

Ch. HANOCQ

Ingénieur civil  
Professeur émérite de la Faculté des Sciences appliquées  
de l'Université de Liège

# MÉCANIQUE DES FLUIDES

appliquée à

## l'Étude des Turbo-Machines

---

FASCICULE III

---

LIÈGE  
IMPRIMERIE GEORGES THONE  
1959

## AVANT-PROPOS

Nous avons pensé qu'une étude d'ensemble des turbo-machines, serait de nature à appuyer d'une façon décisive, les conclusions que nous avons tirées des deux études antérieures :

Celle de 1954 sur le calcul des coques et des ailes (fascicule I);

Celle de 1956 sur le calcul de l'avion et de l'hélice, avec en annexe l'étude des ventilateurs hélicoïdes à faible nombre de pales (fascicule II).

Nous pouvons dire aujourd'hui, qu'en faisant usage exclusivement, de la relation

$$\frac{e}{\rho \alpha} = \pi$$

et du théorème de la quantité de mouvement, nous nous sommes trouvé en mesure de fixer les dimensions principales, non seulement de l'avion et de ses hélices, comme nous l'avons fait ressortir par des exemples d'application dans le fascicule II, mais des turbo-machines motrices ou réceptrices, et cela sans le secours d'aucun chiffre issu d'essais préalables soit au tunnel, soit au plancher d'essais.

Nous devons toutefois ajouter qu'une telle théorie n'est applicable que dans le domaine du régime turbulent.

Même avec cette restriction, une telle affirmation apparaît si invraisemblable, qu'elle dessert, en quelque sorte, celui qui ose l'émettre.

Déjà invraisemblable lorsqu'il s'agit de l'écoulement le long d'une aile, elle fait penser au défi, lorsqu'on veut l'appliquer à l'ensemble des turbo-machines.

Et pourtant tout auteur qui veut traiter le sujet d'une manière scientifique, commence invariablement son exposé, par la démonstration de l'équation d'Euler.

La vue simplifiée du phénomène à laquelle il est ainsi conduit, devrait laisser prévoir la possibilité d'une synthèse d'envergure.

Malheureusement dans son esprit, un doute subsiste : il se demande s'il a le droit de représenter l'ensemble du faisceau des filets à l'entrée (de même qu'à la sortie), par un vecteur orienté sous l'angle géométrique de l'aubage à l'entrée.

Quand il s'agit du phénomène de la déviation par une aile, du milieu enveloppant, on peut admettre sauf pour les éléments contournant les extrémités, que TOUS LES FILETS sont orientés suivant la même direction à l'entrée comme à la

sortie, et cela d'une façon d'autant plus certaine qu'il s'agit dans la réalité, d'une aile remorquée pour laquelle les éléments déviés restent STRICTEMENT AU REPOS, dans le sens du déplacement de l'aile.

Dans le cas des turbo-machines, il est plus difficile d'admettre qu'il en est encore ainsi.

Comment s'assurer que l'hypothèse des filets parallèles reste strictement applicable ?

A notre sens, il n'existe qu'un seul moyen :

Confronter les résultats déduits de la théorie basée sur le théorème d'Euler, à ceux fournis par UNE EXPÉRIMENTATION SYSTÉMATIQUE, sur l'une ou l'autre des turbo-machines.

Si la concordance entre la loi THÉORIQUE et la loi EXPÉRIMENTALE est un fait constant et indéniable, SANS AUCUNE EXCEPTION, il ne pourra plus être question de mettre en doute la valeur de la théorie et de son applicabilité à TOUS LES PHÉNOMÈNES D'ÉCOULEMENT EN RÉGIME TURBULENT QUELS QU'ILS SOIENT.

Telle est, selon nous, la portée de l'œuvre que nous avons entreprise et menée finalement à bonne fin.

Ce qui nous a permis de surmonter toutes les difficultés inhérentes à une pareille synthèse, c'est que nous l'avons poursuivie pendant près d'un demi-siècle, partant en 1908 de la relation d'Euler, pour établir le coefficient de puissance qui n'avait pas été utilisé jusqu'alors, abordant dès 1910 (1910 - 1914 - 1922) une étude expérimentale sur les pompes centrifuges capable de déterminer ce coefficient de puissance pour aboutir finalement à une décomposition des pertes, à la notion du rendement indiqué et du rendement organique, et en fin de compte aux lois de similitude, d'une rigueur inespérée si l'on tient compte du coefficient de Reynolds et du coefficient de rugosité.

Après une étude sur l'hélice aérienne (1912) que nous regardions comme la forme la plus simple que l'on puisse concevoir d'une turbo-machine, nous avons été amené, beaucoup plus tard, à utiliser le théorème de la quantité de mouvement, pour la recherche des valeurs théoriques de  $c_z$  et  $c_x$ , les deux coefficients de portance et de traînée établis par des essais au tunnel.

Cela nous a amené plus tard, à reprendre la

théorie de l'hélice, de façon à expliciter certains termes qui, jusque-là, ne pouvaient provenir que de la confrontation directe des résultats théoriques et des résultats expérimentaux.

Comme conséquence de cette dernière étude, nous sommes revenu à la théorie des turbo-machines en appliquant la théorie de l'hélice, à l'étude du ventilateur hélicoïde à faible nombre de pales.

En rapprochant les résultats ainsi obtenus avec ceux tirés de la théorie générale s'appuyant sur le théorème d'Euler, nous avons pu établir pour la première fois, le rôle du nombre d'aubes.

Les lois de similitude introduites par Rateau dès 1892, qui se vérifient d'une façon si remarquable, jointe à la loi linéaire du coefficient de puissance que nous avons mise en évidence dès 1908, nous incitaient depuis toujours, à faire de la théorie ainsi esquissée, une vaste synthèse de la théorie des turbo-machines, que nous présentions possible, sans pouvoir lui donner corps jusque-là.

Le rapprochement des déductions de la théorie du ventilateur hélicoïde, en partant des

déductions tirées de l'étude de l'aile, avec celles déduites du théorème d'Euler, devait nous conduire à la connaissance d'un fait insoupçonné jusque-là : « qu'avec les nombres d'aubes couramment employés dans les ventilateurs et dans les pompes centrifuges LA VITESSE RELATIVE DU FLUX DANS LA ROUE, NE VARIE PAS ENTRE L'ENTRÉE ET LA SORTIE DE CELLE-CI.

C'est à partir de ce moment que nous pûmes établir une superposition parfaite des courbes du coefficient de puissance fournies par la théorie avec celles relevées aux essais, tant pour les pompes centrifuges que pour les pompes hélicoïdes.

Par voie de conséquence nous pûmes établir en termes explicites, les fonctions donnant

- 1° La valeur du coefficient manométrique;
- 2° La valeur du rendement indiqué et organique;
- 3° La valeur du coefficient  $R$  caractéristique d'un type,

pour en déduire la classification rationnelle des différents types.

## PREMIÈRE PARTIE

### RELATION D'EULER.

#### COURBES CARACTÉRISTIQUES DES TURBO-MACHINES.

#### COEFFICIENT DE PUISSANCE.

#### COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE.

#### CLASSIFICATION DES TYPES.

#### DÉTERMINATION DES DIMENSIONS PRINCIPALES D'UNE POMPE

### CHAPITRE PREMIER

#### RELATION D'EULER

##### § 1. GÉNÉRALITÉS ET NOTATIONS

Toute turbo-machine peut être représentée schématiquement par l'un des dessins ci-après :

La figure 1 donne en coupe, la volute, le distributeur, la roue et la conduite courbe d'échappement d'une turbine hydraulique à réaction, à axe horizontal;

La figure 2 représente en coupe, la conduite courbe d'amenée du fluide à l'ouïe, la roue, le diffuseur et la volute raccordée à la conduite de refoulement d'une pompe hydraulique du type centrifuge à axe horizontal.

