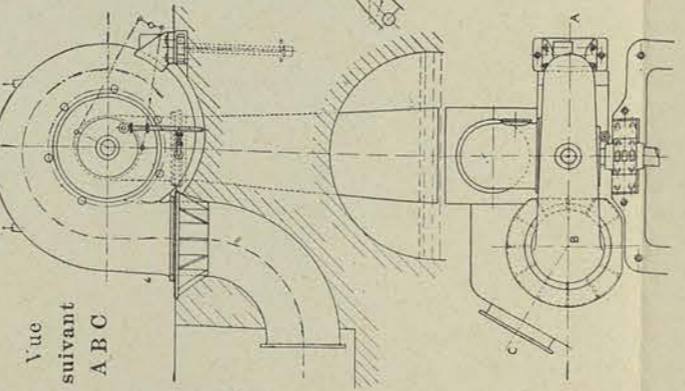


Fig. 143  
 Echelle 1/125

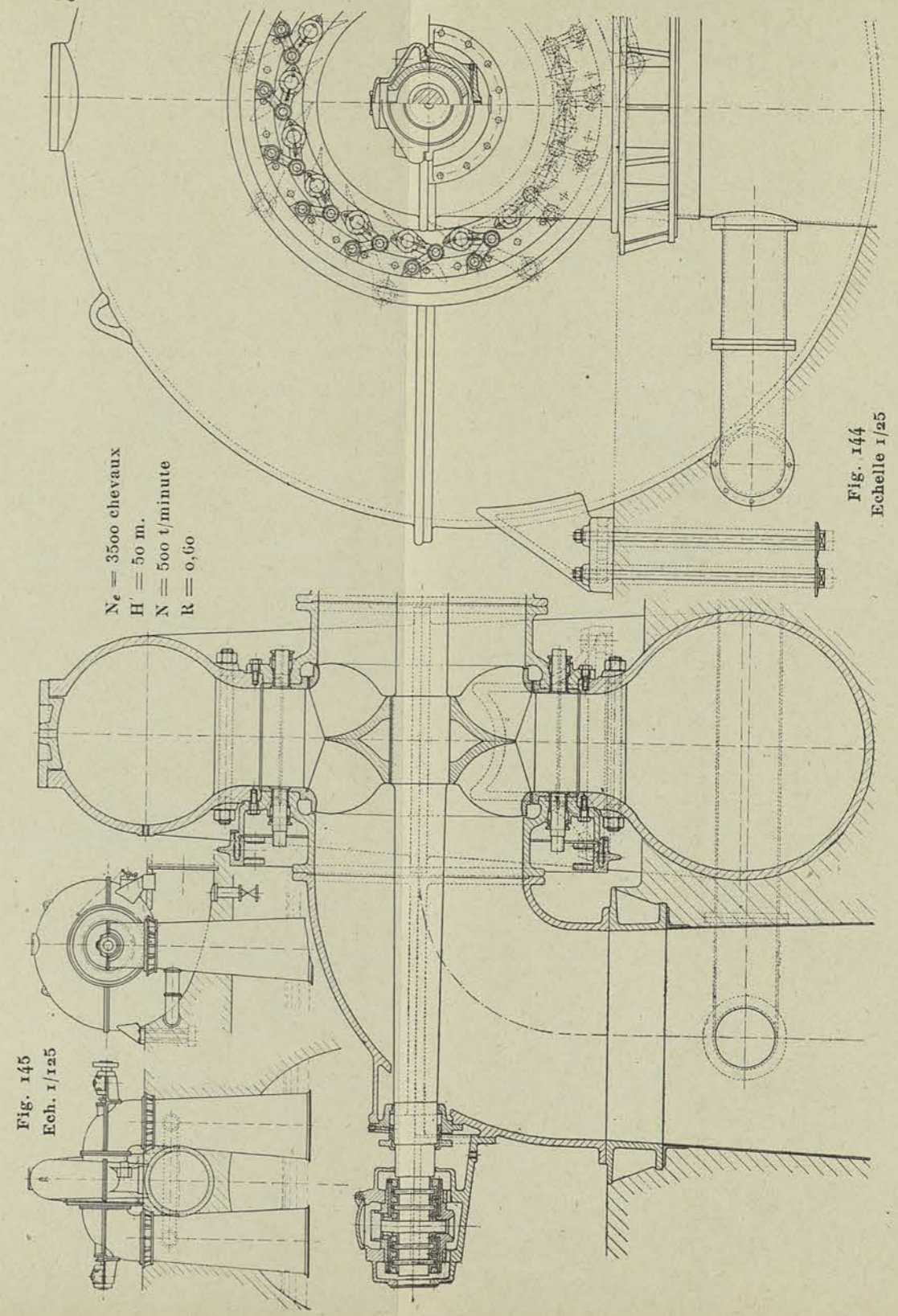


Fig. 144  
 Echelle 1/25

$N_e = 3500$  chevaux  
 $H' = 50$  m.  
 $N = 500$  t/minute  
 $R = 0,60$

Fig. 145  
 Ech. 1/125



est commandée par une roue dentée faisant corps avec un plateau calé sur l'arbre et formant coupe-huile ; cette pompe reprend l'huile au réservoir, et la refoule à la partie supérieure de la buselure.

Un mode de graissage identique est adopté pour la buselure supérieure ; en ce qui concerne les détails du palier de butée, nous renvoyons le lecteur au paragraphe précédent.

La commande des aubes distributrices est extérieure ; l'arbre d'attaque actionné par le servo-moteur, est vertical et est soutenu par la paroi de la cuve qui limite la volute. Celle-ci est réalisée dans le massif de béton armé et renforcée par des tirants reliant les couronnes venues de fonte avec la cuve.

### 3<sup>e</sup> groupe : Turbines pour chutes moyennes.

(figures 140 à 145, planche IV)

Pour les turbines à chute moyenne dont le débit ne dépasse pas 6 à 7 m<sup>3</sup> par seconde, les types à axe horizontal sont généralement préférés, étant donné la plus grande accessibilité des différents organes de la distribution, leur facilité de surveillance et d'entretien.

Pour des débits plus élevés les dimensions d'encombrement de la volute et du tuyau coudé d'évacuation conduisent presque inévitablement à l'adoption du type vertical. Nous avons choisi pour faire ressortir l'influence du nombre de tours, une hauteur de chute de 50 m. et une puissance de 3500 chevaux effectifs, et nous nous sommes imposé successivement les vitesses de 250, 375, 500 tours par minute.

Le nombre de tours de 250 est manifestement inférieur à celui adopté par les constructeurs qui, pour réduire les dimensions et le prix de revient du groupe turbine-alternateur, choisissent une valeur de  $N$  aussi élevée que possible, de manière à utiliser le type hélico-centripète large ou le type mixte étroit.

Avec  $N = 250$  les calculs effectués page 124, conduisent au type hélico-centripète étroit. L'étude du tracé des aubes mobiles a été faite au § 3 du chapitre 1, 3<sup>e</sup> fascicule, celle du tracé des aubes fixes au § 5 du même chapitre.

La volute est supposée en une pièce (fig. 140 planche IV), le tuyau d'évacuation en deux pièces séparées par un joint vertical. Cette disposition rend la roue relativement accessible. Cette roue est munie d'un dispositif décrit précédemment, permettant de réaliser un équilibrage automatique à toutes les charges ; une butée est néanmoins prévue pour empêcher tout déplacement de l'arbre dans le sens du tuyau d'évacuation. La volute munie d'aubes fixes est renforcée par sept boulons traversant des douilles appropriées ; les fonds qui sont de dimensions exceptionnelles, sont raidis par des nervures.

Le cercle de vannage porté par l'enveloppe, est à section en double T. Les paliers sont à graissage par bagues sans refroidissement en raison de la vitesse de rotation relativement faible qui a été adoptée.

Des trous d'homme pour la visite intérieure de l'ouïe et de la périphérie de l'aubage ont été prévus. Le calage de la roue sur portée conique rend possible le démontage de celle-ci sans toucher à l'arbre.

Pour la construction de la turbine à 375 tours, nous avons adopté le type en porte-à-faux avec une roue hélico-centripète large correspondant à une valeur de  $R = 0,35$ . Les calculs effectués page 153 fournissent les dimensions données par le fig. 142 planche IV à l'échelle 1/25. Ce type conduit à une vitesse à l'ouïe relativement très élevée, la vitesse périphérique dépassant notablement la valeur limite de 20 m/sec. que nous nous étions imposée, lorsque nous avons fixé les proportions des types de la classification présentée au chapitre 5 du deuxième fascicule. Nous avons conservé néanmoins les proportions du type hélico-centripète large défini fig. 63, afin de faire ressortir d'une manière plus saisissante la raison d'être des différents types ; sauf le cas où l'on envisage la construction en série (et il ne peut être question de séries pour des turbines de l'importance de celle étudiée ici) il n'y a évidemment aucune raison de s'en tenir strictement à 5 ou 6 types, et de ne pas faire varier pour chaque cas le rapport  $m$  de telle façon que la vitesse de sortie  $c_s$  ne dépasse pas 5, 6 ou 7 m/sec. suivant l'importance du débit.

Cette remarque faite, il suffira d'insister sur quelques particularités de l'ensemble. La volute s'appuie par sa tubulure de sortie, sur la fondation ; le tuyau coudé d'évacuation en une pièce, est fixé au tube de succion par des boulons de telle façon que ceux-ci enlevés, il soit possible de le déplacer axialement puis de le soulever de manière à avoir accès à la roue pour le démontage.

L'équilibrage est supposé obtenu par un réglage à la main de la vanne figurée en trait mixte.

Une ouverture est prévue pour la vidange de la volute (fig. 143) ; comme pour les précédentes turbines à enveloppe, des trous d'homme pour la visite de l'aubage mobile et de l'aubage fixe, sont placés sur le tuyau de sortie et sur la volute. Des trous taraudés pour le placement d'un manomètre sur la volute et sur le tuyau de sortie sont également indiqués.

Le palier du support sert à la fois pour la roue de la turbine et pour le rotor de la génératrice électrique qu'elle commande ; le palier d'extrémité non dessiné, est muni d'une butée empêchant le déplacement axial de l'arbre et supportant la poussée résiduelle agissant sur la roue.

En ce qui concerne la turbine n° 3 à 500 tours, nous avons adopté le type mixte étroit à double ouïe, la valeur de  $R$  atteignant dans ce cas 0,6 pour l'ensemble.

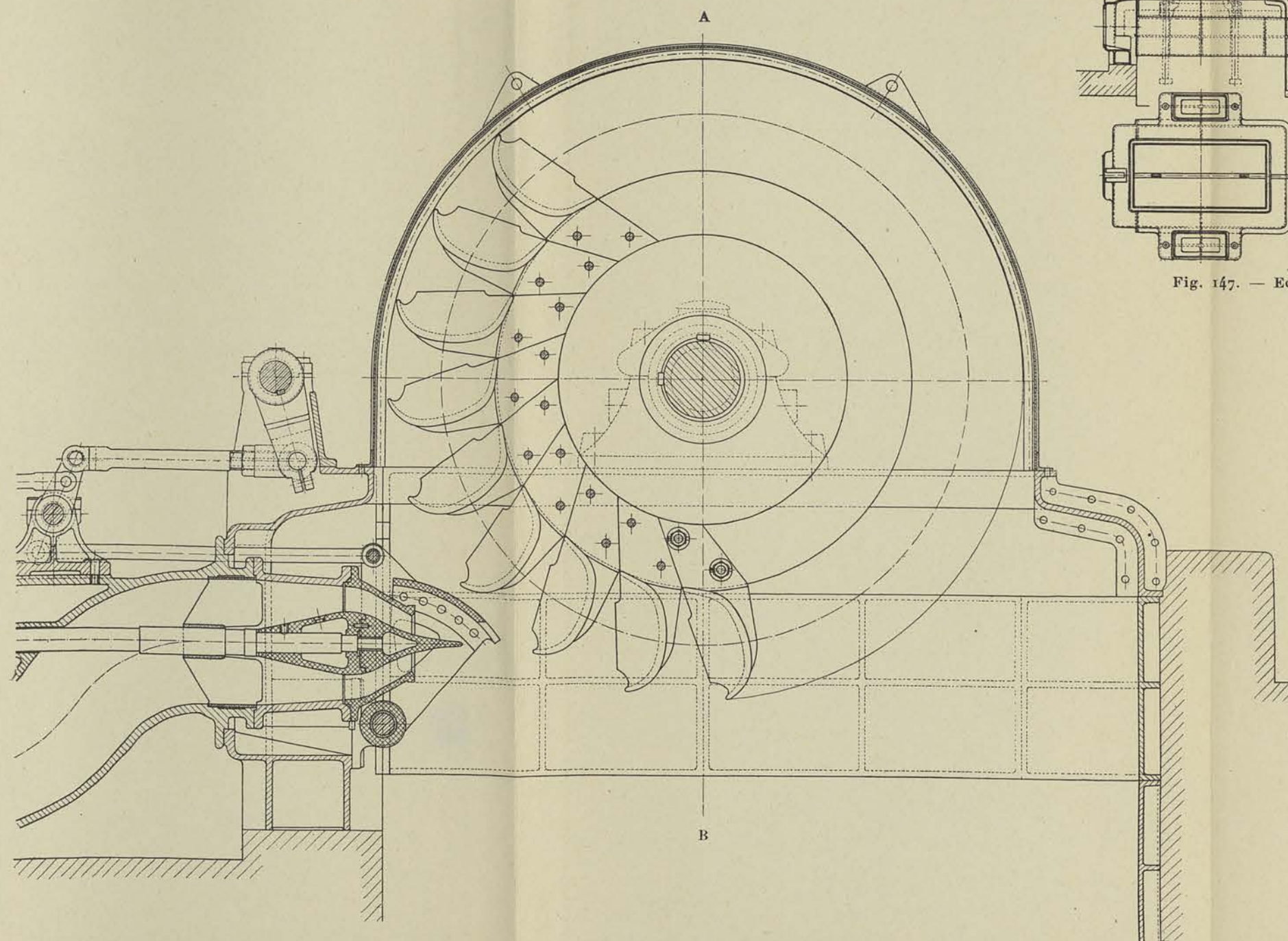


Fig. 146. — Echelle 1/25

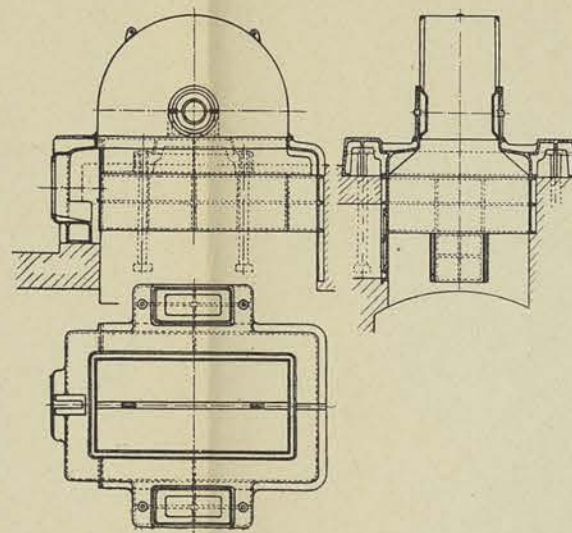
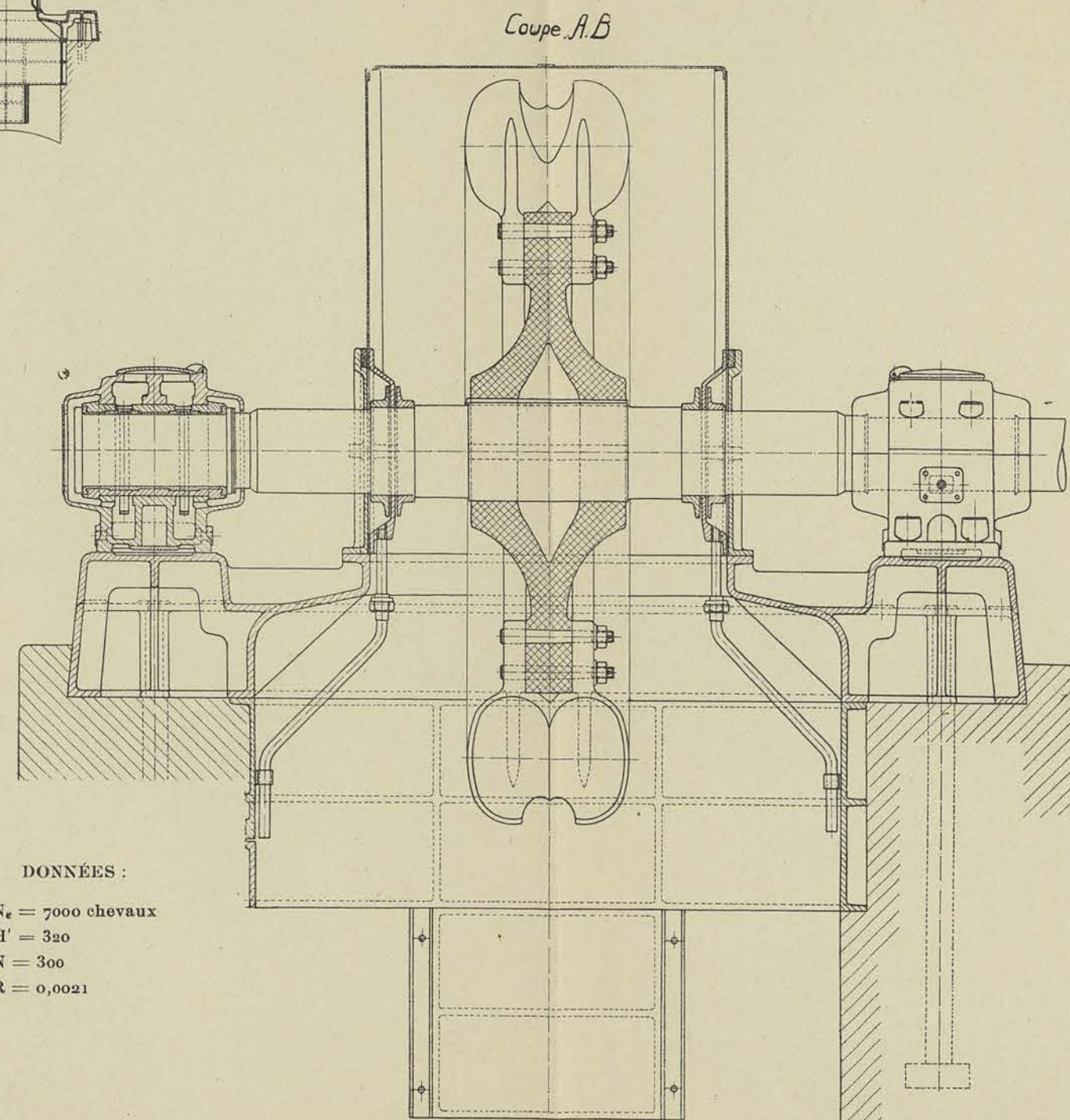
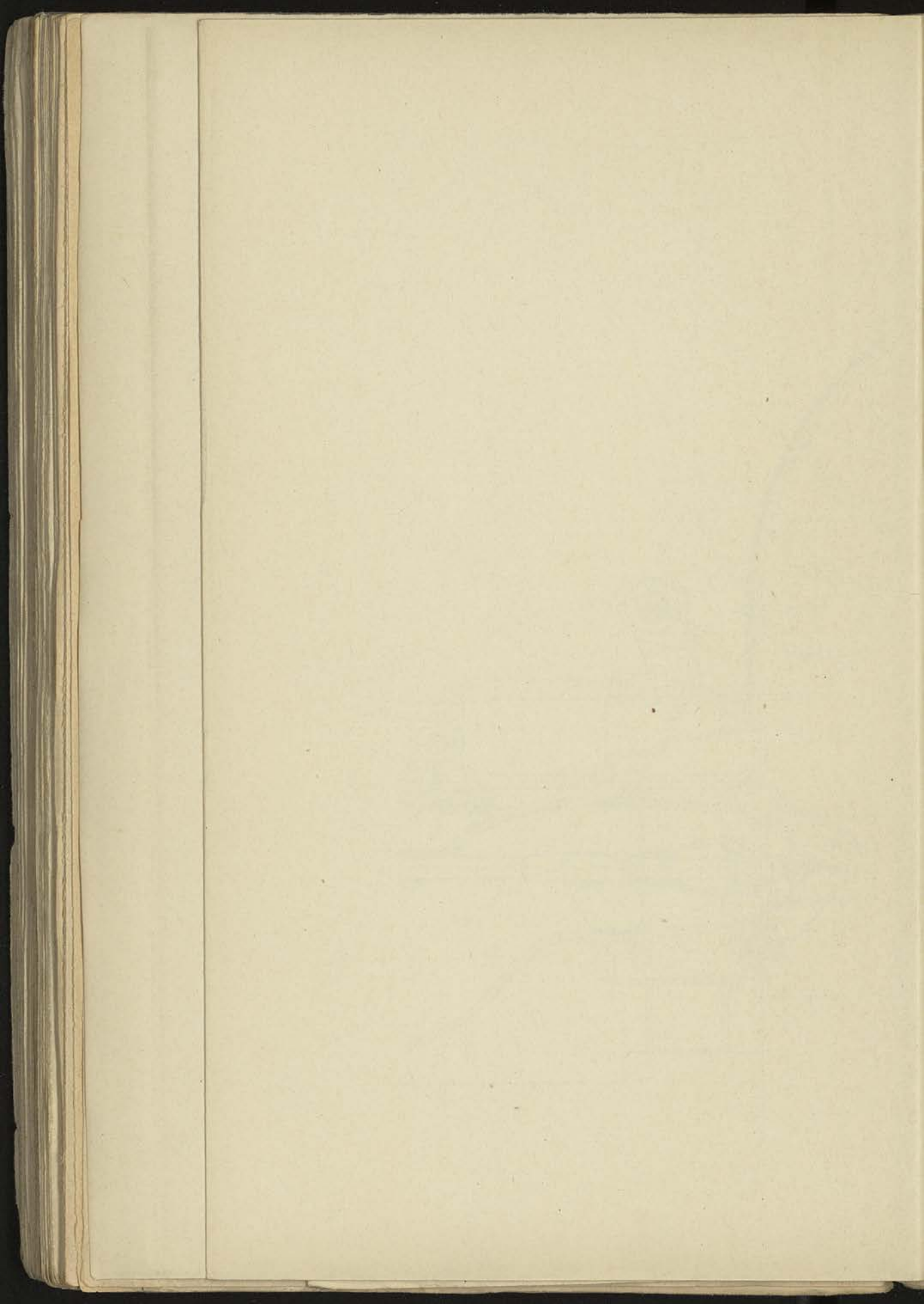


Fig. 147. — Echelle 1/125



DONNÉES :

$N_e = 7000$  chevaux  
 $H' = 320$   
 $N = 300$   
 $R = 0,0021$



Nous avons adopté la construction avec volute coupée en deux par un plan horizontal, de manière à faciliter le démontage de la roue. Celle-ci est calée par cale fixe sur l'arbre, et l'arbre est porté par deux paliers centrés et boulonnés sur les tuyaux d'évacuation.

Nous avons supposé que ces derniers étaient également coupés en deux par le plan horizontal séparant en deux parties la volute.

Par cette disposition il est possible d'effectuer le démontage de la manière suivante : enlèvement des couvercles des paliers, puis des deux parties supérieures des tuyaux d'évacuation ; enlèvement des vis fixant à la volute, les couvercles en une pièce, puis des boulons du joint horizontal de la volute ; soulèvement de la partie supérieure de celle-ci, puis de l'arbre avec la roue et les deux couvercles supportant l'ensemble des aubes fixes et tout le mécanisme de distribution.

Comme pour les deux autres volutes, de forts boulons ont été prévus en plus des aubes fixes, pour établir une liaison suffisante entre les parois.

Nous avons décrit antérieurement le palier de butée à graissage par bague centrale fixe ; les tuyaux d'évacuation sur lesquels sont fixés les paliers reposent sur des couronnes très larges soutenues par des nervures, de façon à fournir une surface d'appui sur la fondation, largement suffisante.

La partie inférieure de la volute est noyée dans la fondation et est munie dans la partie la plus basse d'un robinet de vidange.

En vue d'assurer l'égalité des pressions dans les tubes de succion, une liaison est établie entre les deux par un conduit horizontal.

#### 10<sup>e</sup> projet : Turbine pour hautes et très hautes chutes.

(figures 146 à 147, planche V)

Le type à peu près exclusivement employé pour les hautes et très hautes chutes est le type *Pellon*.

Nous avons vu que le type centripète pur ne pouvait convenir que pour des valeurs de  $R$  supérieures à 0,04.

Le type *Pellon* à une roue et à une tuyère conduit difficilement à une valeur supérieure à 0,02 ; pour atteindre la valeur 0,04 il faut donc employer le type à deux tuyères.

Comme avec des eaux fortement chargées de matières en suspension, on donne la préférence au type d'action tangentiel, le rendement se maintenant mieux à l'usage puisque l'usure ne diminue pas l'étanchéité des joints, on a cherché à réaliser des turbines d'action correspondant à 0,06 et même à 0,08 afin de pouvoir remplacer les turbines centrifuges par ces dernières ; on emploie pour cela des turbines à deux roues à deux tuyères par roue. Ces deux roues peuvent être logées dans une même bache mais on préfère aujourd'hui en vue de réduire le prix de revient du groupe, les caler en porte-à-faux de part et d'autre de

l'alternateur, réduisant ainsi le nombre des paliers à deux et supprimant l'accouplement.

Nous avons choisi comme exemple d'application des turbines d'action tangentielles, une turbine pour très haute chute 300 m. et pour une puissance relativement élevée, la valeur de R correspondant aux données :

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ 12/sec} \qquad H = 320$$
$$N = 300$$

étant égale à 0,0021.

Nous avons donné au § 5 du chapitre II, 3<sup>e</sup> fascicule le calcul des dimensions générales ainsi que le tracé de l'aubage et de la tuyère à l'échelle de 1/20 (fig. 100 et 101).

L'enveloppe est constituée par un soubassement en fonte entourant la fosse d'évacuation ; la partie supérieure est construite en tôles rivées sur cornières cintrées. Le joint se trouvant en dessous de l'axe, il a fallu rendre la partie inférieure des boîtes à bourrage amovibles par rapport à l'enveloppe. Ces boîtes n'ont pas besoin d'être garnies d'étoupe, leur but étant ici simplement d'empêcher que l'eau projetée sur l'arbre par les éclaboussements, ne suive celui-ci jusqu'à l'extérieur ; une bague est calée sur l'arbre de façon que l'une des faces se trouve aussi près que possible de la paroi de l'enveloppe ; l'eau qui suit l'arbre est ainsi projetée dans la boîte à bourrage proprement dite, d'où elle est évacuée dans la fosse, par un tuyau approprié.

Les paliers sont fixés au soubassement par des boulons et broches de repère ; ils sont à bagues de graissage avec refroidissement du bain d'huile par circulation d'eau dans le support.

Nous n'avons pas précisé les détails de construction du mécanisme de distribution ; on trouvera dans la fig. 110 la représentation schématique du système généralement adopté aujourd'hui.

En ce qui concerne la roue, nous avons supposé que les augets étaient assemblés sur un disque en acier coulé par boulons coniques travaillant au cisaillement. Cette construction n'est pas utilisée pour les très grandes vitesses périphériques où l'on préfère employer l'assemblage par tenons en queue d'hironde, glissés dans une rainure appropriée du disque, ou maintenus en place par des couronnes s'encastrant dans le disque, et reliées par des boulons transversaux.

Le disque est calé au moyen de deux cales chassées ; en se plaçant au point de vue démontage, on préfère aujourd'hui, tout au moins pour les très grosses unités, assembler le disque par boulons à un plateau calé à demeure sur l'arbre.

---



APPENDICE

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES  
DES TURBINES HÉLICOÏDES

Nous avons indiqué page 100, comment le cas des turbines hélicoïdes à réaction pouvait faire l'objet d'une étude spéciale.

Un de nos élèves, M. A. Jadot, a donné en s'inspirant de nos suggestions, une solution mathématique du problème de la recherche des courbes caractéristiques de ce type <sup>(1)</sup>, solution que nous allons reproduire ici. Nous pourrions ainsi justifier les valeurs du coefficient R que nous avons indiquées pour ce type, dans la classification générale (tableau IV) et traiter ensuite le problème du calcul des dimensions générales des turbines de ce système.

§ 1. — Théorie des turbines hélicoïdes

Dans ce type, la partie mobile reçoit quelquefois aujourd'hui la forme d'une hélice marine, à 3 ou 4 pales ; M. KAPLAN, son promoteur, propose même la construction de la roue à 2 pales orientables sous l'action du régulateur.

Cette construction n'est toutefois pas suivie par la plupart des constructeurs qui emploient une roue à aubes très rapprochées reliées à la périphérie par une couronne capable d'en assurer la rigidité.

Quel que soit le type de roue, à faible ou à grand nombre d'aubes, le distributeur est toujours du type radial centripète à aubes orientables <sup>(2)</sup>.

Les particules liquides sortent de celui-ci avec une vitesse qui n'a pratiquement pas de composante axiale, tendant ainsi à décrire des spirales dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation de la roue. Leur vitesse perd ensuite graduellement sa composante radiale, tandis qu'une composante axiale prend naissance ; quand elles abordent la roue, ces particules tendent donc à décrire des hélices concentriques.

La réaction des pales a pour effet de diminuer le pas de ces hélices et de réduire la vitesse absolue de sortie ; celle-ci reste toutefois relativement élevée et, pour obtenir un rendement acceptable, il importe

---

<sup>(1)</sup> Voir Mémoires de la Section de Mécanique du Congrès Scientifique, 1922, organisé par l'Association des Ingénieurs de Liège.

<sup>(2)</sup> La maison *Piccard et Piclet* adopte aujourd'hui un distributeur dont les axes de commande des aubes sont inclinés sur l'axe de la turbine ; ce distributeur permet d'assurer une meilleure orientation des filets à l'entrée de la roue et d'atteindre aisément le rendement de 0.80. Voir à ce sujet le n° du 25 août 1923 de la *Schweizerische Bauzeitung*.

de transformer, au moyen d'un tube de succion approprié, la plus grande partie de l'énergie cinétique disponible, en énergie potentielle.

Pour établir une théorie, force est de faire les hypothèses simplificatrices suivantes :

1° A l'entrée de la roue, tous les éléments fluides ont même vitesse  $c_1$ , le vecteur représentatif de celle-ci étant incliné sur un plan perpendiculaire à l'axe, d'un angle  $\alpha_1$  constant pour tous les éléments ;

2° Ces éléments ne subissent pas de déplacement radial en traversant la roue, eu égard à la faible épaisseur de celle-ci ;

3° A une même distance  $r$  de l'axe, tous les éléments ont mêmes vitesses absolue et relative, ce qui ne serait rigoureusement exact que si le nombre de pales était très grand ;

4° La face active des pales est constituée par un hélicoïde à plan directeur dont le pas est égal à  $p$ .

Examinons ce qui se passe, à la distance  $r$  mètres de l'axe, pour une couche cylindrique de largeur  $dr$ .

Nous pouvons tracer immédiatement le triangle des vitesses à l'entrée de la roue (fig. 148) connaissant  $c_1, \alpha_1, u_1$ .

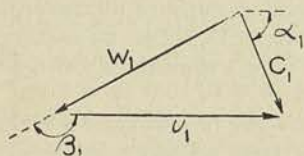


Fig. 148.

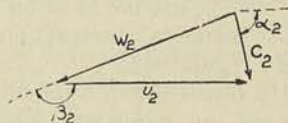


Fig. 149.

Le débit, en  $m^3/sec.$ , de la couche considérée est égal à

$$\begin{aligned} dQ &= 2 \pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 \\ &= 2 \pi r dr \times w_1 \sin \beta_1 \end{aligned}$$

Le fluide est alors dévié par un élément de pale, de largeur  $dr$ , faisant avec  $u_1$  et  $u_2$  un angle  $\beta_2$  tel que :

$$-\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2 \pi r} \quad (235)$$

Le triangle des vitesses à la sortie sera défini complètement par la condition suivante : (fig. 149)

$$u_1 = u_2 = u = \omega r \quad (236)$$

puisque nous avons fait l'hypothèse que le fluide ne subit pas de déplacement radial en traversant la roue, et par la relation exprimant la continuité du débit :

$$2 \pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 = 2 \pi r dr \times c_2 \sin \alpha_2$$

de laquelle nous tirons :

$$c_1 \sin \alpha_1 = w_1 \sin \beta_1 = c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2 \quad (237)$$

La puissance transmise à la roue par la couche élémentaire considérée est égale en chevaux à :

$$dN_i = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \times \frac{dQ}{75} u (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2)$$

Du triangle des vitesses à la sortie et de la relation (237), nous tirons successivement :

$$\begin{aligned} c_2 \cos \alpha_2 &= u + w_2 \cos \beta_2 \\ &= u + c_1 \frac{\sin \alpha_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \end{aligned}$$

d'où

$$dN_i = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} 2\pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 \times \omega r \left( c_1 \cos \alpha_1 - \omega r - c_1 \frac{\sin \alpha_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (238)$$

expression où les seules variables sont  $r$  et  $\beta_2$ ,  $\beta_2$  étant d'ailleurs donné par la formule

$$-\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2\pi r}$$

Dès lors, si nous représentons par  $r_0$  et  $r_1$  les rayons intérieur et extérieur de la roue, nous trouverons, par simple intégration la puissance de la turbine :

$$N_i = \int_{r_0}^{r_1} dN_i$$

**Calcul du coefficient de puissance.** — Le travail moyen par kg. de fluide débité et par seconde est égal à :

$$T_i = \frac{75 N_i}{\partial Q} \quad (\text{en kgm.})$$

avec

$$Q = \pi (r_1^2 - r_0^2) c_1 \sin \alpha_1 \quad (\text{en m}^3).$$

En effectuant les opérations indiquées, nous arriverons finalement au *coefficient de puissance*

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2}$$

En employant les notations :

$$\frac{r_0}{r_1} = n \quad (239)$$

$$\frac{p}{2\pi r_1} = m \quad (240)$$

(les coefficients  $n$  et  $m$  définissant les proportions de la roue), il vient successivement :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{2}{r_1^2 (1-n^2) c_1^2} \left[ \omega c_1 \cos \alpha_1 \int_{r_0}^{r_1} r^2 dr - \omega^2 \int_{r_0}^{r_1} r^3 dr + \frac{2\pi \omega c_1 \sin \alpha_1}{p} \int_{r_0}^{r_1} r^3 dr \right] \\
 &= \frac{2}{1-n^2} \left[ \frac{1}{3} \frac{\omega r_1}{c_1} \cos \alpha_1 (1-n^3) - \frac{1}{4} \frac{\omega^2 r_1^2}{c_1^2} (1-n^4) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{4} \frac{\omega r_1 \sin \alpha_1}{c_1} \frac{1}{m} (1-n^4) \right]
 \end{aligned}$$

En posant :

$$\frac{\omega r_1}{c_1} = z \quad (241)$$

on trouve :

$$P = z(a - bz) \quad (242)$$

avec

$$a = \frac{2}{3} \cos \alpha_1 \frac{1-n^3}{1-n^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{m} \sin \alpha_1 (1+n^2) \quad (243)$$

$$b = \frac{1+n^2}{2} \quad (244)$$

les coefficients  $a$  et  $b$  étant indépendants des dimensions de la turbine.

**Calcul du coefficient manométrique.** — Reprenons l'équation (VIII) donnant la hauteur manométrique :

$$H' = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_1 + T_2 + T_f$$

Dans notre cas particulier :

$$u_1 = u_2$$

d'où :

$$H' = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + T_1 + T_2 + T_f$$

Les pertes dans le distributeur et le tube de succion sont posées respectivement égales à :

$$T_1 = \left( \frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (\text{formule X})$$

$$T_2 = \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \frac{c_2^2}{2g} \quad (\text{formule XI})$$

Quant aux pertes dans la roue elle-même, nous admettons :

$$T_f = \left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{w_2^2}{2g}$$

Il vient donc :

$$H' = \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} - \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \frac{c_2^2}{2g} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad (245)$$

Mais en écrivant l'équation sous cette forme, nous supposons implicitement que, à l'entrée de la roue, tous les éléments fluides ont mêmes vitesses absolue  $c_1$  et relative  $w_1$  ; de même à la sortie pour  $w_2$  et  $c_2$ . Or, s'il peut en être ainsi pour  $c_1$ , on voit au contraire que  $w_1, w_2, c_2$ , varient avec le rayon  $r$ .

A la sortie de la roue, pour un élément fluide situé à la distance  $r$  de l'axe de rotation, l'énergie cinétique correspondant à la vitesse absolue, rapportée au kg. de fluide évoluant, est égale à  $\frac{c_2^2}{2g}$ ,  $c_2$  étant fonction de  $r$ .

L'énergie cinétique de la couche élémentaire cylindrique de largeur  $dr$  considérée précédemment est égale à :

$$\frac{c_2^2}{2g} \times \delta \times dQ$$

En intégrant, nous obtiendrons l'énergie cinétique totale du fluide à la sortie de la roue, soit :

$$\frac{1}{2g} \delta \int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times dQ$$

En divisant par  $Q$ , nous obtiendrons l'expression de l'énergie cinétique rapportée au kg. de fluide évoluant, soit, en remplaçant  $dQ$  et  $Q$  par leur valeur :

$$\frac{1}{2g} \times \frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times 2\pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1}{\pi (r_1^2 - r_0^2) \times c_1 \sin \alpha_1} = \frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times r dr}{g (r_1^2 - r_0^2)}$$

C'est par cette expression qu'il faut remplacer le facteur  $\frac{c_2^2}{2g}$  dans

la formule (245) ; la même transformation doit être faite pour  $\frac{w_1^2}{2g}$  et  $\frac{w_2^2}{2g}$ .

L'équation de continuité nous donne :

$$w_2 \sin \beta_2 = c_1 \sin \alpha_1$$

D'autre part, nous avons posé :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = -\frac{p}{2\pi r}$$

D'où :

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}$$

$$w_2^2 = c_1^2 \sin^2 \alpha_1 \frac{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}$$

Dans l'équation (4), il faut donc remplacer  $\frac{w_2^2}{2g}$  par

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{g(r_1^2 - r_0^2)} \left[ \int_{r_0}^{r_1} \frac{r^3 dr}{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} + \int_{r_0}^{r_1} r dr \right]$$

En intégrant et en ayant égard aux notations

$$\frac{r_0}{r_1} = n, \quad \frac{p}{2\pi r_1} = m,$$

on trouve finalement :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{g r_1^2 (1 - n^2)} \left[ \frac{r_1^2 (1 - n^4)}{4 m^2} + \frac{r_1^2 (1 - n^2)}{2} \right]$$

$$= \frac{c_1^2}{2g} \sin^2 \alpha_1 \left[ \frac{1 + n^2}{2 m^2} + 1 \right]$$

Le triangle des vitesses à l'entrée nous donne :

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1 = \omega^2 r^2 + c_1^2 - 2 \omega r c_1 \cos \alpha_1$$

En conduisant les calculs comme précédemment, on a successivement :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_1^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{1}{g r_1^2 (1 - n^2)} \left[ \frac{\omega^2 r_1^4 (1 - n^4)}{4} + \frac{c_1^2 (1 - n^2) r_1^2}{2} - \frac{2 \omega r_1^3 c_1 \cos \alpha_1 (1 - n^3)}{3} \right]$$

$$= \frac{c_1^2}{2g} \left[ \frac{1 + n^2}{2} z^2 + 1 - \frac{4}{3} z \cos \alpha_1 \frac{1 - n^3}{1 - n^2} \right]$$

en posant

$$\frac{\omega r_1}{c_1} = z$$

Du triangle des vitesses à la sortie nous déduisons :

$$c_2^2 = u_2^2 + w_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2$$

En substituant :

$$u_2 = \omega r$$

$$w_2 = \frac{c_1 \sin \alpha_1}{\sin \beta_2}$$

$$\sin \beta_2 = \frac{\frac{p}{2\pi}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}}$$

$$c_2^2 = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1 \left[ r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 \right]}{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} + \omega^2 r^2 - 2 \omega r c_1 \frac{2\pi r}{p} \sin \alpha_1$$

En intégrant :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2}{2g} \left[ \frac{(1 + n^2) \sin^2 \alpha_1}{2 m^2} + \sin^2 \alpha_1 + \frac{1 + n^2}{2} z^2 - \frac{(1 + n^2) \sin \alpha_1}{m} z \right]$$

Nous pouvons maintenant transporter dans l'équation (4) les valeurs trouvées, simplifier, puis diviser par  $\frac{c_1^2}{2g}$  ; nous obtiendrons :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bz + Cz^2 \quad (246)$$

avec

$$A = \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{(1+n^2)\sin^2\alpha_1}{2m^2} \left( \frac{1}{\psi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2 \right) + \sin^2\alpha_1 \left( \frac{1}{\psi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2 \right) - 1 \quad (247)$$

$$B = \frac{4}{3} \cos\alpha_1 \frac{1-n^3}{1-n^2} + \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \frac{\sin\alpha_1(1+n^2)}{m} \quad (248)$$

$$C = -\frac{1}{2} (1+n^2) \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \quad (249)$$

**Calcul du rendement indiqué et du coefficient caractéristique R.** — Nous trouvons immédiatement comme rendement indiqué :

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = \frac{\frac{P c_1^2}{g}}{\frac{M c_1^2}{2g}} = \frac{2P}{M} \quad (250)$$

La puissance en chevaux de la turbine étant égale à :

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75}$$

nous pourrions remplacer Q et  $T_i$  par leurs valeurs :

$$Q = \pi r_1^2 (1-n^2) c_1 \sin\alpha_1$$

$$T_i = \frac{P c_1^2}{g}$$

D'où :

$$N_i = \frac{\delta \pi r_1^2 (1-n^2) c_1^3 \sin\alpha_1 \times P}{75 g}$$

D'autre part, si N est le nombre de tours par minute de la turbine :

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = \omega r_1 = z c_1;$$

nous en tirons  $r_1$ , et partant :

$$N_i = \frac{60^3}{75} \times \frac{\delta}{g} \times \frac{1}{4\pi} \times \frac{\sin\alpha_1 \times P z^2 c_1^5 (1-n^2)}{N^2}$$



Enfin, si nous déduisons  $c_1$  de

$$M = \frac{2 g H'}{c_1^2}$$

nous trouvons, toutes réductions faites, en groupant les termes qui constituent les données mêmes :

$$R = \frac{N_i \times N^2}{\delta \times (2g)^{3/2} \times H'^{5/2}} = \frac{60}{75} \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1-n^2}{2} \sin \alpha_1 \frac{z^2 P}{M^{5/2}} \quad (251)$$

expression de la même forme que celle obtenue pour les turbines centripètes

**Calcul du degré de réaction.** — On a défini sous le nom de degré de réaction  $r$  le rapport de l'énergie potentielle de pression utilisée dans la roue à l'énergie potentielle de pression disponible :

$$r = \frac{\int_2^1 v dp}{\int_s^e v dp}$$

et l'on a trouvé (formule 47), pour autant que l'on puisse admettre  $c_s = c_e$  :

$$r = \frac{H' - \frac{1}{c_1^2} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right)}{H'}$$

Dans cette formule, nous remplacerons comme précédemment  $\frac{c_2^2}{2g}$  par

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)}$$

puis nous diviserons haut et bas par  $\frac{c_1^2}{2g}$  ; il viendra :

$$r = \frac{M'}{M}$$

avec 
$$M' = A' + B'z + C'z^2 \quad (252)$$

$$A' = \frac{1}{\varphi^2} \frac{(1 + n^2) \sin^2 \alpha_1}{2 m^2} + \frac{1}{\varphi^2} \sin^2 \alpha_1 - 1 \quad (253)$$

$$B' = \frac{4}{3} \cos \alpha_1 \frac{1 - n^3}{1 - n^2} \quad (254)$$

$$C' = - \frac{1 + n^2}{2} \quad (255)$$

**Tracé des courbes caractéristiques.** — On peut admettre pour  $n$  la valeur :

$$n = \frac{r_0}{r_1} = 0,3$$

d'autant plus que l'influence d'une diminution de ce rapport est extrêmement faible à partir d'une valeur telle que 0,3.

D'autre part, nous avons admis, dans tous nos calculs antérieurs, comme pertes :

$$T_1 = \left( \frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} = 0,05 \frac{c_1^2}{2g} \quad \text{soit } \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05,$$

Dans le tube de succion, nous supposons que :

$$T_2 = \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \frac{c_2^2}{2g} = 0,3 \frac{c_2^2}{2g} \quad \text{soit } \frac{1}{\psi_1^2} = 1,3$$

ce qui correspond à un rendement du tube de succion :

$$\frac{\frac{c_2^2}{2g} - T_2}{\frac{c_2^2}{2g}} = 1 - \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) = 2 - \frac{1}{\psi_1^2} = 0,7$$

valeur un peu plus faible que celle admise dans les calculs antérieurs, en raison de ce que  $c_2$  a une composante tangentielle prépondérante pour laquelle la récupération d'énergie paraît moins bonne que pour la composante axiale.

Quant à la perte dans la roue, les chiffres admis conduisent normalement, pour une turbine du type centripète, à :

$$T_f = 0,05 \frac{w_2^2}{2g} + 0,15 \frac{w_1^2}{2g};$$

or, dans la turbine hélicoïdale définie par  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $m = 0,2$ , on trouverait avec ces valeurs et pour le point de fonctionnement correspondant à

$$z = 3, \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 1,86$$

$$\frac{w_2^2}{2g} = 3,65 \frac{c_1^2}{2g},$$

$$\frac{w_1^2}{2g} = 2,2 \frac{c_1^2}{2g},$$

soit :

$$T_f = 0,05 \frac{w_2^2}{2g} + 0,15 \times \frac{2,2}{3,65} \frac{w_2^2}{2g} = 0,14 \frac{w_2^2}{2g}.$$

Comme dans les turbines hélicoïdes, les pertes dans la roue doivent être très réduites en raison du faible nombre d'aubes (2 à 4), nous adopterons comme plus vraisemblable :

$$T_f = 0,10 \frac{w_2^2}{2g}$$

soit  $\frac{1}{\varphi^2} = 1,1$ .

Avec ces coefficients, nous trouvons :

$$M = A + Bz + Cz^2$$

$$A = 0,05 + 0,218 \frac{\sin^2 \alpha_1}{m^2} + 0,4 \sin^2 \alpha_1$$

$$B = 1,426 \cos \alpha_1 + 0,763 \frac{\sin \alpha_1}{m}$$

$$C = -0,926$$

$$P = z(a - bz)$$

$$a = 0,713 \cos \alpha_1 + 0,545 \frac{\sin \alpha_1}{m}$$

$$b = 0,545$$

$$R = 6,96 \times \sin \alpha_1 \times \frac{z^2 P}{M^{5/2}}$$

$$M' = A' + B'z + C'z^2$$

$$A' = 0,6 \frac{\sin^2 \alpha_1}{m^2} + 1,1 \sin^2 \alpha_1 - 1$$

$$B' = 1,465 \cos \alpha_1$$

$$C' = -0,545$$

Nous avons pu ainsi tracer les courbes de  $\eta_i$  et R en fonction du coefficient de vitesse  $\frac{\omega r_1}{\sqrt{2g H'}} = \frac{z}{M^{1/2}}$  pour différents types de roues

(fig. 150) ; nous avons réuni tous les points des courbes de R, qui correspondent au même rendement indiqué, qui représente, dans le cas étudié ici, d'une turbine hélicoïde à axe vertical, très sensiblement le rendement effectif, car les pertes externes se réduisent à celles provenant du frottement de l'arbre dans son bourrage, ses buselures de guidage et son palier de soutien, pertes proportionnellement très faibles pour une turbine de moyenne puissance.

TABEAU VI.

$\alpha_1$	$m$	A	B	$a$	$6,96 \sin \alpha_1$
19°	0,1	2,3973	3,835	2,449	2,26
19°	0,2	0,66855	2,5925	1,562	
19°	0,3	0,3484	2,1783	1,2663	
19°	0,4	0,2364	1,9712	1,1185	
19°	0,5	0,1845	1,847	1,0298	
30°	0,1	5,60	5,05	3,343	3,48
30°	0,2	1,5125	3,1425	1,9805	
30°	0,3	0,7555	2,5067	1,5263	
30°	0,4	0,491	2,1887	1,2992	
30°	0,5	0,368	1,998	1,163	
45°	0,1	11,15	6,408	4,355	4,925
45°	0,2	2,975	3,708	2,43	
45°	0,3	1,4611	2,808	1,7883	
45°	0,4	0,9315	2,358	1,4675	
45°	0,5	0,686	2,088	1,275	

**Conclusions.** — En comparant les courbes obtenues pour un même angle  $\alpha_1$  (successivement 19°, 30°, 45°) et pour des valeurs de  $m = \frac{P}{2\pi r_1}$  différentes ( $m = 0,1$ ,  $m = 0,2$ , etc.) (fig. 150), on constate immédiatement que c'est aux environs de 0,2 que se trouve la valeur de  $m$  la plus favorable, c'est-à-dire celle qui permet, pour un rendement donné, d'atteindre les valeurs de R les plus élevées : pour une chute  $H'$  donnée, dont on veut recueillir une puissance de  $N_i$  chevaux avec un rendement imposé, une turbine dont le pas  $p = 0,2 \times 2\pi r_1$  pourra en effet fonctionner avec une vitesse angulaire plus élevée.

En comparant les courbes obtenues pour un même coefficient  $m$  et différents angles  $\alpha_1$  (fig. 151), on constate que c'est aux environs de 30° que se trouve la valeur la plus favorable de  $\alpha_1$ .

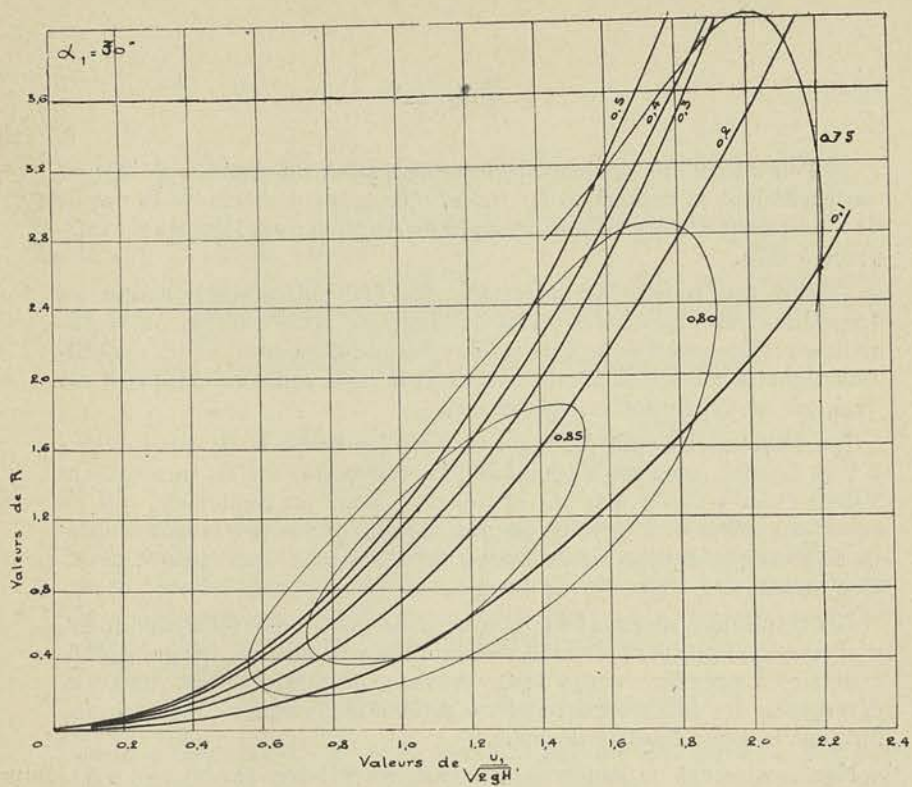


Fig. 150

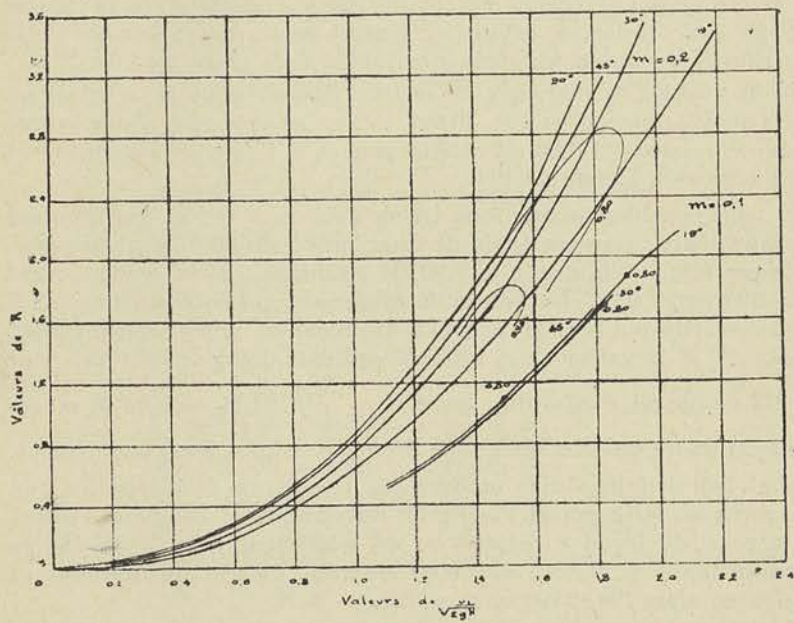


Fig. 151

Si l'on admet un rendement  $\eta_i = 0,75$ , pour un angle  $\alpha_1 = 30^\circ$  et un coefficient  $m$  compris entre 0,2 et 0,3, on peut atteindre la valeur  $R = 4$  ; dans ces conditions, le degré de réaction  $r$  est légèrement inférieur à 0,75.

Quelles que soient les objections que l'on puisse élever contre les hypothèses simplificatrices mises à la base de cette théorie, on reconnaîtra que les conclusions auxquelles elle conduit cadrent avec les résultats signalés dans la littérature technique très sobre de détails il est vrai, sur ce type relativement récent.

Les chiffres cités par M. KAPLAN pour les turbines de son système à 2 et 4 pales, paraissent toutefois plus favorables : c'est ainsi que la valeur  $R = 4$  serait atteinte et dépassée pour un rendement qui ne serait pas inférieur à 0,80. Ce résultat signifie que la perte dans le tube de succion que nous avons évaluée à 0,30, n'atteint que 0,25 et peut-être moins.

Les résultats remarquables obtenus dans cette voie, ne s'expliquent d'ailleurs que par le rendement élevé du tube de succion, ce qui semble contraire à première vue, à toute prévision théorique étant donné la divergence des filets appartenant à différentes couches concentriques formant la veine fluide à la sortie.

Non seulement le rendement maximum atteint et dépasse 0,80, mais grâce à l'utilisation d'aubes motrices orientables, M. KAPLAN a pu construire des turbines ayant une courbe de rendement en fonction de la charge sensiblement horizontale jusqu'à la moitié de la charge. L'étude des courbes de la fig. 151, permet de se rendre compte de la supériorité des aubes motrices orientables, à ce point de vue.

Nous voyons en effet, que les courbes tracées pour  $m = 0,1$  et les angle de distribution de  $19^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $45^\circ$ , se superposent sensiblement et que le rendement 0,80 est atteint pour  $x_1 = 1,82$  avec l'angle  $30^\circ$  et  $x_1 = 1,90$  avec l'angle de  $19^\circ$ .

Si nous considérons une roue tracée avec  $m = 0,2$  et fonctionnant à pleine charge sous un angle de distribution de  $30^\circ$ , la vitesse périphérique étant telle que  $x_1 = 1,90$ ,  $R$  atteindra 3,25 et le rendement sera d'environ 0,78. La valeur  $R$  diminuant proportionnellement à la charge (puisque  $N$  et  $H'$  peuvent être regardés comme sensiblement constants) et la valeur de  $x_1$  restant constante, nous voyons que pour les  $3/4$  de charge c'est-à-dire pour  $R = \frac{3}{4} \times 3,25 = 2,44$  le rendement atteindra environ 0,80 pour décroître ensuite assez rapidement.

Si au lieu de faire varier uniquement l'angle de distribution  $\alpha_1$ , on fait varier simultanément l'angle de distribution et l'angle des aubes de la roue de façon à réduire  $m$ , on obtiendra jusqu'à mi-charge (correspondant à  $R = 1,625$ ) 0,80 environ, l'angle de distribution atteignant alors  $19^\circ$  et la valeur  $m$ , 0,1.

§ 2. — Calcul des dimensions générales d'une turbine hélicoïde

Nous traiterons, pour préciser davantage les conclusions de la théorie, l'exemple suivant :

*Calculer les dimensions générales d'une turbine hélicoïde capable de fournir 3500 chevaux effectifs sous une hauteur de chute de 9 m. à la vitesse de rotation de  $N = 150$ .*

Il ressort des données que la valeur de R doit atteindre

$$R = \frac{3600 \times \overline{150}^2}{1000 \times (2g)^{\frac{3}{2}} + 9\overline{2}} = 3,85$$

si l'on admet  $N_i = 3600$ , ce qui correspond à 3 % de pertes externes.

Si l'on se reporte à la fig. 150 on voit que la valeur la plus favorable de  $m$ , c'est-à-dire celle qui correspond au plus haut rendement pour  $R = 3,85$ , est très voisine de  $m = 0,2$  pour  $\alpha_1 = 30^\circ$ , qui constitue comme nous l'avons vu l'angle le plus favorable.

En adoptant

$$\alpha_1 = 30^\circ \quad m = 0,22 \quad n = 0,3$$

Les valeurs M, M', P, et R seraient données en fonction de  $z$  par les relations 242 à 244 et 246 à 255 dans lesquelles les coefficients ont les valeurs suivantes :

$$A = 0,05 + 2,18 \frac{\overline{0,5}^2}{0,22^2} + 0,4 \times \overline{0,5}^2 = 1,275$$

$$B = 1,425 \times 0,866 \times 0,763 \times \frac{0,5}{0,22} = 2,955$$

$$C = -0,926$$

$$a = 0,713 \times 0,866 + 0,545 \frac{0,5}{0,22} = 1,855$$

$$b = 0,545$$

$$A' = 0,6 \frac{\overline{0,5}^2}{0,22^2} + 1,1 \times \overline{0,5}^2 - 1 = 2,376$$

$$B' = 1,465 \times 0,866 = 1,267$$

$$C' = -0,545$$

$$M = 1,276 + 2,965 z - 0,926 z^2$$

$$M' = 2,376 + 1,267 z - 0,545 z^2$$

$$P = z (1,825 - 0,545 z)$$

$$R = 3,48 \frac{z^2 P}{M \frac{5}{2}}$$

Pour  $z = 2.925$  environ,  $R = 3,85$ .

Transportant cette valeur de  $z$  dans la valeur de  $M$ , nous obtenons

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = 2.645$$

D'où

$$c_1 = 9^m,30$$

Comme on peut calculer  $u_1$  par la relation

$$u_1 = z \times c_1 = 27^m,20$$

on obtiendra le diamètre  $2r_1$  de la roue

$$2r_1 = \frac{60u_1}{\pi N} = 3^m,50$$

La hauteur  $l_1$  du distributeur pourra se calculer par la relation

$$2\pi r_1' \times l_1 k' k'' \sin \alpha_1 c_1 = Q$$

où  $r_1'$  désigne un rayon plus faible que  $r_1$ , le distributeur pouvant déborder légèrement sur l'extrémité des pales comme l'indique la fig. 138 planche III. En adoptant  $2r_1' = 3,30$ , on trouve

$$l_1 = \frac{38}{3,30 \times \pi \times 0,95 \times 0,90 \times 0,5 \times 9,30} = 0^m,95$$

La valeur de  $m$  étant connue, il est possible d'en déduire le pas, puisque

$$\frac{p}{2\pi r_1} = m = 0,22;$$

on tire de là

$$p = 2^m,42$$

Avec des aubes nombreuses et minces, on peut tracer le profil dans une section quelconque distante de  $r$  de l'axe en posant

$$- \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2\pi r}$$

et en déduisant de là  $\beta_2$ ; l'angle d'entrée  $\beta_1$  peut en effet, être déduit du triangle des vitesses à l'entrée,  $c_1$  étant connu (et égal à  $9^m,30$  dans notre cas),  $u$  étant égal à

$$u = \frac{2\pi r N}{60};$$

les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  étant déterminés, le profil est lui aussi défini, pratiquement tout au moins.

Avec le type de roue en forme d'hélice, le pas  $p$  détermine la corde du profil adopté, généralement constituée par un segment de faible épaisseur (fig. 138<sup>b</sup>).



Pour les sections assez éloignées de la périphérie, il est nécessaire en vue d'assurer la résistance des pales de faire croître l'épaisseur, et dès lors l'angle de sortie des filets cesse de coïncider avec l'angle de la corde. Il résulte des expériences faites en aérodynamique, que l'angle réel  $\beta_2$  de sortie est plus grand que l'angle  $\beta_2'$  de la corde, de  $3^\circ$  à  $6^\circ$ , suivant la courbure du dos, de telle sorte que l'on peut poser

$$- \operatorname{tg} (\beta_2' + \alpha) = \frac{p}{2 \pi r}$$

La question du nombre de pales et de l'angle au centre des pales, ne peut être résolue sans le secours de l'expérience. Il est possible toutefois en s'appuyant sur les résultats observés en aérodynamique, de fixer une limite inférieure.

On peut en effet, calculer que l'épaisseur du flux influencé par une pale, atteint 1,5 à 2,5 la valeur de profondeur  $a$  <sup>(1)</sup> ; si on adopte le rapport minimum 1,5, on est conduit à la relation

$$1,5 a = \frac{2 \pi r}{n} \times \sin \beta_2$$

ou

$$a = \frac{1}{1,5} \times \frac{2 \pi r}{n} \times m$$

lorsqu'on peut confondre le sinus avec la tangente, ( $n$  désigne ici le nombre de pales).

Avec 4 pales, on trouve pour notre exemple

$$a \geq 0^{\text{m}},400$$

Nous avons adopté pour la valeur de  $a$  à la périphérie

$$a = 0^{\text{m}},600$$

Il n'est pas possible de faire décroître  $a$  inversement proportionnellement à  $r$  ; pour obtenir une section suffisante au moyeu, on est forcé de conserver  $a$  presque constant. En adoptant une arête tangente au moyeu pour limiter la partie inférieure de l'hélice, on arrive au profil de la figure 138*b*.

La détermination de la section à l'encastrement repose sur la connaissance de la poussée axiale due à l'hélice. Il serait possible en suivant une voie analogue à celle que nous avons adoptée dans l'étude des hélices aériennes, de déterminer la poussée axiale théorique ; les calculs auxquels on serait conduit sont toutefois relativement compliqués et il ne nous a pas été possible d'adopter une méthode aussi rigoureuse ; des calculs sommaires basés sur cette hypothèse

(1) Voir à ce sujet « Les hélices aériennes », de l'auteur (Edition Béranger).

que la résultante de la poussée axiale et de l'effort tangentiel est approximativement bissectrice de l'angle formé par les directions définies par les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , il résulte que cette poussée atteint, dans l'exemple traité, une valeur supérieure à 8000 kg.

Pour équilibrer cette poussée relativement élevée, on pourrait faire venir de fonderie avec la roue, une flasque rattachée au moyeu; cette flasque formerait une sorte de piston hydraulique derrière lequel on maintiendrait une pression voisine de la pression de sortie de l'aube, par le procédé indiqué sur la fig. 138 planche III.

A moins de donner à ce plateau des dimensions considérables, il n'est toutefois pas possible de compter sur celui-ci pour équilibrer la poussée.

Nous nous sommes donc borné à faire tomber à une valeur voisine de la pression d'émission, la pression agissant derrière la couronne formée par le moyeu proprement dit, et, à prévoir une butée spéciale faisant corps avec la turbine et non avec l'alternateur.

## QUATRIÈME FASCICULE.

### Calcul et Éléments de Construction des Turbo-Pompes

#### CHAPITRE I

#### CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBO-POMPES

##### § 1. — Application des équations générales à la théorie des turbo-pompes.

Nous avons exposé au § 3 chapitre III du 1<sup>er</sup> fascicule, la théorie élémentaire des turbo-pompes du type centrifuge.

Nous y avons défini la *hauteur manométrique*  $H'$  le *rendement effectif*  $\eta_e$  le *rendement total*  $\eta$ .

Distinguant dans la puissance  $N_e$  transmise à l'axe, celle absorbée par les frottements externes  $N_o$  de celle nécessaire pour faire passer l'eau à travers la roue que nous appelons puissance indiquée  $N_i$  (par analogie avec ce qui se fait dans les machines à pistons), nous avons été amené à définir le *rendement indiqué*  $\eta_i$ , et le *rendement organique*  $\eta_o$ ; nous avons montré qu'entre ces trois rendements il existait la relation

$$\eta_e = \eta_i \times \eta_o$$

et qu'entre le rendement total  $\eta$  et le rendement effectif  $\eta_e$ , on pouvait établir la relation

$$\eta = \eta_e \left( 1 - \frac{f}{Q} \right)$$

$f$  désignant les fuites aux joints, et  $Q$  le débit total de la roue en m<sup>3</sup> par sec.

Nous avons présenté comme un fait établi expérimentalement que le rapport  $M = \frac{2gH'}{u_1^2}$  appelé *coefficient manométrique*, et le rendement

total  $\eta = \frac{N_u}{N_e}$ , dépendent des proportions de la pompe (non de ses dimen-

sions) et du coefficient  $x = \frac{w_1}{u_1}$ , appelé *coefficient de débit*.

Ainsi en portant en abscisse le coefficient de débit, en ordonnée le coefficient manométrique et le rendement total, nous obtiendrons deux courbes absolument *caractéristiques d'un type donné*.

Cette conclusion ne peut toutefois constituer qu'une première approximation, car il résulte de la théorie que nous avons exposée dans le 2<sup>e</sup> fascicule aussi bien d'ailleurs que de l'expérience, que le *coefficient manométrique M et le rendement total  $\eta$  croissent légèrement pour un même type, avec les dimensions.*

Dans cette théorie où nous avons désigné par  $T_i$  le travail nécessaire pour faire passer 1 kg. d'eau à travers la roue et par  $P$  le *coefficient de puissance* défini par la relation

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2},$$

nous avons pu montrer que si l'orientation donnée aux aubes du diffuseur était variable avec  $x$  de façon que la vitesse absolue  $c_1$  reste constamment tangente au dos de ces aubes, les coefficients  $M$  et  $P$  seraient représentés respectivement par des fonctions du second et du premier degré en  $x$

$$M = A + Bx + Cx^2$$

$$P = a + bx$$

Dans ces relations les coefficients  $A, B, C, a$  et  $b$  sont déterminés en fonction des coefficients de proportionnalité de la roue qui, avec les notations adoptées fig. 43, ont pour valeur

$$m = \frac{r_0}{r_1}, \quad \varepsilon = \frac{l_1}{r_1}, \quad \nu = \frac{l_0}{l_1},$$

des angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$ , des coefficients  $\tau, \tau_1, \psi, \psi_1$ , qui tiennent compte des frottements et des chocs.

Abstraction faite de l'influence des dimensions sur la valeur de ces derniers coefficients, on peut dire que *M et P sont indépendants des dimensions et partant valables pour toutes les pompes géométriquement semblables.*

Lorsqu'on relève dans les essais, les courbes de  $M$  et  $P$ , on constate toutefois que les fonctions qui les représentent doivent être plus complexes ; cela tient à certaines perturbations dont la théorie fait nécessairement abstraction, et pour ce qui concerne le coefficient  $M$ , au fait que l'angle  $\sigma_1$  du diffuseur que nous avons supposé, pour les besoins du calcul, variable avec  $x$ , reste dans la réalité constant. Pour retrouver les courbes théoriques, il faudrait opérer successivement avec des diffuseurs à angles  $\alpha_1$  croissants, et tracer la courbe enveloppe des courbes obtenues.

C'est ce que nous avons fait dans les expériences que nous rappellerons à la fin de ce 4<sup>e</sup> fascicule ; de cette étude expérimentale, il y a lieu de retenir dès à présent que l'angle  $\beta_1$  des filets fluides à la sortie de la roue est toujours plus petit que l'angle des aubes, le nombre d'aubes (que nous avons supposé infini dans la théorie) étant nécessairement limité et pratiquement très faible.

Nous aurons à tenir compte de ce fait dans la construction ; au point de vue de la théorie, il est bien évident que l'angle  $\beta_1$  que nous envisageons, sera l'angle que font réellement les filets fluides et non celui qui est mesuré sur le tracé de la roue.

Ce rappel fait, il reste à déduire des équations établies dans le 2<sup>e</sup> fascicule, les valeurs explicites de A, B, C,  $a$   $b$  lorsqu'on emploie les notations de la fig. 43, et à déterminer directement en fonction de ces dernières, la valeur de R.

Dans l'exposé du 2<sup>e</sup> fascicule l'indice 1 avait été réservé pour désigner les éléments se rapportant à l'entrée de la roue, l'indice 2 pour les éléments relatifs à la sortie. Or sur la fig. 43, l'indice 0 est utilisé pour les éléments se rapportant à l'ouïe, l'indice 1 pour les éléments se rapportant à la sortie de la roue.

Nous aurons donc à remplacer dans les équations générales établies,

- a) l'indice 1 par l'indice 0 ;
- b) l'indice 2 par l'indice 1.

Les relations générales donnant  $H'$ ,  $T_i$ , M et P ayant été démontrées en raisonnant sur le schéma d'une turbine hydraulique, il nous suffira pour obtenir les valeurs correspondantes, se rapportant au cas des turbo-pompes, de remplacer ainsi que nous avons déjà eu l'occasion de le faire ressortir,

- c)  $H'$  par  $-H'$  ;
- d)  $T_i$  par  $-T_i$

Les rendements indiqué, organique, effectif et total seront donnés par les formules établies pour les machines réceptrices, c'est-à-dire respectivement par les formules :

$$(XVI)^b \quad (124)^b \quad (125)^b \quad (127)^b$$

En remplaçant dans les équations (XII)<sup>b</sup> (XIII)<sup>b</sup>

$$H' \text{ par } -H' \qquad T_i \text{ par } -T_i$$

l'indice 1 par l'indice 0,  
l'indice 2 par l'indice 1,

nous obtiendrons les valeurs de :

$$\frac{2gH'}{u_0^2} \qquad \frac{gT_i}{u_0^2}$$

en fonction de :

$$n = \frac{w_1}{w_0} \quad , \quad m = \frac{u_1}{u_0} \quad , \quad x = \frac{w_0}{u_0}$$

Comme les courbes caractéristiques établies expérimentalement

sont tracées en fonction du coefficient de débit  $x = \frac{w_1}{u_1}$ , nous serons obligés de substituer à  $x = \frac{w_0}{u_0}$ , sa valeur  $\frac{m w_1}{n u_1} = \frac{m}{n} x$ , à présent que nous désignons par  $x$ , le rapport  $\frac{w_1}{u_1}$ . Le coefficient manométrique M et le coefficient de puissance P ayant respectivement pour valeur  $\frac{2 gH'}{u_1^2}$  et  $\frac{gT_i}{u_1^2}$  nous aurons à remplacer dans les valeurs de  $\frac{2 gH'}{u_0^2}$  et de  $\frac{gT_i}{u_0^2}$  que nous avons obtenues

$$u_0^2 \text{ par } \frac{1}{m^2} u_1^2, \quad x \text{ par } \frac{m}{n} x$$

Ces transformations nous conduiront aux relations :

$$M = \frac{2 gH'}{u_1^2} = A + Bx + Cx^2$$

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = a + bx$$

les coefficients A, B, C, a, b, étant des fonctions de

$$\begin{aligned} & m, \quad n, \quad x \\ & \varphi, \quad \varphi_1, \quad \psi, \quad \psi_1 \\ & \beta_0 \text{ et } \beta_1 \end{aligned}$$

Avant de transcrire les valeurs de ces coefficients, il nous reste à faire remarquer que dans nos publications antérieures, nous avons utilisé la lettre  $m$  pour désigner le rapport  $\frac{u_0}{u_1}$  (et non  $\frac{u_1}{u_0}$ ) et la lettre  $n$  pour désigner le rapport  $\frac{w_0}{w_1}$  (et non  $\frac{w_1}{w_0}$ ).

En vue de conserver dans l'étude actuelle les notations primitives, force nous est donc de faire une nouvelle substitution

$$m \text{ devra être remplacé par } \frac{1}{m}$$

$$n \text{ devra être remplacé par } \frac{1}{n}$$

Les coefficients prennent ainsi les valeurs suivantes :

$$A = \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) - m^2 \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + 1 \right) \quad (257)$$

$$B = 2 \left[ \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \cos \beta_1 - \frac{1}{\varphi_1^2} mn \cos \beta_0 \right] \quad (258)$$

$$C = \left( 2 - \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\psi_1^2} \right) - \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi_1^2} - 2 \right) n^2 \quad (259)$$

$$a = 1 - m^2 \quad (260)$$

$$b = \cos \beta_1 - mn \cos \beta_0 \quad (261)$$

les coefficients  $m$ ,  $\varepsilon$  et  $\nu$  représentant respectivement :

$$m = \frac{r_0}{r_1} \quad (262) \quad \varepsilon = \frac{l_1}{r_1} \quad (263) \quad \nu = \frac{l_0}{l_1} \quad (264)$$

et  $n$  pouvant être calculé par la relation :

$$n = \frac{w_0}{w_1} = \frac{r_1 l_1 \sin \beta_1}{r_0 l_0 \sin \beta_0} = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \quad (265)$$

Ces valeurs de  $M$  et  $P$  étant connues il est possible d'établir *un coefficient  $R$ , caractéristique d'un type donné.*

De la relation du débit :

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1 w_1 \quad (266)$$

(dans laquelle  $k'$  désigne le coefficient d'encombrement de la section de sortie de la roue,  $k''$  le coefficient de contraction de la veine limitée par deux aubes voisines), on peut déduire, en effet,

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 x u_1.$$

En remplaçant  $r_1$  par sa valeur tirée de la relation :

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1,$$

et  $u_1^3$  par sa valeur déduite du coefficient manométrique  $M$  :

$$u_1^3 = \frac{(2gH')^{\frac{3}{2}}}{M^2}$$

on obtient une relation dans laquelle les quantités  $Q$ ,  $H'$  et  $N$  (qui constituent généralement les données du problème à résoudre lors du calcul des dimensions générales) peuvent se grouper dans le premier membre pour donner lieu à un coefficient sans dimensions :

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^2}$$

La valeur de R ainsi que l'indique le second membre, ne dépend que des proportions et de  $x$  :

$$R = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 \frac{x}{M^2} \quad (267)$$

et partant, si l'on s'impose la condition que la turbo-pompe soit construite pour fonctionner au rendement maximum on peut dire qu'à chaque type correspond une valeur de R et une seule, *celle calculée pour la valeur de  $x$  qui conduit au rendement maximum.*

Pour pouvoir donner une solution à tout problème posé, dans lequel les trois quantités Q, H' et N, sont des données, il ne suffira donc pas de faire varier les dimensions, il faudra également faire varier les proportions de la pompe, c'est-à-dire le type. Comme aux environs du maximum, le rendement varie peu, il est pratiquement possible de réaliser avec un même type des valeurs de R comprises entre des limites assez étendues, que la classification indiquée au tableau IV fixe d'une manière rationnelle.

En tolérant une variation de rendement comprise entre des limites de 0,70 et 0,78, 6 types suffisent pour obtenir des valeurs de R comprises entre 4 et 400.

*Remarques.* — Pour le calcul de  $\frac{N_0}{N_i}$  dont la valeur entre dans l'expression du rendement organique, on pourra utiliser la formule (XVII)<sup>b</sup>,  $r_1$  désignant le rayon extérieur de la roue.

En ce qui concerne le calcul de  $\frac{f}{Q}$ , on fera appel à la formule (XVIII)<sup>b</sup>.

Quant au *degré de réaction*  $r$ , il sera donné par la formule (113) dans laquelle M' a pour valeur :

$$M' = A' + B'x + C'x^2$$

On trouvera la valeur de ces coefficients A', B', C', en raisonnant comme ci-dessus ou plus simplement en partant de la formule (112) transcrite avec les nouvelles notations.

$$A' = (1 - m^2) \quad (268)$$

$$B' = 0 \quad (269)$$

$$C' = \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) n^2 - \frac{1}{\varphi^2} \quad (270)$$

## § 2. — Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles.

En vue de classer rationnellement les différents types il importe de rechercher comme nous l'avons fait au chapitre V du 2<sup>e</sup> fascicule en nous plaçant plus particulièrement au point de vue des turbines



hydrauliques, les rapports qui doivent exister nécessairement entre les différents coefficients de proportionnalité

$$m, \varepsilon, \nu$$

Le rapport entre  $m$  et  $\varepsilon$  dépend ainsi que nous l'avons vu de la vitesse limite  $c_0$  que l'on peut admettre à l'ouïe de la roue. Il convient donc d'examiner d'une façon précise l'influence de cette vitesse sur les conditions de fonctionnement de la pompe, en particulier sur la hauteur manométrique fournie par la pompe.

**Vitesse maximum à l'ouïe.** — Le bon fonctionnement de la pompe est lié à la bonne alimentation de l'aubage mobile à l'entrée ; lorsque celui-ci ne se remplit pas complètement, il se forme des remous qui, non seulement réduisent le rendement de la pompe, mais encore provoquent une usure extrêmement rapide des aubes et des flasques de la roue et du diffuseur

Cette bonne alimentation de la roue dépend bien entendu du tracé de l'aubage et de la tubulure d'aspiration, mais surtout de la pression absolue qui règne à l'entrée de celle-ci. Lorsque cette pression tombe en dessous de  $\frac{3}{10}$  à  $\frac{4}{10}$  de  $\text{kg/cm}^2$  pour de l'eau à 10 à 15°, il semble que cet air contenu dans l'eau se sépare de celle-ci, et en occupant une partie de la section libre de l'aubage, fait diminuer rapidement le coefficient de contraction que nous avons désigné par  $k''$  dans l'équation du débit (266).

S'il en est ainsi, la courbe donnant la hauteur en fonction du débit, à vitesse constante, n'aura plus la même allure que la courbe du coefficient  $M$  en fonction de la variable  $x$ , celle-ci devenant d'ailleurs indéterminée faute de pouvoir évaluer  $k''$ .

Reprenons pour nous faire comprendre le diagramme du coefficient manométrique  $M$  en fonction du coefficient de débit  $x$ , diagramme qui dépend du type et des angles, mais qui pour un type normal à l'allure de la fig. 45 (courbe 1 en trait plein). Lorsqu'on fait un essai à vitesse constante,  $x$  est proportionnel à  $w_1$  et partant au débit  $Q$ , tandis que  $M$  est proportionnel à la hauteur  $H'$ . Ce diagramme donne dans ce cas, à une certaine échelle, la loi de variation de  $H'$  en fonction de  $Q$ .

Si on effectue toutefois une série d'essais avec des hauteurs d'aspiration  $h_1$  croissantes, on constate que à partir d'un certain débit que nous appellerons *débit critique*  $Q_c$ , (d'autant plus grand d'ailleurs que  $h_1$  est plus petit) la courbe de  $H$  en fonction de  $Q$  prend une allure presque parallèle à l'axe des ordonnées (fig. 152).

Pour tracer la courbe du coefficient manométrique en fonction de  $x$  au delà de  $x_c$ , il faudrait pouvoir déterminer la valeur de  $k''$  en chaque point ; on peut admettre que malgré la présence de remous de nature à réduire le coefficient manométrique, la courbe de ce dernier en fonction de  $x$  au delà de  $x_c$  n'est pas très inférieure à la courbe normale ;

avec cette hypothèse il serait possible de déduire des essais la valeur

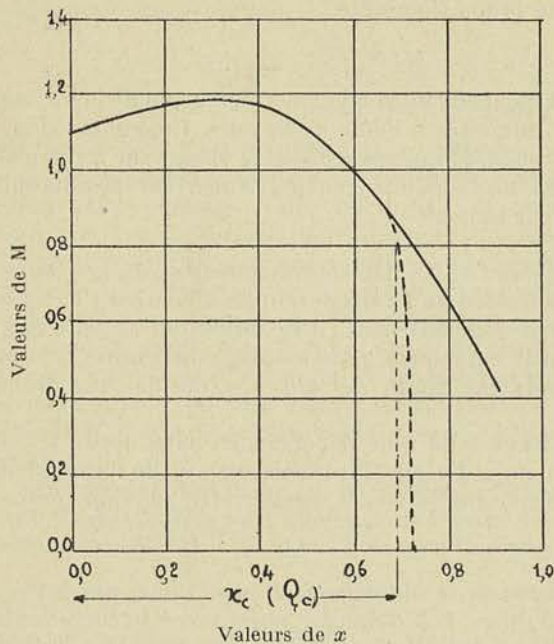


Fig. 152.

de  $k''$ . Mais au point de vue où nous nous plaçons il importe assez peu de déterminer la variation de  $k''$ , au delà de  $x_c$ , car il convient pour la conservation de la pompe et la stabilité du régime, de ne pas atteindre le débit  $Q_c$ .

Ce débit dépend de la hauteur d'aspiration d'après ce que nous venons de voir, et il est aisé de montrer qu'il doit en être ainsi.

Calculons pour cela, la pression  $p_e$  (fig. 55) et la pression  $p_o$  à l'entrée de la roue.

La pression  $p_e$  à l'entrée de la tubulure d'aspiration, est donnée

par la relation (75) à la condition de changer le signe de  $(h_1 - h')$  :

$$v(p - p_e) - (h_1 - h') - \frac{1}{2g} c_e^2 - T'_f = 0.$$

En appliquant l'équation de *Bernouilli* à la tubulure d'aspiration, nous obtiendrons :

$$v(p_e - p_o) + [h_1 - (h_1 + h')] + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_o^2) - T_o = 0$$

$c_o$  désignant la vitesse dans la section d'entrée et  $T_o$  la perte de charge dans la tubulure.

En additionnant membre à membre ces deux équations, nous obtenons :

$$vp_o = vp - \left( h_1 + T'_f + T_o + \frac{1}{2g} c_o^2 \right) \quad (271)$$

Les termes  $T'_f$  et  $T_o$  croissent comme le carré de la vitesse et partant le carré du débit ; la valeur de  $vp_o$  est donc d'autant plus petite que le débit est plus grand.

Dans des essais que nous rappellerons à la fin de ce 4<sup>e</sup> fascicule, nous

avons trouvé que la perte de charge  $T_o$  pouvait atteindre même avec un tracé parfaitement approprié (pour des roues de petites dimensions il est vrai), 1 fois et même 1,5 fois la valeur du terme  $\frac{1}{2g} c_o^2$

Si nous adoptons cette dernière valeur, nous voyons que :

$$vp_o = vp - (h_1 + T'_f) - 2,5 \frac{c_o^2}{2g} \quad (272)$$

$$\text{et} \quad vp_e = vp - (h_1 + T'_f) - \frac{1}{2g} c_o^2 \quad (273)$$

$h'$  étant supposé nul.

Avec  $c_e = 2$  m. 50 vitesse fréquemment admise, on arrive à :

$$vp_e = vp - (h_1 + T'_f) - 0,32 = 10 - (h' + T'_f) \quad (274)$$

la valeur de  $vp$  étant de 10,33 pour la pression atmosphérique normale.

Pour  $vp_o$  on trouve ensuite en substituant à  $(h_1 + T'_f)$  sa valeur tirée de la relation précédente :

$$vp_o = vp_e + 0,32 - 2,5 \frac{1}{2g} c_o^2$$

soit  $vp_o = vp_e - 1$  m. 70 pour  $c_o = 4$  m.

et  $vp_o = vp_e - 2$  m. 84 pour  $c_o = 5$  m.

On voit que, pour une dépression correspondant à une hauteur manométrique d'aspiration  $(h_1 + T'_f) = 6$  m. 50,  $vp_e$  tombe à 3 m. 50 et  $vp_o$

à 3 m. 50 — 1 m. 70 = 1 m. 80 pour  $c_o = 4$  m.

à 3 m. 50 — 2 m. 84 = 0 m. 66 pour  $c_o = 5$  m.

On conçoit donc combien il est difficile de dépasser 6 m. 50 de hauteur manométrique d'aspiration et combien il est nécessaire si l'on veut pouvoir atteindre la valeur  $(h_1 + T'_f) = 6$  m. 50, sans se trouver au voisinage du débit critique, de limiter la vitesse à une valeur inférieure à 4 m./sec.

Pour des températures supérieures à 10° à 15°, la hauteur manométrique de 6 m. 50 ne pourra être atteinte même si on limite la vitesse à 4 m./sec.

Le diagramme de la fig. 153 donne la variation de la hauteur manométrique d'aspiration avec la température, ce diagramme étant tracé de manière qu'il existe constamment un écart entre la température de l'eau et la température de vaporisation sous la dépression créée réellement à l'ouïe, de 35° à 30°. Avec une vitesse moindre à l'ouïe on pourrait augmenter quelque peu les valeurs indiquées par le diagramme.

**Rapport entre  $m$  et  $\varepsilon$ .** — Si l'on accepte comme établi que dans les conditions normales à prévoir pour l'installation des turbo-pompes, il convient de ne pas dépasser une vitesse  $c_o$  de 4 m./sec. à l'ouïe, il sera possible de fixer une relation entre  $m$ ,  $\varepsilon$  et  $u_1$  vitesse périphérique de la roue.

Désignons par  $k'$  le coefficient d'encombrement à la sortie de la roue,  $k''$  le coefficient de contraction correspondant,

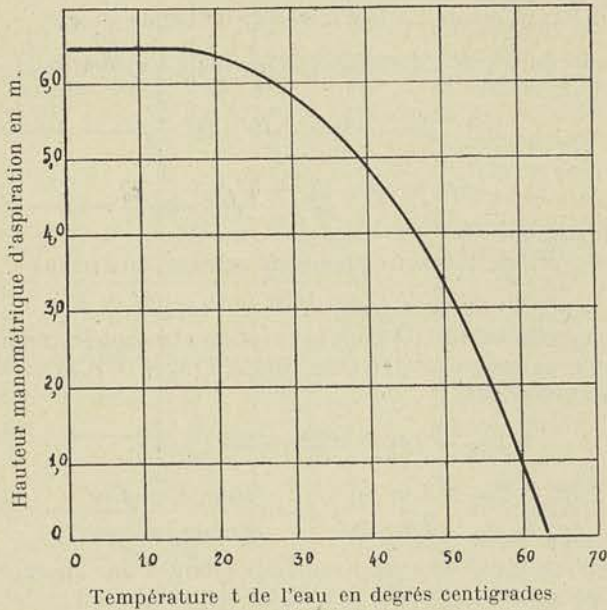


Fig. 153.

$k'''$  le coefficient d'encombrement à l'ouïe de la roue, résultant de la présence de l'arbre et du moyeu.

Nous pourrions écrire :

$$k''' \frac{\pi D_s^2}{4} c_0 = 2 \pi r_1^2 k' k'' \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

et en tirant :

$$\left( \frac{D_s}{2r_1} \right)^2 = 2 \frac{k' k''}{k'''} \varepsilon \sin \beta_1 x \frac{u_1}{c_0} \quad (276)$$

Examinons pour chacun des deux premiers types (fig. 61 et fig. 62) à quelles conclusions conduit cette relation. Nous montrerons plus loin que l'angle  $\beta_1$  le plus favorable est voisin de  $30^\circ$  et que la valeur de  $x$  qui correspond au rendement maximum est d'environ 0,30 ; en ce qui concerne  $k'$ ,  $k''$ ,  $k'''$ , on peut prendre respectivement pour les petites roues tout au moins, les valeurs suivantes : 0,90, 0,85 et 0,70.

Dans ces conditions :

$$\left( \frac{D_s}{2r_1} \right)^2 = 0,033 \varepsilon \frac{u_1}{c_0}$$

Dans les pompes centrifuges à très hautes pressions,  $\varepsilon$  dépasse rarement 0,10 et ne descend pas en-dessous de 0,08 tout au moins pour des applications qui exigent un rendement de plus de 0,50 à 0,55.

Si donc nous calculons le rapport entre  $m$  et  $\varepsilon$  pour le type I (fig. 61) dans lequel  $\varepsilon$  serait ramené à 0,10, nous trouvons,  $D_s$  étant égal sensiblement à  $2r_0$ ,

$$\left(\frac{2r_0}{2r_1}\right)^2 = m^2 = 0,033 \frac{u_1}{c_0} \quad (277)$$

de laquelle nous tirons :

$$u_1 = c_0 \frac{m^2}{0,033} = 4 \times \frac{0,25}{0,033} = 30 \text{ m.}$$

(pour  $m = 0,5$  et  $c_0 = 4 \text{ m.}$ )

*La vitesse périphérique limite, pour le type I, fonctionnant aux environs du rendement maximum, serait donc de 30 m./sec.* Il est prudent de se tenir en-dessous de ce chiffre, surtout si la hauteur d'aspiration est voisine de la valeur maximum, et d'employer un rapport  $m$  plus grand que 0,5 à partir de  $u_1 = 25$  à 28 m/sec.

Ceci explique pourquoi certains constructeurs de pompes multicellulaires utilisent pour la première roue qui doit fonctionner généralement avec une forte dépression à l'ouïe, le type II (fig. 62) avec un diamètre réduit, tandis qu'ils conservent le type I pour les roues suivantes.

Lorsque les données conduisent à des valeurs de  $R$  comprises entre 6 et 12, pour fixer les idées, les valeurs du coefficient de débit  $x$  passent de 0,35 à 0,55, (on peut tirer cette conclusion de l'examen du diagramme I de la fig. 73, en tenant compte que les valeurs de  $R$  portées en ordonnées ont été calculées pour  $\varepsilon = 0,250$  et doivent être divisées par 2,5 pour correspondre à notre cas).

Comme on a toujours affaire dans ce cas, à une pompe à 1 roue, les diamètres de l'arbre et du moyeu, sont plus petits et le coefficient d'encombrement  $k'''$  passe à 0,85 par exemple. On peut calculer que dans ces conditions d'application la vitesse périphérique du type I ne doit pas dépasser 20 m./sec.

Il sera toujours loisible, si les données l'imposent, d'adopter le type double ouïe répondant aux mêmes valeurs de  $m$  et de  $\varepsilon$ .

Avec le type II (fig. 62) pour lequel  $\varepsilon$  serait pris égal à 0,200,  $k''' = 0,90$  la relation (276) donnerait :

$$u_1 = 0,36 \frac{1}{2} \frac{k'''}{k' k''} \frac{c_0}{0,20 \times 0,50 \times 0,55} \leq 15 \text{ m/sec,}$$

$D_s$  pouvant être pris égal à  $0,6 \times 2r_1$ .

Pour les données qui conduiraient à une valeur de  $u_1$  plus élevée, on serait forcé d'adopter le type double ouïe répondant aux mêmes valeurs de  $m$  et de  $\varepsilon$ , ou de faire croître  $m$  en conservant la même valeur de  $\varepsilon$ .

**Rapport entre  $\nu$ ,  $\varepsilon$  et  $m$ .** — En ce qui concerne le coefficient :

$$\nu = \frac{l_0}{l_1}$$

la condition à réaliser est que la section libre à l'entrée de l'aubage ne soit pas plus grande que la section à l'ouïe, puisque l'on ne peut admettre que la vitesse diminue entre le point d'entrée dans la roue et le point d'entrée dans l'aubage.

Cela conduit à poser :

$$2 \pi r_0 l_0 \leq \frac{\pi D_s^2}{4} k''' ;$$

en remplaçant :

$$r_0 \text{ par } m r_1,$$

$$l_0 \text{ par } \nu l_1,$$

$$l_1 \text{ par } \varepsilon r_1,$$

on trouve ainsi :

$$m \nu \varepsilon \leq \frac{1}{2} \left( \frac{D_s}{2r_1} \right)^2 k''' \quad (278)$$

Pour le type I correspondant à  $\varepsilon = 0,1$ ,  $\left( \frac{D_s}{2r_1} \right)$  étant égal à  $m$ , cette relation donne :

$$\nu \leq \frac{1}{2} \frac{1}{m} \frac{1}{\varepsilon} m^2 \times 0,7 \quad \text{soit} \quad 1,75$$

Pour le type II, correspondant à  $\varepsilon = 0,20$  on trouve,  $k''$  étant supposé égal à 0,9, et la valeur moyenne de  $m$  égale à 0,5

$$\nu \leq \frac{1}{2} \frac{0}{0,5} \frac{1}{0,20} (0,6)^2 \times 0,9 \quad \text{soit} \quad 1,62.$$

Ainsi se justifient les proportions adoptées pour les types I et II, qui correspondent approximativement aux valeurs de  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\nu$  qui viennent d'être établies.

Pour le calcul il conviendrait de considérer la roue du type II comme constituée par deux roues juxtaposées, fonctionnant en parallèle, les valeurs des coefficients caractéristiques étant pour l'une :

$$m = 0,5 \quad \nu = 1,6 \quad \varepsilon = 0,100 \text{ à } 0,125$$

$$\text{pour l'autre : } m = 0,6 \quad \nu = 1,5 \quad \varepsilon = 0,100 \text{ à } 0,125$$

**Valeur de  $n$  et de  $tg \beta_0$ .** — Nous avons désigné par  $n$  le rapport  $\frac{w_0}{w_1}$  de

la vitesse relative d'entrée dans l'aubage à la vitesse relative de sortie. On conçoit que ce rapport ne peut en aucun cas être sensiblement plus grand que l'unité, car la vitesse ne peut être réduite d'une valeur  $w_0$  à

une valeur  $w$ , notablement plus faible, dans le court trajet que suit le fluide dans l'aubage.

Lorsque la différence des sections d'entrée et de sortie conduit à des canaux trop divergents, la veine se contracte à la sortie ainsi que nous le montrerons en appendice et le rapport  $n$  se rapproche automatiquement de l'unité. On peut calculer si l'on suppose les coefficients de contraction et d'encombrement égaux à l'unité que :

$$n = \frac{r_1}{r_0} \frac{l_1}{l_0} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0}$$

En tenant compte du coefficient de contraction à la sortie, la valeur de  $n$  devient :

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} k'' \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \quad (279)$$

Malheureusement  $k''$  est difficile à déterminer par le calcul.

En ce qui concerne  $\beta_0$ , on s'impose comme condition que le dos des aubes soit tangent à l'entrée, à la direction de la vitesse relative  $w_0$ ;  $\alpha_0$  désignant l'angle de la vitesse absolue avec la tangente, on pourra écrire :

$$w_0 \sin \beta_0 = c_0 \sin \alpha_0 \quad w_0 \cos \beta_0 = c_0 \cos \alpha_0 - u_0$$

et en tirer :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - \frac{u_0}{c_0 \sin \alpha_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - m^2 \nu \frac{1}{\sin \beta_1} \frac{1}{x}$$

en vertu de la relation :

$$2 \pi r_0 l_0 \sin \alpha_0 c_0 = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1.$$

Cette relation conduit à la valeur :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - 0,800 \frac{1}{x}$$

pour le type I caractérisé par

$$\nu = 1,6, \quad \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ.$$

Pour les pompes à haute pression,  $x$  est inférieur à 0,3 ce qui fixe comme valeur minimum de  $\beta_0$ , la valeur donnée par la relation :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - 2,675.$$

En admettant que le fluide qui entre normalement au plan de l'ouïe de la roue, soit entraîné légèrement dans le sens de la rotation, avant son entrée dans l'aubage, on sera amené à poser :

$$\alpha_0 < 90^\circ$$

et à constater que  $\operatorname{tg} \beta_0$  est au plus égal à

$$\operatorname{tg} \beta_0 = -0,375$$

soit :

$$\beta_0 = 180^\circ - 21^\circ$$

Nous adopterons dans les calculs relatifs au type I, qui vont suivre, les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{pour } \beta_1 = 180^\circ - 12^\circ, \quad \beta_0 = 180^\circ - 18^\circ \text{ au lieu de } 180^\circ - 9^\circ, \\ \text{» } \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ, \quad \beta_0 = 180^\circ - 24^\circ \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 180^\circ - 21^\circ, \\ \text{» } \beta_1 = 180^\circ - 60^\circ, \quad \beta_0 = 180^\circ - 30^\circ \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 180^\circ - 27^\circ. \end{array}$$

D'une manière générale, il est d'autant plus difficile de réaliser les angles que donne le calcul, que  $x$  et l'angle  $180^\circ - \beta_1$  sont plus petits : l'épaisseur des aubes ne peut en effet, être réduite à moins de  $2 \frac{1}{2}$  à 3 mm. dans les petites roues et on arrive rapidement malgré l'amincissement à l'extrémité, à un coefficient d'encombrement très faible lorsque l'angle est inférieur à  $18^\circ$ , pour fixer les idées.

### § 3. — Calcul de R.

Les valeurs des coefficients de proportionnalité que nous venons d'établir étant adoptées, de même que l'angle  $\beta_0$  calculé en fonction de ceux-ci, il est possible de déterminer les courbes caractéristiques des différents types, de même que la valeur du coefficient caractéristique R.

Nous adopterons pour coefficients de perte de charge dans le distributeur, la roue et le diffuseur, les mêmes valeurs que celles adoptées dans l'étude sur les turbines hydrauliques, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{l} \frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \qquad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25 \qquad k_1 = 0,05 \\ K = 600, \quad k'' = 0,95, \quad k' = \frac{90}{90 + \frac{5}{\sin \beta_1}} \end{array}$$

$k''$  coefficient d'encombrement étant calculé pour une épaisseur d'aube de 5 mm. et un intervalle de 90 mm. entre deux aubes, mesuré suivant l'arc, à la périphérie.

Nous avons donné les résultats du calcul (fig. 73) pour les éléments n° 1, n° 2 et n° 3 définis par :

$$\begin{array}{lll} \text{n}^\circ 1 & m = 0,5 & \nu = 1.6 \\ \text{n}^\circ 2 & m = 0,6 & \nu = 1.5 \\ \text{n}^\circ 3 & m = 0,7 & \nu = 1.3 \end{array}$$

les angles d'entrée et de sortie étant respectivement de :

$$\beta_0 = 180^\circ - 24^\circ \qquad \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$$



Les courbes 1, 2, 3 donnent respectivement pour les éléments nos 1, 2, 3, et pour  $\varepsilon = 0,250$  les valeurs de R. Pour  $\varepsilon = 0,125$  les valeurs de R doivent donc être divisées par 2.

Pour le type II qui peut être considéré comme la réunion de deux éléments, correspondant respectivement au n° 1 et au n° 2, on pourra considérer R comme compris entre les courbes 1 et 2, puisque  $\varepsilon = 0,250$ .

Des courbes de la fig. 73, nous pouvons déduire :

1° que le type T H P construit avec  $\varepsilon = 0,125$  peut conduire à des valeurs de R comprises entre 4 et 12,5 le rendement  $\eta_e$  restant compris entre 0,70 et 0,78 ;

2° que le type H P construit avec  $\varepsilon = 0,250$  peut conduire à des valeurs de R variant de 12,5 à 25, le rendement  $\eta_e$  restant compris entre 0,75 et 0,78.