Les figures 3 et 4 donnent respectivement les schémas d'ensemble de l'installation :

D'une turbine hydraulique à axe horizontal;

D'une pompe hydraulique centrifuge, à axe horizontal.

L'aspect extérieur peut prendre différentes formes, notamment lorsqu'il s'agit de turbines hydrauliques pour faible chute : au point de vue des principes, la représentation est valable pour toutes les turbines à réaction et pour toutes les pompes centrifuges actuellement en usage.

La roue peut être plus ou moins large, l'aubage plus ou moins hélicoïde, le raisonnement sur lequel s'appuie la théorie ne peut être mis en défaut.

Il existe, il est vrai, dans la catégorie des turbines, un autre type de machines : celles dites d'action qui ne peuvent être schématisées par la figure 1 ci-dessus : elles formeront l'objet d'un exposé présenté dans l'appendice, cette catégorie de machines étant au demeurant beaucoup plus simple tant au point de vue conception qu'au point de vue de la théorie.

NOTATIONS. — Pour tout ce qui va suivre, nous adopterons invariablement un système de notations rationnelles, réservant :

A. L'indice 1 pour l'entrée de la roue s'il s'agit d'une turbine, pour la sortie, s'il s'agit d'une pompe, de façon à conserver pour l'une comme pour l'autre de ces machines la lettre  $u$  avec l'indice 1 pour désigner la vitesse périphérique;

B. L'indice 0 sera réservé pour marquer l'entrée du distributeur s'il s'agit d'une turbine, l'entrée de la roue s'il s'agit d'une pompe.

Les vitesses absolues seront désignées par la lettre  $c$  avec l'indice approprié, les vitesses relatives par la lettre  $w$ , la lettre  $u$  étant réservée pour désigner la vitesse tangentielle.

La lettre  $p$  sera réservée pour désigner la pression du fluide;

La lettre  $v$  pour désigner le volume spécifique correspondant;

La lettre  $z$  pour indiquer le niveau d'un point par rapport à un axe de référence, en l'occurrence l'axe de rotation de la roue.

DÉFINITIONS. — Hauteur géométrique et hauteur manométrique :

$H$  désignera la hauteur géométrique de chute, s'il s'agit d'une turbine (fig. 3); la hauteur géométrique d'élevation, s'il s'agit d'une pompe (fig. 4).

Nous entendrons par hauteur manométrique  $H'$ , lorsqu'il s'agit d'une turbine, la hauteur géométrique diminuée des pertes de charge

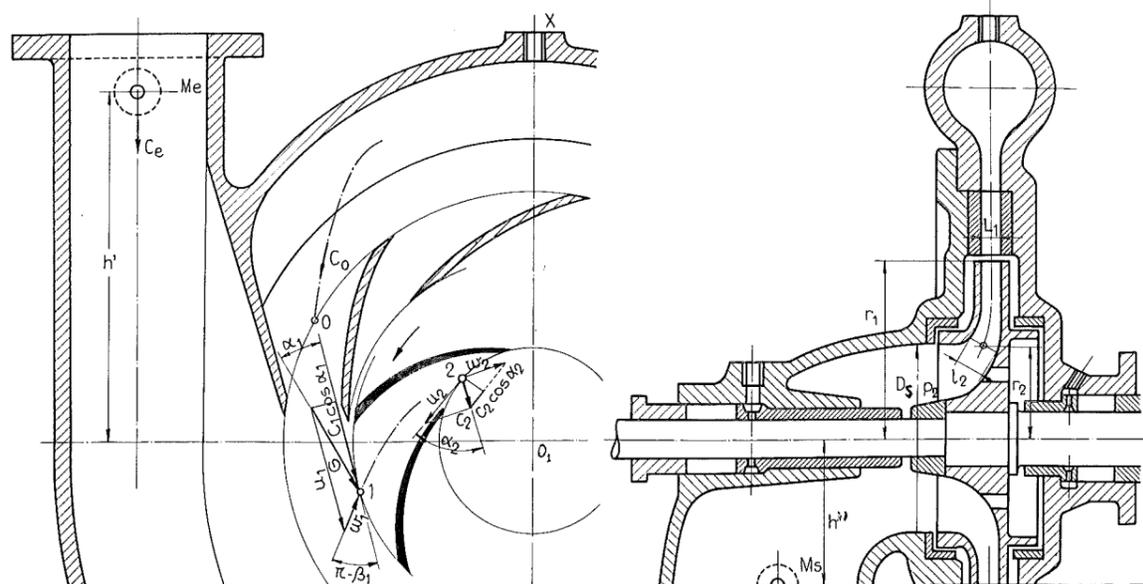


FIG. 1.

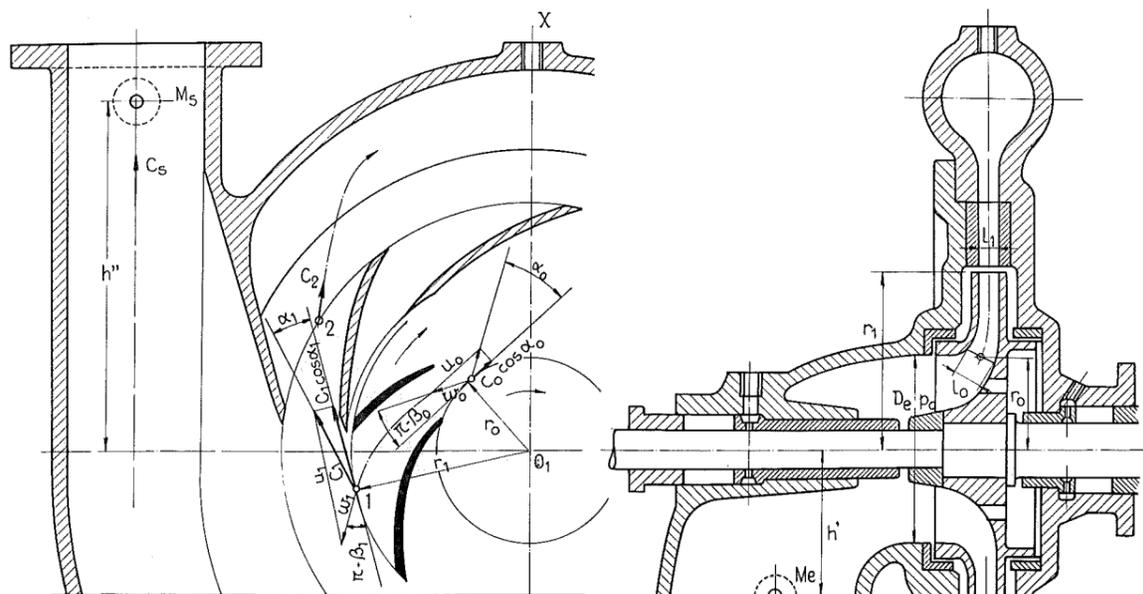


FIG. 2.

dans la tuyauterie d'aménée que nous désignerons par  $T_1$  et de la perte de charge dans la tuyauterie d'évacuation que nous désignerons par  $T_2$ ; par définition

$$H' = H - (T_1 + T_2). \quad (1)$$

En appliquant le théorème de Bernoulli au tronçon  $(h_1 - h')$  allant de la surface de l'eau

du bief d'amont au point d'entrée dans la volute en  $M_e$ , nous pourrions écrire :

$$(h_1 + h') + v(p - p_e) + \frac{1}{2g} (c^2 - c_e^2) - T_1 = 0 \quad (2)$$

$p$  désignant la pression atmosphérique du lieu,  $c$  pouvant être pris égal à 0 dans le cas du

schéma de la figure 3 puisque là où règne la pression  $p$  à la surface de l'eau, la vitesse des particules est nulle.

Pour le tronçon d'évacuation, nous pourrions en raisonnant de la même manière, écrire :

$$[-h'' - (-h_2)] + v(p_s - p) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c^2) - T_2 = 0 \quad (3)$$

$p_s$  désignant la pression relevée au manomètre branché en  $M_s$ ,  $c_s$  la vitesse dans la section correspondante,  $c$  la vitesse dans le bief d'aval.

D'où, en additionnant membre à membre :

$$H' = v(p_e - p_s) + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) + (h' + h''). \quad (4)$$

Cette relation montre que  $H'$  peut être déterminé par les indications de deux manomètres branchés en  $e$  et en  $s$ , si l'on connaît le débit et les sections des conduites en  $e$  et en  $s$ , de façon à pouvoir calculer les termes en  $c$ .

Lorsque les sections d'entrée et de sortie dans la turbine sont les mêmes, ce terme en  $c$  disparaît et l'on voit que  $H'$  est donné alors directement par les indications des deux manomètres, ce qui justifie sa désignation sous le nom de *hauteur manométrique*.

*Puissance théoriquement utilisable  $N_u$ .* — C'est celle qui serait utilisable sur l'axe de la machine si l'on pouvait faire abstraction des pertes propres à la machine

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (5)$$

$\delta$  représentant le poids spécifique de l'eau,  $Q$  le débit entrant dans la turbine en  $m^3/s$ .

*Puissance indiquée  $N_i$ .* — Si l'on fait abstraction des frottements externes provoqués par les flasques de la roue tournant dans l'eau, et par l'arbre tournant dans ses paliers et bourrages, la puissance disponible sera donnée par la relation

$$N_i = \frac{\delta (Q - f) T_i}{75} \quad (6)$$

en désignant par  $T_i$  le travail produit par chaque kg de fluide traversant réellement la roue par sec.

Nous tenons à souligner deux points :

Le premier, que le débit qui entre en jeu est bien égal à  $(Q - f)$ ,  $f$  désignant le débit qui contourne la roue pour passer par les deux joints hydrauliques situés de part et d'autre de la roue de manière à équilibrer la poussée axiale;

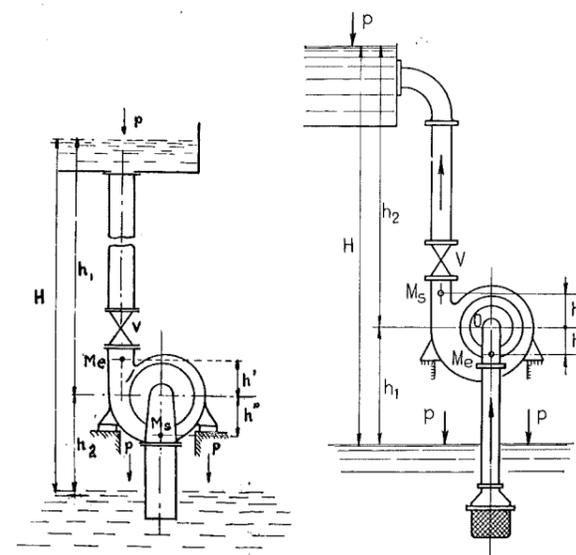


FIG. 3.

FIG. 4.

Le second, pour nous excuser d'avoir utilisé le mot *indiqué* au lieu du mot *hydraulique*, le premier ne pouvant se comprendre que par analogie avec l'expression employée dans le domaine des machines à piston où  $N_i$  désigne la puissance calculée en partant des diagrammes relevés au cylindre au moyen de l'indicateur de Watt.

*Rendement indiqué  $\eta_i$ .* — Nous appellerons *rendement indiqué*, la valeur du rapport

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_u} = \frac{T_i}{H'} \quad (7)$$

lorsque nous faisons ABSTRACTION DES FUITES AUX JOINTS.

*Rendement effectif  $\eta_e$  et rendement global  $\eta$ .* — Le rendement effectif aura pour valeur

$$\eta_e = \eta_i \times \eta_0$$

et le rendement global sera égal à

$$\eta = \eta_i \times \eta_0 \times \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (8)$$

en désignant par

$\eta_0$  le *rendement organique*,

$\eta_v$  ce que nous pourrions appeler le *rendement volumétrique*. Pour le rendement organique

$$\eta_0 = \frac{N_e}{N_i} = \frac{N_i - N_0}{N_i} = 1 - \frac{N_0}{N_i}$$

$N_0$  désignant la *puissance absorbée par les frottements externes*, frottement des flasques dans l'eau, frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages.

*Problème à résoudre.* — Le but de la théorie c'est d'établir les conditions à réaliser pour atteindre le meilleur rendement. Le problème posé dans sa toute généralité, suppose connues les trois données fondamentales de base

$Q$  le débit en  $m^3/s$  ;  
 $H'$  la hauteur manométrique en m ;  
 $N$  le nombre de tours par minute du rotor.

Le problème est entièrement déterminé dès que l'on se fixe ces trois données et le rendement à atteindre, à la limite le plus haut rendement possible.

C'est dire que la théorie qui serait INCAPABLE de fournir la courbe de rendement  $\eta_c$  du type considéré comme le mieux adapté aux trois données fondamentales, N'aurait aucun sens au point de vue technique. LA THÉORIE BASÉE SUR LA NOTION DU FLUIDE PARFAIT NE VAUT PAS, COMME ON LE VOIT, LA PEINE D'ÊTRE EXPOSÉE.

## § 2. RELATION D'EULER

Ce sera le grand mérite d'Euler<sup>(1)</sup> d'avoir, à une époque où l'application de ce genre de machines existait à peine, établi sur une base théorique, la relation fondamentale fixant la puissance produite par kg de fluide débité, sur l'axe de la roue motrice d'une turbine, en fonction des vitesses absolues d'entrée et de sortie du rotor.

S'appuyant sur le théorème de la variation de la quantité de mouvement, il écrivit que le moment moteur  $C$  créé par l'écoulement du fluide à travers la roue se présentait comme la différence des moments de la quantité de mouvement par kg de fluide débité par seconde, éva-

<sup>(1)</sup> Nous devons à l'autorité et à la confraternité de notre Collègue M. Rozel, la courte notice bibliographique suivante, sur le génial mathématicien du XVIII<sup>e</sup> siècle.

EULER, Léonard (1707-1783), né à Bâle.

Étudie les mathématiques avec Jean Bernouilli.

« Prince » des mathématiciens de son temps, Euler produit une œuvre immense :

1<sup>o</sup> De coordination de toutes les connaissances scientifiques de son époque ;

2<sup>o</sup> D'invention, dans une longue liste de mémoires qui le placent au sommet et qui contiennent de nombreux germes du développement scientifique qui se produit au XIX<sup>e</sup> siècle.

Il est le premier à avoir appliqué à la Mécanique, le calcul différentiel et intégral.

Il s'est livré, en mécanique, à de nombreuses controverses à propos des principes.