Pour le type hélico-centrifuge large et à fortiori les types mixtes, une difficulté se présente : celle de déterminer pour chacune des roues partielles, les angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$  à l'entrée et à la sortie afin que le degré de réaction soit sensiblement le même pour chacune d'elles. Cette difficulté que nous avons surmontée dans l'étude des turbines, en proposant une méthode nouvelle pour la détermination du tracé des aubes, est accrue ici par le fait qu'en l'absence de tout distributeur, l'orientation des filets fluides à l'entrée n'est pas bien déterminée. Pour les types centrifuge et hélico-centrifuge étroit, cette indétermination est sans conséquence bien grave : en effet, une différence même notable dans l'évaluation de l'angle réel  $\alpha_0$  n'entraîne dans l'évaluation de  $T_i$  et partant des courbes caractéristiques, qu'une erreur peu appréciable, le terme  $u_0 c_0 \cos \alpha_0$  de l'expression de  $T_i$  étant relativement faible par rapport au terme  $u_1 c_1 \cos \alpha_1$ . Il n'en est plus de même pour le type hélico-centrifuge large et l'on peut dire que la détermination *théorique* des courbes caractéristiques de celui-ci, reste de ce fait très aléatoire.

On pourra comme première approximation, s'en tenir, pour les turbo-pompes B P et T B P, aux valeurs de R indiquées dans le tableau IV. Quant à la valeur du coefficient manométrique, elle devra être recherchée expérimentalement en opérant au besoin sur un type de petites dimensions.

*Nous nous bornerons dans ce qui va suivre, à étudier les courbes caractéristiques des types centrifuge et hélico-centrifuge étroit.* Nous montrerons ultérieurement par une étude théorique, comment il faut interpréter ce fait que le coefficient manométrique diminue beaucoup moins rapidement que ne l'indique la théorie, lorsque le rapport  $m = \frac{r_0}{r_1}$  augmente.

#### § 4. — Angle $\beta_1$ le plus favorable dans les types T H P et H P.

Le problème posé lorsqu'il s'agit de pompes à très haute pression, est de réaliser la plus grande hauteur  $H'$  possible pour le débit  $Q$  imposé, sans dépasser un nombre de tours compatible avec une attaque directe

par moteur électrique ; le problème revient donc à *déterminer la condition à réaliser pour atteindre avec le rendement maximum possible, la valeur minimum de R.*

Comme, nous avons justifié dans les paragraphes précédents les relations nécessaires entre les coefficients de proportionnalité ainsi qu'entre les angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$ ,  $\beta_1$  et  $\varepsilon$  restent les seuls éléments indéterminés dans le tracé d'un type donné.

Faisons varier  $\beta_1$  et recherchons pour chacune des valeurs :

$$180^\circ - 19^\circ, \quad 180^\circ - 30^\circ, \quad 180^\circ - 60^\circ$$

les courbes caractéristiques, notamment les courbes de R et de  $\eta$  en fonction de  $x$ .

En réunissant tous les points des courbes de R correspondant au même rendement, on pourra déduire par interpolation les valeurs de  $\beta_1$  et de  $x$  qui conduisent au minimum de R pour un rendement donné.

Nous ferons ces calculs pour le type T H P défini par les coefficients de proportionnalité :

$$m = 0,5 \quad \nu = 1,6 \quad \varepsilon = 0,100$$

en supposant que les coefficients de perte, et les coefficients d'encombrement et de contraction, aient les valeurs précédemment admises.

Avec des valeurs  $\varepsilon$  sensiblement inférieures à 0,100, il est impossible d'atteindre un rendement suffisamment élevé, à moins qu'il ne s'agisse de pompes de grandes dimensions pour lesquelles le rendement organique et le coefficient  $\left(1 - \frac{f}{Q}\right)$  sont relativement élevés. D'autre part, pour les valeurs de  $\varepsilon$  supérieures à 0,100, les valeurs de  $x$  que l'on est conduit à adopter pour satisfaire à l'équation du débit (266), sont relativement trop faibles au point de vue de la stabilité de marche ainsi que nous le ferons ressortir au § 6, en traçant la courbe du débit  $(Q - f)$  en fonction du nombre de tours N.

Avec des pompes centrifuges étroites, il est nécessaire de tenir compte de la perte par fuite et de distinguer le rendement total  $\eta$  du rendement effectif, l'un étant lié à l'autre par la relation :

$$\eta = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q}\right)$$

Nous adopterons pour le calcul de  $\frac{f}{Q}$

$$\frac{e}{r_1} = 0,002 \quad \text{et} \quad k_2 = 0,7$$

chiffres normaux.

Les résultats du calcul sont portés en diagramme fig. 154, les courbes 1, 2, 3 donnant les valeurs de R en fonction de  $x$ , les courbes I, II, III donnant les valeurs du coefficient manométrique M, pour les angles  $180^\circ - \beta_1$  de :  $19^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ ;

En traçant les courbes du rendement total  $\eta$ , nous avons recherché sur les courbes de R les points correspondant successivement aux rende-

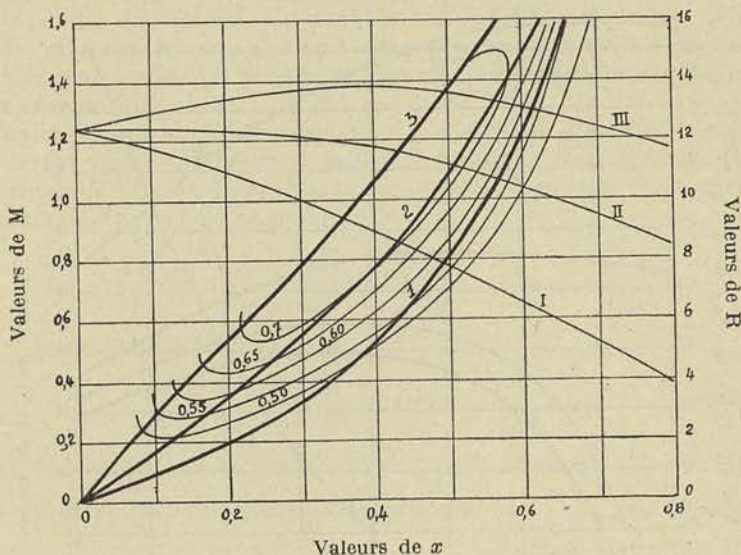


Fig. 154.

ments 0,50, 0,55, 0,60, 0,65, 0,70. Les courbes reliant tous les points de même rendement sont indiquées en trait faible.

On peut se rendre compte par le tracé de ces dernières courbes, que la valeur minimum de R est réalisée pour un angle  $(180^\circ - \beta_1)$  supérieur à  $30^\circ$  (compris entre  $30^\circ$  et  $40^\circ$  pour fixer les idées) d'autant plus voisin de  $30^\circ$  que le rendement que l'on s'impose est plus faible :

pour $\eta = 0,50$ ,	$R = 2,1$ ,	$x = 0,125$ ,	$(180^\circ - \beta_1) = 30^\circ$
$= 0,60$ ,	$R = 3,4$ ,	$x = 0,160$ ,	
$= 0,65$ ,	$R = 4,3$ ,	$x = 0,200$ ,	
$= 0,70$ ,	$R = 5,2$ ,	$x = 0,250$ ,	$(180^\circ - \beta_2) = 40^\circ$

Il convient, si l'on veut comparer les valeurs de R que nous venons d'indiquer, avec celles que nous avons déduites du diagramme de la fig. 73, de remarquer que le rendement renseigné ici est le rendement total obtenu en tenant compte des fuites ; or, avec des roues étroites et les valeurs faibles de  $x$  utilisées normalement dans les pompes à très haute pression, les pertes par fuite atteignent 6 à 7 % et plus. On peut voir, en examinant les courbes caractéristiques correspondant à l'angle de  $180^\circ - \beta_1 = 30^\circ$  tracées fig. 155, que les pertes se décomposent comme suit pour la valeur de  $x$  correspondant au maximum de rendement :

pertes hydrauliques :	15 %	$\eta_i = 0,850$
pertes par frottements externes :	12 %	$\eta_e = 0,85 \times 0,88 = 0,747$
pertes par fuites :	7 %	$\eta = 0,747 \times 0,93 = 0,695$

Ces valeurs se confondent sensiblement avec celles que nous avons

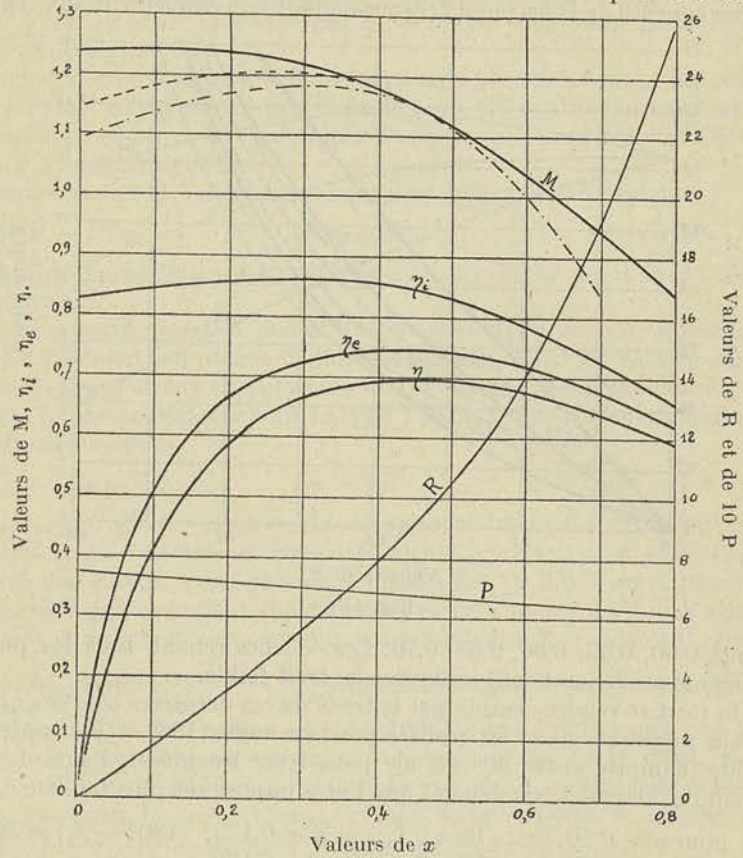


Fig. 155

trouvées expérimentalement sur une roue de 0<sup>m</sup>200 de diamètre, ayant très approximativement les proportions du type calculé ici.

§ 5. — Influence des dimensions sur les courbes caractéristiques.

Avec des roues de plus grandes dimensions, les pertes hydrauliques diminuent ainsi que nous l'avons déjà fait observer, lors du calcul du coefficient  $\varphi$ , page 64 et suivantes. Mettons en relief l'influence des dimensions sur la valeur du coefficient manométrique, sur le rendement indiqué et le rendement total, en calculant les courbes caractéristiques pour 3 numéros du type T H P d'angle  $\beta_1$  égal à  $(180^\circ - 30^\circ)$ ; nous adopterons pour ces calculs, les valeurs des coefficients  $\varphi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\psi$ ,  $\psi_1$  qui correspondent aux trois dimensions  $2r_1$

0<sup>m</sup>100,

0<sup>m</sup>200,

0<sup>m</sup>400.

Avant de les entamer, il nous paraît utile de faire remarquer que la courbe du coefficient manométrique déduite de la théorie, ne saurait correspondre dans toute son étendue, à la courbe réelle : cette courbe tombe plus rapidement que ne l'indique le tracé en trait plein, de la fig. 155, pour les petites valeurs de  $x$ , et elle suit sensiblement celle indiquée en pointillé.

Voyons comment ce fait s'explique : le coefficient  $\psi_1$  qui tient compte des pertes dans le diffuseur ne peut être considéré comme constant, et indépendant de  $x$  ainsi que nous l'avons supposé ; en effet, ce coefficient  $\psi_1$  pourrait être calculé en posant :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{c_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi_2^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g}$$

ou, ce qui revient au même,

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) n^2 + \left(\frac{1}{\psi_2^2} - 1\right) \quad (281)$$

Or, les coefficients  $\varphi$  et  $\psi$  sont donnés par les relations (72) et (98) en fonction du coefficient dépendant des proportions  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  des canaux du diffuseur, et du coefficient de résistance  $k$ . Comme  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  augmente lorsque  $x$  diminue, (puisque l'angle d'entrée  $\alpha_1$  diminue et que la longueur du canal grandit), comme d'autre part la section moyenne des canaux diminue et que  $k$  dépend de la valeur de cette section moyenne, on peut conclure que  $\psi_1$  diminue avec  $x$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{\psi_1^2}$  augmente, et que partant  $M$  décroît plus rapidement que ne l'indique la courbe calculée en supposant  $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$ .

Cherchons à nous faire une idée de la manière dont  $\psi_1$  varie avec les dimensions ; pour cela assimilons, au point de vue de la perte de charge, le canal à section rectangulaire et à axe courbe, formé par les flasques et deux aubes voisines, à un canal rectiligne à section circulaire et déterminons quelle devrait être la rugosité de ce dernier pour que l'énergie absorbée par les frottements et tourbillonnements soit la même qu'avec le premier.

La concordance entre les résultats du calcul et les résultats d'expérience que nous avons signalés plus haut pour une roue de 0<sup>m</sup>200 de diamètre, nous permet d'admettre que les coefficients :

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975 \quad \psi_1 = 0,895 \left(\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25\right)$$

correspondent à une roue et à un diffuseur en bronze, à parois entière-

ment parachevées, dont les tracés peuvent être caractérisés par les chiffres suivants : (voir pour les notations pages 64 et 65)

$$k'' = \frac{s}{e} = 3,3, \quad k''' = \frac{l}{e} = 0,345, \quad \sigma = 0m^200029,$$

pour la roue ;

$$k'' = \frac{s}{e} = 3,4, \quad k''' = \frac{l}{e} = 0,34, \quad \sigma = 0m^200029$$

pour le diffuseur.

Ces proportions conduisent à  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = 26$  à la fois pour la roue et le diffuseur. En utilisant la formule (72) dans laquelle on remplace  $\varphi$  par sa valeur, on trouve pour la roue :

$$k = 0,0003$$

Pour le diffuseur, en admettant  $k = 0,0006$  et  $k_1 = 0,10$  (valeurs doubles des précédentes) on retrouve au moyen de la relation (281)

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25 \left( n \text{ peut être pris égal à } \frac{1}{3} \right).$$

Si on introduit cette valeur de  $k$  égale à 0,0003 dans la formule,

$$k = \frac{1}{40.000} \left( \frac{e 10^2}{\sqrt[3]{\alpha}} + 2,4 + b \right)^{(1)}$$

en assimilant le canal à une conduite cylindrique d'un diamètre  $d$  tel que

$$\frac{\pi d^2}{4} = 0m^200029, \quad \text{soit} \quad d = 0m02,$$

on peut en déduire  $b$  coefficient dépendant de la rugosité. Comme ce coefficient est donné par une fonction exponentielle de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ ,  $d$  étant le

diamètre de la conduite cylindrique,  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$  le rapport entre la rugosité d'un tuyau en fer pris comme terme de comparaison, et la rugosité du tuyau considéré, on pourra en fin de compte fixer  $\varepsilon$  la rugosité fictive de la paroi du tuyau cylindrique qui provoquerait la même perte par frottements et tourbillonnements que celle provoquée par le canal réel formé par les aubes de la roue et du diffuseur.

En adoptant pour  $d = 0m02$ , pour  $w$  (vitesse moyenne) 6 m/sec, pour  $\mu$  (coefficient de viscosité) 0,0131, on trouve  $\sqrt[3]{\alpha} = 45$  et finalement  $\varepsilon = 0,11 \varepsilon_1$  en ce qui concerne la roue.

(1) Voir appendice.

Pour le diffuseur, en adoptant également pour  $d = 0^m02$ , pour  $w$  (vitesse moyenne) 20 m./sec. pour  $\mu = 0,0131$ ,  $\sqrt{\alpha} = 66,7$  et  $\varepsilon = 7 \varepsilon_1$ .

Conservant ces valeurs de  $\varepsilon$  pour les canaux de la roue d'une part, pour les canaux du diffuseur d'autre part, nous avons recherché, en utilisant les formules expérimentales exposées en appendice, les valeurs de  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\psi_1$  pour une roue de  $0^m100$  de diamètre, puis pour une roue de  $0^m400$ .

Nous avons trouvé :

pour 0,100	$\frac{1}{\varphi^2} = 1,068$	$\frac{1}{\psi^2} = 1,225$	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,38$
pour 0,400	$\frac{1}{\varphi^2} = 1,040$	$\frac{1}{\psi^2} = 1,152$	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,200$

En introduisant ces valeurs dans les formules donnant M, M', P, etc. nous avons obtenu les courbes caractéristiques tracées fig. 156.

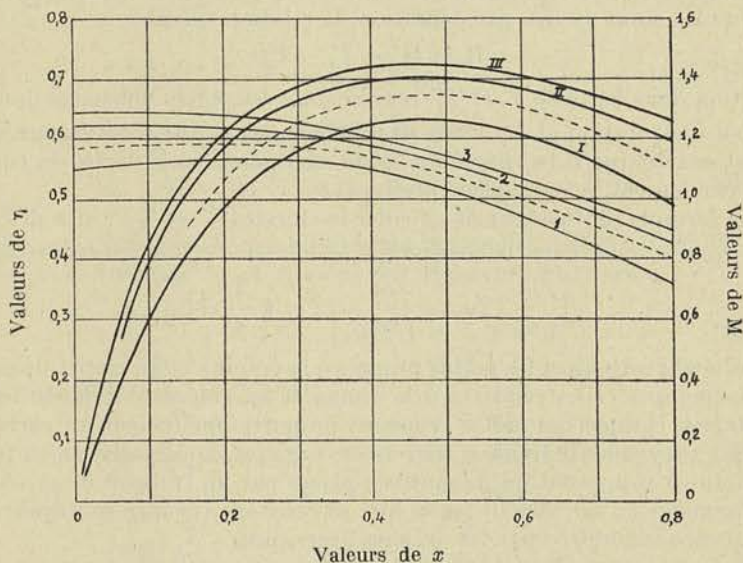


Fig. 156.

On voit que le rendement varie avec les dimensions pour un même type, d'au moins 10 % en passant du plus petit diamètre au plus grand.

Il y a lieu de faire observer que le rendement de 0,625 pour une roue de  $0^m100$ , suppose des pertes externes relativement très faibles ; ce chiffre étant considéré comme une limite supérieure, on voit que l'écart des rendements entre les deux dimensions  $0^m100$  et  $0^m400$ , est nettement supérieur à 10 %. En ce qui concerne le coefficient manométrique, la variation n'atteint pas 10 % ; mais tandis que la chute du coefficient manométrique est de 6 1/2 % en passant de  $0^m200$  à

0<sup>m</sup>100, elle n'est que de 2 1/2 % en passant de 0<sup>m</sup>400 à 0<sup>m</sup>200, tout au moins dans la région des valeurs de  $x$  voisines de celles qui conduisent au rendement maximum.

Bien que ces déductions soient tirées de considérations assez hasardées au sujet de l'évaluation des coefficients de pertes  $\varphi$ ,  $\psi$  et  $\psi_1$ , nous pouvons dire que les chiffres cités sont très voisins de la réalité, pour des roues entièrement parachevées en bronze, et que la théorie donne, ici encore, d'une manière très nette, l'ordre de grandeur des valeurs observées.

§ 6. — Calcul du rendement de l'installation. Variation du rendement en fonction du nombre de tours pour une hauteur d'élévation constante H.

Entre la hauteur géométrique d'élévation H et la hauteur manométrique H', nous avons, par définition, la relation suivante :

$$H = H' - T'_f - T''_f$$

relation dans laquelle  $T'_f$  et  $T''_f$  représentent les pertes de charge dans le tuyau d'aspiration et le tuyau de refoulement, et qui n'est rigoureusement exacte que si la vitesse du fluide est ramenée à la sortie du tuyau de refoulement, à une valeur négligeable.

La formule (66) permet de calculer les termes  $T'_f$  et  $T''_f$  : si  $c$  désigne la vitesse admise dans la conduite,  $d$  le diamètre et  $l$  la longueur totale

$$T'_f + T''_f = k \left( \frac{m}{\sigma} \right) c^2 l = k \frac{4}{d} c^2 l;$$

nous négligeons ainsi les pertes propres à la crépine et au clapet de pied, de même que celles relatives à la vanne et au clapet de refoulement ; toutefois, comme ces pertes croissent proportionnellement au carré de vitesse moyenne du fluide à travers ces organes, nous pouvons en tenir compte en supposant qu'ils sont remplacés par un tronçon de conduite de longueur  $l'$ , calculée de façon que sa résistance propre soit égale à la résistance engendrée par les organes accessoires.

Nous admettrons que dans les conditions normales la longueur  $l$  de la conduite soit égale à 1.25 H et que la valeur  $(l + l')$  atteigne 1,5 H.

Nous pourrions poser ainsi d'une manière générale :

$$H = H' - 1,5 k \frac{4}{d} c^2 H \quad (282)$$

et appeler rendement indiqué de l'installation :

$$\eta'_i = \frac{H}{T_i} = \eta_i \frac{1}{1 + 1,5 k \frac{4}{d} c^2} \quad (283)$$



Le rendement total pourra s'évaluer en fonction de  $\eta'_i$  par la relation :

$$\eta' = \eta'_i \times \eta_0 \left(1 - \frac{f}{Q}\right) = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \frac{1}{1 + 1,5 k \frac{4}{d} c^2} \quad (284)$$

Une question intéressante est la détermination de la loi de variation du rendement  $\eta'$  et du débit extérieur  $Q - f$  en fonction du nombre de tours  $N$ , pour une hauteur  $H$  d'élévation fixée.

Calculons  $c$  en fonction de  $x$  par la relation du débit ; nous aurons successivement :

$$\begin{aligned} Q - f &= \frac{\pi d^2}{4} c \\ Q &= 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 \quad (285) \\ 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 \left(1 - \frac{f}{Q}\right) &= \frac{\pi d^2}{4} c \end{aligned}$$

D'où

$$c = \left(1 - \frac{f}{Q}\right) 8 \left(\frac{r_1}{d}\right)^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 = K_1 \left(1 - \frac{f}{Q}\right) x u_1 \quad (286)$$

qui introduit dans l'équation (282), donne :

$$H = H' - 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 \left(1 - \frac{f}{Q}\right)^2 x^2 u_1^2 H \quad (287)$$

Faisons passer le second terme dans le premier membre ; multiplions tous les termes par  $2g$  et divisons par  $u_1^2$  ; nous obtiendrons :

$$\frac{2gH}{u_1^2} \left(1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 \left(1 - \frac{f}{Q}\right)^2 x^2 u_1^2\right) = M \quad (288)$$

D'après la formule (XVIII) :

$$\frac{f}{Q} = K_2 \frac{1}{x} \sqrt{Mr}, \quad 1 - \frac{f}{Q} = (x - K_2 \sqrt{Mr}) \frac{1}{x} \quad (289)$$

et partant :

$$\frac{2gH}{u_1^2} \left[1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 (x - K_2 \sqrt{Mr})^2 u_1^2\right] = M \quad (290)$$

Cette équation en  $x$  permet de déterminer  $x$  lorsqu'on se donne  $u_1$  ; connaissant  $x$  et  $u_1$ , on peut en déduire le débit  $(Q - f)$  et enfin le rendement  $\eta'_i$  puis  $\eta$ .

Pour résoudre l'équation, nous tracerons la courbe de  $M$  en fonction de  $x$  pour le type de pompe envisagé, puis la courbe de :

$$Z = \frac{2gH}{u_1^2} \left[1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 (x - K_2 \sqrt{Mr})^2 u_1^2\right] \quad (291)$$

A l'intersection de la courbe de Z avec la courbe M nous obtiendrons la valeur de  $x$  cherchée.

Appliquons les équations qui précèdent, au cas particulier suivant :

*Une roue de 200 mm. de diamètre ayant les proportions adoptées au paragraphe précédent, tourne normalement à 2900 tours ; la pompe a été calculée pour fonctionner au voisinage du rendement maximum, c'est-à-dire avec un débit tel que la valeur de  $x$  atteigne 0,4.*

La hauteur manométrique a pour valeur, dans ces conditions :

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} \times M = \frac{30,36^2}{19,62} \times 1,18 = 55,40$$

et le débit  $Q$  est égal à :

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 = 0^{\text{m}^3},0325$$

correspondant à un débit réel extérieur de :

$$(Q - f) = Q \left( 1 - \frac{f}{Q} \right) = 0^{\text{m}^3},0308$$

Supposons que le diamètre adopté pour la conduite soit de 150 mm.; la vitesse dans la conduite atteindra 1<sup>m</sup>,72, et la valeur de  $k$  sera égale à 0,00027, ainsi que cela résulte des calculs effectués en appendice.

La hauteur géométrique ne devra donc pas dépasser celle donnée par la relation (282), soit :

$$H = \frac{55,40}{1 + 1,5 k \frac{4}{0,150} 1,72^2} = 53,50.$$

(pour une conduite de longueur de 1,25 H dont les organes accessoires présentent une résistance correspondant à une longueur supplémentaire  $l' = 0,25 H$ .)

Déterminons les coefficients  $K_1$  et  $K_2$  des équations précédentes :

$$K_1 = 8 \left( \frac{r_1}{d} \right)^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' = 0,152 \quad (292)$$

$$K_2 = 2 \left( \frac{r_2'}{r_1} \right) \left( \frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\varepsilon \sin \beta_1} k_2 = 0,028 \quad (293)$$

et calculons Z en fonction de  $x$ , pour des vitesses de 2950, 2925, 2875, 2850, 2825, 2800, tours par minute, correspondant à des vitesses périphériques  $u_1$  respectivement de 30,89, 30,62, 30,10, 29,84, 29,60, 29,32.

Sur la figure 157 est tracée la courbe de M en fonction de  $x$ , ainsi que les courbes de Z pour ces différentes valeurs de N. On pourra, relever ainsi sur la figure, pour chacune des valeurs de N, une valeur de  $x$ . Introduisant cette valeur de  $x$  dans l'équation (285) on en déduira Q puis

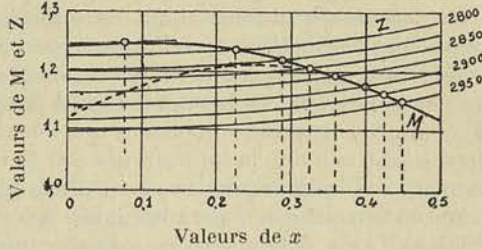


Fig. 157

$Q \left( 1 - \frac{f}{Q} \right)$  (équation 289),  
et enfin  $\eta$  par la relation (284).

Nous avons tracé fig. 158 le diagramme résultant de ces calculs, donnant  $(Q - f)$  et  $\eta'$  en fonction de N.

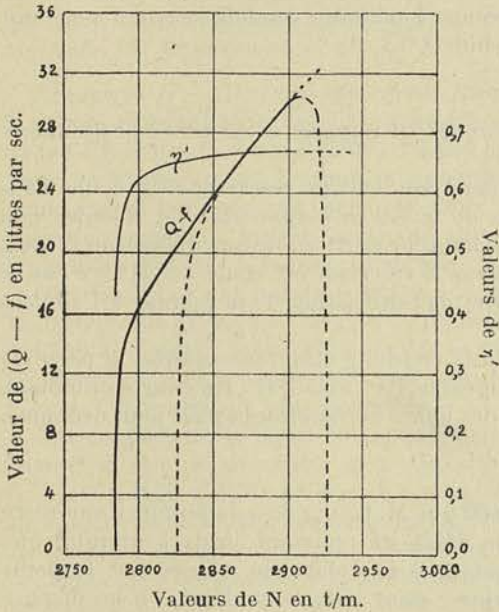


Fig. 158

On voit que le rendement diminue très peu jusqu'à 2800 tours, descend brusquement à partir de 2800 ; le désamorçage se produit pour la vitesse qui correspond au point de tangente de la courbe Z avec la courbe M, courbe qui correspond à 2780 tours environ.

Nous avons déjà fait remarquer que la courbe réelle du coefficient M, s'écartait de la courbe donnée par l'équation (XII)<sup>b</sup> pour les faibles valeurs de  $x$ , et qu'elle se rapprochait de la courbe dessinée en pointillé.

Analysons le phénomène de l'amorçage de la pompe dans l'hypothèse

où la courbe réelle de M serait représentée par cette courbe pointillée.

L'amorçage ne peut se produire, que si M est plus grand que Z pour la valeur de  $x$  qui correspond au débit Q égal à  $f$ , c'est-à-dire pour une valeur de  $x$  que nous pouvons pratiquement confondre avec zéro.

Pour une valeur de la vitesse inférieure à 2925, on voit que M est plus petit que Z : ce qui veut dire que l'eau atteindra dans le tuyau de refoulement, pour cette vitesse, une hauteur plus faible que la hauteur d'élévation, et que l'écoulement ne pourra se produire.

Si le moteur prend à charge réduite, une vitesse plus grande que 2925, l'amorçage se produira et le débit ira croissant.

La vitesse du moteur allant en diminuant à mesure que la charge augmente, (admettons qu'elle passe de 2925 à 2900 à pleine charge), le débit normal atteindra dans ces conditions une valeur égale à celle prévue (30,8 l/sec). Si la vitesse tend à diminuer par suite des variations de charge des machines motrices qui fournissent le courant, le débit ira décroissant suivant la loi indiquée par la courbe pointillée et le désamorçage se produira pour la vitesse 2825 qui correspond au point de tangence de la courbe de Z avec la courbe M (courbe pointillée fig. 157).

On voit que si l'on veut se ménager une marge plus grande entre la vitesse normale de la pompe et la vitesse qui provoque le désamorçage, il faudra :

1° Chercher à rendre la courbe aussi peu plongeante que possible pour les valeurs faibles de  $x$  ;

2° Faire en sorte que la pompe fonctionne au débit normal, sous une valeur de  $x$  supérieure si possible à 0,4. <sup>(1)</sup>

Au point de vue de l'amorçage, il importe d'examiner particulièrement le cas suivant :

La pompe au lieu de refouler l'eau dans un réservoir situé à une hauteur H au-dessus du niveau de la bêche d'alimentation, refoule l'eau dans un réservoir situé à une hauteur nulle au-dessus du niveau d'aval, mais la pression qui règne dans le réservoir est égale à  $\delta H$  : ce cas se présente dans la pratique, lors de l'utilisation de la pompe à l'alimentation de chaudières.

Examinons le cas limite où la conduite étant très courte, la perte de charge due à celle-ci est négligeable vis à vis de H : les courbes donnant Z en fonction de  $x$  sont alors des lignes horizontales ayant pour ordonnée  $\frac{2gH}{u_1^2}$ .

On voit que si Z est plus petit que M, pour  $x = 0$ , la pompe s'amorcera mais qu'aussitôt amorcée, le débit ira croissant jusqu'à prendre une valeur très élevée correspondant à la valeur de  $x$  fixée par le point d'intersection des deux courbes ; pour réduire ce débit, on ne dispose que d'un moyen : introduire une résistance dans le circuit qui fasse croître la valeur de Z avec  $x$ , c'est-à-dire obturer la conduite de refoulement au moyen de la vanne, dans une mesure appropriée. L'amorçage se produira d'autant plus aisément que la courbe de M sera moins

<sup>(1)</sup> Cette dernière déduction implique une restriction aux conclusions que nous avons tirées de l'examen du diagramme fig. 154 : si l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  le plus favorable au point de vue de la valeur de R, est supérieur à  $30^\circ$ , au point de vue de l'amorçage et de la stabilité de marche, il doit être pris inférieur à  $30^\circ$ , et cela afin de pouvoir adopter une valeur de  $x$  plus grande que 0,25, sans trop s'écarter de la valeur de R minimum.

plongeante vers l'axe des ordonnées. On facilite celui-ci en dérivant pendant un certain temps une partie du courant vers la bêche d'alimentation et en permettant ainsi à la pompe de débiter sous une charge  $\delta H$  réduite, sans que le clapet de refoulement de la chaudière se soulève ; la valeur de  $x$  correspondant au maximum de la courbe de  $M$  étant atteinte, il n'y aura plus qu'à fermer le circuit de dérivation.

D'après ce que nous venons de dire, on conçoit combien il est important lorsqu'on veut associer deux pompes en parallèle, d'avoir la même courbe caractéristique  $M$  pour les deux ; s'il n'en est pas ainsi, en effet, la courbe  $Z$  coupera les courbes  $M$  en des points différents et partant la valeur de  $x$  correspondant à chacune d'elles, ne sera pas la même ; c'est dire que si l'une fonctionne au rendement maximum, l'autre fonctionnera certainement dans des conditions plus défavorables, et que la puissance absorbée par la seconde sera différente de celle absorbée par la première.

*Remarque I.* — Dans la littérature technique de langue allemande, la notion si féconde des courbes caractéristiques introduites par *Raleau* dans l'étude des turbo-machines, n'a pas encore pénétré d'une manière bien profonde ; aussi traduit-on généralement les conclusions que nous avons fait ressortir dans les deux paragraphes précédents au sujet du rendement, sous la forme suivante moins abstraite sans doute, mais aussi beaucoup moins instructive :

On trace, pour une pompe d'un type donné, de dimensions déterminées, les courbes de  $H'$  en fonction de  $Q$ , pour différentes valeurs de  $N$  (fig. 159) en réunissant tous les points de ces différentes courbes qui correspondent au même rendement, on obtient un diagramme fixant la région d'utilisation la plus favorable.

Les courbes de la figure 159 se rapportent à la roue de 200 mm. de diamètre, étudiée précédemment : les courbes de rendement constant 0,55, 0,60, 0,65 et 0,70, tracées en trait plein correspondent aux valeurs de  $\eta$  calculées au moyen des formules (XVII)<sup>b</sup> et (XVIII)<sup>b</sup> ; celles tracées en pointillé se rapportent aux valeurs relevées expérimentalement.

Tandis que les premières se prolongent indéfiniment vers le haut, les secondes se ferment et déterminent les valeurs du nombre de tours et du débit qui conduisent au rendement maximum possible pour une roue de dimensions déterminées.

La théorie exposée ici ne permet pas d'expliquer convenablement cette divergence entre les deux conclusions. La différence entre le rendement réel et le rendement calculé, pour la région d'utilisation la plus favorable et dans les limites de vitesses pratiquement utilisées, ne dépasse pas toutefois 2 à 3 %.

Nous reviendrons sur cette question.

*Remarque II.* — Il peut être intéressant de déterminer quel serait le rendement d'une pompe centrifuge si la récupération de l'énergie

contenue dans le fluide à la sortie de la roue était nulle. Ce cas ne pourrait correspondre strictement qu'à une roue débitant dans l'atmosphère, car dès qu'il existe une enveloppe, une partie de l'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle ; mais avec les dispositions adoptées dans la construction des premières pompes centrifuges, la perte d'énergie à la sortie était toutefois assez grande pour que les conditions de fonctionnement réelles fussent plus près du cas théorique que nous allons envisager, que de celui étudié antérieurement.

Recherchons tout d'abord la hauteur manométrique créée par la pompe dans l'hypothèse où le diffuseur aurait un rendement nul,

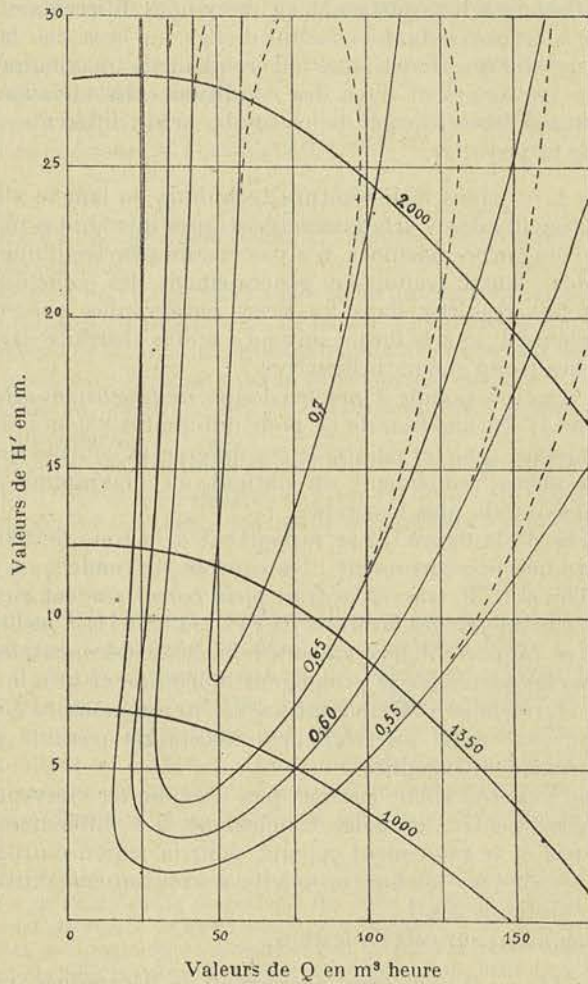


Fig. 159

c'est-à-dire dans le cas où les pertes par tourbillonnements et frottements absorberaient toute l'énergie cinétique :  $\frac{1}{2g} c_1^2$ .

Pour exprimer analytiquement cette condition, il suffit de poser :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 2.$$

Le coefficient manométrique prend dans ces conditions la valeur de  $M_1$  :

$$M_1 = A_1 + B_1 x + C_1 x^2 \quad (294)$$

dans laquelle les coefficients  $A_1, B_1, C_1$  ont les valeurs suivantes :

$$A_1 = 1 - m^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right) \quad (295)$$

$$B_1 = 2 \left[ -\frac{1}{\varphi_1^2} mn \cos \beta_0 \right] \quad (296)$$

$$C_1 = -\frac{1}{\varphi_1^2} \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi_1^2} - 2\right) n^2 \quad (297)$$

Connaissant  $M_1$  et la valeur de  $P$ , calculée comme précédemment, on pourra déterminer le rendement indiqué  $\eta'_i$ .

Nous avons donné dans le diagramme de la figure 160 les résultats

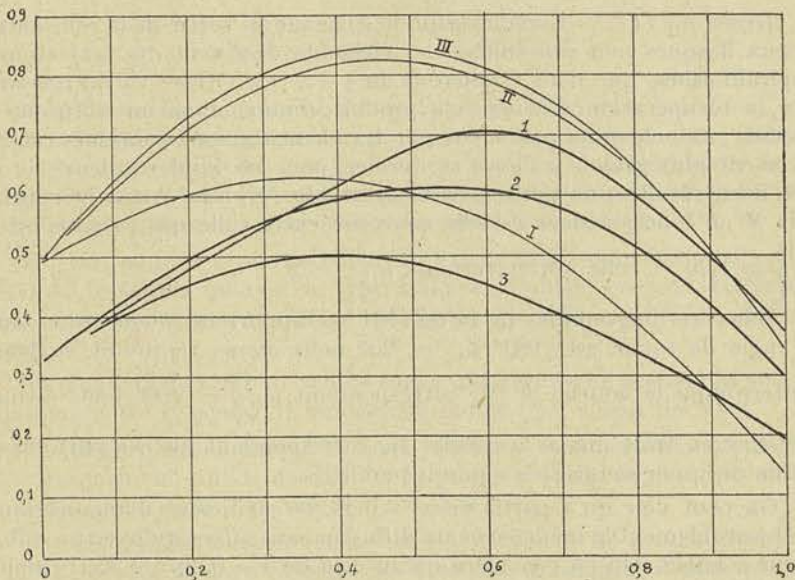


Fig. 160

du calcul pour la roue du type défini par les proportions données page 262, respectivement pour les angles  $(180 - \beta_1)$  de :

12°            30°            60°

Les courbes en trait faible donnent les valeurs de  $M_1$  et les courbes en trait fort, celles de  $\eta'_i$ .

On peut voir que plus l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  est petit, plus élevé est le rendement indiqué. Sans pouvoir dire qu'il en est de même du rendement total  $\eta$ , le calcul montre en tout cas que celui-ci décroît à partir de  $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$ .

Contrairement à ce que nous avons conclu antérieurement, nous voyons donc que dans le cas limite d'une récupération nulle à la sortie, l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  le plus favorable est un angle inférieur à  $30^\circ$ , et qu'au point de vue du rendement indiqué, cet angle le plus favorable est l'angle minimum. Telle était la conclusion de la théorie classique qui était exposée autrefois dans la plupart des ouvrages de mécanique appliquée, traitant cette question ; on y admettait, en effet, que la perte prépondérante était la perte à la sortie, et l'on négligeait toutes les autres pertes vis-à-vis de celle-là.

Une telle théorie ne pouvait conduire qu'à des conclusions erronées : elle ne tendait à rien moins qu'à établir l'impossibilité d'utiliser les pompes centrifuges pour les fortes pressions, et on peut dire qu'elle a contribué à retarder les progrès qui ont été réalisés dans ce domaine.

*Remarque III.* — Lorsque le fluide s'engage au sortir de la roue entre deux flasques non cloisonnées, les éléments décrivent des trajectoires spiraliformes, que nous étudierons au § 12. La vitesse va décroissant et la récupération d'énergie se produit comme dans un diffuseur à aubes ; les chemins parcourus par les éléments sont toutefois relativement plus grands qu'avec ce dernier, pour les faibles valeurs de  $x$ , et il en résulte une perte sensiblement plus grande. Aussi la courbe de  $M$  en fonction de  $x$  est-elle comprise entre celle qui correspond à  $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$  et celle qui correspond à  $\frac{1}{\psi_1^2} = 2$ .

Dans les diagrammes de la fig. 161 se rapportent à une roue dont l'angle de sortie est  $(180^\circ - \beta_1) = 25^\circ$  nous avons reproduit en trait interrompu la courbe de  $M_1$  correspondant à  $\frac{1}{\psi_1^2} = 2$  et nous avons dessiné en trait mixte la courbe  $M_0$  correspondant au cas particulier d'un diffuseur sans aubes à parois parallèles.

On peut voir qu'à partir de  $x = 0,45$ , le coefficient manométrique est sensiblement le même avec un diffuseur sans aubes qu'avec un diffuseur à aubes. On en conclura qu'au delà de  $x = 0,40$  à  $0,45$ , l'emploi du diffuseur à aubes ne se justifie plus.



§ 7. — Conclusions

Il résulte de l'exposé présenté dans les paragraphes précédents :

1° Que la vitesse à l'ouïe des pompes destinées à fournir une hauteur manométrique d'aspiration de 6m. à 6,50 m., doit être limitée à une valeur assez faible, voisine de 4 m./sec. ;

2° Que, pour de plus fortes dépressions, ou des températures supérieures à 15°, il est nécessaire de réduire cette vitesse ;

3° Que la vitesse limite acceptable à l'ouïe détermine pour chaque type à simple ouïe, une vitesse périphérique maximum ;

4° Que les types à double ouïe étroits s'imposent pour les vitesses périphériques supérieures à cette dernière ;

5° Qu'entre les coefficients  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\nu$  et les angles  $\beta_1$  et  $\beta_0$ , il existe trois relations nécessaires (276) (278) et (280), qui, pour le type centrifuge, peuvent s'écrire ( $\frac{D_s}{2r_1}$  étant égale à  $m$ )

$$m^2 = 2 \frac{k'k''}{k'''} \varepsilon \sin \beta_1 x \left( \frac{u_1}{c_0} \right) \quad (298)$$

$$m \nu \varepsilon = \frac{1}{2} m^2 k''' \quad (299)$$

$$\frac{1}{\lg \beta_0} = \frac{1}{\lg \alpha_0} - m^2 \nu \frac{1}{\sin \beta_1} \frac{1}{x} \quad (300)$$

6° Qu'avec un nombre limité de types (6 pour fixer les idées), on peut trouver une solution à tout problème posé, au moyen d'une pompe à une roue, pour autant que les données conduisent à une valeur de R comprise entre 4 et 400, et que la vitesse périphérique ne doive pas dépasser la valeur maximum calculée pour chaque type ;

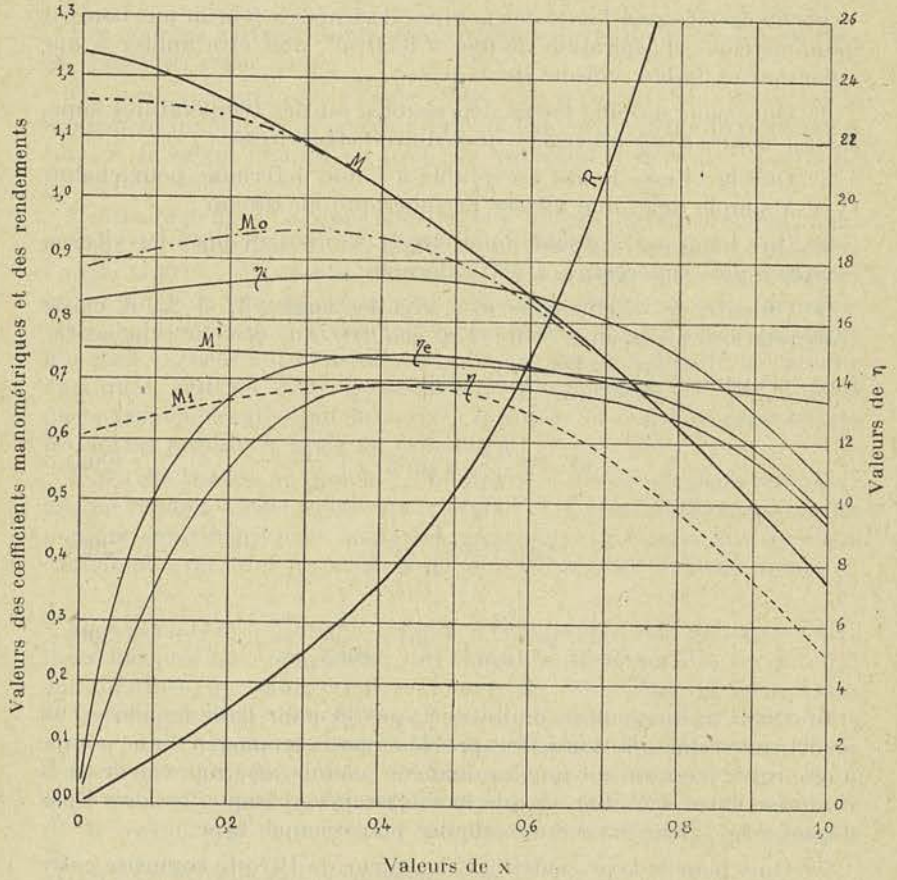
7° Que, pour le type centrifuge, la valeur de R reste comprise entre 4 et 12,5, tandis qu'avec le type hélico-centrifuge, on peut atteindre 25, le rendement total restant compris entre 0,65 et 0,75 en chiffres ronds ;

8° Que l'angle ( $180^\circ - \beta_1$ ) de sortie qui permet de réaliser la valeur minimum de R pour un rendement donné, est voisin de  $30^\circ$  ;

9° Qu'il convient toutefois, pour faciliter l'amorçage et obtenir un fonctionnement stable, de calculer la pompe de telle façon qu'au débit normal,  $x$  atteigne des valeurs de 0,35 à 0,40 ;

10° Que, pour pouvoir réaliser une telle valeur de  $x$  sans atteindre une valeur de R trop éloignée de la valeur minimum, il convient de choisir l'angle  $180^\circ - \beta_1$  plus petit que  $30^\circ$ , disons  $25^\circ$ .

Comme conséquence de ces dernières conclusions nous avons tracé (fig. 161) les courbes caractéristiques de la roue définie par les coefficients :



Valeurs de  $x$

Fig. 161

$$m = 0,5 \quad \nu = 1,80 \quad \varepsilon = 0,1$$

et par les angles :

$$180^\circ - \beta_1 = 25^\circ, \quad 180^\circ - \beta_e = 20^\circ,$$

et comptant sur :

$$k' = 0,90 \quad k'' = 0,85 \quad n = 1,17 \quad (\text{formule 279})$$

$$k''' = 0,75$$

et en utilisant les coefficients de perte antérieurement admis.

Nous avons indiqué en trait pointillé, la courbe de  $M_1$  correspondant à  $\frac{1}{J_1^2} = 2,00$ , et en trait mixte, la courbe  $M_0$  trouvée expérimentalement sur une roue de 0<sup>m</sup>200 de ce type, munie d'un diffuseur sans aubes.

Pour tous les calculs ultérieurs, nous adopterons les courbes caractéristiques données par la figure 161, pour autant que le type centrifuge soit utilisable.

Dans la pratique, on pourra substituer avantageusement à ces courbes calculées, celles relevées expérimentalement sur une pompe du même type que celui utilisé mais d'un modèle réduit.

### § 8. — Calcul des pompes à très haute pression et à haute pression

*Premier exemple.* — Proposons-nous de résoudre le problème numérique suivant : Déterminer les dimensions générales d'une pompe capable de refouler  $(Q - f) = 75$  m<sup>3</sup>/heure à la hauteur manométrique d'élévation  $H' = 50$  m., le nombre de tours par minute du moteur destiné à actionner la pompe par accouplement direct, étant de :

$$N = 2900.$$

En admettant une fuite  $f$  de 9 %, le débit  $Q$  de la roue sera de :

$$Q = 0\text{m}^30226 \text{ par sec.},$$

ce qui donne à  $R$  la valeur de :

$$R = \frac{0,0226 \times 2900^2}{(2g)^{3/2} \times 50^{3/2}} = 6,20.$$

Si nous nous reportons aux courbes de la figure 161, nous voyons qu'il est possible de réaliser cette valeur de  $R$  sans descendre en dessous d'un rendement de 0,685 et pour une valeur de  $x = 0,36$ .

Représentons par  $f(x)$ , la courbe réelle de  $M$  dessinée en trait mixte fort, courbe qui s'écarte de la courbe théorique en trait plein pour les faibles valeurs de  $x$ ; nous pourrions poser :

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 \quad (301)$$

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = f(x) \quad (302)$$

et enfin :

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1 \quad (303)$$

Ces trois équations dans lesquelles entrent les trois données  $Q$   $H'$  et  $N$  ne contiennent que trois inconnues :

$$x, \quad u_1, \quad r_1$$

du moment où nous adoptons à priori  $\varepsilon = 0,100$ .

Nous pourrions résoudre le problème par tâtonnements connaissant la courbe donnant  $f(x)$ .

Il suffira de choisir arbitrairement  $x$ , d'en déduire  $f(x)$  puis  $u_1$  et enfin  $r_1$ , et de vérifier si ces trois valeurs introduites dans la première équation (301) conduisent au débit imposé  $Q$ .

Lorsqu'on possède la courbe de  $R$  tracée pour le type envisagé, en tenant compte des vraies valeurs de  $M$ , il suffit de prendre pour  $x$  l'abscisse qui correspond à l'ordonnée  $R$ , calculée en fonction des données.

En adoptant  $k'' 0,85$  :

$$Q = 0,24 r_1^2 x u_1 = 0,0226$$

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = \frac{980}{u_1^2} = f(x)$$

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 = 304 r_1.$$

Les valeurs qui satisfont aux équations sont les suivantes :

$$x = 0,36 \qquad u_1 = 30,40. \qquad 2 r_1 = 0,200.$$

Connaissant le diamètre  $2 r_1$ , nous pourrions déterminer les autres dimensions :

$$m = \frac{r_0}{r_1} = 0,5 \qquad 2 r_0 = 0,200$$

$$\varepsilon = \frac{l_1}{r_1} = 0,1 \qquad l_1 = 0,2010$$

$$\nu = \frac{l_0}{l_1} = 1,8 \qquad l_0 = 0,3618$$

La valeur de  $w_1$  peut être déterminée connaissant  $x$  et  $u_1$  :

$$w_1 = x u_1 = 0,36 \times 30,40 = 10,90^m.$$

et, partant, le triangle de vitesse à la sortie de la roue peut être tracé ; ce triangle donnera la valeur de  $c_1$  et de l'angle  $\alpha_1$  à l'entrée du diffuseur.

On remarquera que pour le tracé de la roue, on devra prendre non l'angle réel  $\beta_1$  des filets fluides, mais cet angle augmenté de 4 à 5°, puisque, ainsi que nous l'avons fait remarquer, sous un faible nombre d'aubes (8 à 10), il existe un tel écart entre l'angle du tracé et l'angle des filets. Cela portera, dans notre cas,  $\beta_1$  à 180° — 30°.

Une vérification s'impose : celle de la vitesse à l'entrée ; nous savons que

$$Q = \pi r_0^2 \times k''' \times c_0$$

$r_0$  désignant le rayon de l'ouïe. On déduit de cette relation la valeur acceptable.

$$c_0 = 3,84.$$

Le rendement  $\eta$  a pour valeur 0,685 et la puissance absorbée sur l'axe atteint donc :

$$Ne = \frac{\delta(Q-f)H'}{75} \times \frac{1}{\eta} = 20,2.$$

On trouvera planche VI, figure 162, à l'échelle de 1/5, l'ensemble de la pompe répondant à ces données, *pompe que nous avons étudiée et dessinée en vue de pouvoir effectuer des essais propres à vérifier la théorie que nous exposons ici ; cette pompe fut installée en 1910 dans le Laboratoire de Mécanique de l'Université de Liège.*

Nous reviendrons au chapitre II, sur les détails de construction et nous donnerons aux § 10 et 11 le tracé des aubes de la roue et du diffuseur.

En ce qui concerne les diamètres des tubulures d'aspiration et de refoulement, on pourra en faire le calcul en adoptant une vitesse de 1 m. 50 à 2 m. 50 pour l'aspiration, 2 m. 50 à 3 m. 50. pour le refoulement, suivant l'importance du débit. On arrondira les chiffres trouvés de manière à n'adopter que des diamètres correspondants à des tuyaux du commerce qui varient en diamètre de 10 à 10 mm. jusque 100 mm., puis de 25 en 25 à partir de 100 mm. En tenant compte de cette remarque, nous avons admis pour la tubulure d'aspiration 0,125 m., et pour celle du refoulement, 0,100 m. dans l'exemple que nous venons de traiter.

*Deuxième exemple.* — Traitons comme deuxième exemple, le calcul des dimensions d'une pompe capable de refouler  $(Q - f) = 75 \text{ m}^3/\text{heure}$ , comme dans l'exemple précédent, mais à une hauteur d'élévation  $H' = 100 \text{ m}$  le nombre de tours étant conservé.

$$N = 2900.$$

Si on calcule la valeur de R, on trouve une valeur inférieure à la valeur minimum admise. Force est donc de recourir à une pompe comportant 2 roues en tension.

Nous obtiendrons les mêmes conditions de fonctionnement que dans l'exemple précédent, en adoptant 2 roues de 0,200 m. de diamètre. Il est inutile de reprendre le calcul des dimensions ; les diamètres de conduites d'aspiration et de refoulement pourront également être conservés ; seul le tracé de la pièce intercalaire faisant communiquer le diffuseur de la première roue avec l'ouïe de la seconde, demandera une étude spéciale sur laquelle nous reviendrons au paragraphe traitant du tracé des aubes.

On peut considérer que le rendement restera sensiblement le même que pour la pompe à une roue, l'accroissement du rendement organique étant compensé par une augmentation de la perte par fuite (provenant de la présence d'une buselure centrale dans la pièce intercalaire) et par l'accroissement des pertes internes résultant du passage du fluide à travers les canaux de la pièce intercalaire.

La puissance absorbée pourra donc être évaluée au double de la précédente, soit 40 chevaux.

La figure 163, planche VI, donne la représentation à l'échelle  $1/5$  de la pompe à deux roues du Laboratoire de Mécanique de l'Université de Liège ; cette pompe était réalisée en introduisant entre le couvercle portant le tuyau d'aspiration B et la volute D de la pompe à une roue, une pièce intercalaire C.

La figure 164 donne la coupe de la même pompe munie d'un piston d'équilibrage automatique de la poussée axiale.

*Troisième exemple.* — Proposons-nous à présent de calculer une pompe capable de refouler  $(Q - f) = 150\text{m}^3$  par heure (au lieu de  $75\text{m}^3$ ) à la hauteur manométrique de 50 m. comme dans le premier exemple, le nombre de tours N étant conservé.

Nous obtiendrons immédiatement la solution en associant deux roues de 0,200 m. en parallèle. Cette disposition est représentée figure 165, planche VI, à l'échelle  $1/5$ .

Le rendement est ici amélioré, les fuites  $f$  et la puissance  $N_0$  étant les mêmes que pour une roue à simple ouïe.

On pourra donc calculer le rendement  $\eta$  en adoptant pour  $\frac{N_0}{N_i}$  et  $\frac{f}{Q}$  des valeurs moitié moindres ; on trouve ainsi :

$$\eta = 0,87 \times 0,925 \times 0,960 = 0,775.$$

La puissance absorbée pourra, dans ces conditions, être évaluée à 36 chevaux.

Pour des tubulures d'aspiration et de refoulement on pourra adopter respectivement 0,125 m. et 0,150 m., correspondant à des vitesses voisines des valeurs limites admises.

*Quatrième exemple.* — Calculer les dimensions d'une pompe d'alimentation pour une batterie de chaudières limbrées à  $14\text{ kg. cm}^2$ , capable de débiter  $25\text{ m}^3$ /heure, la pompe étant commandée par un moteur à courant triphasé 50 périodes.

En adoptant le nombre de tours le plus grand possible compatible avec la nature du courant, soit 2900 tours, et en acceptant une perte de charge totale pour la conduite, les accessoires et le réchauffeur d'eau, de 7 %, et une perte par fuite de 10 %, on pourra fixer les trois quantités Q, H, N comme suit ;

$$Q = 0 \text{ m}^3,00765$$

$$H' = 150 \text{ m.}$$

$$N = 2900 \text{ tours.}$$

Si on introduit ces trois quantités dans l'expression de R, on trouve une valeur très inférieure à la valeur que nous avons admise comme minimum. Ce résultat indique que le problème ne peut pas être résolu qu'au moyen d'une pompe à plusieurs roues.

Désignons par  $n$  le nombre de roues nécessaires pour que R atteigne pour chaque roue la valeur 5.

$$\frac{0,00765}{(2g)^{3/2}} \times \frac{\overline{2900}^2}{\left(\frac{150}{n}\right)^{3/2}} = 5.$$

On trouve ainsi :

$$n = 5,3.$$

Adoptons 6 roues en tension, et déterminons comme nous l'avons fait dans le premier exemple, les dimensions de la roue répondant aux données :

$$Q = 0\text{m}^3\ 00765 \quad H' = 25 \quad N = 2900$$

Avec ces valeurs  $R = 5,9$ .

En utilisant les courbes de M et de R de la figure 161, nous obtenons :

$$n = 0,33 \quad u_1 = 21,50 \quad 2r_1 = 0,^m142$$

et partant :

$$m = \frac{r_0}{r_1} = 0,5 \quad 2r_0 = 0,^m071$$

$$\varepsilon = \frac{l_1}{r_1} = 0,1 \quad l_1 = 0,^m007$$

$$\nu = \frac{l_0}{l_1} = 1,6 \quad l_0 = 0,^m0125$$

$$w_1 = 7,^m20$$

Le coefficient d'encombrement de la section à l'ouïe est ici plus élevé, étant donné que l'arbre a un diamètre proportionnellement plus fort ; si nous adoptons 0,675, nous trouvons :

$$c_0 = 2,87 \text{ m/sec.}$$

Pour le calcul de la puissance, nous utiliserons la valeur du rendement relevée sur le diagramme, soit 0,68, diminué de 2 à 3 % pour tenir compte de ce que les dimensions étant plus faibles, les rendements indiqués et organiques tendent à être moins élevés.

$$Ne = \frac{\delta(Q-f)H'}{75} \times \frac{1}{\eta} = 21,4 \text{ chevaux.}$$

En admettant les vitesses respectives de 1,50 m. et de 2 m. pour l'aspiration et le refoulement, on trouvera :

$$d = 0\text{m},080 \text{ à l'aspiration ;}$$

$$d = 0\text{m},070 \text{ au refoulement.}$$

La figure 166, planche VII, représente à l'échelle de  $1/5$  la pompe multicellulaire répondant à ces données ; nous reviendrons dans la suite sur la description de celle-ci.

*Cinquième exemple.* — Proposons-nous maintenant de *déterminer les dimensions d'une pompe destinée à l'alimentation d'une distribution d'eau, capable de fournir 2500 m<sup>3</sup> par heure à la hauteur H' = 150m., en conservant le même nombre de tours :*

$$N = 2900.$$

Ce nombre de tours est extrêmement élevé pour une pompe qui doit fournir un débit aussi considérable ; il s'impose toutefois dans le cas d'attaque directe par turbine à vapeur, le rendement de cette dernière croissant avec la vitesse angulaire. Le seul moyen de se tirer d'affaire est d'associer en parallèle un assez grand nombre de roues pour que la vitesse à l'ouïe de chacune d'elles ne dépasse pas une valeur maximum, valeur que nous fixerons à 5 m./sec.

Avec 2 roues en parallèle, R atteint pour chacune :

$$R = \frac{0,348 \times 2900^2}{(2g)^{3/2} (150)^{3/2}} = 18,4$$

ce qui semblerait montrer que le type II hélico-centrifuge étroit est possible ; mais il ne faut pas perdre de vue que la vitesse périphérique doit atteindre ici une valeur égale à près du quadruple de celle que nous avons fixée comme limite, pour ce même type II.

Force est donc de recourir à un type à 4 roues en parallèle.

Déterminons, dans cette hypothèse, le rapport  $m$  à réaliser pour que la vitesse  $c_0 = 5$  m./sec. ne soit pas dépassée.

Appliquons la formule (298) avec :

$$\begin{aligned} k' &= 0,90 & k'' &= 0,85 & k''' &= 0,75 \\ \varepsilon &= 0,1 & \sin \beta_1 &= \sin 25^\circ = 0,422 \\ & & x &= 0,4 ; \end{aligned}$$

On trouve ainsi pour  $m$  une valeur supérieure à 0,60. Adoptons  $m = 0,65$ .



Nous ne reprendrons pas les calculs théoriques du coefficient manométrique pour cette valeur de  $m$  ; nous admettrons que la courbe (1) de la figure 167 traduit les résultats d'essai sur une roue centrifuge tracée avec  $m = 0,65$ .

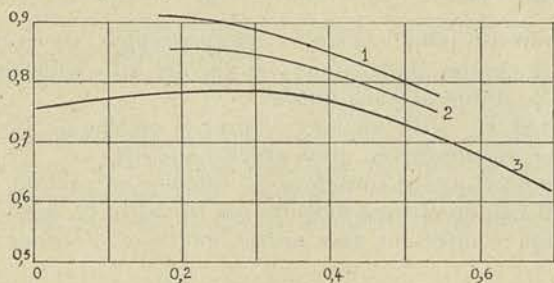


Fig. 167

En résolvant par tâtonnements les trois équations (301), (302), (303), le débit étant pris égal à  $\frac{Q}{4} = 0,174 \text{ m}^3/\text{sec.}$ , on obtient :

$$2 r_1 = 0\text{m},390 \quad u_1 = 59 \text{ m.} \quad x = 0,40 ;$$

Pour  $2 r_0$  il viendra donc :

$$2 r_0 = 0\text{m},250$$

ce qui permet d'évaluer :

$$c_0 = \frac{Q}{4} \frac{1}{\pi r_0^2} \frac{1}{k'''} = 4,90 \text{ m/sec}$$

En adoptant pour vitesse dans le tuyau d'aspiration la vitesse limite 2,50 m., nous obtiendrons 0,600 m. comme diamètre. En fixant à 0,75 le rendement de la pompe, la puissance absorbée sera de :

$$N_e = 1860 \text{ chevaux.}$$

La figure 168, planche VII représente à l'échelle 1/10, la pompe que nous venons de calculer ; nous insisterons au chapitre II sur les particularités de cette pompe, au point de vue construction.

*Sixième exemple.* — Proposons-nous à présent de calculer une pompe capable de fournir une hauteur manométrique  $H'$  de 50 m., comme dans le premier exemple, mais pour un débit de 500 m<sup>3</sup>/heure, avec un nombre de tours moitié moindre, soit :

$$N = 1450.$$

En adoptant  $\frac{f}{Q} = 0,05$ , le débit devra atteindre 0,145 m<sup>3</sup>/sec. et le coefficient caractéristique R aura pour valeur 10.

Le type I peut donc convenir, pour autant que la vitesse à l'ouïe ne dépasse pas une valeur admissible.

Si nous adoptons la roue centrifuge caractérisée par :

$$m = 0,5 \quad \beta_1 = 180^\circ - 25^\circ \quad \epsilon = 0,1$$

nous obtiendrons, pour courbes caractéristiques, les courbes de la figure 161, la courbe  $M_0$  donnant les valeurs du coefficient manométrique pour le diffuseur sans aubes.

Pour réaliser  $R = 10$ , on voit d'après la courbe de R, que  $x$  doit atteindre une valeur élevée, plus grande que 0,4.

La courbe de R ayant toutefois été calculée en partant des valeurs du coefficient manométrique fournies par la courbe M, n'est pas valable pour la pompe à diffuseur sans aubes, que nous désirons réaliser ici.

Pour trouver la valeur de  $x$ , nous procéderons par tâtonnements comme nous l'avons fait dans l'exemple précédent.

On obtient, de cette manière :

$$x = 0,42 \quad u_1 = 32\text{m},50 \quad 2r_1 = 0\text{m},426$$

et partant :

$$2r_0 = 0\text{m},213 \quad l_1 = 0\text{m},022 \quad l_0 = 0\text{m},038 \\ w_1 = 13\text{m},65$$

Nous pouvons admettre pour rendement une valeur légèrement plus élevée que celle indiquée par la courbe de la figure 161, le rendement indiqué s'améliorant à mesure que les dimensions de la roue croissent. Avec 0,72 la puissance absorbée par la pompe serait de :

$$N_e = 129 \text{ chevaux}$$

Pour les tubulures d'aspiration et de refoulement, on trouve comme diamètres, en adoptant des vitesses voisines des valeurs limites 0m,275 et 0,250 m. Quant à la vitesse  $c_0$ , on peut calculer qu'elle atteint plus de 5 mètres, même avec le coefficient d'encombrement de la section d'entrée de 0,80 (au lieu de 0,75 admis antérieurement).

Une telle solution ne convient donc que pour une installation ne comportant qu'une très faible hauteur d'aspiration.

Nous avons représenté (fig. 169, pl. VIII), la pompe que nous venons de calculer.

Si les conditions d'application excluent la possibilité d'utiliser une aussi grande vitesse à l'ouïe, on pourra avoir recours à une pompe à double ouïe dont la largeur  $l_1$  à la périphérie restera égale à 0,1  $r_1$ .

On peut admettre comme première approximation que les pertes internes et externes d'une roue à double ouïe dont la largeur  $l_1$  reste égale à 0,1  $r_1$ , sont sensiblement les mêmes que pour la roue à simple ouïe précédente.

Les pertes étant les mêmes, les courbes caractéristiques resteront identiques et, partant, les dimensions résultant du calcul pour les données ci-dessus, seront comme pour la pompe à simple ouïe :

$$2 r_1 = 0^m,426 \quad 2 r_0 = 0^m,213 \quad l_1 = 0^m,022$$

La figure 170, planche VIII, représente la pompe à double ouïe répondant aux données ci-dessus.

Comme la vitesse à l'ouïe est ici très notablement en dessous de la valeur limite, il est possible, si l'on ne doit pas envisager l'utilisation de vitesses périphériques supérieures à 30 ou 35 m./sec., de réduire la valeur de  $m$  et de la ramener à 0,4 par exemple. Si on diminuait  $m$  on ferait croître légèrement le coefficient manométrique, ce qui permettrait de réduire quelque peu le diamètre de la roue.

*Septième exemple.* — Proposons-nous maintenant de calculer une pompe capable de refouler 750 m<sup>3</sup>/heure à la hauteur manométrique de 12,50 m., le nombre de tours imposé étant de 730.

Ces données conduisent à une valeur de  $R = 30,4$  et l'on voit d'après la classification, qu'il faut adopter le type hélico-centrifuge, à moins d'utiliser le type centrifuge à double ouïe et de porter  $\varepsilon$  à une valeur plus grande que 0,250. Adoptons cette dernière solution et admettons que la courbe de  $M$  en fonction de  $x$  soit donnée pour ce type, sans diffuseur à aubes, par la courbe  $M_0$  de la figure 161.

Les trois équations (301), (302), (303) permettent de déterminer les dimensions.

Adoptons une valeur de  $x$  assez grande pour réaliser avec un diffuseur sans aubes, un rendement voisin du maximum soit  $x = 0,50$ .

Pour cette valeur de  $x$ ,  $M = 0,90$  d'après la courbe  $M_0$ .

De l'équation (302), nous pouvons donc tirer :

$$u_1 = 16^m,50 ;$$

de l'équation (303) :

$$2 r_1 = 0^m,432$$

et enfin de l'équation (301), la valeur de  $\varepsilon$  par roue :

$$\varepsilon = \frac{0,1095}{2 \pi \times 0,216^2 \times 0,422 \times 0,9 \times 0,85 \times 0,50 \times 16,50} = 0,14.$$

$\frac{Q}{2}$  étant calculé en tenant compte d'une fuite de 5 %.

La largeur de la roue, à double ouïe sera donc de 0,060 m.,  $m$  étant supposé égal à 0,5,  $2 r_0 = 0,216$  m. la vitesse atteindra :

$$c_0 = \frac{0,1095}{0,0365 \times 0,75} = 4 \text{ m.}$$

Avec un rendement de 0,75, la puissance absorbée sera de 46,5 chevaux.

*Remarque.* — Pour une pompe destinée à travailler avec une forte dépression, il conviendrait de choisir un rapport  $m$  plus grand de façon à diminuer la vitesse à l'ouïe.

La figure 171, planche IX, représente à l'échelle de 1/10 la pompe dont nous venons de déterminer les dimensions générales, les tubulures d'aspiration et de refoulement ayant été calculées pour une vitesse de 2,75 m.

### § 9. — Calcul des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression

Il n'est plus possible de compter sur la théorie exposée jusqu'ici pour prédéterminer les courbes caractéristiques des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression, et nous avons dit pourquoi.

Les calculs doivent donc s'appuyer sur la connaissance de la courbe du coefficient manométrique établie expérimentalement, d'après des essais sur un modèle réduit.

Comme nous savons que ces pompes sont toujours construites avec un diffuseur sans aubes, et partant qu'elles sont calculées de façon que  $x$  atteigne ou dépasse 0,45, il nous suffira de connaître  $M = f(x)$  pour la région d'utilisation correspondant à des valeurs de  $x$  comprises entre 0,40 et 0,60. Connaissant  $M = f(x)$  pour la valeur de  $\varepsilon$  normale, nous pourrions admettre que la fonction est valable pour des valeurs  $\varepsilon$  plus grandes ou plus petites, du moment où nous maintenons  $\nu$  constant ; partant, nous imposant  $\varepsilon$ , nous déterminerons au moyen des trois équations (301), (302) et (303), les valeurs de :

$$x, \quad u_1, \quad r_1.$$

Si  $x$  était inférieur à 0,40, nous réduirions la valeur de  $\varepsilon$  en conséquence.

*Huitième exemple.* — *Conservons la même hauteur 12,50 m. et le même nombre de tours 730 par minute et imposons-nous un débit double du précédent, soit :*

$$Q = 1500 \text{ m}^3/\text{heure.}$$

En admettant 2 % de perte par fuite,  $R$  prend la valeur 59 dépassant légèrement celle que nous avons fixée comme limite du type hélico-centrifuge large.

Deux solutions sont possibles.

*Première solution.* — Adoptons comme première solution, une pompe du type double ouïe, et supposons que la courbe de  $M$  pour la roue hélico-centrifuge étroite caractérisée par les coefficients :

$$m = 0,6 \quad \varepsilon = 0,25 \quad \nu = 1,4$$

$$\beta_1 = 180^\circ - 25^\circ,$$

soit donnée par la courbe (2) de la figure 167.

En procédant comme nous l'avons fait antérieurement, on trouve :

$$\begin{aligned} x &= 0,46 & u_1 &= 17\text{m},62 & r_1 &= 0\text{m},232 \\ 2 l_1 &= 0,50 & r_1 &= 0\text{m},116 & (\text{pour la roue double}) \\ l_0 &= 1,4 l_1 = 0,08. \end{aligned}$$

La figure 172, planche IX, donne la représentation à l'échelle de 1/10 de la pompe répondant aux données ci-dessus.

La vitesse à l'ouïe ne dépasse pas, avec le tracé adopté :

$$c_0 = \frac{0,2125}{\pi \times 0,155^2 \times 0,8} = 3\text{m},50.$$

Les diamètres des tubulures d'aspiration et de refoulement ont été calculés pour permettre de porter le débit à 2000 m<sup>3</sup>, débit qui serait atteint pour une vitesse périphérique de  $u_1 = 20,6$  m. un nombre de tours  $N = 860$ , et une valeur de  $x$  égale à 0,50.

En tablant sur un rendement de 0,75, la puissance absorbée par une telle pompe serait de 93 chevaux et avec les limites que nous venons d'indiquer, 167 chevaux.

*Deuxième solution.* — Le type hélico-centrifuge large à simple ouïe fournira également une solution.

Supposons que la courbe de  $M$  soit donnée par la courbe (3) de la figure 167 pour les coefficients de proportionnalité suivants :

$$\begin{aligned} \text{valeur moyenne de } m &= 0,6 ; \\ \text{valeur moyenne de } \epsilon &= 0,5 ; \\ \text{angle moyen } \beta_1 &= 180^{\circ}-25^{\circ} ; \end{aligned}$$

en procédant par tâtonnements comme précédemment, on trouve :

$$\begin{aligned} x &= 0,43 & u_1 &= 18\text{m},03 & 2 r_1 &= 0\text{m},470 \\ l_1 &= 0,5 r_1 = 0\text{m},115 \end{aligned}$$

Le tracé de la roue du type hélico-centrifuge large permet de réaliser un diamètre  $D_s$  à l'ouïe tel que  $\frac{D_s}{2r_1} = 0,85$ , soit :

$$D_s = 0\text{m},400$$

En adoptant une vitesse de 3,75 m. au refoulement, le diamètre de la tubulure de sortie atteindra :

$$d = 0\text{m},375.$$

La figure 173, planche IX, donne à l'échelle de 1/10 la représentation de la pompe hélico-centrifuge répondant à ces données.

*Neuvième exemple.* — Dans les problèmes d'irrigation, on est conduit à de plus faibles hauteurs d'élévation que celles envisagées jusqu'à présent, alors que les débits à réaliser par unité dépassent généralement 2000 et 3000 m<sup>3</sup> par heure.

Pour assurer la circulation d'eau dans les condenseurs par surface de grande puissance, on rencontre également de faibles hauteurs d'élévation avec des débits du même ordre.

Traisons comme exemple d'application le cas suivant :

$$H' = 6^m,50 ;$$

$$Q = 6000 \text{ m}^3/\text{heure} ;$$

$$N = 585 \text{ tours minute.}$$

Ces données conduisent à  $R = 420$ .

La classification montre qu'il faut avoir recours au type hélicoïde pur ou au type mixte à double ouïe.

*Première solution.* — Adoptons tout d'abord ce dernier et supposons connue la courbe M pour le type mixte (courbe (3), fig. 167).

En procédant par tâtonnements, on obtient :

$$x = 0,58 \quad u_1 = 13\text{m},65 \quad 2 r_1 = 0\text{m},445$$

$$l_1 = 1,0 \quad r_1 = 0\text{m},223.$$

Avec le tracé du type mixte étroit qui permet de réaliser plus aisément le même degré de réaction pour tous les éléments, condition essentielle à un bon fonctionnement, on peut admettre :

$$D_s = 1,05 \quad r_1 = 0\text{m},475$$

diamètre qui conduit à une vitesse à l'ouïe encore acceptable (4,65 m.).

Le diamètre de la tubulure de refoulement pourra être calculé en adoptant une vitesse limite de 3,75 m. ; on trouvera ainsi  $d = 0,800$  m.

Nous avons donné figure 174, planche X, la représentation à l'échelle de 1/25 de la pompe répondant à ces données ; nous reviendrons plus loin sur des détails de construction de cette pompe.

*Deuxième solution.* — On peut, d'après la classification que nous avons établie, résoudre le même problème au moyen d'une pompe hélicoïde pure. En appliquant aux pompes la théorie que nous avons exposée pour les turbines hélicoïdes, il serait possible de trouver les bases du calcul de ce type.

Nous n'avons pu jusqu'à présent nous attacher à l'étude de cette question, mais des chiffres indiqués pour la pompe hélicoïde d'assèchement décrite dans le numéro du 10 septembre 1921 de la revue *De l'Ingenieur* permet de calculer que, pour la valeur de R envisagée ici,

$\frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$  atteint la valeur 2.

Si nous acceptons ce coefficient de vitesse pour exemple d'application, nous trouverons :

$$u_1 = 22^m,50$$

$$2r_1 = 0^m,740$$

C'est en utilisant cette dernière valeur que nous avons tracé, figure 174, planche IX, la pompe hélicoïde capable de répondre aux données ci-dessus.

*Remarque.* — Nous avons dessiné figure 176, planche IX (échelle  $\frac{1}{50}$ ), la pompe hélicoïde décrite sommairement dans l'article signalé ci-dessus, pompe construite sur les données suivantes :

$$Q = 60.000 \text{ m}^3/\text{heure} ;$$

$$H' = 1,20 \text{ m.} ;$$

$$N = 54 \text{ tours minute.}$$

Cette pompe est destinée à être commandée par un moteur électrique tournant à 970 tours avec un réducteur de vitesse par roues dentées ramenant le nombre de tours à 54.

A ces données correspond une valeur de R de 425.

#### § 10. — Tracé des aubes mobiles.

La théorie permet, comme nous venons de nous en rendre compte, de déterminer les dimensions de la roue d'une pompe centrifuge ou hélico-centrifuge étroite en fonction des données

$$Q, \quad H', \quad N.$$

Les dimensions résultant du calcul sont les suivantes :

- 1° rayons  $r_0$  et  $r_1$  à l'ouïe et à la périphérie ;
- 2° largeurs  $l_0$  et  $l_1$  correspondantes ;
- 3° angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$  que font les aubes avec les tangentes menées respectivement aux cercles intérieur et extérieur limitant l'aubage de la roue.

En partant de ces quantités connues, il est possible d'effectuer le tracé de l'aubage.

Nous ne nous occuperons ici que des roues de *pompes centrifuges proprement dites*, la question du tracé des roues hélico-centrifuges larges ou des roues mixtes étant beaucoup plus complexe.

La méthode que nous avons exposée pour le tracé des roues des turbines hélico-centripètes ou mixtes peut d'ailleurs être appliquée intégralement au cas des turbo-pompes, mais nous ne pouvons nous y arrêter, faute de temps.

##### A) TRACÉ PAR ARC DE CERCLE.

Tout ce qui a été dit au sujet du tracé par arc de cercle des aubages de turbines centripètes, est entièrement applicable ici. Le choix du nombre d'aubes se fait comme pour ces dernières, de façon que la valeur

du rapport  $\frac{s}{e}$  de la longueur  $s$  développée de l'axe du canal formé par

deux aubes voisines et par les flasques de la roue, à l'épaisseur moyenne  $e$  de la veine fluide, soit égale à 4 environ. Pour le tracé du profil de la roue,

on fait appel à l'équation de continuité : en désignant par  $w$  la vitesse moyenne du fluide dans une section quelconque, par  $e$  la longueur de l'arc de centre  $o$ , compris entre deux aubes voisines, par  $\beta$  l'angle de la tangente à l'axe du canal formé par celles-ci, avec la tangente à l'arc de centre  $o$ , on pourra écrire :

$$Q = 2\pi r l w \sin \beta = 2\pi r_1 l_1 w_1 \sin \beta_1.$$

L'angle  $\beta$  étant connu pour chacune de valeurs de  $r$ , on pourra déterminer  $l$  en s'imposant une loi de variation de la vitesse moyenne  $w$  en fonction de  $s$ .

Avec les angles  $(180^\circ - \beta_0)$  et  $(180^\circ - \beta_1)$  relativement très faibles auxquels on est généralement conduit, le tracé par arc de cercle indiqué à propos des turbines, peut encore être simplifié : on se borne généralement à rechercher l'arc de cercle qui coupe les circonférences intérieure et extérieure (de rayon  $r_0$  et  $r_1$ ) sous les angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$  fixés par le calcul.

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, cette méthode ne peut guère se défendre au point de vue théorique.

L'étude du tracé rationnel des aubes de pompes centrifuges a été faite par plusieurs auteurs, notamment par *Fink* ; elle a été reprise et complétée plus tard, par M. *Van der Stegen* <sup>(1)</sup>. C'est en utilisant les données de cette étude que nous allons exposer la solution du problème. Nous serons toutefois amené à montrer qu'il n'est pas possible d'admettre *a priori* et dans tous les cas une relation linéaire entre  $w \sin \beta$  et ainsi que le proposait M. Van der Stegen pour faciliter l'intégration graphique de l'équation différentielle trouvée par lui. Dans l'application que nous avons faite de la méthode au tracé des aubes de turbines hydrauliques, nous nous sommes d'ailleurs libéré de cette hypothèse. Nous montrerons par les exemples que nous allons traiter, l'inconvénient que peut présenter la réalisation de la condition

$$w \sin \beta = w_0 \sin \beta_0 + kr,$$

au point de vue du bon fonctionnement de l'aube.

#### B) TRACÉ DES AUBES DANS L'HYPOTHÈSE D'UN DÉPLACEMENT DU FLUIDE PAR TRANCHES PARALLÈLES.

L'une des hypothèses fondamentales mises à la base de la théorie est que le fluide se déplace par tranches parallèles. Il peut être intéressant de rechercher *en faisant abstraction des perturbations apportées par la viscosité du fluide, et la rugosité des parois*, la condition à réaliser pour que tous les éléments d'une même tranche aient même vitesse  $w$ , c'est-à-dire pour que (fig. 177)

$$w_a = w_b = w_0$$

$$w_c = w_d = w_1$$

<sup>(1)</sup> *Annales de l'Association des Ingénieurs sortis des Ecoles spéciales de Gand*, tome XVI, 3<sup>e</sup> livraison, 1893.



En vertu de la formule II appliquée à un fluide incompressible, cette condition revient à

$$p_a - p_b = p_c - p_d = p_m - p_q$$

En effet, nous pouvons faire abstraction du terme  $T_f$  puisque nous négligeons dans cette étude l'influence des frottements, et du terme en  $z$  généralement très faible par rapport aux autres ; d'autre part

$$u_a = u_b = u_0$$

$$u_c = u_d = u_1$$

Partant

$$p_a - p_c = p_b - p_d = p_0 - p_1$$

et

$$p_a - p_b = p_c - p_d = p_m - p_q = c^{te} \quad (294)$$

puisque on peut appliquer également l'équation entre les points  $a$  et  $m$ ,  $b$  et  $q$ .

Cherchons à exprimer cette condition en fonction des accélérations. Pour cela considérons un élément d'une tranche  $mnpq$  (fig. 177) et faisons abstraction du poids et des frottements ; nous voyons que cet élément est soumis dans la direction du rayon, d'une part à une pression  $p$ , et d'autre part à une pression  $(p + dp)$ , et qu'il est animé d'une vitesse absolue  $c$ .

En appliquant l'équation fondamentale

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi}$$

et en ne considérant que la projection sur la direction normale au rayon  $r$ , nous aurons :

$$l dr p = \frac{\partial}{g} (l dr ds) \varphi_p$$

$l$  désignant la largeur de la roue,

$ds$  la longueur de l'élément,

$\varphi_p$  la composante de l'accélération totale suivant la direction normale au rayon.

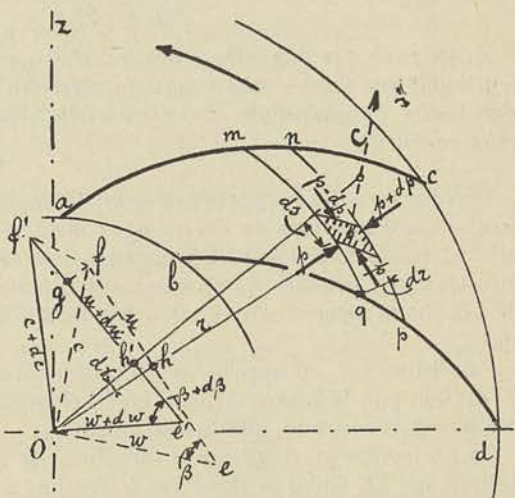


Fig. 177 X

En divisant par  $dr$  et en intégrant entre  $m$  et  $q$ , il viendra

$$\int_m^q dp = p_q - p_m = \int_m^q \frac{\delta}{g} \varphi_p ds \quad (295)$$

Comme la vitesse relative  $w$  et la vitesse d'entraînement  $u$  sont les mêmes pour tous les points de l'arc  $mq$ , la vitesse absolue  $c$  et par conséquent l'accélération  $\varphi$  sont constantes pour tous les éléments entre  $m$  et  $q$ . Donc,

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \times \text{arc } mq \quad (296)$$

et la condition (294) ci-dessus, revient à exprimer que

$$\varphi_p \times \text{arc } mq$$

est égal à une constante ou encore, puisque abstraction faite de l'épaisseur des aubes, l'arc  $mq$  est proportionnel à  $r$ ,

$$\varphi_p \times r = k' \quad (297)$$

*Ainsi pour que l'hypothèse des tranches parallèles soit réalisée, il faut et il suffit que l'accélération dans la direction perpendiculaire au rayon, c'est-à-dire l'accélération circonférentielle, soit inversement proportionnelle au rayon.*

Portons en  $o$  des longueurs  $of$  et  $of'$  égales en grandeur et en direction aux vitesses absolues de l'élément, considéré dans deux positions infiniment voisines. Traçons les longueurs  $fe$  et  $f'e'$  égales en grandeur et en direction aux vitesses d'entraînement  $u$  pour les deux positions considérées ; nous déterminerons ainsi les deux triangles des vitesses  $o'f'e'$  et  $ofe$ .

Par définition, on appelle accélération totale, la grandeur vectorielle  $ff'$  divisée par le temps  $\Delta t$  que met l'élément à passer de la première position à la seconde, infiniment voisine.

La projection  $gf'$  de  $ff'$  sur la direction de la vitesse d'entraînement, divisée par  $\Delta t$ , donnera donc l'accélération circonférentielle :

$$\varphi_p = \lim \frac{gf'}{\Delta t}$$

Exprimons  $gf'$  en fonction des vitesses  $u$  et  $w$  ; pour cela observons que

$$gf' = h'f' - h'g$$

et que  $h'g$  est égal à la projection de la ligne brisée  $chf$  sur la direction  $gf'$  ; nous aurons :

$$gf' = h'f' - hf \cos (d\gamma) + oh \sin (d\gamma) ;$$

en remplaçant les différentes longueurs par leurs valeurs en fonction des vitesses et des angles, et en remarquant que à la limite,

$$\cos(d\gamma) = 1, \sin(d\gamma) = d\gamma, \cos(\beta + d\beta) = \cos\beta - \sin\beta d\beta$$

il viendra :

$$\lim gf' = [(u + du) - (w + dw) \cos(\beta + d\beta)] - (u - w \cos\beta) + w \sin\beta d\gamma$$

ou encore, après simplifications,

$$\lim gf' = du - dw \cos\beta + w \sin\beta d\beta + w \sin\beta d\gamma$$

La condition du parallélisme des tranches devient donc

$$\varphi_p = \frac{du}{dt} - \frac{dw}{dt} \cos\beta + w \sin\beta \frac{d\beta}{dt} + w \sin\beta \frac{d\gamma}{dt} = \frac{k'}{r} \quad (298)$$

Remarquons que les trois premiers termes représentent la dérivée par rapport au temps  $t$  de  $(u - w \cos\beta)$ . Quant à la valeur de  $\frac{d\gamma}{dt}$  remarquons que nous pouvons écrire

$$r\Delta\gamma = c \cos\alpha \Delta l = fh \times \Delta l = (u - w \cos\beta) \Delta l,$$

et en tirant, en passant à la limite,

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{r} (u - w \cos\beta)$$

Comme d'autre part  $w \sin\beta dt = dr$ , la relation (298)

$$\varphi_p = \frac{k'}{r}$$

donnera lieu à l'équation différentielle

$$rd(u - w \cos\beta) + (u - w \cos\beta) dr = k' dt$$

ou encore

$$d[r(u - w \cos\beta)] = k' \frac{dr}{w \sin\beta} \quad (299)$$

Dans ce qui précède nous avons désigné par  $\beta_1$  l'angle supplémentaire à celui indiqué sur la fig. 177 ; pour nous en tenir aux notations adoptées jusqu'à présent, nous devrions donc remplacer  $\cos\beta$  par  $-\cos\beta$ ; nous retrouverions ainsi l'équation (147) que nous avons admise comme établie, dans la recherche du tracé d'une aube de turbine centripète.

En vue de pouvoir utiliser les planches que nous possédons pour l'exposé du tracé des aubes de pompes centrifuges, nous adopterons dans ce qui va suivre pour valeur de  $\beta$ , celle indiquée sur la fig. 177 ; nous devons donc adopter dans les calculs numériques, qui suivront pour  $\beta_0$  et  $\beta_1$  les angles désignés antérieurement par  $(180^\circ - \beta_0)$  et  $(180^\circ - \beta_1)$ .

1<sup>er</sup> Exemple. — Proposons-nous de résoudre le problème suivant :  
Déterminer la forme des aubes et le profil de la roue du type centrifuge répondant aux données suivantes :

$$\begin{aligned} 2r_0 &= 0 \text{ m. } 100 & l_0 &= 0 \text{ m. } 018 \\ 2r_1 &= 0 \text{ m. } 200 & l_1 &= 0 \text{ m. } 010 \\ \beta_0 &= 20^\circ & \beta_1 &= 12^\circ \end{aligned}$$

$Q = 0 \text{ m}^3 \text{ 011}$  par seconde, pour  $N = 2000$  tours par minute. Adop-  
tons pour coefficient d'encombrement à l'ouïe et à la périphérie  $k' = 0,82$   
et admettons, à défaut de pouvoir en déterminer la valeur en fonction  
de  $r$ , que le coefficient de contraction  $k''$  soit égal à l'unité.

Nous pourrons calculer

$$w_0 \sin \beta_0 = \frac{Q}{2\pi r_0 l_0 k'' k'} = 2^m, 38$$

$$w_1 \sin \beta_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 l_1 k'' k'} = 2^m, 14$$

A partir de l'axe  $OY$  sur la droite  $(1, x)$  de la fig. 178 planche XI,  
portons  $r_0$  et  $r_1$  en abscisse,  $w_0 \sin \beta_0$  et  $w_1 \sin \beta_1$  en ordonnée.

Proposons-nous de rechercher le tracé des aubes et du profil de la  
roue, en nous imposant comme condition supplémentaire que la compo-  
sante axiale de la vitesse relative  $w \sin \beta$  aille décroissant progressive-  
ment de  $w_0 \sin \beta_0$  jusqu'à  $w_1 \sin \beta_1$ .

Divisons la droite 1, 6, en 5 parties égales et chacune des parties en  
deux ; élevons des perpendiculaires en chacun de ces derniers points ; à  
l'intersection avec la droite donnant  $w \sin \beta$ , nous obtiendrons les  
valeurs de la composante axiale de la vitesse relative.

Par des arcs de cercle, rabattons sur la direction 1, 2, les longueurs  
des ordonnées représentant ces dernières : les valeurs extrêmes seront  
données par les longueurs  $(1, s)$  et  $(1, t)$ .

Choisissons un pôle  $p$  et joignons  $p$  au point  $s$ . En menant par  $I$  une  
parallèle à  $ps$ , nous obtiendrons à l'intersection avec l'ordonnée passant  
par 2, une longueur  $\Delta y$  telle que

$$\frac{\Delta y}{a} = \frac{\Delta r}{1s} ;$$

d'où

$$\Delta y = a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

Pour la division (2, 3), nous obtiendrons en procédant de la même  
manière, la valeur de  $\Delta y$  correspondante ; l'ordonnée totale (6,6')  
représentera donc

$$\sum_{r_0}^{r_1} a \frac{\Delta r}{w \sin \beta} = \int_{r_0}^{r_1} a \frac{dr}{w \sin \beta}$$

en passant à la limite par approximation.

Or, en vertu de la relation (299), la valeur de l'intégrale ci-dessus est égale à la différence

$$r_1(u_1 - w_1 \cos \beta_1) - r_0(u_0 - w_0 \cos \beta_0)$$

si on suppose  $a = k'$ .

Comme nous avons tous les éléments nécessaires pour calculer cette différence qui est égale dans notre exemple à

$$1,08 - 0,20 = 0,88,$$

en employant pour unité le mètre et la seconde, nous pourrons déterminer l'échelle du diagramme (1,6') et l'ordonnée initiale  $y_1$

$$\frac{y_1}{(6,6')} = \frac{0,20}{0,88}$$

d'où

$$y_1 = 49 \times \frac{0,20}{0,88} = 11,2 \text{ mm.}$$

Traçons l'axe  $O X$  à la distance  $y_1$  de la droite (1,x) ; la courbe (1,6') rapportée à cet axe donnera la valeur de

$$r(u - w \cos \beta)$$

en fonction du rayon  $r$ .

Pour obtenir la valeur de  $(u - w \cos \beta)$ , il suffira de diviser les ordonnées de cette courbe par  $r$ . Cette division peut se faire graphiquement ; pour obtenir directement la vitesse à l'échelle adoptée de

$$1 \text{ mm.} = 0 \text{ m. } 2 \text{ par seconde,}$$

il suffit de choisir l'unité  $a_1$  de manière que l'on ait

$$I b = 19 \text{ mm. } 5$$

19 mm. 5 représentant à l'échelle la valeur de  $(u_0 - w_0 \cos \beta_0)$ , c'est-à-dire 3m. 90 dans notre exemple.

Sur la figure 178, nous n'avons indiqué la construction que pour les deux points extrêmes  $b$  et  $c$ .

Pour la détermination de la forme des aubes ou plutôt de l'axe des canaux formés par deux aubes voisines, il faut pouvoir tracer les triangles des vitesses pour les différentes valeurs de  $r$ . Ce qui importe par conséquent c'est de connaître en chaque point la valeur de  $w \cos \beta$  ; or en traçant le diagramme des vitesses d'entraînement  $u$ , qui n'est autre chose qu'une droite passant par  $o$ , les portions d'ordonnées comprises entre cette droite et la courbe  $(bc)$  donneront précisément ces valeurs.

Les valeurs de  $w \sin \beta$  et  $w \cos \beta$  étant déterminées, voici comment nous avons procédé : nous avons tracé au point  $I$ , choisi arbitrairement (axes  $O X, O Z$ ) fig. 178b, le triangle des vitesses à l'entrée ; par l'intersection du vecteur  $w_0$  avec l'arc de cercle passant par le premier point

de division, nous avons mené une droite passant par le centre et porté sur celle-ci, à partir du point considéré, une longueur égale à la valeur correspondante de  $w \sin \beta$  ; à l'extrémité de cette portion de rayon, nous avons élevé une perpendiculaire et mesuré sur celle-ci la valeur de  $w \cos \beta$  ; en joignant le point initial au point ainsi trouvé, nous avons obtenu  $w$  en grandeur et en direction. Cette construction a été répétée pour les points compris entre II et III, III et IV, etc., mais elle n'a été maintenue sur l'épure qu'entre les points III et IV.

La courbe inscrite dans le polygone ainsi trouvé peut être considéré comme donnant la forme de l'aube. Au point de vue de la réalisation pratique des aubes, nous avons cherché deux arcs de cercle se rapprochant autant que possible de cette courbe, et nous les avons adoptés pour le tracé du dos de l'aube qui est la partie active. Nous nous sommes ensuite donné une épaisseur de 5 mm. qui pour une roue de 200 mm. de diamètre coulée en bronze, pourrait être ramenée à 3 1/2 ou 4 mm. Pour le pas de l'aubage nous avons choisi 1/6 de la circonférence, six aubes paraissant un maximum dans le cas présent d'un angle de 12° à la périphérie.

À l'ouïe les aubes ont été amincies, afin de diminuer le choc à l'entrée.

Nous avons reporté sur la fig. 178, le diagramme de  $w$  (courbe  $m, n$ ) en fonction de  $r$  tel qu'il résulte du tracé que nous venons d'effectuer.

Il ne reste plus qu'à déterminer le profil de la roue.

Pour cela faisons appel à la relation donnant la valeur du débit  $Q$ , de laquelle nous pouvons tirer :

$$l = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{1}{rk'}$$

Nous déterminerons d'abord le facteur A

$$A = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} ;$$

pour cela il suffit de représenter  $\frac{Q}{2\pi}$  par  $oI$  de porter les valeurs de  $w \sin \beta$  entre  $o1$  et  $o6$ , (fig. 178<sup>a</sup>), et de prendre pour unité  $a_2$ . Pour la valeur  $o1$ , nous aurons :

$$\frac{o1}{oI} = \frac{a_2}{Ie} \text{ ou } \frac{w \sin \beta}{\frac{Q}{2\pi}} = \frac{a_2}{Ie} ;$$

d'où

$$Ie = a_2 \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} = a_2 \times A.$$

L'unité  $a_2$  a été choisie de manière que  $Ie$  soit égal à  $l_0 = 18$  mm.

Pour déterminer  $l$ , il reste maintenant à multiplier A par  $\frac{1}{r \times k'}$  et

comme  $k'$  est supposé constant et égal à 0,82, le calcul graphique pourra se faire comme ci-dessus. Pour obtenir les valeurs de  $l$  en grandeur, on devra choisir  $a_3 = oI$  ; en effet pour le point XI, par exemple, on voit que, [ $Ih$  étant égal à (VI,  $i$ ),]

$$\frac{Ik}{Ih} = \frac{a_3}{r_1}$$

et partant

$$Ik = a_3 \times \frac{Ih}{r_1} = a_3 a_2 \frac{A}{r_1} ;$$

si nous appliquons cette construction pour le point I,

$$Ie = a_3 a_2 \frac{A}{r_0}$$

et comme  $a_2$  a été choisi de façon que  $a_2 A$  soit égal à la vraie valeur  $l_0$ , on peut dire que  $a_3$  doit être pris égal à

$$r_0 = oI$$

Le profil cherché est donc représenté par  $el$  ; les autres détails de la coupe résultent des données de construction.

2<sup>me</sup> Exemple. — Dans l'exemple que nous venons de traiter, nous voyons que le diagramme de la vitesse  $w$  (courbe  $mn$ ) indique un accroissement continu et assez régulier de celle-ci. Il n'en est pas toujours de même. Prenons l'exemple suivant :

$$\begin{array}{llll} r_0 = 50 \text{ mm.} & \beta_0 = 26^\circ & l_0 = 18 \text{ mm.} & k' = 0,82 \\ r_1 = 100 \text{ mm.} & \beta_1 = 30^\circ & l_1 = 10 \text{ mm.} & k' = 0,86 \end{array}$$

$Q = 0 \text{ m}^3 \text{ 0166}$  par sec. soit  $60 \text{ m}^3$  à l'heure.

$N = 2000$  tours par minute.

Les dimensions de la roue ne diffèrent pas de l'exemple précédent ; seuls les angles et le débit sont différents. Les résultats du calcul graphique sont indiqués sur la fig. 179, Pl. XI, et les explications données au sujet de l'exemple précédent nous dispensent de reprendre les constructions une à une, d'autant plus que nous avons employé des notations identiques.

La seule différence provient de ce que nous avons été amené à faire une construction supplémentaire pour tenir compte cette fois de la variation de  $k'$  avec  $r$  ; nous avons supposé que cette valeur allait croissant régulièrement avec le rayon, entre 0,82 et 0,86.