En mathématique, quatre grands ouvrages qui forment les premiers traités complets, fruit d'un effort personnel considérable, et qui ont longtemps constitué le fond de tout l'enseignement supérieur, à savoir : *Introductio in analysis infinitorum* (1748) ; *Institutiones calculi differentialis* (1755) ; *Institutiones calculi integralis* (1768-1770) ; *Einleitung zur Algebra* (1770).

lués respectivement à l'entrée et à la sortie de la roue, si bien que

$$C = \frac{1}{g} (r_1 c_1 \cos \alpha_1 - r_2 c_2 \cos \alpha_2) \quad (9)$$

avec les notations utilisées sur les figures 1 et 5.

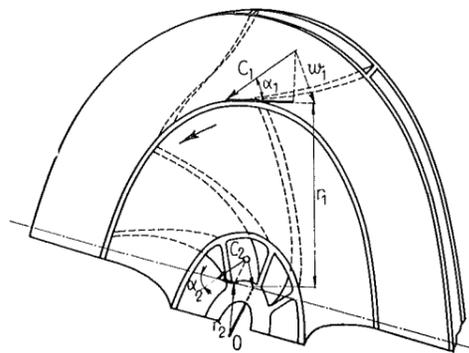


FIG. 5.

En multipliant par la vitesse angulaire  $\omega$  du rotor, on déduit immédiatement de cette relation (9) la valeur de  $T_i$ , travail par kg du fluide débité

$$T_i = C \times \omega = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2). \quad (10)$$

Cette relation EST VRAIE quelle que soit l'importance des pertes par frottement ou tourbillonnement à l'intérieur de la roue.

Cette vérité qui n'a pas toujours été mise en évidence, par la suite, ressort clairement de la démonstration du théorème d'Euler et plus particulièrement encore de celle que nous avons donnée en 1908, en partant de la relation fondamentale

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi} = m (\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c)$$

appliquée successivement au mouvement absolu puis au mouvement relatif d'une tranche élémentaire supposée se déplacer parallèlement à elle-même, dans son passage de l'entrée à la sortie, à travers les canaux constitués par la succession des aubes de la roue.

*Remarque I.* — Comme la plus grande partie des documents expérimentaux dont nous disposons en vue de soumettre la théorie à une vérification DÉCISIVE, se rapportent ESSENTIELLEMENT aux pompes et aux ventilateurs, nous poursuivrons notre exposé, en nous référant au schéma de la pompe (fig. 2) et au schéma de l'installation (fig. 4), l'extension de la théorie pour passer des turbines aux pompes ne présentant aucune difficulté.

Avec les notations réservées aux pompes et aux ventilateurs, la valeur de  $T_i$  doit s'écrire

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_0 c_0 \cos \alpha_0) \quad (11)$$

On voit que pour passer de la théorie des turbines à la théorie des pompes, il suffit de remplacer :

$H'$  par  $-H'$ ,  
 $T_i$  par  $-T_i$ ,  
l'indice 2 par 0.

*Remarque II.* — Aucun document, à notre connaissance, n'indique le parti qu'a pu tirer Euler de la relation fondamentale établie par lui, pour les turbines.

La démonstration de cette relation est reprise dans tous les ouvrages qui abordent ce sujet, mais dans aucun de ceux-ci, la relation n'est utilisée comme point de départ de l'établissement des lois de similitude qui dominent tout le problème du calcul des dimensions générales d'une turbo-machine.

## § 3. LOIS DE SIMILITUDE DE RATEAU

C'est en 1892 que, dans un mémoire célèbre intitulé *Considérations sur les turbo-machines, particulièrement sur les ventilateurs*, Rateau déduit de considérations théoriques basées sur l'analyse dimensionnelle, la relation suivante :

$$\frac{gH'}{u_1^2} = f\left(\frac{Q}{\pi r_1^2}, \theta\right) \quad (12)$$

relation dans laquelle :

$H'$  désigne la hauteur manométrique d'élévation en m de fluide déplacé ;  
 $Q$  le débit en  $m^3/s$  ;  
 $u_1$  la vitesse périphérique de la roue de rayon  $r_1$  ;  
 $\theta$  « un symbole qui dépend de la forme de la turbo-machine, mais qui est indépendant des unités de longueur et de temps ».

A ce moment l'auteur ne fait aucun rapprochement entre la valeur de  $H'$  et celle de  $T_i$ . C'est, en effet, en partant de la relation (12) que pour la première fois sont énoncées les lois de similitude qui régissent le fonctionnement des turbo-machines.

Désignant le coefficient qui représente le premier membre de la relation (12), sous le nom de pouvoir manométrique ou de coefficient manométrique, Rateau énonce les lois suivantes :

1<sup>o</sup> Pour une même machine, quelle que soit la vitesse angulaire  $\omega$  de la roue, le coefficient manométrique est une fonction du débit ; si l'on porte en abscisse non la valeur de  $Q$  mais la

valeur  $\frac{Q}{u_1}$ , la courbe qui en résulte est UNIQUE

quelle que soit la vitesse périphérique  $u_1$  ;  
2<sup>o</sup> Pour des pompes de dimensions croissantes, mais de formes géométriquement semblables, la courbe du coefficient manométrique reste unique, à la condition de prendre pour abscisse non plus  $\frac{Q}{u_1}$  mais  $\frac{Q}{u_1 r_1^2}$  que Rateau désigne sous le nom de coefficient de débit  $\delta$ .

La courbe ainsi trouvée est donc CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE : elle est valable quelles que soient les dimensions de ce type et quelle que soit la nature du fluide utilisé.

ON PEUT AFFIRMER QUE CES LOIS SE VÉRIFIENT D'UNE MANIÈRE ABSOLUMENT REMARQUABLE, disons-le, à première vue INVRAISEMBLABLE ».

La première qui se rapporte à une même machine est on peut dire, rigoureuse ; lorsqu'on veut vérifier la seconde qui englobe les machines géométriquement semblables de plus en plus grandes, on constate que le coefficient manométrique établi par la voie expérimentale, tend à croître légèrement quand on passe de la plus petite à la plus grande machine.

Nous verrons que cette variation ressort de la théorie et qu'elle est due presque entièrement à ce que la rugosité relative des surfaces en contact avec le fluide est PLUS FAIBLE pour les grandes machines que pour les petites.

Il y a dans cette vérification expérimentale INDISCUTABLE des lois de similitude, une promesse de succès quant à la possibilité d'établir une théorie unique valable POUR L'ENSEMBLE DES TURBO-MACHINES qu'elles soient motrices ou réceptrices, quelles que soient leurs dimensions, quelle que soit la nature du fluide évoluant du moment où celui-ci se trouve en RÉGIME TURBULENT.

C'est en 1908<sup>(1)</sup> que nous avons publié une étude partant de la valeur  $T_i$  donnée par la relation d'Euler, pour établir le coefficient de puissance

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} \quad (13)$$

en fonction du coefficient de débit

$$x = \frac{w_1}{u_1} \quad (14)$$

proportionnel au coefficient  $\delta$  de Rateau.

Reprenons la définition du coefficient manométrique que nous désignerons par<sup>(2)</sup>

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} \quad (15)$$

<sup>(1)</sup> Voir *Revue Universelle des Mines (R. U. M.)*, tome XXV, 4<sup>e</sup> série.

<sup>(2)</sup> La valeur de  $M$  telle que nous la définissons est le double de celle de Rateau.

Nous avons pu montrer que le rendement indiqué  $\eta_i$  était donné par

$$\eta_i = \frac{H'}{T_i} = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (16)$$

fonction du coefficient de débit  $x$ .

Pour aborder le calcul de  $M$ , nous avons dû nous mettre en mesure de déterminer les pertes

dans la roue et dans le diffuseur, et nous montrerons comment nous y sommes parvenu victorieusement, dans la septième partie consacrée à la recherche de  $M$  et de  $\eta_i$ , par la voie théorique.

Pour le moment nous voudrions nous borner à faire dériver les propriétés de similitude de la notion du coefficient de puissance  $P$ , directement établi en partant de la relation d'Euler,

## CHAPITRE II

### RECHERCHE DU COEFFICIENT DE PUISSANCE

#### § 1. VALEURS DES COEFFICIENTS DE PROPORTIONNALITÉ

Puisque notre but est de rechercher les lois qui régissent le fonctionnement des turbomachines GÉOMÉTRIQUEMENT SEMBLABLES, il importe d'introduire dans les relations de base, les coefficients qui définissent le TYPE.

Les formes générales sont caractérisées, en effet, par des rapports de dimensions, que nous désignerons de la manière suivante

$$m = \frac{r_0}{r_1} \quad (17)$$

$$\nu = \frac{l_0}{l_1} \quad (18)$$

$$\varepsilon = \frac{l_1}{r_1} \quad (19)$$

Lorsque nous voudrions écrire l'équation de continuité pour le passage à travers la roue, nous devons tenir compte :

1° Du coefficient d'encombrement de la section de sortie dû à la présence des aubes  $k'$  ;

2° Du coefficient d'encombrement de la section d'entrée résultant de la présence des aubes  $k''$  ;

3° Du coefficient de contraction de la veine à la sortie  $k'''$ .

Nous représenterons par  $n$  le rapport

$$n = \frac{w_0}{w_1} \quad (20)$$

et en posant  $B$

$$B = \frac{1}{\nu} \frac{k'k''}{k'''} \quad (21)$$

nous pourrions écrire

$$n = \frac{w_0}{w_1} = \frac{B}{m} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \quad (22)$$

Nous adopterons pour variable indépendante le coefficient de débit  $\frac{w_1}{u_1}$  multipliée par  $\sin \beta_1$  (<sup>1</sup>)

(<sup>1</sup>) Dans les études antérieures, nous avons adopté pour variable indépendante  $x = \frac{w_1}{u_1}$  ; nous utiliserons par la suite  $x'$  qui lui est proportionnel.

$$x' = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1} \quad (23)$$

#### § 2. VALEUR DU COEFFICIENT DE PUISSANCE $P$

En nous reportant à la formule d'Euler (11), et en remplaçant

$$c_0 \cos \alpha_0 = w_0 \cos \beta_0 + u_0 \quad (24)$$

$$c_1 \cos \alpha_1 = w_1 \cos \beta_1 + u_1 \quad (25)$$

nous pourrions écrire

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = (1 - m^2) + \left( \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} - m \frac{w_0 \cos \beta_0}{u_1} \right) \quad (26)$$

Le dernier terme de la deuxième parenthèse peut être remplacé en vertu de la relation (22)

$$\text{par } -B \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_0} \quad P = (1 - m^2) + \left( \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} - B \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_0} \right) \quad (27)$$

Elle équivaut à la relation établie en 1908

$$P = (1 - m^2) + x (\cos \beta_1 - mn \cos \beta_0) \quad (28)$$

lorsqu'on emploie pour variable indépendante  $x$  et non  $x'$ .

Si l'on admettait, comme la plupart des auteurs, que l'angle d'entrée des filets fluides dans la roue, est constamment égal à  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ , la valeur de  $T_i$  se ramènerait d'après la relation (11) à

$$P = \left( 1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} \right) \quad (29)$$

Nous conviendrons de désigner la droite que représente cette équation, sous le nom de droite d'Euler.

Si cette relation était valable quel que soit le nombre d'aubes,  $P$  serait donné par une droite 1 en trait fort (fig. 6) en fonction de  $x'$ , UNIQUE POUR TOUTES LES MACHINES PRÉSENTANT LE MÊME ANGLE  $(\pi - \beta_1)$  À LA SORTIE.

La réalité n'est pas aussi simple; nous mon-

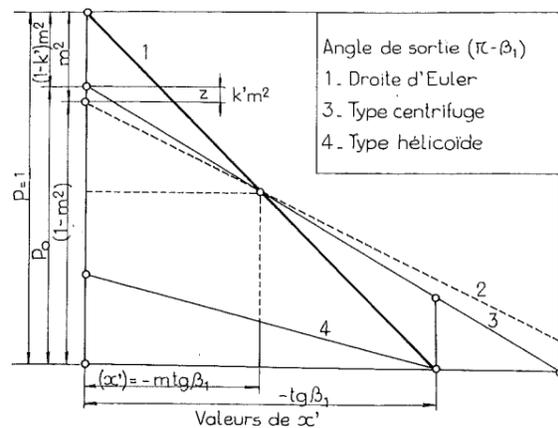


FIG. 6.

trerons dans la deuxième partie que la courbe vraie 3 correspond à la relation

$$P = \left(1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}\right) - (1 - K') \left(m^2 + B \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_0}\right) \quad (30)$$

le second terme tenant compte de l'angle d'entrée  $(\pi - \beta_0)$ .

$K'$  est un coefficient qui dépend du nombre d'aubes, ainsi que nous le montrerons dans la sixième partie et dont nous pourrions donner la signification physique dans la deuxième partie.

Lorsque le nombre d'aubes est faible, les canaux formés par la succession des aubes de la roue, ne peuvent jouer le rôle de divergent et nous verrons que l'on ne peut rendre compte des faits expérimentaux, par la théorie, qu'en admettant

$$w_0 = w_1. \quad (31)$$

Dans ces conditions, le second terme de la deuxième parenthèse, va se transformer, puisque en vertu de la relation de continuité (22)

$$B \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = m \quad \text{et} \quad \frac{Bx'}{\operatorname{tg} \beta_0} = m \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} \quad (32)$$

si on admet l'approximation

$$\frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_1}. \quad (33)$$

Avec les angles habituellement employés, cette relation est applicable et dans ces conditions

$$P = \left(1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}\right) - (1 - K') \left(m^2 + m \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}\right) \quad (34)$$

Si on fait dans cette relation  $m=1$ , c'est-à-dire si on l'applique au cas de la ROUE AXIALE,

$$P = K' \left(1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}\right) \quad (35)$$

On retrouve alors la droite d'Euler dont les ordonnées sont réduites dans le rapport de  $\frac{K'}{1}$  (courbe 4 de la figure 6).

Pour  $x' = -m \operatorname{tg} \beta_1$ , le second terme de l'équation générale (34) disparaît, ce qui revient à dire que pour cette abscisse  $P$  REJOINT la valeur donnée par la droite d'Euler (fig. 6). Nous désignerons cette valeur de  $x'$  par  $(x')$  entre parenthèses et nous la retiendrons sous le nom de valeur de  $x'$  au synchronisme.

Lorsque  $K'=0$ , limite qui ne peut être atteinte puisqu'elle supposerait le nombre d'aubes nul,  $P$  est constamment nul pour la roue axiale.

Par contre  $P$  est donné par la courbe pointillée 2 pour la roue centrifuge.

Pour  $K'=1$ , on retrouverait la droite d'Euler dans les deux cas; cette hypothèse serait réalisée pour un nombre d'aubes infini, à la condition toutefois que l'angle d'entrée  $(\pi - \beta_0)$  VARIE AVEC LE DÉBIT de façon que la direction des filets à l'entrée soit constamment orientée suivant l'angle  $(\pi - \beta_0)$ . Cela revient à dire que si l'angle d'entrée restait fixe, avec un nombre d'aubes très grand, il n'y aurait qu'un débit possible, celui pour lequel  $x'$  serait égal à  $(x')$ .