Le tracé a été effectué en supposant un pas de  $1/8$  de la circonférence, au lieu de  $1/6$  adopté pour  $12^\circ$ .

On voit que le diagramme de la vitesse relative  $w$  indique une diminution rapide de celle-ci, diminution suivie d'une augmentation. Il est évident qu'un tel tracé d'aube aurait pour résultat d'amener des

tourbillonnements dans toute la première partie de l'aubage, car la vitesse du fluide ne saurait décroître aussi rapidement.

Aussi convient-il dans ce cas d'adopter par tâtonnement, comme nous l'avons fait pour le tracé des roues centripètes des turbines hydrauliques, une loi de variation de  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$ , telle que les calculs conduisent à une valeur de  $w$  se rapprochant de celle donnée par la relation

$$w = w_0 + k_1 s$$

$s$  désignant la longueur mesurée sur l'axe du canal à partir du point d'entrée.

Pour ne pas reprendre cette méthode déjà exposée, nous avons traité dans le 3<sup>e</sup> exemple, le problème d'une manière moins rationnelle mais plus simple, en adoptant pour les aubes, le tracé par arc de cercle, et en recherchant graphiquement le profil.

3<sup>me</sup> Exemple. — Les données sont identiques à celles indiquées ci-dessus.

Ayant choisi pour tracé des aubes un arc de cercle coupant les circonférences intérieure et extérieure à l'aubage, sous les angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$ , et ayant admis pour loi de variation de  $w$  la relation

$$w = w_0 + k_1 r$$

(courbe  $m. n$  fig. 180, planche XI), nous avons pu tracer les triangles des vitesses pour les différents points I à VI de l'axe du canal formé par deux aubes consécutives. (fig. 180)<sup>b</sup>

La construction des triangles a été concentrée en O, la courbe MN donnant les extrémités des vecteurs  $w$  et la courbe M'N' celle des vecteurs  $c$ .

De la construction des triangles de vitesses, on peut déduire  $w \sin \beta$  et partant par une construction identique à celle utilisée dans les deux premiers exemples, déterminer graphiquement le profil (fig. 180)<sup>a</sup>.

### § 11. — Tracé des aubes du diffuseur

Le tracé des aubes du diffuseur peut avoir une grande influence sur la valeur du coefficient manométrique et sur le rendement de la pompe.

Le diffuseur a pour but comme nous l'avons vu, de provoquer un ralentissement progressif du fluide de façon à amener une transformation en énergie potentielle de pression, de l'énergie cinétique disponible à la sortie de la roue.

Pour qu'il puisse jouer un rôle, le diffuseur doit donc être constitué par des canaux divergents, mais la divergence des parois ne doit toutefois pas dépasser une certaine valeur sous peine d'amener un décollement de la veine et la formation de remous de nature à nuire au rendement de l'appareil. Comme d'autre part l'allongement des canaux a pour effet d'accroître les pertes par frottement, on conçoit que la recherche de la divergence limite constitue un problème d'un grand intérêt.



Celui-ci n'a jamais pu être abordé au point de vue théorique, et ce que l'on sait sur cette question résulte d'expériences systématiques effectuées à plusieurs reprises sur des tuyaux divergents à axe rectiligne et à section circulaire : la perte est minimum lorsque l'angle formé par les génératrices du cône est égal à 7 ou 8°.

Faute de données théoriques ou expérimentales plus complètes, force est de s'en remettre au sentiment pour la détermination de la divergence des parois d'un canal courbe : on choisira le rayon extérieur  $r_2$  et la largeur  $l_2$  du diffuseur de façon qu'après le tracé des aubes, la divergence des canaux n'apparaisse pas comme exagérée. L'angle  $\alpha_1$  étant connu par le tracé du triangle des vitesses à la sortie de la roue, l'angle  $\alpha_2$  étant choisi de façon que la vitesse à la sortie du diffuseur ne dépasse pas une valeur de l'ordre de 1/3 de la vitesse  $c_1$ , ( $r_2$  et  $l_2$  étant adoptés provisoirement), on voit que le problème du tracé du diffuseur se présente de la même manière que celui du tracé des aubes de la roue.

En raisonnant comme nous l'avons fait antérieurement, nous arriverons à cette conclusion que pour obtenir un écoulement par tranches parallèles à travers le diffuseur, il faut satisfaire à la relation différentielle

$$d[rc \cos \alpha] = k_1 \frac{dr}{c \sin \alpha} \quad (300)$$

En s'imposant par tâtonnements, une loi de variation de  $c \sin \alpha$  en fonction de  $r$  telle que la vitesse  $c$  aille décroissant suivant une loi se rapprochant de

$$c = c_1 - k_1 s$$

il sera possible de trouver graphiquement la valeur de l'intégrale,

$$\int_{r_1}^{r_2} k_1 \frac{dr}{c \sin \alpha}$$

et partant la valeur de  $rc \cos \alpha$  puis de  $c \cos \alpha$  à une distance  $r$  quelconque de l'axe.

$c \cos \alpha$  et  $c \sin \alpha$  étant connus, on pourra en déduire  $c$  en grandeur et direction, et en procédant de proche en proche, obtenir le tracé de l'axe du canal formé par deux aubes voisines.

On pourra ensuite, procéder à la détermination du profil, par la méthode graphique déjà exposée.

Dans l'épure de la fig. 180, nous nous sommes borné à rechercher le tracé de l'aube, en nous imposant la condition que la vitesse moyenne  $c$  varie comme les ordonnées d'une droite entre la valeur  $c_1$  à l'entrée et la valeur  $c_2$  à la sortie, et en conservant une largeur  $l$  constante, comme cela se fait souvent pour éviter des difficultés de parachèvement.

La valeur de la vitesse  $c_2$  a été choisie égale à 1/3 de la vitesse  $c_1$  et le rayon  $r_2$  égal à 0 m. 142 afin d'obtenir un tracé d'aube conduisant à des canaux peu divergents. En possession de ces valeurs  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $r_1$  et  $r_2$ ,

il est facile de déterminer  $c \sin \alpha$  en fonction de  $r$ . Les valeurs de  $c$  et  $c \sin \alpha$  étant connues pour chacune des valeurs de  $r$ , il est aisé de comprendre comment on a pu trouver le polygone I, II, III... (fig. 180<sup>b</sup>)

Par le point I, on mène une droite passant par le centre et on porte dans cette direction la valeur de  $c \sin \alpha$ ; on élève une perpendiculaire à l'extrémité du vecteur  $c \sin \alpha$ , et avec une ouverture du compas égale à  $c$ , on trace un arc de cercle; on obtient ainsi la direction de la vitesse absolue  $c$ . On répète cette construction au point où la circonférence passant par la division intermédiaire entre I et II, coupe la direction  $c$ , et ainsi de suite. La courbe I, II, III, IV, V, VI est la courbe cherchée.

Nous avons choisi un arc de cercle passant autant que possible par ces différents points, et nous avons adopté cet arc pour le tracé du dos des aubes, supposées au nombre de huit dans le dessin.

*Contrairement à ce que l'on pourrait penser, c'est la partie convexe qui est la paroi active*, car en l'absence d'aubes, le fluide prend comme nous allons le montrer, entre les deux parois du diffuseur, un mouvement spiraliforme tel que chaque filet coupe toutes les circonférences sous un angle constant.

La présence des aubes a donc pour effet de redresser les filets et de diminuer le chemin parcouru dans le diffuseur.

## § 12. — Théorie du diffuseur sans aubes

Reportons-nous à la fig. 177, et supposons que celle-ci représente la section d'un diffuseur à aubes, au lieu de représenter la section d'une roue centrifuge.

Nous avons vu que, pour réaliser le mouvement du fluide par tranches parallèles, il fallait faire en sorte que

$$p_q - p_m = c^{te},$$

et nous avons démontré que

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \text{ arc } (mq)$$

$\varphi_p$  représentant la composante tangentielle de l'accélération dans le mouvement absolu.

*En l'absence d'aubes, les surfaces cylindriques et concentriques sont nécessairement des surfaces équipotentiellles* ce qui entraîne comme conséquence

$$p_q = p_m,$$

et partant, en vertu de la relation ci-dessus,

$$\varphi_p = 0.$$

En reprenant le raisonnement que nous avons fait précédemment, il est facile de voir que

$$\varphi_p = \frac{d[rc \cos \alpha]}{dr} \times \frac{c \sin \alpha}{r}$$

et partant la condition  $\varphi_p = 0$  revient à

$$\frac{d[rc \cos \alpha]}{dr} = 0$$

ou

$$r(c \cos \alpha) = c^{te} \quad (301)$$

Ainsi dans le diffuseur sans aubes à parois parallèles, ou peu divergentes, la vitesse est telle que la composante tangentielle de celle-ci varie en raison inverse du rayon; comme dans le cas particulier du diffuseur à parois parallèles, la composante radiale de la vitesse absolue varie elle aussi en raison inverse du rayon, on peut dire que

$$\frac{c \sin \alpha}{c \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = c^{te};$$

ainsi l'angle sous lequel les filets fluides coupent les différentes circonférences est constant et les trajectoires figurées par ces filets sont des spirales logarithmiques.

*Remarque I.* — Ces conclusions doivent être légèrement modifiées lorsqu'on les applique au cas réel de l'écoulement avec frottement: le ralentissement de la vitesse est plus rapide que ne le prévoit le calcul et partant l'accroissement de pression à l'entrée du diffuseur est plus important que ne le fait prévoir la loi énoncée ci-dessus. Nous avons pu mettre ce fait en évidence lors des essais effectués sur la pompe centrifuge du Laboratoire, en relevant la pression aux différents points du diffuseur, et en traçant le diagramme de la pression en fonction de  $r$ .

*Remarque II.* — L'utilisation d'un diffuseur sans aubes à parois divergentes, peut conduire à une diminution plus rapide de la vitesse et partant à une amélioration du rendement.

On ne peut toutefois dépasser un certain angle  $\theta$  de divergence des parois, sous peine d'amener un décollement de la veine et un fonctionnement défectueux du diffuseur.

Cet angle dépend d'ailleurs de l'angle  $\alpha_1$ , sous lequel les filets abordent le diffuseur.

Si nous recherchons en effet, l'angle de divergence  $\theta_1$ , dans le plan tangent au filet fluide à l'entrée, en fonction de  $\theta$  l'angle formé par les parois du diffuseur, nous trouvons:

$$\sin \frac{\theta_1}{2} = \sin \frac{\theta}{2} \sin \alpha_1 \quad (302)$$

Or, pour une valeur de  $x = 0,5$ , et un angle  $180^\circ - \beta_1$  égal à  $25^\circ$ , la valeur de  $\alpha_1$  atteint environ  $20^\circ$ .

Introduisons cette valeur de  $20^\circ$  dans la relation (302) et admettons pour  $\theta_1$  la valeur limite  $7^\circ$  ; nous obtiendrons pour l'angle  $\theta$  adapté aux conditions habituelles d'utilisation de la pompe à diffuseur sans aubes :

$$\theta = 20^\circ.$$

*Remarque III.* — Ce que nous savons à présent des trajectoires des éléments dans un diffuseur sans aubes, permet de comprendre la supériorité de ce dernier lorsque l'angle de sortie étant égal à  $25^\circ$  ou  $30^\circ$ , les valeurs de  $x$  atteignent 0,4 et plus : le chemin parcouru à travers le diffuseur devient de plus en plus court à mesure que  $x$  croît et pour un certain angle  $\alpha_1$  d'entrée, il n'y a plus d'intérêt à redresser les filets fluides au moyen d'aubes.

*Remarque IV.* — Il résulte des considérations ci-dessus que si les éléments d'une nappe fluide limitée par deux parois parallèles ou légèrement divergentes, prennent à la fois un mouvement de translation et un mouvement de giration, leurs trajectoires sont telles qu'elles coupent les circonférences tracées du centre de giration sous un angle constant.

Lorsque les éléments se rapprochent du centre, au lieu de s'en écarter, comme c'est le cas dans l'écoulement à travers les pièces intercalaires des pompes centrifuges à haute pression (voir fig. 163, planche VI), la vitesse de giration va donc croissant rapidement.

Avec des pièces intercalaires sans aubes, le fluide arriverait à l'ouïe animé d'un mouvement de rotation si important que l'alimentation de la roue se ferait dans de très mauvaises conditions. Force est donc de cloisonner l'intervalle compris entre les flasques de la pièce intercalaire, au moyen d'aubes orientées :  $1^\circ$  à la périphérie suivant la trajectoire des éléments sortants du diffuseur ;  $2^\circ$  à l'ouïe, de façon à imprimer aux filets une direction à peu près radiale.

La figure 181 donne la représentation à l'échelle  $1/5$  de la pièce intercalaire de la pompe au Laboratoire, dont nous avons parlé page 282 ; on y voit figurer, en pointillé, les aubes fixes dont nous venons d'exposer la raison d'être.

## § 12. — Tracé de la volute

Le tracé de la volute peut se faire en appliquant la méthode indiquée au § 6 chapitre I, du 3<sup>e</sup> fascicule.

La section rectangulaire ne peut guère être utilisée que pour les faibles pressions. La section circulaire conduit, d'autre part, à une exécution coûteuse.

On peut avantageusement employer une solution mixte, en adoptant pour limiter la section de la volute un arc de cercle de rayon constant, dont le centre s'écarte de plus en plus de l'axe de la roue ; les pompes que nous avons dessinées planche VIII possèdent une volute tracée de cette manière. On ne peut guère réaliser par ce procédé, une

diminution aussi rapide de la section que l'imposerait la condition d'une vitesse constante en tous les points de l'axe, pour le dernier quart de la volute tout au moins, mais la perte supplémentaire qui peut provenir de ce défaut de tracé n'est certainement pas décelable avec les vitesses généralement admises (4 à 5 m/sec. au plus).

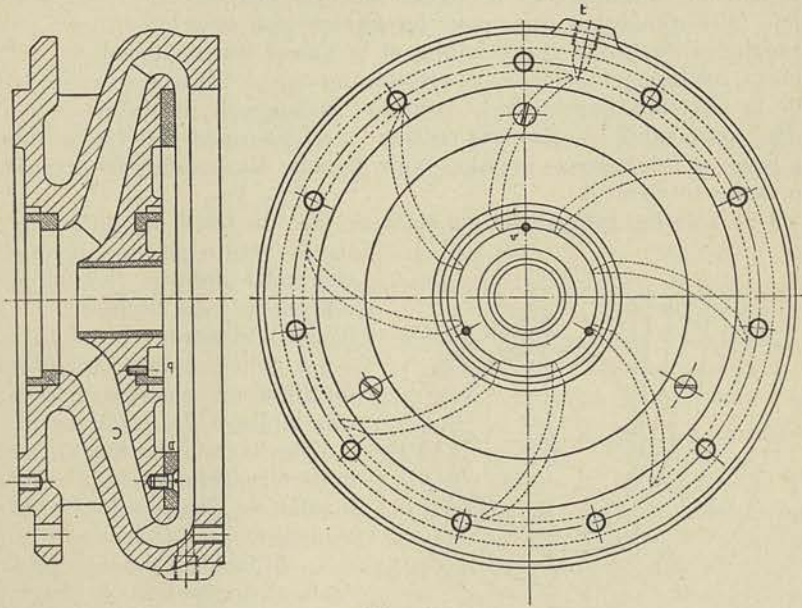


Fig. 181

La section de la tubulure de sortie étant calculée de façon que la vitesse ne dépasse pas une valeur de 3 m. à 3 m. 50, on donne à la partie droite du tracé la forme d'un tronc de cône.

Pour ce qui concerne la tuyauterie de refoulement, dont le diamètre est calculé de façon que la perte de charge ne dépasse pas, dans celle-ci, 5 à 10% de la hauteur de refoulement <sup>(1)</sup> (suivant la longueur et le débit), il y aura lieu d'utiliser un raccord tronconique entre la pompe et la vanne placée à l'origine de la conduite : la longueur de ce raccord sera choisie pour que l'inclinaison des génératrices sur l'axe ne dépasse pas  $3\frac{1}{2}$  à  $4^\circ$  ; cette condition conduit à une longueur de raccord d'environ 7 fois la différence des diamètres (formule 184).

La forme donnée à la volute a peu d'influence sur le rendement si l'on interpose entre la roue et la volute un diffuseur avec aubes ou sans aubes, dimensionné correctement et de telle manière que la vitesse du fluide à la sortie de ce dernier prenne une valeur voisine de la vitesse moyenne réalisée dans la volute.

<sup>(1)</sup> Voir à ce sujet l'appendice général.

Comme le problème final consiste toutefois à réaliser la pompe d'encombrement et de poids minimum, il importe de réduire la longueur radiale du diffuseur jusqu'à la limite inférieure à partir de laquelle la diminution du rendement de la pompe deviendrait sensible ; cette limite ne peut malheureusement être fixée que par des essais systématiquement conduits sur une pompe du type envisagé. On peut toutefois faire remarquer que, pour les faibles hauteurs, les vitesses périphériques des roues étant faibles et la valeur du coefficient du débit étant relativement élevée, la vitesse absolue à l'entrée se rapproche de la vitesse admise dans la volute et la longueur du diffuseur peut, dans ces conditions, être très réduite ; c'est pourquoi, dans les pompes à basse et à très basse pression (voir planche X), le diffuseur disparaît presque totalement.

Une solution rationnelle au point de vue du tracé du diffuseur et

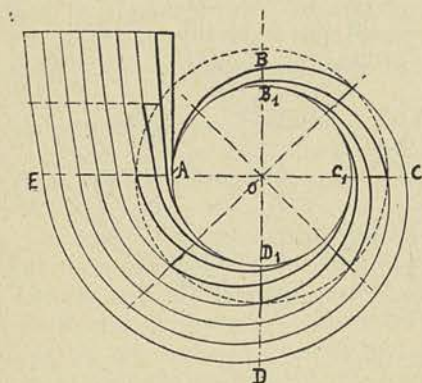


Fig. 182

de la volute consiste à constituer cette dernière par un prolongement du diffuseur : la figure 182 donne la représentation d'une telle solution, les parois du diffuseur constituant les parois latérales de la volute.

Pour fixer la courbe limitant la paroi extérieure de la volute, il suffit de dessiner les spirales logarithmiques correspondant aux différents éléments pris à égale distance l'un de l'autre, sur la périphérie de la roue, et d'adopter la courbe la plus extérieure, tracée par l'élément partant du point A.

Dans la section  $C_1C$ , par exemple, le débit devra être égal à la moitié du débit total ; pour le vérifier, on tracera la courbe de  $c \cos \alpha$ , qui est un arc d'hyperbole équilatère rapporté aux axes  $ox, oy$ , puisque

$$r c \cos \alpha = c^te,$$

et on effectuera l'intégration graphique de  $l r c \cos \alpha$ , de manière à obtenir :

$$\frac{Q}{2} = \int_{r_1}^{r_2} l r c \cos \alpha dr.$$

Une telle solution, si elle conduit à un corps de pompe très ramassé, exige par contre des tubulures d'aspiration latérales très allongées, afin de donner accès aux boulons des couvercles ; elle conduit donc à un ensemble peu constructif, pour les pompes à double ouïe tout au moins.

CHAPITRE II

**ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-POMPES**

Avant d'entamer l'étude des principaux organes communs aux turbo-pompes, nous voudrions faire ressortir les particularités essentielles des types calculés au § 8 précédent. Ces types, que nous avons dessinés en nous inspirant des formes adoptées par les meilleurs constructeurs connus, donnent une idée d'ensemble très nette des possibilités actuelles en matière de construction des turbo-pompes ; leurs tracés nous permettront de faire ressortir la valeur et la raison d'être des différentes dispositions utilisées suivant l'importance du débit et la hauteur de refoulement à réaliser.

Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous, les données correspondant à chacune des pompes dessinées sur les planches de VI à X, ainsi que la valeur de R correspondant à ces données. Pour les pompes à roues multiples en tension ou en parallèle, nous avons ajouté la valeur de R correspondant à chacune des roues prises isolément. On pourra juger en examinant ce tableau, de l'extrême souplesse des turbo-pompes, les débits pouvant varier de quelques m<sup>3</sup>/heure à quelques dizaines de milliers de m<sup>3</sup>/heure, les hauteurs de 1 m. à plusieurs centaines de mètres (800 à 1000 m., pour fixer les idées).

Pour conserver à la pompe un bon rendement, les valeurs de R calculées pour chacune des roues, prises isolément, doivent rester comprises entre 4 et 400. Comme avec les pompes multicellulaires comportant 8 ou 9 roues en tension, la valeur de R pour l'ensemble de la pompe peut descendre à moins de 0,2, on est amené à conclure que *les types dessinés permettent d'apporter une solution à tout problème posé dont les données conduisent à des valeurs de R comprises entre 0,2 et 400.*

TABLEAU VIII.

Désignation	Q m <sup>3</sup> /h.	H' m.	N t/m.	R par roue	R total	Echelle
Fig. 166, pl. VII	25	150	2900	5,9	0,35	1/5
Fig. 163, pl. VI	75	100	2900	6,20	2,10	1/5
Fig. 162, pl. VI	75	50	2900	6,20	6,20	1/5
Fig. 165, pl. VI	150	50	2900	6,20	12,40	1/5
Fig. 168, pl. VII	2.500	150	2900	9,20	36,80	1/10
Fig. 169, pl. VIII	500	50	1450	10,00	10,00	1/10
Fig. 170, pl. VIII	500	50	1450	5,00	10,00	1/10
Fig. 171, pl. IX	750	12,5	730	15,20	30,40	1/10
Fig. 172, pl. IX	1.500	12,5	730	30,4	60,80	1/10
Fig. 173, pl. IX	1.500	12,5	730	60,8	60,80	1/10
Fig. 174, pl. X	6.000	6,5	585	210,0	420,0	1/25
Fig. 175, pl. X	6.000	6,5	585	420,0	420,0	1/25
Fig. 176, pl. X	60.000	1,25	54	425,0	425,0	1/50

§ 1. — Description des pompes à une roue à simple ouïe

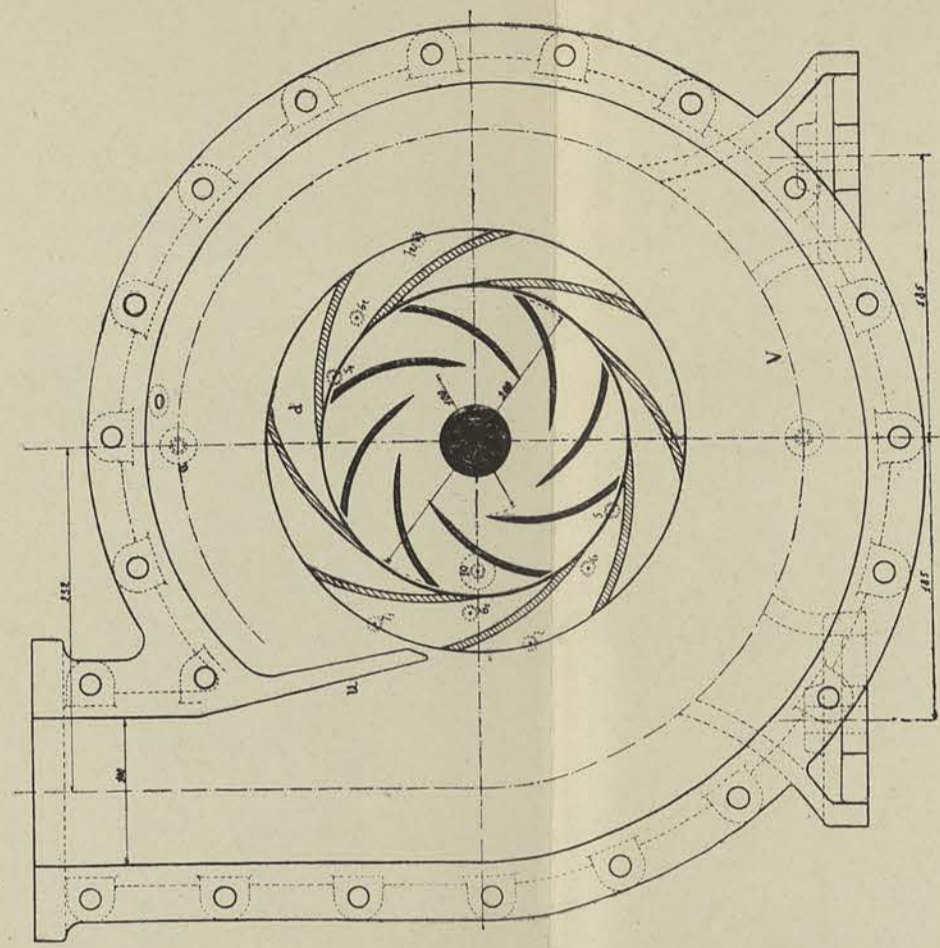
Nous décrivons tout d'abord les pompes à simple ouïe. La fig. 162, planche VI, représente une solution possible, mais un peu spéciale, en raison de sa destination : cette pompe que nous avons étudiée en vue des essais à effectuer au Laboratoire, devait comporter une volute coupée en deux, afin de pouvoir, par l'introduction d'une épaisseur entre les deux coquilles, augmenter la largeur du diffuseur et de la roue.

Dans une construction normale il est évident que l'on eût réalisé la volute en une pièce, avec le palier de droite rattaché au corps, à la manière du palier de gauche ; cette construction avec palier en porte-à-faux qui permet de centrer les pièces les unes par rapport aux autres, assure automatiquement la coïncidence des axes des coussinets avec l'axe de la roue, et supprime ainsi toute difficulté de montage. En isolant, dans notre exemple particulier, le palier de droite du corps de pompe, nous avons voulu rendre libre la paroi de l'enveloppe opposée à l'ouïe, de manière à pouvoir y fixer les raccords des tuyauteries spéciales pour les manomètres.

Dans cette construction, les coussinets employés sont en bronze, bien que l'on préfère adopter le coussinet en fonte garni de métal blanc ; le palier de butée comporte un graissage spécial par plateau : ce plateau prend l'huile à la partie inférieure du réservoir, pour la porter dans une rainure orientée suivant l'axe, en relation avec les canelures par des trous verticaux convenablement répartis. Ce palier est d'une construction coûteuse et l'on préfère aujourd'hui remplacer les butées à canelures par des butées à billes ; on trouvera des exemples de cette construction dans les figures 169 et 170 notamment. Pour les pompes multicellulaires qui donnent lieu à des poussées très élevées, on adopte généralement un piston d'équilibrage automatique : la fig. 164 donne une disposition possible de ce piston d'équilibrage que nous avons conçu en vue de pouvoir obtenir successivement et sans aucune modification de l'enveloppe, une pompe à deux roues, équilibrées séparément mais approximativement, (solution indiquée fig. 163) et une pompe à 2 roues équilibrées automatiquement par piston hydraulique.

En ce qui concerne la tubulure d'aspiration, on peut en concevoir différentes formes. Celle représentée fig. 162, rationnelle au point de vue de l'écoulement du fluide vers l'ouïe, s'accommode assez mal de la construction avec paliers en porte-à-faux : la collerette de liaison rend l'ensemble peu compact et peu esthétique ; on lui préfère généralement, sauf pour les pompes de très grandes dimensions, une tubulure telle que celle dessinée fig. 169 : dans l'espace compris entre le couvercle proprement dit et la paroi portant le bourrage et le palier, vient déboucher la tubulure d'aspiration aplatie pour réduire au minimum la distance entre les deux parois, et élargie pour conserver autant que possible une section équivalente à celle d'entrée. Avec cette disposition, le fluide n'est plus guidé dans son parcours compris entre la sortie de la





DONNÉES :  
 $H' = 50$  m.  
 $Q = 75$  m<sup>3</sup>/heure  
 $N = 2900$  t/m.  
 $R = 6$

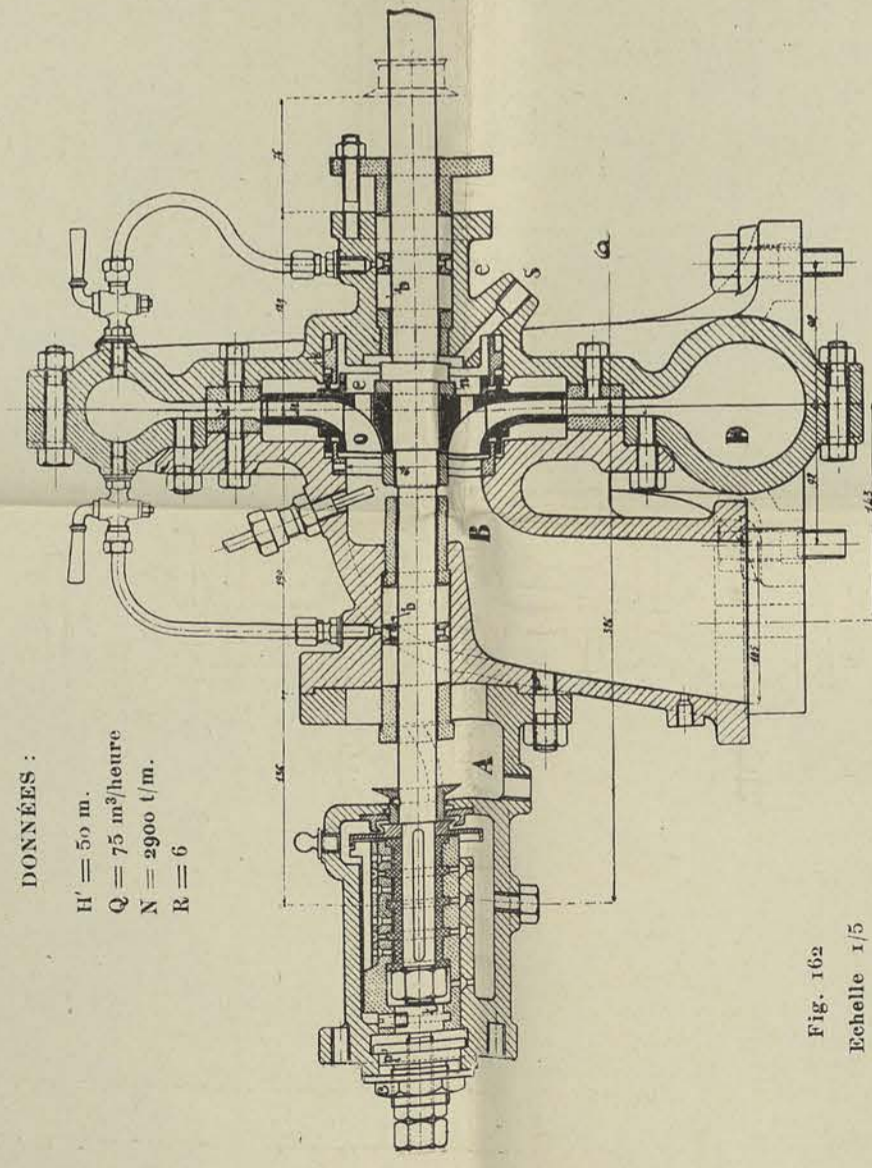
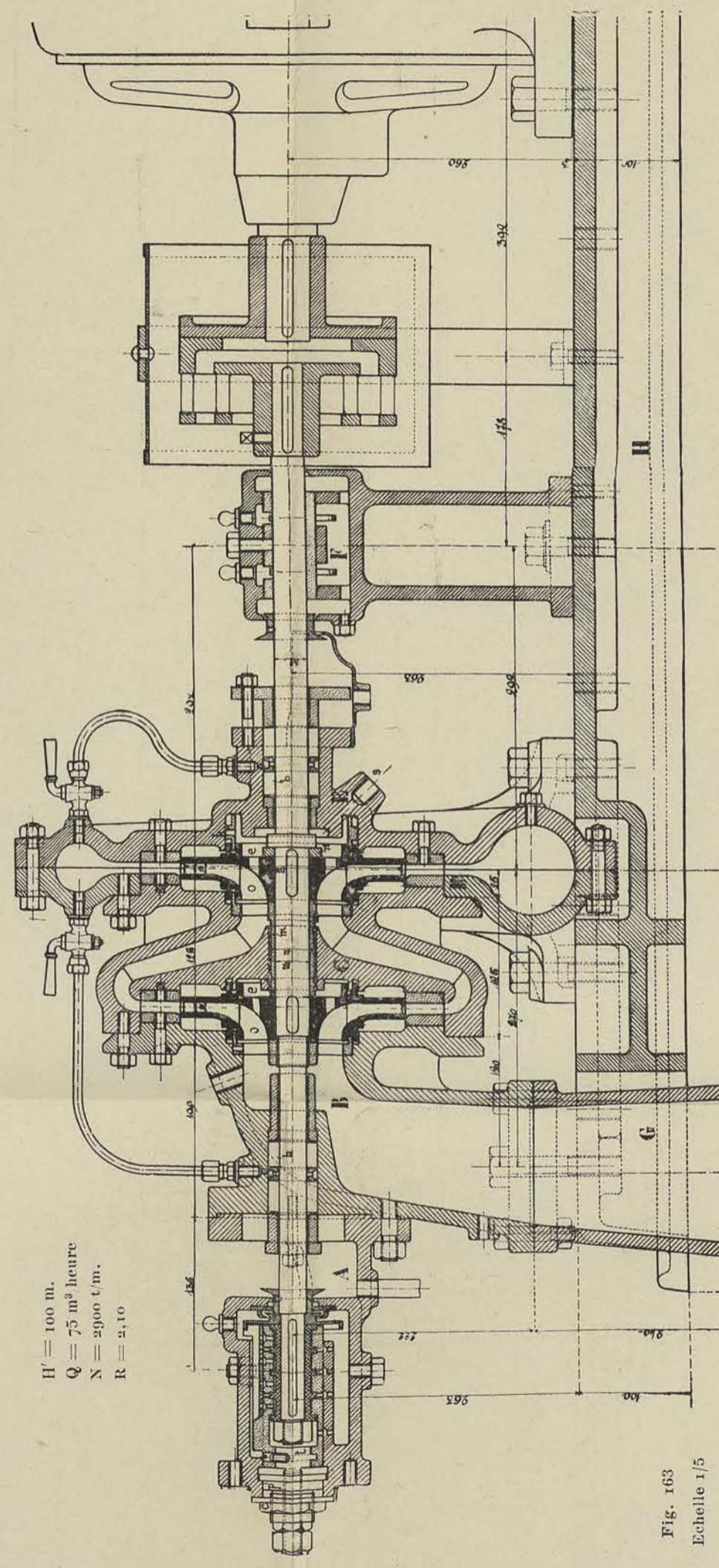


Fig. 162  
 Echelle 1/5



$H' = 100$  m.  
 $Q = 75$  m<sup>3</sup>/heure  
 $N = 2900$  t/m.  
 $R = 2,10$

Fig. 163  
 Echelle 1/5

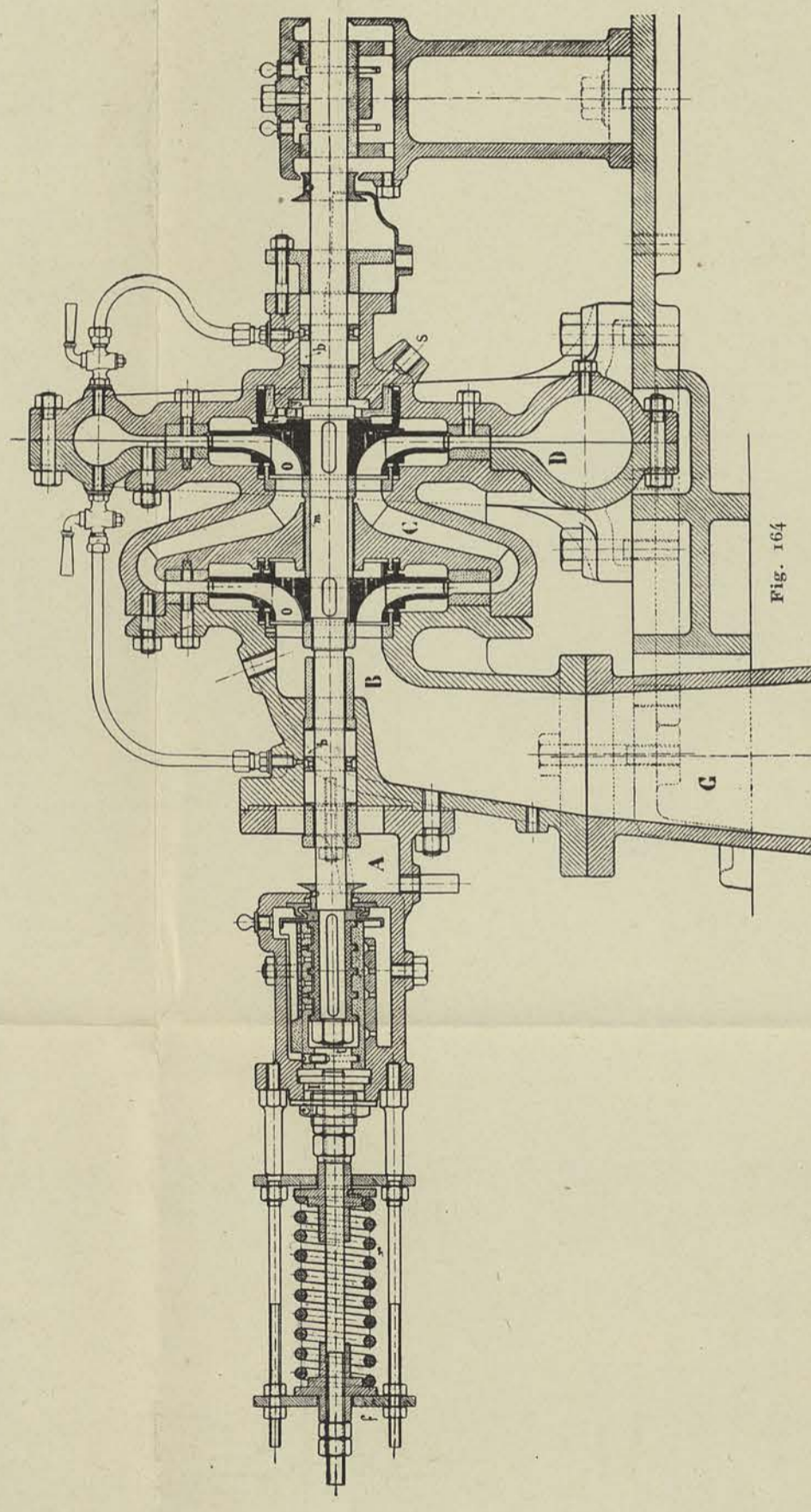
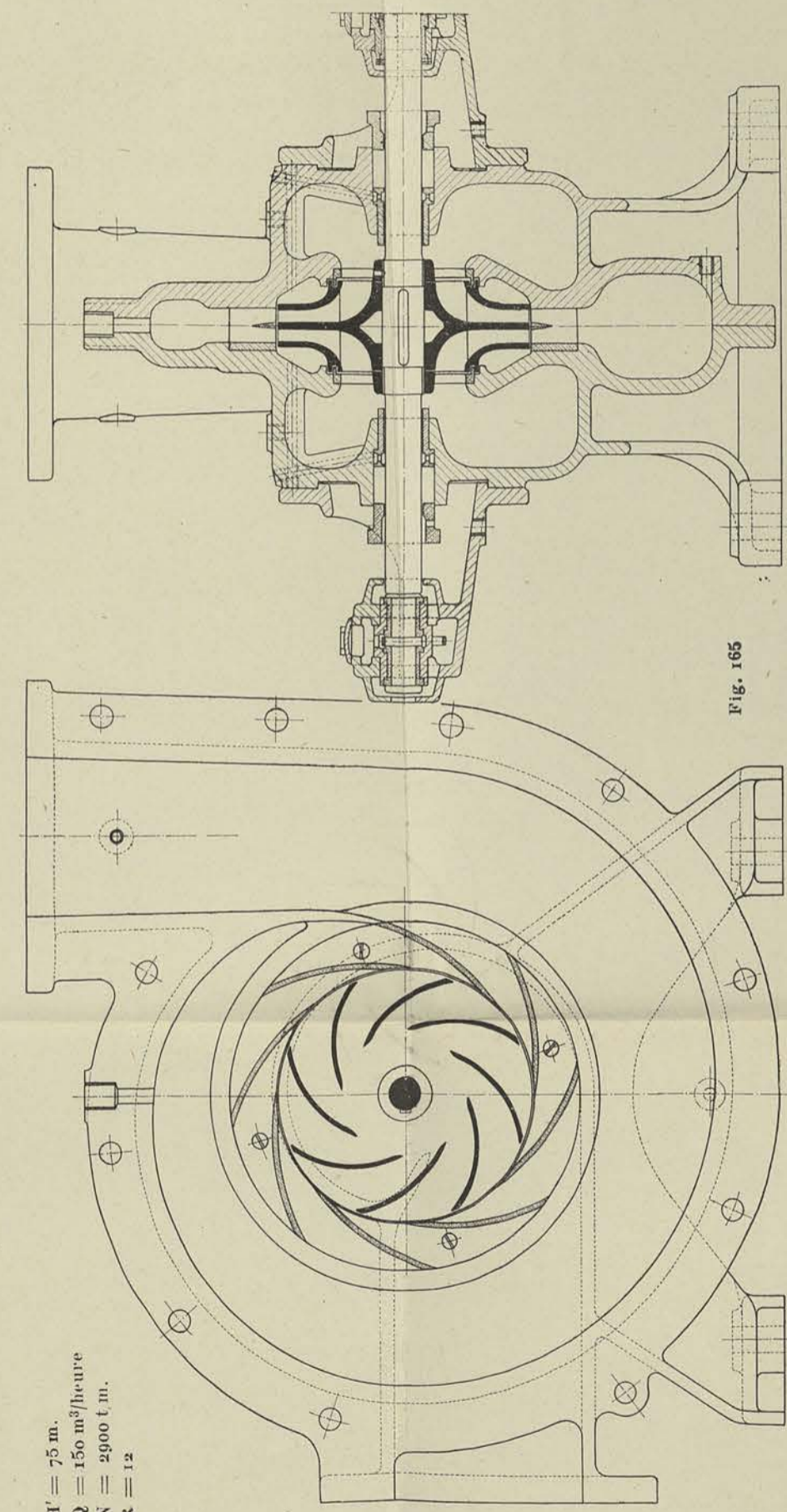


Fig. 164



$H' = 75$  m.  
 $Q = 150$  m<sup>3</sup>/heure  
 $N = 2900$  t/m.  
 $R = 12$

Fig. 165

simple ouïe, à une valeur très faible. Le type simple ouïe est incontestablement mieux approprié pour les faibles débits et les grandes hauteurs, puisqu'il permet de réaliser l'angle d'entrée  $\beta_0$  se rapprochant de l'angle théorique.

Au point de vue construction, les pompes à double ouïe peuvent se classer en trois groupes, suivant la disposition d'ensemble adoptée en vue du démontage.

1° *On peut concevoir la pompe comme constituée de deux pièces entièrement symétriques*, comprenant chacune la moitié de la tubulure d'aspiration, et la moitié de la volute, le joint d'assemblage se trouvant dans un plan perpendiculaire à l'axe de la roue : c'est la solution représentée fig. 165, la plus simple que l'on puisse concevoir, au point de vue du nombre de pièces à parachever et du mode de parachèvement, celui-ci pouvant se faire entièrement au tour, sauf en ce qui concerne les collets des tubulures, bien entendu.

Le défaut de ce système est de ne pas permettre d'opérer le démontage de la roue, sans isoler le corps des conduites d'aspiration et de refoulement, ce qui, pour les pompes importantes tout au moins, complique singulièrement l'opération et en augmente la durée ; la forme relativement compliquée du joint est aussi un défaut, d'autant plus qu'on ne peut utiliser la matière obturante que sur une épaisseur très mince (ordinairement une feuille de papier huilé) et cela afin d'éviter que, par un serrage irrégulier des boulons, on ne détermine une déformation des couvercles et partant une orientation oblique l'un par rapport à l'autre, des axes des paliers.

2° *Dans le deuxième groupe, on peut ranger les pompes dont le corps est coupé en deux par un plan horizontal passant par l'axe.*

Avec la disposition de la fig. 172, planche IX, on peut démonter la roue avec son arbre et son accouplement sans toucher aux tuyauteries d'aspiration et de refoulement, ce qui est un avantage incontestable ; avec la disposition de la figure 171, il faut détacher la pompe de la conduite de refoulement. Si le joint est ici de forme plus compliquée que dans le système précédent, on peut lui donner une épaisseur plus grande, car les paliers sont appuyés sur la partie inférieure du corps, et leur orientation ne peut dépendre d'un serrage plus ou moins irrégulier des boulons d'assemblage.

En ce qui concerne le parachèvement, il est incontestablement plus coûteux, puisqu'il exige le rabotage ou le fraisage des deux faces étendues, et un alésage intérieur dans des conditions difficiles d'exécution : à moins d'opérer avec un alésoir spécial permettant de guider l'outil avec précision de l'extrémité de l'arbre, on doit régler les lames d'alésage avant la mise en place du couvercle. Cette construction qui, comme la première, permet de réaliser des formes très correctes pour les conduits d'aspiration, et qui avec la deuxième disposition, tout au moins, permet un démontage extrêmement aisé, est tout indiquée pour les grands débits et les faibles hauteurs.

DONNÉES :

$H' = 150 \text{ m.}$   
 $Q = 25 \text{ m}^3/\text{heure}$   
 $N = 2900 \text{ t/m.}$   
 $R = 0,35$

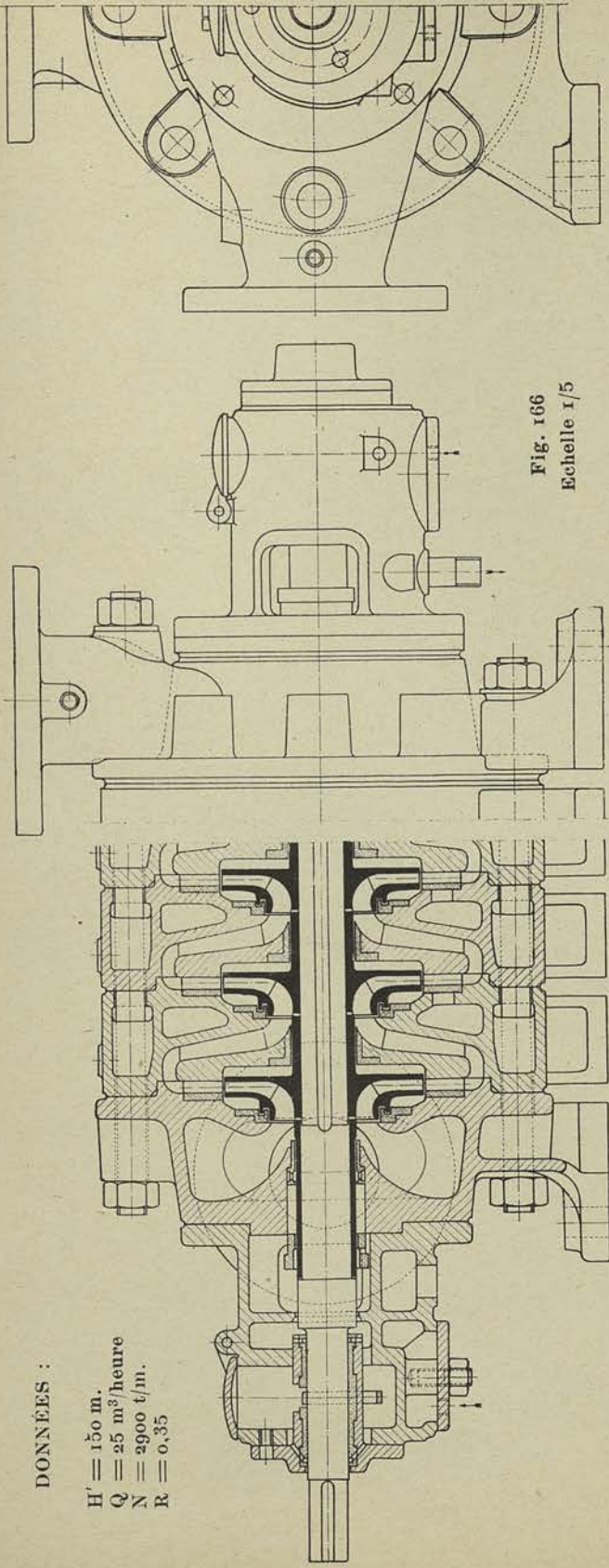


Fig. 166  
Echelle 1/5

DONNÉES :

$H' = 150 \text{ m.}$   
 $Q = 2500 \text{ m}^3/\text{heure}$   
 $N = 2900$   
 $R = 40$

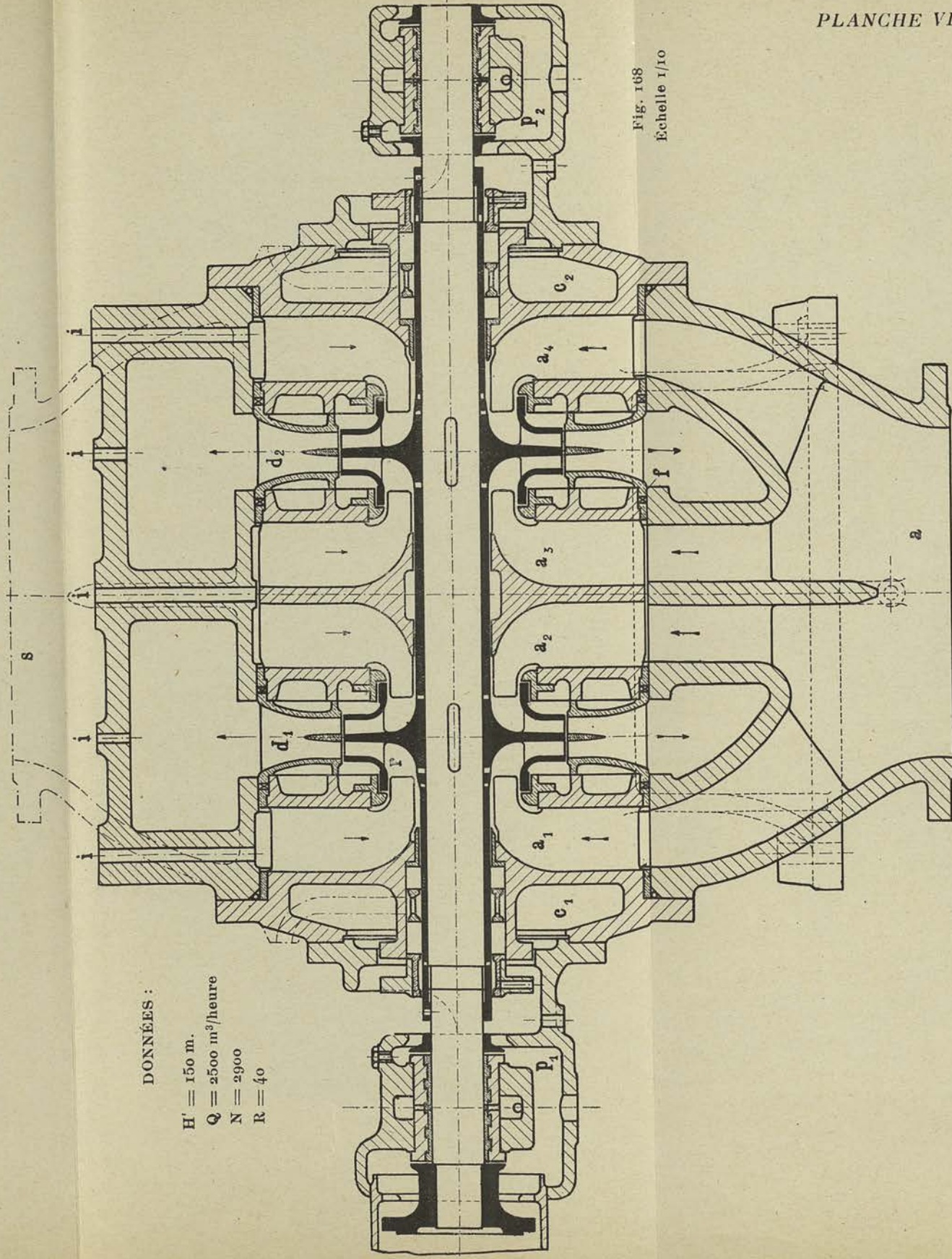
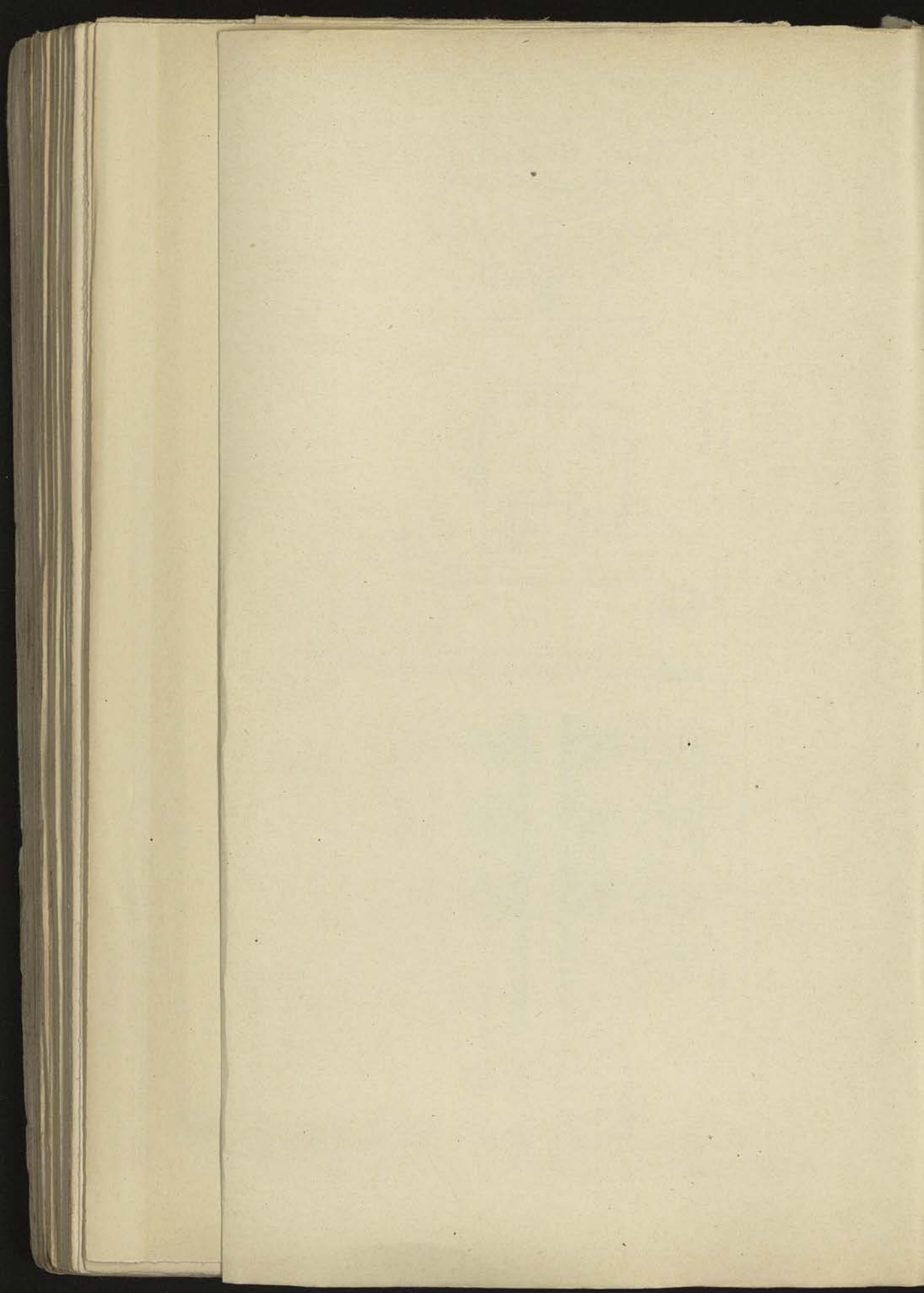


Fig. 168  
Echelle 1/10



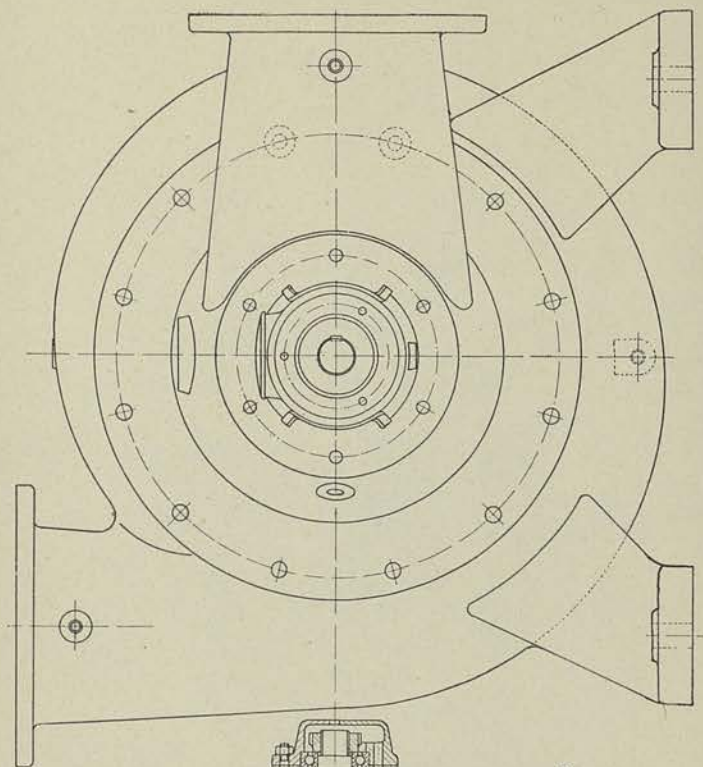
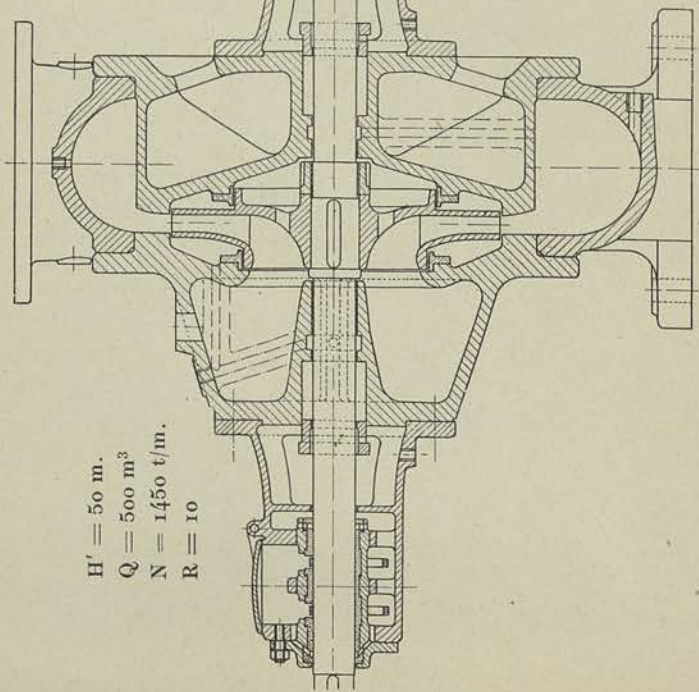


Fig. 169  
Échelle 1/10



$H' = 50 \text{ m.}$   
 $Q = 500 \text{ m}^3$   
 $N = 1450 \text{ t/m.}$   
 $R = 10$

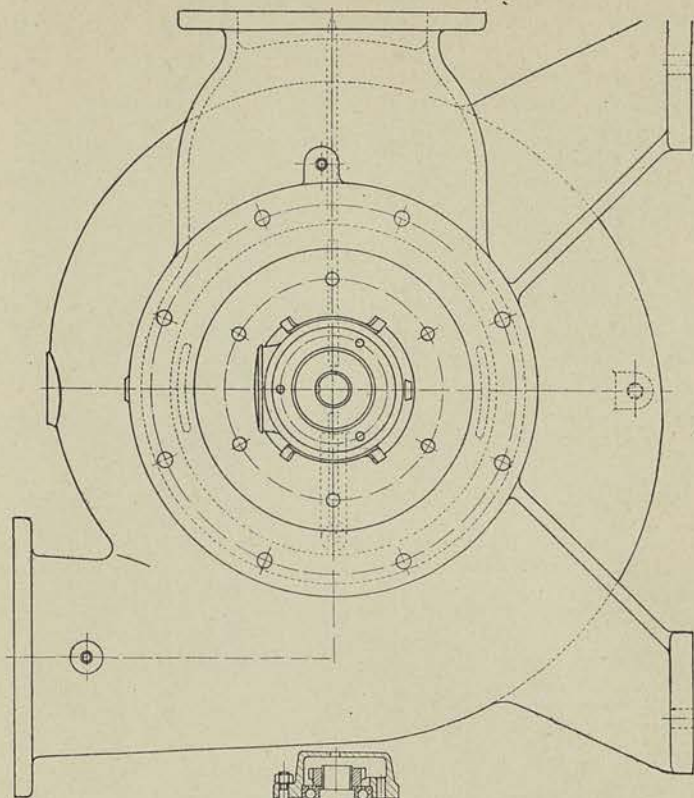
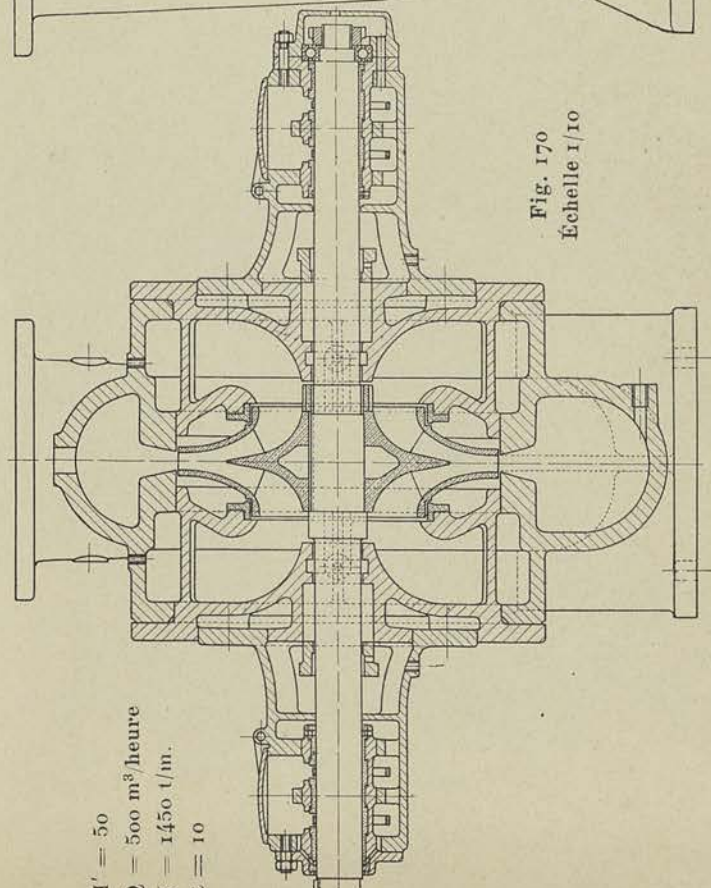
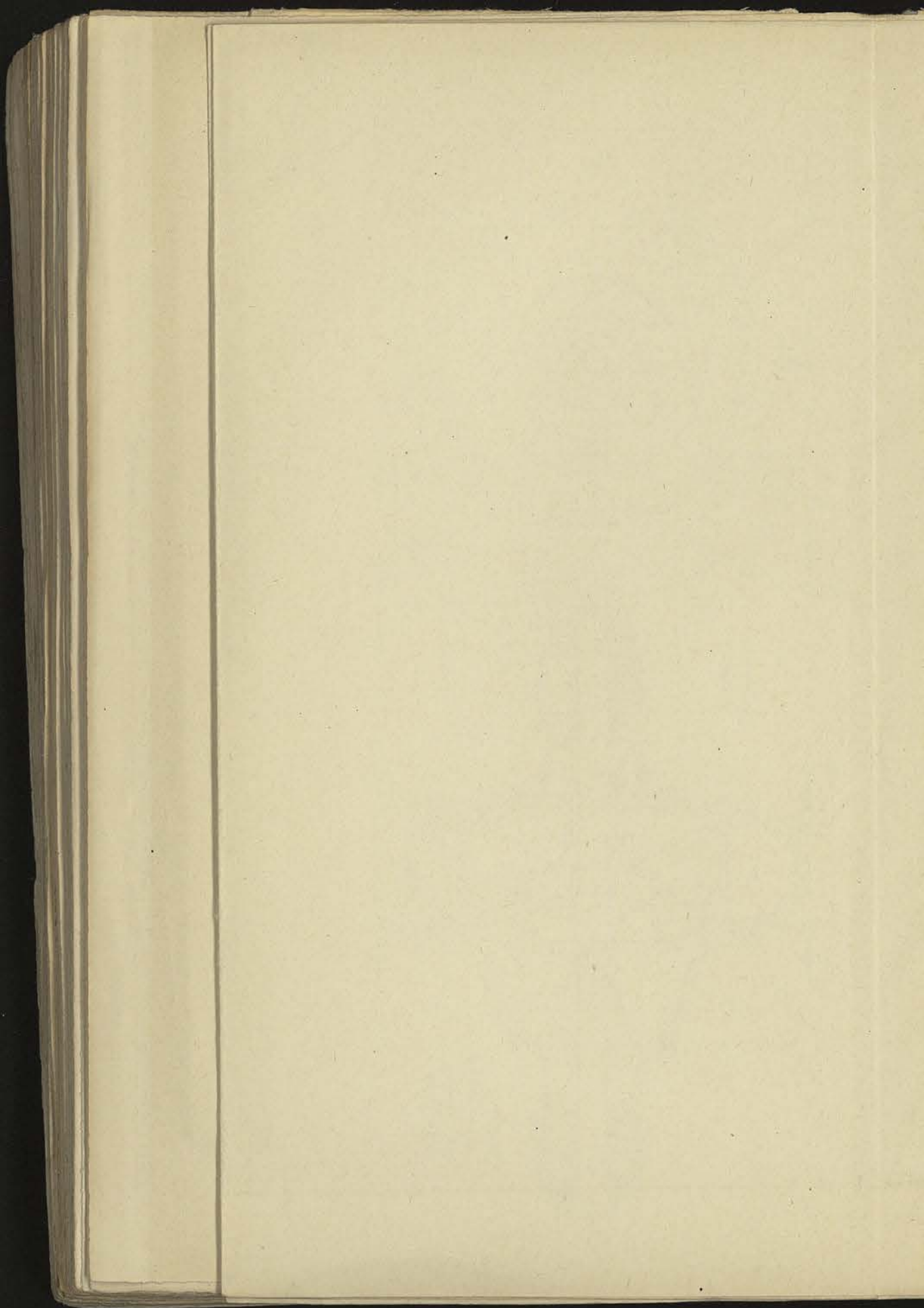
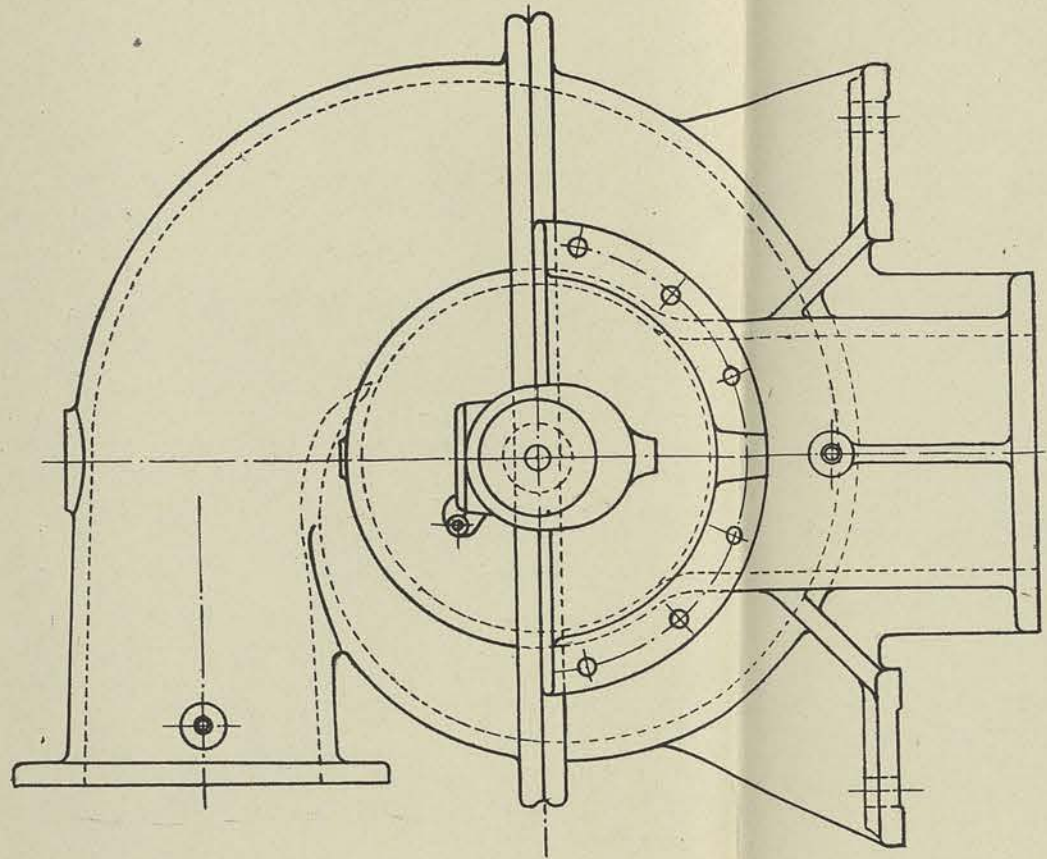


Fig. 170  
Échelle 1/10



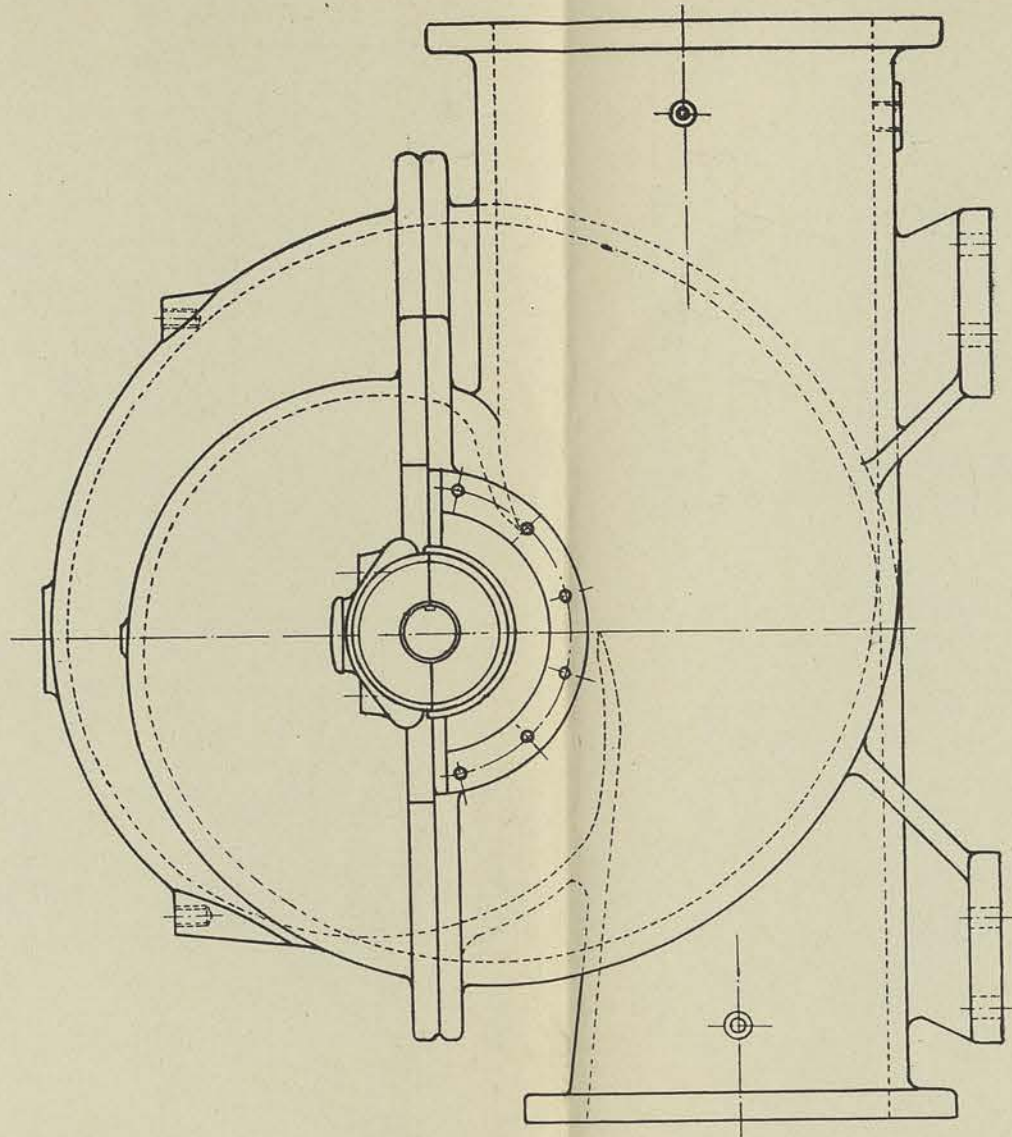
$H' = 50$   
 $Q = 500 \text{ m}^3/\text{heure}$   
 $N = 1450 \text{ t/m.}$   
 $R = 10$





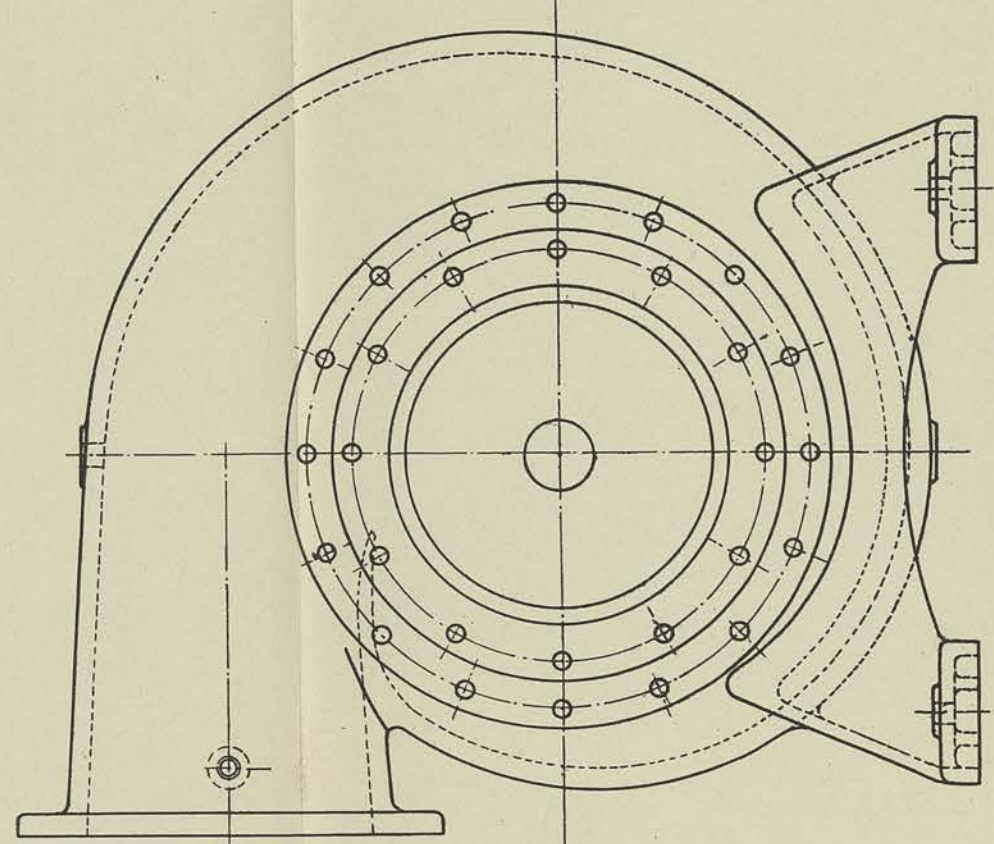
H' = 12.<sup>m</sup>50  
 Q = 750 m<sup>3</sup>/heure  
 N = 730 t/m.  
 R = 30

Fig. 171  
 Echelle 1/10



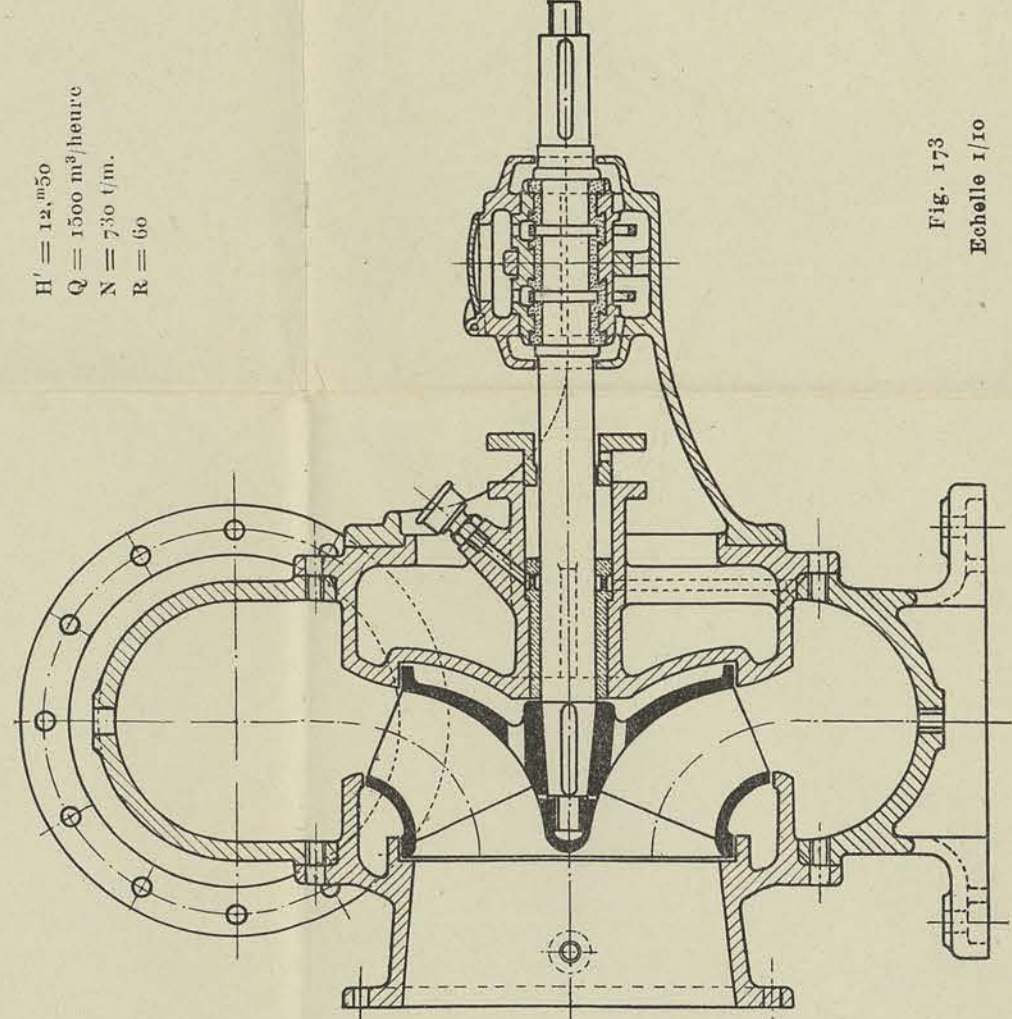
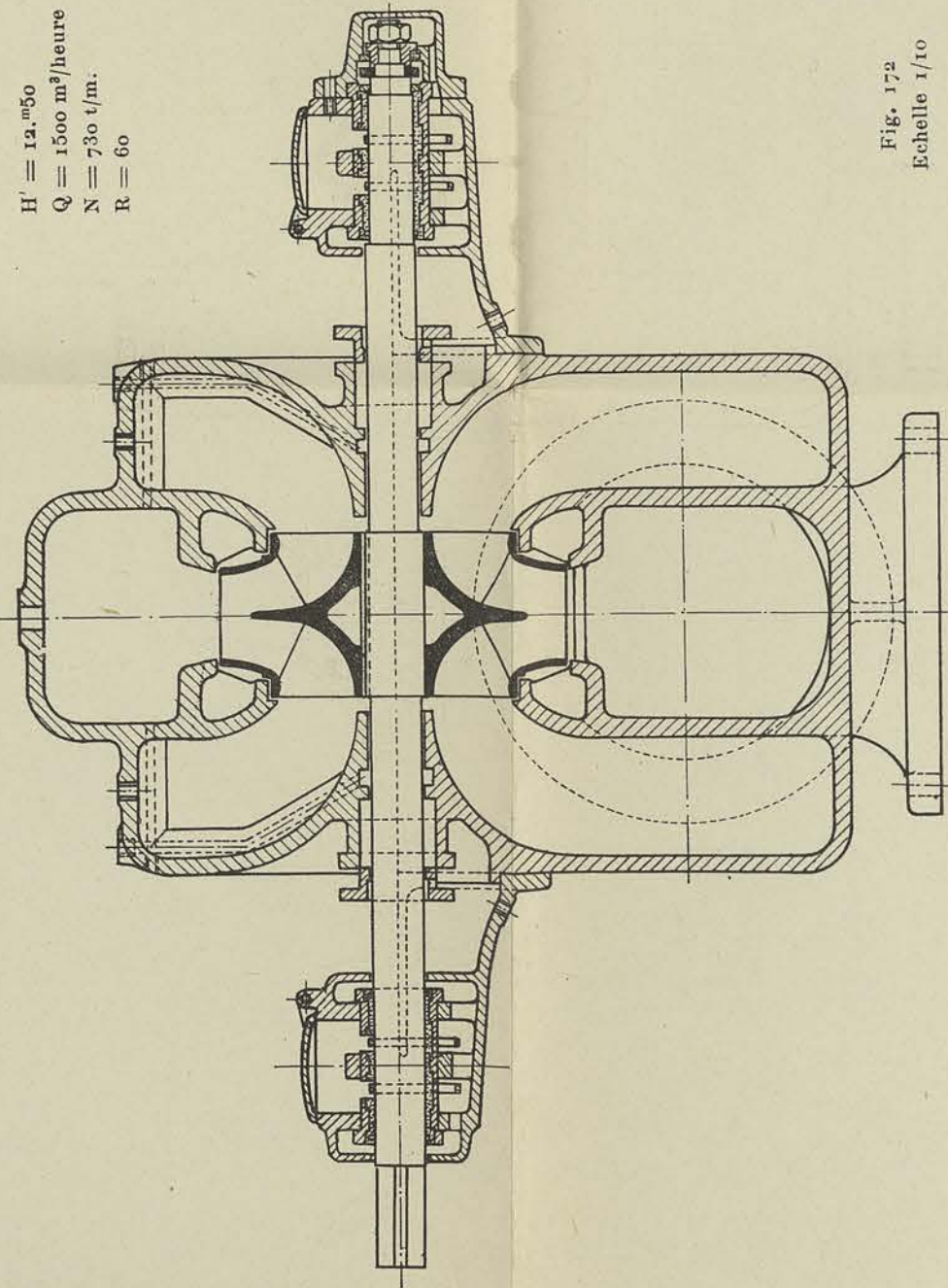
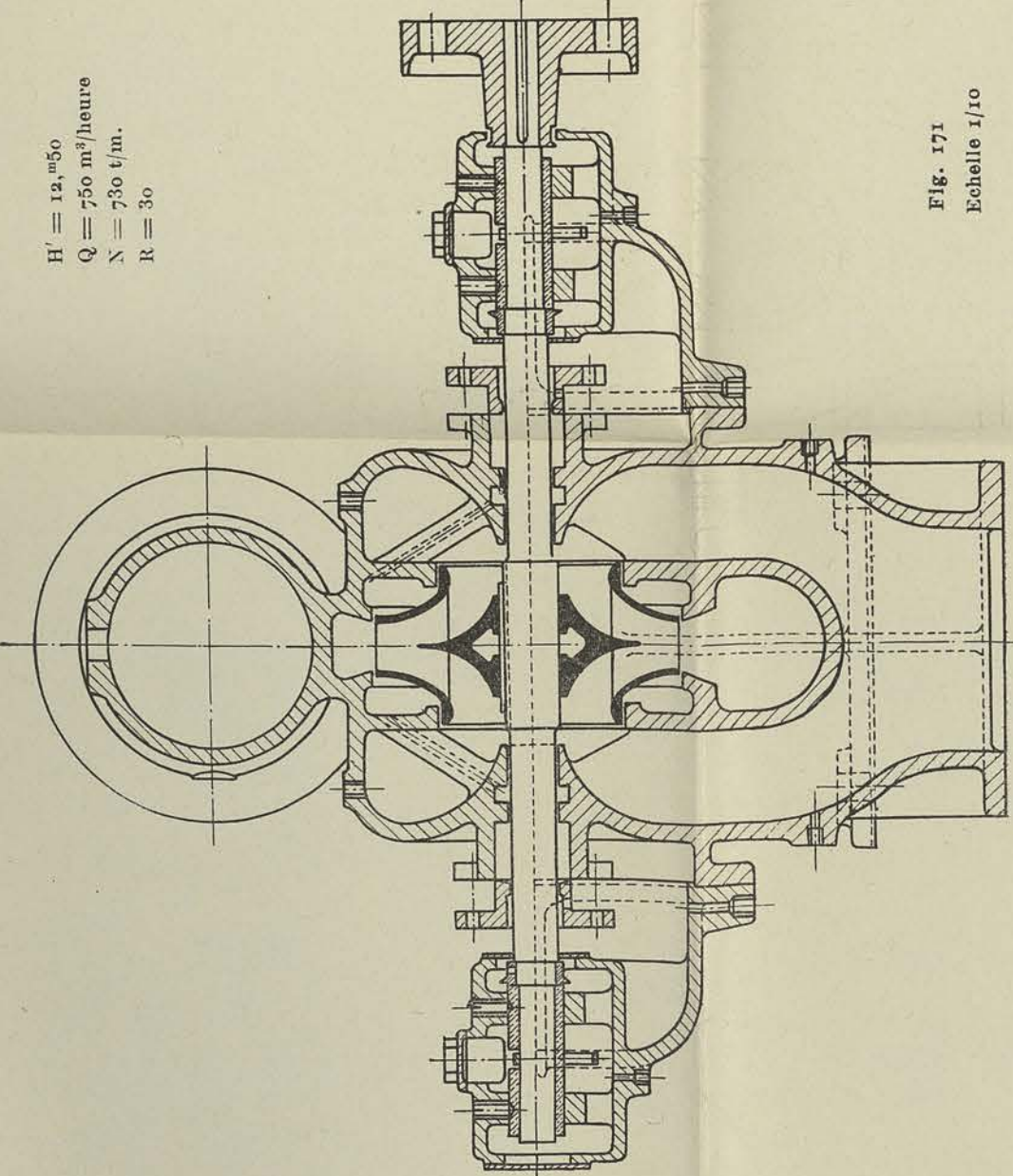
H' = 12.<sup>m</sup>50  
 Q = 1500 m<sup>3</sup>/heure  
 N = 730 t/m.  
 R = 60

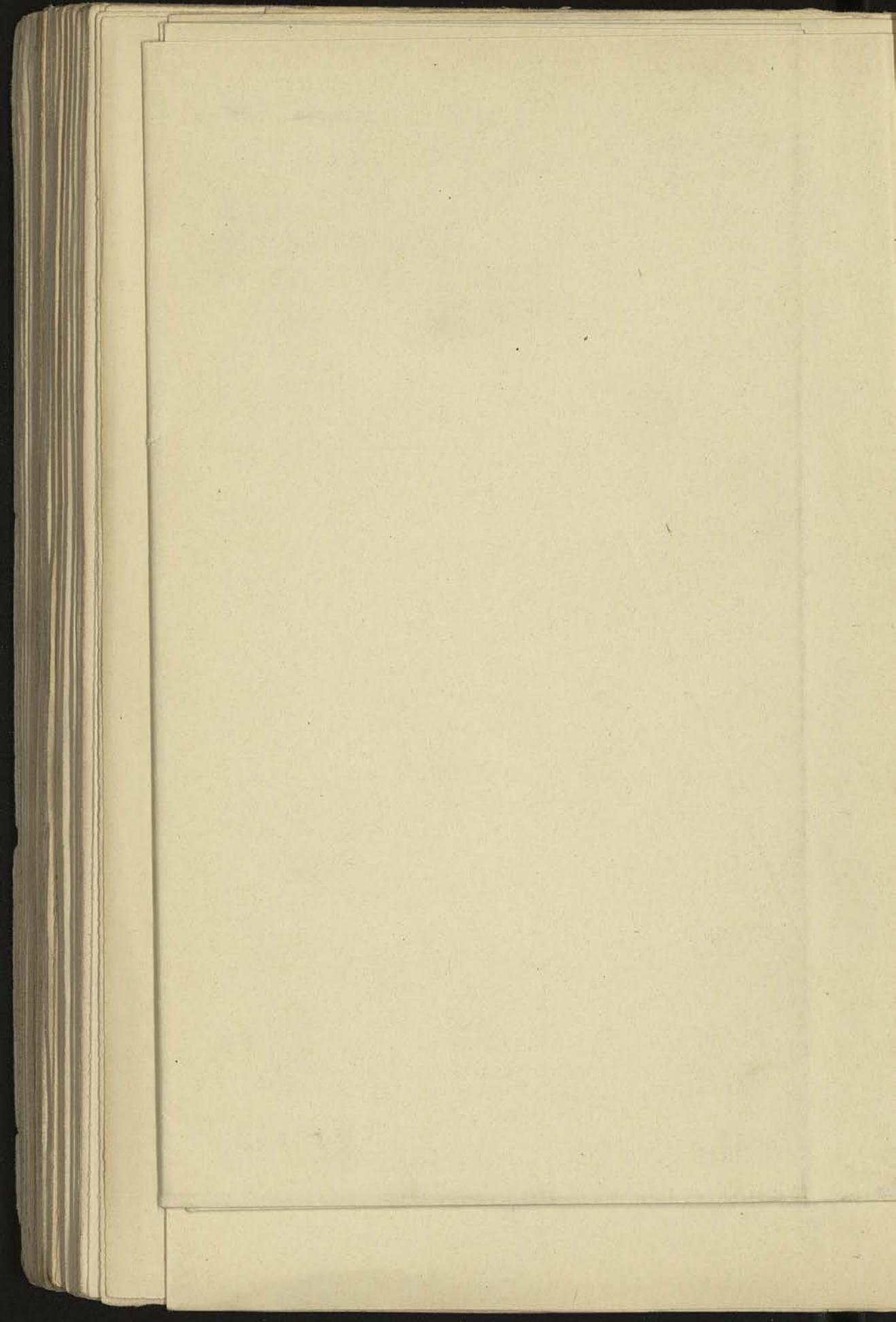
Fig. 172  
 Echelle 1/10



H' = 12.<sup>m</sup>50  
 Q = 1500 m<sup>3</sup>/heure  
 N = 730 t/m.  
 R = 60

Fig. 173  
 Echelle 1/10







3<sup>o</sup> La forme donnée aux pompes du 3<sup>e</sup> groupe est représentée par la figure 170, planche VIII ; cette pompe réunit les avantages d'un démontage facile de la roue, et d'une exécution relativement simple. Elle conduit toutefois à une enveloppe en 3 pièces : deux couvercles et le corps formé par la volute et la tubulure d'aspiration.

Les couvercles sont à double paroi, la liaison étant établie par quatre nervures, deux dans le plan horizontal prolongeant la nervure axiale de la tubulure d'aspiration, deux aux extrémités du diamètre perpendiculaire, occupant un certain arc figuré en pointillé dans la projection de droite.

L'enlèvement d'un des couvercles qui peut se faire sans toucher aux tuyauteries, donne accès à la roue. Les joints d'étanchéité circulaires sont constitués par des bagues de caoutchouc, en forme de tore, introduites dans l'angle du couvercle, de façon à venir s'appuyer contre l'arête chanfreinée du collet de l'enveloppe proprement dite. Le parachèvement des surfaces (à part les collets des tubulures) peut se faire entièrement au tour.

Cette disposition est supérieure aux deux autres pour les hautes et moyennes pressions, tout au moins.

### § 3. — Description des pompes multicellulaires

#### A) ROUES EN TENSION.

On peut concevoir deux types fondamentaux de pompes multicellulaires à roues en tension :

- a) le type à éléments séparés ;
- b) le type à enveloppe.

a) **Type à éléments séparés.** — La fig. 166 donne des détails de construction du système à éléments séparés. Ces éléments s'emboîtent les uns dans les autres pour constituer le corps de pompe proprement dit. Chacun de ces éléments comporte un diffuseur et deux flasques.

Le principal avantage de cette disposition est de permettre, par la réunion d'éléments *identiques usinés en série*, de constituer une pompe à un nombre quelconque de roues en tension, huit à dix représentant toutefois une limite pratique si on se place au point de vue des conditions de sollicitation de l'arbre et des difficultés de démontage de la pompe.

L'inconvénient du système qui n'est réel d'ailleurs que pour les pompes d'une certaine importance, résulte de la nécessité, en cas de démontage, d'isoler la pompe de la conduite de refoulement.

Dans la construction représentée par la fig. 166, l'assemblage des éléments est obtenu au moyen de 8 boulons cachés par une enveloppe mince venue de fonte avec la flasque de gauche des pièces intercalaires, et consolidées par des nervures radiales ; l'étanchéité est assurée par des joints en caoutchouc en forme de tore, pressés sur une arête

chanfreinée de la flasque de gauche ; le dénoyautage de l'espace libre entre l'enveloppe extérieure et le corps même de la pièce, est assuré par l'ouverture annulaire pratiquée dans la flasque de droite. Les roues sont introduites à frottement doux sur l'arbre, chaque roue étant venue de fonte avec une buselure destinée à protéger celui-ci et à maintenir la distance prévue entre elles ; la liaison entre les roues et l'arbre, au point de vue de la torsion est établie au moyen d'une cale fixe, tandis qu'au point de vue de la poussée axiale, elle est assurée au moyen d'une bague filetée pressant l'ensemble des moyeux contre un épaulement prévu sur l'arbre.

L'équilibrage de la poussée résultante dans la direction axiale est obtenu, dans les pompes importantes, au moyen d'un piston hydraulique ; nous reviendrons plus loin sur sa description.

Les couvercles comprenant les tubulures d'aspiration et de refoulement sont assemblés aux éléments que nous venons de décrire au moyen des boulons traversant ceux-ci ; ils sont munis de pattes d'attache s'appuyant sur la taque d'assise, de façon qu'en réunissant ces deux pièces, on puisse constituer une pompe à roue unique. C'est sur ces couvercles que viennent se fixer les paliers de support centrés dans des emboîtements prévus à cet effet.

Cette construction exige une exécution très soignée, capable d'assurer le parfait parallélisme et le parfait centrage des faces des éléments. Le serrage à bloc des boulons d'assemblage doit en outre être rendu possible, et pour cela, il faut que le diamètre des tores constituant les

joint, soit convenablement choisi. Sans ces précautions, les axes des paliers ne coïncideraient pas en position et en direction, et le fonctionnement de la pompe serait rendu impossible.

On peut concevoir d'autres dispositions pour l'assemblage des éléments. Celle que nous avons utilisée dans la construction représentée fig. 163, en vue de pouvoir transformer notre

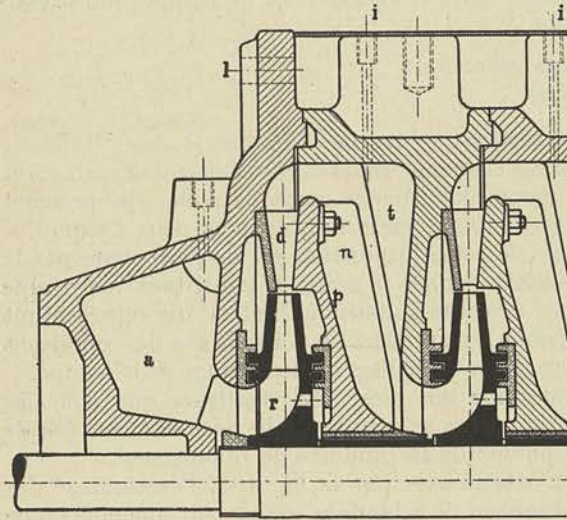


Fig. 183

pompe d'essai à une roue, en une pompe à deux roues, ne peut être

adoptée dans une construction courante : elle conduirait à un encombrement plus grand en longueur, et à un prix de revient plus élevé que le système précédent.

Parmi le grand nombre de variantes qui ont été créées dans le but d'apporter une simplification d'exécution en fonderie, ou une diminution d'encombrement et du prix de la pompe, nous en décrivons deux.

La disposition représentée fig. 183 a surtout pour but de simplifier la fabrication de la pièce en supprimant tout noyau : les boulons d'assemblage d'axe *l* sont placés à l'extérieur de l'enveloppe proprement dite, et simplement cachés par une enveloppe en tôle ; les canaux de retour sont formés par l'ensemble des nervures *l* et *n*, les nervures *l* étant venues de fonte avec la partie principale, les nervures *n* étant coulées avec la paroi *p* et réunies à l'élément précédent par des boulons traversant le diffuseur.

La disposition représentée fig. 184 tend à réduire le diamètre extérieur de l'élément au strict minimum et à simplifier le noyautage. Les boulons passent à travers des douilles ménagées à la paroi intérieure de l'enveloppe, ces douilles formant corps avec des aubes prolongeant celles du diffuseur fortement épaissies à la périphérie. Il résulte de cette disposition que la nappe fluide sortant de la roue doit se partager à la périphérie en autant de flux distincts qu'il y a de douilles, ce qui n'est pas favorable au bon fonctionnement des canaux de retour.

Ces deux variantes ne pourraient se défendre qu'en se plaçant au point de vue du prix de revient : les pertes par remous sont, en effet, nécessairement plus importantes avec les tracés défectueux que nous venons de décrire, qu'avec la disposition rationnelle indiquée fig. 166.