### § 3. CONCLUSIONS

On pourrait croire qu'il s'agit là d'un schéma traduisant une vérité approximative. Nous montrerons dans la troisième et la quatrième partie que ces droites 3 et 4 correspondent strictement aux faits expérimentaux mis en évidence par des essais systématiques sur :

- 1° La pompe centrifuge du Laboratoire de Liège [courbe 3];
- 2° Le ventilateur Escher-Wyss [courbe 4]

DES DIAGRAMMES ÉTANT STRICTEMENT VALABLES pour toutes les pompes ou ventilateurs construits avec les mêmes angles  $(\pi - \beta_0)$  et  $(\pi - \beta_1)$ , ayant les mêmes proportions et les mêmes nombres d'aubes.

La droite 4 ne vaut pas seulement pour un ventilateur AXIAL à aubes très courtes dont on pourrait regarder les angles d'entrée et de sortie comme constants, mais pour un ventilateur HÉLICOÏDE dont le pas de l'hélice serait constant sur toute l'étendue radiale de l'aubage.

Pour montrer à quel point ces conclusions sont STRICTEMENT CONFORMES à la réalité, nous

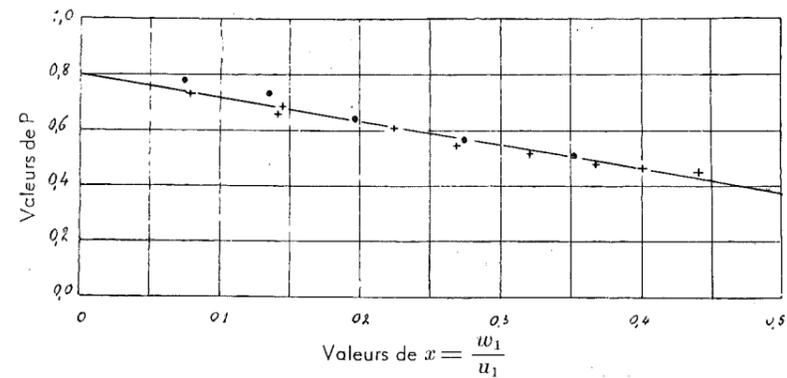


FIG. 7.

donnons figure 7 l'une quelconque des courbes de  $P$  obtenues dans les essais sur la pompe du Laboratoire de l'Université de Liège, pour différents nombres de tours, essais dont nous rendons compte dans la troisième partie.

Nous donnons également, figure 8, les résultats

obtenus avec le ventilateur hélicoïde Escher-Wyss à dix pales à ailes profilées, l'angle de sortie  $(\pi - \beta_1)$  étant égal à  $17^\circ \frac{85}{100}$ .

La valeur de  $K'$  expérimentale dans cette dernière pompe correspond à 0,255.

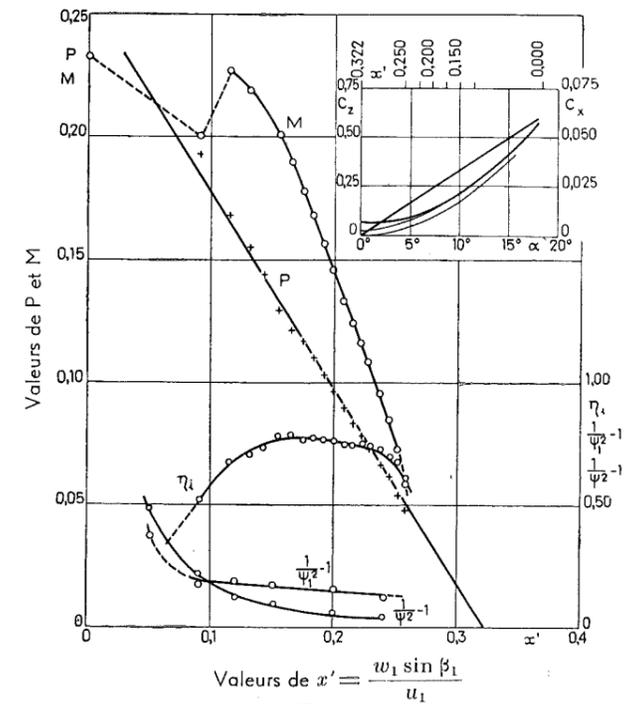


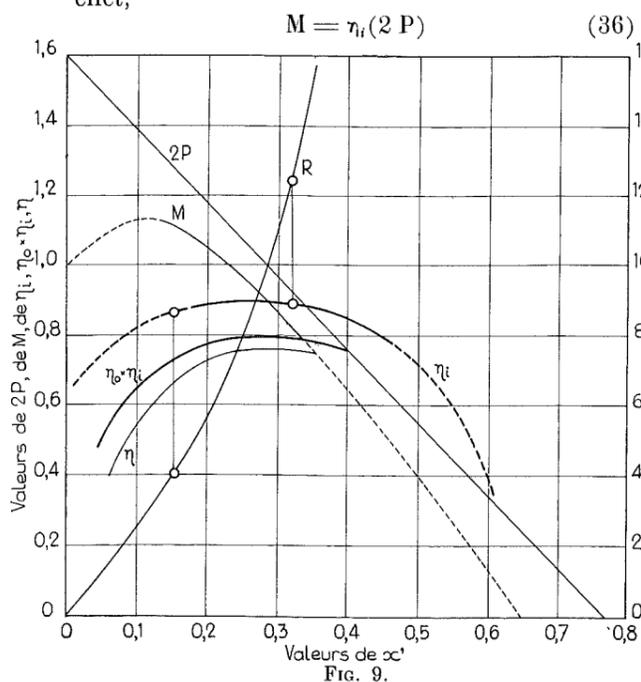
FIG. 8.

## CHAPITRE III

**COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE.  
COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE R D'UN TYPE**

## § 1. VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE M

Dans la région du rendement indiqué maximum, la courbe de M peut être établie en acceptant pour  $\eta_i$  un rendement de 0,85 à 0,90; en effet,



$$M = \eta_i (2P) \quad (36)$$

C'est l'abscisse du point d'intersection de la courbe 2P avec la droite d'Euler E<sup>(1)</sup>; c'est aussi la valeur de  $x'$  pour laquelle le rendement passe par le maximum qui peut atteindre 0,90. A ce moment les pertes dans les canaux de la roue et particulièrement à l'entrée passent par un minimum puisque à ce régime le flux entre dans la roue, normalement au plan de l'ouïe et que la vitesse relative  $w_0$  est dirigée STRICTEMENT suivant l'angle géométrique  $(\pi - \beta_0)$ : de là, la désignation ( $x'$ ) valeur de  $x'$  au synchronisme.

§ 2. VALEUR DU RENDEMENT  $\eta_i$   
PUIS DU RENDEMENT  $\eta_0$ ,  $\eta_v$  ET  $\eta_c$

La courbe de M étant établie dans toute son étendue depuis  $x'=0$  jusqu'à  $x'=0,64$ , par la voie expérimentale (nous verrons dans la septième partie comment on peut déduire du calcul la valeur de M, avec une approximation TRÈS SATISFAISANTE). Connaissant M et P, la valeur de  $\eta_i$  s'en déduit, par application de la relation (36).

La courbe de M que nous avons tracée est en réalité, la courbe enveloppe des courbes de M, celle qui serait obtenue en définitive directement par l'essai, si l'on disposait d'un moyen d'orienter les aubes du diffuseur pour chaque débit réalisé, de telle façon que l'angle de la vitesse absolue de sortie  $c_1$  SOIT CONSTAMMENT ÉGAL à l'angle géométrique  $\alpha_1$  d'entrée du diffuseur (fig. 2).

La valeur de  $\alpha_1$  est choisie pour qu'au débit normal imposé, l'angle de la direction  $c_1$  avec la vitesse tangentielle  $u_1$  soit égal à  $\alpha_1$ .

Pour passer du rendement indiqué  $\eta_i$  au rendement  $\eta$  global, il faut tenir compte des pertes externes dues au frottement des flasques de la roue dans l'eau et de l'arbre dans ses bourrages et paliers; il faut aussi tenir compte que le débit extérieur Q est plus petit que le débit qui passe dans la roue. Cela revient à dire que le rende-

<sup>(1)</sup> La concordance avec le point fixé par l'intersection des courbes E et 2P, n'est pas parfaite: cela tient à ce que la relation (34) dérivée de la relation (30) n'est rigoureuse que dans le cas où l'on peut confondre  $\sin \beta_1$  avec  $\tan \beta_1$ .

Sur la figure 9, nous avons porté en fonction de  $x'$  la valeur théorique de 2P; la courbe de M dans la partie en trait plein correspond à la région du maximum; elle pourrait résulter de la relation (36) en adoptant  $\eta_i = 0,875$  (valeur moyenne).

La courbe tracée est la courbe expérimentale réelle obtenue au Laboratoire dans les essais avec la roue n° 1 dont nous donnerons la représentation et les dimensions dans la troisième partie. La valeur de  $m = \frac{r_0}{r_1} = 0,5$  et la valeur de  $(\pi - \beta_1) = 30^\circ$  fixent la valeur ( $x'$ ) au synchronisme

$$(x') = -m \tan \beta_1 = -0,5 \times 0,577 = 0,288. \quad (37)$$

ment volumétrique  $\eta_v$  n'est pas égal à l'unité mais égal à

$$\eta_v = \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (38)$$

si l'on désigne par f le débit correspondant aux fuites passant par les joints hydrauliques prévus de part et d'autre de la roue, pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale.

En fait le rendement global  $\eta$  peut s'écrire:

$$\eta = \frac{1}{75} \frac{\delta(Q-f)H'}{N_e} = \frac{1}{75} \frac{\delta QH'}{N_e} \times \eta_v = \eta_c \times \eta_v \quad (39)$$

avec

$$\eta_c = \frac{1}{75} \frac{\delta QH'}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} = \frac{H'}{T_i} \times \eta_0 = \eta_i \times \eta_0 \quad (40)$$

$\eta_0$  qui représente le rendement organique étant égal à

$$\eta_0 = \frac{N_i}{N_e} = \frac{N_i}{N_i + N_0} = \frac{1}{1 + \frac{N_0}{N_i}} \quad (41)$$

Dans cette relation  $N_0$  désigne la puissance absorbée:

Par le frottement des surfaces externes de la roue ( $N'_f$ );

Par le frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages ( $N''_f$ )

$$N_0 = N'_f + N''_f.$$

Pour le calcul de  $N'_f$  les essais sur les disques que nous avons rappelés dans le fascicule I permettent d'en faire une évaluation en fonction d'un coefficient k que l'on retrouve dans le calcul des pertes de charge

$$\lambda = 2 gk.$$

Nous nous bornerons à indiquer ici la formule

$$N'_f = \frac{\pi}{75} \frac{4}{5} k \delta \omega^3 r_1^5. \quad (42)$$

Pour le calcul de  $N''_f$ , il faut se contenter de moins de rigueur car le frottement dans les bourrages est d'une évaluation stricte impossible par le calcul; nous nous sommes borné à écrire

$$N''_f = \frac{1}{75} k r_1^2 \omega \frac{d}{2} \quad (43)$$

c'est-à-dire à admettre que cette puissance croissait proportionnellement à  $r_1^2$  et à la vitesse périphérique de l'arbre  $\omega \frac{d}{2}$ , d étant le diamètre de celui-ci.

Dans ces conditions

$$\frac{N_0}{N_i} = \frac{\frac{2}{5} gk + g \frac{k}{5} \frac{1}{2\pi} \left(\frac{d}{2r_1}\right) \frac{M}{2gH'}}{\varepsilon k' k''} \frac{1}{x' P} \quad (44)$$

la puissance  $N_i$  pouvant s'écrire

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} = \frac{1}{75} 2 \pi r_1^2 \varepsilon k' k'' x' u_1 T_i. \quad (45)$$

On voit ainsi que le rendement organique donné par la relation (41) ne dépend pas des dimensions, sauf par le dernier terme de la valeur (44) qui contient  $H'$ , ce qui revient à dire que le rendement organique s'améliorera lorsqu'on aura affaire à une pompe fournissant une hauteur manométrique  $H'$  plus grande.

Nous avons tracé sur la figure 9 la courbe du rendement  $\eta_c$  pour la roue n° 1 fournissant une hauteur  $H'$  de 20 m pour une vitesse de 1900 t/m; on voit que le rendement  $\eta_c$  passe par un maximum pour  $x' = 0,30$  environ.

Le rendement global compte tenu du rendement  $\eta_v$  qui réduit le rendement  $\eta_c$  de 0,035 environ dans la région du maximum, est égal à

$$\eta = 0,82 \times 0,965 = 0,79.$$

En pratique on s'en tient généralement à une valeur de  $x'$  légèrement inférieure à la valeur de ( $x'$ ), les derniers pour cent n'étant acquis qu'au prix d'un accroissement important des dimensions de la machine, le coefficient manométrique tombant rapidement à mesure que  $x'$  grandit.

*Remarque.* — L'exposé qui vient d'être fait montre de façon mathématique l'existence des lois de similitude, par la simple application de la relation d'Euler.

## § 3. RELATIONS NÉCESSAIRES

ENTRE LES COEFFICIENTS DE PROPORTIONNALITÉ

Avant de passer à la classification des types, il convient de montrer qu'il existe nécessairement entre les coefficients  $m$ ,  $\nu$ ,  $\varepsilon$ ,  $k'$ ,  $k''$ ,  $k'''$  définis par les relations (17), (18) et (19) et suivantes, au début du paragraphe 1, chapitre II, des relations que l'on doit respecter dans la conception d'un type.

*Première relation.* — Avec le TYPE CENTRIFUGE (fig. 2), pour prendre un exemple concret, le diamètre  $D_e$  à l'ouïe peut être pris égal à  $2r_0$ , sans nuire au bon fonctionnement de la pompe.