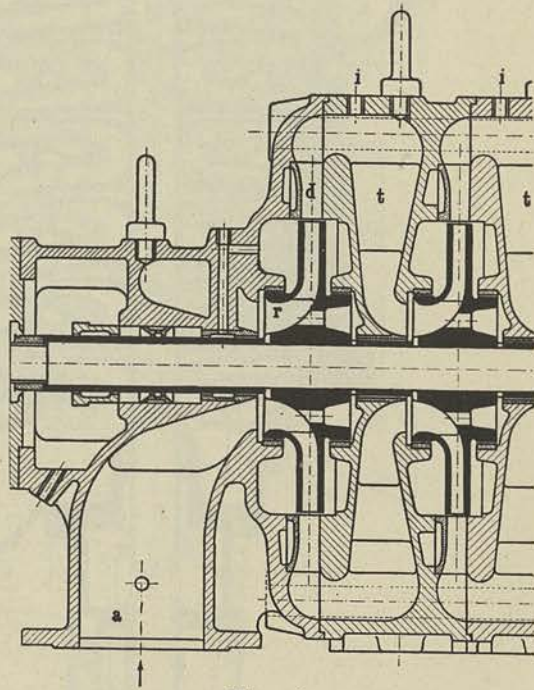


Fig. 184

b) **Type à enveloppe.** — Pour remédier à l'inconvénient signalé plus haut au sujet du démontage, on a recours au type à enveloppe.  
Dans ce système, les pièces intercalaires comprenant le diffuseur et

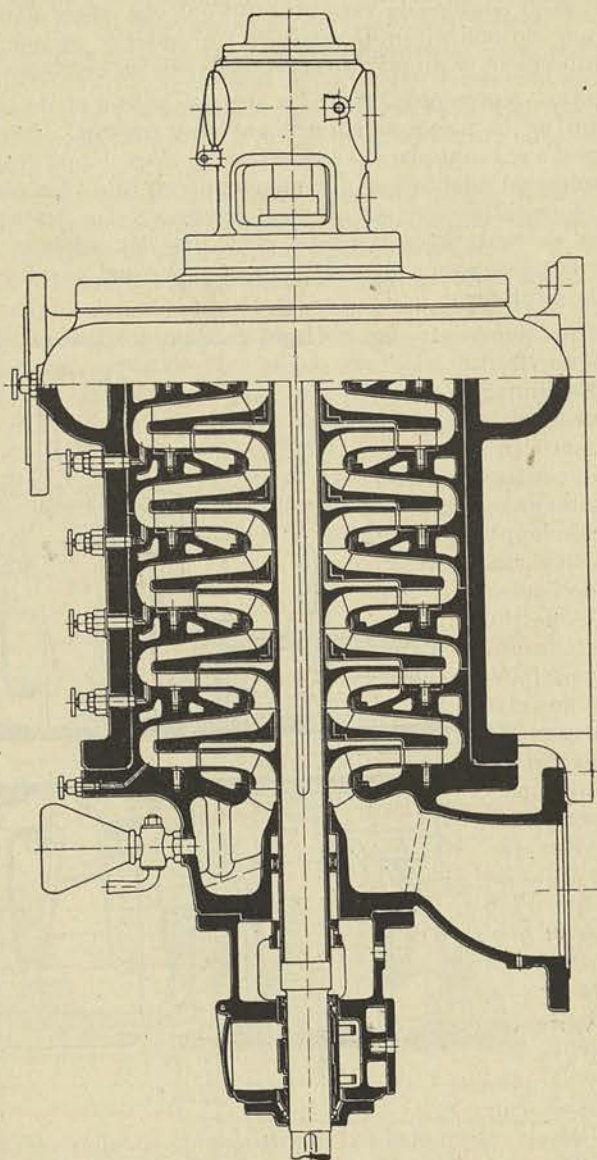


Fig. 185

les flasques cloisonnées formant les canaux de retour, sont introduites à *frottement doux* dans une enveloppe lisse, en fonte ou en acier coulé

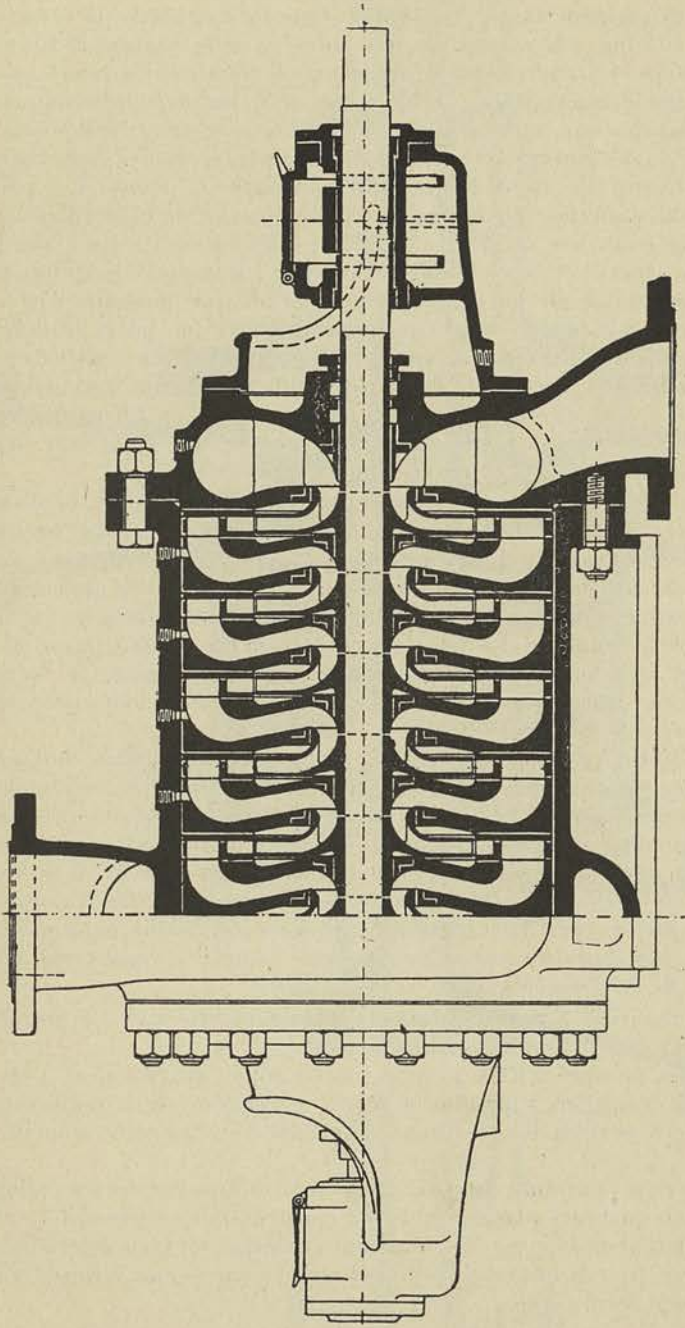


Fig. 186

suivant la pression. Cette enveloppe venue de fonte avec la volute est fermée à l'une des extrémités par un couvercle portant la tubulure d'aspiration et à l'autre, par un couvercle à double paroi dans lequel se trouve logé le dispositif d'équilibrage (fig. 185). En plaçant la commande du côté aspiration, on voit qu'il est possible avec cette disposition, de procéder au démontage des roues et des pièces intercalaires, sans toucher ni aux tuyauteries, ni au moteur qui commande la pompe. Les paliers sont centrés sur les couvercles. Au point de vue de la circulation du fluide, on peut dire qu'il n'y a aucune différence entre le système à éléments séparés et le système à enveloppe ; il importe toutefois avec ce dernier, d'obtenir un contact aussi parfait que possible entre les pièces intercalaires et l'enveloppe pour réduire les fuites le long de celle-ci, à une valeur minimum ; cette précision dans l'emboîtement peut, d'autre part, rendre le démontage difficile, surtout avec des eaux incrustantes ; pour remédier à cet inconvénient, on recommande de procéder systématiquement au démontage de tout l'intérieur, à des intervalles assez courts et régulièrement espacés.

La fig. 186 reproduit une pompe du même type que la précédente, quant aux dispositions d'ensemble, mais qui présente un tracé particulier des canaux de retour à l'ouïe : le flux limité par deux aubes voisines du diffuseur, est dévié latéralement par une ouverture biseautée dans l'épaisseur de la paroi séparant l'aubage du diffuseur de l'aubage de la pièce intercalaire. Le tracé de ce dernier est tel qu'il imprime au fluide un mouvement hélicoïdal d'abord, radial ensuite, de façon à amener celui-ci à pénétrer à l'ouïe de la roue suivante, avec une vitesse très approximativement axiale.

L'équilibrage de la poussée axiale a donné lieu à l'origine de l'application des pompes centrifuges aux grandes hauteurs de refoulement, à des tâtonnements nombreux et coûteux. La maison *Sulzer*, après avoir utilisé une disposition compliquée des canaux de retour qui permettait de réunir dans une même enveloppe plusieurs groupes de deux roues à ouïes opposées, s'est ralliée à la disposition proposée par *Raleau*, des roues à ouïe orientée dans le même sens décrite ci-dessus, mais en ayant soin d'y introduire un piston hydraulique assurant l'équilibrage automatique de la poussée axiale.

Nous décrirons à part, quelques solutions possibles de ce problème fondamental de l'équilibrage automatique.

Pour les pompes à très grande vitesse angulaire, on peut prévoir utilement des paliers à circulation d'eau, qui en limitant la température de l'huile à environ 45°, assurent à la pompe une complète sécurité de marche.

Nous avons reproduit, fig. 187, une pompe multicellulaire à enveloppe présentant quelques particularités de construction intéressantes, mais aujourd'hui abandonnées ; cette pompe constitue un type de transition dans l'évolution de la pompe multicellulaire à enveloppe, à roues orientées dans le même sens.

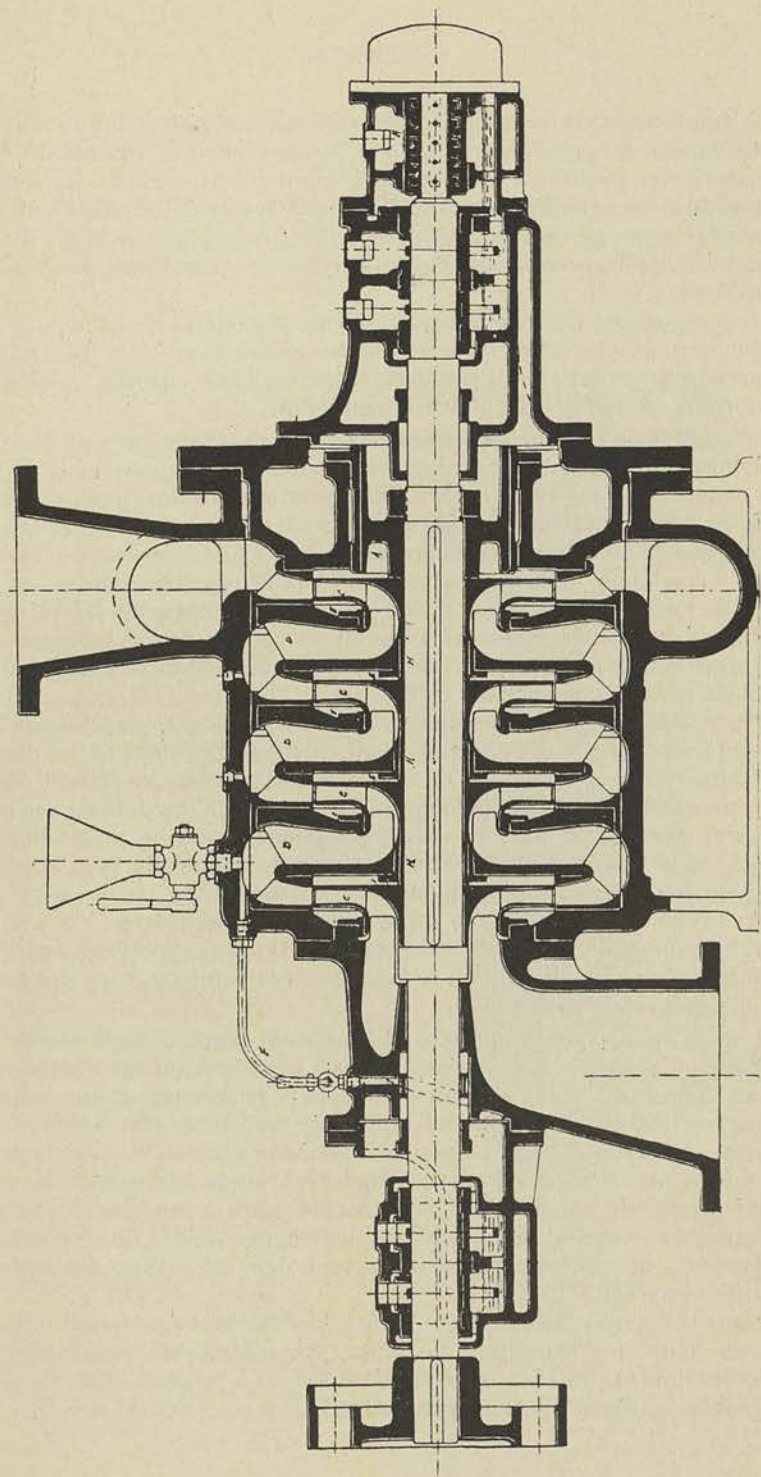


Fig. 187.

L'équilibrage est partiellement assuré par un piston I recevant du côté gauche la pression totale de la dernière roue et soumis du côté opposé à une pression voisine de la pression atmosphérique. La section du piston est calculée de manière à équilibrer aussi exactement que possible la somme des poussées partielles supportées par chacune des roues au débit normal, la butée à canelures absorbant la poussée résiduelle.

Cette poussée tend toutefois à devenir considérable, en dehors du débit normal, et c'est pourquoi, dans la construction de la fig. 187, on a prévu une circulation d'eau dans le palier, l'eau utilisée à cette fin provenant de la fuite du piston d'équilibrage.

Pour réduire quelque peu le diamètre de l'enveloppe, on voit que l'on a ménagé des ondulations sur la paroi intérieure de manière à compléter les coudes des canaux de retour. Cette solution rationnelle au point de vue du tracé, entraîne des frais d'usinage élevés et tend à accroître les fuites puisqu'elle diminue la longueur du contact des pièces intercalaires avec l'enveloppe ; elle a été abandonnée pour ces deux raisons, en faveur de l'enveloppe lisse. La divergence donnée aux parois latérales du diffuseur qui peut se défendre au point de vue théorique, a également été abandonnée parce qu'elle présente l'inconvénient de conduire à des frais de parachèvement plus élevés.

En coulant avec le diffuseur une couronne en bronze enveloppant la pièce intercalaire, le constructeur avait en vue de faciliter le démontage, le contact entre l'enveloppe et les pièces intercalaires se faisant ainsi, non plus fonte sur fonte, mais fonte sur bronze ; l'oxydation des surfaces en contact est dans ce cas, évidemment beaucoup moins importante, mais la nécessité de réduire le prix de revient du type à enveloppe a fait abandonner ce mode de construction.

Avant de passer à l'étude de la pompe multicellulaire à roues en parallèle, nous décrirons rapidement deux types de pompes verticales multicellulaires, utilisées pour le fonçage ou le pompage dans des puits étroits de grande profondeur.

Lorsqu'on a affaire à un puits suffisamment large, dont le niveau de la nappe d'eau est stable, on peut utiliser pour le pompage une pompe à axe horizontal, ou si l'ouverture du puits ne le permet pas, une pompe à axe vertical. Cette pompe est, dans l'un ou l'autre cas, établie à un niveau suffisamment bas pour que la hauteur d'aspiration ne dépasse en aucun cas, 6 m. 50. Pour la disposition à axe horizontal, aucune particularité de construction intéressante n'est à signaler ; pour la pompe à axe vertical, nous pouvons nous borner à dire que les détails importants de construction se retrouvent dans la pompe de fonçage décrite ci-après.

Dans le cas où la nappe d'eau monte ou descend d'une quantité telle que la hauteur d'aspiration ne puisse être maintenue constamment dans les limites pratiques de 6 m. 50 à 7 m., on ne peut avoir recours qu'à une des deux solutions suivantes :



1° Créer un groupe pompe-moteur que l'on puisse descendre au fur et à mesure de l'abaissement du plan d'eau (type de la pompe de fonçage) ;

2° Réaliser une pompe commandée de la surface par un arbre vertical, d'assez grande longueur pour que le pompe, noyée à certains moments, ne puisse en aucun cas avoir à fournir une hauteur d'aspiration anormale.

Nous donnons fig. 188 la coupe d'une pompe multicellulaire de fonçage. Le moteur M (dont on voit sur le dessin, la partie inférieure du stator) attaque la pompe par un accouplement élastique ; son arbre est soutenu par une butée à billes et guidé dans deux coussinets tels que C, baignant dans l'huile grâce à la présence d'une buselure centrale qui empêche celle-ci de fuir le long de l'arbre.

Cette disposition est adoptée également pour le coussinet supérieur de l'arbre de la pompe dont la butée à billes placée à l'extrémité inférieure, ne sert qu'au moment de la mise en marche.

Lorsque la pompe débite, en effet, le rotor est équilibré par un piston hydraulique analogue à ceux que nous décrivons plus loin. La fuite du piston hydraulique est dirigée par le tuyau *t* dans un entonnoir *o* de façon que le jet soit bien à vue du mécanicien.

La fig. 188 donne une coupe passant par l'axe des tuyaux d'aspiration et de refoulement, du corps de pompe ; on a figuré toutefois en trait fin sur cette coupe,

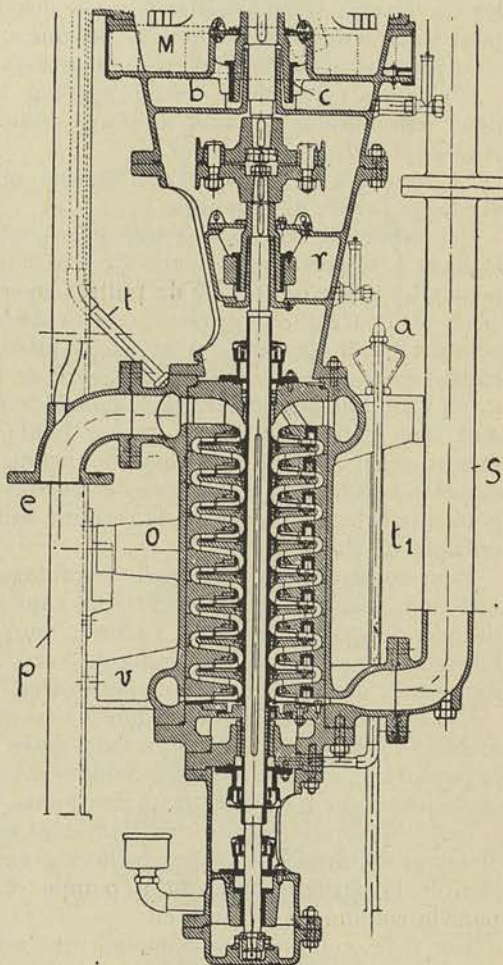


Fig. 188

l'une des poutrelles disposées dans le plan perpendiculaire, poutrelles qui forment avec les traverses, le chassis reliant le moteur à la pompe. Ce chassis peut être manœuvré par un appareil de levage placé au-dessus du puits, et dont le câble est mouflé sur une poulie fixée à la partie supérieure du cadre ; une plate-forme également fixée à la partie supérieure du cadre est prévue pour le service, et c'est de celle-ci que part le tuyau utilisé pour le remplissage de la pompe. L'axe *o* (situé également dans le plan perpendiculaire au plan de projection) sert à porter le corps de pompe lorsque, ayant détaché les traverses *v* des poutrelles *p*, on se dispose à faire basculer le corps pour pouvoir opérer le démontage des roues. Cette disposition ingénieuse a été préconisée par les *Ateliers de Constructions électriques de Charleroi*.

En ce qui concerne le second système à commande de la surface, nous reproduisons fig. 189, la coupe d'une pompe construite par les *Ateliers Gilain de Tirlemont*.

Le moteur à axe vertical (non dessiné) attaque par un accouplement élastique l'arbre de la pompe.

Cet arbre est suspendu à une butée à billes baignant dans l'huile et fixée à la partie supérieure d'un bâti tronc-conique porté par des poutrelles mises en travers du puits. Ouvert latéralement pour donner accès au bourrage *b*, ce bâti est venu de fonte avec la tubulure horizontale de refoulement ; à sa partie inférieure vient se boulonner la tuyauterie verticale contenant l'arbre de commande de la pompe.

Cet arbre qui peut avoir une longueur de plusieurs dizaines de mètres, doit être *divisé en tronçons* d'assez faible longueur, pour faciliter la manutention ; il doit être guidé de distance en distance de manière à éviter le *fouellement*, la distance des buselures de guidage étant calculée pour que la vitesse normale de rotation soit très inférieure à la vitesse critique de l'arbre.

Pour soustraire les buselures de guidage à l'action de l'eau et permettre le graissage de celles-ci (point capital pour conserver longtemps un bon fonctionnement de l'arbre), nous avons protégé celui-ci en l'isolant complètement du courant d'eau, au moyen de tubes en fer mandrinés dans des douilles appropriées.

Ces douilles *c* sont venues de fonte avec un croisillon et une couronne emboîtée à la presse aux deux extrémités de chacun des tronçons de la tuyauterie, construite en fer : douilles et collets sont munis de rainures appropriées pour le placement des joints d'étanchéité.

Les différents tronçons de l'arbre sont assemblés au moyen de manchons *m* établissant à la fois la liaison axiale nécessaire à la suspension de la partie mobile de la pompe et la solidarité à la torsion pour la commande de celle-ci.

Une telle construction demande des soins d'exécution tout particuliers car il importe de réaliser une parfaite rectitude de la colonne de refoulement et de l'arbre de commande.

Des dispositions de détails doivent être prévues pour permettre un

montage et un démontage aisés, qui n'exposent pas le monteur à fausser les arbres : un outillage spécial est prévu à cet effet. La pompe proprement dite ne comporte rien de particulier; le dessin représente une pompe à une roue, mais on peut concevoir une pompe à plusieurs roues, l'extrémité inférieure de l'arbre étant alors guidée dans une buselure appropriée.

B. — ROUES EN PARALLÈLE.

Lorsque la vitesse de rotation imposée par les conditions mêmes d'application, conduit à une valeur de  $R$  trop élevée pour qu'il soit possible d'utiliser le type centrifuge pur à double ouïe, on a recours au type multicellulaire à roues en parallèle.

La fig. 168 planche VII reproduit l'ensemble d'une pompe à quatre roues groupées deux à deux, de manière à constituer un ensemble de deux roues à double ouïe, avec tubulures d'aspiration et de refoulement communes.

Comme on le voit la pompe comporte une enveloppe à l'intérieur de laquelle une pièce intercalaire spéciale ( $a_2 a_3$ ) complète la tubulure d'aspiration des deux roues intérieures, tandis que deux couvercles  $c_1$  et  $c_2$  reliés par les nervures  $a_1$  et  $a_2$  à deux parois parallèles isolent les roues placées aux extrémités, des conduits d'aspiration.

Les couvercles et pièces, intercalaires qui doivent être introduits à frottement doux dans l'enveloppe, sont garnis extérieurement de couronnes

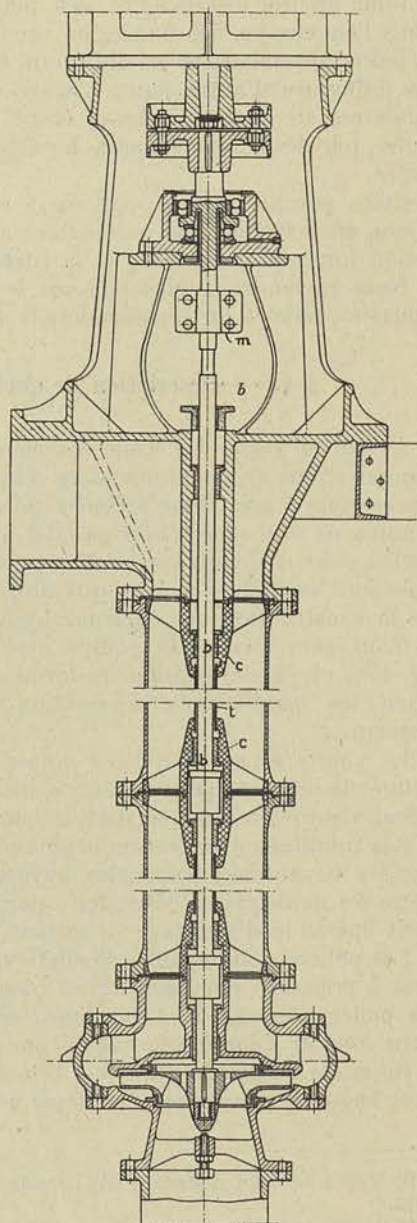


Fig. 189

en bronze : on évite ainsi un contact direct fonte sur fonte qui, en cas d'oxydation, rend difficile le démontage.

Pour assurer l'étanchéité des pièces engagées à frottement doux dans l'enveloppe, des bagues en caoutchouc ont été introduites entre la pièce intercalaire et les diffuseurs d'une part, entre les couvercles et les diffuseurs d'autre part. L'arbre est entièrement protégé par des buselures en bronze, celles-ci étant pressées contre les moyeux des roues, par des écrous engagés dans des parties filetées aux deux extrémités.

Cette pompe qui est destinée à l'alimentation d'une distribution d'eau, est actionnée par une turbine à vapeur ; ses paliers sont à circulation forcée comme ceux de la turbine (1).

Nous reviendrons plus loin sur le problème de l'équilibrage de la poussée axiale et sur certains détails de construction de cette pompe.

#### § 4. — Description de quelques pompes spéciales.

Avant de passer à l'étude des éléments de construction des turbo-pompes, nous croyons nécessaire d'insister sur quelques particularités des pompes à très basse pression qui sont représentées planche X ; ces pompes ne sont construites en effet, que depuis peu d'années, tout au moins pour des unités importantes, et les progrès réalisés dans cette voie sont analogues à ceux que nous avons signalés dans le domaine de la construction des turbines hydrauliques à grande vitesse.

Nous avons tracé la pompe avec roue mixte double ouïe de la fig. 174, pl. X, en utilisant les formes que la *maison Sulzer* a adoptées pour les installations d'irrigation de la province d'Alicante en Espagne (2).

La volute est en une pièce munie de deux couvercles de visite, le couvercle inférieur pouvant être utilisé pour l'évacuation des boues qui viendraient à s'accumuler dans le fond de l'enveloppe.

Les tubulures d'aspiration boulonnées à la volute viennent s'appuyer sur les tuyauteries verticales noyées dans la fondation. La liaison entre les deux pièces étant faite par boulons et non par goujons, on peut opérer le démontage en faisant glisser axialement les tubulures.

Les paliers centrés sur des collets venus de fonte avec les tubulures, sont à graissage par bagues ; les coussinets sont en deux pièces, celui du palier d'extrémité étant muni de canelures de butée suffisantes pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale.

Le mode de calage que nous avons adopté est du type par cale fixe avec bague de serrage axial en deux pièces. Les bourrages sont alimentés

---

(1) Voir à ce sujet *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* du 22 novembre 1913.

(2) Voir à ce sujet n° 3 de la *Revue Sulzer* 1923.

$H' = 6,^{m}50$   
 $Q = 6000 \text{ m}^3/\text{h.}$   
 $N = 585$   
 $R = 420$

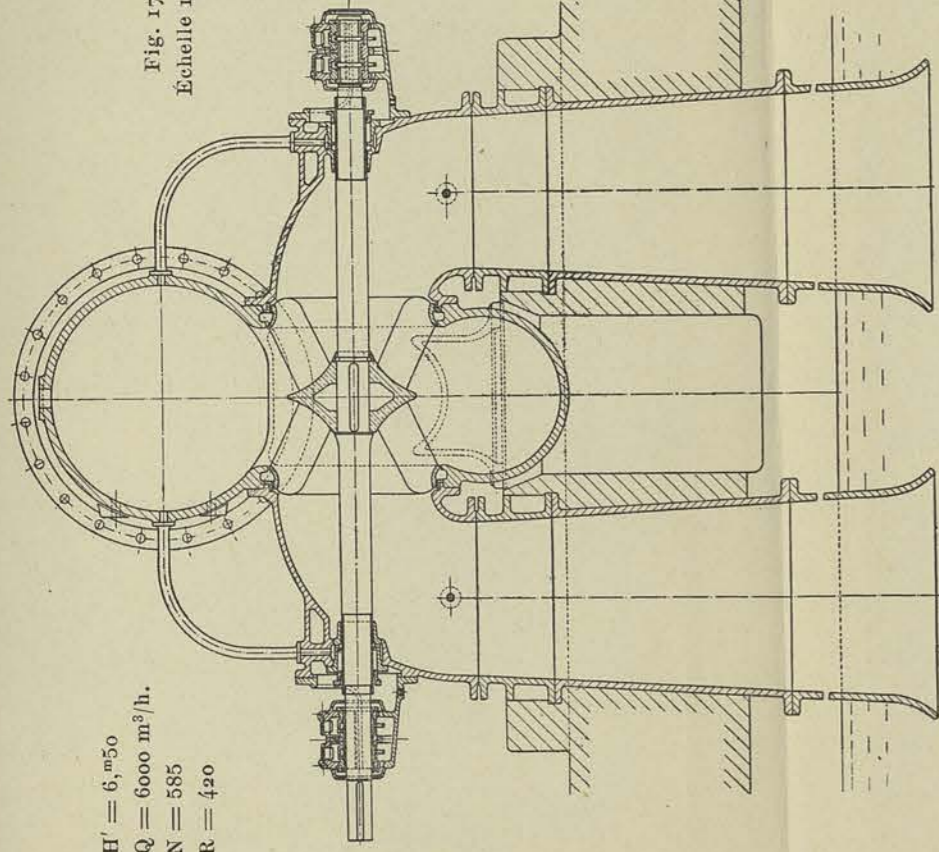
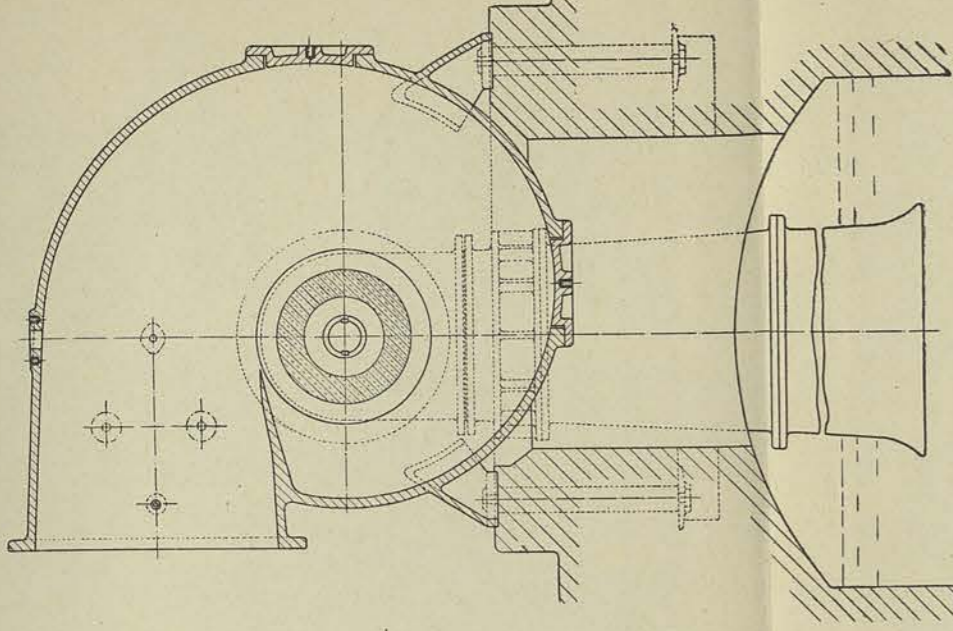


Fig. 174  
Échelle 1/25



$H' = 6,^{m}50$   
 $Q = 6000 \text{ m}^3/\text{heure.}$   
 $N = 585 \text{ t/m.}$   
 $R = 420$

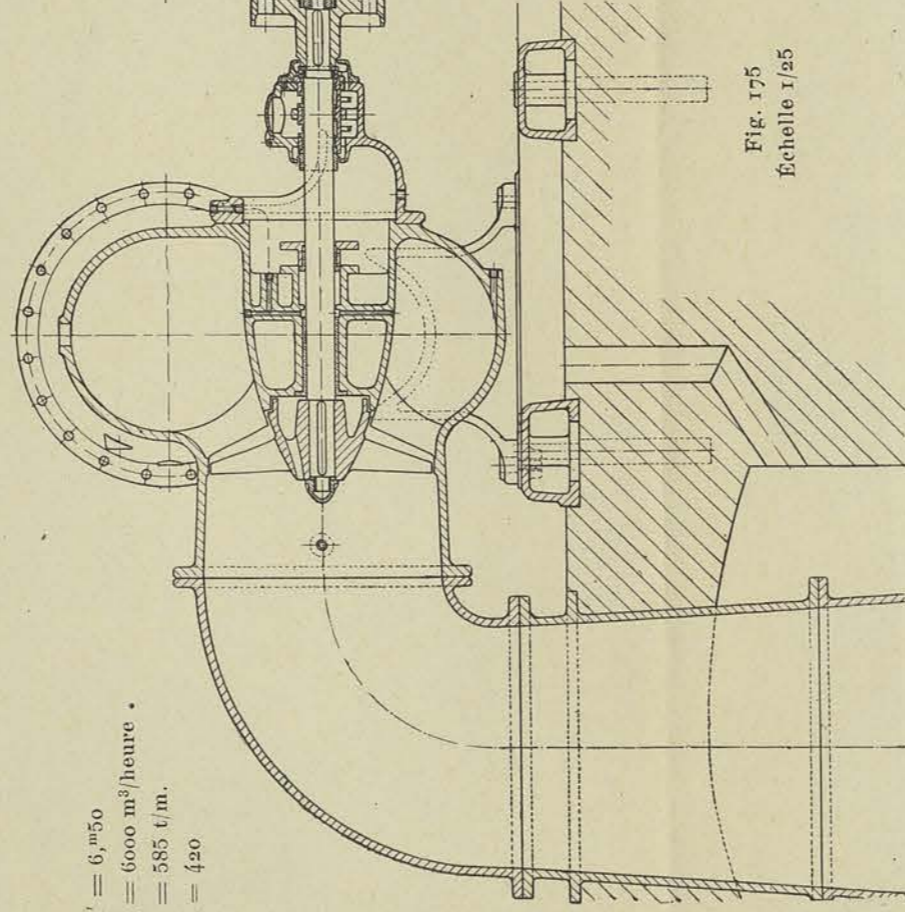


Fig. 175  
Échelle 1/25

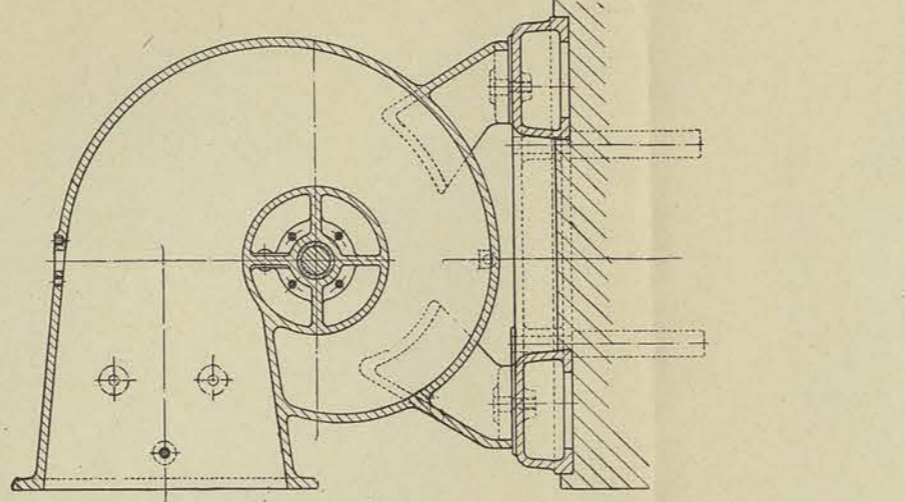
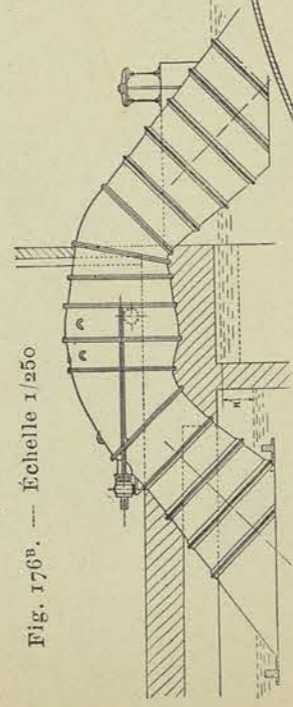


Fig. 176<sup>a</sup>. — Échelle 1/250



Échelle 1/50.  
 $Q = 60.000 \text{ m}^3/\text{heure}$   
 $H = 1,2 \text{ m.}$   
 $N = 53 \text{ t/m.}$   
 $R = 410.$

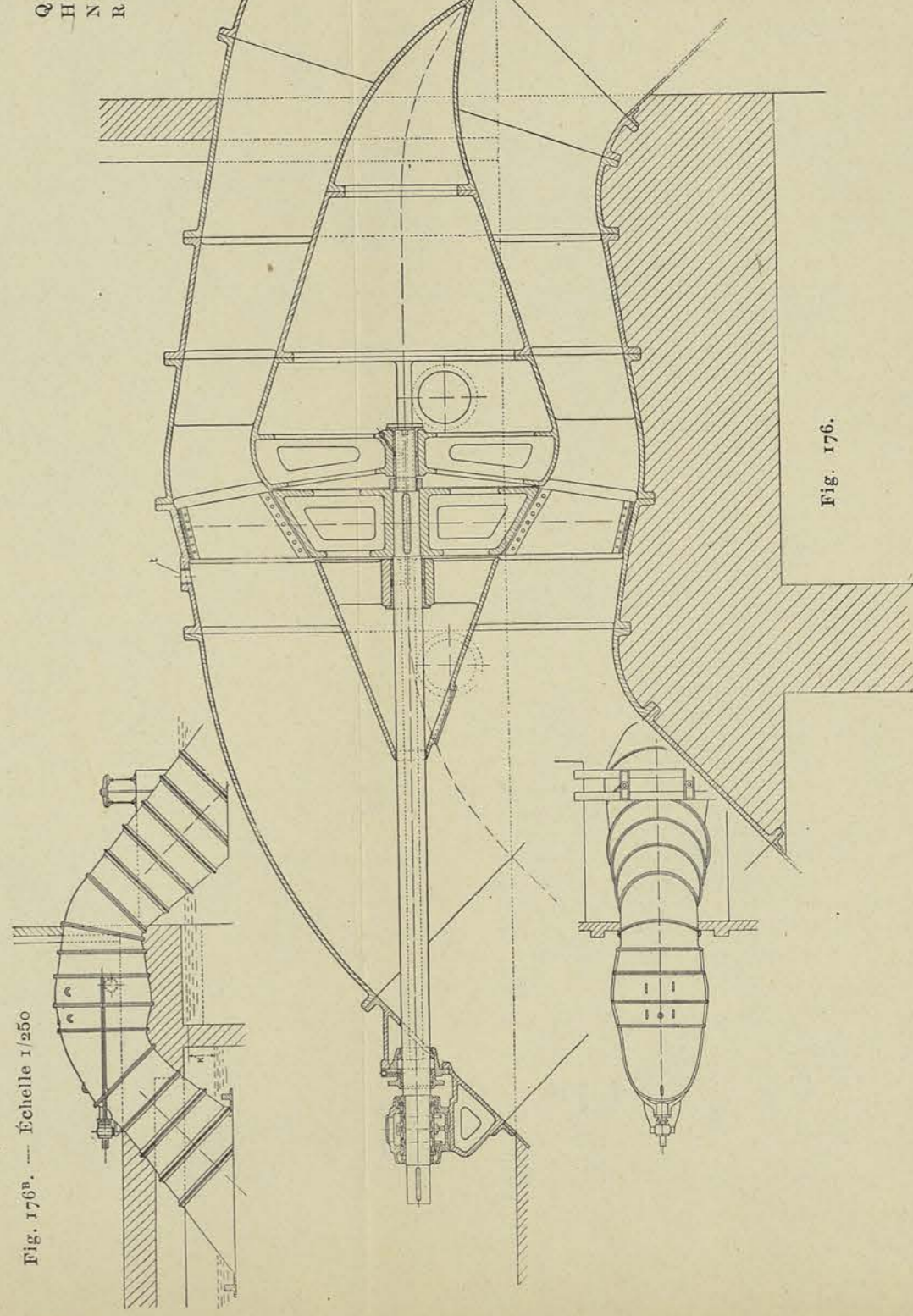
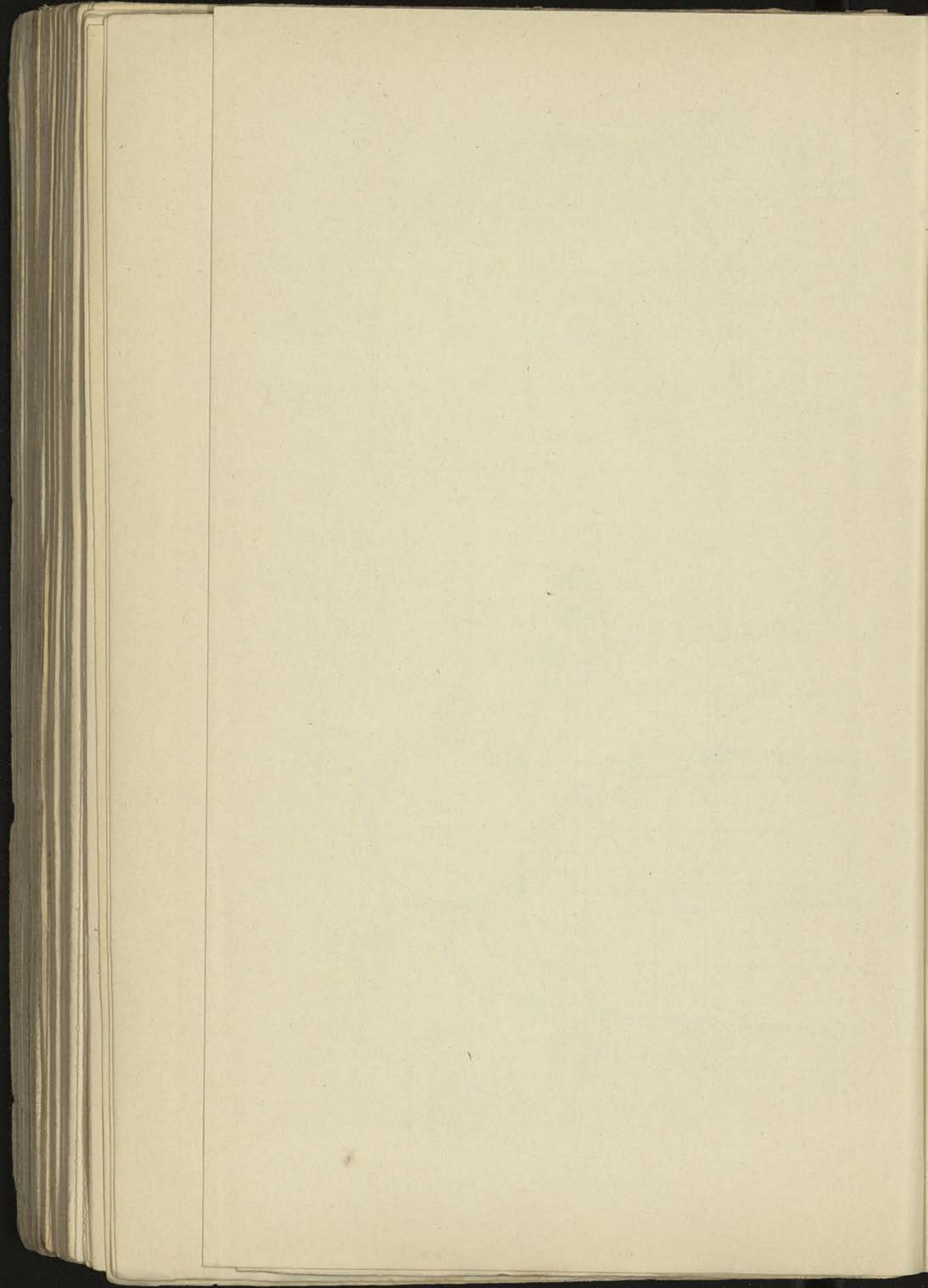


Fig. 176.



par l'eau prise au refoulement, et les parties de l'arbre engagées dans les bourrages sont protégées par des buselures en bronze, facilement remplaçables.

La pompe qui est conçue pour fournir une hauteur manométrique totale de 6 m. 50, aspire à une profondeur de 4 m. environ, et refoule à une hauteur de 2 m. 50.

Comme il n'est pas prévu de clapet de pied, la mise en régime ne peut se faire qu'en déterminant le vide dans la conduite d'aspiration et dans la volute, au moyen d'un éjecteur placé au point le plus haut de celle-ci.

Un tube indicateur placé sur la volute permet de se rendre compte du niveau atteint par l'eau dans la tubulure horizontale, au moment de l'amorçage.

Pour augmenter la résistance de la volute à la pression intérieure, il serait nécessaire de relier les parois latérales sur la circonférence intérieure, par quelques nervures orientées suivant la direction de la vitesse absolue du fluide sortant de la roue.

Bien qu'il ne nous ait pas été possible faute de temps, d'étendre la théorie des turbines hélicoïdes, aux pompes axiales, nous avons cru pouvoir dessiner fig. 175, pl. X, l'ensemble d'une pompe de ce dernier type, répondant aux mêmes données que la précédente ; nous nous sommes borné pour déterminer le diamètre extérieur de la roue, à utiliser le même coefficient de vitesse

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 2,$$

que celui adopté par la *maison Storck de Hengelo* pour la pompe dessinée fig. 176.

La construction avec roue en porte-à-faux nous a paru indiquée au point de vue du dégagement de l'ouïe, et nous avons atténué les inconvénients du système, en allongeant autant que possible la buselure de soutien de la roue, et en prévoyant un graissage de celle-ci par graisse consistante. Pour équilibrer la poussée axiale, il nous a paru nécessaire d'utiliser une butée à billes, et de mettre en communication les deux faces du moyeu de la roue.

Comme on peut s'en rendre compte, cette pompe serait moins encombrante et moins coûteuse que la précédente ; la question est de savoir s'il est possible de la réaliser avec un rendement aussi élevé. Une mise au point par des expériences systématiques du tracé des aubes de la roue et du diffuseur serait en tout cas nécessaire ; la question du nombre d'aubes notamment pourrait faire l'objet de recherches intéressantes.

Nous avons donné fig. 176, Pl. X, la coupe au 1/50 de la pompe de 60.000 m<sup>3</sup> heure, 1 m. 20 de refoulement, en nous inspirant des formes

adoptées par la maison *Storck* et reproduites à très petite échelle, sur un dessin en partie schématisé, publié par la revue *de Ingenieur* (1).

Avant d'en finir avec cette description des différents types de pompes étudiées pour répondre aux données les plus variées, ainsi que le font ressortir nos calculs, il convient d'attirer l'attention sur ce point que nous n'avons pas envisagé dans cette étude, les pompes spéciales :

1° à très faible débit pour lesquelles la question du rendement n'est envisagée que très accessoirement et qui sont calculées avec des valeurs de *R* toujours inférieures à 4 et quelquefois à 2 ;

2° pour des liquides tenant de matières en suspension ;

3° pour des liquides capables d'attaquer la fonte et le bronze et dans lesquelles il faut recourir à un revêtement intérieur de l'enveloppe.

Les pompes pour très faibles débits sont étudiées en vue de réduire le prix de revient au minimum, avec roue en porte-à-faux et sans diffuseur à aubes, généralement.

Les pompes pour liquides chargés doivent être facilement démontables et l'ouïe doit être rendue accessible par des ouvertures pratiquées dans l'enveloppe. Si les eaux peuvent entraîner des corps d'assez gros volume, on remplace la roue normale par une roue à palettes isolées, rattachées au moyeu par de fortes nervures ; ces palettes tournent alors entre les deux parois de l'enveloppe en ne laissant qu'un jeu latéral de quelques dixièmes de mm., de manière à réduire les pertes par fuite au minimum.

Nous ne pouvons nous attarder dans cet ouvrage à l'étude détaillée de ces dispositions particulières. Nous donnons fig. 190 à titre d'exemple, l'ensemble d'une pompe étudiée en vue de réduire au strict minimum le poids et le prix de revient, et dont le type ne peut se défendre que pour des applications où la question de rendement n'entre pas en ligne de compte.

## § 5. — Etude des principaux détails de construction.

### A) CALCUL DE L'ARBRE.

Pour les pompes très puissantes et tournant à un nombre de tours relativement faible, on peut se reporter au chapitre du fascicule III consacré à l'étude des turbines hydrauliques. Pour les pompes tournant à un nombre de tours élevé voisin de celui que l'on peut considérer comme une limite, on obtient un diamètre d'arbre acceptable en appliquant la formule

$$d = 120 \sqrt[3]{\frac{Ne}{N}}$$

---

(1) N° du 10 septembre 1921.



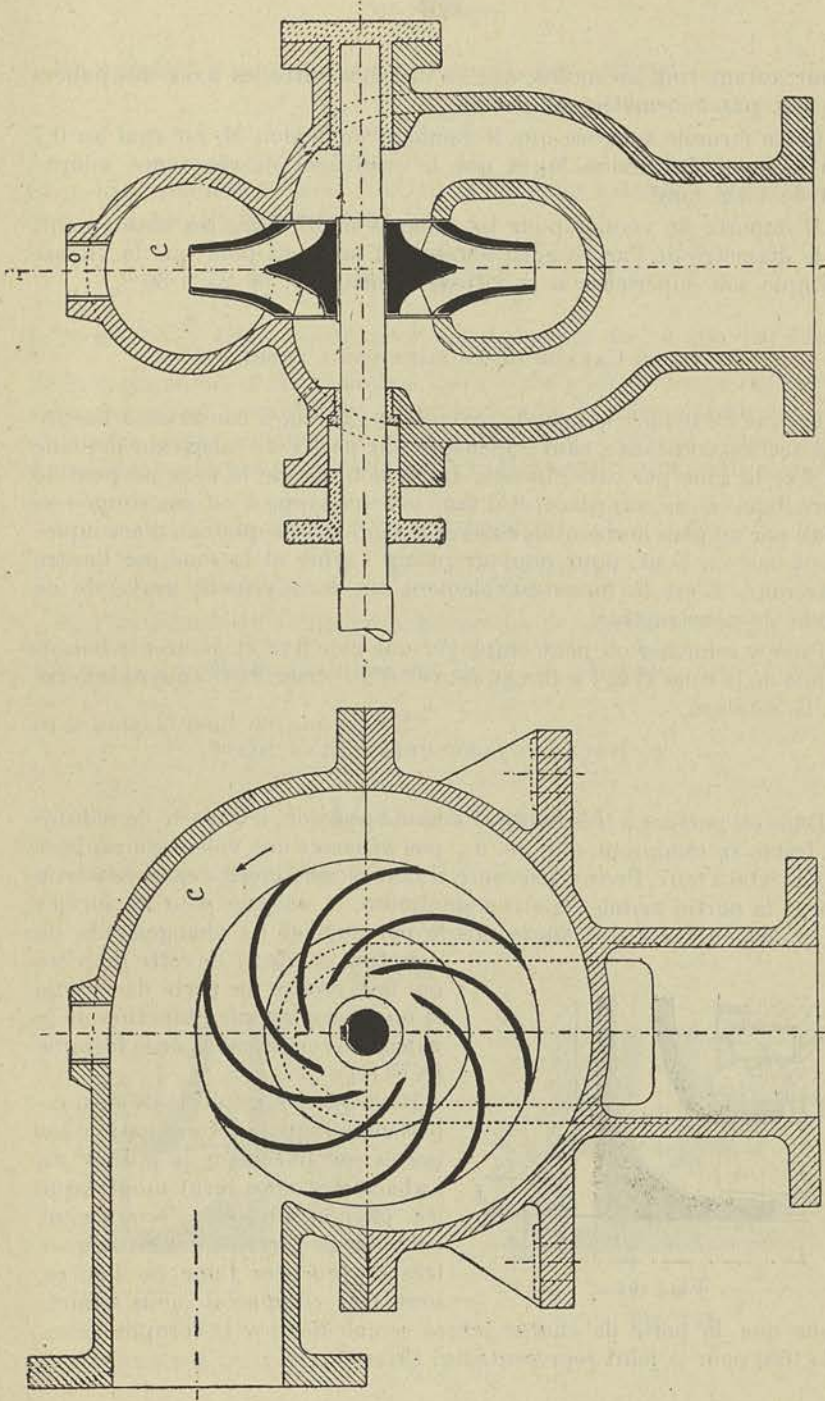


Fig. 190.

pour autant tout au moins, que la distance entre les axes des paliers ne soit pas anormalement grande.

Cette formule suppose que le moment de flexion  $M_f$  est égal au 0,7 du moment de torsion  $M_t$  et que le coefficient de résistance adopté est de 4 kg. mm<sup>2</sup>.

Il importe de vérifier pour les pompes multicellulaires notamment, si le diamètre de l'arbre ainsi obtenu est suffisant pour que la vitesse critique soit supérieure à la vitesse normale  $N$ , de 25 à 30 %.

#### B) CALAGE DE LA ROUE SUR L'ARBRE.

En vue de réduire le prix de revient, on cherche à conserver à l'arbre une section constante, sauf à ménager une portée de calage sur laquelle on fixe la roue par cale chassée. Le démontage de la roue ne peut se faire dans ce cas, sur place, et il faut si l'enveloppe n'est pas coupée en deux par un plan horizontal, enlever le moteur et le plateau d'accouplement calé en bout, pour pouvoir retirer l'arbre et la roue par l'autre extrémité. C'est là incontestablement un inconvénient grave de ce mode de construction.

Pour y remédier on peut employer une cale fixe et assurer la liaison axiale de la roue avec l'arbre au moyen d'un écrou, fileté en sens inverse de la rotation.

#### C) ROUES ET BUSELURES D'ÉTANCHÉITÉ.

Dans les pompes à très haute et à haute pression, il importe de réduire les fuites au minimum, afin de ne pas dépasser une valeur du rapport  $f/Q$  de 0,06 à 0,07. Pour y parvenir, il faut réduire le jeu  $e$  entre la partie fixe et la partie mobile au strict minimum, et adopter pour les formes du joint, un tracé qui augmente le parcours et les changements de direction du flux ; de cette manière on fait croître la perte de charge et on détermine une réduction de la valeur du coefficient  $k_2$  de la formule (XVIII<sub>b</sub>).

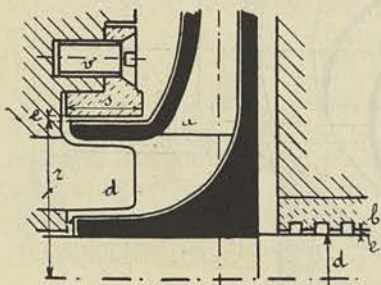


Fig. 191

Bien que les résultats de nos expériences pour la détermination des pertes par fuites sur la pompe du Laboratoire, nous aient montré que les phénomènes de l'écoulement entre deux surfaces concentriques très rapprochées l'une de l'autre, sont très complexes, nous admettons que la perte de charge puisse se calculer par la formule générale (66) pour le joint représenté fig. 191.

En appelant  $r$  le rayon moyen du joint, nous écrivons

$$\frac{m}{\sigma} = \frac{2(2\pi r)}{2\pi r \times e} = \frac{2}{e}$$

et en appliquant la formule (133) nous pourrions calculer  $c$  en fonction de  $v(p_1 - p_0)$ ; il viendra en effet

$$v(p_1 - p_0) = \frac{1}{2g} c^2 \left(1 + k \frac{2}{e} s + 0,5\right)$$

le terme  $0,5 \frac{c^2}{2g}$  étant ajouté pour tenir compte de ce que, par suite de la contraction et des remous à l'entrée du joint, l'énergie cinétique mise en jeu est notablement plus élevée que la valeur théorique, la différence étant évaluée habituellement à 0,5 celle-ci. Dans cette hypothèse la valeur  $k_2$  de la formule (XVIII)<sup>b</sup> s'exprimera par la relation

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{1,5 + k \frac{2}{e} s}}$$

Si l'on admet qu'à chaque changement de direction, à angle droit une perte supplémentaire d'environ  $0,5 \frac{c^2}{2g}$  se produise, nous trouverons pour le joint dessiné fig. 192

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{2,5 + k \frac{2}{e} (s_1 + 2s)}}$$

et pour le joint dessiné fig. 193

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{4 + k \frac{2}{e} 3 (s_1 + s)}}$$

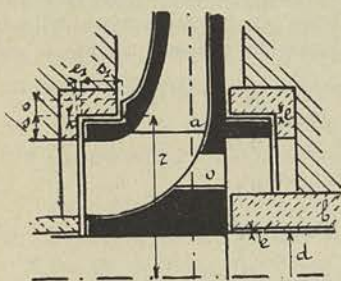


Fig. 192

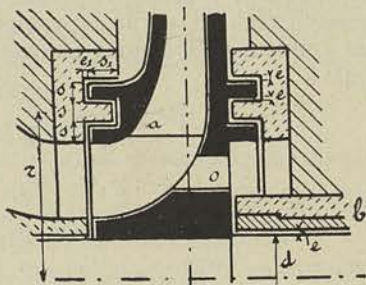


Fig. 193

(en admettant pour simplifier  $e_1 = e$ ).

Ces valeurs ont été vérifiées par M. E. Becker en utilisant un dispositif expérimental permettant de faire varier le jeu  $e$  et les longueurs  $s$  <sup>(1)</sup>. Le coefficient  $k$  a été trouvé égal à 0,0194 en moyenne, pour des valeurs de  $e$  variant entre 0,13 et 0,22 mm.

En adoptant cette valeur pour  $e = 0,2$  mm., et en supposant que  $s = 20$  mm. dans le joint de la fig. 191, tandis que  $s = 8$ ,  $s_1 = 4$  mm. dans les joints représentés fig. 192 et 193, nous obtiendrons pour les joints représentés respectivement

fig. 191 .....	$k_2 = 0,435$
fig. 192 .....	$k_2 = 0,395$
fig. 193 .....	$k_3 = 0,316$

On voit donc l'importance qu'il y a d'augmenter les changements de direction du flux au joint, mais dans la pratique on est limité dans cette voie par les difficultés d'exécution et le prix de revient.

Il est impossible également d'adopter un jeu axial  $e_1$  aussi faible que le jeu radial  $e$ , car le réglage de la butée ne peut se faire à 0,1 de mm. près et il faut tenir compte de l'usure inévitable de celle-ci.

On trouvera représentées dans les ensembles que nous avons donnés, les formes pratiques des joints les plus généralement adoptées. Les bagues rapportées sur l'enveloppe doivent être introduites dans leur logement à frottement dur ; elles sont généralement fixées par 3 vis à tête fraisée (fig. 191), ou par des vis appliquées entre « cuir et chair », l'axe des vis étant tangentiel à la surface extérieure de la bague.

#### D) DISPOSITIFS D'ÉQUILIBRAGE DES POMPES A 1 ROUE.

Au point de vue de l'équilibrage de la poussée axiale des pompes à 1 roue à simple ouïe, il convient de ne pas utiliser des joints de même diamètre, de part et d'autre de la roue.

En effet, si nous désignons par  $d$  le diamètre de l'arbre, par  $r$  le rayon du moyeu, et  $p_1$  la pression moyenne au-dessus du joint, pour la face de gauche, par  $r'$  le rayon moyen et  $p'_1$  la pression moyenne au-dessus du joint, pour la face de droite, par  $p_0$  la pression régnant à l'ouïe et  $p'_0$  la pression régnant sur la face opposée à l'ouïe (en relation avec celle-ci par l'ouverture O), nous pourrions établir que la poussée axiale  $P$  est égale à

$$\begin{aligned}
 P &= \pi \left( r^2 - \frac{d^2}{4} \right) p_0 - \pi \left( r'^2 - \frac{d^2}{4} \right) p'_0 \\
 &\quad + \pi (r_1^2 - r^2) p_1 - \pi (r_1'^2 - r'^2) p'_1 \\
 \text{ou} \quad P &= \pi r^2 (p_0 - p_1) - \pi r'^2 (p'_0 - p'_1) \\
 &\quad + \pi r_1^2 (p_1 - p'_1) - \pi \frac{d^2}{4} (p_0 - p'_0).
 \end{aligned}$$

<sup>(1)</sup> Voir *Zeitschrift V. D. I.*, 20 juillet 1907.

Cette relation n'est vraie que si l'on peut négliger la poussée provoquée par la déviation du flux au coude, poussée qui est orientée nécessairement de gauche à droite.

On remarquera que si l'on peut admettre  $p_1 = p'_1$ , on ne peut par contre, supposer  $p_0 = p'_0$  car l'écoulement à travers les ouvertures O ne peut se produire qu'à la faveur d'une surpression importante, le flux qui traverse les ouvertures rencontrant à peu près à angle droit le flux principal. On peut donc conclure que pour se rapprocher d'une poussée P nulle, il faut adopter

$$r' > r$$

Malheureusement le relevé des pressions  $p_1$  et  $p'_1$  de part et d'autre de la roue à la périphérie, montre que  $p_1$  n'est égal à  $p'_1$  que pour un débit donné, et qu'en dessous ou dessus de ce débit,  $p_1$  est différent de  $p'_1$ . Dans ces conditions, si l'équilibrage peut être réalisé au débit normal par le choix convenable  $r'$ , il ne peut être maintenu à tous les débits, à moins d'utiliser un dispositif de réglage automatique de la contrepression  $p'_0$ . Ce dispositif que nous avons appliqué avec succès à des pompes centrifuges à haute pression, nous l'avons décrit dans le paragraphe consacré aux roues et buselures d'étanchéité des turbines ; nous n'y reviendrons pas.

Pour les roues à double ouïe, on peut concevoir que théoriquement l'équilibrage soit assuré à tous les débits, puisque tout est symétrique par rapport au plan moyen de la roue. En cas de dissymétrie dans les conduits alimentant l'ouïe, ou dans la roue elle-même, le débit de chacune des roues n'est plus strictement le même, et les pressions  $p_0$  et  $p_1$  deviennent différentes des pressions  $p'_0$  et  $p'_1$ . Aussi faut-il prévoir une butée assez importante, ne fût-elle que pour parer aux conséquences d'une obstruction partielle toujours possible, de l'une des ouïes.

On peut chercher à réaliser l'équilibrage automatique des roues à double ouïe en faisant dépendre le débit au joint, de la position de la roue.

Avec le tracé de la fig. 168 planche VII, on peut voir qu'un déplacement vers la gauche du rotor, a pour effet de réduire le passage libre entre les faces verticales des joints de gauche, et partant d'amener une diminution de la fuite et une surpression sur les faces de correspondantes, suffisante pour rétablir l'équilibre.

#### E) DISPOSITIF D'ÉQUILIBRAGE DES POMPES MULTICELLULAIRES.

Il existe un grand nombre de dispositifs possibles pour l'équilibrage automatique de la poussée axiale des pompes multicellulaires.

Nous ne décrirons ici, bien-entendu, que celles qui sont couramment utilisées et qui ont fait leur preuve dans les applications difficiles.

Nous décrirons tout d'abord le système que nous avons appliqué aux pompes construites par les *Ateliers Gilain*. Nous avons été conduit

à cette solution par notre étude de la pompe du Laboratoire, en cherchant le moyen de réaliser successivement et avec un minimum de modifications, une pompe à deux roues équilibrées séparément et une pompe à deux roues équilibrées automatiquement (fig. 164.). La fig. 194 donne les détails du système appliqué à la pompe multicellulaire dessinée fig. 185.

L'eau sortant de la dernière roue à la pression  $p_n$ , s'écoule axialement, en passant par le joint de largeur  $e'$ , automatiquement réglable ainsi que nous le montrerons plus loin, et est évacuée à la pression atmosphérique  $p$  par les conduits  $SS_1$ .

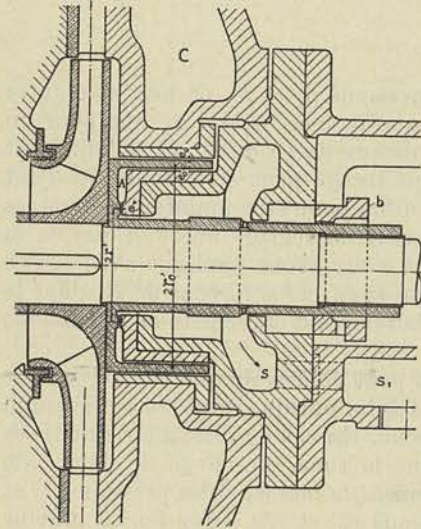


Fig. 194

Pour se rendre compte d'une façon précise du fonctionnement, désignons par  $P$  la poussée axiale résultant de l'action des pressions sur les  $n$  roues que comporte la pompe, et qui ne possèdent chacune qu'un joint de fuite, ainsi que l'indique la fig. 185. Soient  $2r_0$  le diamètre du joint de gauche de la roue,  $2r_1$  le diamètre à la périphérie,  $d$  le diamètre du moyeu,  $p'_0$  la pression à l'ouïe,  $p'_1$  la pression à la périphérie de la 1<sup>re</sup> roue,  $p_0''$  et  $p_1''$  les pressions correspondantes pour la 2<sup>e</sup> roue; nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 P &= \pi \left( r_1^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p'_1 + p_1'' + \dots + p_n^n) - \pi (r_1^2 - r_0^2) (p'_1 + p_1'' \dots + p_n^n) \\
 &\quad - \pi \left( r_0^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p'_0 + p_0'' + \dots + p_0^n) \\
 &= \pi \left( r_0^2 - \frac{d^2}{4} \right) [(p'_1 - p'_0) + (p_1'' - p_0'') + \dots]
 \end{aligned}$$

La poussée est donc dirigée de droite à gauche, et a pour valeur, si toutes les roues sont identiques,

$$P = \pi \left( r_0^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p_1 - p_0) \times n$$

Cette relation suppose que la pression est la même de part et d'autre de chacune des roues, et que la poussée résultant de la déviation du flux à l'ouïe, est négligeable. Dans la réalité, les pressions de part et

d'autre des roues n'étant pas les mêmes, la poussée réelle est tantôt plus grande, tantôt plus petite P.

Représentons par  $p_a$  la pression qui règne dans l'espace A, par  $2r_o'$  le rayon moyen de la couronne du piston dont nous négligeons l'épaisseur ; la poussée  $P'$  qui s'exerce sur le piston, et qui est dirigée de gauche à droite aura pour valeur :

$$P' = \pi (r_o'^2 - r'^2) (p_1^n - p_a)$$

On voit qu'il est toujours possible de choisir  $r_o'$  et  $r'$  pour que  $P' = P$ , la pression  $p_a$  atteignant une valeur très nettement supérieure à la pression atmosphérique  $p$ . Supposons maintenant que les dimensions ayant été choisies de façon à réaliser cet équilibre au régime normal, la poussée  $P$  diminue : le rotor se déplacera de gauche à droite sous l'action de la force  $(P' - P)$  et le jeu  $e$  diminuant, la pression  $p_a$  ira croissant au point de rendre  $P'$  égal à  $P$ .

Ainsi automatiquement, du moment où le rotor est libre de se déplacer axialement, l'équilibre s'établit entre les deux poussées.

Cet équilibre n'est toutefois obtenu qu'en acceptant une certaine perte par fuite que l'on rend d'ailleurs aussi faible que possible en réduisant le jeu  $e_o$  au minimum, et en allongeant le chemin parcouru entre la partie fixe et la partie mobile. A ce point de vue, la disposition adoptée ici est très avantageuse puisqu'elle permet avec une longueur axiale minimum, d'obtenir un joint relativement très long ; elle a cet autre avantage d'assurer à fuite égale, un jeu  $e'$  très supérieur à celui réalisé dans les deux autres systèmes.

Nous reviendrons sur cette question plus loin.

La fig. 195 représente la disposition adoptée par la maison Sulzer. En désignant par  $p_a$  la pression moyenne sur le piston, nous pourrions calculer approximativement l'effort  $P'$  qui s'exerce sur celui-ci par la relation :

$$P' = (r_o'^2 - r'^2) (p_a - p)$$

$p$  désignant la pression atmosphérique.

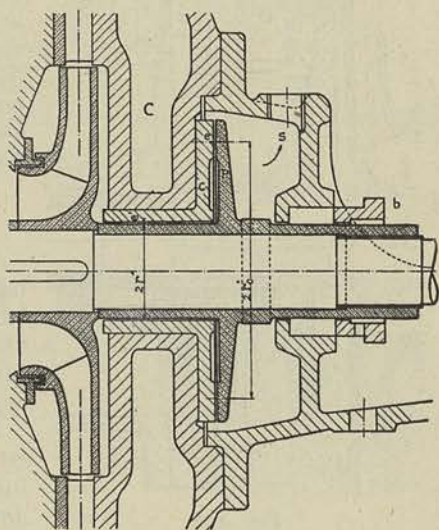


Fig. 195

Si  $P'$  est plus grand que  $P$ , le rotor se déplacera vers la droite, et le jeu  $e$  augmentant, la valeur de  $p_a$  ira diminuant : l'équilibre entre  $P$  et  $P'$  s'établira donc automatiquement.

On remarquera que, à jeu  $e'$  égal entre le moyeu du piston d'équilibrage et la buselure fixe, la fuite sera plus faible que dans le type précédent, le diamètre du joint de fuite  $2r'$ , étant plus petit. Cette fuite ne peut toutefois être maintenue à sa valeur minimum car le jeu  $e$  qui devrait s'établir normalement entre le piston et la partie fixe, deviendrait si faible qu'avec des eaux un peu chargées, un grippage des surfaces se produirait inévitablement.

On peut calculer aisément qu'à débit égal, la valeur  $e$  dans ce dernier type, est sensiblement trois fois plus faible que la valeur du jeu  $e'$  réalisé dans le système précédent. Aussi pour certaines applications, prend-on soin, avec ce dernier système, de rainurer en hélice le moyeu du piston de façon à augmenter la fuite et assurer une bonne alimentation du piston d'équilibrage.

La fig. 196 donne la disposition du piston d'équilibrage adopté par les Ateliers de Constructions Electriques de Charleroi.

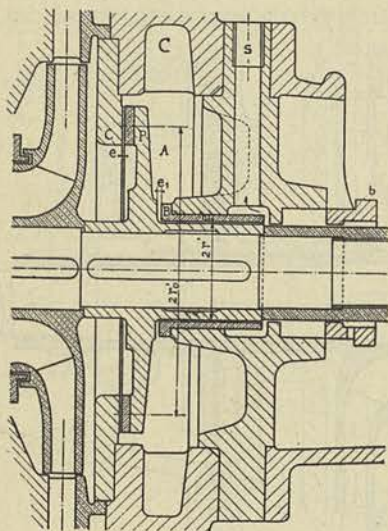


Fig. 196

Le fonctionnement peut se comprendre aisément ; il est analogue à celui que nous venons de décrire. Si nous désignons par  $p_a$  la pression derrière le piston  $P$  en  $A$ , nous pourrions calculer la poussée  $P'$  qui s'exerce de gauche à droite, par la formule

$$P' = \pi (r_0'^2 - r'^2) (p_1^n - p_a)$$

Or la pression  $p_a$  se règle automatiquement : si en effet,  $P'$  était trop élevé, le piston se déplacerait vers la droite et le jeu  $e$  augmentant, la pression irait s'élevant en  $A$ .

La quantité d'eau qui s'écoule est réglée par la section du joint de fuite dont le diamètre est ici  $2r'$  et dont le jeu est  $e'$ . Les deux systèmes sont absolument comparables au

point de vue du jeu  $e$  qui s'établit normalement entre le piston  $P$  et la couronne fixe  $c'$ . On est conduit à donner au jeu  $e'$  une valeur assez grande pour que le jeu  $e$  garde une valeur acceptable.

On peut toutefois en usinant la buselure centrale avec une bague de fond  $B$ , régler le jeu  $e_1$  de manière à réduire la fuite à une valeur aussi faible que le permet la nature des eaux utilisées.

Nous avons employé pour les petites pompes et les eaux propres,



une disposition analogue dérivée du système décrit fig. 194, afin de réduire la perte par fuite qui, avec ce dernier, tend à être trop élevée.

La fig. 197 montre cette disposition ; en réglant le jeu  $e'$  par le déplacement axial de la bague B, on peut réduire la fuite à une valeur aussi faible qu'on le veut, le minimum n'étant fixé que par la condition de maintenir la distance  $e_0$  du piston P à la couronne C, à une valeur supérieure au diamètre des plus grosses particules qui peuvent être entraînées entre les surfaces.

F) BOITES A BOURRAGE  
ET ACCESSOIRES.

Les boîtes à bourrage sont généralement venues de fonte avec l'enveloppe. Dans une construction soignée, elles sont munies d'une buselure de fond en bronze et d'un presse-étoupe, en bronze ou garni d'une buselure en bronze (fig. 198).

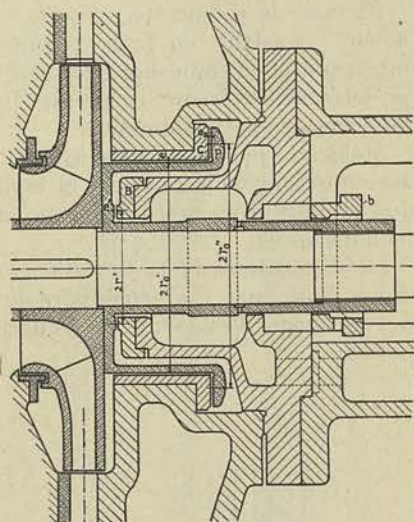


Fig. 197

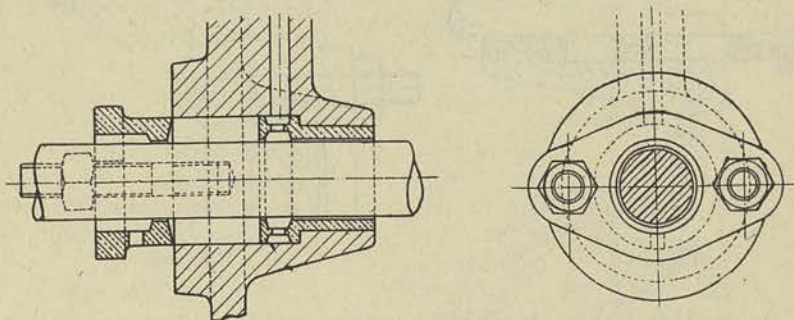


Fig. 198

Les bourrages qui sont soumis à la dépression provoquée par l'aspiration, sont munis d'une bague de circulation, cette bague fait généralement corps avec la buselure de fond ; quelquefois elle est introduite entre les anneaux de corde en coton suifé qui constituent l'étoupe (fig. 199) ; mais alors la partie située au delà de la bague est difficilement renouvelable et, de ce fait, ce mode de construction est peu recommandable.

Dans les pompes dont l'arbre ne dépasse pas 60 à 70 mm. de diamètre le presse-étoupe est construit avec bride ovale à deux boulons de serrage.

En vue de réduire le prix de revient, ce presse-étoupe est généralement construit en fonte ; comme il doit être muni d'une rainure intérieure pour empêcher l'eau qui tend à fuir le long de l'arbre, d'être projetée à l'extérieur, ce presse-étoupe est assez fragile, surtout avec les arbres de petit diamètre.

Malgré le jeu de  $\frac{1}{2}$  mm. environ ménagé généralement entre l'alésage intérieur de la buselure et le diamètre extérieur l'arbre, le serrage doit se faire avec précaution, en agissant simultanément sur les deux boulons.

La disposition de la fig. 200 avec presse-étoupe pressé au moyen d'une bride par l'intermédiaire de deux V diamétralement opposés, a l'avantage d'éviter tout coïncement en cas de serrage inégal des boulons.

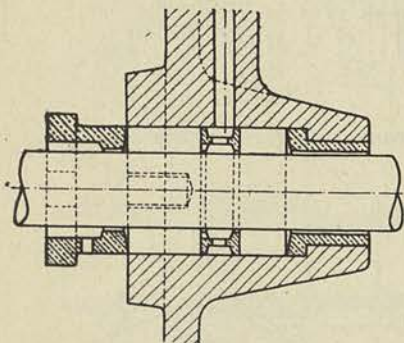


Fig. 199

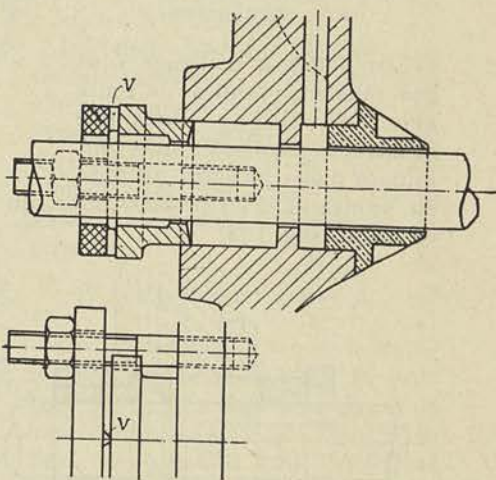


Fig. 200

On peut en vue de faciliter le serrage des presse-étoupe, employer également la disposition avec couvercle vissé, mais cette construction est d'un prix de revient beaucoup plus élevé (fig. 201).

Comme on peut le voir sur les figures représentant les ensembles de pompes reproduits planches VIII à XI les bourrages sont généralement alimentés en eau sous pression par des conduits forcés dans des douilles appropriées, venues de fonte avec les couvercles. Dans certains cas, particulièrement lorsque la pression de refoulement est faible vis-à-vis de la hauteur d'aspiration, il est indispensable de prendre l'eau

d'alimentation sur la volute, et dans ce cas les conduits sont rapportés extérieurement.

Il est nécessaire de prévoir sur les couvercles ou sur la volute, une douille pour le placement soit de l'entonnoir de remplissage, soit dans

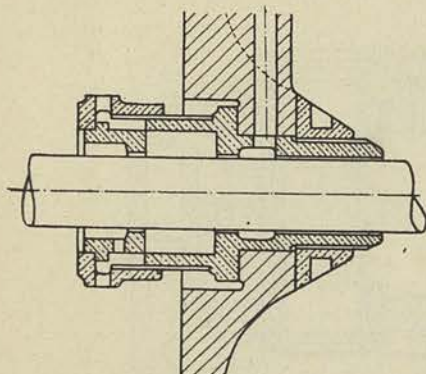


Fig. 201

le cas des très grandes pompes, de l'éjecteur destiné à faire le vide dans le corps de pompe au moment de l'amorçage.

Des robinets de purge d'air doivent en outre être prévus aux points les plus élevés de l'enveloppe et de la volute pour l'évacuation de l'air au moment du remplissage.

Enfin des douilles pour le placement des manomètres d'aspiration et de refoulement doivent être ménagées sur la tubulure d'aspiration et sur la tubulure de refoulement.

#### G) PALIERS ET BUTÉE.

Sauf pour les paliers de très petites dimensions pour lesquels en vue d'abaisser le prix de revient on utilise des coussinets en bronze, les paliers des pompes centrifuges sont généralement construits avec coussinets en fonte garnie de métal blanc.

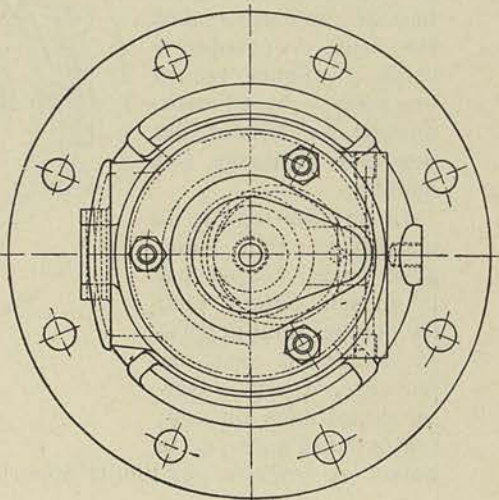
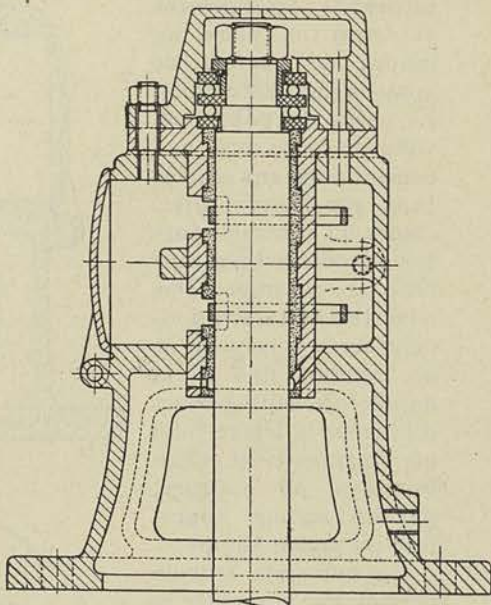


Fig. 202

Les paliers décrits au § 3, chapitre III du 3<sup>e</sup> fascicule consacré aux turbines hydrauliques, conviennent pour les pompes centrifuges de grandes dimensions. Dans les pompes courantes on donne la préférence, comme étant moins difficiles et moins coûteux à construire, aux coussinets en une pièce, introduits latéralement et tenus en place au moyen de vis ou de goujons (fig. 202 et 203). Le corps du palier, est venu de fonte avec une collerette qui s'emboîtant sur l'enveloppe, assure un centrage parfait du coussinet par rapport au bourrage. Des ouvertures latérales donnent accès à celui-ci, et un conduit fixé à la douille inférieure, permet d'évacuer la légère fuite que l'on maintient volontairement au bourrage, par un serrage approprié du presse-étoupe.

Un couvercle articulé permet de surveiller le bon fonctionnement des bagues ; sa largeur doit être telle, — puisque le corps du palier est en une pièce, — que l'introduction par le haut, des bagues de graissage, soit possible.

La fig. 202 montre la disposition d'un palier avec butée adopté par la maison *Gilain* pour les pompes dont la poussée axiale est assez importante, et peut s'exercer tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre; cette butée est graissée par l'huile apportée par la bague la plus voisine

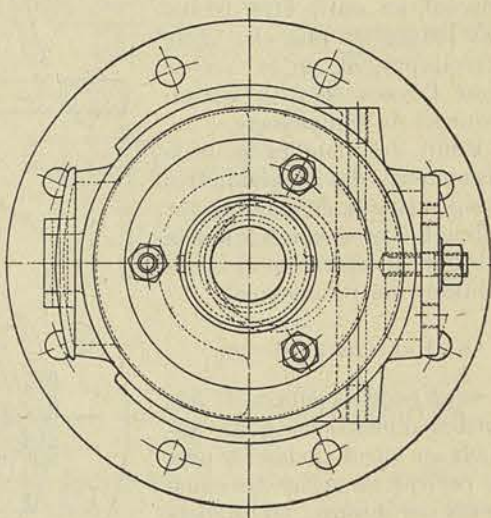
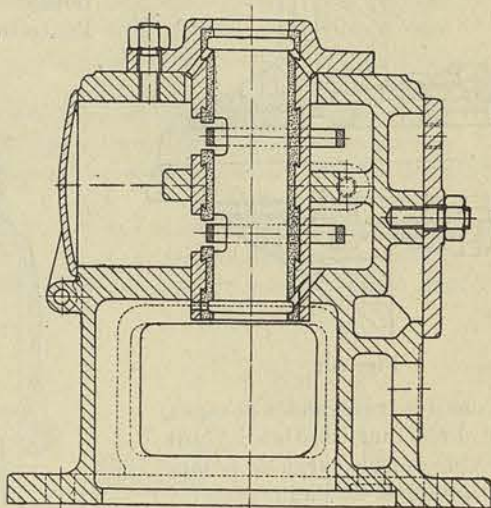


Fig. 203

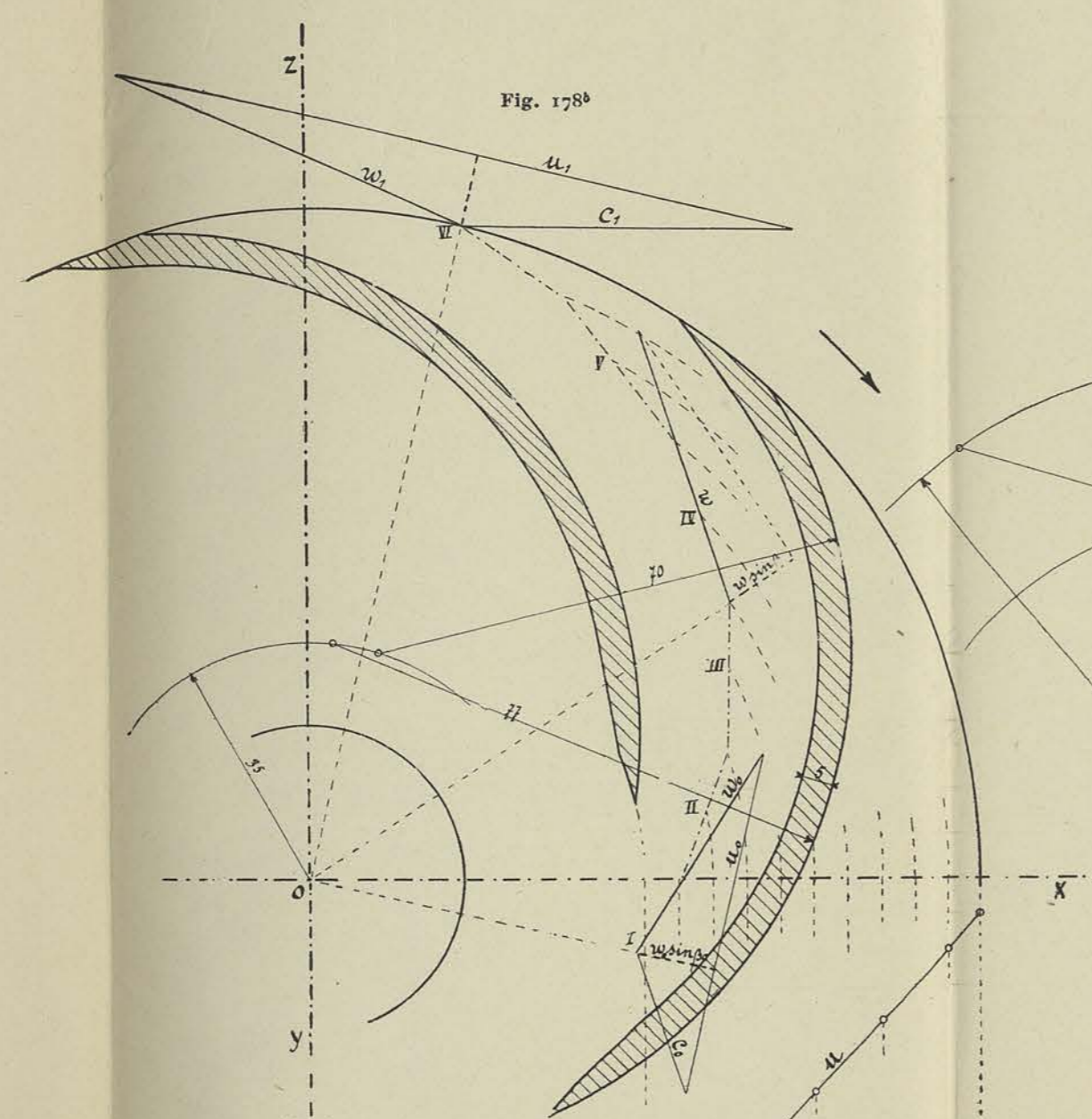


Fig. 178<sup>b</sup>

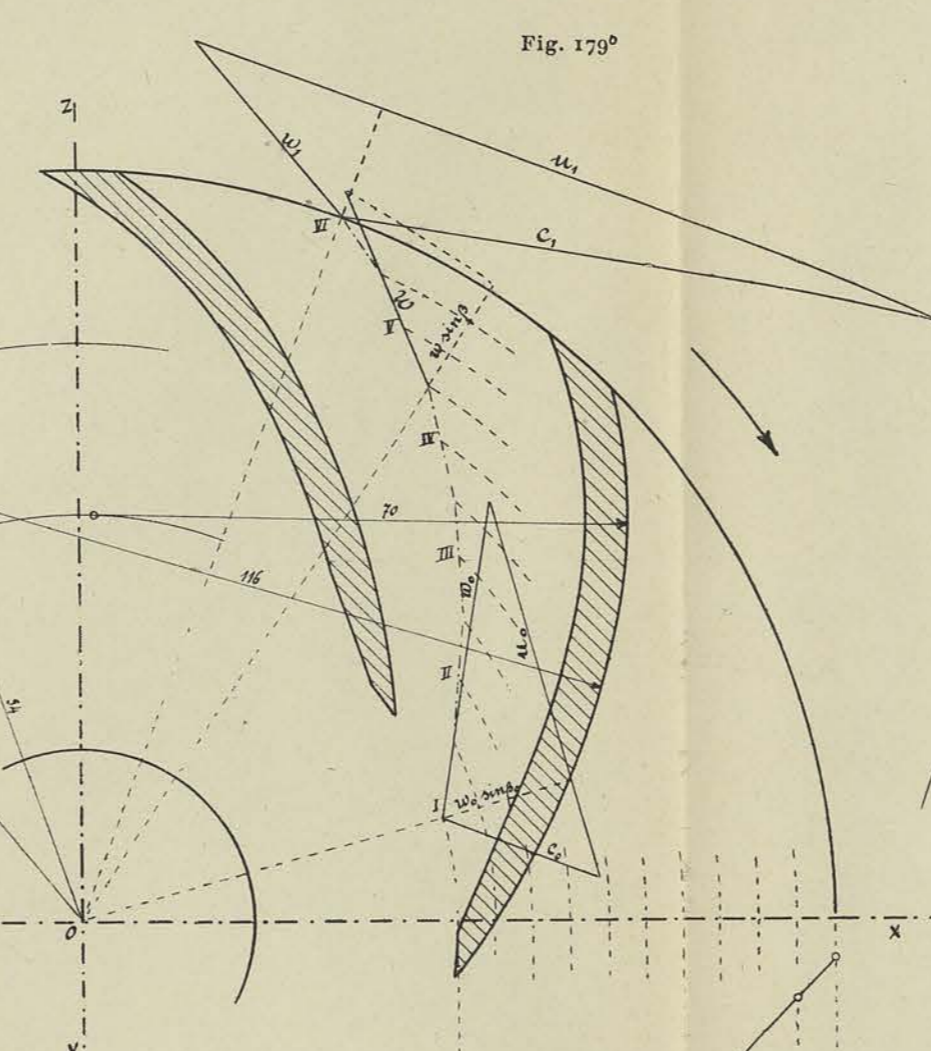


Fig. 179<sup>b</sup>

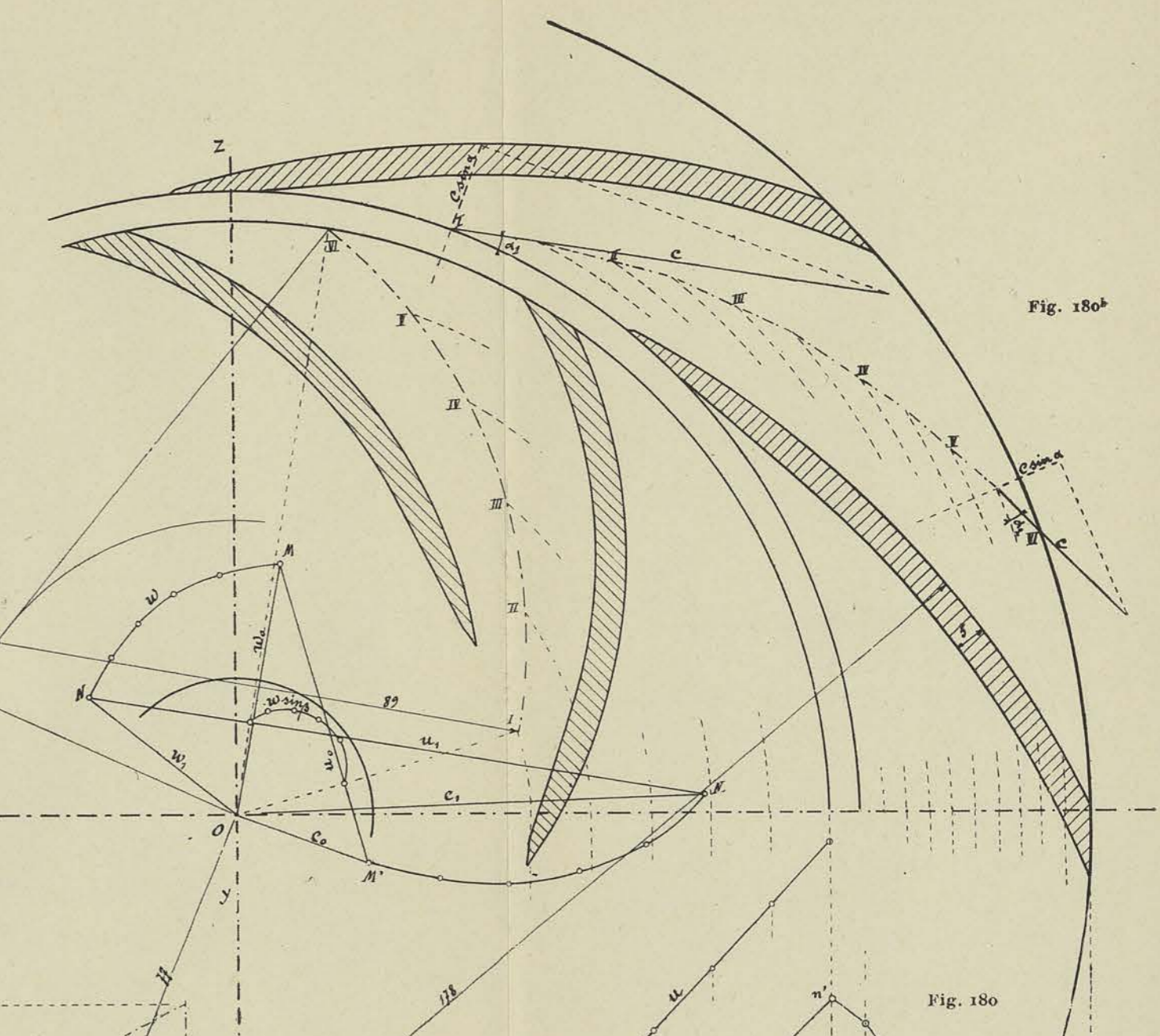


Fig. 180<sup>b</sup>

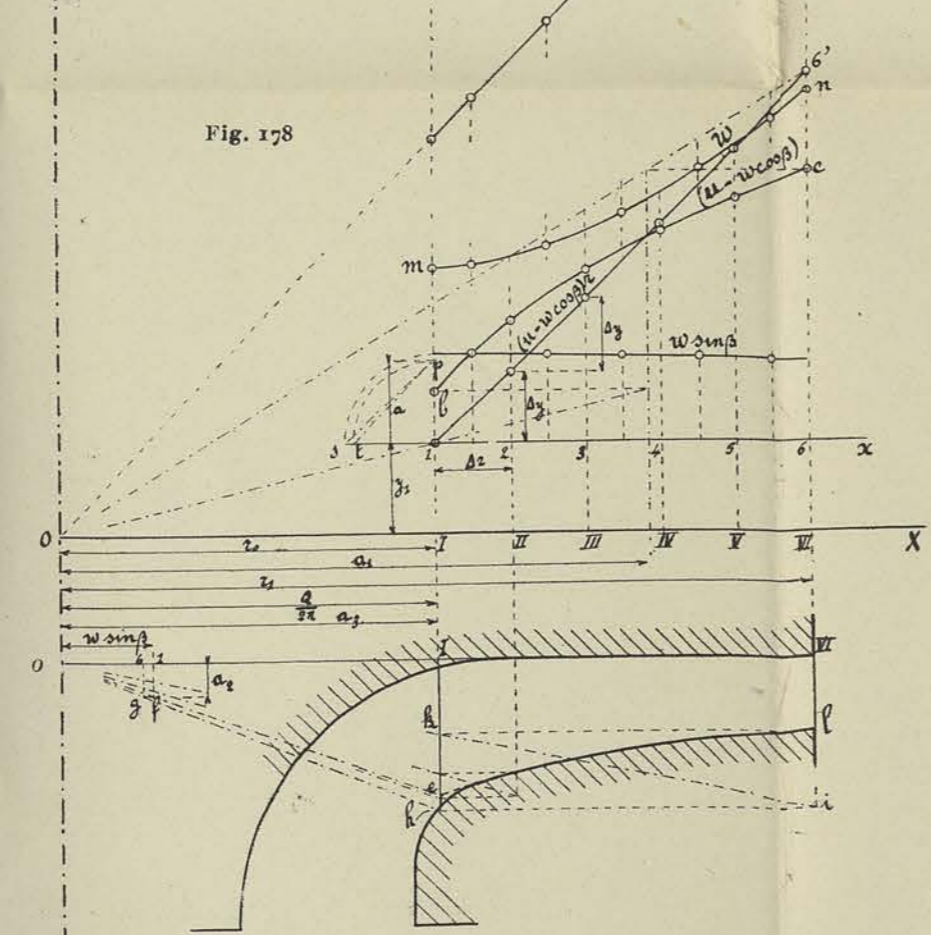


Fig. 178<sup>a</sup>

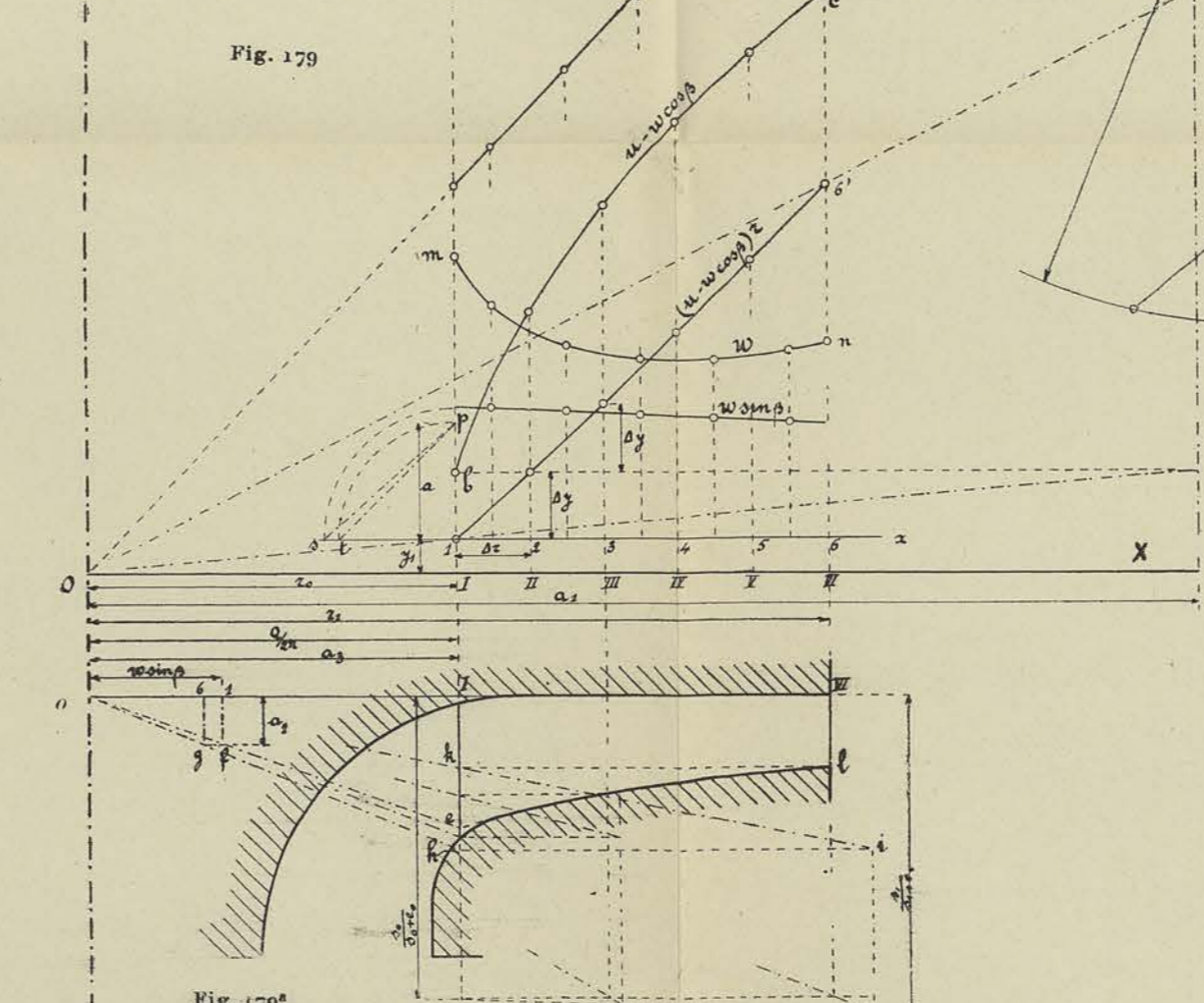


Fig. 179<sup>a</sup>

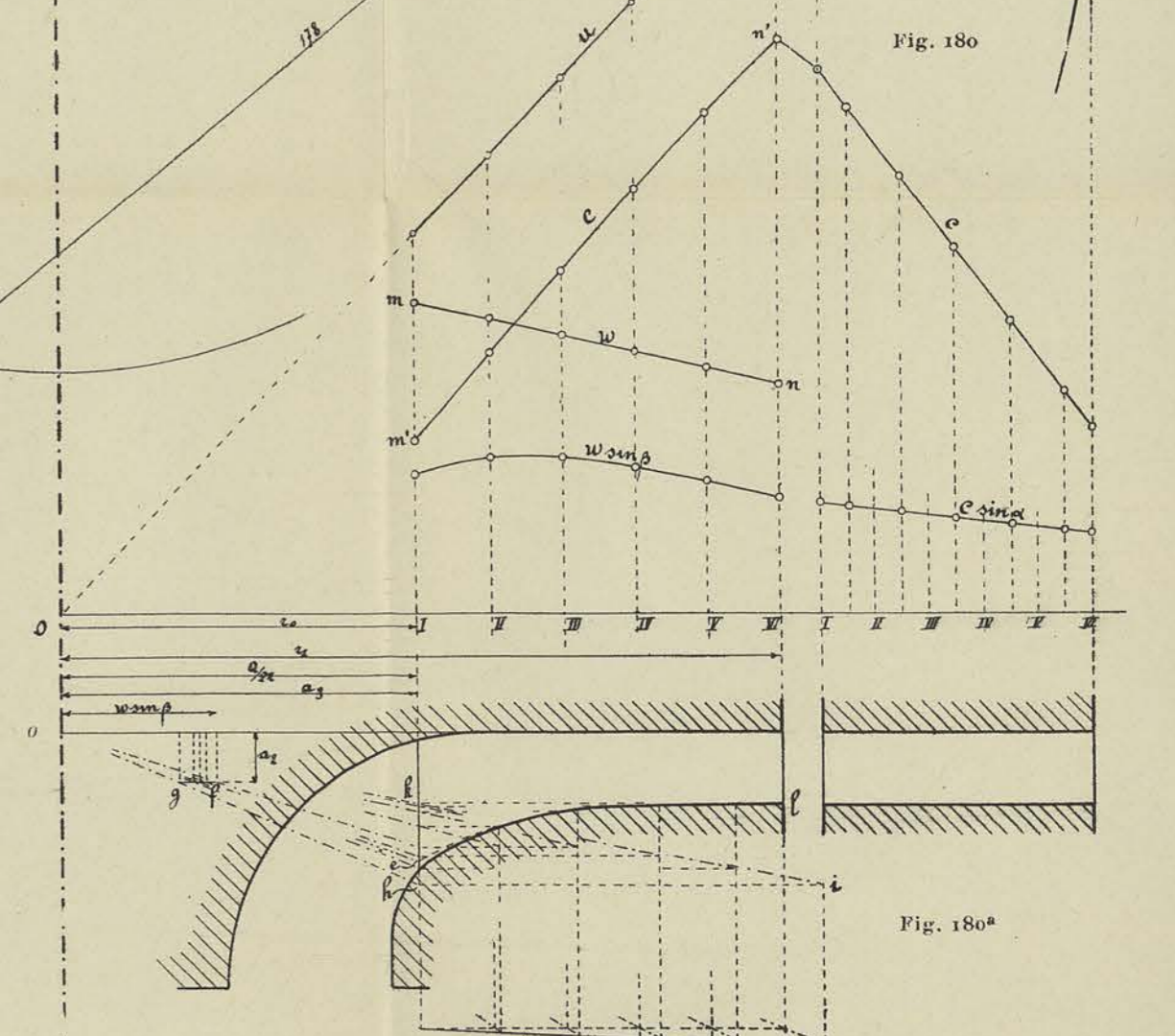
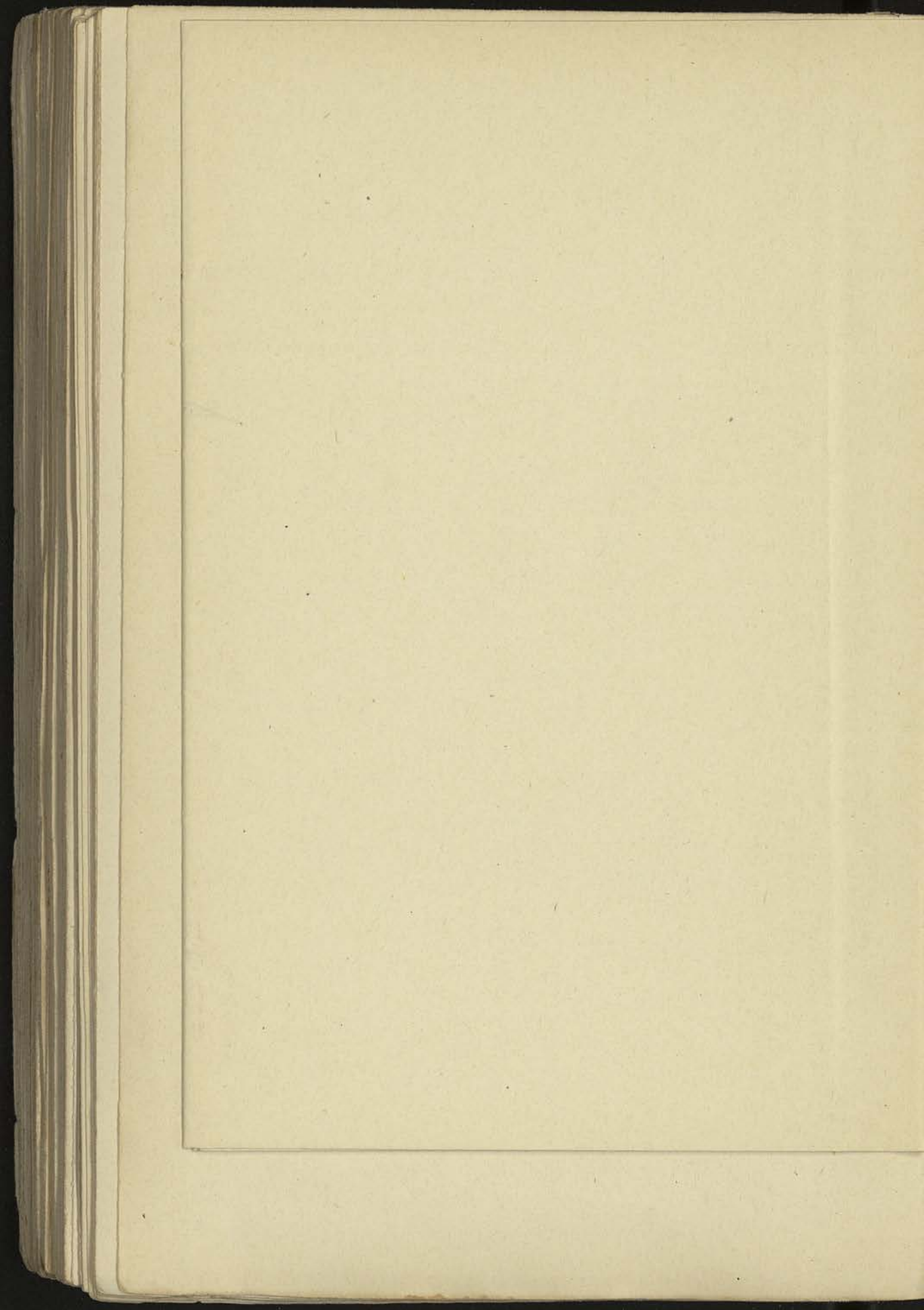


Fig. 180<sup>a</sup>

Fig. 178<sup>a</sup>

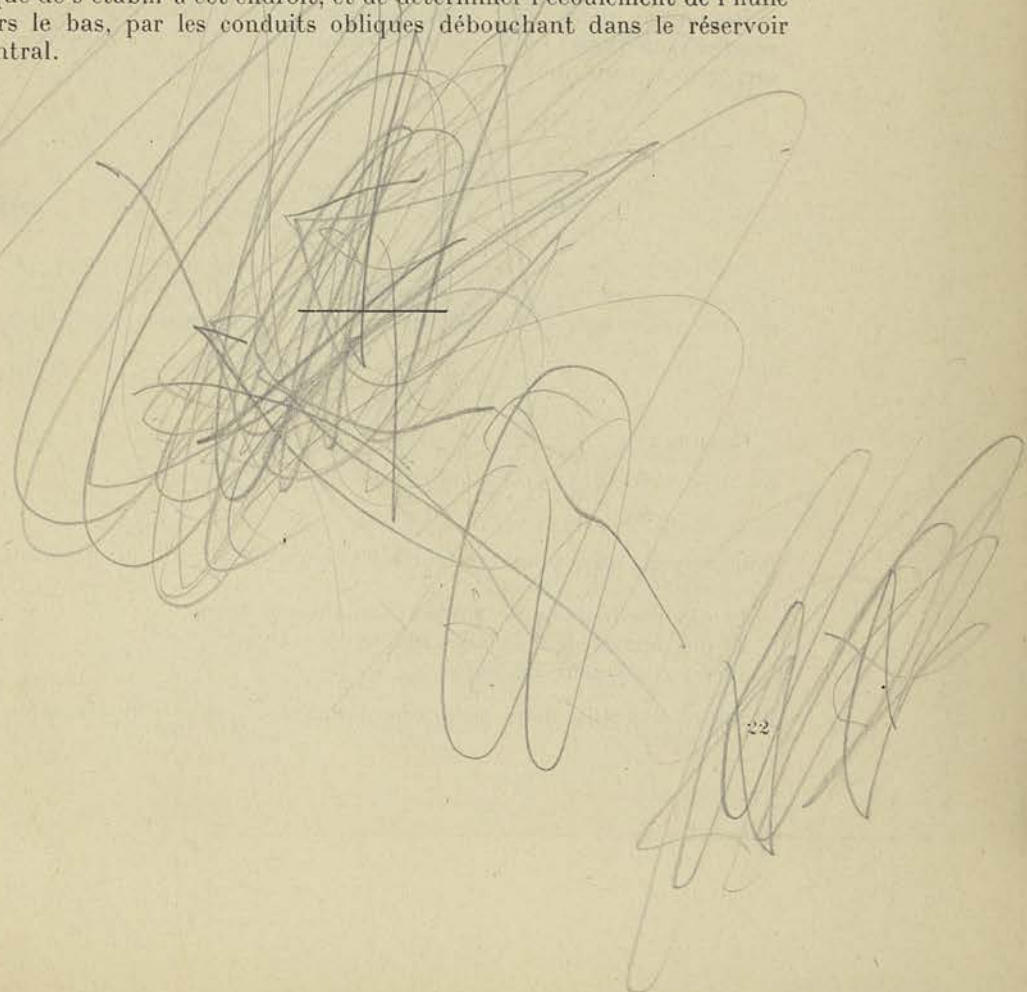
Fig. 179<sup>a</sup>

Fig. 180<sup>a</sup>



au moyen d'une rainure ménagée dans le coussinet ; l'huile fait retour au palier par le conduit foré à la partie inférieure du couvercle qui emprisonne et maintient en place le roulement à billes.

Lorsque les poussées sont peu importantes, on peut utiliser des butées plates constituées par de simples bagues fixées sur l'arbre au moyen de vis à 120°, ou bien encore un simple roulement à gorge profonde comme celui prévu pour les pompes dessinées fig. 169 et 170, Planche VIII. Lorsqu'il s'agit de pompes à grandes vitesses de rotation on utilise parfois, pour augmenter la sécurité de marche, des paliers à circulation d'eau qui permettent de maintenir le lubrifiant à une température relativement faible. Lorsque les liquides pompés ont une température élevée, l'arbre et le corps du palier échauffent le coussinet par conduction, et il y a nécessité d'utiliser des paliers refroidis par circulation d'eau. La fig. 203 donne un exemple de construction d'un palier de ce type avec coussinet en une pièce ; l'eau circule dans la partie inférieure qui se trouve en contact avec le bain d'huile. Le coussinet de ce palier est muni aux deux extrémités de rainures, dans le but d'empêcher l'huile de suivre l'arbre au delà du coussinet ; ces rainures pour être efficaces doivent être munies d'une ouverture percée à la partie supérieure, de manière à permettre à la pression atmosphérique de s'établir à cet endroit, et de déterminer l'écoulement de l'huile vers le bas, par les conduits obliques débouchant dans le réservoir central.



## APPENDICE

### § 1. — Théorie des pompes hélico-centrifuges larges

Nous avons fait remarquer au § 3 du chapitre I consacré à la théorie des pompes centrifuges qu'en l'absence de tout distributeur à l'ouïe, l'orientation des filets fluides à l'entrée de l'aubage mobile ne pouvait être connu exactement et que, s'il n'en résultait qu'une indétermination sans conséquence importante pour l'étude des types centrifuge et hélico-centrifuge étroit, il n'en était pas de même pour l'étude du type hélico-centrifuge large et du type mixte : avec ces derniers, en effet, les valeurs théoriques du coefficient manométrique M et du coefficient de puissance P, varient dans de très grandes limites, suivant l'hypothèse faite quant à la valeur de l'angle  $\alpha_1$  du flux à l'entrée de l'aubage mobile, ainsi que nous allons le faire voir.

Reprenons pour cela, avec les notations adoptées dans l'étude des pompes centrifuges, les formules fondamentales (III) et (VIII) conduisant aux valeurs de M et de P ; nous obtiendrons :

$$-M = -\frac{2gH'}{u_1^2} = \left[ \left( \frac{c_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{c_1}{u_1} \right)^2 \right] - \left[ \left( \frac{w_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{w_1}{u_1} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{u_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{u_1}{u_1} \right)^2 \right] + 2g \left[ \frac{T_0}{u_1^2} + \frac{T_f}{u_1^2} + \frac{T_1}{u_1^2} \right] \quad (303)$$

$$-P = -\frac{gT_i}{u_1^2} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{c_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{c_1}{u_1} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{w_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{w_1}{u_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{u_0}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{u_1}{u_1} \right)^2 \right] \quad (304)$$

Comme :

$$\frac{u_0}{u_1} = m \quad , \quad \frac{w_0}{w_1} = n \quad , \quad \frac{w_1}{u_1} = x \quad ,$$

nous voyons que, pour trouver les valeurs de M et P en fonction :

- 1° des coefficients de proportionnalité  $m$  et  $n$ ,
- 2° des angles de l'aubage mobile  $\beta_0$  et  $\beta_1$ ,
- 3° du coefficient de débit  $x$ ,

il suffira d'établir deux relations donnant  $\frac{u_0}{u_1}$  et  $\frac{c_1}{u_1}$  en fonction de



ceux-ci : les termes  $\frac{T_0}{u_1^2}$  et  $\frac{T_1}{u_1^2}$  ne dépendent, en effet, que des rapports  $\frac{c_0}{u_1}$  et  $\frac{c_1}{u_1}$ , et le terme  $\frac{T_f}{u_1^2}$  n'est fonction que des rapports  $\frac{w_0}{u_1}$  et  $\frac{w_1}{u_1}$ , c'est-à-dire de  $n$  et de  $x$ .

Pour établir ces relations, nous avons admis implicitement, dans le 2<sup>o</sup> fascicule :

1<sup>o</sup> que la pompe étant munie d'un distributeur à aubes orientables, l'inclinaison  $\alpha_0$  variant de telle façon que la vitesse relative  $w_0$  soit constamment tangente à la direction du premier élément de l'aube de la roue, définie par l'angle  $\beta_0$  ;

2<sup>o</sup> que l'angle  $\alpha_1$  d'entrée du diffuseur se modifiait avec le débit de la pompe, de façon à rester constamment égal à l'angle de la vitesse absolue  $c_1$ , avec la vitesse d'entraînement  $u_1$ . Grâce à ces hypothèses, en effet, nous avons pu écrire les deux relations tirées des triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie, *en fonction des angles  $\beta_0$  et  $\beta_1$  de l'aubage mobile* (puisque les angles des vitesses relatives avec les vitesses d'entraînement sont, dans ce cas, égaux aux angles de l'aubage) ; nous en avons déduit directement les valeurs de :

$$\left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 = \left(\frac{u_0}{u_1}\right)^2 + \left(\frac{w_0}{u_1}\right)^2 + 2 \left(\frac{w_0}{u_1}\right) \left(\frac{u_0}{u_1}\right) \cos \beta_0 \quad (305)$$

$$\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 = \left(\frac{u_1}{u_1}\right)^2 + \left(\frac{w_1}{u_1}\right)^2 + 2 \left(\frac{w_1}{u_1}\right) \left(\frac{u_1}{u_1}\right) \cos \beta_1 \quad (306)$$

valeurs qui ne dépendent que des coefficients rappelés ci-dessus.

Ainsi toute la théorie exposée jusqu'ici concernant les pompes centrifuges, repose sur les deux relations ci-dessus. Or la première conduit à l'égalité :

$$c_0 = u_0$$

pour  $w_0 = 0$ , égalité que l'on ne peut admettre : si, en l'absence de tout distributeur, l'angle  $\alpha_0$  diminue, en effet, réellement avec le rapport  $\frac{w_0}{u_0}$  jusqu'à prendre une valeur nulle pour  $w_0 = 0$ , on ne peut

par contre, supposer que  $c_0$  tende vers  $u_0$  à mesure que  $\frac{w_0}{u_0}$  diminue.

La première hypothèse que nous avons faite ne peut donc se justifier, et il a lieu de chercher une relation donnant une valeur de  $\frac{c_0}{u_1}$  qui n'implique pas l'existence de cette condition.

De la relation de continuité :

$$2 \pi r_0 l_0 c_0 \sin \alpha = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' w_1 \sin \beta_1,$$

nous pouvons tirer :

$$\left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 = \frac{1}{m^2} \frac{1}{v^2} (k' k'')^2 \frac{\sin^2 \beta_1}{\sin^2 \alpha} x^2 \quad (307)$$

Appelons  $\beta$  l'angle que fait la vitesse relative avec la vitesse d'entraînement, à l'entrée de la roue, pour un angle  $\alpha$  de la vitesse absolue  $c_0$ .

Entre  $\alpha$  et  $\beta$ , il existe les relations suivantes :

$$\begin{aligned} c_0 \sin \alpha &= w_0 \sin \beta \\ c_0 \cos \alpha &= u_0 + w_0 \cos \beta \end{aligned}$$

et, partant :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{u_0}{w_0} \frac{1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta} \left( \cos \beta + \frac{m}{n} \frac{1}{x} \right) \quad (308)$$

Déduisons, de cette valeur, celle de  $\sin^2 \alpha$  :

$$\sin^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \beta}{1 + 2 \frac{m}{n} \cos \beta \frac{1}{x} + \left(\frac{m}{n}\right)^2 \frac{1}{x^2}} \quad (309)$$

puis remplaçons  $\sin^2 \alpha$  dans l'équation (307) ci-dessus ; il viendra :

$$\left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 = n^2 \left[ 1 + 2 \frac{m}{n} \cos \beta \frac{1}{x} + \left(\frac{m}{n}\right)^2 \frac{1}{x^2} \right] x^2 \quad (310)$$

puisque :

$$\frac{1}{m^2} \frac{1}{v^2} (k' k'')^2 \frac{\sin^2 \beta_1}{\sin^2 \beta} = n^2 \quad (311)$$

Comme on peut déduire de la relation (306) :

$$\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 = 1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1, \quad (312)$$

il suffira de remplacer dans les formules donnant M et P,  $\left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2$  et  $\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2$  par leurs valeurs, pour obtenir :

$$\begin{aligned} M &= A + Bx + Cx^2 \\ P &= a + bx, \end{aligned}$$

les coefficients A, B, C, a, b étant donnés par les formules (257) à (261), pour autant qu'on y remplace  $\beta_0$  par  $\beta$ .

$\beta$  étant toutefois, avec notre nouvelle hypothèse, non plus constant, mais fonction de  $x$ , il y a lieu de rechercher la valeur explicite des différents coefficients. Pour faire cette recherche, nous nous appuyerons sur le fait établi très nettement par les résultats des essais que nous avons effectués sur la pompe centrifuge du laboratoire, et que nous relaterons au paragraphe suivant, à savoir que le coefficient de puissance  $P$  est donné par une fonction **linéaire** de  $x$ .

Si, en effet,  $P$  est une fonction linéaire de  $x$ , et si le terme  $mn \cos \beta$  qui entre dans  $b$ , est une fonction de  $x$ , sa seule forme possible est la suivante :

$$m n \cos \beta = a_1 + \frac{b_1}{x} \quad (313)$$

Remplaçons  $n$  par sa valeur (311) ; cette condition revient, comme on le voit, à :

$$\frac{1}{v} (k' k'') \frac{\sin \beta_1}{\operatorname{tg} \beta} = a_1 + \frac{b_1}{x},$$

ou, si nous posons :

$$B = \frac{k' k''}{v} \sin \beta_1 \quad (314)$$

à :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B x}{a_1 x + b_1} \quad (315)$$

Cherchons à calculer  $\operatorname{tg} \alpha$  en fonction de  $\beta$  ; pour ce'a, tirons de la relation :

$$2 \pi r_0 l_0 \sin \beta w_0 = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1 w_1,$$

la valeur de :

$$\frac{u_0}{w_0} \frac{1}{\sin \beta} = \frac{m^2 v}{k' k''} \frac{1}{x \sin \beta_1} = \frac{m^2}{B} \frac{1}{x}, \quad (316)$$

et remplaçons ce dernier dans l'équation (308) ; il viendra successivement :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} &= \frac{a_1 x + b_1}{B x} + \frac{m^2}{B} \frac{1}{x} = \frac{1}{B} \frac{1}{x} [a_1 x + (b_1 + m^2)] \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{B x}{a_1 x + (b_1 + m^2)} \end{aligned} \quad (317)$$

Cette valeur est de la même forme que celle qui donne  $\operatorname{tg} \beta$ .

Nous pouvons remarquer que, dans l'hypothèse limite d'un distributeur parfait, dont l'inclinaison varierait avec  $x$  de façon que  $\beta$  soit constamment égal à l'angle d'entrée de l'aubage  $\beta_0$ ,  $\operatorname{tg} \beta$  pourrait être donné par la formule ci-dessous, en posant :

$$b_1 = 0,$$

puisque  $\operatorname{tg} \beta$  deviendrait ainsi indépendant de  $x$  :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B}{a_1}$$

D'autre part, dans l'autre hypothèse d'un distributeur parfait qui imposerait à tous les filets un angle d'entrée constant, nous devrions avoir :

$$b_1 - m^2 = 0,$$

de façon à réaliser :

$$\operatorname{tg} x = \frac{B}{a_1} = c^{te}.$$

Comme dans la réalité, en l'absence de tout distributeur, les filets s'inclinent dans le sens de la rotation de la roue, sans toutefois prendre une inclinaison telle que  $\beta$  reste constamment égal à  $\beta_0$  pour tous les débits, nous pouvons dire que :

$$b_1 = -K' m^2 \quad (318)$$

$K'$  étant un coefficient compris entre zéro et l'unité. Les formules que nous obtiendrons en adoptant pour  $b_1$  cette valeur, contiendront ainsi, en puissance, les formules limites s'appliquant :

1° Au cas d'un distributeur parfait à aubes orientables : il suffira d'y faire  $K' = 0$  ;

2° Au cas d'un distributeur à aubes fixes nombreuses, imposant aux filets une direction invariable, pour lequel on devra adopter  $K' = 1$ .

Pour obtenir les valeurs explicites de  $A, B, C, a, b$  en fonction de  $x$ , nous aurons à calculer  $n$  et  $mn \cos \beta$  en fonction de  $x$ , en partant de la relation (315) transformée :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B x}{a_1 x - K' m^2} \quad (319)$$

et à remplacer  $mn \cos \beta$  et  $n^2$  dans les formules (257) à (261), par les valeurs trouvées :

$$m n \cos \beta = a_1 - \frac{K' m^2}{x} \quad (320)$$

$$n^2 = \frac{B^2 - 1}{m^2 \sin^2 \beta} = \frac{B^2 - 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}{m^2 \operatorname{tg}^2 \beta}.$$

ou :

$$n^2 x^2 = \left( a_1^2 + B^2 \right) \frac{x^2}{m^2} - 2 a_1^2 K' x + K'^2 m^2 \quad (321)$$

Avant de faire la substitution, cherchons à déterminer  $a_1$  en fonction

de  $\beta_0$ . Nous pouvons admettre que pour  $w_0$  égal à  $u_0$ , la valeur de  $\beta$  est voisine de la valeur  $\beta_0$ , ce qui conduit, d'après la formule (310), à :

$$\frac{1}{\sin \beta_0} = \frac{m^2 n}{B m} = \frac{m n}{B}, \quad (322)$$

puisque  $x$  est égal à  $\frac{m}{n}$  pour  $u_0 = w_0$  :

$$x = \frac{w_1}{u_1} = \frac{w_0}{n} \frac{m}{u_0} = \frac{m}{n}.$$

En transportant cette valeur particulière de  $x$  dans l'équation (315) donnant  $\text{tg } \beta$ , nous pourrions écrire :

$$\sin^2 \beta_0 = \frac{B^2}{m^2 n^2} = \frac{\text{tg}^2 \beta_0}{1 + \text{tg}^2 \beta_0} = \frac{B^2 \left(\frac{m}{n}\right)^2}{\left(a_1 \frac{m}{n} - K' m^2\right)^2 + B^2 \left(\frac{m}{n}\right)^2}, \quad (323)$$

relation qui permet de déterminer  $a_1$  en fonction de  $K'$  et de  $\beta_0$ ; on trouve successivement :

$$(a_1 - K' m n)^2 - m^2 n^2 + B^2 = 0,$$

ou :

$$(a_1 - K' m n)^2 - \frac{B^2}{\sin^2 \beta_0} \cos^2 \beta_0 = 0,$$

et enfin :

$$a_1 = \frac{B}{\text{tg } \beta_0} + K' m n = \frac{B}{\sin \beta_0} [\cos \beta_0 + K'] \quad (324)$$

Avec cette valeur de  $a_1$ , les valeurs de  $m n \cos \beta$  et  $n^2 x^2$  deviennent :

$$m n \cos \beta = \frac{B}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') - \frac{K' m^2}{x} \quad (325)$$

$$\begin{aligned} n^2 x^2 &= B^2 \left[ \left( \frac{\cos \beta_0 + K'}{\sin \beta_0} \right)^2 + 1 \right] \frac{x^2}{m^2} - 2 \frac{B}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') K' x + K'^2 m^2 \\ &= \frac{B^2}{m^2} \left[ 1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2 \right] \frac{x^2}{\sin^2 \beta_0} - 2 B (\cos \beta_0 + K') K' \frac{x}{\sin \beta_0} \\ &\quad + K'^2 m^2 \end{aligned} \quad (326)$$

On obtient donc pour les coefficients des formules donnant M et P :

$$A = \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) - m^2 \left[ 1 + \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 - K'^2 \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \right] \quad (327)$$

$$B = 2 \left\{ \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \cos \beta_1 - \frac{k' k'' \sin \beta_1}{\nu \sin \beta_0} \left( \cos \beta_0 K' + ' \right) \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} \left( 1 - K' \right) + K' \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \right] \right\} \quad (328)$$

$$C = \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) -$$

$$\left( \frac{k' k'' \sin \beta_1}{m \nu \sin \beta_0} \right)^2 \left( 1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2 \right) \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \quad (329)$$

$$a = 1 - m^2 (1 - K') \quad (330)$$

$$b = \cos \beta_1 - \frac{k' k'' \sin \beta_1}{\nu \sin \beta_0} \left( \cos \beta_0 + K' \right) \quad (331)$$

*Remarque I.* — Pour retrouver les formules antérieures correspondant au cas d'un distributeur parfait à aubes orientables, il suffira de faire, dans ces conditions :

$$K' = 0 ;$$

si nous voulons obtenir les formules correspondant au cas d'un distributeur à angle constant, il faudra adopter :

$$K' = 1.$$

Examinons les résultats fournis pour la valeur particulière  $x = 0$ , dans les deux cas.

Tandis qu'avec la première hypothèse :

$$M = \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) - m^2 \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + 1 \right),$$

$$P = 1 - m^2,$$

avec la seconde :

$$M = \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) + m^2 \left( 1 - \frac{1}{\psi^2} \right)$$

$$P = 1.$$

Ainsi, comme nous l'indiquions au début de cette étude, lorsque  $m$  prend une valeur dépassant 0,3 ou 0,4, les valeurs calculées pour  $M$  et pour  $P$  sont très différentes, suivant que l'on adopte une hypothèse ou l'autre.

Comme dans la réalité il n'existe pas de distributeur, les valeurs de  $M$  et  $P$  se rapprochent davantage de celles fournies par les équations générales lorsqu'on adopte pour  $K'$  une valeur assez faible :

$$0,2 \text{ à } 0,3$$

pour fixer les idées.

Nous chercherons à la fin du paragraphe suivant la valeur qu'il convient de donner à  $K'$  pour faire coïncider les valeurs de  $P$  fournies par les équations théoriques avec les valeurs observées, pour le cas d'une pompe centrifuge proprement dite, tracée avec :

$$m = 0,5.$$

Il serait extrêmement intéressant de pouvoir, par une étude expérimentale analogue, déterminer  $K'$  pour une pompe hélico-centrifuge étroite dont l'ouïe serait tracée pour réaliser une valeur de :

$$m = 0,7$$

par exemple.

*Remarque II.* — Il est intéressant, au point de vue de la vérification expérimentale des déductions théoriques qui précèdent, de pouvoir évaluer :

1° Le coefficient

$$M' = \frac{2g \int_1^0 v dp}{u_1^2} \quad (332)$$

correspondant à la hauteur fournie par la roue seule ;

2° Le coefficient manométrique

$$M_1 = A_1 + B_1 x + C_1 x^2; \quad (333)$$

correspondant au cas d'une pompe qui ne serait munie d'aucun diffuseur et pour laquelle on devrait par conséquent poser

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 2.$$

La valeur du premier coefficient  $M'$  peut être trouvée aisément en faisant appel aux formules (110) et suivantes desquelles on tire successivement :

$$M' = -\frac{2gH'}{u_1^2} - \frac{1}{\zeta_1} \left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2$$

et :

$$M' = A' + B' x + C' x^2$$

avec :

$$A' = 1 - m^2$$

$$B' = 0$$

$$C' = \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) n^2 - \frac{1}{\zeta_1^2}$$

En remplaçant  $n^2$  par sa valeur (321), on trouve :

$$A' = 1 - m^2 \left[ 1 - \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) K'^2 \right] \quad (334)$$

$$B' = -2 \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \frac{k' k''}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') K' \quad (335)$$

$$C' = \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \left( \frac{k' k''}{m \nu} \right)^2 \left[ 1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2 \right] \frac{\sin^2 \beta_1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\varphi^2} \quad (336)$$

En ce qui concerne la valeur de  $M_1$ , il suffit de remplacer  $\frac{1}{\psi^2}$  par 2 dans les formules générales (327), (328) et (329), pour obtenir :

$$A_1 = 1 - m^2 \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 + 1 - K'^2 \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \quad (337)$$

$$B_1 = 2 \left[ - \frac{k' k''}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') \right] \left( \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K') + K' \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right) \quad (338)$$

$$C_1 = - \frac{1}{\varphi^2} - \left( \frac{k' k''}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \right)^2 (1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2) \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \quad (339)$$

Nous appliquerons les formules que nous venons de trouver pour calculer successivement  $M$ ,  $M'$ ,  $M_1$  et en déduire :

$$\tau_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad \text{et} \quad \tau'_i = \frac{1}{2} \frac{M_1}{P} \quad (340)$$

En comparant les résultats fournis par le calcul aux résultats fournis par les expériences sur la pompe du laboratoire, nous en tirerons des déductions extrêmement intéressantes au point de vue de la prédétermination des courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge.

## § 2. — Étude expérimentale des pompes centrifuges à haute pression.

Dans un ouvrage intitulé *Les pompes centrifuges à haute pression* <sup>(1)</sup>, nous avons donné les résultats des expériences que nous avons effectuées, en partie avec le concours des élèves, au laboratoire de mécanique appliquée de l'Université de Liège, de 1910 à 1914.

Nous avons déjà eu l'occasion de faire allusion à ces essais et de donner une courte description de la pompe que nous avions dessinée dès 1909, pour pouvoir étudier systématiquement par la méthode expérimentale, le fonctionnement du type centrifuge à haute pression.

(1) Editeur Béranger, 1921.



Nous donnerons ici un aperçu de ces essais et les principales conclusions que l'on peut en tirer, renvoyant à l'ouvrage complet le lecteur qui voudrait prendre connaissance des tracés des roues et diffuseurs utilisés, ainsi que des courbes expérimentales obtenues pour chacune des combinaisons étudiées.

#### DESCRIPTION DE L'INSTALLATION

L'installation d'essai comportait une pompe spéciale commandée directement par un moteur à courant continu à excitation en dérivation d'un type normal, sans pôles auxiliaires, permettant de faire varier la vitesse de 1200 à 2000 tours par l'introduction de résistances en série avec le moteur ; la puissance de celui-ci pouvait atteindre au maximum 12 chevaux et son rendement avait été établi par nous, avec le plus grand soin, au moyen d'un frein à collier à refroidissement par eau, dont on trouvera le plan et la description dans l'ouvrage relatant les essais.

Nous avons tout d'abord tracé les courbes de la puissance perdue  $N_p$  en fonction de la puissance aux bornes  $N_b$ , pour quatre vitesses de régime : 1420, 1620, 1820, 1920 tours/minute, et nous avons constaté que les points expérimentaux ne s'écartaient pas de plus de 0,03 de cheval-vapeur de la courbe moyenne.

Pour la mesure du débit, nous pouvions disposer d'un bac de jauge à déversoir rectangulaire de largeur  $l$  égale à 302 mm., que nous avions taré par des essais préalables, en utilisant l'eau de la distribution de la ville, passant par un réservoir régulateur de mise en charge.

Le niveau  $h$  au-dessus du seuil était déterminé par un flotteur, soustrait à l'action des remous par une cheminée qui entourait complètement celui-ci et plongeait à une profondeur de 300 mm. en dessous du seuil (fig. 204).

Les expériences pour le tarage du déversoir comportaient la mise en régime, puis la mesure de la quantité d'eau recueillie, après un temps variant de 10 minutes pour les petits débits, à 1 minute pour les plus grands. Le réservoir servant à jauger le débit, faisait corps avec le bac alimentant le déversoir ainsi que le montre la figure 204 ci-contre. Comme pour les expériences destinées à déterminer le rendement du moteur, les plus grands soins furent apportés à la mise en régime ; aussi les points donnant le coefficient de contraction défini par la relation :

$$m = \frac{Q}{2\beta l\sqrt{2g} h^{3/2}} \quad (341)$$

en fonction du niveau  $h$  au-dessus du seuil, ne s'écartaient-ils pas de plus de 1/2 % de la courbe moyenne.



Pour déterminer les pressions nous disposons, de deux manomètres à mercure, l'un en U (fig. 205) pour la mesure des dépressions, l'autre à cuvette (fig. 206) pour la mesure de surpressions.

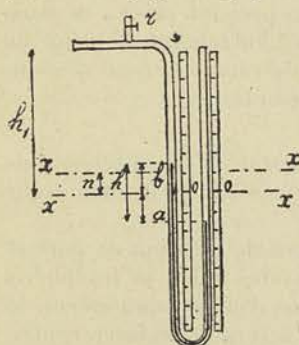


Fig. 205.

Nous avons veillé à ce que les conduits faisant communiquer les manomètres avec les points de raccord à l'enveloppe fussent toujours complètement remplis d'eau : les formules suivantes qui donnent la pression  $p$  en fonction de la lecture  $h$  et de la distance verticale  $n$  du point de raccord au zéro de l'échelle, supposent, en effet, qu'il en est bien ainsi.

Pour le premier manomètre, on peut calculer que :

$$p - p_0 = h \left( \Delta + \frac{\delta}{2} \right) n \delta \quad (342)$$

$h$  étant pris avec le signe  $+$  pour les surpressions, avec le signe  $-$  pour les dépressions,  $p_0$  désignant la pression atmosphérique,  $\Delta$  le poids spécifique du mercure,  $\delta$  le poids spécifique de l'eau.

Pour le second manomètre, on obtient avec les mêmes notations :

$$p - p_0 = (h + 0,132) (\Delta + 47) - n \delta \quad (343)$$

le zéro de l'échelle se trouvant à 0,132 m. du couvercle de la cuvette <sup>(1)</sup>.

Pour déterminer la vitesse de rotation  $N$ , nous utilisons un tachymètre de *Horn* très sensible, que nous avons contrôlé à moins de 1% près.

#### EXPÉRIENCES PRÉALABLES AUX ESSAIS PROPREMENT DITS

En dehors des essais déjà très longs pour déterminer les courbes de rendement du moteur et la courbe du coefficient de contraction de la veine au déversoir, nous avons entrepris préalablement aux essais de rendement, des recherches destinées à déterminer les pertes par fuite aux joints, et les pertes par frottements

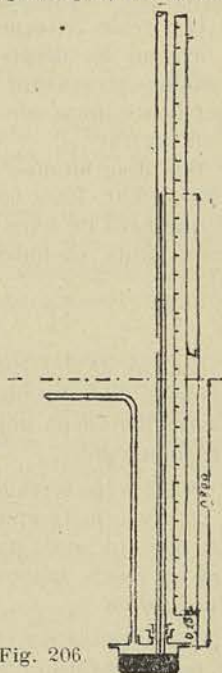


Fig. 206.

(1) La formule est établie en tenant compte de ce que le niveau du mercure descend quand  $h$  grandit ; malgré la grande différence entre la section de la cuvette et celle du tube, la correction n'est pas tout à fait négligeable ; c'est elle qui introduit le facteur  $(\Delta + 47)$  au lieu de  $\Delta$ .

Pour la détermination des pertes par fuite, la roue était bouchée à l'ouïe au moyen d'un tampon de caoutchouc approprié, et à la périphérie au moyen d'un cercle couvrant complètement l'aubage ; nous avons mis en relation la volute avec l'eau sous pression prise à la canalisation de distribution d'eau de la ville, et entraînant la roue au moyen du moteur, à une vitesse de régime déterminée, nous pesions l'eau sortant par l'un des joints, celui du côté ouïe.

Ces essais nous ont fait voir :

1° Que la loi de variation du débit en fonction de la différence de pression de part et d'autre du joint, était sensiblement la même que la roue soit en mouvement ou en repos ;

2° Qu'il ne fallait pas confondre la différence de pression de part et d'autre du joint, avec la différence des pressions entre la périphérie de la roue et l'ouïe de celle-ci, *lorsque la roue était en mouvement*, la première étant toujours moindre du fait de l'action de la force centrifuge sur la masse d'eau entraînée par la roue ;

3° Qu'à partir d'une certaine différence de pression, le débit variait *proportionnellement à cette différence et non à la racine carrée de cette différence*, tout au moins dans des limites de vitesse atteintes, inférieures à la vitesse critique.

4° Que les débits observés malgré l'utilisation d'un joint à double canelure présentant un jeu très faible de 0,25 mm., étaient de 1 3/4 m<sup>3</sup> par heure, pour une différence de pression de part et d'autre du joint de 1 kg/cm<sup>2</sup>.

Des diagrammes tracés pour les quatre vitesses de régime, 1420, 1620, 1820, 1920 tours/minute, nous en avons déduit des tableaux permettant de fixer la valeur de la fuite totale  $f$  pour l'ensemble des deux joints, en fonction des différences de pression :

$$(p_1 - p_0).$$

En vue de déterminer la puissance  $N_0$  absorbée par les frottements externes, nous avons effectué un grand nombre d'expériences, rendues particulièrement délicates par le fait de la variation de la résistance des bourrages :

1° Avec le serrage des presse-étoupes ;

2° Avec la température du suif imprégnant la corde de bourrage. En opérant avec méthode et en répétant un très grand nombre de fois les essais, nous avons pu déterminer *pour des conditions normales d'utilisation* :

1° La puissance absorbée pour entraîner l'arbre dans ses paliers et bourrages que nous avons désignée par  $N''_f$  (la puissance absorbée par le frottement de la roue dans l'air pouvant être négligée dans les limites des vitesses périphériques réalisées) ;

2° La puissance absorbée par le frottement des flasques dans l'eau, que nous avons désignée par  $N'_f$ .

La valeur de  $k$  de la formule (128) s'est trouvée égale à 0,000120, plus faible que celle indiquée par *Unwin* ; cette valeur ne peut être considérée comme valable que pour des flasques entièrement parachevées et polies, et pour autant que l'on tienne compte explicitement de l'épaisseur  $l$  des flasques dont l'influence est loin d'être négligeable, puisque le terme qui exprime la puissance absorbée par le frottement des deux couronnes d'épaisseur  $l$ , a pour valeur :

$$N'_{f'} = \frac{2\pi}{75} \delta k u_1^3 r_1 l \quad (344)$$

En ce qui concerne le coefficient  $K$  de la formule (169), nous avons déduit des chiffres relevés, la valeur assez élevée de :

$$K = 850.$$

En vue de pouvoir vérifier lors des essais proprement dits, si la puissance absorbée par les frottements externes n'avait pas varié sensiblement entre deux essais, nous avons relevé la courbe de puissance absorbée en fonction du nombre de tours: *la vanne étant fermée, le débit était dans ces conditions réduit au débit  $f$  des fuites*. Nous avons trouvé pour  $N_e$  une valeur telle que :

$$N_e = (N_i + N_o) + N'''_f \quad (345)$$

$N_i$  désignant la puissance absorbée par la roue, pour le débit  $f$ ,  $N_o$  la puissance absorbée par les frottements externes, calculée avec les formules et les coefficients  $k$  et  $K$  indiqués ci-dessus.

Ainsi, la puissance réellement absorbée par la roue, *lorsque l'aubage n'est pas obturé à la périphérie*, est plus élevée que la puissance théoriquement nécessaire pour mettre en mouvement le débit d'eau correspondant aux fuites, augmentée de la puissance absorbée par les frottements externes.

La différence des deux valeurs que nous représentons par  $N'''_f$ , croît sensiblement comme le cube de la vitesse périphérique, et est de la même importance que  $N'_f$  pour le fonctionnement avec diffuseur sans aubes. (Pour le fonctionnement avec diffuseur à aubes, lorsque le jeu compris entre l'aubage de la roue et l'aubage du diffuseur descend à 2½ mm., ce terme  $N'''_f$  atteint 1,5  $N'_f$  et plus.) Ce fait s'explique par l'accroissement du couple résistant résultant des remous qui se forment sous les aubes, lors du fonctionnement aux faibles débits.

La perturbation qui provoque cet accroissement doit toutefois aller s'atténuant à mesure que le débit croît et que la vitesse  $w_1$  de sortie se rapproche de la vitesse que nous pourrions appeler *vitesse de synchronisme*, pour laquelle la direction de la vitesse absolue  $c_1$  coïncide avec la direction du premier élément de l'aube du diffuseur. Il résulte de cette considération que, dans la région d'utilisation normale de la pompe, on peut, sans faire d'erreur, évaluer la puissance indiquée  $N_i$

en déduisant de la puissance effective  $N_e$  la valeur de  $N_0$  calculée au moyen des coefficients expérimentaux indiqués ci-dessus, pour *autant toutefois que la résistance des bourrages reste normale.*

#### ESSAIS PROPREMENT DITS

Ces essais ont porté sur deux roues de 0,200 m. de diamètre, 0,010 m. de largeur, l'une ayant un angle de sortie  $\beta_1$  mesuré sur l'aube, de (180°-30°) pour l'une, que nous désignons sous le n° 1, l'autre, que nous désignons sous le n° 3 ayant un angle de sortie de (180°-60°). Ces roues, dont la première possédait 8 aubes et la seconde 10 aubes, ont été transformées par la suite en vue d'effectuer des essais comparatifs avec :

- 16 aubes pour la première ;
- 20 aubes pour la seconde.

Nous avons désigné la roue à 16 aubes sous le n° 6 et la roue à 20 aubes sous le n° 5.

Les aubes supplémentaires que nous avons introduites en sciant les flasques et en glissant des lames de laiton de 2 ½ mm. d'épaisseur et de 20 mm. de largeur, étaient relativement trop courtes pour qu'il soit possible de déduire des conclusions utiles *au point de vue du nombre d'aubes le plus favorable* ; mais le but de ces recherches était avant tout de vérifier si, par un accroissement du nombre d'aubes, l'angle de sortie réel des filets fluides se rapprochait de l'angle mesuré sur le tracé, et à ce point de vue, nous avons pu tirer des essais des conclusions très intéressantes.

#### PREMIÈRE SÉRIE D'ESSAIS

Une première série d'essais a été entreprise dans le but de *vérifier si les coefficients M et P étaient bien des fonctions de  $x$  indépendantes du nombre de tours.*

Nous avons utilisé à cette fin la roue n° 1, et les différents diffuseurs dont nous disposions.

Ceux-ci étaient au nombre de quatre :

- a) Le diffuseur n° 1, étudié planche XI, et représenté figure 162, planche VI, dont l'angle d'entrée  $\alpha_1$  est de 9° ;
- b) Le diffuseur n° 2 obtenu en amincissant les aubes du diffuseur n° 1, *sans modifier l'angle de la face convexe* ;
- c) Le diffuseur n° 3, réalisé d'après un mode de tracé analogue à celui proposé pour les aubes directrices des turbines hydrauliques, avec angle d'entrée  $\alpha_1$  de 5° seulement ;
- d) Le diffuseur n° 4, obtenu en recoupant l'aubage du diffuseur n° 2 de façon à porter le diamètre intérieur de 206 mm. à 210 mm. ;
- e) Le diffuseur n° 0 sans aubes, constitué simplement par deux couronnes lisses distantes de 10 mm. l'une de l'autre.

Les essais ont été conduits de la manière suivante :

La pompe était mise en régime à la vitesse adoptée pour l'essai, avec un débit relativement faible. Après une heure de fonctionnement au moins, à ce régime, le débit extérieur était ramené à zéro, en fermant la vanne de refoulement. Le rhéostat était ensuite réglé de manière à maintenir la vitesse du groupe à une valeur aussi voisine que possible de la vitesse choisie, et après dix minutes de fonctionnement, des lectures étaient faites simultanément :

a) A l'ampèremètre et au voltmètre pour déterminer la puissance  $N_b$  aux bornes du moteur ;

b) Au tachymètre, pour déterminer le nombre de tours  $N$  de la pompe ;

c) Aux manomètres, pour déterminer les pressions  $p_e, p_o, p_1, p_2, p_s$  respectivement à l'entrée de la pompe, à l'entrée de la roue, à la sortie de la roue, à la sortie du diffuseur et enfin, à la sortie de la pompe ;

d) Au flotteur (tout au moins pour les expériences autres que la première) de manière à déterminer l'épaisseur  $h$  de la veine au déversoir et à en déduire le débit.

Ces lectures étaient répétées à deux minutes d'intervalle pour contrôler éventuellement les premières, et les résultats étaient établis en adoptant la moyenne des deux valeurs relevées à chacun des instruments de mesure.

En ouvrant progressivement la vanne  $v$  (fig. 204) et en maintenant un intervalle de dix minutes entre deux expériences de façon à assurer la mise en régime du moteur pour les charges successives, nous parvenions à réaliser dans le cours d'un essai, 8 à 10 valeurs du débit extérieur depuis la valeur nulle jusqu'à la valeur maximum que permettait de mesurer notre bac de jauge.

Des moyennes établies pour chacune des expériences, nous déduisons :

1° Le débit extérieur  $Q'$ , et en fonction de la différence des pressions ( $p_1 - p_o$ ), la valeur des fuites  $f$  puis du débit de la roue  $Q$  :

$$Q = Q' + f$$

2° La puissance  $N_b$  et, au moyen des courbes donnant la puissance perdue  $N_p$  du moteur, la puissance sur l'axe  $N_e$  :

$$N_e = N_b - N_p ;$$

3° La hauteur manométrique  $H'_1$  correspondant à la différence des pressions entre l'entrée de la roue et la sortie de la volute, puis la hauteur  $H'_2$  correspondant à la différence des pressions entre l'entrée et la sortie de la roue :

$$H'_1 = v (p_s - p_o) \quad (346) \quad H'_2 = v (p_1 - p_o) \quad (347)$$

En utilisant les tables dressées d'après les résultats d'expériences relatées plus haut, pour la détermination de  $N_0$ , nous calculons ensuite les valeurs de  $N_i$  puis de  $T_i$  :

$$N_i = N_e - N_0 \qquad T_i = \frac{75 N_i}{\delta Q}$$

Enfin, du nombre de tours  $N$  moyen, relevé pour chacune des expériences, nous pouvons déduire  $u_1$  puis  $u_1^2$  et enfin :

$$M_1 = \frac{2 g H_1'}{u_1^2} \qquad M_2 = \frac{2 g H_2'}{u_1^2}$$

$$P = \frac{g T_i}{u_1^2}$$

Pour fixer la valeur réelle du coefficient de débit correspondant à chacune des expériences effectuées, il eut fallu connaître le coefficient de contraction  $k''$  de la formule (266), de même que la vraie valeur  $\beta_1$  de l'angle de sortie des filets fluides. *En l'absence de tout dispositif expérimental permettant de déterminer ces deux facteurs, nous avons tracé tous les diagrammes en fonction des valeurs apparentes de  $x$ .* Ces valeurs, nous les avons déduites de la relation (266) en supposant :

- a)  $k'' = 1$  ;
- b)  $\beta_1$  angle réel des filets fluides égal à l'angle  $\beta_1$  mesuré sur l'aube :

$$x = \frac{Q}{2 \pi r_1 l_1 k' \sin \beta_1 u_1} \qquad (348)$$

Nous montrerons à la fin de cet exposé comment nous avons pu déterminer les valeurs de  $k''$  et  $\beta_1$  réel pour les deux roues étudiées. Il importe de faire ressortir dès maintenant que la valeur  $M_1$  définie par la relation ci-dessus ne diffère de la valeur du coefficient manométrique  $M$  calculée en partant des relations :

$$M = \frac{2 g H'}{u_1^2}, \quad H' = v (p_s - p_0) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_0^2),$$

que par un terme fonction de  $x$ , facile à calculer. C'est pour réduire l'importance des calculs que nous avons été amené à déduire directement des chiffres observés :

$$H'_1 = v (p_s - p_0)$$

et non  $H'$  ; mais nous avons eu soin dans l'évaluation finale du rendement indiqué, de distinguer  $M$  de  $M_1$ .



Désignons par  $\sigma_0$  et  $\sigma_s$  les sections à l'ouïe en 0 et à la sortie de la volute en s ; nous pourrons calculer :

$$c_0 = \frac{Q}{\sigma_0} \qquad c_s = \frac{Q'}{\sigma_0} = \frac{Q}{\sigma_0}$$

en négligeant ici la différence entre Q et Q'.

En fonction de ces sections, nous déduirons immédiatement :

$$\frac{1}{u_1^2} (c_s^2 - c_0^2) = (2 \pi r_1 l_1 k' \sin \beta_1)^2 x^2 \left[ \left( \frac{1}{\sigma_s} \right)^2 - \left( \frac{1}{\sigma_0} \right)^2 \right] = K' x^2 \quad (349)$$

terme qui ne dépend, comme on le voit que des proportions et de  $x^2$ .

En se reportant aux relations qui donnent  $M_1$  et M, nous voyons que l'on peut écrire :

$$M = M_1 + K' x^2,$$

K' étant négatif dans notre exemple.

Nous avons tracé les courbes caractéristiques donnant  $M_1$  et  $M_2$  puis P, en fonction de  $x$  pour les différentes vitesses de régime

1420,                  1620,                  1820,                  1920

et cela pour les 5 diffuseurs dont nous disposions.

Nous avons obtenu pour  $M_1$  et  $M_2$  des courbes différentes suivant le diffuseur employé, *mais les quatre courbes obtenues pour un même diffuseur, aux quatre vitesses de régime adoptées, étaient absolument superposables*. En groupant sur un seul diagramme tous les points obtenus pour un même diffuseur, on peut se rendre compte qu'aucun point ne s'écarte de la courbe moyenne de plus de 2 % en plus ou en moins.

Ces écarts de 2 % doivent être attribués non à des erreurs d'expériences, mais à des perturbations qui se produisent dans l'écoulement à travers les canaux de la roue et du diffuseur, pour des causes infimes, et qui modifient légèrement et momentanément les conditions de fonctionnement : on peut dire, en d'autres termes, que le régime d'écoulement varie à tout instant tout en se maintenant autour d'un régime moyen, et les courbes caractéristiques que nous avons tracées (fig. 207) se rapportent à ce régime moyen. Les courbes pointillées donnent les valeurs de  $M_2$  celles en traits pleins les valeurs de  $M_1$  pour les diffuseurs n° 0, 1, 3.

Les derniers points expérimentaux obtenus ne dépassent pas toutefois l'abscisse  $x = 0,45$ , le bac de jauge et le moteur ne permettant de pousser le débit au delà d'une certaine valeur correspondant à cette limite de  $x$ .

Nous avons néanmoins prolongé la courbe correspondant au diffuseur sans aubes, jusqu'à l'axe des  $x$ , bien que cette extrapolation

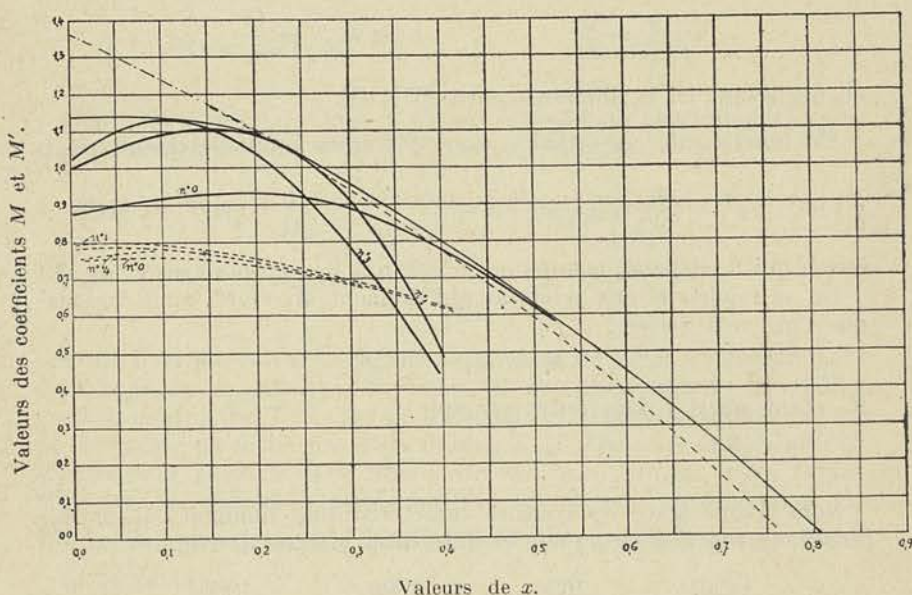


Fig. 207.

puisse se faire qu'avec une certaine réserve. Nous nous sommes aidé de la courbe du rendement indiqué à laquelle nous avons supposé une allure progressivement décroissante. La courbe enveloppe des courbes obtenues avec les différents diffuseurs, que nous avons tracée en trait plein, correspond à celle qui serait relevée expérimentalement si la pompe était munie d'un diffuseur dont les aubes seraient orientables avec le débit.

Cette courbe enveloppe à son point de tangence :

- 1° Avec la courbe n° 1 pour l'abscisse  $x = 0,220$  ;
- 2° Avec la courbe n° 3 pour l'abscisse  $x = 0,125$ .

Il est logique d'admettre que c'est pour ces *valeurs particulières de  $x$*  que la vitesse absolue de sortie est tangente respectivement au premier élément du diffuseur n° 1 et au premier élément du diffuseur n° 3.

La courbe pointillée donne les valeurs du coefficient  $M$ , la distance verticale entre cette courbe et la courbe enveloppe, correspondant au terme  $K'x^2$  de la formule (349). On peut remarquer que, pour  $x$  plus grand que 0,40 ou 0,45, le diffuseur à aubes ne présente plus d'avantages sur le diffuseur sans aubes, au point de vue de la valeur du coefficient manométrique ; parlant, l'emploi du premier ne se justifie que pour les

*pompes fonctionnant normalement avec des valeurs apparentes de  $x$  comprises entre 0,15 et 0,30, c'est-à-dire pour les pompes à haute pression proprement dites.*

Pour nous rendre compte de l'influence de la distance comprise entre les aubes de la roue et les aubes du diffuseur, nous avons reporté sur une seule figure (fig. 208) les courbes des coefficients manométriques obtenues pour les diffuseurs n° 0, n° 1, n° 2 et n° 4.

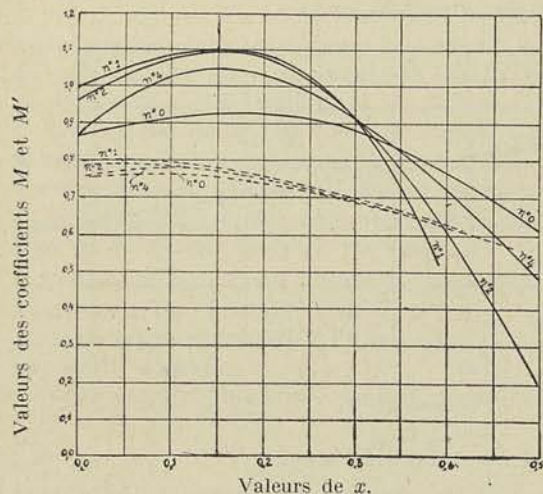


Fig. 208.

on constate une chute du coefficient manométrique de 5 à 6% pour les valeurs de  $x$  voisines de 0,2 ;

3° Qu'il existe une valeur de  $x$  (0,32 pour notre cas) à partir de laquelle la présence des aubes a pour effet de diminuer le coefficient manométrique, partant la hauteur de refoulement et le rendement.

Il y a lieu d'ajouter qu'il est d'autant plus difficile d'empêcher le ronflement de la pompe que la distance entre les deux aubages est plus faible ; avec les aubes non amincies à l'extrémité, il serait à peu près impossible de descendre en dessous de 2 mm.

Pour pouvoir ramener cette distance à 1/2 mm. et même 1 mm., il est nécessaire d'amincir les aubes de la roue de façon à ne pas dépasser une épaisseur de 1 ou 2 mm. à l'extrémité.

En ce qui concerne le coefficient de puissance  $P$ , on ne peut pas conclure aussi nettement que les courbes sont absolument indépendantes du nombre de tours ; on pourrait, semble-t-il, pour une série de vitesses de régime différentes l'une de l'autre, tracer une série de courbes parallèles très voisines l'une de l'autre ; ce qu'il est possible d'affirmer en tout cas, c'est que le coefficient de puissance est une fonction linéaire du coefficient de débit  $x$ .

triangles obtenues pour les diffuseurs n° 0, n° 1, n° 2 et n° 4. On voit nettement :

1° Qu'à mesure que la distance comprise entre les aubes fixes et les aubes mobiles augmente, le coefficient manométrique diminue et la courbe de variation de celui-ci en fonction de  $x$  se rapproche de celle trouvée pour le diffuseur sans aubes ;

2° Qu'en passant d'une distance de 3 mm. (courbe n° 2) à 5 mm. (courbe n° 4),

*Ce fait capital pour la justification de la théorie que nous avons exposée, ne saurait être mis en doute* : nous reproduisons en vue de justifier cette manière de voir, les points obtenus pour les diffuseurs n° 0, n° 2, n° 3 et n° 4 (fig. 209 à 212) dans les expériences à 1620 et 1920 tours/minute, les points marqués d'une croix correspondant à la première vitesse, les points marqués d'un cercle, à la seconde.

Roue n° 1. Diffuseur n° 0.

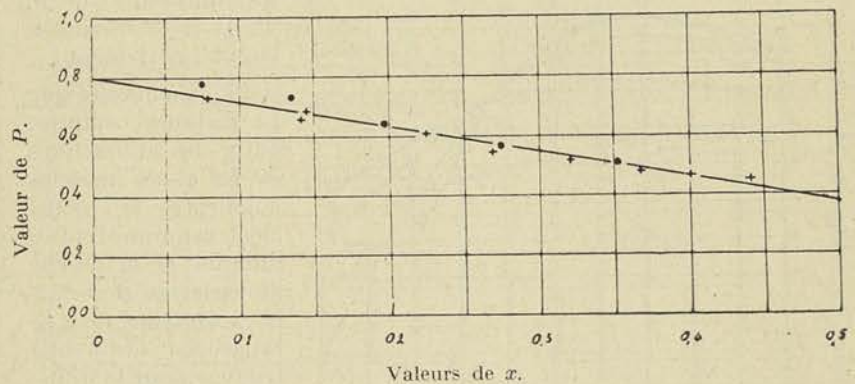


Fig. 209.

Nous ajouterons, pour que ces diagrammes prennent toute leur signification, que nous n'avons supprimé dans aucun cas et sous aucun prétexte, aucun des points obtenus au cours des expériences.

Roue n° 1. Diffuseur n° 2,

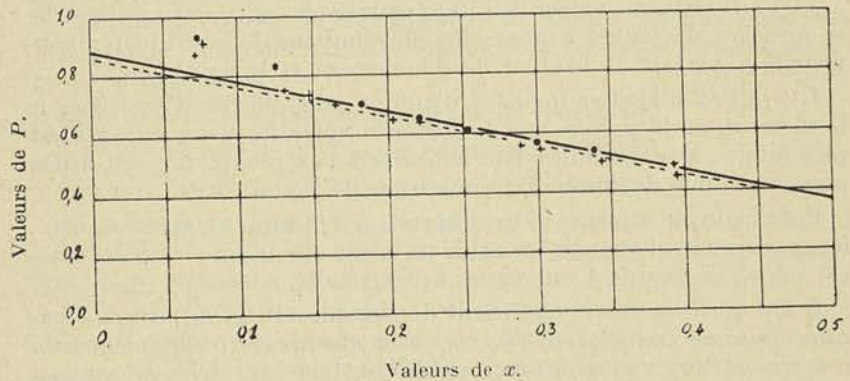


Fig. 210.

Si, avec les diffuseurs n° 2 et 3 (fig. 210 et 211), les points obtenus pour les faibles valeurs de  $x$  s'écartent davantage de la courbe moyenne,

cela tient à ce que, aux faibles débits et plus particulièrement avec un diffuseur dont l'aubage est très rapproché de celui de la roue, la puissance absorbée est plus élevée que  $(N_i + N_o)$ , ainsi que nous avons pu l'observer directement pour le débit nul : comme il est impossible d'évaluer la puissance supplémentaire absorbée, la puissance indiquée  $N_i$  calculée par la formule :

$$N_i = N_e - N_o$$

est nécessairement trop élevée et l'écart est d'autant plus grand que les remous sont plus importants et que l'écart entre la valeur de  $x$  et la valeur de  $x_1$  correspondant au synchronisme, est plus grand.

Nous avons tracé (fig. 213) la courbe moyenne 1 obtenue expérimentalement pour P avec la roue n° 1 et le diffuseur n° 0 ; en introduisant dans la formule théorique les valeurs des coefficients  $m$ ,  $n$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_o$ , propres à cette roue, nous avons calculé les valeurs P en fonction de  $x$  (courbe 2). Nous voyons :

1° Que la droite qui fournit les valeurs de P est plus inclinée sur l'axe des  $x$  que la droite théorique ;

2° Que son ordonnée à l'origine est plus grande que celle fournie par cette dernière.

Nous verrons plus loin comment ces anomalies peuvent s'expliquer.

#### DEUXIÈME SÉRIE D'ESSAIS

Nous avons entrepris une deuxième série d'essais en vue de rechercher l'influence sur les courbes caractéristiques d'un distributeur placé à l'entrée de l'aubage mobile.

Roue n° 1. Diffuseur n° 3.

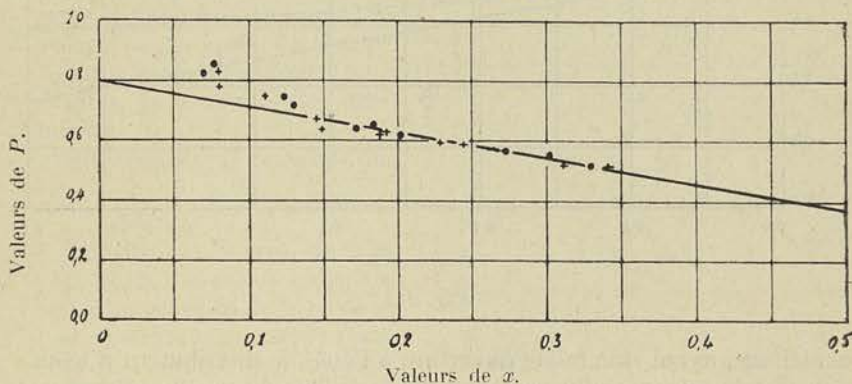


Fig. 211.

Nous avons particulièrement en vue, en utilisant un distributeur, de nous rendre compte de l'influence sur les courbes caractéristiques

de l'angle  $\alpha_0$  des filets à l'entrée que, dans la théorie générale, nous supposons variable avec  $x$ . Ce distributeur était constitué par 8 aubes

Roue n° 1. Diffuseur n° 4.

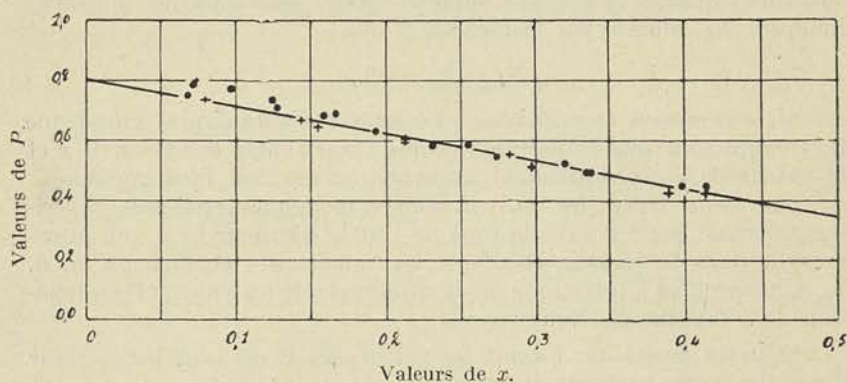


Fig. 212.

radiales dont les extrémités amincies se trouvaient à 46 mm. de l'axe, portant à 4 mm. la distance radiale de l'aubage mobile à l'aubange fixe.

Ces essais ont montré qu'ainsi constitué, et pour des roues du type

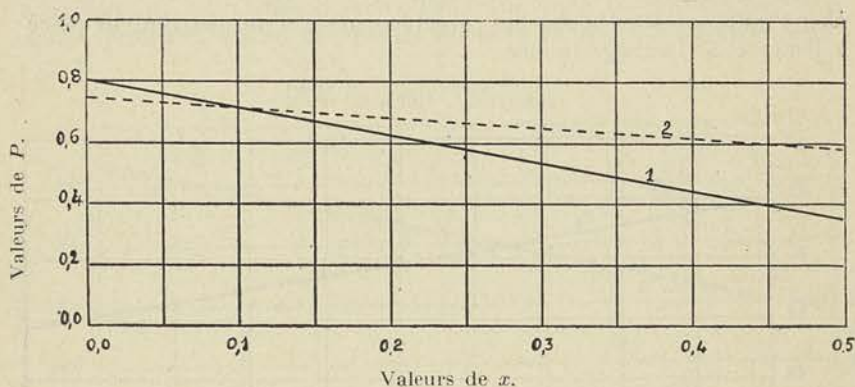


Fig. 213.

centrifuge, ayant une faible ouverture à l'ouïe, le distributeur n'avait à peu près aucune influence tant sur la valeur du coefficient manométrique que sur le coefficient de puissance.

Ce résultat à première vue inattendu, est dû à ce que les aubes distributrices distantes de 4 mm. des aubes mobiles, n'empêchaient

pas les filets de s'incliner à l'entrée de l'aubage pour donner un angle d'entrée dans la roue voisine de l'angle  $\beta_0$  ; l'entraînement des filets dans le sens de la rotation provoque toutefois lorsqu'il y a un distributeur, une contraction de la veine de nature à réduire le rendement, en augmentant la perte de charge à l'ouïe, ainsi que nous avons pu l'établir expérimentalement.

La figure 214 donne les courbes I et III obtenues en portant en abscisse la vitesse atteinte par le fluide dans le plan de l'ouïe de la roue, et en ordonnées les valeurs exprimées en m. d'eau de :

$$v(p_3 - p') \quad \text{(courbe I)}$$

$$v(p_3 - p_0) \quad \text{(courbe III)}$$

$p'$  désignant la pression absolue relevée dans la section d'entrée de la roue,  $p_0$  la pression absolue relevée à l'entrée de l'aubage mobile,  $p_3$  la pression absolue relevée à l'entrée du tuyau d'aspiration.

En calculant le terme  $\frac{1}{2g}(c'^2 - c_3^2)$ , et en traçant la courbe donnant cette valeur en fonction de la vitesse  $c'$ , nous avons pu déterminer pour chacune des valeurs de celle-ci, la différence des ordonnées des courbes I et 1; cette différence représente la valeur de la perte de charge  $T_1$  dans le tuyau d'aspiration, d'après la formule de *Bernouilli*.

En traçant la courbe du terme  $\frac{1}{2g}(k c'^2 - c_3^2)$ ,  $k$  étant un coefficient voisin de 1,5 pour tenir compte de ce qu'au cours de cet essai, le tube destiné à relever la pression à l'entrée de l'aubage était orienté dans la direction du flux, nous obtiendrons de la même manière la valeur du terme  $T_1$  correspondant à la perte dans le tuyau d'aspiration et le distributeur.

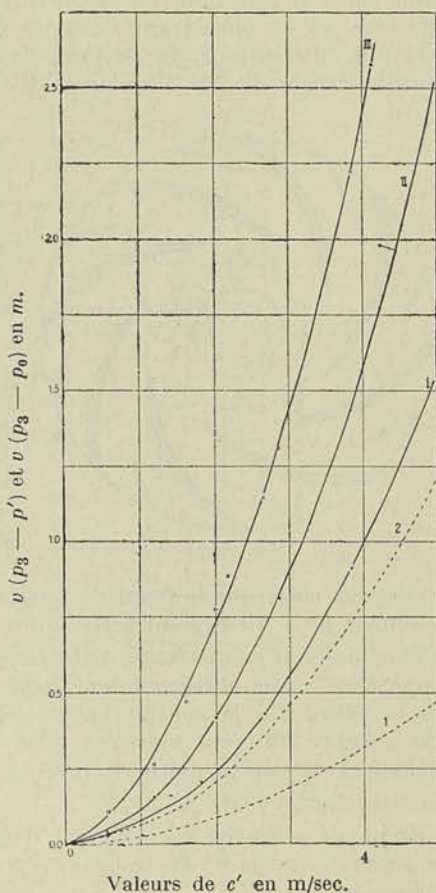


Fig. 214.

La courbe (2) donne approximativement la valeur de ce terme; on peut donc conclure qu'avec un distributeur, cette perte atteint pour une vitesse de 4 m/sec. à l'ouïe, 2,40 m. environ.

On voit qu'il convient de limiter la vitesse à l'ouïe à une valeur assez faible particulièrement lorsque la pompe doit fonctionner avec de fortes hauteurs d'aspiration.

### TROISIÈME SÉRIE D'ESSAIS

Pour nous rendre compte de l'influence du nombre d'aubes, nous avons porté celui-ci de 8 à 16 pour la roue n° 1, en allongeant les aubes principales de  $2\frac{1}{2}$  mm. de façon à réaliser un diamètre d'aubage de 205 mm. et en encastrant dans les flasques des lames de laiton de  $2\frac{1}{2}$  mm. d'épaisseur, de 30 mm. de longueur, orientées de façon à fournir l'angle de  $30^\circ$  à l'extrémité (fig. 215).

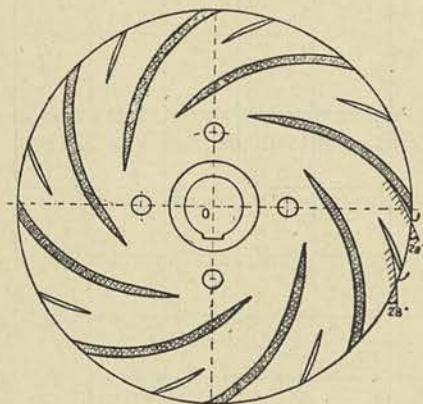


Fig. 215.

Nous avons opéré successivement avec le diffuseur n° 0 et le diffuseur n° 4. Les résultats sont donnés figure 216, les courbes obtenues pour le coefficient  $M_1$  étant tracées en trait fin, celles obtenues pour le coefficient  $M_1$  en trait pointillé.

La courbe portant le n° 2 correspond à la courbe enveloppe; la courbe n° II donne le coefficient manométrique  $M$ . Cette dernière a été obtenue en soustrayant des ordonnées de la courbe enveloppe le terme  $K'x$  dont nous avons établi la valeur (formule 349).

On peut noter que le point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe n° 4 correspond cette fois à l'abscisse  $x = 0,255$ .

Pour pouvoir comparer les valeurs de  $M$  fournies par la courbe enveloppe avec celles correspondant à la roue n° 1, nous avons reporté sur la figure 216 la courbe enveloppe obtenue avec la roue n° 1, tracée figure 207, puis nous en avons déduit la courbe des valeurs du coefficient  $M$  par la méthode indiquée ci-dessus.

Cette courbe porte le n° I.

En ce qui concerne le coefficient  $P$ , sa valeur est donnée en fonction de  $x$  par la courbe n° II'' pour la roue n° 6, par la courbe n° I'' pour la roue n° 1.

En traçant les courbes du rendement indiqué on peut se rendre compte que l'augmentation du nombre d'aubes dans les conditions



où nous l'avons réalisée, ne conduit pas à un accroissement du rendement.

En calculant, en effet :

$$\gamma_{ii} = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

nous avons trouvé pour la première 0,88 et pour la seconde 0,85.

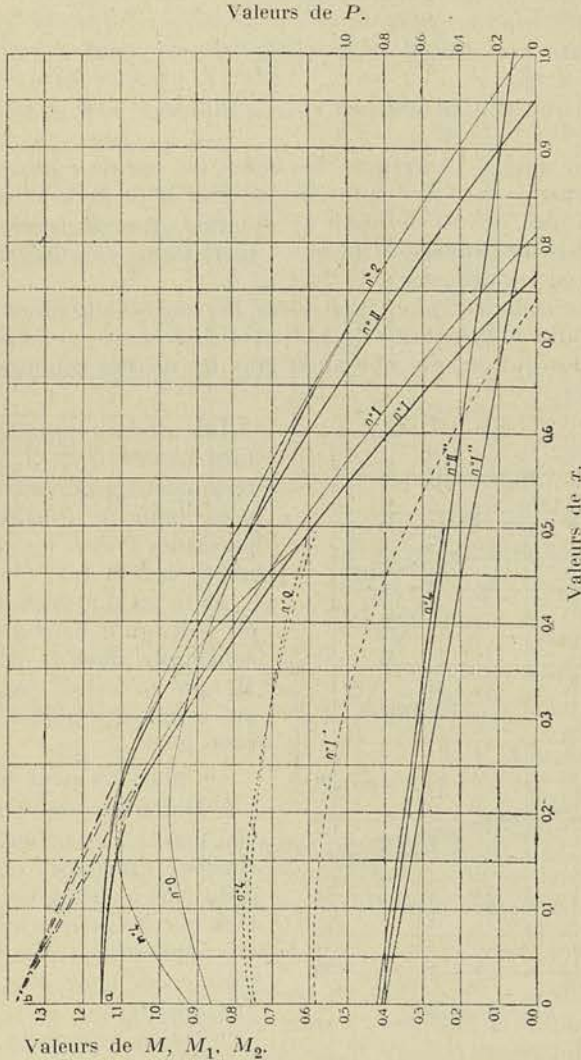


Fig. 216.

Nous chercherons à expliquer, dans le paragraphe consacré à l'analyse mathématique des résultats obtenus, les faits que nous venons d'indiquer.

QUATRIÈME SÉRIE D'ESSAIS

Cette quatrième série d'essais a été entreprise avec la roue n° 3 de 205 mm. de diamètre, présentant les mêmes coefficients de proportionnalité :

$$m \text{ et } \nu,$$

mais construite avec l'angle de sortie  $\beta_1 = 180^\circ - 60^\circ$  et un nombre d'aubes égal à 10.

Nous avons opéré tout d'abord avec le diffuseur n° 0 et le diffuseur n° 4.

Après avoir aminci l'extrémité des aubes en vue de rendre possible le fonctionnement avec les diffuseurs n° 2 et n° 3 (le diamètre intérieur de l'aubage de ces derniers ne différant que de 1mm. du diamètre extérieur de l'aubage de la roue), nous avons exécuté également des essais avec les diffuseurs n° 2 et n° 3.

Nous donnons figure 217 en trait plein, les courbes obtenues pour  $M_1$  avec chacun des diffuseurs n° 0, 2, 3, et 4 ; les courbes en trait pointillé sont celles qui ont été obtenues dans les mêmes conditions pour représenter  $M_2$ .

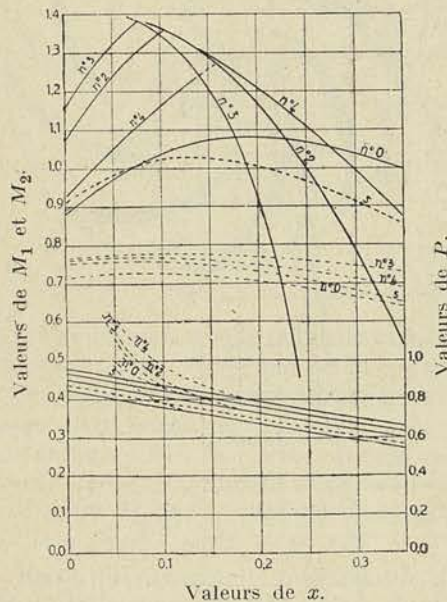


Fig. 217.

lait, pendant les essais, la présence de remous violents à l'intérieur de la pompe ;

Les droites parallèles portant les nos 0, 2, 3 et 4 correspondent aux valeurs trouvées pour le coefficient de puissance P avec les diffuseurs nos 0, 2, 3 et 4.

Avec les diffuseurs à aubes, on voit qu'il existe une discontinuité dans la courbe de  $M_1$  qui ne s'était pas révélée au cours des essais sur la roue n°1.

De plus, on peut noter :

1° Qu'en dessous de  $x=0,14$  les points s'écartent de la courbe moyenne avec les diffuseurs à aubes, de  $\pm 5\%$  bien que les mêmes soins aient été apportés pour la mise en régime et pour les lectures aux appareils ;

2° Qu'en dessous de  $x=0,14$  un bruit caractéristique révé-

3° Qu'à partir de  $x = 0,10$  les points qui donnent les valeurs de P se groupent nettement sur une ligne droite, celle-ci ayant toutefois une ordonnée à l'origine différente suivant le diffuseur utilisé.

Nous donnons à titre d'exemple les points relevés expérimentalement avec la roue n° 3 et les diffuseurs n° 0 et n° 4 pour des vitesses de rotation de 1420 tours et de 1920 tours (fig. 218 et 219).

Nous n'avons distingué les points obtenus dans les essais à 1420 de ceux correspondant à 1920, que pour la valeur du coefficient P : nous avons adopté un cercle blanc pour ceux fournis à 1420 et un cercle noir pour ceux obtenus à 1920.

Roue n° 3. Diffuseur n° 0.

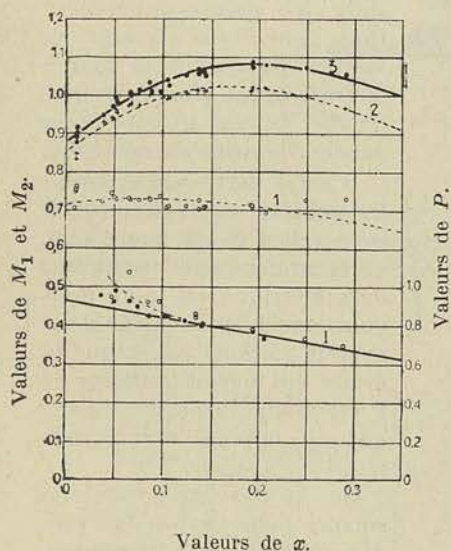


Fig. 218.

Roue n° 3. Diffuseur n° 4.

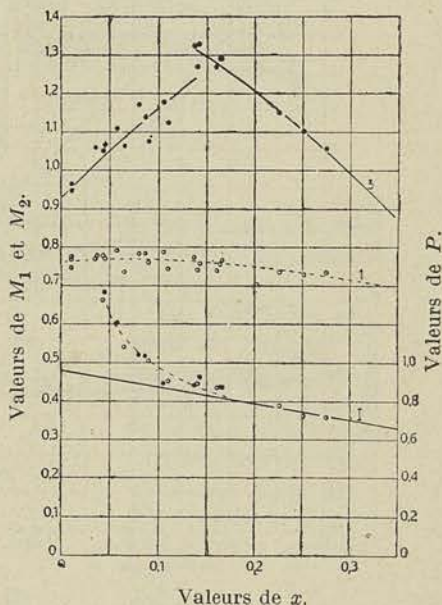


Fig. 219.

En examinant les courbes moyennes de la figure 217, on remarque que le coefficient  $M_1$  diminue très rapidement lorsque la distance entre l'aubage mobile et l'aubage fixe du diffuseur augmente ; quand cette distance passe de  $\frac{1}{2}$  mm. (courbe n° 2) à  $2 \frac{1}{2}$  mm. (courbe n° 4), le coefficient manométrique diminue de 14% pour  $x = 0$ , 13½% pour  $x = 0,10$  ; il n'y a égalité que pour  $x = 0,16$  et la différence entre la valeur maximum atteinte dans l'un et l'autre cas, est de 6%. Quant à la puissance absorbée, elle diminue sensiblement pour une même valeur de  $x$  lors qu'on passe d'une roue et d'un diffuseur à aubes non

amincies (courbe n° 4) à une roue et un diffuseur à aubes amincies à l'extrémité (courbe n° 2).

CINQUIÈME SÉRIE D'ESSAIS

En vue de mettre en relief l'influence du nombre d'aubes sur les courbes caractéristiques, nous avons entrepris une nouvelle série d'essais avec la roue n° 5 obtenue en portant le nombre d'aubes de la roue n° 3 de 10 à 20, et en utilisant les diffuseurs n° 0 et n° 3.

Les courbes en trait fort (fig. 220) donnent les valeurs relevées pour  $M_1$ , les droites n° 2 et n° 3 les valeurs relevées pour  $P$ .

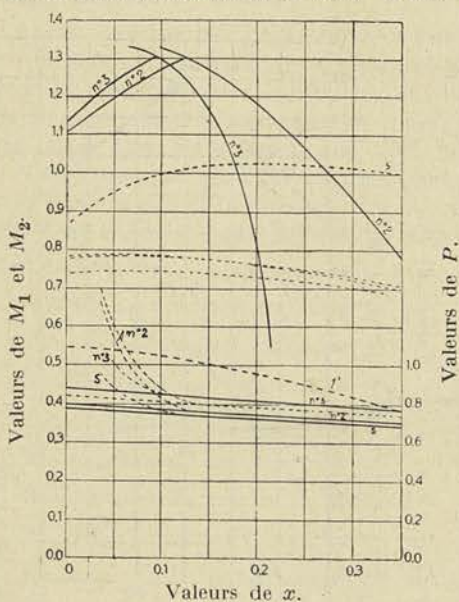


Fig. 220.

On constate, lorsqu'on consulte les points expérimentaux, que ceux fixant les valeurs du coefficient manométrique sont plus irréguliers qu'avec la roue n° 3 pour les valeurs de  $x$  supérieures à 0,1.

D'autre part, en comparant les courbes de la figure 220 avec celles de la figure 217, on constate que le coefficient manométrique est plus petit pour une même valeur de  $x$  avec la roue n° 5, et que la droite qui fournit la valeur de  $P$  est moins inclinée sur l'axe que celle obtenue avec la roue n° 3 à 10 aubes.

On peut donc conclure, comme nous l'avons fait précédemment, que l'accroissement du nombre d'aubes (tout au moins d'aubes courtes

réalisées dans les conditions que nous avons dites) n'est pas favorable, ni au point de vue du coefficient manométrique, ni au point de vue du rendement.

*Remarque I.* — Nous avons exécuté d'autres essais sur lesquels il nous est impossible d'insister dans cet ouvrage ; notamment :

- 1° Pour déterminer la pression réelle à la sortie de la roue ;
- 2° Pour déterminer la répartition des pressions dans la diffuseur.

Nous avons utilisé à cette fin un tube recourbé de 2 mm. de diamètre bouché à l'extrémité et percé d'une ouverture de  $\frac{1}{2}$  mm. orientée perpendiculairement au courant, tube que nous pouvions

déplacer en rotation de l'extérieur (fig. 222). Pour rechercher la répartition des pressions entre deux aubes du diffuseur nous avons employé un robinet spécial (fig. 221) qui par sa rotation, permettait d'établir une communication entre le manomètre et les ouvertures percées dans la paroi latérale du diffuseur, ouvertures numérotées de 1 à 9 sur la figure 223 représentant le diffuseur n° 4. Nous avons dû reconnaître qu'en opérant avec un tube-sonde dans un diffuseur d'aussi petites dimensions, on modifie les conditions d'écoulement dans des proportions telles que les valeurs relevées ne peuvent donner une idée, même approchée, des pressions réelles.

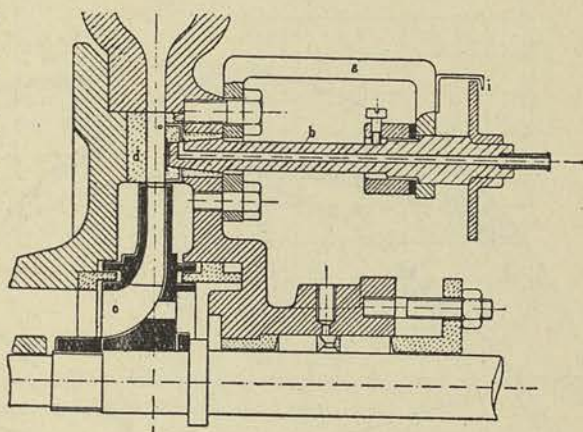


Fig. 221.

Par contre, en opérant au moyen du robinet spécial, nous avons obtenu des valeurs tout à fait certaines, permettant une étude intéressante des conditions d'écoulement dans le diffuseur.

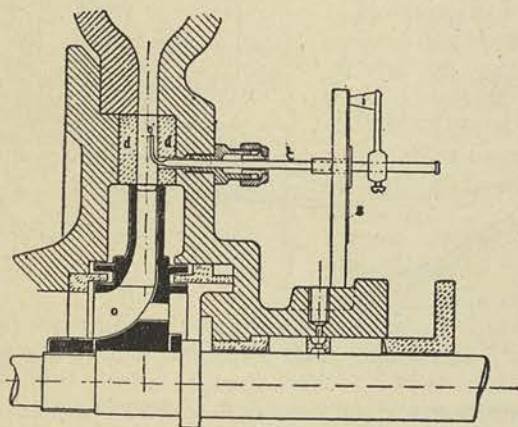


Fig. 222.

VIII, IX et X indiqués sur la figure 223, et en ordonnées les valeurs du coefficient :

$$\frac{2gv(p_x - p_0)}{u_1^2}$$

A titre d'exemple, nous donnons fig. 224 l'allure des courbes de pression relevées en portant en abscisse la distance au centre de la roue, des points 1 à 9 et I, II, IV, VI,

proportionnel, pour  $u_1$  constant, à la différence entre les pressions observées en ces points et celles observées à l'entrée de la roue.

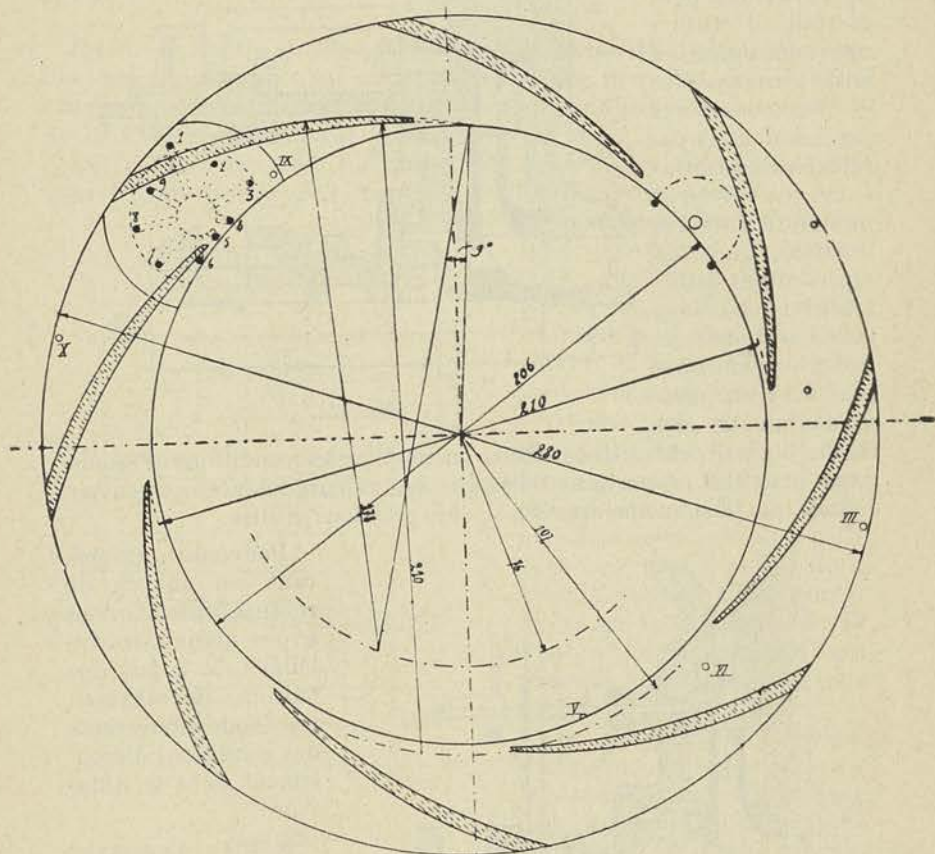


Fig. 223.

La figure 224 se rapporte aux résultats obtenus avec la roue n°1 et le diffuseur n° 4 pour  $x = 0,240$  ; la figure 225, ceux obtenus avec la roue n° 1, le diffuseur n° 0 pour  $x = 0,248$ .

Enfin, la figure 226, les valeurs observées avec la roue n° 3, le diffuseur n° 2 pour  $x = 0,118$ .

La courbe 1 tracée sur la figure 224 réunit les points donnant les pressions correspondant aux ouvertures 1, 4, 5, 7, I, VII, qui se trouvent être voisins de la paroi convexe de l'aube dans le diffuseur n°1, tandis que la courbe 2 se rapporte aux points situés près de la paroi concave,

La distance verticale entre les deux courbes donne donc approxi-

Roue n° 1. Diffuseur n° 4.

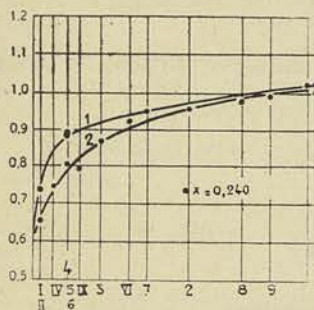


Fig. 224.

Roue n° 1. Diffuseur n° 0.

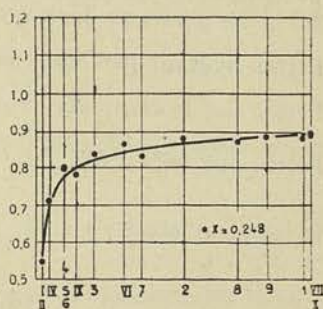


Fig. 225.

mativement la différence des pressions qui existent de part et d'autre d'une aube, à une distance déterminée de l'axe.

Roue n° 3. Diffuseur n° 2.

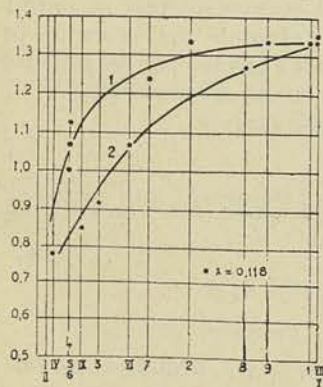


Fig. 226.

Avec le diffuseur sans aubes, les points se groupent naturellement sur une courbe unique, tandis qu'avec la roue n° 3 et le diffuseur n° 2, la différence des pressions est relativement très considérable.

*Remarque II.* — Nous avons également exécuté des essais tant avec la roue n° 1 qu'avec les roues n° 3 et n° 5, après avoir supprimé les parois du diffuseur et porté ainsi à 30 mm. la distance des parois entre lesquelles le fluide s'engage au sortir de la roue, pour se rendre dans la volute.

Nous avons cru qu'avec une telle disposition, la récupération de l'énergie cinétique se serait faite dans de mauvaises conditions ; à notre étonnement, il n'en a rien été : le rendement

indiqué avec la roue n° 1 était diminué de 5% seulement, si on compare au résultat fourni avec le diffuseur n° 0. Avec la roue n° 5, aucune diminution de rendement n'a même été constatée, le coefficient P diminuant en même temps que M et dans la même proportion.

Les courbes obtenues, tant pour M que pour P pour le fonctionnement sans diffuseur, sont indiquées en pointillé sur les figures 217 et 220 et repérées sous la lettre s.

*Remarque III.* — Il résulte de l'ensemble des essais que le rendement maximum est réalisé avec la roue n° 1 à 8 aubes, avec une distance

entre l'aubage fixe et l'aubage mobile égale à  $\frac{1}{20} r_1$  pour une valeur apparente de  $x$  voisine de 0,3 environ. Ce rendement atteint la valeur 0,695 et les pertes se décomposent comme suit :

Pertes hydrauliques dans la roue et le diffuseur : 15% ( $\tau_i = 0,85$ ) ;

Pertes par frottements externes : 13% ( $\tau_o = 0,87$ ) ;

Pertes par fuite : 6%  $\left(1 - \frac{f}{Q}\right) = 0,94$  ;

Rendement total :  $\eta = \tau_i \times \tau_o \left(1 - \frac{f}{Q}\right) = 0,695$ .

### 3. — Analyse mathématique des résultats fournis par les expériences précédentes

Nous avons montré d'une manière irréfutable par les expériences précédentes que les valeurs de  $P$  étaient données en fonction de  $x$ , par une équation linéaire, tout au moins à partir de  $x$  égal à 0,1 environ.

En dessous de cette valeur, la fonction est plus compliquée en raison des remous et des chocs se produisant à l'extrémité des aubes de la roue. Nous avons vu, en effet, que la puissance absorbée par ces remous *au débit extérieur nul*, puissance que nous avons désignée par  $N_f'''$ , croissait comme le cube de la vitesse périphérique  $u_1$  :

$$N_f''' = \Lambda u_1^3 ;$$

lorsque le débit varie,  $\Lambda$  n'est plus constant, mais fonction de  $x$  et nous pouvons poser d'une manière générale :

$$\Lambda = f(x) = k_1 + k_2 x + k_3 x^2 + k_4 x^3$$

en nous limitant au terme en  $x^3$ .

Introduisons cette valeur dans l'expression de  $N_i'$ , déduite cette fois de la relation :

$$N_i' = N_e - (N_o + N_f''') = (N_e - N_o) - N_f''',$$

et calculons  $T_i'$  puis  $\frac{g T_i'}{u_1^2}$  ; nous obtiendrons :

$$P' = \frac{g T_i'}{u_1^2} = P - \frac{75 g}{\delta \times 2 \pi k' k'' r_1 l_1 \sin \beta_1} \left( \frac{k_1}{x} + k_2 + k_3 x + k_4 x^2 \right) \quad (30)$$

$P$  désigne dans cette expression la valeur calculée et portée en diagramme dans les notes précédentes, puisque, pour évaluer  $T_i$ , nous avons déterminé  $N_i$  par la relation :

$$N_i = N_e - N_o.$$



Cherchons à fixer la valeur des constantes  $k_1, k_2, k_3, k_4$  en exprimant :

a) Que pour  $x = x_1$ , valeur correspondant au synchronisme, les coefficients angulaires des courbes expérimentales donnant P et P' sont égaux :

$$\left(\frac{dP'}{dx}\right)_{x_1} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{x_1} \quad (351)$$

b) Que pour  $x = x_1$ , le rayon de courbure de la courbe donnant P est infini :

$$\left(\frac{d^2P}{dx^2}\right)_{x_1} = 0.$$

De la première condition nous tirons, en dérivant les deux membres de l'équation (350).

$$-\frac{k_1}{x_1^2} + k_3 + 2k_4x_1 = 0 \quad (352)$$

De la seconde, il résulte que :

$$2k_1\frac{1}{x_1^3} + 2k_4 = 0 \quad (353)$$

et partant

$$k_4 = -k_1\frac{1}{x_1^3} \quad (354)$$

valeur qui, transportée dans la précédente, donne :

$$k_3 = 3k_1\frac{1}{x_1^2} \quad (355)$$

Comme en intégrant l'équation (351) on obtient :

$$(P')_{x_1} = (P)_{x_1} + k,$$

$k$  étant une constante d'intégration, on peut poser

$$k = K \left[ \frac{k_1}{x_1} + k_2 + k_3x_1 + k_4x_1^2 \right] \quad (356)$$

en vertu de la relation (350) et, partant, on peut calculer  $k_2$  en fonction de  $k$  et de  $k_1$ . (356)

$$k_2 = \frac{k}{K} - 3k_1\frac{1}{x_1} \quad (357)$$

(K étant mis pour

$$\frac{75g}{\delta \times 2\pi k' k'' r_1 l_1 \sin \beta_1}) \quad (358)$$

L'équation (350) peut donc s'écrire, après groupement des termes en  $z_1$  :

$$P' = (a + k) + bx + \frac{K k_1}{x} \left( \frac{x_1 - x}{x_1} \right)^3 \quad (359)$$

$a$  et  $b$  étant donnés par les relations (330) et (331),  $K$ , par la relation (358),  $k$  et  $k_1$  étant deux coefficients à déterminer par des considérations tirées de l'analyse des résultats expérimentaux. Pour faire la détermination de ces coefficients, reportons-nous à l'origine de cet exposé ; nous voyons que nous avons représenté par  $N_f'''$  la puissance absorbée par les remous qui se produisent à la sortie de la roue, et que nous avons posé :

$$N_f''' = A \times u_1^3 = f(x) u_1^3.$$

Les calculs que nous venons d'effectuer nous permettent de remplacer  $f(x)$  par

$$f(x) = k_1 \left( \frac{x_1 - x}{x_1} \right)^3 + \frac{k}{K} x \quad (360)$$

et de donner à la valeur de la puissance  $N_f'''$

$$N_f''' = k_1 \left( \frac{x_1 - x}{x_1} \right)^3 u_1^3 + \frac{\delta Q}{75 g} k u_1^2 \quad (361)$$

Cette expression de  $N_f'''$  en fonction des coefficients  $k_1$  et  $k$  permet de calculer ceux-ci.

Pour  $x = 0$ ,  $N_f''' = k_1 u_1^3$ , et partant  $k_1$ , est connu par la simple évaluation de la puissance  $N_f'''$  au débit extérieur nul. Des résultats fournis par l'expérience, nous avons déduit :

pour la roue n° 1 les diffuseurs n° 0 et n° 4 .....	$k_1 = 0,005 r_1^2$
» n° 1 » n° 2 et n° 3 .....	$k_1 = 0,010 r_1^2$
» n° 3 » n° 0 .....	$k_1 = 0,012 r_1^2$
» n° 3 » n° 2 et n° 3 .....	$k_1 = 0,024 r_1^2$

En ce qui concerne le coefficient  $k$ , on peut le déduire de la relation (359) en observant que  $(a + k)$  donne l'ordonnée à l'origine de la droite tangente à la courbe  $p'$  au point dont l'abscisse est égale à  $x_1$ .

$k$  peut être considéré comme nul lorsque la roue fonctionne sans diffuseur ; il va croissant avec le nombre d'aubes du diffuseur et de la roue, et est d'autant plus élevé pour un même nombre d'aubes, que celles-ci sont moins amincies à l'extrémité et que la distance entre les aubes de la roue et les aubes du diffuseur est plus faible.

Pour la roue n° 1 et les diffuseurs n° 1 et n° 2, $k =$	0,050
» n° 3 et les diffuseurs n° 2 et n° 3, $k =$	0,080
» n° 6 et le diffuseur n° 4 $k =$	0,025
» n° 5 et le diffuseur n° 3 $k =$	0,080

Il résulte donc des considérations que nous venons d'exposer qu'il est possible de retrouver avec une approximation très suffisante, la courbe du coefficient de puissance réel  $P'$  lorsqu'on connaît :

1° La valeur du coefficient  $k_1$  tirée d'une expérience sur la pompe au débit extérieur nul, c'est-à-dire vanne fermée ;

2° La valeur du coefficient  $k$  ;

3° La valeur des coefficients  $K'$  et  $k''$  qui entrent dans les termes  $a$  et  $b$ .

A défaut de pouvoir établir par des expériences sur une roue géométriquement semblable à celles que l'on se propose d'étudier, les valeurs de ces coefficients, on pourra, pour prédéterminer la courbe du coefficient de puissance, se servir des chiffres indiqués ci-dessus pour  $k$  et  $k_1$ .

Pour ce qui concerne la détermination de  $K'$  et de  $k''$ , la question est plus complexe.

Nous avons vu que, pour pouvoir identifier la courbe théorique du coefficient  $P$  avec la courbe obtenue expérimentalement dans la marche sans diffuseur ou avec le diffuseur n° 0, il fallait admettre que :

1° L'angle réel de sortie  $\beta'$  était plus petit que l'angle  $\beta_1$  du tracé ;

2° Le coefficient de contraction  $k''$  était inférieur à l'unité.

Les courbes fournies au § 2 ayant été tracées en fonction de  $x$  apparent, c'est-à-dire calculé en supposant  $k'' = 1$ , nous pourrions, mesurant l'abscisse  $x_a$  pour laquelle  $P = 0$ , poser, en vertu des relations (330) et (331) :

$$1 - m^2(1 - K') + \left[ \cos \beta'_1 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta'_1} \frac{1}{k''} + \frac{k'}{\nu} \sin \beta_1 \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} + \frac{K'}{\sin \beta_0} \right) \right] x_a = 0 \quad (362)$$

puisque  $x$ , valeur réelle du coefficient de débit, est donnée en fonction du coefficient de débit apparent  $x_a$  par la relation

$$x = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta'_1} \frac{1}{k''} x_a \quad (363)$$

De cette équation nous pourrions tirer :

$$k'' \operatorname{tg} \beta'_1$$

en fonction de quantités connues.

En effet, l'ordonnée à l'origine de la droite représentant  $P$  étant mesurée sur le diagramme expérimental, on peut en déduire directement  $K'$  ; quant aux valeurs des angles  $\beta_1$  et  $\beta_0$  et du rapport  $\nu$ , elles résultent directement du relevé des dimensions sur la roue.

Connaissant la courbe expérimentale de  $P$ , on peut donc déduire  $k'' \operatorname{tg} \beta'_1$ , mais non  $k''$  et  $\beta'_1$ .

Il est possible, toutefois, de lever cette indétermination, en remarquant que parmi les couples de valeurs de  $k''$  et de  $\beta'_1$  qui peuvent satisfaire à la relation ci-dessus, il n'en existe qu'un qui permette de retrouver pour la valeur de  $x_1$ , correspondant au synchronisme, la valeur de l'angle  $\alpha_1$  du diffuseur.

Expliquons-nous : en choisissant plus ou moins arbitrairement  $k''$ , on pourra calculer  $\beta'_1$  ; la valeur de  $x_1$ , abscisse du point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe du coefficient manométrique d'un quelconque des diffuseurs étant déterminée expérimentalement, on tracera le triangle des vitesses à la sortie pour cette valeur de  $x_1$ , et on vérifiera si l'angle  $\alpha_1$  mesuré correspond à l'angle du diffuseur,

Comme la coïncidence doit se produire non pour un seul diffuseur, mais pour deux ou trois utilisés avec chacune des roues expérimentées — dans les limites d'erreur que de telles mesures comportent bien entendu —, il y a là incontestablement un moyen de vérification très suffisant et très satisfaisant comme nous allons le voir.

Les angles d'entrée des diffuseurs employés, mesurés sur la face dorsale, peuvent être évalués comme suit :

Pour le diffuseur n° 3	.....	5°
»    »    n° 2	.....	9°
»    »    n° 4	.....	11°

Les valeurs de  $x_1$  correspondant au synchronisme, relevées sur les diagrammes fournissant les courbes enveloppes des courbes de coefficients manométriques, sont fournies dans les trois premières colonnes du tableau ci-après.

Roue	Diffuseur					$x/x_a$
	n° 2	n° 3	n° 4	$k''$	$180^\circ - \beta'_1$	
n° 1	0,220	0,125	—	0,805	25°	1,470
n° 3	0,120	0,075	0,150	0,700	50°	1,620
n° 5	0,125	0,085	—	0,890	56°	1,175
n° 6	—	—	0,255	0,890	27°	1,235

Les trois dernières colonnes de ce tableau donnent les valeurs obtenues en effectuant les calculs indiqués ci-dessus.

En tenant compte de ces chiffres, nous avons tracé les triangles des vitesses à la sortie pour chacune des roues et chacune des valeurs de  $x_1$ .

La figure 227 reproduit ces triangles. Nous avons trouvé pour les angles  $\alpha_1$  de sortie, ceux indiqués sur le dessin. Comme on le voit, les angles trouvés oscillent autour des angles réels des diffuseurs, et il ne pourrait être question de trouver une vérification plus satisfaisante, étant donné les erreurs non seulement expérimentales, mais encore les erreurs d'appréciation que l'on peut commettre en fixant les points

de tangence de la courbe enveloppe, et en évaluant les angles du diffuseur.

Le problème de la prédétermination des courbes caractéristiques n'exige pas seulement la connaissance de l'angle réel  $\beta'_1$  de sortie de la roue, et du coefficient de contraction de la veine  $k''$ , mais encore la connaissance des coefficients qui tiennent compte des pertes

$$\frac{1}{\varphi_1^2}, \frac{1}{\varphi^2}, \frac{1}{\psi^2}, \frac{1}{\psi_1^2}$$

Recherchons comment ces coefficients varient pour les différentes roues et les différents diffuseurs utilisés. En cherchant à faire coïncider simultanément les courbes théoriques donnant M et M' avec les courbes relevées expérimentalement, du coefficient manométrique correspondant à la pompe complète, et du coefficient correspondant à la roue seule, nous pourrions déterminer les coefficients de perte ci-dessus.

Remarquons que les coefficients  $\frac{1}{\varphi^2}$  et  $\frac{1}{\psi^2}$  qui se rapportent à la roue, entrent seuls dans l'expression de M' tandis que dans l'expression de M on retrouve en plus le coefficient  $\frac{1}{\psi_1^2}$ .

Nous avons obtenu une coïncidence suffisante des courbes donnant M' pour les différentes roues expérimentées, en adoptant

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \qquad \frac{1}{\psi^2} = 1,15.$$

Pour obtenir la coïncidence des courbes fournissant M dans la région d'utilisation normale, nous avons dû prendre

pour la roue n° 1	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,20$	(fig. 228)
» n° 3	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,20$	(fig. 229)
» n° 5	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,30$	(fig. 229)
» n° 6	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,30$	(fig. 228)

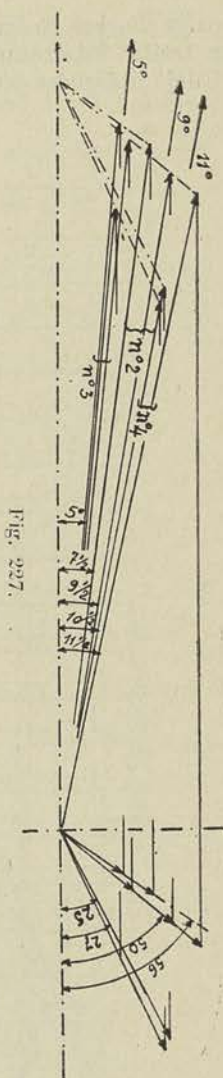


Fig. 227.

Les courbes en traits forts donnent les valeurs calculées, les courbes en traits interrompus les valeurs déterminées expérimentalement, et déjà indiquées pour les roues n° 1 et n° 6 sur les figures 207 et 216.

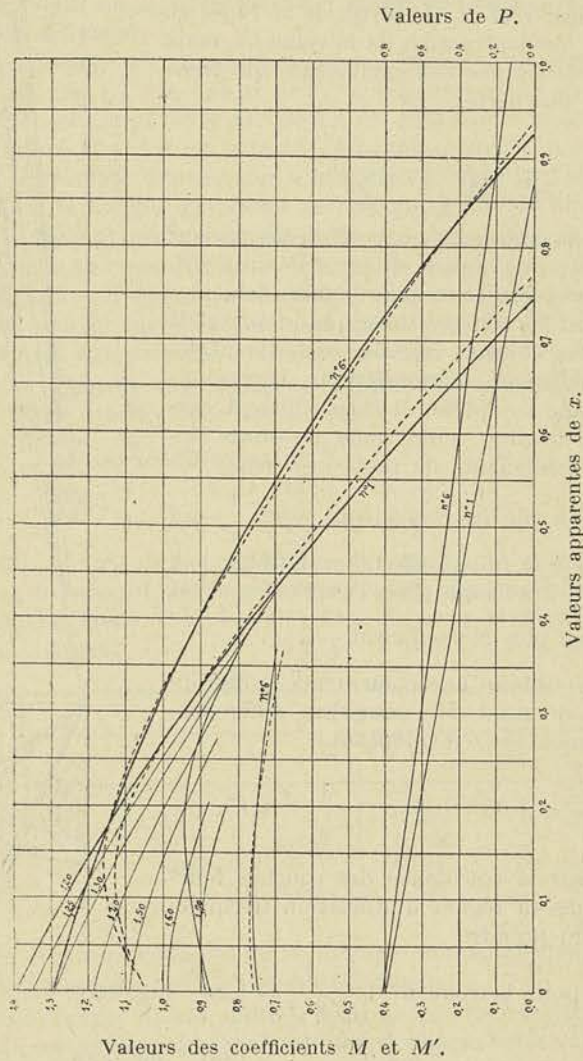


Fig. 228.

Pour les valeurs de  $x$  inférieures à 0,20, les courbes calculées avec ces valeurs de  $\frac{1}{\psi_1^2}$  s'écartent très fortement des courbes expérimentales, ce qui s'explique par le fait que l'angle d'entrée du diffuseur devenant

de plus en plus petit, la section libre entre deux aubes diminue tandis que la longueur des canaux augmente.

Pour retrouver les valeurs de  $\frac{1}{\psi_1^2}$  correspondant à ces valeurs de  $x$ , nous avons tracé les courbes fournies par le calcul, pour

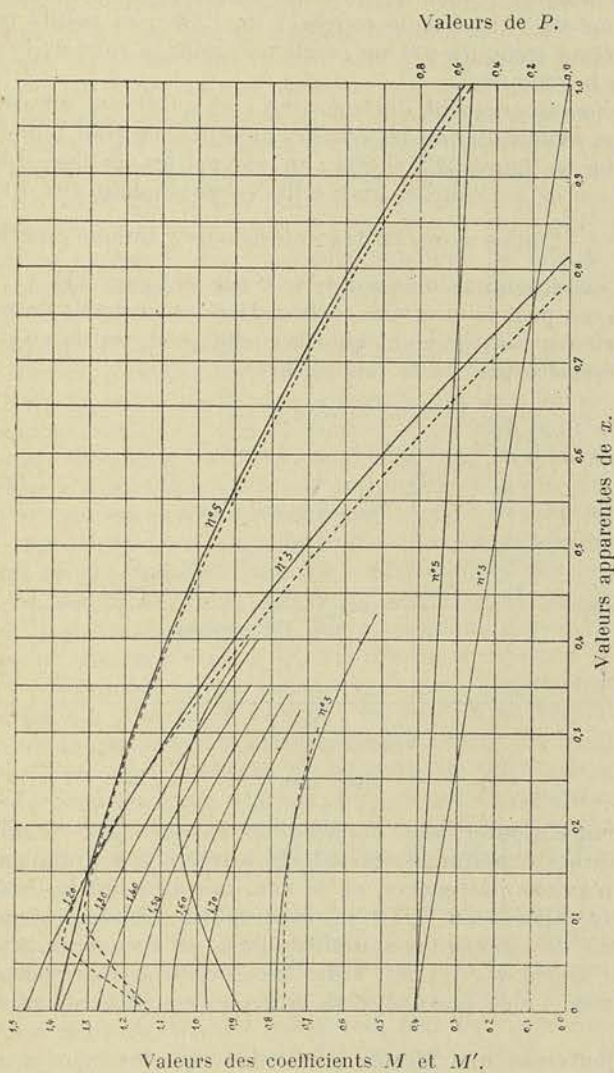


Fig. 229.

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25, 1,30, 1,40, \text{ etc.},$$

tant pour la roue n° 1, que pour la roue n° 3.

Nous avons relevé les abscisses des points d'intersection de ces courbes, avec la courbe expérimentale, et déterminé ainsi les vraies valeurs de  $x$  correspondantes.

Portant celles-ci en abscisse et les valeurs de  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  correspondantes en ordonnée, nous avons obtenu tant pour la roue n° 1 que pour la roue n° 3, une seule courbe I (fig. 230), les points résultant du calcul étant indiqués par un cercle noir pour la roue n° 1, par une croix pour la roue n° 3.

Pour le fonctionnement des roues n° 1 et n° 3 avec diffuseur sans aubes, nous avons obtenu les courbes indiquées en trait faible respectivement sur les figures 228 et 229 ; en relevant les abscisses des points d'intersection de ces courbes avec celles correspondant aux différentes valeurs de  $\frac{1}{\psi_1^2}$ , nous avons pu tracer la courbe 2, unique pour les deux roues elle aussi, comme on peut le voir sur la figure 230.

Il y a là, on peut le dire, une confirmation remarquable de la valeur de la théorie car il est évident que les coefficients propres au diffuseur doivent dépendre peu de la roue utilisée.

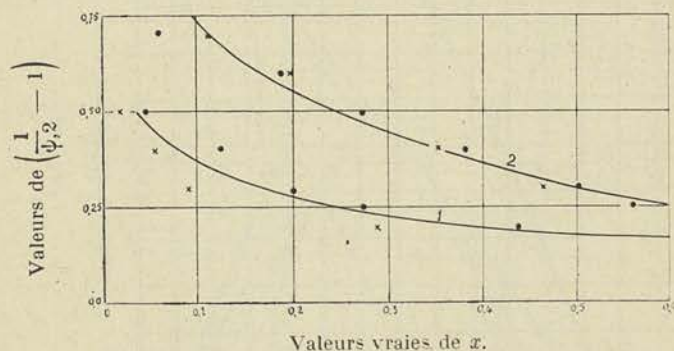


Fig. 230.

Il convient d'ajouter, pour donner toute sa valeur à cette remarque, que les courbes expérimentales ont été arrêtées il y a dix ans, alors que nous n'avions pas encore, et de loin, mis au point la théorie que nous avons exposée au § 1<sup>er</sup> de l'appendice. Les coïncidences que nous venons de signaler ne sauraient donc, en aucun cas, être attribuées pour si peu que ce soit, à des tracés de courbes expérimentales effectués avec l'idée préconçue de provoquer une vérification de la théorie.

Nous ajouterons que les faibles écarts entre ces courbes en trait plein et les courbes en trait pointillé, correspondant aux courbes enveloppes trouvées expérimentalement, peuvent s'expliquer aisément.

Si nous examinons la courbe n° 1 de la figure 228, nous voyons qu'elle



tombe en dessous de la courbe pointillée pour les valeurs élevées de  $x$ , ce qui signifie que le coefficient  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  tombe en dessous de 0,20 ; cette constatation est logique, étant donné que le trajet des filets dans le diffuseur devient de plus en plus court. Nous verrons plus loin que ce coefficient tend vers 0,120 environ ; mais on pourrait faire observer que cette remarque ne s'applique pas à la courbe n° 6 ; cela tient à ce que les pertes dans la roue sont un peu plus grandes avec la roue n° 6 à 16 aubes, et que, dans le tracé de la courbe théorique, nous avons utilisé les mêmes coefficients de perte que pour la roue n° 1. Si nous avions adopté pour ceux-ci des valeurs légèrement plus fortes, la courbe calculée eût été plus plongeante, surtout aux fortes valeurs de  $x$ , et la remarque que nous avons faite ci-dessus pour la courbe n° 1 se fût présentée à nouveau, pour la courbe n° 6 (fig. 228).

On pourrait expliquer d'une manière analogue les écarts observés entre les courbes théoriques et expérimentales qui se rapportent aux roues n° 3 et n° 5.

Pour terminer cette analyse, nous ferons ressortir comment nous avons été amené à rechercher, au moyen d'un tube-sonde, les pressions réelles à la sortie de la roue. Observant que la courbe expérimentale donnant les valeurs de  $M'$  tendait à recouper la courbe enveloppe donnant la valeur de  $M$ , nous avons émis l'hypothèse que la pression relevée dans l'enveloppe à la périphérie de la roue était nettement plus élevée que celle qui régnait réellement à la sortie de la roue elle-même. En opérant avec le tube-sonde, les valeurs observées semblaient plus faibles mais des anomalies, attribuables aux remous qui s'amorçaient autour du tube, enlevaient toute certitude quant aux conclusions. Les calculs théoriques que nous avons faits dans la suite et qui nous ont permis d'évaluer  $M'$ , ont éliminé depuis lors tout doute à cet égard : la pression relevée dans l'enveloppe coïncide sensiblement avec la pression à la sortie de la roue ; les valeurs relevées au moyen d'un tube-sonde sont entachées d'erreur et la courbe du coefficient  $M'$  ne tend pas à recouper la courbe de  $M$ , mais elle tend à se confondre avec celle-ci pour les fortes valeurs de  $x$ , ce qui s'explique aisément. Ainsi s'affirme à nouveau la nécessité d'une théorie mathématique pour interpréter, compléter et généraliser les résultats fournis par l'expérience.

La théorie, toutefois, est impuissante à prédéterminer les courbes caractéristiques d'une manière précise. *Le secours de l'expérimentation est donc indispensable et celle que nous avons réalisée systématiquement depuis 1909 sur la pompe centrifuge, permet aujourd'hui de fixer, avec un degré de certitude très grand, tous les coefficients à introduire dans les formules théoriques des pompes centrifuges ou hélico-centrifuges étroites.*

Des expériences seront entreprises dans la suite en vue de fixer la valeur de  $K'$  et des coefficients de perte pour le type hélico-centrifuge large.

En attendant, nous pouvons donner, pour un diffuseur à parois entièrement parachésé, d'assez faibles dimensions, muni d'aubes ou non, la valeur de  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  en fonction de  $x$ .

Pour le diffuseur à aubes comme pour le diffuseur sans aubes, l'équation de la courbe figure 230 donnant  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  en fonction de  $x$ , est de la forme

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = k_3 + \frac{k_4}{x + x_0} \quad (363)$$

Avec les valeurs de  $x_0$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  indiquées dans le tableau ci-après, l'approximation est suffisante dans toute l'étendue de la courbe.

	Diffuseur à aubes	Diffuseur sans aubes
$k_3$	0,120	0,120
$k_4$	0,035	0,085
$x_0$	0,050	0,050

Si l'on n'envisage que la recherche de la courbe caractéristique ou du coefficient manométrique, dans la région d'utilisation normale, c'est-à-dire pour les valeurs réelles de  $x$  comprises entre 0,15 et 0,55, on peut se contenter de l'approximation

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = k_3 + \frac{k_4}{x}; \quad (364)$$

l'expression de M prend alors la forme plus simple

$$M = A + Bx + Cx^2 - \frac{k_4}{x}, \quad (365)$$

les coefficients A, B, C ayant les valeurs suivantes :

$$A = (2 - k_3) - m^2 \left[ 1 + \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 - K'^2 \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] - 2k_4 \cos \beta_1 \quad (366)$$

$$B = 2 \left\{ (1 - k_3) \cos \beta_1 - \frac{1}{2} k_4 - \frac{k'k''}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K') + K' \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \right\} \quad (367)$$

$$C = (1 - k_3) - \frac{1}{\varphi^2} - \left( \frac{k'k''}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \right)^2 (1 + 2K' \cos \beta_0 + K'^2) \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \quad (368)$$

En remplaçant  $x$  par  $(x + x_0)$  au dénominateur du dernier terme, on pourrait considérer la formule comme donnant d'une manière suffisamment approchée, les valeurs de  $M$  pour toutes les valeurs de  $x$ .

Le problème de la prédétermination des courbes de  $M$  et de  $P$  et, partant, du rendement, indiqué peut donc être considéré pratiquement résolu, pour le type centrifuge tout au moins. En effet, dans la formule ci-dessus donnant  $M$ , et dans la formule donnant  $P$ , il n'entre plus en dehors des coefficients de proportion qui définissent le type, des coefficients de perte dans la roue qui peuvent être pris égal à

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} = 1,05, \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,15,$$

enfin des angles dont le choix a été discuté au § 4, chapitre I, que les coefficient

$k''$  et  $K'$ .

Pour le coefficient  $K'$ , nous avons vu qu'avec la roue n° 1 il devait être pris égal à 0,20, et avec la roue n° 3 égal à 0,32, montrant ainsi qu'il tend à augmenter avec l'angle d'entrée ( $180^\circ - \beta_0$ ); nous proposons de prendre la valeur moyenne, 0,26, une différence de 0,06 sur  $K'$  n'entraînant dans tous les cas qu'un écart insignifiant dans les valeurs  $M$  et de  $P$ , surtout dans la région d'utilisation normale. Pour les valeurs de  $m$  supérieures à 0,5 comprises entre 0,5 et 0,8, nous n'avons à l'heure actuelle aucun renseignement et nous nous proposons de poursuivre les recherches dans cette voie, la valeur de  $K'$  devant, selon nous, augmenter avec la valeur de  $m$ .

En ce qui concerne  $k''$ , les chiffres obtenus par l'analyse qui précède nous permettent de tracer les courbes (1) et (2) en fonction du nombre d'aubes, pour les deux angles  $\beta_1$  utilisés ( $180^\circ - 30^\circ$ ) et ( $180^\circ - 60^\circ$ ), c'est-à-dire pour  $\frac{180^\circ - \beta_1}{90^\circ}$  égal respectivement à  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{2}{3}$ . (fig. 231).

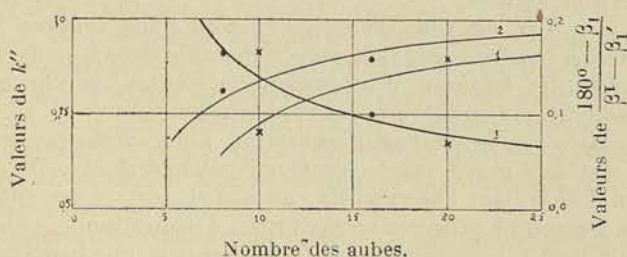


Fig. 231.

Quant à l'écart entre l'angle réel  $\beta_1$  et l'angle mesuré sur l'aubage  $\beta_1'$ , nous avons pu tracer la courbe (3), qui fixe en fonction du nombre d'aubes le rapport

$$\frac{\beta_1 - \beta_1'}{180^\circ - \beta_1}$$

Nous appliquerons dans le fascicule suivant les renseignements que nous venons de donner, pour prédéterminer les courbes caractéristiques d'un ventilateur hélico-centrifuge.

#### 4. — Variation des courbes caractéristiques avec la hauteur d'aspiration

Les essais que nous avons effectués sur la pompe centrifuge du Laboratoire et dont nous avons donné une analyse complète au § 2 de l'appendice, ont été effectués avec une hauteur d'aspiration nulle ou presque nulle, et cela notamment pour rendre impossible toute rentrée d'air par les bourrages, dont la conséquence eût été d'apporter des perturbations profondes dans le fonctionnement de la pompe. Lorsque, en effet, la pompe aspire non plus de l'eau, mais un mélange d'eau et d'air dont la densité est nécessairement plus faible, la pression relevée au manomètre de refoulement diminue et la relation (365), qui donne la valeur de la hauteur manométrique d'élévation, ne peut être utilisée que si l'on connaît le volume spécifique du mélange : si, par approximation, on introduit la valeur  $v = 0,001$  correspondant à de l'eau pure, on commet, comme on le voit, une erreur d'autant plus grande que la rentrée d'air est plus importante. Le fonctionnement de la pompe devient d'ailleurs rapidement défectueux par suite de la formation de poches d'air dans la volute.

Il importe donc, lorsqu'on opère avec une hauteur d'aspiration un peu importante, de surveiller l'injection d'eau sur les bourrages, de façon à provoquer un écoulement continu de celle-ci vers l'extérieur.

Jusqu'à une hauteur d'aspiration manométrique de 4,50 m. ou 5,50 m., il semble qu'aucune perturbation ne soit apportée à l'écoulement du fluide dans la roue par la dépression qui règne à l'ouïe pour autant, toutefois, que l'étanchéité de la colonne d'aspiration et des bourrages soit assurée.

Au delà, il n'en est plus de même et nous nous sommes proposé d'effectuer des expériences sur la pompe installée dans le nouveau laboratoire, avec des hauteurs d'aspiration croissantes, en vue d'étudier les phénomènes perturbateurs qui apparaissent.

Pour faire varier la hauteur d'aspiration, nous avons prévu dans la nouvelle installation un clapet commandé par une vis sans fin, réglable au moyen d'un volant extérieur fixé au bac et dont la descente déterminait la fermeture progressive du tuyau d'aspiration.

Le 19 juillet 1923, nous avons fait un essai avec une hauteur d'aspiration aussi faible que possible sur la pompe munie de la roue n° 6 et diffuseur n° 0. Nous avons obtenu les points marqués d'un double cercle tant pour la courbe du coefficient manométrique (courbe I) que pour celle du coefficient de puissance (courbe I) (fig. 232).

Le 26 juin 1923, nous avons opéré à une vitesse moyenne de 1450 tours et une hauteur manométrique d'aspiration variant de 8,20 m. pour les

débites moyens, à 6,15 m. pour les forts débits, tandis que, le 7 juillet et le 3 août 1923, nous avons maintenu une vitesse de 1900 tours

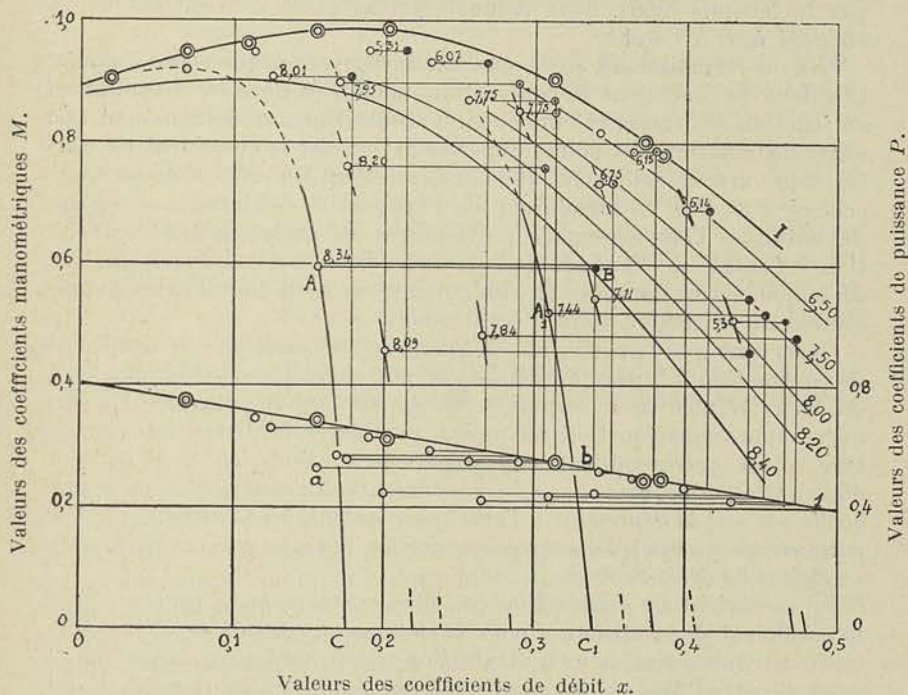


Fig. 232.

environ et une dépression ne dépassant pas 6,75 m. le premier jour et atteignant, comme extrême limite, 8,34 m. le second jour. Ces dépressions étaient obtenues en relevant la pression à l'entrée de la roue au moyen d'un tube-sonde bouché à l'extrémité et percé latéralement d'un trou, orienté ainsi perpendiculairement au courant.

Les points obtenus au cours de ces essais sont indiqués sur les diagrammes de la figure 232, tant pour le coefficient manométrique que pour le coefficient de puissance ; les chiffres indiqués à côté des points donnant le coefficient manométrique, se rapportent à la valeur de la dépression correspondante.

Ces points sont absolument épars et il paraît impossible à première vue, de coordonner les résultats obtenus, plus particulièrement encore pour ce qui concerne le coefficient de puissance.

Une première observation, pourtant, peut être faite : le coefficient de puissance diminue en même temps que le coefficient manométrique, lorsque la dépression augmente à l'ouïe ; ainsi, pour 8,34 m. de dépression, le coefficient manométrique passe de 0,985 à 0,600 pendant que le coefficient de puissance tombe de 0,68 à 0,53.

Remarquons que ces diagrammes sont obtenus en portant en abscisse les valeurs apparentes de  $x$ , c'est-à-dire celles obtenues en calculant  $w_1$  par la formule (266), dans laquelle le coefficient de contraction est supposé égal à l'unité.

Si nous connaissions, *quelle que soit la dépression* qui règne à l'ouïe, la valeur du coefficient de contraction, nous tracerions les diagrammes en fonction des vraies valeurs de  $x$  : nous obtiendrions évidemment une autre distribution des points expérimentaux, car le coefficient de contraction varie certainement avec la dépression. En effet, à mesure que celle-ci croît, l'air en dissolution dans l'eau a une tendance à se séparer davantage de l'eau elle-même, particulièrement au moment de la déviation à l'entrée de l'aubage dans la roue, facilitant ainsi la formation de remous entre les aubes et provoquant une réduction de plus en plus grande de la section libre d'écoulement.

Observant que le coefficient de puissance dépend peu du coefficient de contraction  $k''$ , puisque celui-ci n'intervient que dans le plus petit des deux termes en  $x$  (formules 330 et 331), nous pourrions, en première approximation tout au moins, considérer la droite 1 tracée en trait plein correspondant aux expériences effectuées avec hauteur d'aspiration nulle, *comme représentant la courbe du coefficient de puissance quelle que soit la dépression à l'ouïe, pour autant, bien entendu, que l'on porte en abscisse non les valeurs apparentes, mais les VRAIES valeurs du coefficient de débit  $x$ .*

Le coefficient de contraction (ou plus exactement le rapport entre le coefficient de contraction pour la dépression considérée et le coefficient de contraction pour la dépression nulle), sera ainsi donné par le rapport entre l'abscisse du point expérimental ( $a$ ) et l'abscisse du point ( $b$ ) situé à l'intersection de la droite 1 avec l'horizontale passant par ( $a$ ).

Pour obtenir la vraie position du point donnant le coefficient  $M$  en fonction des vraies valeurs du coefficient de débit, il suffira donc de déplacer le point  $A$  sur l'horizontale jusqu'à l'intersection en  $B$  avec la verticale passant par ( $b$ ).

Nous avons répété cette construction pour tous les points obtenus, et marqué d'un point noir les résultats correspondant à la vitesse de rotation voisine de 1900 tours, tandis que les points correspondant à la vitesse voisine de 1450 tours étaient indiqués par un point noir très petit, entouré d'un cercle. Cette fois, les points rectifiés ne sont plus épars, mais ils se groupent de façon à se trouver sur des courbes de même allure et de plus en plus plongeantes. Nous avons tracé les courbes qui passeraient *vraisemblablement* par les points fournis par des expériences effectuées à 1900 tours, avec des dépressions de 8,40 m., 8,20 m., 8,00 m., 7,50 m. et 6,50 m., *s'il était possible d'opérer avec une dépression rigoureusement constante, quel que soit le débit de la pompe.*

Nous ferons remarquer qu'une telle tâche, si elle était réalisable, demanderait des semaines pour son exécution car, avec les fortes dépres-

sion, le régime est très instable et les résultats varient d'un instant à l'autre et très fortement sans cause extérieure appréciable. Le degré de précision de la méthode destinée à rechercher la vraie valeur de  $x$  n'en serait d'ailleurs pas grandement accru, car, pour trouver les points  $b$ , donnant les vraies valeurs de  $x$ , force est de supposer implicitement que les points expérimentaux tels que ( $a$ ) correspondent à des valeurs moyennes : c'est, en effet, en les ramenant, faute de pouvoir faire mieux, sur la courbe moyenne, que nous avons déterminé les points  $b$ , alors que ces points  $b$  devraient nécessairement se trouver tantôt au-dessus, tantôt en dessous de la courbe moyenne.

Nous nous sommes tenu, dans cette étude, à un degré d'approximation relativement grossier, comme on peut le voir, mais qui nous paraît très suffisant pour donner une explication des phénomènes qui se produisent aux fortes dépressions à l'ouïe et pour fixer les chiffres de correction à utiliser dans les calculs.

Une première conclusion, que nous pouvons tirer à présent, en examinant les courbes transformées de  $M$ , c'est que le rendement indiqué, qui est donné par la formule

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P},$$

diminue avec la dépression à l'ouïe, mais beaucoup moins rapidement que ne semblerait l'indiquer la diminution du coefficient manométrique.

Un point important toutefois à noter, c'est qu'à partir du moment où les remous à l'ouïe deviennent tels que le coefficient de contraction tombe à une valeur relativement faible, l'usure de la roue et du diffuseur s'accroît très rapidement. Il importe donc, tant en se plaçant au point de vue du rendement qu'en se plaçant au point de vue de la conservation de la pompe, de ne pas dépasser la hauteur manométrique pour laquelle le coefficient de contraction descend en dessous de 0,8 pour fixer les idées. Il est même préférable, lorsque cela est possible, de s'en tenir à une valeur telle que la courbe du coefficient manométrique *en fonction des valeurs apparentes de  $x$*  reste sensiblement en coïncidence avec la courbe I, qui correspond à une dépression nulle. On peut dire, toutefois, qu'il n'est possible de réaliser ce desideratum *que pour autant que la hauteur manométrique d'aspiration ne dépasse pas 6,50 m. et que la vitesse à l'ouïe soit relativement faible, ainsi que nous allons le faire ressortir.*

Remarquons que si nous avons pu opérer avec une dépression à l'aspiration constante de 8,34 m., par exemple, la courbe de  $x$  tracée en fonction des *valeurs apparentes*, aurait pris l'allure AC, le débit au point C représentant ce que nous avons appelé le *débit critique*, et elle serait restée vraisemblablement toujours en dessous de la courbe I.

Avec une dépression à l'aspiration plus faible de 7,44 m., cette courbe serait passée de AC à A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, se séparant très lentement de la courbe I et pour un débit relativement élevé. Pour une dépression encore plus

faible, de 6,00 m. ou 6,50 m., la courbe n'aurait changé d'allure que pour une valeur apparente de  $x$  plus grande que celle qui correspond à l'utilisation normale de la pompe.

Traçant pour chacune des dépressions envisagées l'allure probable de la courbe du coefficient manométrique en fonction des valeurs apparentes de  $x$ , nous avons déterminé la valeur de  $x$  correspondant au débit critique, puis la valeur de ce débit critique et enfin la vitesse à l'ouïe correspondant à celui-ci. En portant ensuite, en abscisse, les vitesses et en ordonnée, les dépressions, nous avons obtenu les points du diagramme figure 233, les points noirs correspondant à la vitesse

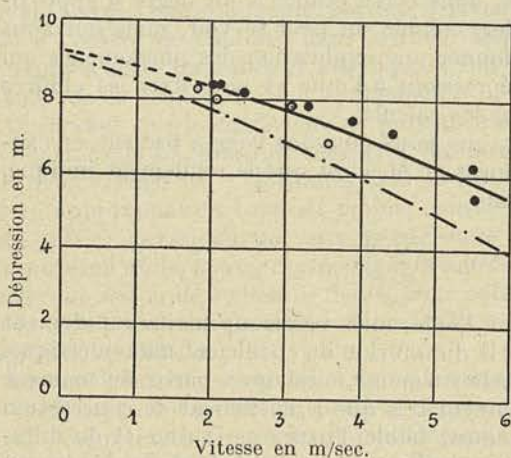


Fig. 233.

de 1900 tours, les cercles à la vitesse de 1450 tours. Tous ces points paraissent se grouper sur une seule courbe, indiquant que la dépression limite varie surtout, si pas exclusivement, avec la vitesse à l'ouïe.

Comme il faut nécessairement faire fonctionner la pompe très en dessous du débit critique, la courbe en trait mixte pourrait être considérée comme indiquant la vitesse limite à l'ouïe en fonction de la dépression à l'aspiration.

Avec une vitesse de 4 m/sec., que nous avons conseillé de ne pas dépasser, on voit que la dépression manométrique à l'ouïe doit rester inférieure à 6 m.

Des expériences faites par la *Société de Constructions électriques de Charleroi* et dont les résultats ont été publiés récemment dans le bulletin <sup>(1)</sup> que cette firme fait paraître périodiquement, il résulte que la conclusion à laquelle nous venons d'aboutir, à savoir que la hauteur limite d'aspiration ne dépend que de la vitesse à l'ouïe, est générale et non particulière à notre type de pompe. Opérant avec des roues de différents tracés et de différentes grandeurs, à aubes radiales et à aubes hélicoïdes, le service des essais a déterminé le débit critique et la limite d'utilisation possible de chaque type ; les points obtenus semblent se grouper sur une courbe unique que reproduit la figure 234, de même allure que la nôtre, toujours en dessous de celle-ci, puisque

(1) Avril-Juin 1924



nos points se rapportent à la vitesse critique à l'ouïe et non à la vitesse utilisable.

On comprend tout l'intérêt de cette conclusion au point de vue de la prédétermination des dimensions d'une pompe répondant à un programme imposé.

Il peut être intéressant de rechercher comment varie, pour notre

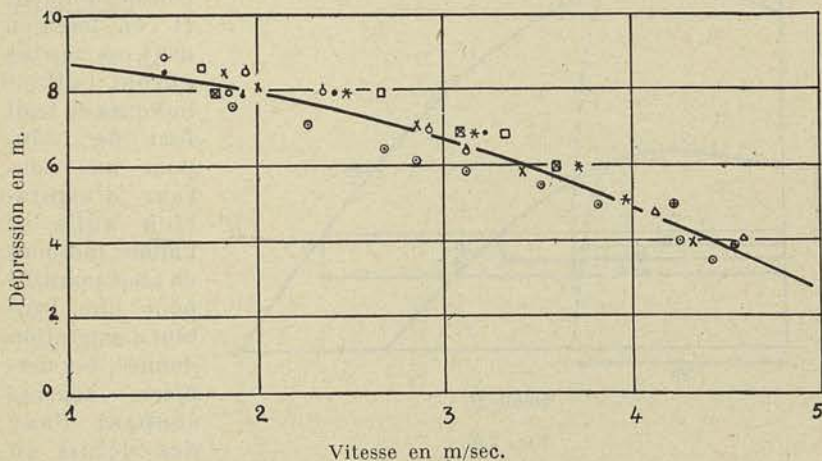


Fig. 234.

pompe, le coefficient de contraction en fonction de la hauteur d'aspiration. Nous avons porté pour cela en abscisse (fig. 235) les dépressions correspondant aux points figurés dans les diagrammes du coefficient manométrique, et en ordonnée les coefficients de contraction, pour 1900 tours et pour 1450 tours; ces points se groupent sensiblement sur des lignes droites passant par l'abscisse 9,30 m.

Faute d'avoir pu analyser mathématiquement les phénomènes qui provoquent la contraction à l'ouïe, il nous est impossible de généraliser et de dire notamment ce que deviendraient ces courbes pour d'autres vitesses de rotation.

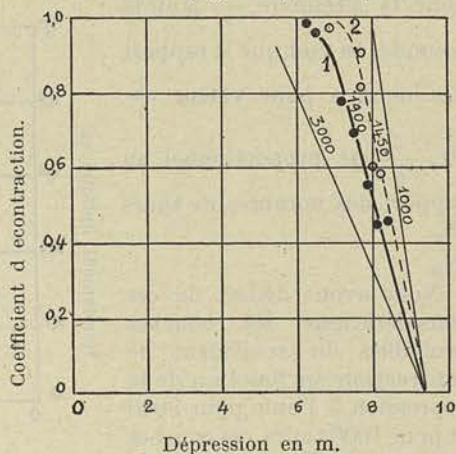
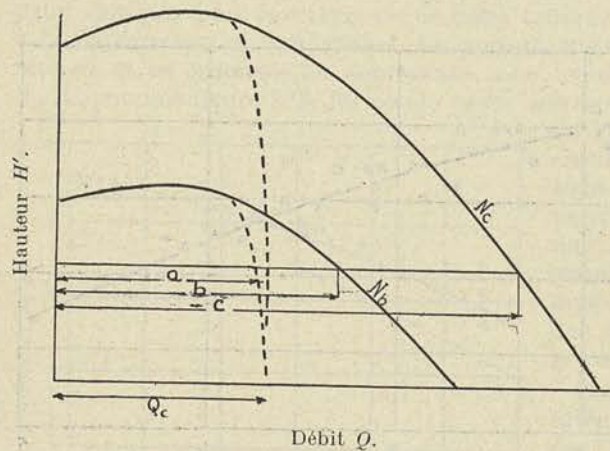


Fig. 235.

Cependant, si nous admettons comme un fait établi expérimentalement que le débit critique ne dépend, pour une hauteur d'aspiration donnée, que de la vitesse à l'ouïe, nous pouvons en déduire que les ordonnées des courbes (1) et (2) (fig. 235) doivent croître, pour une même abscisse, dans le rapport inverse des nombres de tours. En effet, si nous traçons en fonction du débit  $Q$ , pour deux vitesses de régime,



$N_b$  et  $N_c$ , les courbes donnant  $H'$  en fonction de  $Q$ , ces courbes auront l'allure indiquée en trait fort (fig. 236) pour une hauteur d'aspiration nulle et l'allure indiquée en trait pointillé pour une hauteur d'aspiration donnée, ces dernières coupant l'axe des débits en un point donné

nant le débit critique  $Q_c$ . Comme le coefficient de contraction est donné très approximativement par le rapport des abscisses  $\frac{a}{b}$

pour la première,  $\frac{a}{c}$  pour la seconde, on voit que le rapport des deux a pour valeur  $\frac{c}{b}$ .

Or,  $\frac{c}{b}$  est proportionnel au rapport des nombres de tours  $\frac{N_c}{N_b}$ .

Nous avons déduit de ces considérations les courbes probables du coefficient de contraction en fonction de la dépression à l'ouïe pour 3000 et pour 1000 tours, ces courbes pouvant, à défaut de mieux, être utilisées pour une pompe de plus petites ou de plus grandes dimensions.

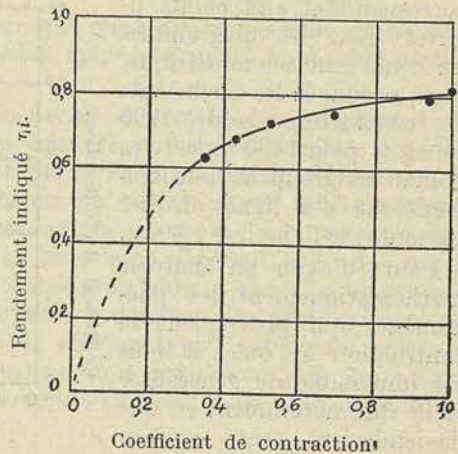


Fig. 237.

Pour compléter ces données, nous avons tracé (fig. 237), pour la valeur apparente  $x = 0,3$ , la courbe du rendement indiqué en fonction du coefficient de contraction à 1900 tours. On peut admettre jusqu'à un certain point que cette courbe est indépendante de la vitesse de rotation et, partant, on peut déduire des deux derniers diagrammes, le coefficient de contraction et le rendement indiqué correspondant à une dépression donnée à l'ouïe, pour une vitesse de rotation déterminée.

## CINQUIÈME FASCICULE

### Calcul des Eléments de Construction des Turbo-ventilateurs

#### CHAPITRE I

#### CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES

##### § 1. — Application des équations générales à la théorie des turbo-ventilateurs

Les équations générales qui donnent :

le coefficient manométrique  $M$ ,

le coefficient de puissance  $P$ ,

le coefficient caractéristique  $R$ ,

en fonction du coefficient de débit  $x$  pour les turbo-pompes, sont entièrement applicables ici, car, comme pour ces dernières, on peut sans erreur appréciable poser :

$$v = c^{te}.$$

Le fluide varie nécessairement de densité pendant son passage à travers le ventilateur, mais dans des proportions si faibles, avec les différences de pression utilisées, que l'on peut sans erreur appréciable faire l'hypothèse que  $v$  reste constant. Pour fixer les idées, on peut admettre que l'on dépasse rarement 1 m. d'eau comme différence de pression, et dans ce cas extrême la différence des volumes spécifiques entre l'entrée et la sortie du ventilateur n'atteint pas 10% ; si, pour les calculs, on adopte un volume spécifique moyen, on rend l'erreur absolument négligeable. Pour le calcul de  $H'$ , on utilisera donc la formule :

$$H' = v (p_s - p_e) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (369)$$

tirée de l'équation générale VII<sup>b</sup> dans laquelle  $H'$  a été remplacé par  $H'$  (pour tenir compte de ce qu'il s'agit ici d'une turbo-réceptrice) et  $v$  a été supposé indépendant de  $p$ .

La hauteur manométrique  $H'$  doit naturellement s'entendre ici hauteur en mètres de fluide évoluant, supposé à la pression moyenne.

#### VALEUR DE LA HAUTEUR MANOMÉTRIQUE $H'$

Nous rechercherons plus loin la relation qui existe entre  $H'm$  ainsi défini, et la lecture  $hm$  effectuée au manomètre à eau, placé soit sur l'aspiration, s'il s'agit d'un ventilateur aspirant (cas de la fig. 51), soit sur le refoulement s'il s'agit d'un ventilateur soufflant.

Mais il importe tout d'abord de faire remarquer que l'équation (78) (identique à l'équation ci-dessus si on supprime le terme  $(h' + h'')$  tout à fait négligeable, vis-à-vis des autres pour l'étude des ventilateurs) a été établie dans l'hypothèse où la disposition de la tuyauterie de refoulement est telle que l'on puisse supposer que la vitesse de sortie va s'amortissant jusqu'à la vitesse nulle. Or dans l'étude des ventilateurs, cette hypothèse n'est pas admissible. Si, reprenant l'application de la formule de Bernoulli à la tuyauterie de refoulement, on tient compte de ce que cette vitesse de sortie est égale à  $c_a$ , on trouve, tout calcul fait,

$$h_1 + h_2 + T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 = v(p_s - p_e) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (370)$$

$c_s$  indiquant la vitesse de refoulement au point de raccordement  $s$  du manomètre. Cette équation est identique à celle ci-dessus, si on pose

$$H' = H + T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (371)$$

Pour les ventilateurs, le terme  $\frac{1}{2g} c_a^2$  est loin d'être faible vis-à-vis du terme  $T_f'$ ; par contre la hauteur  $H$  est toujours négligeable quand elle n'est pas nulle, la disposition étant généralement telle que le fluide est rejeté dans l'atmosphère au même niveau qu'au point d'entrée dans le circuit.

Nous désignerons donc par  $H'$ , dans l'étude des ventilateurs, la somme des pertes de charge dans le circuit d'aspiration et de refoulement augmentée de la hauteur correspondant au terme  $\frac{1}{2g} c_a^2$

$$H' = T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (372)$$

*Remarque.* — On peut retrouver cette valeur de  $H'$  en appliquant successivement l'équation IV (dans laquelle on néglige le terme  $(z_1 - z_2)$  aux différentes portions du circuit parcouru par le fluide.

Prenons comme exemple l'application la plus importante qui est faite de ce genre de turbo-machines : l'application à l'aérage des mines que la figure 51 représente schématiquement.

Pour la portion du circuit comprise entre l'entrée de puits et l'entrée du ventilateur, comprenant le puits d'extraction, l'ensemble des galeries, le puits de retour d'air et le conduit allant de ce dernier au ventilateur, on peut écrire, si  $T_f'$  désigne l'ensemble des pertes de charge pour cette partie :

$$v(p_a - p_e) + \frac{1}{2g} (0 - c_e^2) - T_f' = 0 \quad (373)$$

Pour la partie du convergent conduisant le fluide à l'ouïe de la roue, on peut écrire

$$v (p_e - p_o) + \frac{1}{2g} (c_e - c_o^2) - T_1 = 0$$

En ce qui concerne la roue, l'équation applicable est l'équation I, et l'on en déduit :

$$v (\bar{p}_o - p_1) + \frac{1}{2g} (c_o^2 - c_1^2) - T_f + T_i = 0.$$

Pour le diffuseur, on peut reprendre l'équation IV :

$$v (p_1 - p_2) + \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - T_2 = 0.$$

Enfin, en désignant par  $c_a$  la vitesse à la sortie de la cheminée, par  $T_f''$  la perte de charge propre à celle-ci, il viendra :

$$v (p_2 - p_a) + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_a^2) - T_f'' = 0.$$

En additionnant membre à membre ces différentes relations, on obtient :

$$T_i - (T_1 + T_f + T_2) = H' = T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2$$

le premier membre représentant l'énergie disponible à la sortie par kg. de fluide qui traverse le ventilateur et étant par conséquent égal par définition à  $H'$ kgm.

Comme nous pouvons négliger  $T_f''$  vis-à-vis de  $T_f'$ , nous admettrons que  $H'$  est donné dans l'étude du ventilateur aspirant, par la valeur

$$H' = T_f' + \frac{1}{2g} c_a^2,$$

$T_f'$  représentant la perte de charge dans le circuit du ventilateur,  $\frac{1}{2g} c_a^2$  la hauteur de charge nécessaire pour communiquer à chaque kg. de fluide la vitesse  $c_a$  que possède le fluide lorsqu'il est abandonné dans l'atmosphère, à la sortie du ventilateur.

Dans le cas envisagé ici du ventilateur aspirant, la hauteur  $h$ , lue au manomètre placé à l'entrée du convergent, donne la valeur  $(p_a - p_e)$ , puisque

$$(p_a - p_e) = \delta_e h;$$

comme la formule (369) appliquée entre les points d'entrée en  $e$  et de sortie en  $a$ , donne

$$H' = v(p_a - p_e) + \frac{1}{2g}(c_a^2 - c_e^2),$$

on voit que  $H'$  a pour valeur, en fonction de  $h$ ,

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g}(c_a^2 - c_e^2) \quad (374)$$

Pour un ventilateur soufflant, la pression  $p_s$  est déterminée au moyen d'un manomètre à eau, placé cette fois à la sortie, de telle sorte que  $h$  est lié à la différence ( $p_s - p_a$ ) par la relation

$$(p_s - p_a) = \delta_e h.$$

Transportons cette valeur dans la relation (369) écrite pour correspondre aux conditions

$$p_e = p_a, \quad c_e = 0, \quad c_s = c_a$$

puisque l'air puisé dans l'atmosphère à la pression  $p$  et à une vitesse nulle, est rejeté à une vitesse  $c_a$ ; nous obtiendrons

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (375)$$

Le rapport  $\frac{\delta_e}{\delta}$  pour de l'air pris à la pression atmosphérique normale et à la température de  $15^\circ$ , est égal à 820, la valeur de  $h$  étant exprimée en m. d'eau.

#### ORIFICE ÉQUIVALENT $\sigma$ — COEFFICIENT DE RÉSISTANCE $K$

Comme pour le calcul des pompes, les données fondamentales sont ici encore

$$H' \quad Q \quad \text{et} \quad N,$$

ces données permettant de déterminer le coefficient caractéristique  $R$ , et de faire un choix du type approprié aux conditions du problème envisagé.

Le débit  $Q$  est fixé par l'exploitant, le nombre de tours  $N$  par l'électricien s'il s'agit d'un ventilateur à attaque directe.

En ce qui concerne  $H'$ , la détermination est généralement plus délicate, et dans le cas particulier du ventilateur d'aérage, la connaissance de  $H'$  est liée à la connaissance de l'*orifice équivalent* de la mine ou du local à ventiler.

Cherchons à préciser la signification assez délicate de cette notion de l'orifice équivalent.

Si l'on connaissait, comme pour les conduites cylindriques, la valeur du coefficient de résistance  $k$  de la formule (V) pour les différentes parties du circuit parcouru par l'air, il serait possible de déterminer  $T_f'$  approximativement tout au moins, en faisant une somme de termes de la forme

$$l_f = k \left( \frac{m}{\sigma} \right) c^2 l ;$$

pour un circuit donné on voit, d'après cette formule, que  $l_f$  croît comme le carré de la vitesse dans chacune des parties du circuit,  $k$  pouvant être considéré comme sensiblement indépendant de la vitesse. Comme on peut poser  $c = c_e \frac{\sigma_e}{\sigma}$   $T_f'$  peut s'écrire

$$T_f' = \Sigma l_f = \frac{c_e^2}{2g} \Sigma 2g k \left( \frac{m}{\sigma} \right) l \frac{\sigma_e^2}{\sigma^2} = \frac{c_e^2}{2g} \times K \quad (376)$$

$c_e$  représentant la vitesse en un point quelconque du circuit et ayant pour valeur, en fonction de la section  $\sigma_e$ ,

$$c_e = \frac{Q}{\sigma_e} \quad (377)$$

Toute la question se ramène donc à celle de déterminer  $T_f'$  pour un débit quelconque, le débit et la vitesse étant liés l'un à l'autre par la relation (377).

On pourrait appeler  $K$  le coefficient de résistance du circuit.

La connaissance du coefficient  $K$  remplacerait avantageusement celle de l'orifice équivalent, l'un étant lié à l'autre par une relation que nous établirons plus loin ; mais l'habitude prise de parler d'orifice équivalent rend nécessaire l'exposé de cette notion.

Supposons qu'après avoir fait fonctionner le ventilateur sur la mine, et après avoir réalisé un débit  $Q$  à une vitesse  $N$ , on fasse aspirer le ventilateur dans une chambre de grandes dimensions à l'extrémité de laquelle se trouve un orifice réglable (fig. 51 b).

Pour réaliser, dans les nouvelles conditions de fonctionnement, le même débit  $Q$  au même nombre de tours  $N$ , il faudra régler l'ouverture de façon à réaliser une certaine section  $\sigma$  ; cet orifice dont la section est  $\sigma$  s'appelle *orifice équivalent* de la mine.

Pour que cette notion ait un sens, il faut toutefois supposer que la chambre, à l'extrémité de laquelle se trouve l'orifice, soit assez spacieuse pour que l'énergie du flux qui traverse celui-ci soit perdue par tourbillonnements de façon que le ventilateur puise l'air dans cette chambre dans les mêmes conditions que s'il était au repos à la pression  $p_r$ .

En effet : appliquons l'équation IV tout d'abord à l'orifice d'entrée ; nous pourrions écrire

$$v(p_a - p_r) - \frac{1}{2g} c_r^2 = 0 \quad (378)$$



Si l'hypothèse que nous venons de faire est réalisée et à *cette condition seulement*, nous pourrons écrire

$$\frac{1}{2g} c_r^2 - T_r = 0 \quad (379)$$

en désignant par  $T_r$  la perte de charge correspondant à l'absorption de toute l'énergie disponible à la sortie de l'orifice.

En appliquant la même formule IV à la portion de convergent, nous pourrons écrire

$$v(p_r - p_e) + \frac{1}{2g}(o - c_e^2) - T_f' = 0 \quad (380)$$

et en additionnant membre à membre, nous obtiendrons

$$v(p_a - p_e) - \frac{1}{2g} c_e^2 - T_r = 0 \quad (381)$$

équation identique à l'équation (373) pour autant que

$$T_r = T_f'.$$

Or nous avons supposé que l'orifice avait été réglé pour réaliser les mêmes conditions de fonctionnement et partant le même débit, pour le même nombre de tours, ce qui suppose la même dépression ;  $T_r$  est donc égal à  $T_f'$  par hypothèse et la détermination de  $T_r$  peut se faire très simplement, puisque

$$c_r = \frac{Q}{0,65} \quad (390)$$

(0,65 étant le coefficient de contraction admis pour un orifice en mince paroi) et que

$$T_r = \frac{1}{2g} c_r^2 \quad (391)$$

en vertu de la relation (379).

Ainsi si par un moyen quelconque l'orifice équivalent a été établi dans les conditions que nous venons d'indiquer, la hauteur manométrique  $H'$  sera donnée en fonction du débit à réaliser, par la relation

$$H' = \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{(0,65)^2 \sigma^2} + \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{\sigma_s^2} \quad (392)$$

$\sigma_s$  désignant la section de sortie de la cheminée d'évacuation.

On adoptera une valeur de  $\sigma_s$  telle que la vitesse à la sortie tombe à 6 à 7 m/sec.

RELATION ENTRE K ET  $\sigma$ . — ÉVALUATION DE K.

Remarquons qu'entre l'orifice équivalent  $\sigma$  et le coefficient de résistance K, on a une relation en vertu des équations (376), (390) et (391).

$$K \frac{c_e^2}{2g} = \frac{K Q^2}{2g \sigma_e^2} = \frac{1}{2g \sigma^2} \frac{Q^2}{0,65^2}$$

ou

$$K = 2,36 \frac{\sigma_e^2}{\sigma^2}.$$

Comme il est plus facile de déterminer le coefficient de résistance K que l'orifice équivalent, dont la notion est moins tangible et d'ailleurs plus discutable, nous nous en tiendrons à la connaissance du coefficient de résistance K du circuit.

Lorsque, comme c'est le cas dans une mine, il existe un aérage naturel, nous pensons que l'on pourrait déterminer le coefficient K assez simplement par l'évaluation de la différence des températures moyennes entre la colonne d'air descendant par le puits d'extraction et la colonne montant par le puits de retour d'air. En effet,  $T'$  et  $T''$  représentant les températures absolues à l'entrée et à la sortie,  $h$  la profondeur du puits, nous pourrions écrire, en appliquant l'équation IV successivement au puits d'extraction, à la mine et au puits de retour d'air :

$$v_1(p_a - p') + h + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_1^2) - T_1 = 0 \quad (393)$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2}(p' - p'') + \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_f = 0 \quad (394)$$

$$v_2(p'' - p_a) - h + \frac{1}{2g}(c_2^2 - c_s^2) - T_2 = 0 \quad (395)$$

Comme nous pouvons admettre

$$c_e = 0$$

et poser

$$T_1 + T_f + T_2 = T'_f,$$

nous obtiendrons en ajoutant membre à membre les 3 équations précédentes

$$T'_f = p_a(v_1 - v_2) - \frac{1}{2}(p'v_1 - p''v_2) - \frac{1}{2g}c_s^2 \quad (396)$$

Or

$$v_1 = \frac{RT'}{p'} \quad v_2 = \frac{RT''}{p''}$$

Donc

$$T'_f = R p_a \left( \frac{T'}{p'} - \frac{T''}{p''} \right) - \frac{R}{2} (T' - T'') - \frac{1}{2g} c_s^2 \quad (397)$$

Si on connaît le débit par des mesures à l'anémomètre dans la galerie de retour d'air, on pourra calculer le dernier terme  $\frac{1}{2g} c_s^2$ , la section de sortie  $\sigma_s$  étant connue ; les valeurs  $T'$  et  $T''$  des températures absolues à l'entrée du puits d'aéragé et à la sortie du puits de retour d'air pouvant également être déterminées, on voit que l'on pourra déterminer  $T'_f$  et partant  $K$  en vertu des relations (376) et (377), car dans une première approximation, on peut prendre pour rapports  $\frac{p_a}{p'}$  et  $\frac{p_a}{p''}$ , l'unité.

## § 2. — Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles

Les relations que nous avons établies dans l'étude des pompes centrifuges entre les coefficients  $m$ ,  $\varepsilon$  et  $\nu$  peuvent subsister pour les ventilateurs.

Sans doute n'est-il plus possible de parler de *vitesse critique* à l'aspiration ; mais étant donné que les pertes par frottement et remous à l'ouïe sont proportionnelles au carré de la vitesse et peuvent devenir relativement importantes par rapport à la hauteur manométrique  $H'$ , surtout lorsqu'il s'agit de ventilateurs à grand débit et à faible hauteur, il y a lieu, comme pour les pompes centrifuges, de limiter la vitesse à l'ouïe ; cette valeur limite peut toutefois ici être portée à 12 à 15 m/sec. sans inconvénient.

Cela conduit pour le type centrifuge pur, ayant les proportions

$$m = 0,5 \qquad \qquad \qquad \varepsilon = 0,1$$

à une valeur limite de  $u_1$  donnée par la relation (276)

$$\begin{array}{ll} u_1 = 90 \text{ m} & \text{pour } \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ \\ u_1 = 65 \text{ m} & \text{pour } \beta_1 = 180^\circ - 45^\circ \text{ ou } 45^\circ \end{array}$$

Avec le type II hélico-centrifuge étroit, on devrait limiter  $u_1$  à une valeur plus faible,  $\varepsilon$  étant choisi égal à 0,2,

$$u_1 = 50 \text{ m.}$$

pour une vitesse  $c$  à l'ouïe de 15 m/sec.

Ces vitesses peuvent être considérées comme des valeurs limites pour la plupart des applications réservées aux types envisagés ci-dessus.

On voit en tout cas, que si l'on conserve les proportions données par les figures 61 à 65, pour les différents types, on est amené à limiter les vitesses périphériques de plus en plus bas, à mesure que l'on se rapproche du type mixte, du moment où la vitesse à l'ouïe reste de

12 à 15 m/sec., cette dernière valeur pouvant être considérée dans un ventilateur à faible pression, comme une limite très élevée.

Ce que nous avons dit concernant le rapport entre les coefficients  $v$  et  $\varepsilon$ , de même qu'entre  $n$  et  $\lg \beta_0$  dans le chapitre consacré aux pompes, peut être répété ici.

En ce qui concerne l'angle  $\beta_1$  le plus favorable, la question devrait être examinée à nouveau étant donné que les pertes par fuite et les pertes externes peuvent jouer un rôle plus important que dans les pompes centrifuges.

Ce qui modifie plus encore les conclusions à ce point de vue, c'est qu'il ne peut plus être question ici de difficultés d'amorçage.

Nous avons été amené en effet, à limiter l'angle  $180^\circ - \beta_1$  à  $30^\circ$  environ, en vue d'éviter que la courbe du coefficient manométrique en fonction de  $x$ , ne prenne une allure trop concave vers le bas, présentant un maximum sensiblement plus élevé que la valeur correspondant à l'abscisse  $x = 0$  ; lorsque pour une pompe, cette dernière valeur est relativement faible, l'amorçage ne peut se produire : l'eau monte dans la colonne de refoulement à une hauteur  $H$  qui correspond à la valeur  $H'$  pour le débit nul, mais elle ne dépasse pas l'extrémité de la colonne ; il faut donc faire croître la vitesse momentanément, ou user d'un artifice pour obtenir l'amorçage.

Rien de semblable ne peut être observé ici puisque la hauteur géométrique est toujours négligeable quand elle n'est pas nulle et partant l'amorçage est toujours assuré à la vitesse normale quelle que soit la forme de la courbe du coefficient manométrique.

### § 3. — Choix de l'angle $\beta_1$ et des coefficients $\psi_1$ , $K'$ , $k''$ .

Étant donné les conditions que nous venons d'envisager, le problème se pose de rechercher l'angle le plus favorable au point de vue du rendement effectif et de la valeur de  $R$ .

Une question préalable toutefois doit être résolue : celle de la détermination des coefficients qui entrent dans les équations fournies par la théorie.

N'ayant pu exécuter sur des ventilateurs des essais systématiques comme ceux dont nous avons donné connaissance dans le fascicule consacré aux pompes centrifuges, nous avons fait appel aux courbes caractéristiques d'un ventilateur Rateau indiquées dans l'ouvrage de J. BOULVIN, (1) pour contrôler la valeur des déductions tirées de nos expériences sur les pompes. Ces courbes étant tracées en fonction des ouvertures réduites, nous les avons ramenées à une autre échelle, pour pouvoir tracer la courbe du coefficient manométrique.

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2}$$

(1) Cours de Mécanique appliquée, 7<sup>e</sup> fascicule.

en fonction des abscisses

$$x = \frac{w_1}{u_1}$$

M. *Rateau* entend par ouverture réduite  $O$ , la valeur définie par la relation :

$$O = \frac{Q}{r_1^2 \sqrt{gH'}} \quad (398)$$

avec nos notations, ce qui permet d'écrire :

$$x = \frac{O \sqrt{M}}{\sqrt{2} \pi \varepsilon k' k'' \sin \beta_1'} \quad (399)$$

Pour le ventilateur envisagé, la valeur de  $\varepsilon$  pouvait être prise égale à 0,18, la valeur de  $\beta_1$ , mesurée sur la roue, égale à  $55^\circ$  ; nous en avons déduit, au moyen des courbes établies par les expériences sur les pompes (fig. 231), les valeurs de

$k''$  et de  $\beta_1'$  réel.

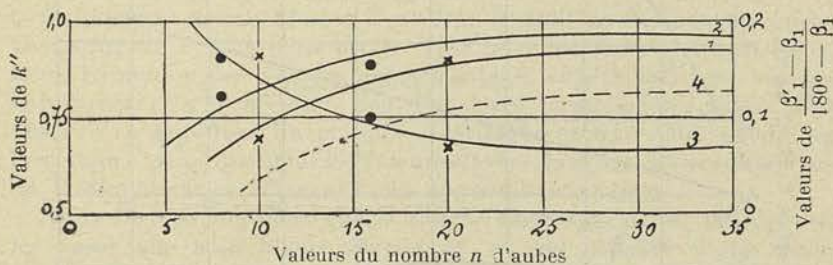


Fig. 238.

Ces courbes sont reproduites fig. 238 ; nous les avons prolongées jusqu'à l'abscisse  $n = 32$  correspondant au nombre d'aubes du ventilateur, et nous avons trouvé pour  $\beta_1'$

$$\beta_1' = 63^\circ$$

En ce qui concerne le coefficient  $k''$  nous avons tracé une courbe pointillée pour l'angle de  $55^\circ$  observant que les valeurs de  $k''$  à nombre d'aubes égal, devaient sensiblement diminuer à mesure que l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  grandit, ainsi que le montre d'ailleurs les résultats obtenus pour ces angles  $(180^\circ - \beta_1)$  de  $30^\circ$  (courbe 2) et  $60^\circ$  (courbe 1).

Nous avons reproduit en pointillé sur la figure 239, les courbes expérimentales de  $\eta_e$  et de  $M$  en fonction de  $x$ , déduites des courbes de *Rateau* ; les points indiqués correspondent aux points calculés, en partant des coefficients  $k''$  et  $\beta_1'$  que nous venons d'indiquer.

En admettant que le rendement organique de ce ventilateur de 4 m. de diamètre soit de 0,97, à la puissance normale c'est-à-dire pour  $x = 1$ ,

nous en avons déduit  $N_o/N_e$  à la puissance normale, puis

$$\eta_o = \frac{1}{1 + \frac{N_o}{N_i}} = \frac{1}{1 + \frac{N_o}{N_e - N_o}}$$

pour les différentes valeurs de  $N_e = N'_e$ .

$N_o$  peut, en effet, être considéré comme invariable à vitesse périphérique constante, tandis que  $N_e$  est proportionnel au débit, et partant, à  $x$ , à la hauteur manométrique  $H'$  et partant à  $M_1$ , et inversement

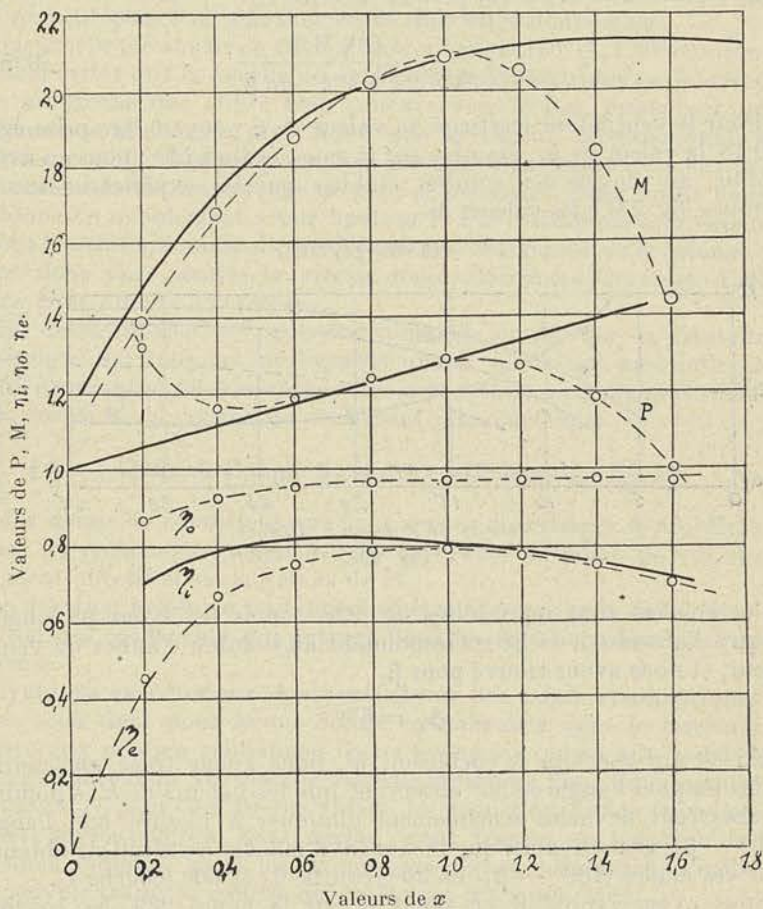


Fig. 239.

proportionnel à  $\eta_e$  puisque

$$N_e = \frac{\delta Q H'}{75 \eta_e}$$

Il est donc possible de déterminer en fonction de  $x$ , le rapport de  $N_e'/N_e$ ,  $N_e'$  désignant la puissance à la valeur de  $x$  envisagée,  $N_e$  la valeur correspondant à  $x = 1$ .

La courbe de  $\eta_o$  ainsi trouvée est indiquée sur la figure 239 ; nous en avons déduit  $\eta_i$ , puis P puisque

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P}.$$

Comme on le voit, P est donné par une courbe présentant un point d'inflexion et si nous menons la tangente au point d'inflexion, nous trouvons une droite, que nous avons tracée en trait plein et qui passe par l'ordonnée égale à 1 pour  $x = 0$ .

Ainsi dans le cas des ventilateurs, pour  $x = 0$ , la valeur de P théorique est égale à l'unité, ce qui revient à dire que la valeur de K' des formules (327) à (331) doit être prise égale à l'unité.

Ceci signifie que le glissement des filets dans le sens de la rotation de la roue, au débit nul, doit être considéré comme nul, avec un fluide tel que l'air, de faible densité et de faible viscosité, animé d'une vitesse relativement très considérable à l'ouïe.

On pourrait nous contester, il est vrai, le droit de tracer pour courbe théorique de P, une ligne droite. Que pour les faibles valeurs de  $x$ , nous trouvions des valeurs expérimentales supérieures aux valeurs théoriques, cela ne présente rien d'anormal puisque nous avons déjà observé ce fait dans les pompes centrifuges et que nous avons pu l'expliquer ; mais que, pour les valeurs élevées de  $x$ , les valeurs observées de P diminuent rapidement, cela appelle une réserve.

Nous verrons toutefois que la courbe théorique de M, calculée sur les bases que nous allons développer, et qui coïncide d'une façon remarquable avec la courbe observée jusqu'à la valeur  $x = 1$ , quitte celle-ci à partir de l'abscisse pour laquelle la courbe expérimentale de P s'écarte de la courbe théorique, et dès lors l'anomalie disparaît ; en effet, pour les valeurs élevées de  $x$ , la vitesse relative se trouve orientée de telle façon que la déviation des jets se produit non sur la face concave mais sur la face *convexe* de l'aube, créant ainsi une poussée dans le sens du mouvement de la roue qui réduit la puissance absorbée et fait en sorte qu'elle tend à croître moins vite que, ne l'indiquerait la théorie. Naturellement il ne peut en résulter un accroissement de rendement et dès lors la hauteur manométrique doit décroître également et dans les mêmes proportions, si l'explication est exacte. C'est un fait, comme nous venons de le dire, et il faut convenir qu'il y a là une fois de plus une confirmation remarquable de la valeur des résultats fournis par la théorie.

Cette constatation sera plus probante encore lorsque nous aurons montré comment nous avons établi la courbe théorique de M et comment la courbe calculée de P coïncide rigoureusement avec la tangente au point d'inflexion tracée en trait plein.

Ayant relevé sur le dessin de la roue les valeurs approximatives de  $m$ ,  $s$  et  $\sigma$  moyens, nous en avons déduit

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = 12,8$$

puis calculé la valeur de  $k$  correspondant à une conduite cylindrique en fer de même section, ce qui nous a donné

$$k = 0,0002.$$

Pour tenir compte des pertes supplémentaires dues à la forme et à la courbure des canaux nous avons adopté pour le calcul

$$k = 0,0003,$$

ce qui nous a conduit à

$$\frac{1}{\varphi^2} = 1,025.$$

Avec la valeur de  $n = 1,32$  correspondant au tracé de la roue pour laquelle

$$m = 0,45 \qquad \nu = 2$$

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ \qquad \beta_1 = 55^\circ$$

nous avons calculé  $\frac{1}{\psi^2}$ , et nous avons trouvé

$$\frac{1}{\psi^2} = 1,10.$$

Le diffuseur étant construit sans aubes, la valeur de  $n$  pour le diffuseur est égale à  $\frac{c_2}{c_1} = \frac{r_1}{r_2}$ ; nous avons mesuré sur le dessin un rapport moyen de  $\frac{r_1}{r_2} = 0,7$ . En adoptant pour  $k_1$ , coefficient de choc, 0,05, et pour  $\varphi$  la valeur trouvée ci-dessus, nous avons obtenu

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = 0,105$$

par application de la formule (281) dans laquelle on remplace  $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$  par sa valeur (98) :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) (1 + n^2 + n + k_1). \quad (400)$$

Comme pour les ventilateurs à grand débit, la vitesse dans la volute reste assez considérable et que la perte dans celle-ci n'est pas négligeable, nous en avons tenu compte en admettant que 10% de l'énergie à la sortie du diffuseur, représentée par  $\frac{1}{2g} c_2^2$ , était perdue, ce qui nous



a conduit à ajouter un terme au second membre de la dernière équation, terme que l'on peut calculer en remarquant que

$$0,1 \frac{c_2^2}{2g} = 0,1 \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \times \frac{c_1^2}{2g}.$$

La valeur définitive de  $\left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right)$  est donc de

$$0,105 + 0,05 = 0,155.$$

Nous savons que cette valeur, obtenue pour  $\varphi$  égal à 1,025, ne convient que pour les conditions normales d'écoulement, c'est-à-dire pour une valeur de  $x$  voisine de 0,8 à 0,9. L'équation qui donne  $\frac{1}{\psi_1^2} - 1$  étant de la forme

$$\left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) = k_3 + \frac{k_4}{x + x_0},$$

on obtiendra une courbe de l'allure de la courbe établie expérimentalement pour les pompes centrifuges, en adoptant

$$k_3 = 0,04$$

$$k_4 = 0,095$$

$$x_0 = 0,05.$$

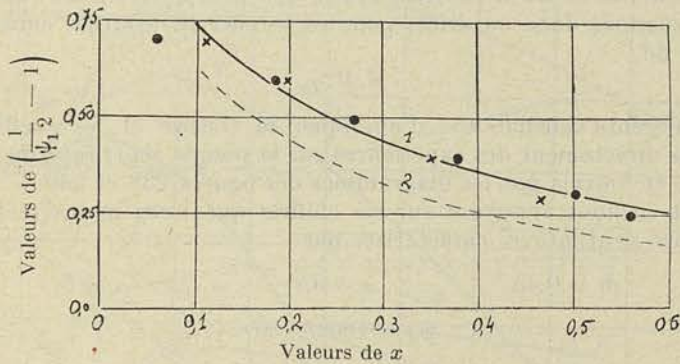


Fig. 240.

La courbe ainsi obtenue est tracée en trait pointillé sur la figure 240, la courbe en trait plein correspondant à la courbe expérimentale pour la pompe centrifuge du Laboratoire dont la roue n'avait que 0 m. 200 de diamètre.

Partant des valeurs ainsi trouvées par le calcul, dans les équations donnant M et P, il est aisé d'établir les courbes caractéristiques; il suffit d'appliquer les relations (327) à (331) dans lesquelles on remplace  $\beta_1$  par l'angle réel  $\beta_1'$  et dans lesquelles on adopte  $K' = 1$ ,  $k' = 0,97$ ,  $\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ$ ,  $\beta_1' = 63^\circ$ , cette dernière valeur étant déduite de la courbe expérimentale des pompes centrifuges que nous avons

reproduite (fig. 238), et prolongée jusqu'à un nombre d'aubes plus grand ; pour 32 aubes on trouve en effet,

$$\frac{\beta_1' - \beta_1}{180^\circ - \beta_1} = 0,068 ;$$

d'où

$$\begin{aligned} \beta_1' &= \beta_1 + 125 \times 0,068 \\ &= 55 + 8 = 63^\circ. \end{aligned}$$

Comme on le voit, non seulement la courbe de M quitte la courbe expérimentale au point d'abscisse  $x = 1$ , pour lequel la courbe de P s'écarte également de la courbe déduite des courbes de *Raleau*, mais la coïncidence de la courbe théorique de P avec la tangente au point d'inflexion est absolument rigoureuse.

Il y a là une vérification extrêmement satisfaisante de la valeur de la théorie, car le seul coefficient qui n'ait pas été déduit strictement mais approximativement des expériences sur la pompe centrifuge de 0,200 de diamètre, est le coefficient  $k''$ ; et l'on peut observer que  $k''$  s'introduisant dans la détermination des points expérimentaux comme dans la détermination des courbes théoriques, une augmentation ou une diminution de 5% de la valeur de  $k''$  n'amène aucun changement dans les résultats, si ce n'est un changement d'échelles des abscisses, tant pour les courbes expérimentales que pour les courbes calculées. Nous sommes donc en droit, pour rechercher les courbes caractéristiques de

$$M, P, \eta_e$$

par différents ventilateurs, d'appliquer la théorie et les coefficients déduits directement des expériences sur la pompe centrifuge du Laboratoire et fournis par les diagrammes des figures 238 et 240.

C'est en nous appuyant sur ces chiffres que nous avons recherché pour des ventilateurs caractérisés par

$$m = 0,45 \qquad \varepsilon = 0,2 \qquad v = 2$$

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ$$

les valeurs de M, P,  $\eta_e$  et R pour les angles de sortie  $\beta_1$  mesurés sur l'aube, et les nombres d'aubes renseignés au tableau ci-dessous,

	$\beta_1$	$n$	$\beta_1'$
courbe 1 .....	55°	32	63°
courbe 2 .....	70°	24	77°
courbe 3 .....	90°	20	96°
courbe 4 .....	120°	16	124°

les valeurs de  $\varphi$ ,  $\psi$  et  $\psi_1$  étant considérées comme constantes. Le nombre d'aubes a été supposé variable de 32 à 16 en passant du 1<sup>er</sup> au

4<sup>e</sup>, ainsi que le justifie un tracé rationnel de l'aubage ; dans ces conditions le coefficient  $k''$  peut être considéré comme sensiblement constant et égal à 0,82.

En utilisant la courbe de la fig. 238, nous avons calculé les angles réels  $\beta_1'$  correspondant aux nombres d'aubes et nous les avons indiqués dans le tableau.

Les résultats du calcul pour les courbes caractéristiques sont traduits en diagrammes fig. 241.

On peut se rendre compte à l'examen de ceux-ci, combien le coefficient manométrique grandit rapidement à mesure que l'angle  $\beta_1$  diminue ; on peut voir également que le rendement effectif est plus élevé pour les valeurs utilisables de  $x$ , toujours supérieures à 0,25, quand on emploie des angles  $\beta_1$  relativement faibles, c'est-à-dire des aubes *recourbées en avant*.

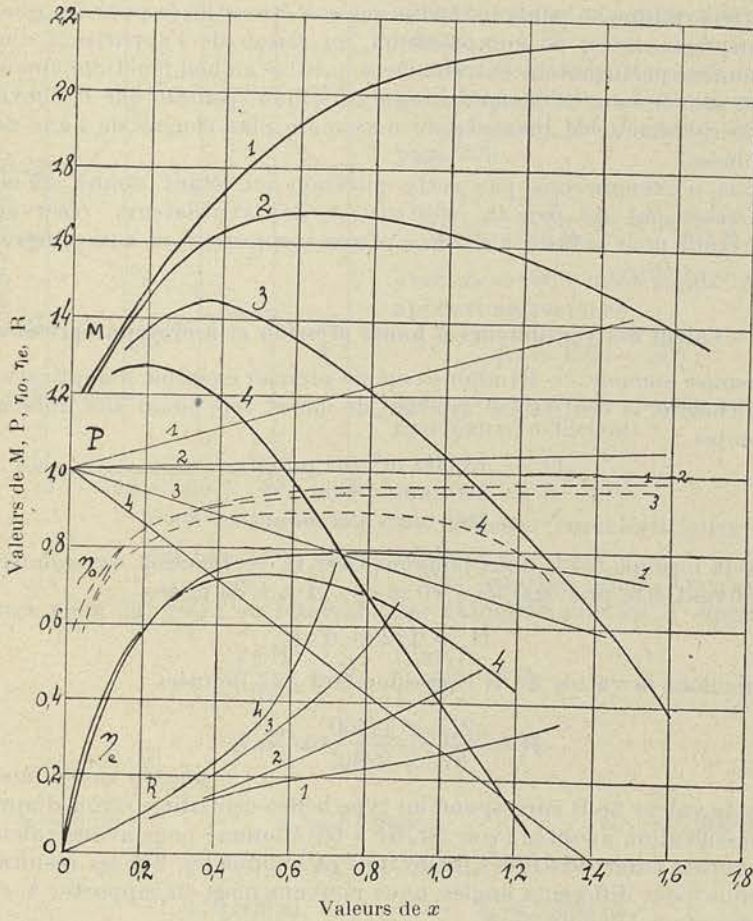


Fig. 241.

Cette conclusion aurait encore été accentuée, si nous avions choisi pour le calcul du rendement organique une valeur plus élevée de  $K$  dans la formule (XVII)*b*, c'est-à-dire si nous avions supposé avoir affaire à des ventilateurs de plus faibles dimensions. La valeur de  $K = 220$  utilisée ici, a été déduite, en effet, d'un calcul effectué sur le ventilateur *Raleau* de 4 m. de diamètre, en supposant un rendement organique de marche normale de 0,97.

Les valeurs de  $R$  croissent d'autant plus rapidement que les angles  $\beta_1$  sont plus grands et l'on peut noter que pour  $R = 20$ , le rendement atteint 0,79 avec  $\beta_1 = 55^\circ$  tandis qu'il n'atteint que 0,69 pour  $\beta_1 = 120^\circ$ .

Ainsi se justifient les aubes radiales à la périphérie et même les aubes recourbées en avant, que l'on retrouve dans presque tous les ventilateurs modernes destinés à créer une dépression importante, c'est-à-dire à réaliser une valeur de  $R$  relativement faible.

Cette pratique ne peut malheureusement être utilisée pour les roues de surpresseurs ou de compresseurs, en raison de l'apparition d'un phénomène perturbateur extrêmement nuisible au bon fonctionnement, connu sous le nom de *pompage*, d'autant plus à craindre que la courbe caractéristique de  $M$  présente un maximum plus éloigné de l'axe des ordonnées.

Nous n'examinerons pas cette question ici, étant donné qu'elle n'intéresse pas ou peu la construction des ventilateurs, réservant cette étude pour le fascicule consacré aux surpresseurs et aux compresseurs centrifuges.

#### § 4. — Calcul des ventilateurs à haute pression et à moyenne pression.

*Premier exemple.* — Étudions comme premier exemple d'application de la théorie, le ventilateur aspirant de mines, répondant aux données suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= 13.000 \text{ m}^3 \text{ par minute} \\ h &= 240 \text{ mm. d'eau} \\ N &= 180 \text{ tours par minute.} \end{aligned}$$

De la formule (374) nous pouvons tirer  $H'$  en fonction des données,  $c_a$  pouvant être pris égal ici à 10 m/sec. et  $c_e$  à 25 m/sec. :

$$H' = 172 \text{ m. d'air}$$

Calculons la valeur de  $R$  correspondant aux données :

$$R = \frac{217 \times 32400}{87 \times 2260} = 35.7.$$

Cette valeur de  $R$  correspond au type hélico-centrifuge étroit d'après la classification adoptée (voir fig. 61 à 66). Comme nous avons calculé les courbes caractéristiques de ce type et indiqué fig. 241 les résultats obtenus pour différents angles, nous pouvons nous en rapporter à ces courbes pour le choix de  $\beta_1$ .

On voit que pour réaliser le rendement maximum quand la valeur de R atteint 35,7, il faut choisir l'angle  $\beta_1 = 90^\circ$  correspondant à la courbe 3. Cette valeur de R est alors réalisée pour  $x = 0,60$ , et le rendement effectif correspondant est d'environ 0,77 ; le coefficient manométrique atteignant 1,34, on trouve pour  $u_1$  et  $2r_1$  les valeurs

$$u_1 = 50,2 \text{ m/sec.}, \quad 2r_1 = 5,340 \text{ m.}$$

Avant d'adopter cette valeur du diamètre, il convient de vérifier si les valeurs de

$$m = 0,45 \quad v = 0,2 \quad \varepsilon = 2,0$$

adoptées pour le tracé des courbes de la fig. 241, ne conduisent pas à une valeur trop élevée de la vitesse à l'ouïe et vérifient la relation (278).

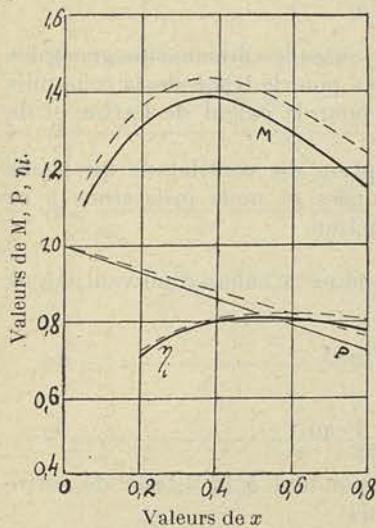


Fig. 242.

On constate que pour limiter la vitesse  $c_0$  à 25 m/sec., il faut augmenter  $m$  et le porter à 0,6, tandis qu'il faut réduire  $v$  à la valeur 1,6.

Appliquant la formule établie page 259

$$\frac{1}{\lg \beta_0} = \frac{1}{\lg \alpha_0} = m^2 v \frac{1}{\sin \beta} \frac{1}{x}$$

avec  $\alpha_0 = 90^\circ$ , nous avons trouvé approximativement :

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ;$$

nous avons calculé ensuite avec les nouveaux coefficients

$$m, v, \varepsilon,$$

les courbes caractéristiques définitives.

Ces courbes sont tracées en trait plein fig. 242 ; en résolvant par tâtonnements les 3 équations

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = M, \quad \frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1$$

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1,$$

nous avons obtenu

$$x = 0,58$$

$$u_1 = 51 \text{ m/sec.}$$

$$2r_1 = 5,400 \text{ m.}$$

$$2r_0 = 3,240 \text{ m.}$$

$$l_1 = 0,500 \text{ m.}$$

$$l_2 = 0,864 \text{ m.}$$

La puissance  $N^u$  étant de

$$N_u = \frac{\delta QH'}{75} = \frac{1,22 \times 217 \times 172}{75} = 610 \text{ chev.},$$

la puissance effective atteindra

$$N_e = \frac{N_u}{\eta_o \times \eta^i} = \frac{610}{0,81 \times 0,97} = 775 \text{ chev.}$$

De la relation (278), on peut tirer

$$\left(\frac{D_s}{2r_1}\right)^2 = 2 m \cdot v \varepsilon = 0,384.$$

D'où

$$D_s = 3,300 \text{ m.}$$

Nous sommes donc en possession de toutes les dimensions générales du ventilateur et des éléments nécessaires pour le tracé de la roue puis de la volute et finalement des données pour le calcul de l'arbre et de l'enveloppe.

Nous donnerons plus loin la description du ventilateur que nous avons dessiné en partant de ces données et nous insisterons à ce moment sur quelques détails de construction.

2<sup>e</sup> *exemple*. — Traitons comme 2<sup>e</sup> exemple le calcul d'un ventilateur de cubilot pouvant donner

$$Q = 1,83 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

sous une hauteur

$$h = 960 \text{ mm. d'eau,}$$

y compris la hauteur de charge correspondant à la vitesse de sortie [formule (375)], avec un nombre de tours

$$N = 2920 \text{ t/minute.}$$

Des données, nous tirons

$$H' = 790 \text{ m. d'air}$$

et

$$R = 8$$

Cette valeur conduit au type centrifuge correspondant à  $\varepsilon = 0,1$ . En effet si nous nous reportons à la courbe 3 de la fig. 241 tracée pour

$$m = 0,45 \quad \varepsilon = 0,2 \quad v = 2$$

$$\beta_o = 180^\circ - 50^\circ \quad \beta_1 = 90^\circ,$$

et que pour tenir compte de ce que  $\varepsilon = 0,1$  dans notre cas, toutes les

ordonnées donnant R doivent être divisées par 2, nous trouvons  $R = 8$  pour  $x = 0,32$ .

Pour cette valeur de  $x$ , on constate toutefois que le rendement maximum n'est pas atteint.

Il convient de choisir un angle plus grand. En adoptant

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 180^\circ - 80^\circ & \beta_0 &= 180^\circ - 50^\circ \\ m &= 0,425, & \varepsilon &= 0,1, & \nu &= 0,2 \end{aligned}$$

$k'' = 0,82$  pour 16 aubes, on déduit du diagramme de la fig. 238

$$\frac{\beta_1' - \beta_1}{180^\circ - \beta_1} = 0,093 \quad \text{d'où} \quad \beta_1 = 107^\circ \frac{1}{2}$$

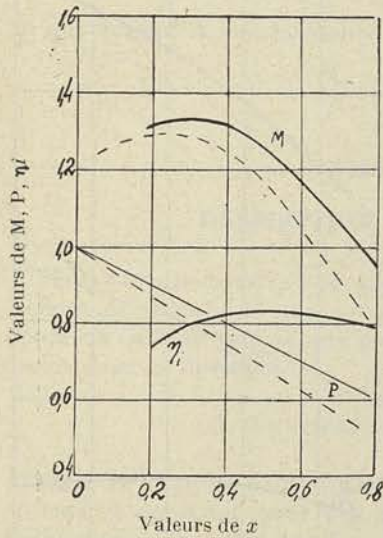


Fig. 243.

ce qui donne pour M, P et  $\eta_i$ , en fonction de  $x$ , les courbes qui sont indiquées sur la fig. 243 en trait plein. En résolvant le problème comme ci-dessus, par tâtonnements, on obtient

$$x = 0,29 \quad M = 1,335 \quad u_1 = 108 \text{ m.}$$

$$2r_1 = 0,710 \text{ m.}$$

$$2r_0 = 0,300 \text{ m.} \quad l_1 = 0,035 \text{ m.}$$

$$l_0 = 0 \text{ m. } 071$$

$$Ds = 0 \text{ m. } 300$$

et pour vitesse à l'ouïe

$$26 \text{ m/sec.}$$

Le rendement indiqué étant de 0,80, le rendement organique de 0,97, on a pour

$$\eta = 0,775$$

et pour puissance  $N_e$

$$N_e = 30 \text{ chevaux}$$

La fig. 245 de la planche XII donne l'ensemble de ce ventilateur, à roue en porte-à-faux, à enveloppe en fonte avec diffuseur sans aubes, logé, pour diminuer les dimensions d'encombrement, dans la volute elle-même, à section circulaire.

Ainsi que l'exécutent de nombreux constructeurs, notamment la Société Oerlikon, la roue du ventilateur est fixée sur l'extrémité de l'arbre du moteur électrique qui l'actionne, ce qui réduit à la fois l'encombrement et le prix de revient de l'appareil.

3<sup>e</sup> exemple. — Nous avons traité, comme troisième exemple, un ventilateur à grand débit et à faible surpression convenant pour la ventilation de locaux importants, pour le tirage forcé, etc.

Les données sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= 184, \text{ m}^3/\text{sec.} && (1100 \text{ m}^3 \text{ minute}) \\ H &= 39,5 \text{ m. d'air} && (h = 48 \text{ mm. d'eau}) \\ N &= 250. \end{aligned}$$

La valeur de R résultant de ces données atteint 50, ce qui d'après notre tableau de classification des types correspond au type mixte large.

Un premier tracé exécuté pour tenir compte des nécessités de réalisation avec  $\varepsilon = 1$ , nous a permis de trouver, pour le filet moyen, les valeurs suivantes des coefficients de proportionnalité

$$\varepsilon = 0,2 \quad m = 0,665 \quad \nu = 0,85.$$

En adoptant pour  $\beta_1$ ,  $45^\circ$  et 32 aubes, on obtient pour  $\beta_1'$

$$\beta_1' = 53^\circ$$

En appliquant la formule (322) transformée en tenant compte des relations transcrites à la suite de cette formule, on trouve

$$\sin \beta_0 = \frac{k' k'' \sin \beta_1}{m^2 \nu} = 0,595$$

d'où

$$\beta_0 = 36^\circ \frac{1}{2}.$$

Utilisant les valeurs ainsi trouvées pour  $\beta_1'$  et  $\beta_0$ , et conservant pour

$$k' = 0,97$$

$$k'' = 0,82$$

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,025$$

$$\frac{1}{\psi^2} = 1,10$$

$$k_3 = 0,04$$

$$k = 0,095$$

$$K' = 1,$$

ces derniers chiffres étant déduits de l'analyse des courbes de *Raleau*, nous avons obtenu les courbes M, P,  $\eta_i$  tracées en trait plein sur la fig. 244.

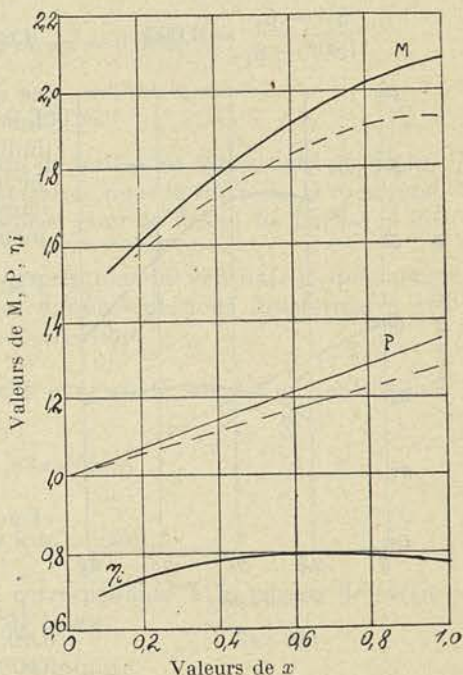


Fig. 244.



Le calcul, conduit par tâtonnements comme précédemment, donne

$$x = 0,35 \qquad u_1 = 21 \text{ m.} \qquad 2r_1 = 1,600 \text{ m.}$$
$$2r_0 = 1,060 \text{ m.}$$

pour le filet moyen.

Avec  $D_s = 1,340$  m. le tracé se présente d'une manière satisfaisante, et la vitesse  $c_0$  reste relativement modérée, comme il convient pour un ventilateur à faible surpression :

$$c_0 = 13 \text{ m/sec.}$$

La courbe de rendement donne  $\eta_i = 0,77$

et avec  $\eta_0 = 0,97$  et partant  $\eta_e = 0,745$ ,

ce qui conduit à une puissance effective d'environ

$$N_e = 16 \text{ chevaux.}$$

## CHAPITRE II

### DESCRIPTION DES VENTILATEURS

Nous nous bornerons à décrire les 3 types de ventilateurs que nous venons de calculer et que nous avons dessinés en nous inspirant du mode de construction adopté pour chacun d'eux, par les firmes spécialisées dans ce domaine.

#### A. VENTILATEUR A HAUTE PRESSION

Dans ce type de ventilateur tournant généralement à très grande vitesse et construit pour des débits relativement faibles, on utilise fréquemment la volute en fonte avec couvercle latéral, si la roue est à simple ouïe, ce qui est le cas dans l'étude que nous présenterons planche XII.

Si le souci d'obtenir un haut rendement n'existe pas et que l'on vise avant tout à la simplicité, on adopte le roue à palettes sans flasque, venue de fonte avec le moyeu, ou rapportée sur un disque central.

La roue est alors à double ouïe et la volute est coupée en deux parties symétriques, par un plan passant par l'axe de la roue.

Dans la construction représentée fig. 245, la roue est constituée par un disque en tôle d'acier pincé dans un moyeu en acier coulé en deux pièces, disque sur lequel viennent se fixer les aubes en tôle mince à bords repliés et rivés.

La flasque latérale en tôle plus mince que le disque est fixée aux aubes également par rivets.

Les bords des aubes doivent être repliés autant que possible, de façon

que les têtes de rivets se présentent sous la face concave ; leur présence à cet endroit étant moins nuisible au point de vue de la formation des remous. Dans la forme actuelle perfectionnée que l'on emploie pour les turbo-compresseurs, les aubes sont construites en tôle plus épaisse, et découpées sur les bords latéraux de façon à donner de distance en distance des parties en saillie de 6 à 5 mm. qui viennent s'engager dans des trous entaillés dans le disque et la flasque, et qui y sont rivés soigneusement.

On évite par cette construction les discontinuités dans la section d'écoulement provenant de la présence des têtes de rivets et on améliore ainsi le rendement ; un tel mode de fixation des aubes suppose toutefois une fabrication en série, car l'outillage nécessaire pour le découpage des aubes puis la perforation des trous dans les flasques avec l'espacement rigoureux indispensable, doit devenir rapidement important, tout en restant essentiellement spécial à chaque type.

Comme détails de construction, nous avons prévu des bagues d'étanchéité en bronze telles qu'on les rencontre dans la fabrication des turbo-compresseurs, la différence de pression de 1 m. d'eau pour laquelle ce ventilateur est établi étant relativement importante.

#### B. VENTILATEUR A BASSE PRESSION ASPIRANT

Dans ce genre de ventilateur dont les dimensions sont relativement grandes et les puissances absorbées relativement faibles, on utilise exclusivement, en vue de réduire le poids et le prix, l'enveloppe en tôle rivée sur des cornières cintrées.

On est forcément conduit avec ce mode de construction à simplifier les formes : la volute est toujours à section rectangulaire et le diffuseur proprement dit est supprimé. La fig. 246 reproduit la disposition adoptée dans un ventilateur américain fabriqué en série, jusqu'aux plus grandes dimensions.

Les parois latérales de l'enveloppe sont renforcées par un cadre en cornière de fortes dimensions, sur lequel viennent s'attacher deux traverses portant les paliers. La paroi avant est découpée pour le montage de la roue et le couvercle en tronc de cône qui fait converger la veine fluide à l'ouïe et qui forme couvercle, est fixé par vis à la paroi ; celle-ci est renforcée sur la périphérie de l'ouverture par un cercle en acier forgé, fixé par des rivets à têtes fraisées.

La roue est constituée par un moyeu coulé sur lequel vient se river une flasque en tôle d'acier portant les aubes, constituées elles-mêmes par des tôles matricées dont les bords pliés sont fixés aux deux flasques, par des rivets.

L'ensemble est consolidé par quatre tirants partant de la flasque extérieure et aboutissant au moyeu. Cette construction très rationnelle permet non seulement de consolider la roue, mais de centrer d'une façon précise par rapport à l'axe de rotation, la flasque extérieure et de

Fig. 245<sup>a</sup>. — Échelle 1/25.

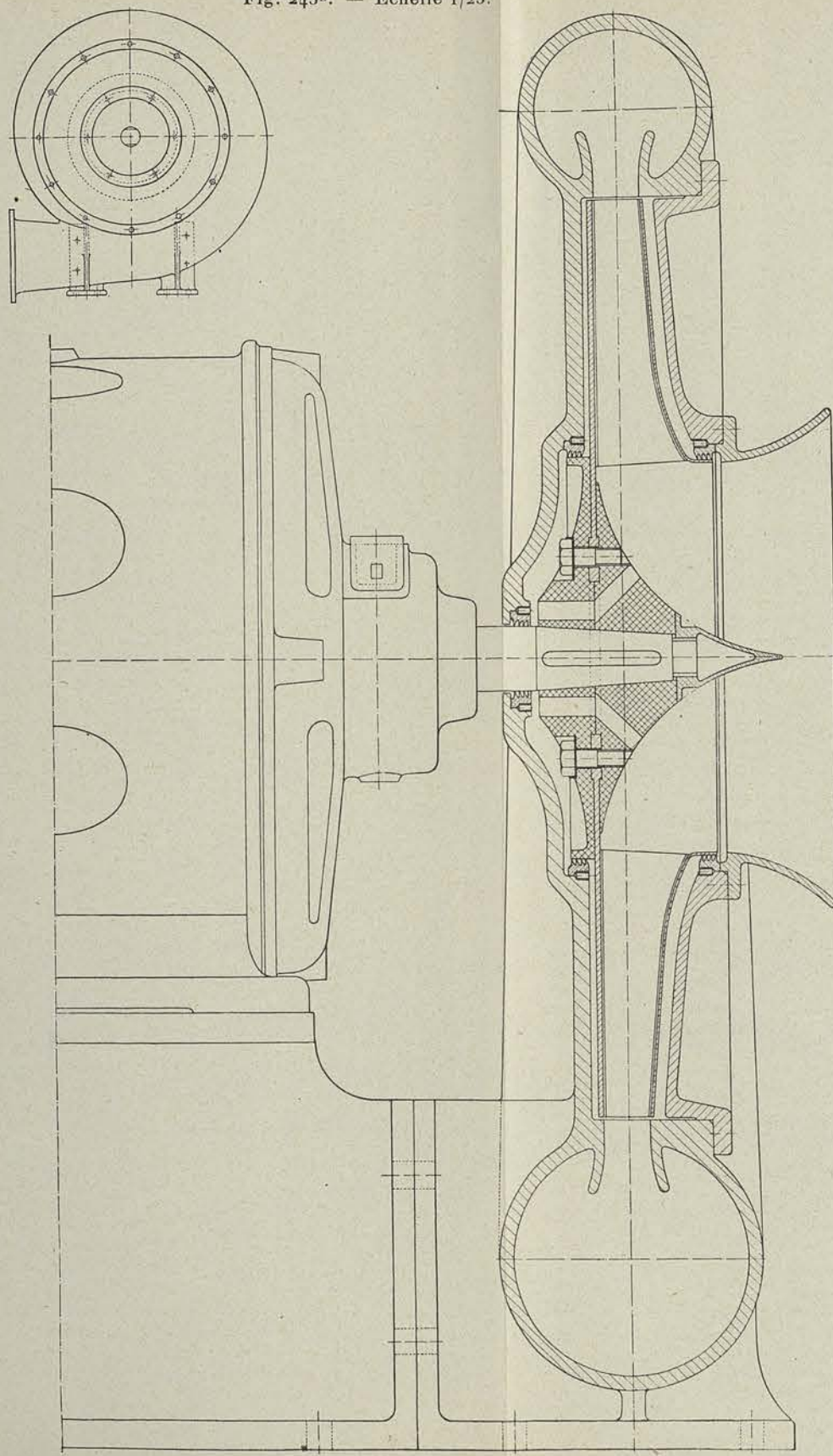


Fig. 245  
Échelle 1/5.  
Q = 110 m<sup>3</sup>/min.  
H' = 790 m. d'air.  
N = 2920 t/m.  
R = 8.

Fig. 247<sup>b</sup>. — Échelle 1/250.

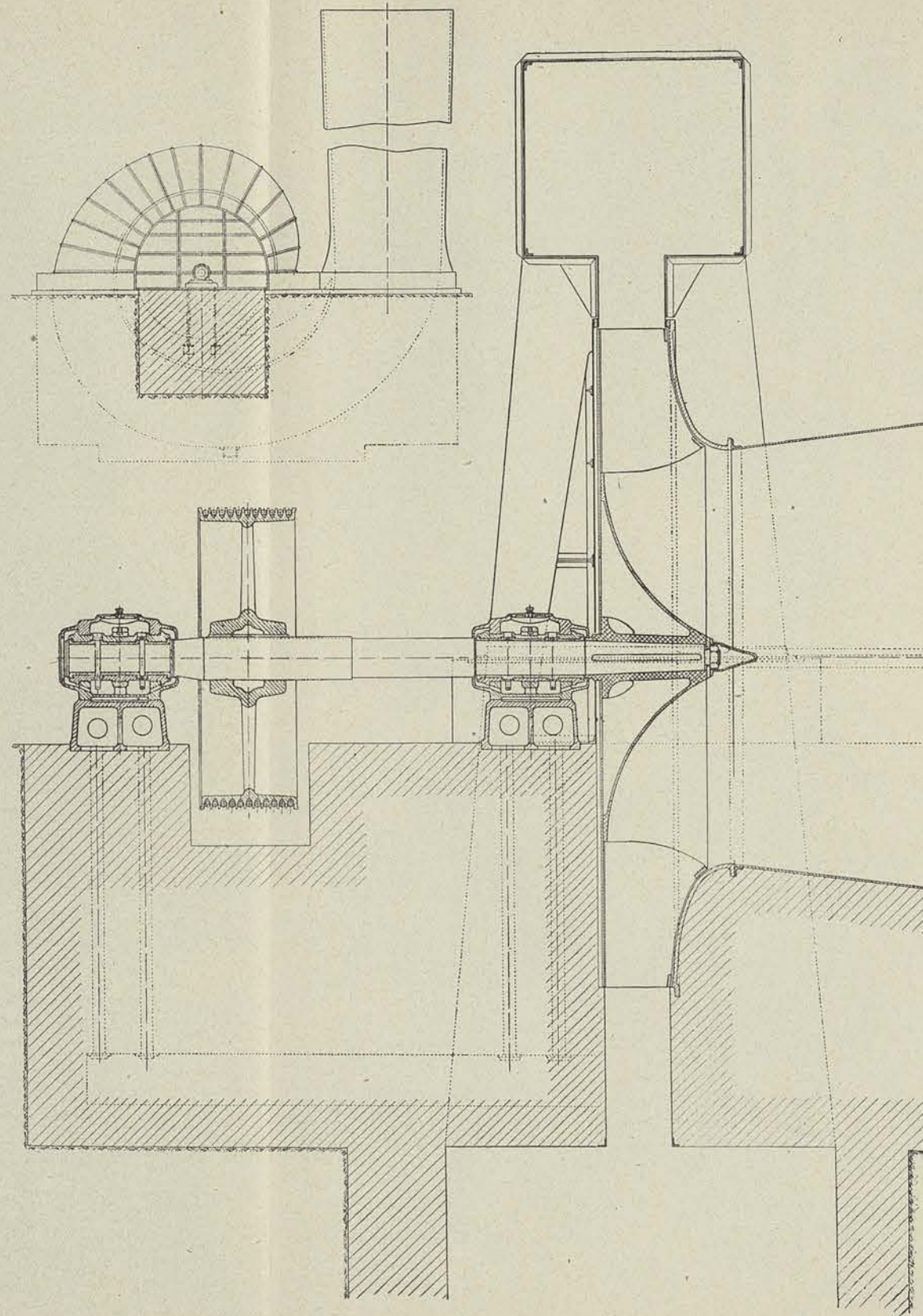


Fig. 247.  
Échelle 1/50  
Q = 13000 m<sup>3</sup>/min.  
H' = 172 m. d'air.  
N = 180 t/m.  
R = 35,6.

Échelle 1/25

Q = 1100 m<sup>3</sup>/min.  
H' = 39,5 m. d'air.  
N = 250 t/m.  
R = 50.

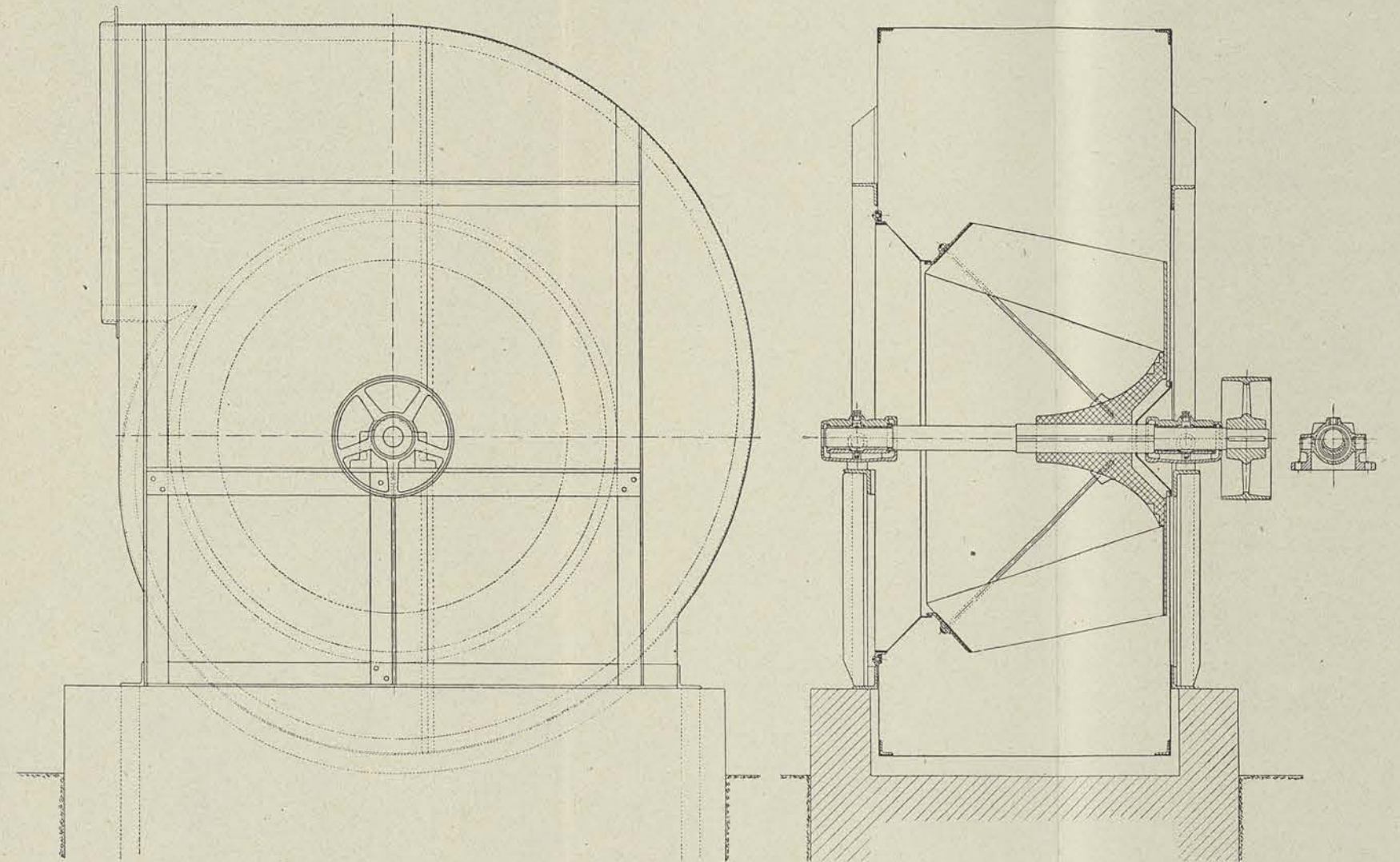
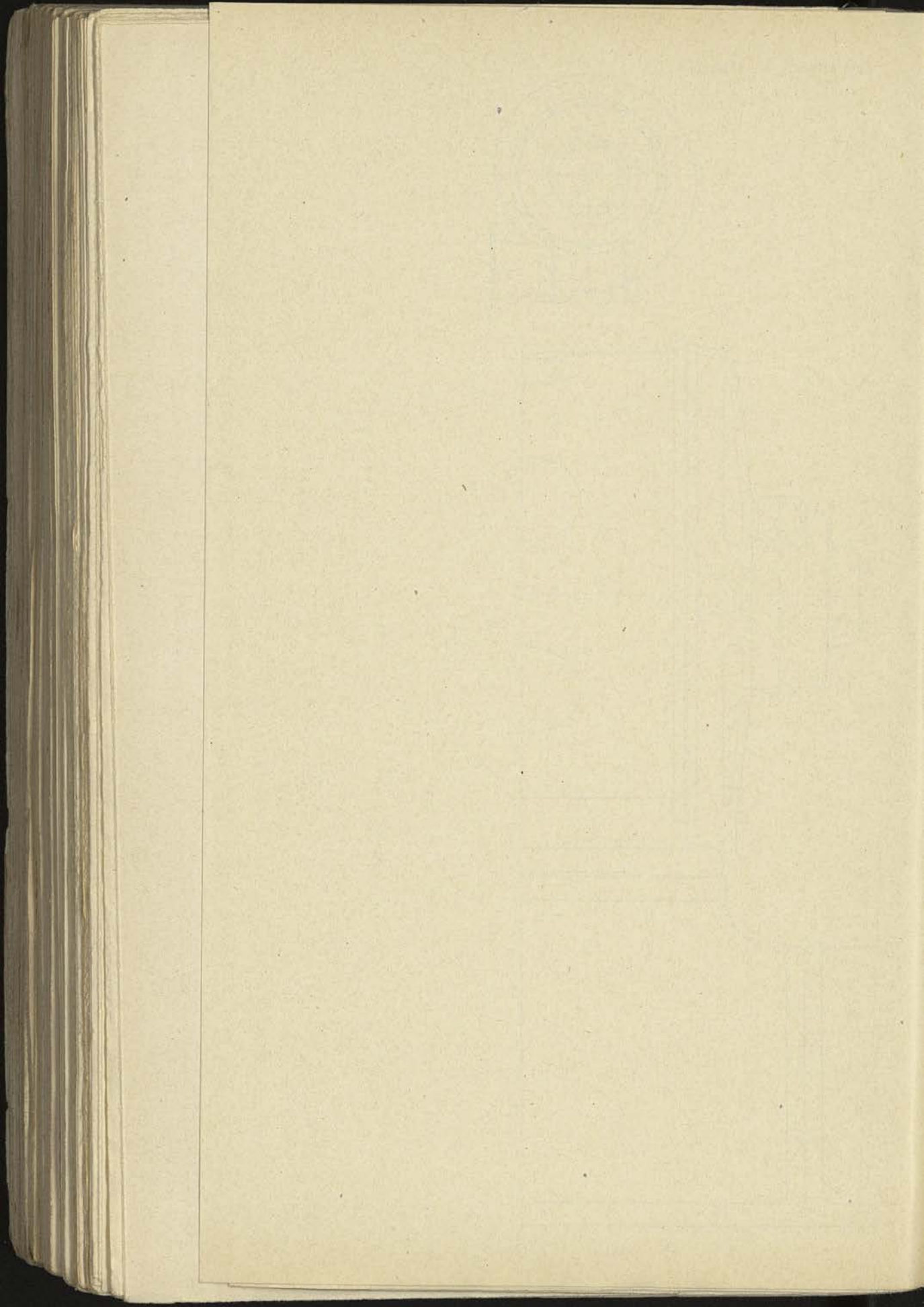


Fig. 246.



rendre minimum le jeu laissé, entre le bord cylindrique de celle-ci et l'enveloppe, à l'ouïe de la roue.

Les paliers dessinés d'après les indications du catalogue de la firme américaine sont, comme on peut le voir, articulés pour suivre les déformations de l'arbre dans le plan vertical ; ils sont étudiés de façon à réduire l'encombrement et leur prix de revient au minimum.

Pour les fortes dimensions, il y a lieu à notre avis de prévoir une butée à billes, et c'est ce que nous avons fait dans l'étude présentée planche XII, fig. 246.

#### C. VENTILATEUR A PRESSION MOYENNE DE TRÈS GRANDE PUISSANCE

Nous avons donné une construction possible du ventilateur de mine, de grandes dimensions. Pour réduire le prix et l'encombrement, toute la partie inférieure de l'enveloppe et de la volute est construite en béton. Seule la partie supérieure est réalisée en tôle (fig. 247, planche XII).

Etant donné le diamètre exceptionnel de la roue, la volute avec son diffuseur sans aubes doit être construite en un grand nombre de segments assemblés par boulons ; ces segments renforcés par des cornières, sont limités par deux cadres en cornière qui viennent s'appuyer sur une plaque d'assise logée dans le béton de la fondation.

Le couvercle côté ouïe, en fonte en deux pièces, est tenu par des boulons au tuyau d'aspiration exécuté en deux parties lui aussi, sur une certaine longueur, pour permettre le démontage ; il est fixé à la volute par des prisonniers engagés dans un cercle en fer de 30 mm. d'épaisseur, fixé à cette dernière par des rivets à tête fraisée.

Le couvercle du côté opposé à l'ouïe est constitué par 5 tôles assemblées par des T formant couvre-joint, soutenues et raidies verticalement par deux contreforts en tôle, reliés par des cornières.

L'assemblage à la périphérie est fait également au moyen de prisonniers engagés dans un cercle appliqué à la volute. Pour faciliter le montage, le couvercle est coupé en deux horizontalement à la troisième tôle, par un joint formé par deux équerres fixés aux tôles de part et d'autre du joint, par des rivets.

La roue comporte un moyeu coulé, calé sur une longue portée conique, portant un disque en tôle d'acier de forte épaisseur ; sur ce disque sont rivées les aubes en porte-à-faux. Pour raidir celles-ci, deux couronnes, l'une à la périphérie l'autre à l'ouïe, établissent une liaison rigide entre celles-ci.

L'arbre portant la roue en porte-à-faux est soutenu par deux forts paliers dont celui d'extrémité sert de butée. La commande est faite au moyen d'une transmission par câbles, la vitesse du ventilateur n'étant pas appropriée à l'attaque directe, pour une puissance aussi élevée. A l'heure actuelle, grâce à l'utilisation d'engrenages à grande vitesse, il est devenu possible de faire l'attaque des ventilateurs importants par des turbines à vapeur à grande vitesse de rotation et partant à faible consommation.

## APPENDICE GÉNÉRAL

### CALCUL DES PERTES DE CHARGE DANS LES CONDUITES FORCÉES

Grâce aux recherches d'ordre mathématique faites par *Osborne Reynolds*, la question de la détermination de la résistance de frottement qu'oppose la surface d'un corps solide à l'écoulement d'un fluide a fait des progrès si considérables qu'il est possible aujourd'hui d'établir des *formules générales* permettant de calculer la perte de charge dans une conduite, quelle que soit la nature du fluide qui la traverse.

#### § 1. — Formules générales

On considérait généralement, en hydraulique, la résistance de frottement comme proportionnelle à la surface  $S$  en contact avec le fluide, au poids spécifique  $\delta$  du fluide, au carré de la vitesse relative  $w$  du fluide par rapport à la surface :

$$R = k\delta w^2 S \quad (401)$$

En partant de cette loi et en faisant l'hypothèse—non vérifiée, hâtons-nous de le dire — que dans une conduite forcée le fluide se déplace par tranches parallèles, on peut montrer aisément que la *perte de charge*  $h$ , c'est-à-dire la hauteur de la colonne de fluide qui ferait équilibre à la résistance de frottement, est donnée par la formule :

$$h = k \frac{m}{\sigma} w^2 l \quad (402)$$

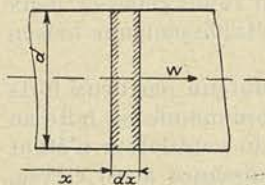


Fig. 248.

dans laquelle  $m$  désigne le périmètre de la conduite,  $\sigma$  la section de la conduite,  $l$  sa longueur.

En effet, pour un élément de longueur  $dx$  (fig. 248), la résistance  $dR$  a pour expression, d'après la loi ci-dessus :

$$dR = k\delta (mdx) w^2 ;$$

or, par définition, la perte de charge élémentaire  $dh$  peut s'exprimer en fonction de  $dR$  par l'égalité

$$\sigma dh \delta = dR. \quad (403)$$

Partant de cette égalité, on peut calculer  $dh$  puis  $h$  en fonction de  $w$

$$dh = k \frac{m}{\sigma} w^2 dx,$$

soit, pour une conduite de section et de périmètre constants :

$$h = k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 l \quad (404)$$

Pour les conduites cylindriques

$$\frac{m}{\sigma} = \frac{\pi d}{\pi d^2} = \frac{4}{d}.$$

En multipliant et en divisant le second nombre de l'équation (404) par  $2g$ , et en posant

$$\lambda = 2gk \quad (405)$$

nous obtiendrons la formule classique :

$$h = \lambda \frac{4 w^2}{d 2g} l. \quad (406)$$

Les recherches expérimentales de *Darcy* exécutées sur des conduites d'eau, ont montré depuis longtemps que  $\lambda$  ne peut être considéré comme constant ; mais tandis que *Darcy* proposait d'admettre que  $\lambda$  était une fonction de  $d$  indépendante de  $w$  et posait

$$\lambda = a + \frac{b}{d}$$

d'après *Prony*  $\lambda$  était surtout fonction de  $w$

$$\lambda = a' + \frac{b'}{w}$$

C'est *Osborne Reynolds* qui, le premier, a montré, en s'appuyant sur la loi de similitude, que  $\lambda$  étant une fonction des grandeurs  $w$ ,  $d$  et  $\nu$ ,  $\nu$  représentant ce qu'on appelle le coefficient de viscosité cinématique du fluide, la fonction

$$\lambda = \varphi(w, d, \nu) \quad (407)$$

devait être de la forme  $\lambda = \varphi\left(\frac{wd}{\nu}\right)$ .

Pour pouvoir préciser la signification du coefficient  $\nu$ , il est nécessaire

d'examiner de plus près le phénomène de l'écoulement d'un fluide à travers une conduite cylindrique de section constante.

ÉCOULEMENT LAMINAIRE ET ÉCOULEMENT TOURBILLONNAIRE.

L'hypothèse des tranches parallèles n'étant pas réalisée, l'écoulement à travers un tuyau cylindrique, cas le plus simple que l'on puisse envisager, se produit suivant deux régimes stables bien distincts : le premier, que l'on désigne sous le nom d'*écoulement laminaire*, pendant lequel le mouvement du fluide se fait par *couches concentriques*, la vitesse variant depuis un maximum sur l'axe, jusqu'à une vitesse nulle à la paroi ; le second pendant lequel la trajectoire d'un élément quelconque, au lieu d'être rectiligne et parallèle à l'axe, comme dans le cas précédent, devient sinueuse par rapport à cet axe ; c'est celui qui est appelé, pour cette raison, *écoulement tourbillonnaire*.

Par vitesse  $w$  dans une section, il faut donc entendre, d'après ce que nous venons de voir, la vitesse moyenne définie par la relation

$$w = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad (408)$$

$Q$  désignant le débit,  $d$  le diamètre de la conduite.

Tant que cette vitesse  $w$  reste inférieure à une certaine vitesse  $w_c$  que l'on désigne sous le nom de *vitesse critique*, l'écoulement est *laminaire*, et la perte de charge doit être calculée par la formule de *Poiseuille* :

$$h = 32 \frac{\nu}{g} \frac{1}{d^2} w l \quad (409)$$

Au delà de cette vitesse  $w_c$ , l'écoulement devient tourbillonnaire ; la vitesse à la paroi cesse d'être nulle et il se produit un transport de quantité de mouvement d'une couche à l'autre qui modifie la répartition des vitesses dans la section de la conduite et accroît la perte d'énergie, partant la perte de charge ; celle-ci est alors donnée par la formule (406),  $\lambda$  étant une fonction de  $w$ ,  $d$  et  $\nu$ .

DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE « POISEUILLE ».

Pour établir la relation (409), on admet que la force de frottement  $R$  qui agit entre deux couches de fluide de surface  $S$  se déplaçant l'une par rapport à l'autre, est donnée par la formule

$$R = \mu S \left( \frac{dw}{dn} \right) \quad (410)$$

$\left( \frac{dw}{dn} \right)$  représentant la dérivée de la vitesse par rapport à la normale à



la surface de contact,  $\mu$  un coefficient de proportionnalité qui dépend de la viscosité et que l'on désigne pour cette raison sous le nom de *coefficient de viscosité absolu*.

S'appuyant sur cette loi énoncée par *Newton*, on peut démontrer la formule de *Poiseuille*.

Il suffit de considérer (fig. 249) un élément limité par deux surfaces cylindriques de rayon  $r$  et  $(r + dr)$  et par deux plans perpendiculaires à l'axe de la conduite, distants de l'origine de  $x$  et  $(x + dx)$ . Cet élément est en équilibre sous l'action des forces

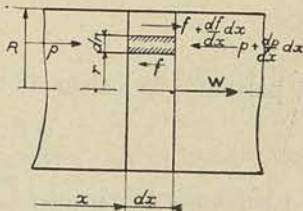


Fig. 249.

$$(2 \pi r dr) p \quad \text{et} \quad 2 \pi r dr \left( p + \frac{dp}{dx} dx \right)$$

d'une part, et

$$f \quad \text{et} \quad \left( f + \frac{df}{dr} dr \right)$$

d'autre part,  $f$  représentant ici la valeur particulière de  $R$  qui, d'après la formule (410), peut s'écrire

$$f = \mu \cdot 2 \pi r dr \frac{dw}{dr}. \quad (412)$$

La condition d'équilibre conduit donc, après simplification, à la relation suivante :

$$\left( \frac{dp}{dx} \right) dx r dr = \mu dx \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) dr$$

ou

$$r \frac{dp}{dx} = \mu \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right). \quad (413)$$

De cette équation, on peut tirer :

$$r \frac{dw}{dr} = \frac{1}{\mu} \int \left( \frac{dp}{dx} \right) r dr + c \quad (414)$$

puis

$$w = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{r^2}{4} + C \log_n r + C'. \quad (415)$$

Les deux constantes d'intégration peuvent être déterminées en observant :

- 1° que  $w$  n'est pas infini pour  $r = 0$  et que partant  $C$  doit être nul;
- 2° que pour  $r = R$ , la vitesse  $v$  est nulle tant que l'écoulement se fait en régime laminaire.

Cette dernière condition conduit à

$$c' = - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{R^2}{4} \quad (416)$$

et partant à la valeur de  $w$

$$w = - \frac{1}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) \quad (417)$$

Cherchons à exprimer  $\left( \frac{dp}{dx} \right)$  en fonction de la vitesse moyenne  $w_m$  ; on peut écrire par définition

$$Q = \pi R^2 w_m = \int_0^R - \frac{1}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

ce qui conduit à

$$w_m = - \frac{1}{8\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) R^2 \quad (418)$$

et partant à

$$dp = - 8\mu \frac{w_m}{R^2} dx = - \delta dh$$

ou encore, si on remplace  $w_m$  par  $w$ , pour en revenir aux notations habituelles,

$$h = 32 \frac{1}{g} \frac{\mu g w}{\delta d^2} l \quad (419)$$

Cette équation équivaut à celle transcrite ci-dessus, sous le numéro (409) puisque, par définition

$$\frac{\mu g}{\delta} = \nu \quad (420)$$

$\nu$  représentant ce que nous avons appelé le *coefficient de viscosité cinématique*. De la formule (417) combinée à la formule (418), on peut déduire :

$$w = 2 w_m \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (421)$$

qui montre que la vitesse croît de la paroi à l'axe où elle a sa *valeur maxima égale à*

$$2 w_m$$

*c'est-à-dire à deux fois la vitesse moyenne.*

Remarquons que la formule donnant la perte de charge dans l'écoulement laminaire, peut s'écrire :

$$h = 16 \frac{4}{d} \left( \frac{\nu}{wd} \right) \frac{w^2}{2g} l = \frac{16}{\alpha} \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} l \quad (422)$$

et se mettre sous la forme

$$h = \lambda \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} l$$

en posant

$$\lambda = \frac{16}{\alpha}$$

Ainsi pour l'écoulement laminaire  $\lambda$  est inversement proportionnel au coefficient  $\alpha$ .

#### DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE REYNOLDS

Recherchons à présent pour l'écoulement tourbillonnaire la valeur de  $\lambda$ . Après l'exposé qui vient d'être fait, on peut comprendre comment  $h$  est fonction du coefficient de viscosité cinématique  $\nu$ .

Déterminons tout d'abord les dimensions de  $\lambda$ .

D'après la formule (410) qui définit le coefficient de viscosité,  $\mu$  a pour dimensions :

$$\frac{F}{L^2} \frac{L}{LT^{-1}} = \frac{FT}{L^2};$$

on peut donc dire que  $\nu$  a pour dimensions, d'après la formule (420),

$$\frac{FT}{L^2} \times \frac{LT^{-2}}{FL^{-3}} = L^2 T^{-1}$$

Dans ces conditions, on peut montrer que la fonction  $\varphi(w, d, \nu)$  est de la forme

$$\varphi\left(\frac{wd}{\nu}\right)$$

En effet, d'après la formule (406),  $\lambda$  est un simple coefficient :

$$\lambda = \frac{h}{d} \frac{1}{w^2} \frac{1}{2g} l = \frac{L}{L^{-1} \frac{L^2 T^{-2}}{L T^{-2}} L} = 1;$$

la condition d'homogénéité de la formule (407) implique donc la nécessité de pouvoir grouper les termes de façon que chacun d'eux soit sans dimensions ; or il ne peut en être ainsi que si les variables se groupent pour donner lieu à un coefficient sans dimensions :

$$\alpha = \frac{wd}{\nu} \left( \frac{L T^{-1} L}{L^2 T^{-1}} = 1 \right) \quad (423)$$

c'est ce coefficient  $\alpha$  qui est appelé *coefficient de Reynolds*.

On peut chercher l'expression de  $\alpha$  en fonction du coefficient de viscosité, qui dans les tables des constantes physiques, est donné dans le système C. G. S. On trouve, en conservant les unités de kg.m.sec.

pour  $w$ ,  $d$  et  $\delta$  et, en adoptant pour  $\mu$  les valeurs données dans les tables,

$$\alpha = 10 \frac{wd\delta}{\mu}. \quad (424)$$

En effet,  $\mu$  dans le système centimètre gramme-masse seconde, que nous désignerons par  $\mu_a$ , a pour dimensions

$$\frac{\text{MLT}^{-2} \text{L}}{\text{L}^2 \text{LT}^{-1}} = \frac{\text{MT}^{-1}}{\text{L}}$$

alors que dans le système centimètre gramme-force seconde il a pour dimensions  $\frac{\text{FT}}{\text{L}^2}$ ; si nous désignons par  $\mu_t$  cette dernière valeur, nous aurons pour rapport des deux valeurs

$$\frac{\mu_a}{\mu_t} = 981.$$

Si nous désignons, comme dans la formule (420), par  $\mu$  la valeur du coefficient de viscosité dans le système kg. m. sec., nous aurons entre  $\mu$  et  $\mu_t$  la relation, d'après la valeur des dimensions indiquées ci-dessus :

$$\mu = \mu_t \frac{1}{1000} \times 10.000 = 10 \mu_t$$

En transportant ces rapports dans les relations (420) et (423) combinées, il viendra

$$\alpha = \frac{wd\delta}{\mu g} = \frac{wd\delta}{10\mu_t g} = \frac{wd\delta}{10 \frac{\mu_a}{981} g} \quad (425)$$

formule qui dans le système d'unités kg. m. sec. devient identique à la formule (17), puisque  $g$  doit être remplacé par 9,81, et que  $\mu$  est mis pour  $\mu_a$  (424).

$\mu$  désignera donc dans ce qui va suivre le *coefficient de viscosité absolu*.

#### VALEUR DU COEFFICIENT DE RÉSISTANCE $\beta$ .

Lorsqu'on applique la formule (406) aux conduites d'air et de vapeur, il est préférable de calculer la perte de pression, au lieu de la perte de charge, puisque  $\delta$  varie ; si les pressions sont exprimées en kg./cm<sup>2</sup>, on a entre les deux valeurs la relation :

$$10.000 (p_1 - p_2) = h \delta \quad (426)$$

et partant

$$p_1 - p_2 = \frac{\lambda}{10^4} \delta \frac{4 w^2}{d 2g} l = \beta \frac{\delta w^2 l}{d} \quad (427)$$

$\beta$  désignant le coefficient de résistance à l'écoulement et ayant pour valeur en fonction de  $\lambda$

$$10^4 \beta = \frac{4 \lambda}{2g} \quad (428)$$

§ 2. — Résultats des expériences effectuées pour la détermination du coefficient de résistance  $\beta$

Des recherches expérimentales effectuées en Allemagne et en Angleterre sur des tuyaux lisses, ont permis de fixer la valeur de  $\beta$  en fonction de  $\alpha$  ; la formule proposée par Ombeck

$$10^8 \beta = \frac{123,2}{\alpha^{0,224}} \quad (429)$$

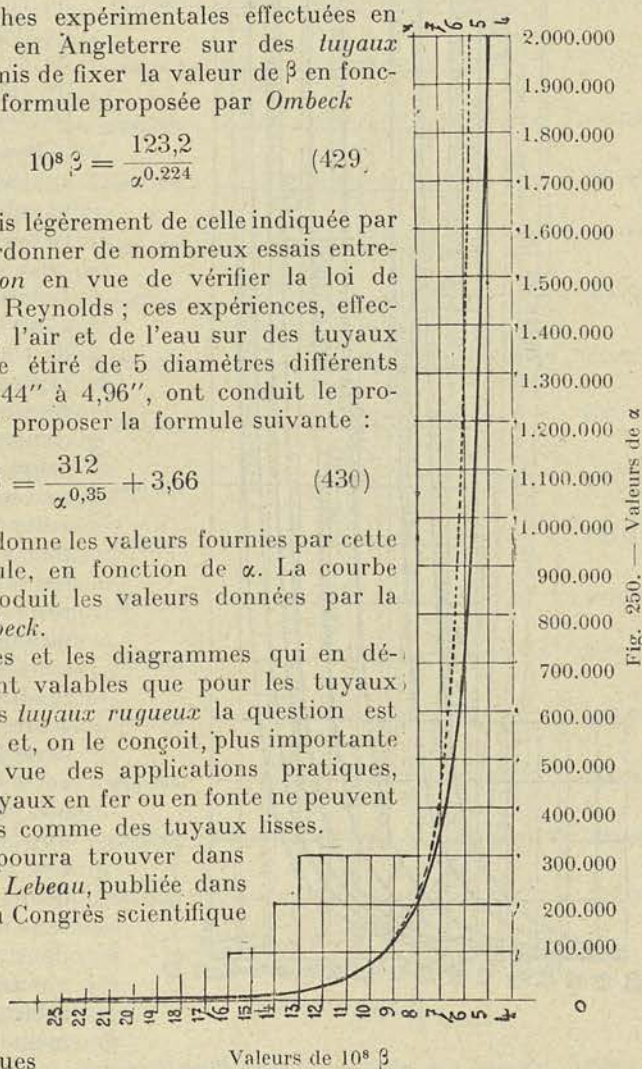
diffère toutefois légèrement de celle indiquée par Lees pour coordonner de nombreux essais entrepris par Stanton en vue de vérifier la loi de similitude de Reynolds ; ces expériences, effectuées avec de l'air et de l'eau sur des tuyaux polis en cuivre étiré de 5 diamètres différents variant de 0,144'' à 4,96'', ont conduit le professeur Lees à proposer la formule suivante :

$$10^8 \beta = \frac{312}{\alpha^{0,35}} + 3,66 \quad (430)$$

La fig. 250 donne les valeurs fournies par cette dernière formule, en fonction de  $\alpha$ . La courbe pointillée reproduit les valeurs données par la formule d'Ombeck.

Ces formules et les diagrammes qui en découlent ne sont valables que pour les tuyaux lisses ; pour les tuyaux rugueux la question est plus complexe et, on le conçoit, plus importante au point de vue des applications pratiques, puisque les tuyaux en fer ou en fonte ne peuvent être considérés comme des tuyaux lisses.

Le lecteur pourra trouver dans l'étude de M. Lebeau, publiée dans le mémoire du Congrès scientifique de 1922, des graphiques et formules fixant les valeurs numériques



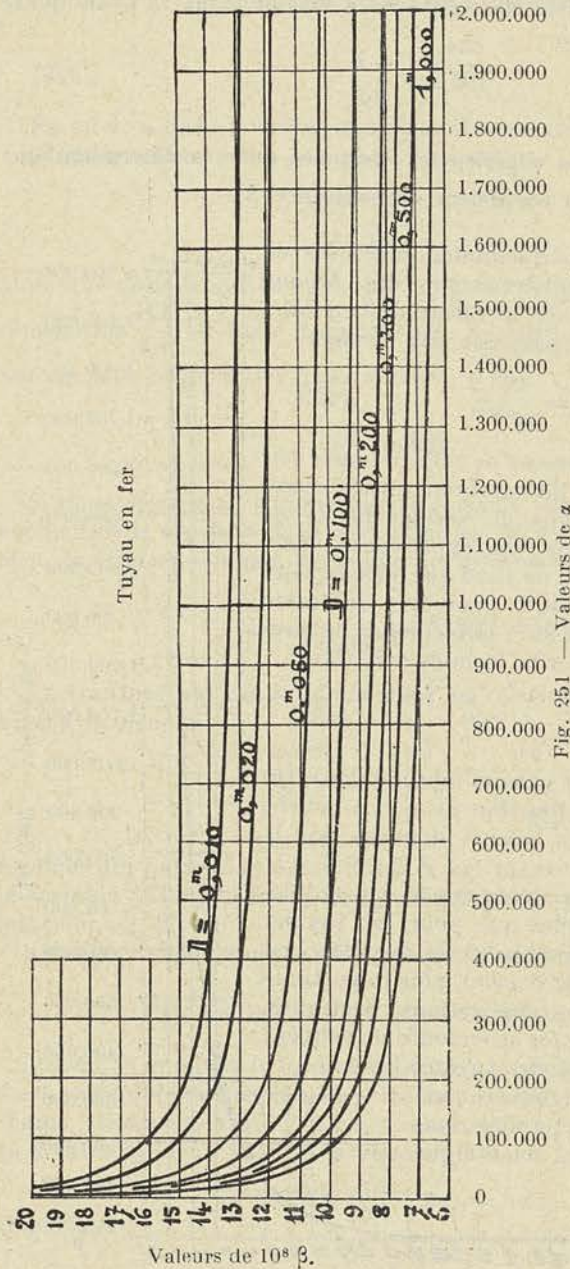


Fig. 251 — Valeurs de  $\alpha$

de  $\beta$  en fonction de  $\alpha$  pour tous les diamètres de conduites en fer et en fonte.

Nous reproduisons fig. 251 et fig. 252, respectivement pour les tuyaux en fer et les tuyaux en fonte, les diagrammes tirés de cette étude, fruit de longues et patientes recherches.

Pour réaliser cette synthèse de tous les résultats d'expériences connus jusqu'à ce jour, M. Lebeau a fait une analyse minutieuse de toutes les expériences importantes, depuis les plus anciennes dues à *Darcy* jusqu'aux plus récentes. Portant en ordonnées les valeurs du coefficient  $\beta$  pour les valeurs de  $\alpha$  correspondant aux conditions réalisées dans les essais, il a pu se rendre compte des écarts parfois considérables qui existent entre les valeurs fournies par les différents expérimentateurs. Ces écarts s'expliquent par le fait que tous n'ont pas opéré dans des conditions absolument comparables, avec les mêmes soins et la même précision, et aussi — il faut bien l'ajouter — par suite du fait

que l'on ne peut considérer tous les tuyaux en fer et tous les tuyaux en fonte comme présentant absolument la même rugosité.

La grande difficulté de coordonner les résultats obtenus par les différents expérimentateurs, résulte donc de la nécessité d'écarter les valeurs les moins probables, tout au moins de donner un degré d'importance moindre aux résultats fournis par des expériences effectuées dans des conditions plus défectueuses ou moins bien définies. Pour mener à bien une telle tâche, il est nécessaire de posséder une longue expérience personnelle et un jugement très sûr. Le lecteur pourra se rendre compte de la valeur des résultats obtenus par M. Lebeau, lorsque nous aurons montré comment ils cadrent avec ceux indiqués par le professeur Lees pour les tuyaux lisses, et comment il est possible de faire une synthèse extrêmement simple de l'ensemble des valeurs proposées par M. Lebeau, pour les tuyaux rugueux, et par le professeur Lees pour les tuyaux lisses.

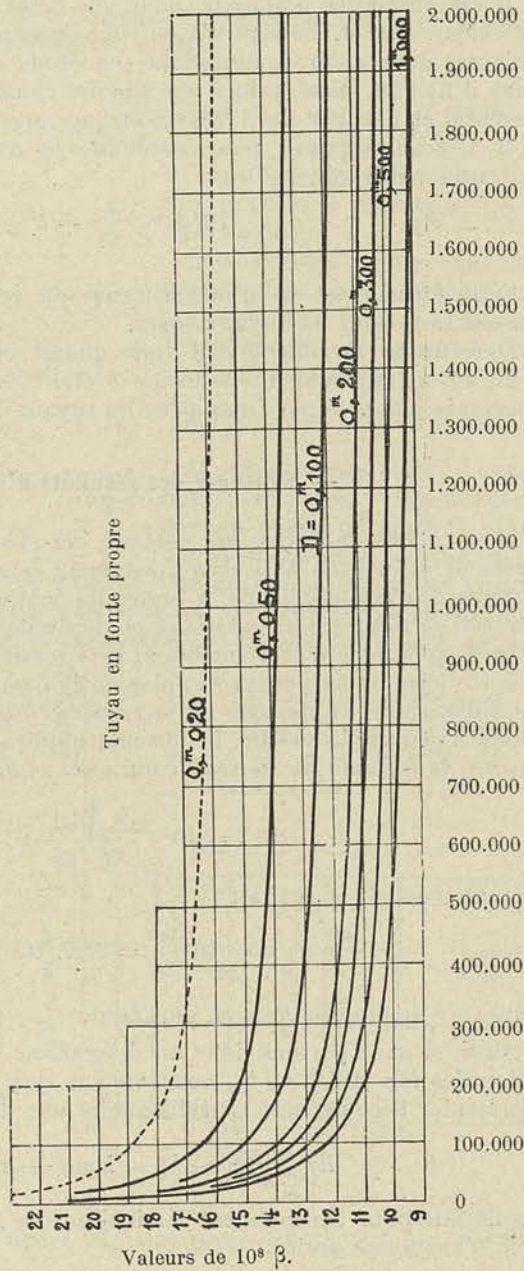


Fig. 252. — Valeurs de  $\alpha$ .

Il est nécessaire d'ajouter, pour que cette remarque prenne toute sa valeur, que M. Lebeau n'a eu connaissance de la formule de *Lees* qu'après nous avoir communiqué son étude et que, dans ses recherches, il ne s'est laissé guider que par des considérations d'ordre expérimental et non par des idées théoriques préconçues.

M. Lebeau proposait, pour coordonner les résultats de ses recherches, la formule suivante :

$$10^8 \beta = \frac{a}{\alpha^n} + b. \quad (431)$$

Cette formule est de la même forme que celle proposée par le professeur *Lees* pour les tuyaux lisses.

Dans cette formule *b* seul varie quand on passe d'un diamètre à un autre, la limite inférieure de *b* étant celle qui correspond à la constante indiquée par *LEES* pour les tuyaux lisses.

### § 3. — Synthèse des résultats d'expériences

Nous allons montrer, en partant des déductions fondamentales tirées de l'étude de M. Lebeau, comment nous avons pu établir une formule générale applicable à toutes les conduites cylindriques quelle que soit la nature des matériaux et du fluide utilisés, du moment où le poids spécifique  $\delta$  et le coefficient de viscosité  $\mu$  sont connus.

Cette formule ne pourra s'appliquer évidemment qu'à l'écoulement tourbillonnaire; en dessous de la *vitesse critique*  $w_c$  dont nous allons chercher à fixer la valeur, la formule applicable est, comme nous le savons, la formule de *Poiseuille* qui peut se mettre sous la forme

$$10^8 \beta = 10^4 \frac{4 \times 16 l}{2g} \frac{1}{\alpha} = \frac{a}{\alpha} \quad (432)$$

*a* étant constant et égal à :

$$a = 10^4 \frac{64}{2g} = 3,27 \cdot 10^4. \quad (433)$$

d'après ce que nous avons vu plus haut.

Ainsi, si nous portons dans un diagramme en abscisses  $\log \alpha$  et en ordonnées  $\log (10^8 \beta - b)$ , nous voyons que nous obtiendrons pour représenter l'écoulement tourbillonnaire une droite

$$\log (10^8 \beta - b) = \log a - n \log \alpha \quad (434)$$

tandis que pour l'écoulement laminaire nous aurons pour équation, celle d'une autre droite

$$\log (10^8 \beta - b) = \log (10^8 \beta) = \log 10^4 \cdot 3,27 - \log \alpha \quad (435)$$



La vitesse critique  $w_c$ , pour laquelle l'écoulement laminaire devient tourbillonnaire, est donnée par la relation

$$\frac{w_c d}{\nu} = \alpha_c \quad (436)$$

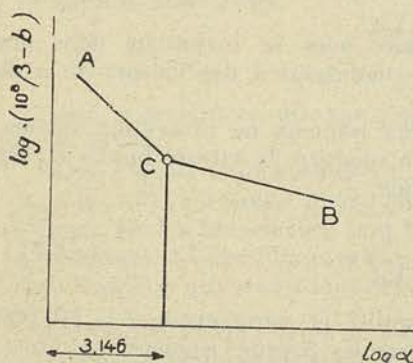


Fig. 253.

la constante  $\alpha_c$  ayant pour valeur, d'après le professeur Lees, 1400 environ.

Cela revient à dire que les deux droites, (fig. 253) représentant les deux régimes stables d'écoulement, se coupent en un point d'abscisse égal à

$$\log \alpha = \log 1400 = 3,146.$$

Il résulte toutefois d'expériences récentes (1) qu'il existe dans la région du point C, entre les abscisses  $\alpha_c$  et  $\alpha_c'$  (fig. 254),

un écoulement instable, le passage d'un régime à l'autre se faisant plus ou moins tôt suivant l'importance des tourbillonnements qui s'amorcent à l'entrée de la tuyauterie ; il résulte également de ces

expériences que la plus petite valeur de  $\alpha$  pour laquelle on observe l'écoulement tourbillonnaire est toujours supérieure à  $\alpha_c$  et se trouve voisine de  $\alpha_c'' = 2400$ , abscisse de la courbe 1, fig. 254.

Comme il importe toutefois, dans le calcul des pertes de charge, d'adopter l'hypothèse la plus défavorable, il n'y a aucun inconvénient à considérer que la valeur  $\alpha_c = 1350$  représente bien le coefficient pour lequel le passage d'un régime à l'autre se produit. Les courbes de la figure 254 qui précisent ces valeurs, ont été

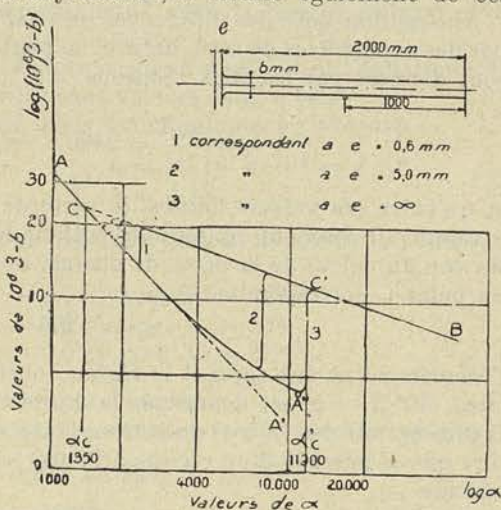


Fig. 254

(1) *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, n° 10, 11 mars 1922. « Versuche über die Entstehung der Turbulenz in Röhren », par L. Schiller.

obtenues en utilisant les valeurs expérimentales fournies par L. SCHILLER pour un tuyau lisse de 8 millimètres de diamètre avec différentes dispositions de l'orifice d'entrée.

La courbe 1 correspond à une ouverture  $e$  à l'entrée du tuyau égale à 0,6 mm.; la courbe 2 est obtenue pour  $e$  égal à 5,0 mm. et la courbe 3 pour  $e = \infty$ .

On voit que le régime laminaire peut se maintenir dans des tuyaux lisses jusqu'à des vitesses conduisant à des valeurs de  $\alpha$  de 10.000 et plus.

Lorsqu'on a affaire à des tuyaux rugueux ne présentant aucune autre cause de perturbation que la rugosité, la vitesse limite  $w'_c$  est donnée d'après Biel <sup>(1)</sup> par la formule

$$w' = \frac{a}{\sqrt{d}} v \quad (437)$$

dans laquelle  $a$  dépend de la rugosité et varie entre  $a = 170.000$  pour les tuyaux lisses et 56.000 pour les tuyaux rugueux en fonte.

Ces chiffres conduisent à des valeurs de  $\alpha$  respectivement d'environ 15.300 et 5.000 pour le diamètre de 8 millimètres sur lequel les expériences ci-dessus ont été effectuées. Le premier de ces chiffres qui se rapporte au tuyau lisse est plus élevé que celui trouvé dans les expériences rapportées figure 254, qui est de 11.900.

Abstraction faite des différences inévitables dans les chiffres fournis par des expériences de cette nature, on peut dire que les valeurs limites sont données par les deux relations

$$\alpha_c = \frac{w_c d}{v} = 2400 \quad \alpha'_c = a \sqrt{d} \quad (438)$$

et qu'entre ces valeurs limites, la perte de charge est *indéterminée*.

Comme il convient de faire l'hypothèse la plus défavorable au point de vue du calcul de la perte de charge, nous admettrons qu'à partir du point C correspondant à

$$\alpha_c = 1350$$

l'écoulement se fait suivant le régime tourbillonnaire, et que le coefficient ( $10^3 \beta - b$ ) est donné par la droite CB; nous obtiendrons ainsi la plus grande des valeurs possibles, et sous cette réserve, nous pourrions dire que le passage d'un régime à l'autre se fait toujours par la même abscisse

$$\alpha_c = 1350,$$

quelle que soit la rugosité du tuyau envisagé.

(<sup>1</sup>) Z. V. d. I. n<sup>os</sup> 26 et 27, 27 juin et 14 juillet 1908. « Der Druckhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gasförmiger Flüssigkeiten ».

Il résulte de là que nous aurons, d'après la formule (435), pour le point d'abscisse  $\alpha = 1350$ , la relation

$$\log (10^8 \beta - b) = \log a - n \log 1350 = \log 10^4 \times 3,27 - \log 1350 = 1,384$$

de laquelle nous tirons

$$n = \frac{\log a - 1,384}{3,130}. \quad (439)$$

Ainsi, si  $a$  varie en passant d'un diamètre à un autre,  $n$  doit également varier.

Mais, comme nous l'avons vu, d'après la formule de *Lebeau*, seule la constante  $b$  change quand on passe d'un diamètre à un autre, puisque toutes les courbes sont identiques et simplement déportées par rapport à l'axe d'une valeur variable avec le diamètre ; on peut donc conclure que  $n$  et  $a$  sont des constantes.

*Détermination des valeurs de  $a$  et de  $n$  pour les tuyaux en fer.* — Nous pourrions déterminer la valeur de  $a$ ,  $b$  et  $n$  de l'équation

$$10^8 \beta = \frac{a}{\alpha^n} + b$$

pour les tuyaux en fer, en nous imposant pour un diamètre  $d = 1^m,000$  par exemple, deux points communs avec la courbe expérimentale, l'un d'abscisse  $\alpha = 10^5$ , l'autre d'abscisse  $\alpha = 2 \times 10^6$ .

Les deux équations de condition qui en résultent et l'équation (434) suffisent pour déterminer les trois valeurs de  $a$ ,  $n$  et  $b$ .

Après avoir opéré ainsi, nous avons adopté les valeurs

$$\begin{aligned} n &= 0,333 & a &= 2,718 \times 10^2 = e \cdot 10^2 \\ & & b &= 4.16. \end{aligned}$$

qui conduisent à une courbe ne s'écartant de la courbe expérimentale que de

$$\begin{aligned} &+ 2,7 \% \text{ pour } \alpha = 10^5 \\ &+ 0,6 \% \text{ pour } \alpha = 10^6 \\ &- 0,3 \% \text{ pour } \alpha = 2 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

ce qui est suffisant comme approximation.

Pour vérifier l'équation (439) nous aurions dû toutefois adopter

$$n = 0,336 \text{ au lieu de } 0,333 ;$$

nous avons préféré prendre 0,333 qui permet de calculer le premier terme de l'équation en effectuant la racine cubique de  $\alpha$ . Cette valeur de  $n = 0,333$  correspond à une constante  $\alpha_c$  [équation (436)] égale à 1320 au lieu de 1350 ; étant donné que cette constante  $\alpha_c$  ne peut être déterminée qu'avec une approximation relativement grossière, on peut dire qu'il n'y a aucun inconvénient à conserver  $n = 0,333$ .

En adoptant  $b = 3,40$ , nous retrouvons les ordonnées de la courbe correspondant aux tuyaux lisses (équation 430), à

$$\begin{aligned} &+ 1,5 \text{ \% pour } \alpha = 10^5 \\ &- 0,7 \text{ \% pour } \alpha = 10^6 \\ &- 1,0 \text{ \% pour } \alpha = 2 \times 10^6. \end{aligned}$$

Nous pouvons donc employer pour les tuyaux polis l'équation

$$10^8 \beta = \frac{271,8}{\alpha^{0.333}} + 3,40 \quad (440)$$

sans faire d'erreur appréciable.

Pour déterminer la valeur de  $b$  pour les différents diamètres de conduite, remarquons que, si nous introduisons dans l'équation (434) les mêmes valeurs de  $\alpha$  pour deux diamètres différents, nous obtiendrons en désignant par  $b$  et  $b_1$  les constantes,

$$\log (10^8 \beta - b) = \log (10^8 \beta_1 - b_1)$$

ce qui conduit à

$$10^8 \beta - b = 10^8 \beta_1 - b_1 = c^{te}. \quad (441)$$

Cette constante pour les tuyaux en fer est égale à 2,16 lorsque  $\alpha = 2.10^6$ .

La valeur  $b$  s'obtiendra donc pour un diamètre quelconque, en soustrayant de l'ordonnée correspondant à  $\alpha = 2.10^6$  la quantité constante 2.16. Il sera donc facile de dresser un tableau des valeurs de  $b$  pour les différents diamètres de la série des tuyaux en fer et en fonte, en partant des diagrammes établis par M. Lebeau.

Le tableau n° IX donne ces valeurs pour les tuyaux en fer et en fonte.

TABLEAU N° IX.

$d$	Fer			Fonte		
	$b' =$ $b - 2,4$	$y =$ $\log b'$	$y' =$ $y \times \frac{d}{\varepsilon}$	$b' =$ $b - 2,4$	$y =$ $\log b'$	$y' =$ $y \times \frac{d}{\varepsilon}$
$\infty$	1.00	0.000	2512	1.00	0.000	2512
1.000	1.76	0.2455	2455	4.20	0.623	747
0.500	2.60	0.415	2070	5.10	0.707	422
0.300	3.10	0.491	1473	5.69	0.755	271.5
0.200	3.49	0.543	1085	6.19	0.791	190
0.100	4.44	0.647	647	7.24	0.860	103
0.050	5.59	0.747	373	8.60	0.934	56
0.020	7.24	0.860	172	11.10	1.045	25.5
0.010	8.34	0.921	92.1	—	—	—

§ 4. — Détermination des valeurs de  $b$  en fonction de  $d$  pour les tuyaux en fer et en fonte

La valeur de  $b$  dépend à la fois du diamètre  $d$  et de la rugosité moyenne que nous désignerons par  $\varepsilon$ ; on peut donc dire, en vertu de la loi de similitude, qu'elle doit être fonction du rapport  $\left(\frac{d}{\varepsilon}\right)$ . On peut ajouter que cette fonction devra être telle qu'à la limite pour  $\varepsilon = 0$ , elle prenne la valeur 3,4 indépendante du diamètre qui correspond aux tuyaux lisses.

D'autre part, nous devons admettre qu'à mesure que le diamètre grandit, l'influence de la rugosité diminue, si bien qu'à la limite pour  $d = \infty$  on doit retrouver la même valeur  $b = 3,40$ . Dans ces conditions, nous pouvons poser

$$b = k \left(\frac{\varepsilon}{d}\right) + 2,4 \quad (442)$$

formule qui répond aux conditions énumérées ci-dessus.

$$b = 3,4 \text{ pour } \varepsilon = 0 \text{ et pour } d = \infty.$$

Déterminons en partant des valeurs de  $b$ , fournies par le tableau précédent, pour les différents diamètres de la série des tuyaux en fer,

$$b' = b - 2,4$$

puis

$$y = \log b' \quad (443)$$

Si nous multiplions la valeur de  $y$  par  $\frac{d}{\varepsilon}$ , en choisissant arbitrairement  $\varepsilon$ , nous constatons que :

$$y' = y \times \frac{d}{\varepsilon} \quad (444)$$

tend vers une limite pour  $d = \infty$ . Cette limite est égale à 2500 environ (2512) pour  $\varepsilon = \frac{1}{10}$  mm. pris arbitrairement pour représenter la rugosité des tuyaux en fer. En effet le diagramme des valeurs de  $y'$  en fonction de  $\frac{d}{\varepsilon} = 10 d$ , est fourni par les points marqués par un cercle (fig. 255, courbe I), points qui se groupent sur une courbe asymptotique, l'ordonnée de l'asymptote étant égale à 2512.

Remarquons que l'allure de cette courbe ne dépend pas du choix de  $\varepsilon$ , car une diminution de  $\varepsilon$  aurait simplement pour effet d'augmenter les abscisses et les ordonnées dans les mêmes proportions; si nous voulons toutefois rendre les valeurs de  $y'$  indépendantes du choix particulier que nous avons fait de  $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{10}$ , chiffre choisi arbitrairement pour représenter la rugosité des tuyaux en fer, nous aurons à

diviser la valeur de  $\frac{y'}{10}$  par  $\varepsilon_1$  et admettre que la valeur limite est égale d'une façon générale à :

$$\frac{251,2}{\varepsilon_1} \quad (445)$$

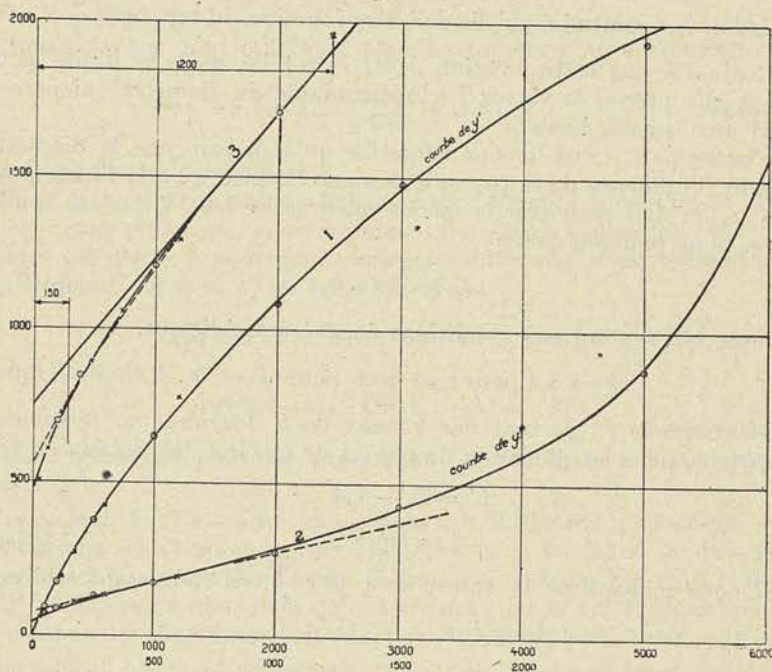


Fig. 255

Valeurs de  $\frac{d}{\varepsilon}$

Entre les tuyaux en fer et les tuyaux en fonte, il ne peut exister, au point de vue de l'écoulement du fluide, qu'une différence : la rugosité ;  $\varepsilon$  est nécessairement plus grand pour les tuyaux en fonte, mais il est évident que si l'on adopte pour  $\varepsilon$  une valeur  $x$  fois plus grande, on devra retrouver pour les tuyaux en fonte la même courbe I de la figure 255, en vertu de la loi de similitude.

En partant des diagrammes de M. Lebeau, tracés pour les tuyaux en fonte, et en répétant pour ceux-ci le calcul que nous avons fait pour déterminer  $b'$ , puis  $y = \log b'$  et enfin

$$y' = y \times \frac{d}{\varepsilon},$$

nous avons obtenu les points marqués d'une croix, fig. 255, courbe I, en posant

$$\varepsilon = \frac{8,35}{10} \text{ mm} \quad (446)$$

Ainsi, si nous admettons que les tuyaux en fonte ont une rugosité moyenne 8,35 fois plus élevée que la rugosité des tuyaux en fer, ce rapport étant choisi de manière à faire coïncider un point des deux courbes, nous constatons que tous les points de la seconde courbe se groupent très exactement sur la première. C'est là, on en conviendra, un fait qui plaide singulièrement en faveur des résultats proposés par M. Lebeau, étant donné que cette coïncidence ne provient pas de l'idée préconçue de trouver des valeurs satisfaisant à la loi de similitude, mais exclusivement du choix judicieux des valeurs les plus probables dans l'ensemble des valeurs expérimentales examinées.

Ainsi, nous arrivons à cette conclusion qu'il n'existe qu'une seule courbe pour représenter les valeurs de  $y'$  et partant celle de  $b$ , quels que soient la catégorie de tuyaux étudiés et le diamètre envisagé, à la condition de prendre comme variable non  $d$  mais  $\frac{d}{\varepsilon}$ ,  $\varepsilon$  désignant la rugosité moyenne correspondant à la catégorie envisagée.

La courbe I pourra servir au calcul si l'on adopte pour les tuyaux en

fer  $\varepsilon = \frac{1}{10}$  et pour les tuyaux en fonte  $\varepsilon = \frac{8,5}{10}$ .

§ 5. — Recherche d'une formule générale donnant le coefficient de résistance en fonction du diamètre et de la rugosité

Nous pouvons représenter la valeur de  $y'$  portée en diagramme fig. 255 courbe I, par une relation de la forme

$$y' = \frac{251,2}{k'^f\left(\frac{\varepsilon}{d}\right)}$$

qui donne à  $\log y'$  la valeur

$$\log y' = \log \frac{251,2}{\varepsilon_1} - f'\left(\frac{\varepsilon}{d}\right) \log k' \quad (447)$$

et à

$$\frac{1}{f'\left(\frac{\varepsilon}{d}\right)} = \frac{\log k'}{\log \frac{251,2}{\varepsilon_1} - \log y'} \quad (448)$$

En adoptant pour  $\log k'$  la valeur arbitraire  $\frac{10}{\varepsilon_1}$ , nous rendrons l'allure de la courbe

$$y'' = \frac{1}{f'\left(\frac{\varepsilon}{d}\right)} \quad (449)$$

indépendante du choix de  $\varepsilon_1$ . En effet, nous avons vu que  $y'$  croît proportionnellement à  $\frac{1}{\varepsilon_1}$  et partant nous pouvons conclure que le dénominateur ne dépend pas de  $\varepsilon_1$ ; le numérateur étant inversement proportionnel à  $\varepsilon_1$ , de même que les valeurs portées en abscisses, il en résulte que les ordonnées et les abscisses croîtront dans la même proportion que  $\frac{1}{\varepsilon_1}$ .

Cette valeur  $\frac{10}{\varepsilon_1}$  de  $\log k'$  étant introduite dans l'équation (448) nous obtiendrons

$$y'' = \frac{1}{f' \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)} = \frac{\frac{10}{\varepsilon_1}}{\log \frac{251,2}{\varepsilon_1} - \log y'} \quad (450)$$

Pour  $\varepsilon_1 = \frac{1}{10}$ , nous avons obtenu la courbe 2 fig. 255 à l'échelle indiquée sur l'axe des ordonnées, et la courbe 3 à une échelle 10 fois plus grande, les abscisses étant doublées.

Cette courbe de  $y''$  en fonction de  $\left( \frac{d}{\varepsilon} \right)$  peut être représentée par la relation suivante, dans laquelle  $\varepsilon_1$  est mis pour  $\frac{1}{10}$  mm.

$$y'' = \frac{7,6}{\varepsilon_1} + 0,095 \frac{d}{\varepsilon} - \frac{2,00}{\varepsilon_1} \left[ \frac{1200 - 10 \varepsilon_1 \frac{d}{\varepsilon}}{1200} \right]^3 \quad (451)$$

Avec cette expression numérique de  $y''$ , on est conduit à une courbe très suffisamment approchée de la courbe expérimentale pour les valeurs supérieures à  $\frac{d}{\varepsilon} = 150$  (courbe pointillée fig. 255).

Afin de faire coïncider la courbe calculée avec la courbe expérimentale, dans la partie voisine de l'axe, nous avons dû ajouter un quatrième terme dont la valeur devient négligeable à partir de  $\frac{d}{\varepsilon} = 150$ , ou ce qui revient au même  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 15$ :

$$- \frac{0,8}{\varepsilon_1} \times \frac{1}{e \frac{1}{10} d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}$$



Si l'on adopte pour  $y''$  la valeur ainsi complétée, on trouve pour  $10^8 \beta$  en fonction de  $\alpha$  et de  $d$  la formule suivante :

$$10^8 \beta = \frac{e \times 10^2}{\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{3}}}} + 10 \frac{\varepsilon}{d} y' + 2,4 \quad (452)$$

$y'$  ayant pour valeur

$$y' = \frac{\frac{251,2}{\varepsilon_1}}{\frac{10}{10^{\varepsilon_1}} + 0,095 \frac{d}{\varepsilon} - \frac{2,00}{\varepsilon_1} \left[ \frac{1200 - 10 \varepsilon_1 \frac{d}{\varepsilon}}{1200} \right]^3 - \frac{0,8}{\varepsilon_1} \frac{1}{e \frac{1}{10} d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}} \quad (453)$$

Cette formule peut s'écrire également si l'on utilise pour base celle des logarithmes népériens au lieu des logarithmes ordinaires que nous avons précédemment adoptée

$$10^8 \beta = \frac{e \times 10^2}{\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{3}}}} + b' + 2,4 \quad (454)$$

$b'$  ayant pour valeur, si  $d$  est exprimé cette fois en mètres

$$b' = e \frac{\frac{0,578}{d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}}{\frac{e}{0,76 + 9,5 d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} - 0,200 \left[ \frac{12 - 100 d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}{12} \right]^3 - \frac{0,080}{e^{100 d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}}}} \quad (455)$$

Pour retrouver les résultats donnés par les courbes de M. Lebeau, il suffira de prendre  $\varepsilon = \varepsilon_1$  pour les tuyaux en fer,  $\varepsilon = 8,35 \varepsilon_1$  pour les tuyaux en fonte.

### § 6. — Détermination de $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ pour différents types de tuyaux

Nous pourrons, pour éviter l'emploi d'une formule aussi compliquée, dresser, en fonction de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$  un tableau de  $b'$ . Rien ne sera dès lors plus aisé que de fixer la valeur de  $\lambda$

$$\lambda = 2g \frac{1}{10^4} (10^8 \beta)$$

et la valeur de  $k$  de la relation (70)

$$k = \frac{1}{10^4} \left[ \frac{e 10^2}{3 \sqrt{\alpha}} + 2,4 + b' \right]$$

la formule (454) comporte 3 termes comme la formule de *Biel* <sup>(1)</sup> qui, avec nos notations peut s'écrire

$$10^8 \beta = \frac{80 b \sqrt{d}}{\alpha} + \frac{80 f}{\sqrt{d}} + 40 a$$

Comme dans cette formule, un terme est constant, un terme dépend de la rugosité et un autre dépend de la viscosité.

Dans la formule de *Biel* toutefois, le facteur de viscosité *b* diminue à mesure que la rugosité *f* grandit, tandis que dans notre formule déduite rationnellement et non empiriquement, des résultats d'expériences les deux termes sont indépendants.

Le terme constant de la formule de *Biel* est égal à 4,8, tandis que, dans notre formule, il est égal à 2,4 ; cet écart s'explique si l'on tient compte que, pour la rugosité nulle, le deuxième terme de la formule de *Biel* s'annule, tandis que, dans notre formule, il prend la valeur 1.

Pour se faire une opinion sur la valeur relative des deux formules, il suffira de remarquer que, à la limite pour la rugosité nulle, la formule de *Biel* prend la forme

$$10^8 \beta = 4,8 + \frac{80 b \sqrt{d}}{\alpha}$$

nettement différente de celle de *Lees* (430) vérifiée pour les tuyaux lisses.

La classification d'après la rugosité, adoptée par *Biel*, ne paraît pas non plus à l'abri de tout reproche.

Tout d'abord, il n'y a pas lieu de faire de différence entre une paroi idéalement lisse et la paroi de tubes étirés en cuivre, en laiton, etc., ainsi que cela ressort des essais de *Stanton*. Il ne paraît pas non plus admissible de faire rentrer dans la même catégorie (rugosité II), « les tubes de fer galvanisé, les tuyaux à gaz et les tuyauteries en tôle rivée ou asphaltée, les tubes de fonte neufs et soignés ».

Aussi croyons-nous que la classification adoptée par M. Lebeau subsistera :

Tuyaux polis (tuyaux en plomb, cuivre ou laiton, étirés).

Tuyaux rugueux de première catégorie (tuyaux en fer ou acier laminés).

Tuyaux rugueux de deuxième catégorie (tuyaux en fonte ou en acier coulé).

Tuyaux rugueux de troisième catégorie (tuyaux en fer, en fonte complètement recouverts d'incrustation).

Les tuyaux en ciment, qui n'ont pas été étudiés par M. Lebeau, devraient être classés dans une quatrième catégorie.

Un article de M. Parry, paru dans le numéro du 8 septembre 1922

<sup>(1)</sup> *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, n° 26 et n° 27, 27 juin et 4 juillet 1908.

de l'*Engineering*, donne des diagrammes des valeurs de  $10^8 \beta$  en fonction de  $\alpha$ , pour des tuyaux en ciment de différentes fabrications, plus ou moins lisses et avec joints plus ou moins soignés.

Nous avons tracé fig. 256 deux courbes reliant les points trouvés, d'une façon suffisamment approchée, l'une pour un tuyau normal de 0 m. 500, l'autre pour un tuyau de même diamètre, mais particulièrement rugueux et avec joints défectueux.

Ces courbes sont identiques comme allure à celles trouvées pour les tuyaux en fer et en fonte ; elles sont déplacées simplement d'une certaine portion d'ordonnée, et en relevant les valeurs de  $b$  pour  $\alpha = 2 \times 10^6$  par exemple, nous pourrions calculer  $b'$  puis en déduire la valeur de  $\varepsilon$  ; on trouve ainsi, en chiffres ronds :

$$\varepsilon = 12 \varepsilon_1$$

pour le premier, et  $120 \varepsilon_1$  pour le second.

Par contre, pour des tuyaux de 1<sup>m</sup>000 particulièrement lisses, des diagrammes montrent que  $\varepsilon$  peut descendre à la valeur  $\varepsilon_1$  des tuyaux en fer.

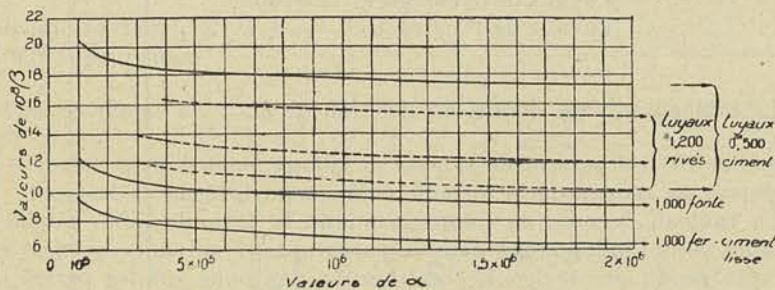


Fig. 256.

Quant aux tuyaux rivés, il n'est possible de les classer que si l'on adopte un système uniforme bien défini pour la disposition et le nombre de rivets. A titre d'indication, nous reproduisons fig. 256 les courbes se rapportant à des tuyaux rivés de grand diamètre ( 1 m. 200), courbes tracées d'après les données fournies par *Herschel* <sup>(1)</sup>.

Pour des valeurs de  $\alpha$  plus grandes que 300.000, la loi est bien la même que pour les autres catégories de tuyaux,  $b'$  prenant les valeurs comprises entre 5,54 et 10,04, suivant la disposition et le nombre de rivets.

On peut déduire des valeurs de  $b'$  le coefficient de rugosité et l'on trouve, en chiffres ronds :

$$\varepsilon \text{ compris entre } 40 \text{ et } 230 \varepsilon_1$$

(1) On a Theory of Fluid Friction, par E. PARRY, dans *The English Electric Journal* vol. 1, n° 4, octobre 1920.

D'après la remarque de M. Lebeau, on peut prendre pour rapport entre la perte de charge dans un tuyau incrusté et la perte de charge dans un tuyau en fonte propre, calculée avec ses formules, toutes les autres conditions de fonctionnement restant les mêmes, le chiffre 1,82. Ce chiffre, comme il le fait remarquer, n'a de signification que dans les limites assez étroites de diamètre et de vitesse entre lesquelles les expériences ont généralement été effectuées. Si nous utilisons le chiffre 1,82 pour un tuyau de diamètre  $d = 0^m200$  et un coefficient  $\alpha = 1.200.000$ , nous trouvons pour  $b'$  une valeur de 15,44, qui conduit à

$$\varepsilon = 60 \varepsilon_1$$

Ainsi, les nombres exprimant pour chaque catégorie la rugosité en fonction de la rugosité  $\varepsilon_1$  des tuyaux en fer étiré, pris pour terme de comparaison, seraient donc les suivants :

Tuyaux polis . . . . .	$\varepsilon = 0 \times \varepsilon_1$
Tuyaux de 1 <sup>re</sup> catégorie	$\varepsilon = \varepsilon_1$
Tuyaux de 2 <sup>e</sup> catégorie	$\varepsilon = 8 \varepsilon_1$
Tuyaux de 3 <sup>e</sup> catégorie	$\varepsilon = 60 \varepsilon_1$
Tuyaux de 4 <sup>e</sup> catégorie	$\varepsilon = 1 \text{ à } 12 \varepsilon_1$ (exceptionnellement jusque $120\varepsilon_1$ )

Le tableau suivant donne, en fonction de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ , la valeur de  $b'$ . Le calcul de  $10^8 \beta$  et partant de la perte de charge, peut donc se faire assez aisément au moyen de la formule (454) et du tableau ci-dessous.

Ce tableau découle de l'application de la formule (455) modifiée comme nous l'indiquerons dans le paragraphe 7 suivant, consacré au compte rendu des recherches entreprises par nous sur les pertes de charge dans les tuyaux en fonte et en fer de petits diamètres.

*Remarque I.* — Il suffit de connaître, par une seule expérience préalable la valeur de  $10^8 \beta$  correspondant à une vitesse déterminée pour un diamètre et une catégorie de tuyaux bien définis, pour qu'il soit possible de déterminer  $\varepsilon$  et, partant, la valeur de  $10^8 \beta$ , quels que soient le débit et le diamètre, la rugosité étant supposée constante.

*Remarque II.* — Pour parler de rugosité constante, il faut non seulement que les aspérités que présente la surface, aient la même importance, mais encore que la distribution de ces aspérités soit la même. Les stries qui peuvent exister suivant les génératrices d'un tuyau en fer étiré, n'ont évidemment pas la même influence que des irrégularités d'égale profondeur qui se présenteraient transversalement. C'est ce qui explique que le coefficient de rugosité  $\varepsilon$  pour les tuyaux incrustés, peut être si élevé et si variable par rapport à celui des tuyaux en fer étiré, les aspérités provenant des dépôts n'ayant aucune régularité au point de vue de leur hauteur et de leur distribution.

TABLEAU X donnant la valeur du deuxième terme  $b'$  de la formule  $10^8 \beta = \frac{27,81}{\sqrt[3]{\alpha}} + b' + 2,4$

d'après des recherches de MM. Hanocq et Lebeau

$\frac{\varepsilon_1}{d \varepsilon}$	$b'$	Différences	$d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$	$b'$	Différences	$d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$	$b'$	Différences
1,400	1,423							
1,300	1,453	0,030	0,275	2,455	0,105	0,050	4,140	0,157
1,200	1,469	0,016	0,250	2,541	0,086	0,040	4,460	0,320
1,100	1,503	0,034	0,225	2,692	0,151	0,030	5,004	0,544
1,000	1,535	0,032	0,200	2,820	0,125	0,020	5,380	0,376
0,900	1,574	0,039	0,175	2,945	0,182	0,015	5,830	0,450
0,800	1,621	0,047	0,150	3,127	0,109	0,010	6,178	0,348
0,700	1,683	0,062	0,135	3,336	0,100	0,008	6,687	0,509
0,600	1,779	0,096	0,120	3,336	0,134	0,006	7,078	0,089
0,500	1,895	0,116	0,110	3,470	0,062	0,005	7,167	0,963
0,450	1,972	0,077	0,100	3,532	0,102	0,004	8,130	1,000
0,400	2,071	0,099	0,090	3,634	0,151	0,003	9,130	4,720
0,350	2,158	0,087	0,080	3,785	0,151	0,002	13,850	41,150
0,300	2,350	0,192	0,070	3,936	0,151	0,001	55,000	
			0,060	3,983	0,047			

*Remarque III.* — Il importe de remarquer que les chiffres donnés par le tableau, pour des valeurs de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$  inférieures à 0,005, sont fournis par la formule (48) en dehors des limites entre lesquelles elle se trouve vérifiée par les données expérimentales. Il en résulte incontestablement une incertitude qui ne saurait être levée qu'en entreprenant des recherches expérimentales sur des tuyaux en fonte de faible diamètre 0 m. 030 et si possible, 0 m. 020.

Les expériences dont nous allons rendre compte ne nous ont pas permis, toutefois jusqu'à présent, de tirer des déductions bien nettes à cet égard, et nous en indiquerons les raisons.

### § 7. — Vérification expérimentale des formules 454 et 455

Ainsi que nous l'avons fait ressortir au paragraphe précédent, les valeurs de  $b'$  fournies par la formule (455) pour les abscisses de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$  inférieures à 0,005 sont sujettes à caution, et il nous a paru désirable d'entreprendre des essais sur des tuyaux en fer et en fonte de petites dimensions :

50, 40, 30 et 20 mm.

en vue de nous assurer de l'ordre de grandeur de l'approximation fournie par cette formule. A cet effet nous avons utilisé l'installation de la pompe centrifuge et branché en dérivation sur la conduite de refoulement, la tuyauterie d'essai, comme le montre la photographie reproduite fig. 257 prise au Laboratoire de Construction des machines, de l'Université de Liège.

Pour effectuer les essais de pertes de charge, *la tuyauterie normale de refoulement de la pompe était obturée en deça de la courbe de retour*, au moyen d'un plein joint, et toute l'eau fournie par la pompe devait passer par la conduite d'essai, de faible diamètre.

Un robinet, placé au coude de sortie de cette dernière, permettait de régler la pression et d'éviter des rentrées d'air qui auraient faussé complètement les résultats.

Par le réglage de la vitesse de la pompe, il était possible de modifier la pression d'alimentation de la conduite d'essai et partant le débit.

Ce débit était mesuré par les indications au flotteur du bac de jauge, en même temps que par les observations au manomètre différentiel appliqué au *Venturi*.

La différence des pressions de part et d'autre de la conduite d'essai était mesurée au moyen d'un second manomètre différentiel branché sur deux collets intercalés dans la conduite, aux extrémités des tronçons à essayer. Pour avoir la certitude que la pression relevée représentait bien la pression moyenne à cet endroit de la conduite, le collet en

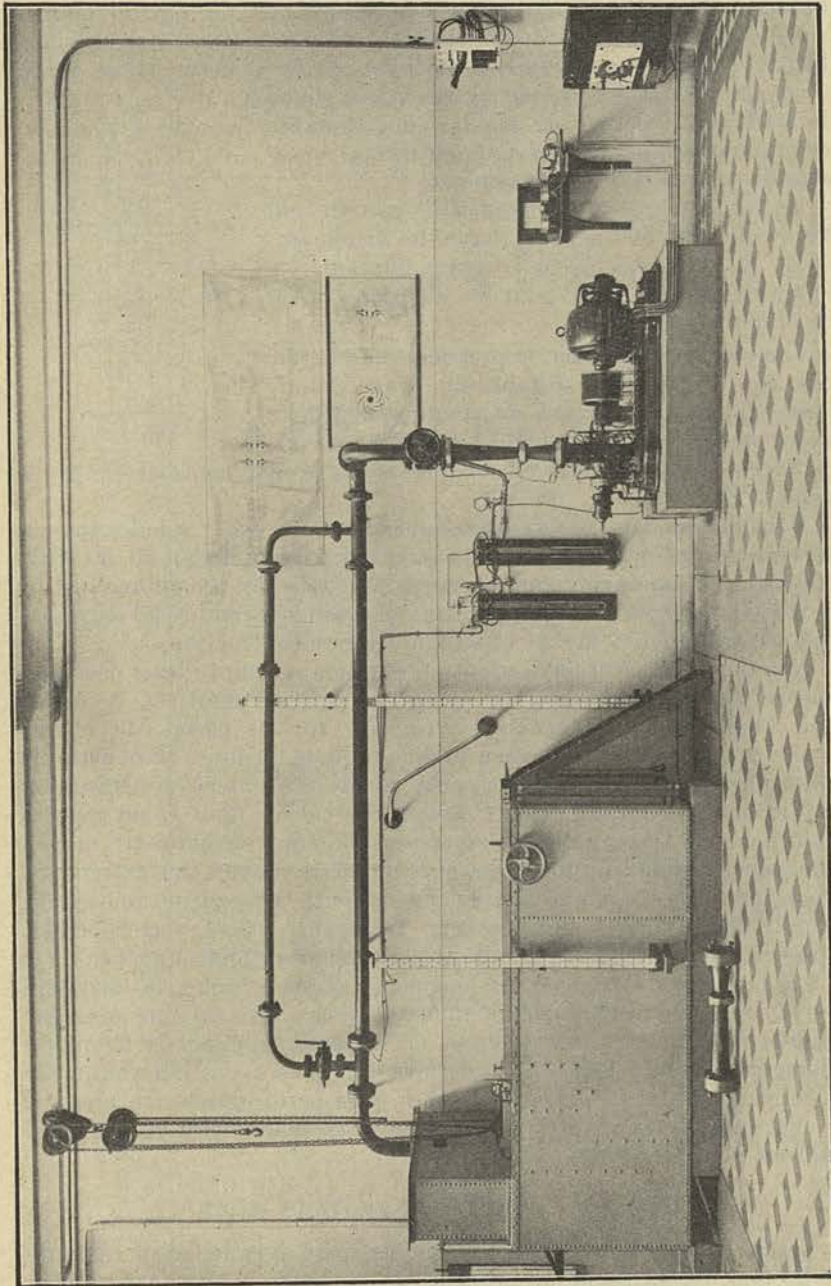


Fig. 257.

question étant constitué comme le montre la fig. 258, par un plateau en acier de 22 mm. d'épaisseur, au centre duquel était introduite une bague A calibrée au diamètre du tuyau essayé ; cette bague percée d'ouvertures radiales réparties sur la périphérie formait avec l'alésage du plateau, une chambre communiquant par le conduit *l* percé dans l'épaisseur de celui-ci, avec le manomètre.

Le tronçon essayé était constitué par un seul tuyau de 2 m. 500 pour les diamètres de 50 mm. et de 40 mm., par 2 ou 3 tuyaux formant une longueur totale de 3 m. pour les diamètres de 30 et 20 mm.

Comme on peut le voir, la pression amont était relevée à une certaine distance du coude et toujours après une portion de conduite rectiligne ayant comme diamètre celui du tuyau à essayer, de façon à éviter toute erreur provenant d'une contraction de la veine à l'entrée.

Nous devons faire observer toutefois pour être exact, que les tuyaux essayés vendus dans le commerce pour des tuyaux de 50, 40, 30 et 20 n'avaient, notamment pour le tuyau en fonte de 40, qu'une valeur grossièrement approchée, et qu'ainsi il pouvait se produire à l'entrée du collet spécial alésé à la cote exacte, une légère contraction.

Nous aurons l'occasion de montrer, en rendant compte des expériences effectuées, l'influence de cette contraction sur les résultats, de même que l'influence de joints mal exécutés, sur les pertes de charge observées. Après quelques essais préliminaires et quelques tâtonnements pour interpréter les résultats, nous avons été amené à déterminer le diamètre moyen des tuyaux essayés, les calculs nous ayant montré qu'il devait y avoir une différence sensible entre le diamètre moyen pour toute la longueur du tuyau, et le diamètre moyen aux extrémités. Pour déterminer le diamètre moyen pour toute la longueur, nous avons rempli d'eau chacun des tronçons à essayer, placés verticalement, après en avoir obturé l'extrémité inférieure par un joint étanche.

La capacité du tronçon de longueur *l* étant connue, le diamètre moyen s'en déduisait immédiatement et nous avons pu constater que celui-ci pouvait être très différent du diamètre nominal et même du diamètre moyen à l'entrée. Ce dernier que nous avons déterminé par la moyenne entre la plus grande et la plus petite dimension mesurée à chacune des extrémités est indiqué dans la dernière colonne du tableau XI ci-dessous.

#### ESSAIS SUR LE TUYAU EN FONTE DE 50 MM.

Les 30 et 31 octobre 1924, nous avons opéré avec le tuyau en fonte de 50 mm. en utilisant un tronçon de 3 m. 25 constitué par deux tuyaux l'un de 2 m. 50 et l'autre de 0 m. 75, assemblés par brides boulonnées sur joints en caoutchouc de 3 mm. d'épaisseur.

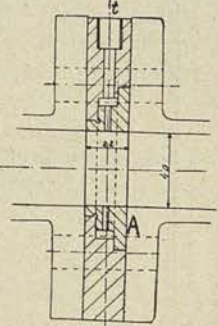


Fig. 258



TABLEAU XI.

Nature des matériaux employés	Diamètre nominal du tuyau en mm.	Longueur <i>l</i> , en m.	Capacité en <sup>3</sup>	Diamètre moyen calculé en mm.	Diamètre moyen mesuré en mm.	
					à l'entrée	à la sortie
Fonte .....	50	2,500	4631	48,55	47,75	51
Fer .....	50	2,500	5175	51,30	50,5	48,75
Fonte .....	40	2,505	3900	44,75	42,5	42
Fer .....	40	2,510	3140	40	38,75	39
Fonte A .....	30	1,500	1230	32,40	30,5	31,5
Fonte B .....	30	1,502	1225	32,20	30	30,25
Fer A .....	30	1,488	1130	31,10	29	29
Fer B .....	30	1,488	1110	30,80	28	29
Fonte A .....	20	1,000	350	21,10	20,5	20,5
Fonte B .....	20	1,000	350	21,10	20,5	20,5
Fonte C .....	20	1,000	350	21,10	22,25	21
Fer A .....	20	1,000	355	21,20	18,75	18,75
Fer B .....	20	1,000	345	21	20	18
Fer C .....	20	1,000	345	21	18,75	18

Les joints placés entre les collets spéciaux étaient également réalisés au moyen de feuilles de caoutchouc de 3 mm. d'épaisseur.

Les résultats obtenus pour le coefficient de résistance  $10^8 \beta$  ont été établis en tenant compte dans le calcul, de la vitesse évaluée en partant du diamètre moyen 48 mm. 55 et de la viscosité de l'eau à la température de 12° relevée au cours de l'essai ; ils sont traduits en diagramme

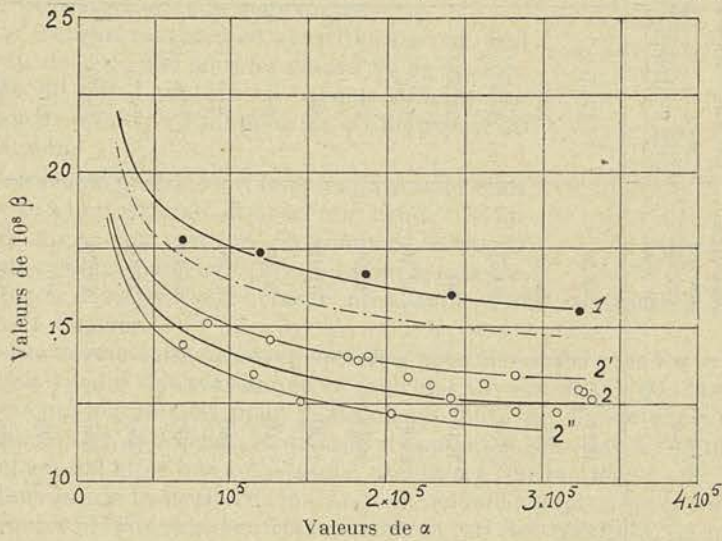


Fig. 259.

fig. 259. En éliminant deux points douteux, nous avons obtenu la courbe 1.

Cette courbe est nettement au-dessus de celle indiquée par Lebeau et reproduite en trait mixte.

Amené à examiner la raison d'être de cette différence, nous nous sommes aperçu que 2 joints avaient été effectués d'une manière défectueuse ; non seulement leur découpage laissait à désirer, mais leur déplacement par rapport à l'axe déterminait une diminution de la section d'environ 60 à 70 mm<sup>2</sup>.

Après avoir corrigé ce défaut, nous avons repris les expériences sur le tuyau de 50 mm. les 6 novembre, 22 et 24 décembre 1924, les 15 et 17 janvier 1925.

Pour réduire l'influence des pertes propres aux joints, nous avons reporté les collets spéciaux aux deux extrémités du tuyau de 2 m. 500, de façon à nous rapprocher des conditions normales d'installation, pour lesquelles on ne dépasse guère un joint pour 2 m. 50 alors que dans l'expérience précédente ce nombre était de près de un pour 1 m. (3 pour 3 m. 25) : la perte évaluée par la mesure au manomètre différentiel comprend en effet, non seulement la perte de charge due aux

frottements et tourbillonnements mais encore la perte propre aux deux joints situés en aval du premier collet et en amont du deuxième.

Les résultats obtenus sont portés en diagramme fig. 259, courbe 2. Pour faciliter le tracé de cette courbe 2, nous avons déterminé la courbe enveloppant les points extrêmes 2' et 2''.

Comme on le voit, quand on répète un très grand nombre de fois les expériences au même débit, on obtient des points assez épars, l'écart pouvant atteindre 6% en plus ou en moins de la courbe moyenne. Nous avons pu réduire ces écarts dans les essais sur le tuyau de 40 mm. en opérant avec plus de méthode, notamment en faisant croître d'une manière plus régulière le débit pour passer d'une expérience à la suivante. Nous observerons toutefois dans la suite, qu'en opérant avec les mêmes soins sur les tuyaux en fer, nous avons obtenu des écarts en plus ou en moins de la courbe moyenne, sensiblement plus faibles, ce qui indique que ces écarts ne sont pas exclusivement provoqués par des erreurs expérimentales, mais bien par des modifications dans le régime d'écoulement, modifications que peuvent amener des causes infimes et indécélables.

Si nous comparons à présent les résultats obtenus dans les deux séries d'expériences, nous constatons que la courbe moyenne pour la dernière série est sensiblement inférieure à la courbe de Lebeau, celle-ci pouvant être considérée comme donnant une valeur normale correspondant à des joints courants, c'est-à-dire relativement mal exécutés.

Sauf avec des joints emboîtés, il est difficile, en effet, d'éviter qu'une légère obstruction ne vienne se produire à l'endroit de l'assemblage, par suite d'un léger excentrement du joint.

#### ESSAIS SUR LE TUYAU DE FONTE DE 40 MM.

Le tuyau en fonte de 40 mm. a en réalité un diamètre moyen de 44 mm. 75, ce qui signifie que ce tuyau présente des irrégularités de fonderie très importantes qui font que la section varie de 14 cm<sup>2</sup> à l'entrée à 17 cm<sup>2</sup> et peut-être davantage à certains endroits.

Aussi les essais des 5 et 6 mars 1925, ont-ils donné une courbe moyenne très au-dessus de la courbe obtenue par le tuyau de 50 mm. (fig. 260, courbe 1).

Ce résultat est dû en partie à ce que la pression relevée à l'entrée était influencée par la contraction de la veine, le diamètre intérieur du diaphragme ayant exactement 40 mm.

Pour éliminer cette cause d'erreur, nous avons fait tourner les extrémités du tuyau au diamètre exact de 44 mm. 75 en réalisant un léger tronc de cône de raccord, puis nous avons porté l'alésage intérieur du diaphragme A, (fig. 261) à 44 mm. 75 ; nous avons de plus modifié celui-ci pour obtenir un léger emboîtement et pouvoir à la fois centrer les joints et réduire au minimum l'épaisseur de ceux-ci.

En opérant avec cette nouvelle disposition des collets spéciaux,

nous croyions obtenir des valeurs relativement normales pour le coefficient de résistance, ou tout au moins des valeurs très inférieures à celles primitivement observées.

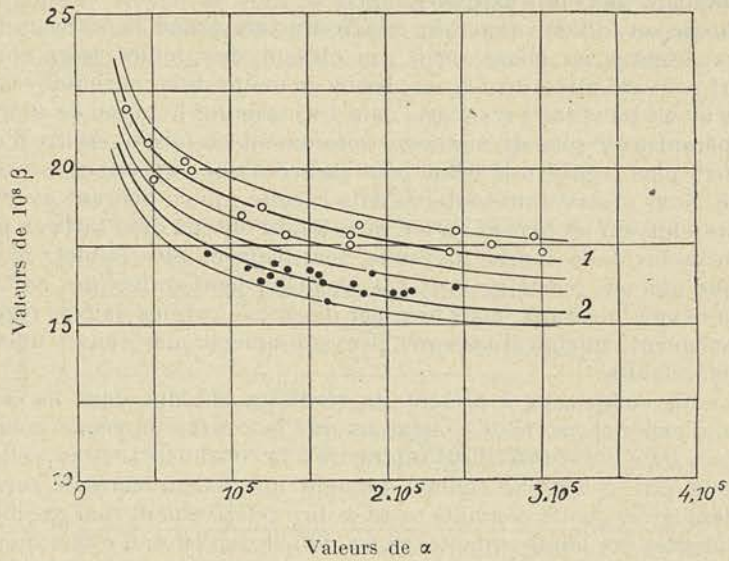


Fig. 260

Les résultats obtenus dans les essais des 27 et 28 avril 1925 sont traduits par la courbe moyenne 2 (fig. 260), qui montre qu'il n'en est rien. Sans doute les valeurs sont sensiblement plus faibles, mais les chiffres observés restent très élevés par rapport à ceux obtenus pour le tuyau de 48 mm. 58.

*Ces essais montrent d'une manière très sûre, l'influence que peuvent avoir des irrégularités de sections et le rôle néfaste que peuvent jouer les incrustations sur la perte de charge lorsque leur répartition et leur importance provoquent des variations appréciables de vitesse à des intervalles très rapprochés.*

Nous nous proposons de reprendre plus tard, une série d'essais sur des tuyaux de 40 mm. de fabrications différentes, pour préciser mieux encore, le rôle joué par des irrégularités de fonderie, sur la valeur du coefficient de résistance.

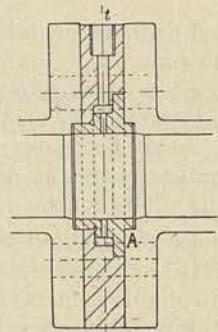


Fig. 261.

ESSAIS SUR LES TUYAUX EN FONTE DE 30 ET 20 MM.

Les essais des 22, 28 et 29 mai 1925 sur le tuyau de 30 (exactement

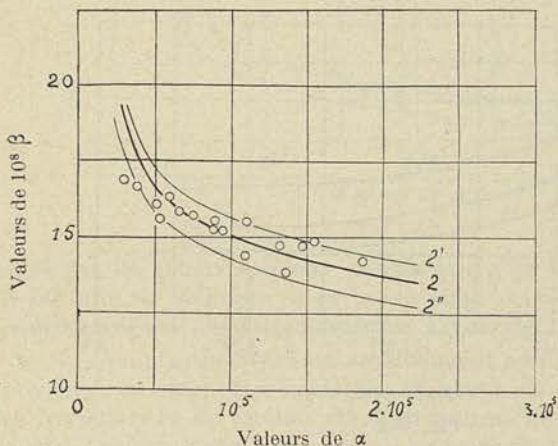


Fig. 262.

32 mm. 3) de même que ceux effectués les 21 et 25 octobre, 10, 11 et 12 décembre 1925 sur le tuyau de 20 mm. (exactement 21), nous ont donné des résultats normaux.

Dans le montage de ces tuyauteries de 30 et de 20 mm., nous avons eu soin de réaliser les joints avec des feuilles de papier de dessin enduites de minium bien découpées et bien centrées,

ou bien avec des joints en caoutchouc de 1 mm. d'épaisseur, de façon à éliminer au maximum l'influence de la discontinuité aux jonctions d'assemblage des tronçons entre eux, et des diaphragmes spéciaux avec les extrémités de la conduite essayée.

Ces résultats sont fournis par les courbes moyennes des figures 262 et 263, l'allure de la courbe étant choisie pour qu'elle se trouve parallèle aux courbes obtenues pour les tuyaux de 40 et de 50, la position en ordonnée de la courbe étant prise pour qu'elle passe par la région du maximum de densité des points observés.

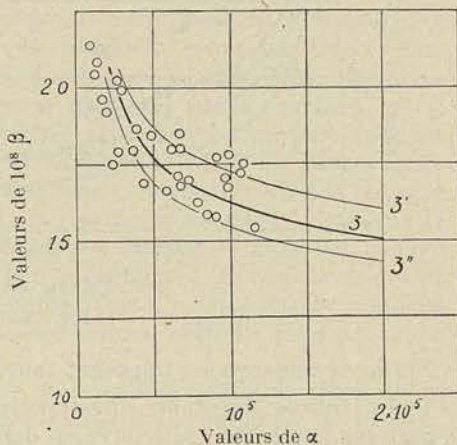
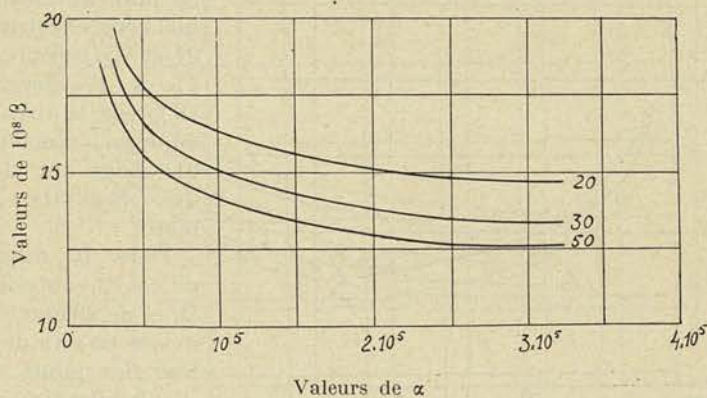


Fig. 263.

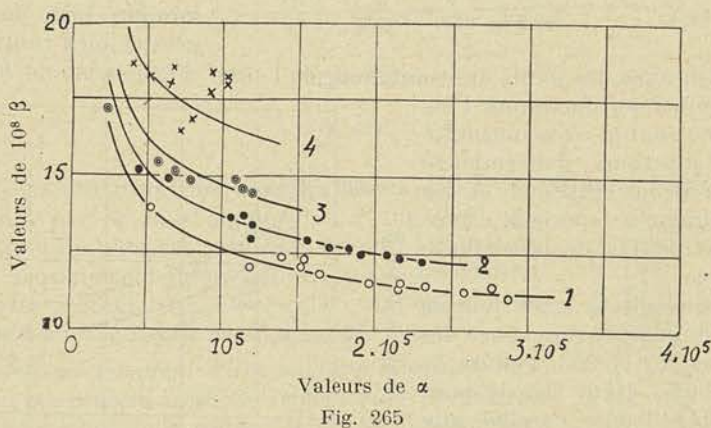
Nous avons réuni sur la figure 264 les courbes moyennes obtenues dans les essais dont nous venons de donner connaissance, pour les tuyaux en fonte de 50, de 30 et de 20 mm.

ESSAIS SUR LES TUYAUX EN FER DE 50, 40, 30 ET 20 MM.

Les essais conduits de la même manière que ceux entrepris sur les tuyaux en fonte, nous ont fourni les courbes 1, 2, 3, 4, tracées fig. 265 respectivement pour 50, 30 et 20 mm.



Valeurs de  $\alpha$   
Fig. 264.



Valeurs de  $\alpha$   
Fig. 265

Plusieurs remarques s'imposent tout d'abord :

1° La courbe moyenne correspondant au diamètre de 40 tracée à part sur la fig. 266, se trouve en dessous de la courbe moyenne de 50 mm. (courbe 1, fig. 265) ce qui peut s'expliquer en partie par l'influence de la contraction moindre à l'entrée et à la sortie, en partie parce que le tuyau de 40 mm. au moment des essais se trouvait particulièrement lisse et complètement dépourvu de toute oxydation intérieure, ce qui n'était pas le cas pour le tuyau de 50 mm. ;

Pour comprendre la première raison que nous donnons, il faut obser-

ver qu'é le tuyau de 40 avait exactement le diamètre du diaphragme

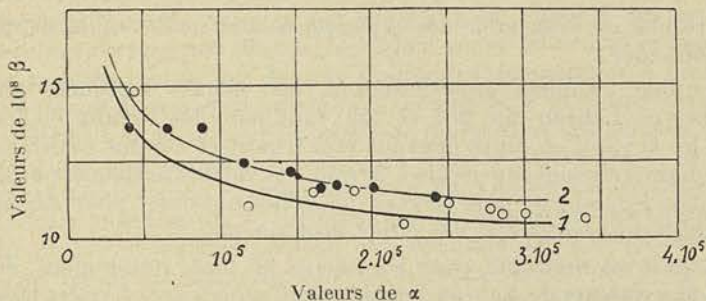


Fig. 266.

placé sur les collets spéciaux, tandis que pour les essais sur le tuyau de 50 mm., le diamètre de ce tuyau était exactement de 51,3, ce qui déterminait une dilatation brusque à l'entrée du tuyau ;

2° Les points observés sont sensiblement moins écartés de la courbe moyenne, ce qui peut s'expliquer en partie du moins, par le fait que les irrégularités de section étant moindres, les remous s'amorçaient moins facilement près des points de prise de pression et amenaient en conséquence moins de perturbations momentanées et partant moins d'écart entre les valeurs observées ;

3° Les expériences sur le tuyau de 20 mm., du 24 décembre 1926, qui nous avaient donné quelques points correspondant à la courbe 3 relativement très rapprochés de la courbe 2, n'ont pas trouvé leur confirmation dans les expériences des 4, 5, et 6 mars 1926, les points relatifs à ces dernières expériences se groupant sur la courbe 4.

Cette différence doit être attribuée pour une bonne part tout au moins, à ce que dans l'intervalle du 24 décembre 1925 au 4 mars 1926, les tuyaux s'étaient rouillés intérieurement, et que de ce fait la rugosité avait sensiblement augmenté. Lors des premiers essais alors que le tuyau était entièrement neuf, la surface interne se montrait comme particulièrement polie et de ce fait le coefficient de résistance devait apparaître comme normalement faible. C'est donc une courbe comprise entre 3 et 4 qui doit être considérée comme normale pour un tuyau en fer rouillé, sans incrustation.

Pour nous assurer de la valeur de cette interprétation, nous avons repris le 20 mars 1926 les expériences sur le tuyau en fer de 40 mm., légèrement oxydé à l'intérieur qui lors des essais du 27 mars 1925, apparaissait également comme particulièrement bien poli par le travail du laminage et qui ne présentait à ce moment aucune tache de rouille.

Les points obtenus sont indiqués en noir fig. 266 et se groupent très exactement sur la courbe (2), identique à celle de 50 mm. dessinée fig. 265. L'écart des deux courbes moyennes 1 et 2 eût encore été plus grand si le tuyau de 40 mm. avait été, au moment du second essai complètement oxydé.

CONCLUSIONS

Il résulte de l'ensemble des expériences dont nous venons de donner connaissance

1° qu'en première approximation, les valeurs indiquées par les courbes de Lebeau (fig. 251 et 252) tant pour les tuyaux en fer que pour les tuyaux en fonte peuvent être regardées comme satisfaisantes si les diamètres sont supérieurs à 20 mm., les valeurs indiquées paraissant toutefois légèrement plus élevées que celles obtenues pour *des tuyaux normalement réguliers et des joints bien exécutés* ;

2° qu'il est désirable, pour les tuyaux en fonte notamment, de s'en tenir aux valeurs de Lebeau sensiblement supérieures à celles trouvées pour les tuyaux normalement réguliers, puisque les tuyaux du commerce peuvent présenter des différences très considérables entre le diamètre moyen et le diamètre nominal et, que par mesure de sécurité il convient de tabler sur des valeurs défavorables ;

3° qu'entre les tuyaux en fonte *particulièrement réguliers* et les tuyaux en fer, *oxydés*, la différence de rugosité est assez peu sensible, inférieure en tout cas à celle indiquée par les courbes de Lebeau ;

4° que ces dernières tiennent compte de la perte propre aux joints tout en supposant des joints pratiquement bien exécutés ;

5° qu'une mauvaise exécution des joints pour les petits diamètres peut conduire à des différences de perte de charge de 25 % et plus (voir essais sur le tuyau de 50 mm.) ;

6° qu'en ce qui concerne la loi de variation de  $b'$  en fonction de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ ,

les expériences dont nous venons de rendre compte, ne sauraient en fixer la valeur d'une façon très précise, mais que ces expériences permettent en tout cas de dire que la formule (455) doit être corrigée de manière à conduire à des valeurs plus faibles pour les faibles diamètres.

Nous proposons en raison de cette dernière conclusion de remplacer la formule (455) par la suivante, l'application de la formule (454) pouvant dès lors se faire en utilisant le tableau qui a été déterminé au moyen de cette dernière équation.

$$b' = e \frac{0,578 : d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}{e \frac{2,3}{0,1 \varepsilon_1 y''}}$$

$y''$  ayant la valeur suivante,  $d$  étant exprimé en m. :

$$y'' = \frac{13}{\varepsilon_1} + 52,5 \frac{d}{\varepsilon} - 6,5 \frac{1}{\varepsilon_1} \left[ \frac{45 - 100 d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}{45} \right]^3 - \frac{2,2}{\varepsilon_1} \frac{1}{e^{100 d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}}$$



Nous ne pensons pas qu'il soit utile au point de vue pratique de pousser plus loin ces recherches, étant donné que les tuyaux du commerce présentent des irrégularités de section et des variations de rugosité qui rendent l'application des formules illusoire au delà d'une certaine approximation ; et nous pouvons ajouter que dans les limites de l'approximation possible, les formules proposées et le tableau des valeurs de  $b'$  que nous en avons déduit, permettent de calculer les pertes de charge avec une sécurité aussi grande si pas plus grande que celle fournie par n'importe quelle formule empirique d'application restreinte en usage dans les calculs techniques.

L'énorme avantage de la méthode que nous présentons résulte dès lors de ce que les calculs peuvent être conduits de la même manière quels que soient la nature du fluide et les matériaux employés pour la fabrication du tuyau et quelle que soit la vitesse utilisée dans la conduite, et cela avec une sûreté et une rapidité qui ne cèdent à aucun autre procédé, du moment où l'on dispose du tableau des valeurs de  $b'$ .

§ 8. — Application des formules (454) et (455) aux huiles de pétrole

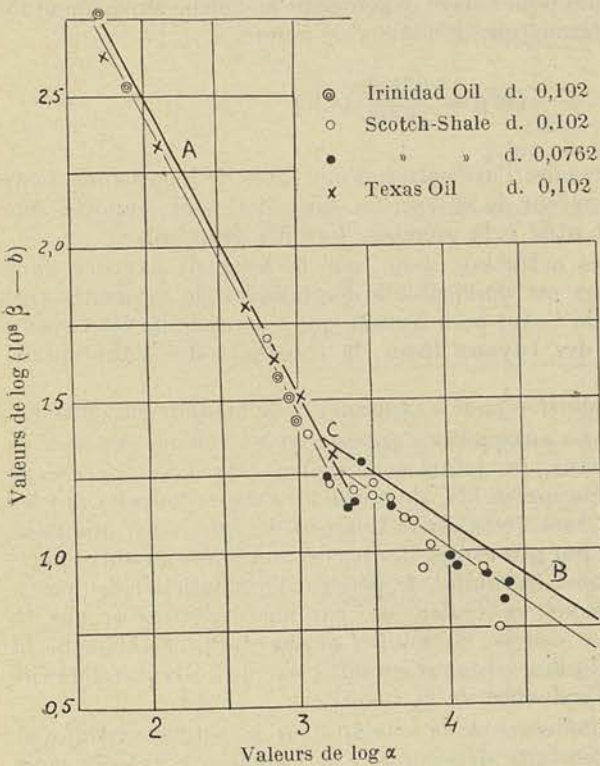


Fig. 267.

Rien ne pourrait mieux faire ressortir le progrès réalisé dans le calcul des pertes de charge, par l'introduction de la méthode exposée ci-dessus, que d'en montrer l'application à la détermination des pertes dans une « pipeline ».

Nous devons à M. J. W. Cameron, ingénieur en chef aux Ateliers de Construction Hayward Tyler's, spécialisés dans la fabrication des pompes à mazout, le diagramme de la fig. 267, obtenu en portant les valeurs de  $\log(10^8 \beta - b)$  en fonction de  $\log \alpha$ ,

pour les résultats des expériences effectuées au *National Physical Laboratory* sur des huiles de différentes provenances.

Tous ces points se groupent très exactement, comme on peut le voir, sur une droite AC pour la région du régime laminaire ; pour la région du régime tourbillonnaire les points sont moins régulièrement disposés en raison de ce qu'il existe une certaine région d'écoulement instable, mais on peut encore tracer une droite CB (en trait fin) pour représenter la variation de la valeur moyenne, en fonction de  $\alpha$ .

Les courbes en trait fort sont celles qui correspondent aux formules indiquées dans cette étude, le point C d'intersection, ou point critique, ayant pour abscisse  $\alpha_c = 1320$ .

Comme les courbes en trait fort se trouvent toutes deux au-dessus des courbes en trait faible qui relient les points expérimentaux, les valeurs fournies par les formules proposées doivent être considérées comme légèrement trop élevées ; ce fait ne peut toutefois être considéré comme favorable si l'on veut conserver une sécurité suffisante dans la prédétermination des pertes.

Il suffirait d'ailleurs pour suivre exactement la courbe expérimentale dans la région du régime tourbillonnaire de poser

$$10^8 \beta = \frac{271,8}{\alpha^{0,354}} + 3,4$$

ce qui rendrait nécessaire l'utilisation d'une table de logarithme, pour le calcul du dénominateur de la fraction, sans qu'il soit apporté une correction vraiment utile à la première formule proposée.

La conclusion très nette est donc que la méthode exposée dans cette partie du cours est applicable à des liquides de viscosités très différentes de celle de l'eau, pour autant que l'on assimile les tuyaux en acier laminé, à des tuyaux lisses, la constante 3,4 s'appliquant à ces derniers seuls.

Cette dernière conclusion peut s'expliquer de la manière suivante :

Dans les « pipe-line » auxquelles s'appliquent les valeurs expérimentales trouvées ci-dessus, les joints sont peu nombreux et ne créent aucune discontinuité appréciable, alors que les valeurs fournies par les formules proposées dans cette étude tiennent compte, ainsi que nous l'avons fait ressortir par nos essais, des pertes aux joints ; d'autre part, avec des fluides comme les huiles de pétrole, l'oxydation n'est pas à craindre, et nous avons vu également, par nos expériences, que la présence d'une mince couche de rouille augmentait sensiblement la rugosité ; enfin, les fluides visqueux en adhérant à la paroi, réduisent vraisemblablement l'influence de la rugosité.

Pour faire saisir l'influence de la viscosité sur la vitesse critique et sur le débit d'une conduite déterminée, M. Cameron a calculé pour quatre qualités d'huile, dont les coefficients de viscosité  $\mu$  sont donnés

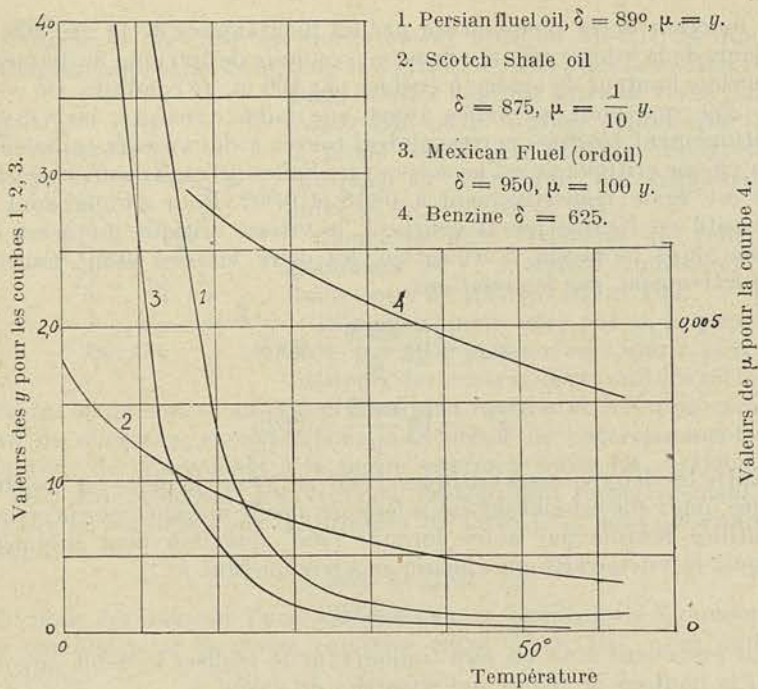


Fig. 268.

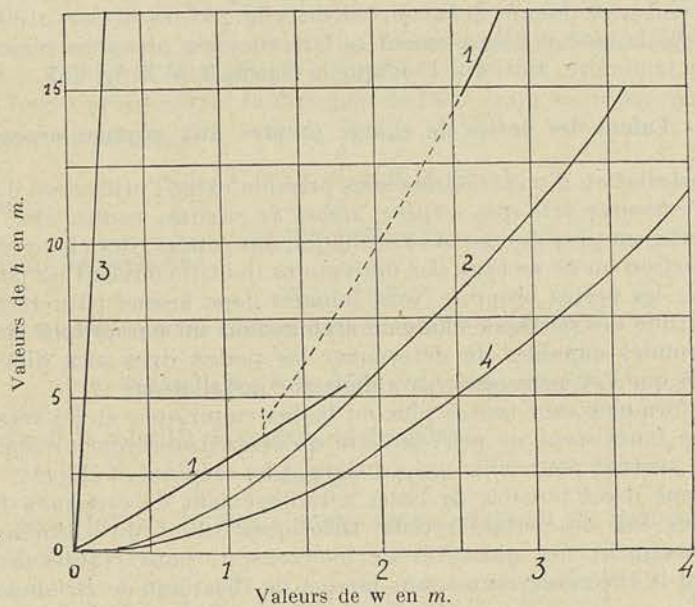


Fig. 269.

en fonction de la température par les diagrammes de la fig. 268, les valeurs de la vitesse atteinte dans une conduite de 100 mm. de diamètre, pour une hauteur de charge  $h$  évaluée par 100 m. de conduite. On voit, fig. 269, que pour les huiles ayant une faible viscosité, les vitesses pratiquement réalisées correspondent toutes à des valeurs supérieures à la vitesse critique ; c'est le cas pour les huiles (2) et (4) pour lesquelles  $w'_c$  est égale respectivement à 0<sup>m</sup>18 et 0<sup>m</sup>02. Pour l'huile dont la viscosité est fournie par la courbe 1, la vitesse critique inférieure est située dans la région d'utilisation, les deux vitesses étant fournies respectivement par les relations

$$\alpha'_c = 10 \frac{wd\delta}{\mu} = 2000$$

$$\alpha''_c = 10 \frac{wd\delta}{\mu} = 2825$$

Entre les deux vitesses critiques 1<sup>m</sup>80 et 2<sup>m</sup>55, la perte est indéterminée, mais elle est en tout cas inférieure à celle indiquée par la courbe pointillée fournie par notre formule (255) que l'on peut prolonger jusqu'à la vitesse critique théorique correspondant à

$$\alpha_c = 1320$$

En procédant ainsi on sera toujours sûr de réaliser le débit imposé, pour la hauteur de charge qui ressortira du calcul.

Avec des huiles extrêmement visqueuses, comme celles dont le coefficient  $\mu$  est donné par la courbe 3 de la fig. 268, les vitesses utilisables sont très faibles et l'écoulement se fait toujours dans la région du régime laminaire, ainsi que l'indique la courbe 3 de la fig. 269.

### § 9. — Calcul des pertes de charge propres aux organes accessoires

L'installation d'une conduite sous pression exige l'utilisation d'organes accessoires tels que *crépine*, *clapet de retenue*, *vanne*, etc. ; elle comporte, en plus des parties rectilignes, des coudes, des changements de direction ou de section, des dérivations dont il convient de pouvoir calculer les pertes propres. Nous sommes donc amené pour terminer cette étude des pertes de charge à établir dans un paragraphe spécial, les formules capables de déterminer les pertes dues aux différents organes que l'on peut rencontrer dans une installation.

Ces formules sont toutes plus ou moins empiriques et les résultats qu'elles fournissent ne peuvent être qu'assez grossièrement approximatifs, surtout pour celles qui concernent les crépines et clapets.

Comme il est possible de baser l'établissement de certaines de ces formules sur des considérations théoriques tirées du théorème de l'accroissement des quantités de mouvement, nous établirons tout d'abord le théorème connu sous le nom de théorème de *Bellanger*.

Considérons, fig. 270, un élargissement brusque AB-CD tel que la vitesse moyenne passe de  $w_1$  dans la section BB, à  $w_2$  dans la section DD. Dans l'espace compris entre la veine fluide évasée BD, et la surface cylindrique CD, le fluide est à peu près au repos et le théorème de Bernouilli est inapplicable entre les sections BB et DD.

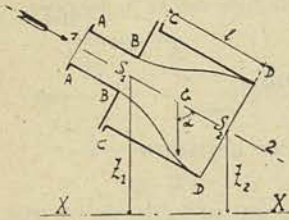


Fig. 270.

Cherchons donc l'équation qui relie les grandeurs  $w, p, z$ , dans l'écoulement du fluide entre les sections BB et DD.

Désignons pour cela, par  $p_1$  la pression en 1, par  $p_2$  la pression en 2, par  $z_1$  et  $z_2$  les hauteurs des centres de gravité des sections d'entrée et de sortie, au-dessus d'un plan horizontal XX pris comme plan de référence, et appliquons le théorème de l'accroissement des quantités de mouvement à la masse comprise entre les sections CC et DD. En projetant les vecteurs représentant respectivement les vitesses et les forces sur la direction de l'axe 1, 2, nous obtiendrons la relation

$$\Sigma mdw = \Sigma fdl$$

Si nous envisageons l'accroissement de la quantité de mouvement par seconde pour la masse comprise entre CC et DD, nous aurons la relation

$$\left(\frac{\delta}{g} \sigma_2 w_2\right) w_2 - \left(\frac{\delta}{g} \sigma_1 w_1\right) w_1 = \Sigma f \quad (458)$$

puisque, en régime permanent, les forces  $f$  sont indépendantes des temps et que  $\int_1^2 dl$  devient égal à l'unité.

Les forces projetées sur la direction de l'axe étant respectivement :

1) pour la pesanteur

$$(\sigma_2 l \delta) \cos \alpha = (\sigma_2 \delta) (z_1 - z_2)$$

puisque

$$l \cos \alpha = z_1 - z_2$$

2) pour les pressions

$$\sigma_2 (p_1 - p_2)$$

l'équation (458) pourra s'écrire d'une manière explicite

$$\frac{\delta}{g} \sigma_2 w_2 (w_2 - w_1) = \sigma_2 \delta (z_1 - z_2) + \sigma_2 (p_1 - p_2) \quad (459)$$

en vertu de la relation de continuité du débit

$$\delta \sigma_2 w_2 = \delta \sigma_1 w_1.$$

En groupant les termes comme dans l'équation de Bernouilli, il viendra donc

$$z_1 + \frac{p_1}{\delta} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\delta} + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \quad (460)$$

relation qui montre clairement que, en raison de l'élargissement brusque, la hauteur de la charge totale se trouve réduite de la quantité

$$Z = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}, \quad (461)$$

représentant la perte propre à cette perturbation.

A) PERTE DUE A UN ÉLARGISSEMENT BRUSQUE

Comme nous avons fait abstraction dans ce qui précède de ce que la vitesse varie en chaque point d'une section quelconque et que nous nous sommes borné à raisonner sur les vitesses moyennes, que d'autre part les pertes par remous et frottements n'entrent pas en ligne de compte dans le calcul exposé ci-dessus, la perte réelle due à un élargissement brusque est nécessairement plus élevée et le terme correctif serait d'après certaines expériences  $\frac{1}{9} \frac{w_2^2}{2g}$  pour un rapport  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} =$  d'environ 1,5.

Comme la perte supplémentaire doit nécessairement décroître à mesure que  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  diminue, nous proposons d'adopter la formule suivante qui conduit sensiblement au terme correctif que nous venons d'indiquer pour  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1,5$ .

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[ \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)^2 + 0,2 \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right) \right] \quad (462)$$

En fonction du rapport des sections de sortie et d'entrée et de la vitesse  $w_1$  on obtient

$$Z_1 = \frac{w_1^2}{2g} \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 + 0,2 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 \left( 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \right] \quad (463)$$

B) PERTE DUE A UN ÉLARGISSEMENT PROGRESSIF

Cette perte pourrait être évaluée, d'après les expériences de *Fliegner*, par la relation

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[ \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)^2 \right] \sin \delta, \quad (464)$$

$\delta$  représentant l'angle au sommet du tronc de cône dont les sections de base sont respectivement  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  (fig. 271).

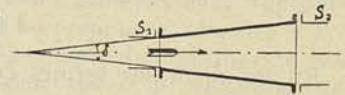


Fig. 271.

C) PERTE DUE A UN RETRECISSEMENT BRUSQUE

Cette perte est due à ce que, par suite du changement brusque de section, il se produit une contraction de la veine à l'entrée de la section rétrécie (fig. 272) analogue à celle observée avec un orifice à mince paroi et que cette contraction est suivie d'un épanouissement brusque. La perte propre à la contraction peut être négligée tandis que la perte due à l'élargissement subséquent, peut se calculer au moyen de la formule précédente. Si on

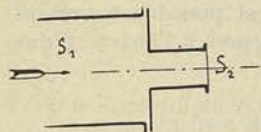


Fig. 272.

désigne par  $m$  le coefficient de contraction c'est-à-dire, le rapport de la section contractée à la section primitive, on aura en appliquant la formule (462)

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[ \left( \frac{1}{m} - 1 \right)^2 + 0,2 \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \right] \quad (465)$$

$\sigma_1$  désignant dans la formule (462) la section contractée et étant en conséquence égale à  $m\sigma_2$ .

Pour un rapport  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  très faible de 0,01 ou 0,02,  $m$  peut être pris égal à 0,62, comme pour un orifice en mince paroi, ce qui conduit à

$$Z_2 = 0,50 \frac{w^2}{2g}$$

Pour  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0,1$  le coefficient de contraction est moins faible, 0,65 au lieu de 0,62 et le coefficient de perte tombe à 0,40.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de  $m$  pour différentes valeurs de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  d'après *Weisbach*, en même temps que le coefficient de perte  $\xi$  calculé d'après la formule (465) ci-dessus.

TABLEAU XII.

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	0,01	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$m$	0,62	0,65	0,66	0,70	0,74	0,84	1,00
$\xi$	0,50	0,40	0,36	0,27	0,19	0,08	0,00

D) PERTES DUES A UNE CONTRACTION PROGRESSIVE

Cette perte quoique faible, (fig. 273) ne peut être considérée comme nulle ; d'après les expériences effectuées au Laboratoire, sur le Venturi, il semblerait que la perte calculée par intégra-

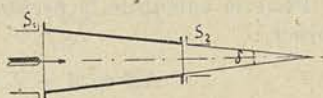


Fig. 273.

tion graphique en appliquant pour chaque élément les formules propres aux tuyaux cylindriques droits, doit être *doublée*.

Ces formules fondamentales étant établies, il est possible à présent de les appliquer à la détermination des pertes propres à l'entrée d'une conduite non évasée, à un branchement, etc.

E) PERTE DUE A L'ENTRÉE D'UNE CONDUITE NON ÉVASÉE

Cette perte résulte de la contraction brusque qui se produit à l'entrée ainsi que le montre la fig. 274 ; la formule (465) étant applicable ici ; on trouve avec  $m = 0,62$

$$\xi = 0,50$$

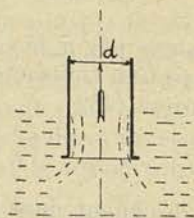


Fig. 274.

F) PERTE A LA SORTIE D'UNE CONDUITE NON ÉVASÉE

Cette perte peut s'évaluer au moyen de la formule (462), lorsqu'on connaît la vitesse  $w_2$  suivant l'axe de la conduite dans laquelle l'eau se déverse (fig. 275). Si le canal à une section très grande par rapport à la section du tuyau, la perte peut être déduite de la

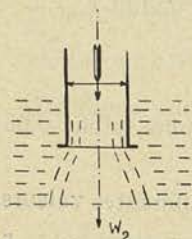


Fig. 275.

formule (463) dans laquelle on fait  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 0$

$$Z_1 = \frac{w_1^2}{2g}$$

G) PERTE DUE A UNE VANNE COMPLÈTEMENT OUVERTE

Nous calculerons cette perte en supposant que la veine s'épanouit suivant un cône dont les génératrices font un angle de  $4^\circ$  avec l'axe, la base AB se présentant au  $\frac{2}{3}$  de la distance  $e$  des deux sièges (fig. 276), \*

Dans ces conditions la perte comprend :

a) celle qui correspond à l'élargissement brusque AB ;

b) celle qui correspond à la contraction de la veine à l'entrée de la tubulure DE.

Pour le calcul de la première, on peut déterminer

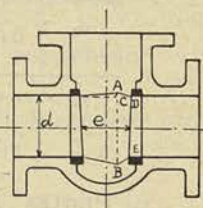


Fig. 276

$$AB = d + 2 \times \frac{2}{3} e \times \operatorname{tg} 4^\circ = d + 0,93 e$$

puis



$$\sigma_1 = \frac{\pi d^2}{4} \quad \sigma_2 = \frac{\pi}{4} (d + 0,093 e)^2$$

et enfin au moyen de la formule (463)

$$\xi_1' = \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)$$

Pour le calcul de la seconde, on appliquera la formule (465) qui donne

$$\xi_1'' = \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{m} - 1\right)$$

dans laquelle  $m$  représente le coefficient de contraction correspondant au rapport  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ . Comme  $\frac{e}{d}$  varie entre 0,5 et 1,0 nous pouvons calculer la somme successivement pour ces deux valeurs extrêmes ;  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  varie, en effet, dans ces conditions de 0,91 à 0,85 et  $m$  peut être choisi égal à 0,88 ce qui conduit à

$$\begin{aligned} \xi_1' + \xi_1'' &= (1 - 0,91)^2 + 0,2 \times \overline{0,91}^2 (1 - 0,91) + \\ &+ \left(\frac{1}{0,88} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{0,88} - 1\right) = 0,07 \end{aligned}$$

pour  $\frac{e}{d} = 0,5$  ;

$$\begin{aligned} \text{et } \xi_1' + \xi_1'' &= (1 - 0,85)^2 + 0,2 \times \overline{0,85}^2 (1 - 0,85) + \\ &+ \left(\frac{1}{0,88} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{0,88} - 1\right) = 0,12 \end{aligned}$$

pour  $\frac{e}{d} = 1,0$ .

H) PERTE DUE A UN CLAPET DE PIÉD  
OU A UN CLAPET DE RETENUE (fig. 277<sup>a</sup> et fig. 277<sup>b</sup>)

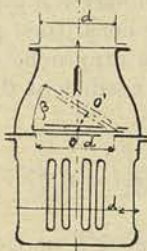


Fig. 277<sup>a</sup>

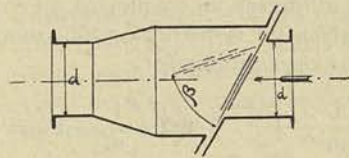


Fig. 277<sup>b</sup>

La section de passage latérale laissée libre par un clapet ouvert d'un angle  $\beta$ , peut s'évaluer approximativement en multipliant le périmètre de la circonférence de diamètre  $d$  projetée sur le clapet qui a pour valeur approximative  $\pi d \cos \beta$ , par la distance  $00'$  ; on peut donc poser

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \pi d \cos \beta \times d \sin \beta = \frac{\pi d^2}{4} \sin 2\beta$$

et, en tenant compte d'un coefficient de contraction  $m$ , calculer  $\frac{w^2}{2g}$  en fonction de la vitesse  $w_1$  réalisée dans la section normale du tuyau de diamètre  $d$ .

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} \times \frac{1}{m^2 \sin^2 2\beta}$$

On admet généralement que toute l'énergie cinétique  $\frac{w^2}{2g}$  est perdue ; on peut dès lors dresser un tableau du coefficient de perte  $\xi_1$  en fonction de  $\beta$  en adoptant pour  $m$  les valeurs renseignées par *Weisbach*.

TABLEAU XIII.

$\beta$	$\sin 2\beta$	$m$	$\xi_1$
60°	0,866	0,67	2,9
45°	1,00	0,46	4,8
30°	0,866	0,29	16,0

Ces valeurs sont, comme on le voit très élevées surtout pour les angles d'ouverture  $\beta$  très faibles. Comme ces angles dépendent pour une vitesse du fluide déterminée, du poids du clapet, il convient donc de diminuer autant qu'on le peut, ce poids.

En vue de réduire la perte propre aux clapets on s'est efforcé de donner à cet organe des formes plus rationnelles ; nous ne pouvons aborder cette question ici.

#### 1) PERTE PROVOQUÉE PAR UNE CRÉPINE

Nous avons pu constater par des essais que la perte provoquée par la présence d'une crépine, dont la section totale de passage est égale à la section du tuyau de diamètre  $d$ , restait nettement inférieure à celle qui serait due à la contraction de la veine à l'entrée d'un tuyau libre. Nous avons vu que le coefficient de perte propre à l'entrée d'un tuyau libre pouvait être évalué à 0,50 ; avec une crépine constituée par des ouvertures allongées, le coefficient de contraction se rapproche de 0,75 et l'application de la formule (465) montre que le coefficient de perte atteint dans ces conditions

$$\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{m} - 1\right) = 0,112 + 0,067 = 0,17$$

Ce chiffre est nécessairement un peu faible parce qu'il ne tient pas compte des remous qui doivent se former entre les filets avant leur

entrée dans le tuyau proprement dit. Nous proposons en conséquence d'adopter pour coefficient de perte à travers une crépine bien proportionnée 0,25.

J) PERTES PROPRES AUX COUDES ET AUX CHANGEMENTS DE DIRECTION

Nous avons choisi parmi les formules proposées pour calculer le coefficient de perte propre à une courbe, celle qui comporte deux termes, l'un proportionnel à l'angle formé par les rayons aboutissant aux brides, l'autre indépendant de la longueur et uniquement fonction du rapport entre le diamètre du tuyau et le rayon moyen de la courbe. Il est évident, en effet, que la perte ne peut être considérée comme proportionnelle à la longueur développée, pas plus qu'elle ne peut être considérée comme indépendante de celle-ci (fig. 278).

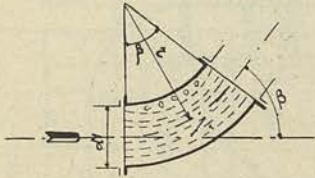


Fig. 278.

la longueur développée, pas plus qu'elle ne peut être considérée comme indépendante de celle-ci (fig. 278).

$$\xi = 0,131 \frac{\beta}{90^\circ} + 0,163 \left( \frac{d}{r} \right)^{3,5}$$

Cette formule conduit aux valeurs renseignées dans le tableau XIV ci-dessous pour les valeurs les plus courantes de  $\beta$  et de  $\frac{d}{r}$

TABLEAU XIV.

$\beta$	$\frac{d}{r}$						
	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	2
11°15'	0,0164	0,0234	0,0434	0,0914	0,179	0,325	1,864
22°30'	0,033	0,040	0,060	0,108	0,196	0,342	1,881
45°	0,066	0,073	0,093	0,141	0,229	0,375	1,914
90°	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,540	1,979

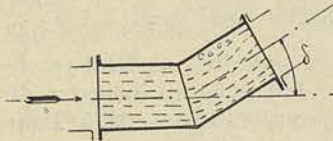


Fig. 279.

Pour ce qui concerne le coefficient de résistance propre à un changement de direction (fig. 279), la formule généralement admise est la suivante qu'il convient de n'appliquer que pour des angles inférieurs à 90°.

$$\xi = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2}$$

§ 10. — Application à un exemple numérique

Nous prendrons comme exemple d'application le cas d'une pompe centrifuge à grand débit refoulant  $3 \text{ m}^3$  88 par seconde ( $14.000 \text{ m}^3/\text{heure}$ ) dans un canal sous pression (fig. 280).

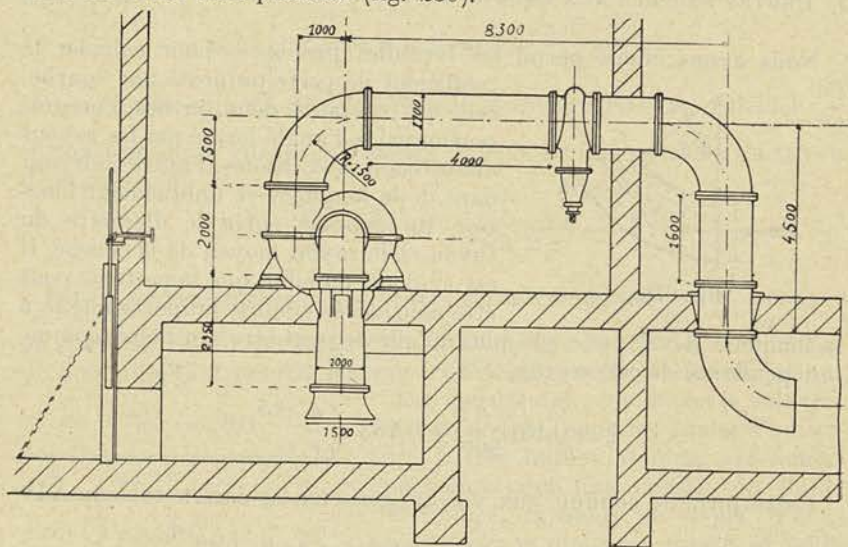


Fig. 280.

La crépine est ici remplacée par une grille protégeant l'entrée de la chambre de prise d'eau, et le clapet de pied est supprimé.

L'amorçage de la pompe est obtenu au moyen d'un éjecteur (non dessiné) placé à la partie supérieure de la volute dans le but de faire le vide dans la tuyauterie d'aspiration et le corps de pompe, au moment de la mise en marche.

**Évaluation des pertes à l'aspiration.** — Cette perte comprend en premier lieu la perte de charge propre à la grille, qu'il serait assez difficile d'évaluer d'une manière sûre. Nous prendrons pour coefficient de perte, la valeur 0,50 et nous supposons un développement de grille suffisant pour ne pas dépasser une vitesse réelle de 1,25, soit  $10 \text{ m}^2$  environ. La perte atteint dans ces conditions 0,04.

La perte à l'entrée de la tuyauterie doit être prise égale à  $0,5 \frac{w^2}{2g}$ ; comme il y a deux tuyaux fonctionnant en parallèle, le débit est de  $1,94 \text{ m}^3/\text{sec}$ . pour chacun d'eux, ce qui conduit avec un diamètre de 1 m. 500 à une vitesse  $w = 1 \text{ m. } 10$  et à une perte de 0 m. 0375. Pour le tuyau proprement dit de 1,00 m. de diamètre,  $w = 2,475 \text{ m.}$  et partant

$$\alpha = \frac{10 w d \delta}{\mu} = \frac{10 \times 2,475 \times 1,00 \times 1000}{0,0127} = 1,95.10^6$$

le coefficient  $\mu$  correspondant à la température de  $10^\circ$  et étant fourni par le diagramme de la figure 281a. Comme on a affaire ici à des tuyaux

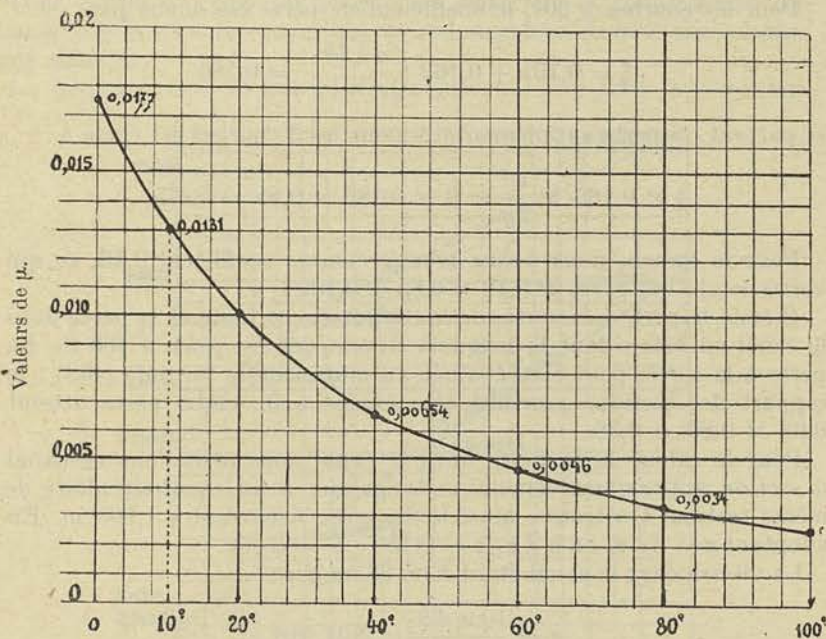


Fig. 281a. valeurs des températures  $t^\circ$

en fonte,  $\varepsilon$  peut être pris égal à  $6 \varepsilon_1$  et partant  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 0,166$ .

En consultant le tableau, on trouve  $b' = 3,011$ .

$$\text{D'où} \quad 10^8 \beta = \frac{271,8}{\sqrt[3]{\alpha}} + b' + 2,4 = 7,581.$$

Cette valeur du coefficient de résistance conduit à une perte de charge

$$h = 10^4 \beta \frac{w^2}{d} l = 0,0109.$$

**Evaluation de la perte au refoulement.** — Le débit est ici de  $3,88 \text{ m}^3/\text{sec.}$  et la vitesse atteint  $4,08 \text{ m.}$  dans la conduite de  $1,10 \text{ m.}$  Le calcul de  $\alpha$  donne

$$\alpha = 3,55 \cdot 10^6$$

$$\text{Avec} \quad d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 0,184 \quad b' = 2,9 \quad 10^8 \beta = 7,09$$

$$h = 10^4 \beta \frac{w^2}{d} l = 0,177.$$

$l$  représentant la longueur développée de la conduite y compris les courbes.

Pour les courbes à  $90^\circ$ , le coefficient de perte est donné par

$$\xi = 0,131 + 0,163 \left( \frac{d}{r} \right)^{3,5} = 0,186$$

et partant, la perte supplémentaire pour les 3 courbes est égale à

$$3 \times 0,186 \times \frac{w^2}{2g} = 3 \times 0,186 \times 0,85 = 0,475.$$

Pour la vanne, nous avons trouvé comme coefficient 0,12, ce qui correspond à une perte de  $0,12 \times 0,85 = 0,102$ .

Il reste la perte à la sortie de la tuyauterie en fonte et la perte dans le canal en béton dont la longueur développée est égale à 100 m. La perte à la sortie peut être évaluée au moyen de la formule (463) ; le rapport des sections pouvant être évalué à 3, cette perte atteint  $0,68 \times 0,85 = 0,58$ .

Pour le calcul de la perte dans le canal nous assimilons ce canal à section approximativement rectangulaire à un canal circulaire de même section. On trouve ainsi le diamètre fictif égal à 1,905 m. En adoptant  $\varepsilon = 12 \varepsilon_1$  on a  $d \varepsilon_1 / \varepsilon = 0,159$   $b' = 3,062$ .

La vitesse dans le canal étant 1 m. 36 on aura

$$\alpha = \frac{10 w d \delta}{\mu} = 2,04. 10^6$$

et partant

$$10^8 \beta = \frac{271,8}{V^3 \alpha} + b' + 2,4 = 7,612.$$

Avec cette valeur de  $\beta$  la perte de charge sera

$$h = 10^4 \beta \frac{w^2}{d} \times l = 0,074.$$

Ainsi, à la hauteur d'élévation  $H = 7$  m., il conviendrait d'ajouter la somme des pertes que nous venons d'évaluer

$$0,04 + 0,0375 + 0,0109 + 0,177 + 0,475 + 0,102 + 0,58 + 0,074 = 1 \text{ m. } 496,$$

pour obtenir la hauteur manométrique d'élévation

$$H' = 8 \text{ m. } 50.$$

*Remarque.* — Pour le calcul des pertes de charge dans les tuyauteries à vapeur ou à air on suivra exactement la même méthode en utilisant pour le choix de  $\mu$  les diagrammes que nous donnons (fig. 281b).

§ 11. — Étude de la vitesse la plus économique <sup>(1)</sup>.

Tout calcul de perte de charge est basé sur la connaissance du diamètre de la conduite ou, ce qui revient au même, de la vitesse admise dans celle-ci.

La détermination se fait généralement en s'imposant la condition

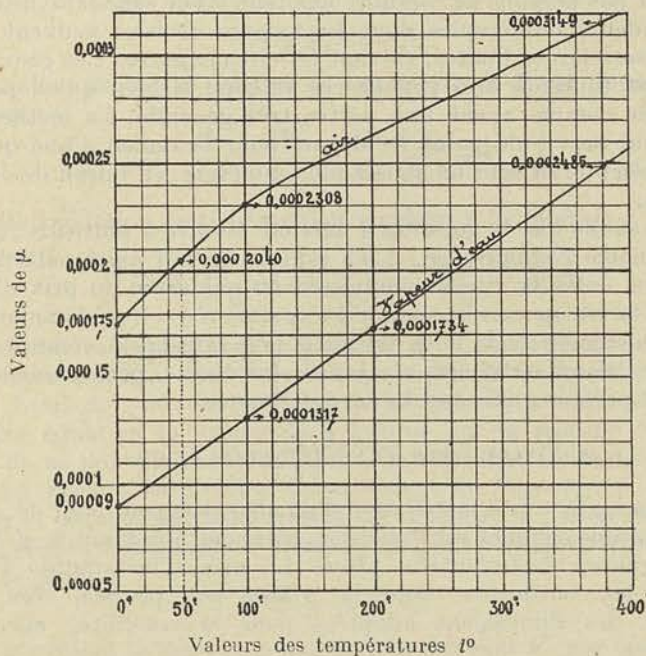


Fig. 281b.

que la perte de charge n'atteigne qu'une fraction assez faible de la hauteur totale d'élévation, s'il s'agit d'une pompe, de la hauteur de chute, s'il s'agit d'une turbine. On pose, par exemple, assez souvent pour la conduite d'aspiration et refoulement, à l'exclusion des pertes dans les organes accessoires,  $T_f = 0,03$  à  $0,05$  H.

Mais le chiffre de  $0,03$  ou  $0,05$  est assez arbitraire, et il est bien certain que la vitesse ainsi déterminée ne saurait représenter qu'accidentellement la vitesse la plus économique.

La vitesse la plus économique peut d'ailleurs s'entendre à deux points de vue bien distincts :

- 1° celui des frais d'installation ;
- 2° celui des frais d'exploitation.

Nous montrerons clairement à la fin de cette étude que la vitesse qui conduit au minimum des frais d'exploitation est très inférieure

<sup>(1)</sup> Voir Mémoires du Congrès international de Gand de 1926.

à celle qui conduit au minimum des frais d'installation et que la question ultime qui se pose à l'ingénieur chargé d'établir les dimensions d'une conduite importante est, en dernière analyse, de rechercher le gain réalisable sur les frais d'exploitation en fonction de l'accroissement des frais d'installation, de manière à choisir judicieusement une valeur intermédiaire entre les deux limites.

Il n'est pas possible de conduire une telle étude sans faire intervenir des grandeurs numériques dont les valeurs choisies peuvent varier dans d'assez larges limites, suivant les circonstances. Les conclusions dépendent toutefois très peu de ces valeurs, si bien qu'on peut les considérer comme ayant une portée très générale. La méthode, du reste, peut servir de point de départ pour l'examen d'une question qui se présenterait sous un aspect plus complexe, en raison de données spéciales.

Nous savons que la question a déjà été étudiée à plusieurs reprises, mais, à notre connaissance, il n'a jamais été fait aussi nettement la distinction entre la vitesse conduisant au minimum du prix d'installation et la vitesse correspondant au minimum des frais d'exploitation, et le problème du choix de la vitesse la plus rationnelle comprise entre ces deux valeurs extrêmes, n'a jamais été étudié, pensons-nous, sous la forme précise que nous lui avons donnée.

#### A) CALCUL DES FRAIS D'INSTALLATION.

Appelons  $\rho$  le prix d'installation d'un cheval-vapeur pour le groupe moteur-pompe complet sur fondation, bâtiment non compris,  $\rho'$  le prix du kilogramme de tuyauterie placée. Le prix d'installation  $P$  (non compris les bâtiments, dont la valeur est, peut-on dire, indépendante des dimensions adoptées pour la conduite) aura pour expression

$$P = \rho N_e + \rho' \times \delta_1 \pi d L (a + kd) \quad (470)$$

$N_e$  désignant la puissance totale installée non compris la réserve,  $\delta_1$  désignant le poids spécifique des matériaux employés pour la conduite,

$L$  la longueur de la conduite,

$d$  le diamètre de celle-ci,

$a$  et  $k$  deux coefficients qui fixent l'épaisseur de la conduite, et que l'on peut considérer comme constants du moment où l'on ne dépasse pas une pression normale de 15 kg./cm<sup>2</sup>, pour la fonte tout au moins.

Exprimons  $N_e$  en fonction des quantités supposées connues  $w$  et  $d$ ; nous pouvons écrire,  $\eta$  étant le rendement du groupe,

$$N_e = \frac{\delta QH'}{75 \eta} = \frac{\delta \frac{\pi d^2}{4} w H'}{75 \eta}; \quad (471)$$



et en observant que

$$H' = H + T'_f = H + 10^4 \beta \frac{w^2}{d} L \quad (472)$$

nous obtiendrons :

$$P = \rho \frac{\delta}{75 \eta} w \frac{\pi d^2}{4} \left( H + 10^4 \beta \frac{w^2}{d} L \right) + \rho' \delta_1 a \pi d L + \rho' \delta_1 k \pi d^2 L \quad (473)$$

La valeur de  $w$  qui conduit au minimum de  $P$  est donnée par la relation :

$$\frac{dP}{dw} = \frac{\delta P}{\delta w} + \frac{\delta P}{\delta d} \frac{d(d)}{dw} = 0.$$

Après réduction, cette équation conduit à la relation

$$\frac{5}{8} 10^4 \beta \frac{\rho \delta}{75 \eta} w^2 - \frac{\delta_1 \rho' a}{2w} - \frac{\delta_1 \rho' kd}{w} = 0 \quad (474)$$

Pour rendre explicite cette fonction de  $d$  et pouvoir en tirer des déductions utiles, il convient d'observer que  $\beta$  est fonction de  $w$  et de  $d$ . Nous ne pouvons toutefois envisager d'introduire dans cette dernière équation la valeur de  $\beta$  fournie par la relation (455) sous peine de ne pouvoir ni la discuter, ni la résoudre. Heureusement que pour les valeurs habituelles du coefficient de *Reynolds*,  $\beta$  varie peu avec  $\alpha$  et dépend particulièrement du diamètre  $d$  ; il en résulte que pour l'étude de la question présente, on peut considérer comme suffisant de poser

$$10^8 \beta = A + b', \quad (475)$$

et de remplacer la fonction exponentielle donnant  $b'$ , par une fonction du second degré, correspondant à une hyperbole équilatère ayant l'asymptote parallèle à l'axe des  $x$ , à la cote 4,5.

$$(b' - 4,5) \times d = 0,25 \quad (476)$$

La différence entre la valeur donnée par cette relation et la valeur réelle fournie par la formule (455) ne dépasse pas pour  $d = 0$  m. 100, 0,08, et pour  $d = 1$  m. 00, 0,05.

$10^8 \beta$  peut donc se mettre sous la forme

$$10^8 \beta = 9,46 + \frac{0,29}{a} \quad (477)$$

En introduisant cette valeur dans la relation (474), nous obtenons l'équation finale

$$d^2 - \left( bw^3 - \frac{a}{2k} \right) d - cw^3 = 0, \quad (478)$$

dont les coefficients  $b$  et  $c$  ont la signification suivante

$$b = \frac{5}{8} \frac{5,46}{10^4 75 \eta} \frac{\rho \delta}{\rho' \delta_1} \frac{1}{k} \quad (479)$$

$$c = \frac{5}{8} \frac{0,29}{10^4 75 \eta} \frac{\rho \delta}{\rho' \delta_1} \frac{1}{k} \quad (480)$$

Comme on le voit, la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'installation ne dépend pas de la hauteur d'élévation, ni de la longueur développée  $L$  de la conduite, ce qui choque immédiatement le bon sens.

Nous verrons en traçant les courbes de  $P$ , pour différentes valeurs de  $\frac{L}{H}$  et pour un débit  $Q$  donné, que si le minimum mathématique est réalisé pour une valeur unique de  $w$ , il n'en est pas de même du minimum pratique : c'est ainsi que, pour  $\frac{L}{H}$  voisin de la valeur minimum 1,5, il n'existe aucune différence appréciable entre le prix de l'installation réalisant la vitesse optimum, et celui de l'installation calculée pour une vitesse deux fois plus élevée. Nous reviendrons sur cette question dans nos conclusions.

Pour effectuer les calculs numériques nous avons choisi les valeurs suivantes qui correspondent à une installation de moyenne importance utilisant l'énergie électrique fournie par une centrale. Nous avons admis comme prix du cheval-vapeur  $\rho$  pour le groupe moteur-pompe 1000 frs bâtiment non compris, et nous l'avons porté à 1400 fr. pour tenir compte de la réserve nécessaire comprise généralement entre la moitié et le tiers de la puissance utilisée. Pour  $\rho'$ , prix du kg. de fonte placement compris, nous avons adopté 1 fr.; pour rendement  $\eta$  du groupe, 0,65, qui représente une valeur normale.

Pour les coefficients de la formule

$$e = a + kd \quad (481)$$

nous avons adopté

$$a = 0,007$$

$$k = 0,0166$$

valeurs qui correspondent aux tuyauteries en fonte.

Les chiffres ci-dessus étant introduits dans la formule (478), nous en avons déduit la courbe 1 en trait faible de la fig. 282, donnant  $d$  en fonction de  $w$ . La courbe 1, en trait fort, tracée en utilisant la relation du débit

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} w,$$

donne la valeur de  $Q$  en fonction de la valeur optimum de  $w$ . On constate que pour les débits supérieurs à  $0,01 \text{ m}^3/\text{sec.}$  ou  $36 \text{ m}^3/\text{heure}$ , la vitesse la plus favorable est supérieure à  $1 \text{ m.}$ ,  $10$ .

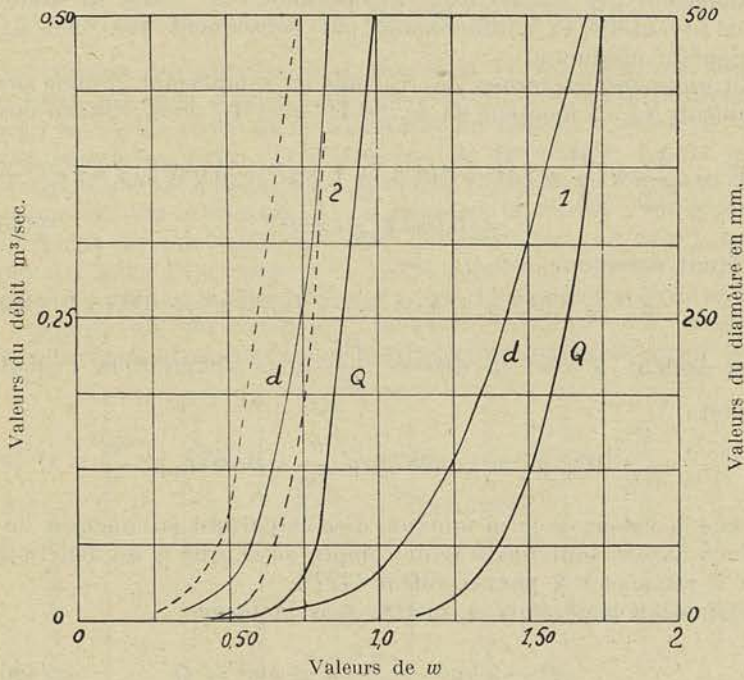


Fig. 282.

B) CALCUL DES FRAIS D'EXPLOITATION.

Nous calculerons à présent les frais annuels  $F$  d'exploitation dans les conditions suivantes :

1° Amortissement, en 20 ans avec intérêt 6%, soit une annuité de 0,087, le chiffre de 20 ans, trop élevé pour les machines, étant choisi pour tenir compte de la vie beaucoup plus longue attribuée normalement aux tuyauteries ;

2° Entretien : pris égal à 0,05 de la valeur des machines en fonctionnement.

3° Utilisation :  $h$  heures par jour, la valeur de  $h$  étant prise égale dans les calculs suivants, à 8 heures et à 16 heures, de manière à nous rendre compte de l'influence de ce facteur ;

4° Prix du kwh.,  $\rho'' = 0 \text{ fr. } 30$ .

La valeur de  $F$  ressort dans ces conditions à

$$F = 0,087 P + \rho'' 365 h \times 0,736 N_e + 0,05 \rho N_e \quad (482)$$

Nous n'avons pas tenu compte dans l'évaluation du coût de l'installation du prix des bâtiments, et dans l'évaluation des frais d'exploitation des dépenses pour le personnel, ces deux postes représentant sensiblement des valeurs fixes, indépendantes du choix du diamètre de la tuyauterie et n'intervenant par conséquent pas dans l'évaluation du minimum.

En groupant les termes en  $N_e$ , puis en remplaçant comme précédemment  $N_e$  en fonction de  $w$ , de  $H$ ,  $d$  et  $L$ , nous obtenons

$$F = \frac{\delta}{75\eta} \pi \frac{d^2}{4} w \left[ H + 10^4 \beta \frac{w^2}{d} L \right] \rho''' + 0,087 \delta_1 \rho' a \pi d L + 0,087 \delta_1 \rho' k \pi d^2 L, \quad (483)$$

$\rho'''$  étant pris pour

$$\rho''' = 0,087 \rho + h \times 365 \times 0,736 \rho'' + 0,05 \rho \quad (484)$$

En égalant à zéro la dérivée  $\frac{dF}{dw}$ , nous obtenons l'équation suivante

$$\frac{5}{8} \frac{\delta}{75\eta} 10^4 \beta \rho''' w^2 - 0,087 \delta_1 \rho' \frac{a}{2w} - 0,087 \delta_1 \rho'' \frac{kd}{w} = 0 \quad (485)$$

qui fixe la valeur de  $w$  en fonction de  $d$  et partant en fonction de  $Q$ .

Nous aurons toutefois à tenir compte de ce que  $\beta$  est fonction de  $d$  et à remplacer  $\beta$  par sa valeur (477).

L'équation peut alors se mettre sous la forme

$$d^2 - \left( b w^3 - \frac{a}{2k} \right) d - c w^3 = 0 \quad (486)$$

avec les valeurs suivantes des coefficients  $b$  et  $c$

$$b = \frac{5}{8} \frac{9,46}{10^4 75 \eta} \frac{\rho''' \delta}{\rho' \delta_1} \frac{1}{0,087 k} \quad (487)$$

$$c = \frac{5}{8} \frac{0,29}{10^4 75 \eta} \frac{\rho''' \delta}{\rho' \delta_1} \frac{1}{0,087 k} \quad (488)$$

La courbe 2 en trait faible de la figure 282 donne le diamètre, la courbe 2 en trait fort donne le débit calculé en fonction de  $w$ , les valeurs des coefficients servant de base au calcul étant les mêmes que ci-dessus. Ainsi la vitesse qui conduit au minimum des frais d'exploitation est très inférieure à la vitesse qui conduit au minimum des frais d'installation, l'écart entre les deux valeurs étant fixé pour chaque débit, par la différence des abscisses correspondant aux deux courbes 1 et 2.

Pour faire ressortir l'influence du nombre d'heures d'exploitation, nous avons tracé, en pointillé, les courbes du diamètre  $d$  et du débit  $Q$  pour  $h = 16$ , au lieu de  $h = 8$  employé dans le calcul précédent.

La vitesse la plus économique diminue donc comme on le voit, à mesure que le nombre d'heures d'utilisation augmente, mais dans une mesure assez faible toutefois.

c) DÉTERMINATION DE LA VITESSE LA PLUS FAVORABLE.

La solution qui consisterait à choisir la vitesse correspondant au minimum des frais d'exploitation ne pourrait être considérée comme la plus favorable parce qu'aux environs du minimum, les frais diminuent lentement avec l'accroissement de la vitesse, tandis qu'au contraire, les frais d'installation croissent rapidement à mesure qu'on se rapproche du maximum. Si on adoptait la vitesse correspondant strictement au minimum des frais d'exploitation, on serait amené à investir dans l'entreprise un capital supplémentaire qui ne serait pas justifié par le bénéfice réalisé ; de plus, l'accroissement des sections de conduite qui en résulterait, pourrait entraîner des difficultés d'entretien que ne pourrait compenser la diminution des charges d'explo-

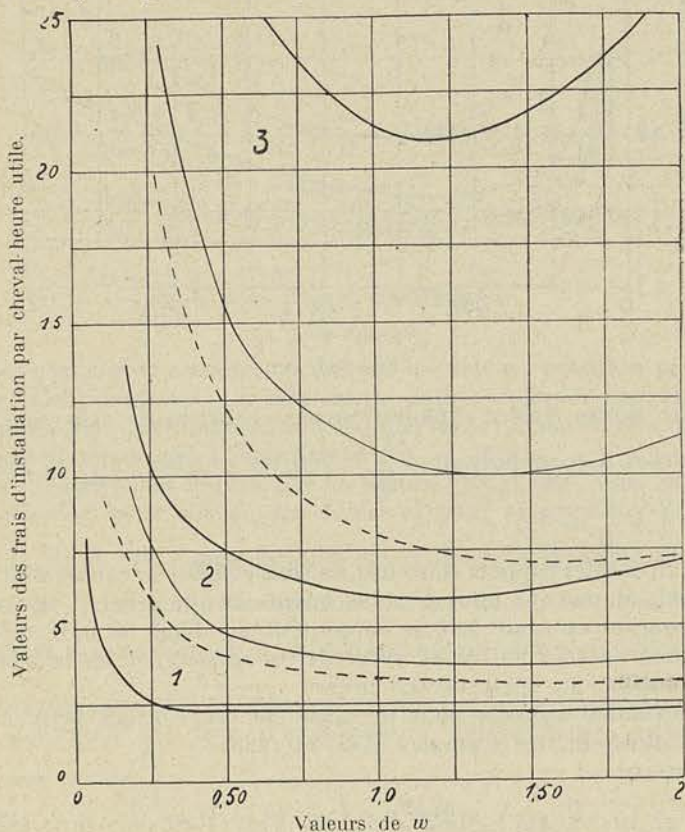


Fig. 283.

tation. Pour traiter cette question nous avons tracé successivement pour trois débits

0,01, 0,1 et 0,5

m<sup>3</sup> par seconde, les courbes des prix par cheval-heure utile installé

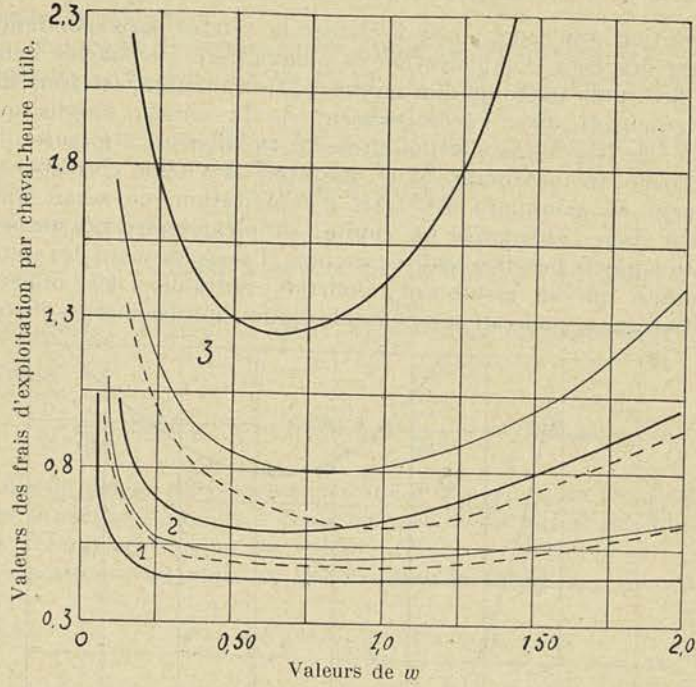


Fig. 284.

(fig. 283), et des frais d'exploitation par cheval-heure utile (fig. 284).

Les courbes 3 se rapportent à  $\frac{L}{H} = 100$ , les courbes 2 à  $\frac{L}{H} = 20$  et les

courbes 1 à  $\frac{L}{H} = 1,5$ .

Pour ce dernier rapport toutefois les trois courbes se confondent sensiblement, et partant nous n'avons maintenu que celle en trait fort.

Les courbes en trait fort se rapportent au débit de 0,01 m<sup>3</sup>/sec., les courbes en trait faible au débit de 0,1 m<sup>3</sup>/sec., et les courbes en trait pointillé, au débit de 0,5 m<sup>3</sup>/sec.

Les formules utilisées pour le calcul de ces courbes peuvent se déduire aisément des formules (473) et (483).

On trouve

$$P' = A + Bw^{5/2} + Cw^{-1/2} + Dw^{-1} \quad (489)$$

avec

$$A = \frac{\rho}{\eta} = 2140 \quad (490)$$

$$B = \frac{\rho}{\pi} 10^4 \beta \frac{\sqrt{\pi} L}{2} \frac{1}{H} \frac{1}{\sqrt{Q}} = 2,27 \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} \quad (491)$$

$$C = 2 \rho' a \sqrt{\pi} \frac{75}{8} \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} = 13,4 \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} \quad (492)$$

$$D = 4 \rho' k \frac{75}{8} \frac{L}{H} \quad (493)$$

et pour les frais d'exploitation par cheval-heure utile,  $F'$

$$F' = A + Bw^{5/2} + Cw^{-1/2} + Dw^{-1} \quad (494)$$

avec

$$A = \frac{\rho''}{365 \times h \times \eta} \quad (495)$$

$$B = \frac{10^4 \beta}{365 h \eta} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho'' \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} = 0,000468 \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} \quad (496)$$

$$C = \frac{0,0872 \delta_1}{365 \times h} \rho' \sqrt{\pi} a \frac{75 L}{8} \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} = 0,000402 \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{L}{H} \quad (497)$$

$$D = \frac{0,0874 \delta_1}{365 h} \rho' k \frac{75 L}{8} \frac{L}{H} = 0,001075 \frac{L}{H} \quad (498)$$

Les coefficients numériques ont été calculés en adoptant pour  $10^8 \beta$  une valeur moyenne 12, afin de ne pas compliquer les calculs, les résultats étant peu influencés, ainsi que nous l'avons vérifié, pour une variation même assez considérable de ce chiffre.

Les diagrammes fournis par les figures 283 et 284, nous ont permis de calculer, pour chacun des débits et pour chacune des valeurs de  $\frac{L}{H}$  1,5, 20 et 100, l'augmentation en % des frais d'exploitation, comparé au minimum, en fonction de la vitesse. Le point initial de chacune des courbes 1, 2, 3 correspondant aux trois valeurs de  $\frac{L}{H}$  envisagées figure 285, est nécessairement égal à la vitesse correspondant au minimum des frais d'exploitation, indépendante, comme nous l'avons vu, de  $\frac{L}{H}$ .

Les trois courbes 1, 2, 3, de la fig. 285 se rapportent au débit de

0,1 m<sup>3</sup>/sec. Les trois courbes 1', 2', 3', donnent en fonction de la même vitesse, la diminution des frais d'installation à mesure que celle-ci

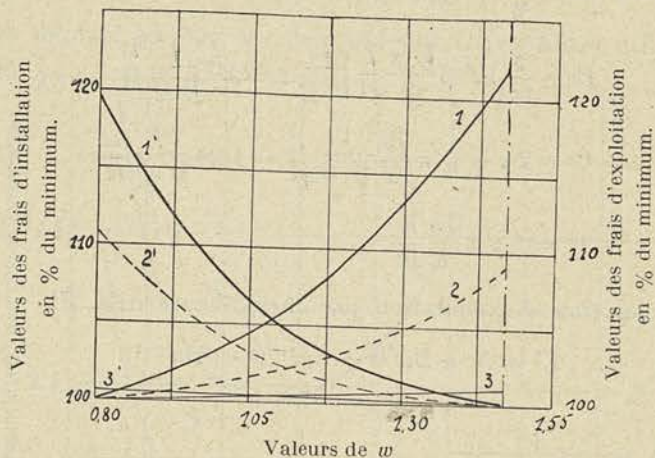


Fig. 285.

croît, le minimum étant atteint pour la vitesse fixée par les diagrammes de la figure 282.

Des courbes de la figure 285, nous avons déduit ensuite les courbes du bénéfice % réalisé sur les frais d'exploitation, en fonction de l'accroissement % des frais d'installation.

Les courbes 1, 2, 3 de la figure 286 montrent pour les trois valeurs

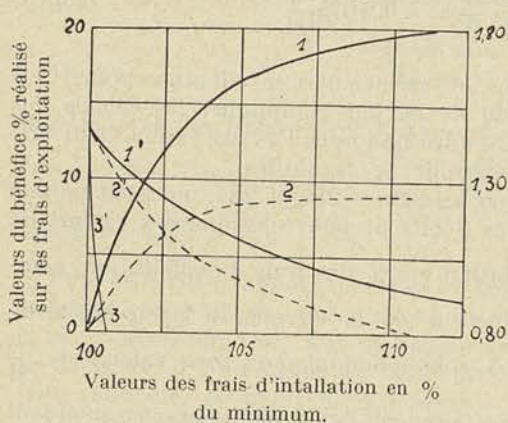


Fig. 286

de  $\frac{L}{H}$  envisagées, com-

ment le bénéfice réalisé va croissant de moins en moins rapidement à mesure que vont croissant les frais d'installation à partir du minimum. C'est ainsi qu'en dépassant de 5% le minimum, on réalise une diminution de près de 17% des frais d'explo-

tation pour  $\frac{L}{H} = 100$ ,

alors qu'en dépassant de 20% le minimum le bénéfice ne dépasse pas 22%. On voit donc qu'il ne peut être question de s'en tenir à la vitesse qui conduit au minimum des frais d'exploitation sous peine d'exagérer sans avantage appréciable, le capital investi.



Les courbes 1', 2', 3' donnent les vitesses correspondant aux valeurs % de l'accroissement des frais d'installation ; il est possible de trouver en consultant ces diagrammes la valeur qui permet de réaliser la 1/2 ou les 3/4 du bénéfice possible.

Les figures (287) et (288) donnent pour les débits de 0,5 et de 0,01 les mêmes diagrammes.

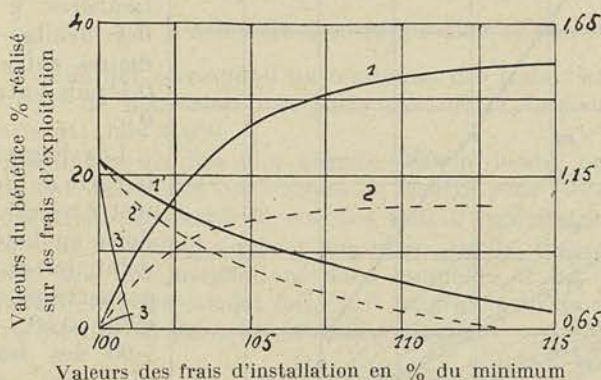


Fig. 287.

L'ensemble de ces diagrammes permet par interpolation de fixer la valeur de la vitesse optimum pour un débit quelconque, compris entre 0,01 et 0,5. Nous avons réussi toutefois à donner à nos conclusions une forme plus simple et plus précise

en calculant pour les différents débits 0,01, 0,1 et 0,5 envisagés ci-dessous, et les valeurs de  $\frac{L}{H}$  de

$$1,5, 20, 100$$

la valeur de la perte par mètre

$$\frac{T'_f}{L} = 10^4 \beta \frac{\omega^2}{d} \quad (499)$$

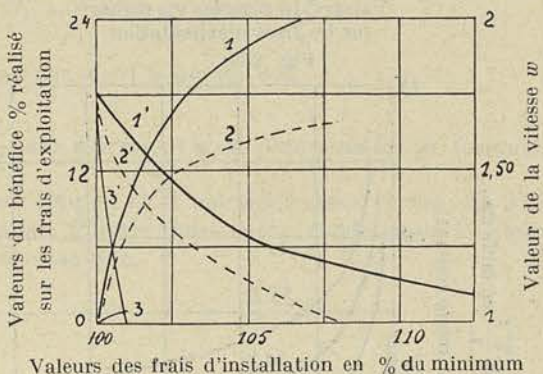


Fig. 288.

Nous avons adopté successivement pour la vitesse, celle qui conduisait à un bénéfice de 0,25, 0,50 et 0,75 du maximum, et nous avons trouvé les points indiqués sur les diagrammes de la figure 289. Ces points se groupent très sensiblement sur des droites convergeant vers un même point situé sur l'axe des abscisses. Comme il est aisé

de déterminer pour un débit quelconque, la valeur de  $\frac{T'f}{L}$  qui corres-

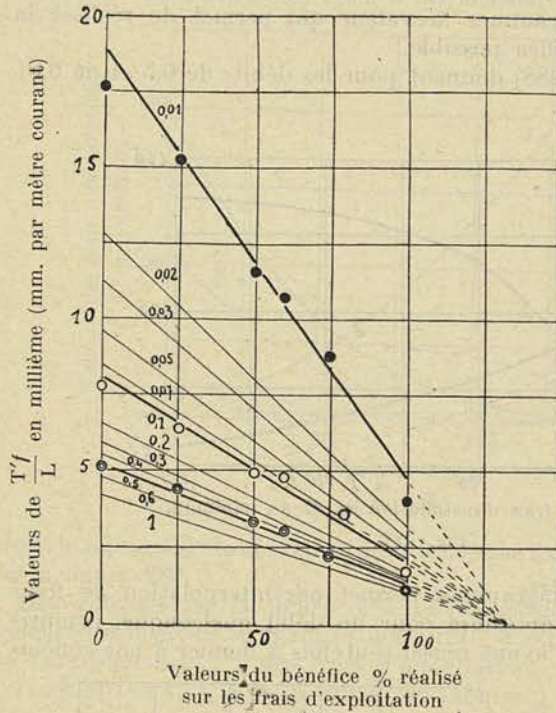


Fig. 289.

pond au minimum des frais d'installation, nous avons pu tracer les droites particulières à chacun des débits, intermédiaires entre 0,01 et 0,1 puis entre 0,1 et 0,5.

Les diagrammes de la perte de charge par mètre courant de conduite en fonction du débit, lorsqu'on veut gagner respectivement 0,25, 0,50, 0,75 et 1,00 des frais d'exploitation, sont donnés par la figure 290, ces diagrammes pouvant être déduits aisément de la lecture des diagrammes précédents.

On voit que pour

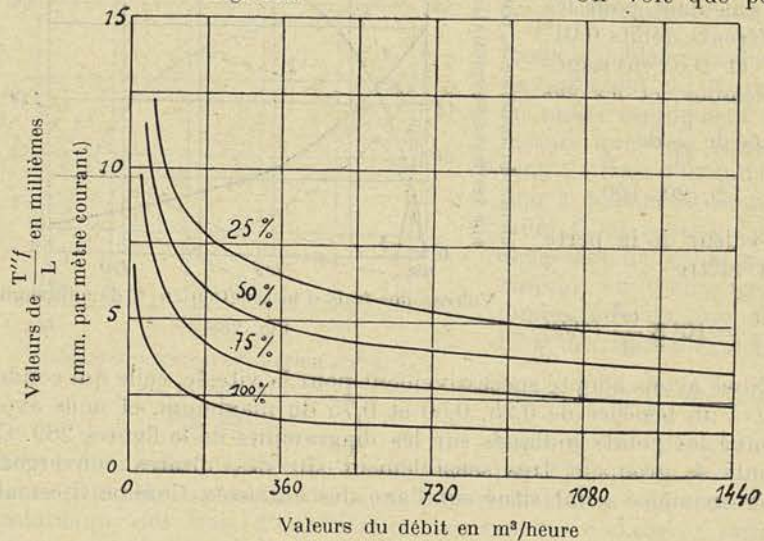


Fig. 290.

un débit de 36 m<sup>3</sup>/heure par exemple, la perte % peut atteindre 0,0175 si l'on s'en tient à la vitesse qui correspond au minimum des frais d'installation.

Cette perte correspond pour un rapport  $\frac{L}{H} = 1,5$  à une perte par mètre de hauteur d'élévation, d'environ 0,025.

Pour  $\frac{L}{H} = 4,5$  il y a intérêt à se rapprocher d'une valeur plus voisine de celle qui correspond au minimum des frais d'exploitation, mettons 0,50 du maximum ; la perte par mètre de hauteur d'élévation atteint alors 0,050.

Pour des débits dix fois plus grands (360 m<sup>3</sup>/heure) on peut dire qu'il convient de réduire ces valeurs de moitié pour rester dans les mêmes conditions au point de vue des frais d'exploitation.

On voit que s'il fallait énoncer une règle simple, il serait possible de le faire pour les installations dans lesquelles le développement des conduites est relativement faible ; il faudrait pour les débits assez faibles, de l'ordre de 25 à 50 m<sup>3</sup>/heure prendre

$$T_f = 0,025 \text{ à } 0,050 H$$

suivant que  $\frac{L}{H}$  se rapproche de 1,5 ou de 4,5 ; pour les débits assez grands de l'ordre de 300 à 400 m<sup>3</sup>/heure, il faudrait adopter

$$T_f = 0,0125 \text{ à } 0,0025 H$$

suivant que  $\frac{L}{H}$  se rapproche de 1,5 ou de 4,5.

Pour les valeurs de  $\frac{L}{H}$  plus élevées, il n'est plus possible de formuler une règle pratique aussi simple, et il convient dans ce cas, de s'en rapporter aux diagrammes fournis dans cette étude pour le choix de la vitesse la plus économique.

---



## TABLE DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION .....	1
§ 1. Les machines volumogènes .....	2
§ 2. Les turbo-machines .....	4

### PREMIER FASCICULE

#### Description, fonctionnement, théorie élémentaire des turbo-machines

##### CHAPITRE I.

##### LES TURBINES HYDRAULIQUES

§ 1. Introduction .....	9
§ 2. Description schématique et classification des différents types .....	12
§ 3. Fonctionnement des turbines :	
A. Turbines à réaction partielle .....	15
B. Turbines d'action .....	20
§ 4. Rendement des turbines. Courbes caractéristiques .....	21

##### CHAPITRE II.

##### LES TURBINES A VAPEUR

§ 1. Introduction .....	24
§ 2. Description schématique et classification des différents types .....	26
§ 3. Fonctionnement des turbines :	
A. Turbines d'action :	
1° A une roue .....	31
2° A plusieurs roues en série .....	33
3° A une roue à plusieurs aubages mobiles .....	35
B. Turbines à réaction .....	36

##### CHAPITRE III.

##### DES POMPES CENTRIFUGES

§ 1. Introduction .....	37
§ 2. Description schématique des différents types .....	40
§ 3. Fonctionnement des pompes centrifuges .....	42
§ 4. Rendement et courbes caractéristiques .....	46

##### CHAPITRE IV.

##### LES VENTILATEURS ET LES TURBO-COMPRESSEURS

§ 1. Introduction .....	50
§ 2. Fonctionnement des ventilateurs. Rendement et courbes caractéristiques .....	51

DEUXIÈME FASCICULE

**Théorie mathématique des turbo-machines**

CHAPITRE I.

**FORMULES GÉNÉRALES**

§ 1. Formule I se rapportant au mouvement absolu du fluide .....	55
§ 2. Formule II se rapportant au mouvement relatif du fluide .....	58
§ 3. Formule III se rapportant au travail produit ou absorbé dans la roue .....	60
§ 4. Formule IV se rapportant à un canal fixe .....	62
§ 5. Formule V donnant le terme $T_f$ en fonction des vitesses .....	62

CHAPITRE II.

**VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE  
ET DU COEFFICIENT DE PUISSANCE**

§ 1. Calcul de $H'$ en fonction des pressions :	
1 <sup>er</sup> cas : Lorsque le fluide est incompressible .....	68
2 <sup>e</sup> cas : Lorsque le fluide est compressible .....	70
§ 2. Calcul de $H'$ en fonction des vitesses .....	70
§ 3. Recherche du coefficient manométrique .....	71
1 <sup>er</sup> cas : Valeur de $M = \frac{2gH'}{c_1^2}$ .....	72
2 <sup>e</sup> cas : Valeur de $M = \frac{2gH'}{u_1^2}$ .....	76
§ 4. Recherche du coefficient de puissance .....	78
1 <sup>er</sup> cas : Valeur de $P = \frac{gTi}{c_1^2}$ .....	78
2 <sup>e</sup> cas : Valeur de $P = \frac{gTi}{u_1^2}$ .....	79

CHAPITRE III

**VALEURS DU DEGRÉ DE RÉACTION ET DU RENDEMENT**

§ 1. Evaluation du degré de réaction $r$ .....	79
1 <sup>er</sup> cas : $r$ en fonction de $x = \frac{u_1}{c_1}$ .....	80
2 <sup>e</sup> cas : $r$ en fonction de $x = \frac{w_1}{u_1}$ .....	81
§ 2. Evaluation du rendement indiqué $\eta_i$ , du rendement organique $\eta_o$ et du rendement effectif $\eta_e$ .....	81
§ 3. Calcul de $\frac{\eta_o}{\eta_i}$ .....	84
1 <sup>er</sup> cas : En fonction de $x = \frac{u_1}{c_1}$ .....	85
2 <sup>e</sup> cas : En fonction de $x = \frac{w_1}{u_1}$ .....	86
§ 4. Evaluation de $\frac{f}{Q}$ .....	86

CHAPITRE IV

VALEUR DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE  
TRACÉ DES COURBES CARACTÉRISTIQUES POUR UNE TURBINE DONNÉE

§ 1. Valeur du coefficient caractéristique .....	87
1 <sup>er</sup> cas : R en fonction de $x = \frac{u_1}{c_1}$ .....	88
2 <sup>e</sup> cas : R en fonction de $x = \frac{w_1}{u_1}$ .....	90
§ 2. Application de la théorie à une turbine connue :	
Premier exemple .....	90
Deuxième exemple .....	93
§ 3. Conclusions .....	95

CHAPITRE V.

CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES  
DE TURBO-MACHINES A RÉACTION .....

A. Turbines hydrauliques .....	101
B. Turbo-pompes et turbo-ventilateurs .....	113
Conclusions générales .....	117

TROISIÈME FASCICULE

Calcul et Eléments de construction des turbines hydrauliques

CHAPITRE I.

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES A RÉACTION

§ 1. Rappel des formules et des conclusions fournies par la théorie .....	121
§ 2. Calcul des dimensions générales d'une turbine à réaction, centripète ou hélico-centripète .....	124
§ 3. Tracé des aubes mobiles .....	128
A. Turbines centripètes :	
Tracé des aubes par arcs de cercle, 1 <sup>er</sup> exemple .....	129
Tracé des aubes par arcs de cercle, 2 <sup>e</sup> exemple .....	132
Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement du fluide par tranches parallèles .....	135
Tracé du profil .....	138
B. Turbines hélico-centripètes .....	140
Profil de la roue .....	141
Etude du tracé des aubes .....	143
Première hypothèse .....	148
Deuxième hypothèse .....	150
§ 4. Calcul des dimensions d'une turbine hélico-centripète ou mixte .....	151
§ 5. Tracé des aubes fixes des turbines à réaction .....	155
1 <sup>er</sup> système .....	160
2 <sup>e</sup> système .....	161
§ 6. Tracé de la volute .....	162
A. Volute à section rectangulaire .....	163
B. Volute à section circulaire .....	164
§ 7. Tracé du tube de succion ou du diffuseur .....	165

CHAPITRE II.

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES D'ACTION

§ 1.	Application des formules de la théorie générale au cas particulier des turbines d'action .....	168
	A. Turbine axiale :	
	Première hypothèse : Turbine axiale sans frottement .....	170
	Deuxième hypothèse : Turbine axiale avec frottement .....	171
	B. Turbine centripète .....	176
	C. Turbine centrifuge .....	177
	Conclusions .....	177
§ 2.	Calcul des dimensions générales :	
	A. Turbine d'action à injection totale du type axial .....	179
	B. Turbine d'action à injection partielle du type, centrifuge ou centripète .....	180
§ 3.	Tracé des aubes fixes et mobiles des turbines d'action .....	182
§ 4.	Théorie des turbines d'action tangentielles (type Pelton) .....	185
§ 5.	Calcul des dimensions d'une turbine d'action tangentielle :	
	Diamètre de la tuyère .....	192
	Diamètre de la roue .....	193
	Dimensions et nombre des augets .....	194

CHAPITRE III.

ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBINES HYDRAULIQUES

§ 1.	Régulateur .....	197
§ 2.	Volant .....	204
3.	Etude des principaux détails de construction des turbines :	
	A. Calcul et tracé de l'arbre .....	206
	B. Calage de la roue sur l'arbre .....	208
	C. Roues et buselures d'étanchéité des turbines à réaction .....	210
	D. Distributeurs des turbines à réaction .....	213
	E. Enveloppe des turbines à réaction .....	213
	F. Boîtes à bourrage .....	214
	G. Paliers et butées .....	215
§ 4.	Description de quelques types de turbines .....	221
	1 <sup>er</sup> groupe : Turbines pour très basses chutes .....	222
	2 <sup>e</sup> groupe : Turbines pour basses chutes .....	223
	3 <sup>e</sup> groupe : Turbines pour chutes moyennes .....	223
	4 <sup>e</sup> groupe : Turbines pour hautes et très hautes chutes .....	227

APPENDICE

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES HÉLICOÏDES

§ 1.	Théorie des turbines hélicoïdes .....	229
	Calcul du coefficient de puissance .....	231
	Calcul du coefficient manométrique .....	232
	Calcul du rendement indiqué et du coefficient caractéristique R .....	236
	Calcul du degré de réaction .....	237
	Tracé des courbes caractéristiques .....	238
	Conclusions .....	240
§ 2.	Calcul des dimensions générales d'une turbine hélicoïde .....	243



QUATRIÈME FASCICULE

Calcul et Eléments de construction des Turbo-Pompes

CHAPITRE I.

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBO-POMPES

§ 1.	Application des équations générales à la théorie des turbo-pompes . . . . .	247
§ 2.	Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles . . . . .	252
	Vitesse maximum à l'ouïe . . . . .	253
	Rapport entre $m$ et $\varepsilon$ . . . . .	255
	Rapport entre $v$ , $\varepsilon$ et $m$ . . . . .	258
	Valeur de $n$ et de $\lg \beta_0$ . . . . .	258
§ 3.	Calcul de $R$ . . . . .	260
§ 4.	Angle $\beta_1$ le plus favorable dans les types THP et HP . . . . .	261
§ 5.	Influence des dimensions sur les courbes caractéristiques . . . . .	264
§ 6.	Calcul du rendement de l'installation. Variation du rendement en fonction du nombre de tours pour une hauteur d'élévation constante $H$ . . . . .	268
§ 7.	Conclusions . . . . .	
§ 8.	Calcul des pompes à très haute pression et à haute pression . . . . .	279
§ 9.	Calcul des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression . . . . .	288
§ 10.	Tracé des aubes mobiles :	
	A. Tracé par arc de cercle . . . . .	291
	B. Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement du fluide par tranches parallèles . . . . .	
	1 <sup>er</sup> exemple . . . . .	296
	2 <sup>e</sup> exemple : . . . . .	299
§ 11.	Tracé des aubes du diffuseur . . . . .	300
§ 12.	Théorie du diffuseur sans aubes . . . . .	302
§ 13.	Tracé de la volute . . . . .	304

CHAPITRE II.

ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-POMPES

§ 1.	Description des pompes à une roue à simple ouïe . . . . .	308
§ 2.	Description des pompes à double ouïe . . . . .	309
§ 3.	Description des pompes multicellulaires :	
	A. Roues en tension :	
	a) Type à éléments séparés . . . . .	311
	b) Type à enveloppe . . . . .	314
	B. Roues en parallèle . . . . .	321
§ 4.	Description de quelques pompes spéciales . . . . .	322
§ 5.	Etude des principaux détails de construction :	
	A. Calcul de l'arbre . . . . .	324
	B. Calage de la roue sur l'arbre . . . . .	326
	C. Roues et buselures d'étanchéité . . . . .	326
	D. Dispositifs d'équilibrage des pompes à une roue . . . . .	328
	E. Dispositif d'équilibrage des pompes multicellulaires . . . . .	329
	F. Boîtes à bourrage et accessoires . . . . .	333
	G. Paliers et butées . . . . .	335

APPENDICE

§ 1.	Théorie des pompes hélico-centrifuges larges .....	338
§ 2.	Etude expérimentale des pompes centrifuges à haute pression .....	346
	Description de l'installation .....	347
	Expériences préalables aux essais proprement dits .....	349
	Essais proprement dits .....	352
	Première série d'essais .....	352
	Deuxième série d'essais .....	359
	Troisième série d'essais .....	362
	Quatrième série d'essais .....	364
	Cinquième série d'essais .....	366
§ 3.	Analyse mathématique des résultats fournis par les expériences précédentes .....	370
§ 4.	Variation des courbes caractéristiques avec la hauteur d'aspiration ...	382

CINQUIÈME FASCICULE

Calcul et Eléments de Construction des Turbo-Ventilateurs

CHAPITRE I

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES

§ 1.	Application des équations générales à la théorie des turbo-ventilateurs.	390
§ 2.	Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles .....	397
§ 3.	Choix de l'angle $\beta_1$ et des coefficients $\psi_1, k', k''$ .....	398
§ 4.	Calcul des ventilateurs à haute pression et à moyenne pression .....	406

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES VENTILATEURS

	Ventilateur à haute pression .....	411
	Ventilateur à basse pression aspirant .....	412
	Ventilateur à pression moyenne de très grande puissance .....	413

APPENDICE

CALCUL DES PERTES DE CHARGE DANS LES CONDUITES FORCÉES

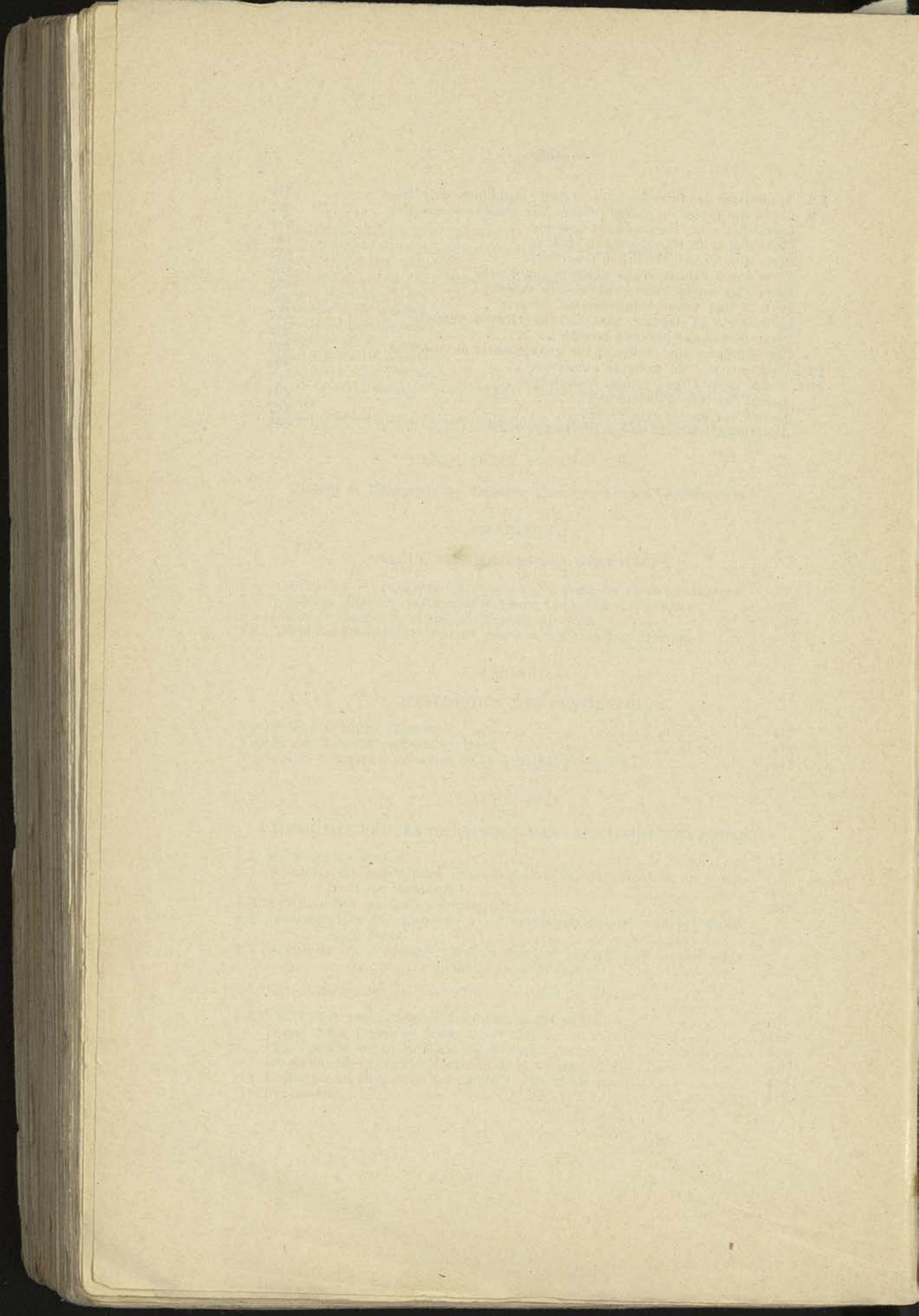
§ 1.	Formules générales .....	414
§ 2.	Résultats des expériences effectuées pour la détermination du coefficient de résistance .....	421
§ 3.	Synthèse des résultats d'expériences .....	424
§ 4.	Détermination des valeurs de $b'$ en fonction de $d$ pour les tuyaux en fer et en fonte .....	429
§ 5.	Recherche d'une formule générale donnant le coefficient de résistance en fonction du diamètre et de la rugosité .....	431
§ 6.	Détermination de $\frac{\epsilon_1}{e}$ pour différents types de tuyaux .....	433
§ 7.	Vérification expérimentale des formules 454 et 455 .....	438
	Essais sur le tuyau en fonte de 50 mm. ....	440
	Essais sur le tuyau en fonte de 40 mm. ....	443
	Essais sur les tuyaux en fonte de 30 et 20 mm. ....	445
	Essais sur les tuyaux en fer de 50, 40, 30, et 20 mm. ....	446
	Conclusions .....	448

§ 8. Application des formules (454) et (455) aux huiles de pétrole .....	449
§ 9. Calcul des pertes de charge propres aux organes accessoires .....	452
Perte due à un élargissement brusque .....	454
Perte due à un rétrécissement brusque .....	455
Perte due à une contraction progressive .....	455
Perte due à l'entrée d'une conduite non évasée .....	456
Perte à la sortie d'une conduite non évasée .....	456
Perte à une vanne complètement ouverte .....	456
Perte due à un clapet de pied ou à un clapet de retenue .....	457
Perte provoquée par une crépine .....	458
Pertes propres aux coudes et aux changements de direction .....	459
§ 10. Application à un exemple numérique .....	460
§ 11. Etude de la vitesse la plus économique .....	463
Calcul des frais d'installation .....	464
Calcul des frais d'exploitation .....	467
Détermination de la vitesse la plus favorable .....	469



## ERRATA

Page	Ligne	Mot ou formule	Lire
32	17	8	l'aube
46	14	(38)	$\eta =$
46	16	(39)	$\eta =$
56	8	1	une courbure
64	11		$T_f = k \left( \frac{m}{\sigma} \right)_m \left[ w_1^2 s + w_1 k' s^2 + k'^2 \frac{s^3}{3} \right]$
77	21	(103)	$C = \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) - n^2 \left( 2 - \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\psi_1^2} \right)$
81	14	(120)	$C' = - \left[ \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) - \frac{n^2}{\varphi^2} \right]$
91	9		$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,5$
114	17		$m = \frac{r_2}{r_1} \quad v = \frac{l_2}{l_1} \quad \varepsilon' = \frac{m}{v} \frac{l_2}{r_2}$
135	17	(147)	$d [r (u + w \cos \beta)] =$
146	11	(173)	$\frac{1}{M} \frac{1}{x_m^2} \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} - \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] + \dots$
147	2	(175) 2 <sup>e</sup> terme	$\dots + \frac{2}{\varphi^2} \times \frac{1}{\varphi^2} f_2^2(z) y + \left[ K_2^2 + K_1^2 \left( \frac{2}{\varphi^2} \right)^2 f_2^2(z) \right]$
147	9	(176)	$\dots \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \left( \frac{c_2}{u_m} \right)^2 \frac{x_m^2}{M}$
148	3		$\dots M^{-\frac{1}{2}}$
148	9		$\dots 4,4 K_1^2 f_2^2(z)$



Page	Ligne	Mot ou formule	Lire
154	8	(178)	$\dots \Sigma \frac{f_1(z)}{M \frac{1}{2}} \Delta z$
177	35	12	courbe 1
179	28		$l_2 = \frac{l_1}{\frac{1}{v}}$
180	34		$l_2 = \frac{l_1}{\frac{1}{v}}$
192	32	6	$\frac{\theta + \gamma}{2}$
204	34	(228)	$I \omega d\omega = 75 (N_e - N_e'') dt = -\frac{75 k}{k_1} (\alpha - \alpha_2) d\alpha$
205	3		$= -\frac{75}{k_1} k \left[ -\alpha_2 \alpha + \frac{\alpha^2}{2} \right]_{\alpha_1}$
205	6	(229)	$= -\frac{75}{k_1} k \left[ \alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \right]$
265	11		$\dots + \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g}$
344	1	(328)	$-\frac{k'k''}{v} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') [ \quad ]$
380	21	(368)	$\dots - \left( \frac{k'k''}{m v} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \right)^2 (1 + \dots)$
381	25		courbes (2) et (1)
381	30		$\frac{\beta_1' - \beta_1}{18n^\circ - \beta_1}$





ULg - BST



\*12BST00125\*