L'équation de continuité conduit donc, avec les notations adoptées, à (1)

$$\frac{\pi D_e^2}{4} (k''') c_0 = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1 w_1 \quad (46)$$

soit à une première relation

$$m^2 = 2 \varepsilon \frac{k' k''}{(k''')} x' \frac{u_1}{c_0} \quad (47)$$

*Deuxième relation.* — Il convient d'admettre que la vitesse  $c_0$  réalisée à l'entrée, dans le plan vertical de l'ouïe, doit se maintenir dans son passage de la section annulaire de l'ouïe à la section annulaire d'entrée dans l'aubage: *cette vitesse joue un rôle déterminant dans le phénomène de la cavitation que nous étudierons dans la cinquième partie, et ce serait une erreur de faire croître ou décroître  $c_0$  entre l'entrée de l'ouïe et l'entrée de l'aubage.*

Pour le débit au synchronisme, nous aurons donc à écrire

$$\frac{\pi D_e^2}{4} (k''') c_0 = 2 \pi r_0 l_0 c_0 \quad (48)$$

la valeur de  $(k''')$  entre parenthèses désignant le coefficient d'encombrement dû à la présence du moyeu de la roue:

$$(k''') = 2 \frac{\varepsilon \nu}{m} \quad (49)$$

*Troisième relation.* — Elle concerne les relations entre les angles au débit normal, c'est-à-dire celui où  $c_0$  devient perpendiculaire au plan de l'ouïe; pour ce débit  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  et partant

$$\begin{aligned} w_0 \sin \beta_0 &= c_0 \\ u_0 &= -w_0 \cos \beta_0. \end{aligned}$$

D'où

$$\frac{x'}{\lg \beta_0} = -m^2 \nu \frac{k'''}{k' k''} \quad (50)$$

*Quatrième relation.* — A ces trois relations, il faut joindre l'équation de continuité

$$\frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{k' k''}{k'''} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = \frac{w_0}{w_1} \quad (51)$$

Quand le nombre d'aubes est faible, nous verrons que  $w_1$  reste égal à  $w_0$  et partant que le second membre est égal à 1.

Dans ces quatre relations, les coefficients  $k'$ ,  $k''$ ,  $(k''')$  sont déterminés par l'épaisseur

(1)  $(k''')$  entre parenthèses désigne ici le rapport de la section nette à l'ouïe à la section  $\frac{\pi D_e^2}{4}$ .

des aubes, leur nombre et les dimensions du moyeu de la roue.

La valeur de  $x'$  résulte du diagramme du rendement, le fonctionnement normal devant se faire dans la région du maximum de  $\eta$ .

Le rapport  $\frac{u_1}{c_0}$  est fixé par la nécessité d'écartier la possibilité de cavitation (voir cinquième partie) dans la région du fonctionnement normal.

On peut donc dire que par ces quatre relations, les valeurs de

$$m, \nu, \lg \beta_0 \text{ et } k''$$

sont connues quand on se fixe

$$\varepsilon \text{ et } (\pi - \beta_1).$$

Pour  $(\pi - \beta_1)$  nous pouvons dire que l'on ne s'écarte pas beaucoup, dans la pratique, de l'angle  $30^\circ$  et que l'on descend rarement en dessous de l'angle  $20^\circ$ , parce que la valeur de  $M$  tombe rapidement avec  $x'$  lorsque l'angle  $(\pi - \beta_1)$  diminue, ce qui conduit à devoir faire croître rapidement  $r_1$ , le rayon de la roue pour réaliser une hauteur  $H'$  donnée.

Le fait que l'on n'utilise pas des angles nettement supérieurs à  $30^\circ$ , se justifie encore par l'allure de plus en plus défavorable de la courbe  $M$  à mesure que  $(\pi - \beta_1)$  grandit. Ces vues seront plus nettement exposées dans la troisième et la septième partie.

Si on considère  $(\pi - \beta_1)$  comme fixé par les considérations ci-dessus, ON VOIT QU'IL NE RESTE QUE  $\varepsilon$  D'INDÉTERMINÉ.

Voyons à présent comment se détermine  $\varepsilon$ , la valeur de  $x'$  étant dictée par la condition de rendement maximum.

#### § 4. NOMBRE $R$ CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE

Dès 1915, nous avons mis en évidence de façon claire et nette, cette conséquence des lois de similitude: L'EXISTENCE D'UN COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE DONNÉ.

Dans la littérature technique l'équivalent de ce coefficient porte le nom de *nombre de tours spécifiques  $n_s$* , mais cette notion assez abstraite, n'a rien apporté qui vaille pour la conception des types. Déduite des équations dimensionnelles elle ne conduisait pas à une valeur explicite de la fonction, et n'était du fait d'aucune utilité pour établir l'existence du type.

En partant de la relation du débit comme nous l'avons fait,

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon k' k'' x' u_1$$

et en y remplaçant  $r_1$  par sa valeur en fonction de  $u_1$  et de  $N$ , nous en avons déduit

$$R = \frac{Q \times N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \frac{x'}{M^{\frac{3}{2}}} \quad (52)$$

tenant compte de la relation

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2}$$

La valeur de  $R$  ainsi définie est proportionnelle à  $n_s^2$ ; mais la fonction étant explicite cette fois, elle montre que  $R$  grandit avec  $x'$ , que pour le type centrifuge, tracé avec  $\varepsilon = 0,1$  elle passe de 4 à 12 lorsque  $x'$  passe de 0,15 à 0,32, la valeur 9 étant réalisée pour  $x' = (x') = 0,28$  (fig. 9).

#### § 5. CLASSIFICATION DES TYPES

Étant donné que les trois données fondamentales

$$Q \quad H' \quad N$$

étant connues,  $R$  est déterminé, on voit que

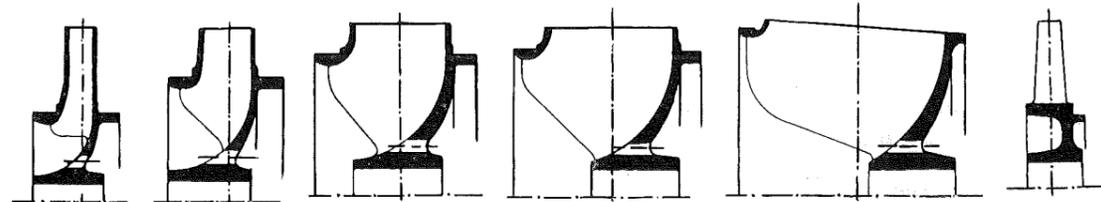


FIG. 10.

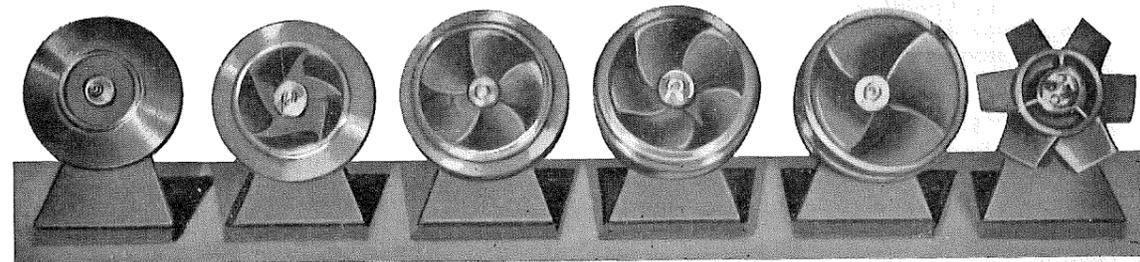


FIG. 11.

pour donner une solution optimum à tous les problèmes possibles, il faut créer des types répondant aux conditions fixées par les relations définies au paragraphe 3 lorsqu'on adopte des valeurs croissantes de  $\varepsilon$ .

Théoriquement pour réaliser le rendement maximum maximorum (1) il faut créer autant

(1) On verra dans la sixième partie que l'on peut faire grandir  $R$ , en utilisant des valeurs de

$$(\pi - \beta_1) > 30^\circ$$

mais la solution ainsi trouvée ne correspond pas au maximum du rendement possible.

de types qu'il y a de valeurs possibles de  $R$ , c'est-à-dire une infinité.

Comme aux environs du maximum, le rendement varie peu, on peut avec un type donné

le type centrifuge pur avec  $\varepsilon = 0,1$

pour prendre un exemple, passer de  $R = 4$  à  $R = 12$  en ne s'écartant du rendement maximum  $\eta$ , que de 4 %. Encore peut-on se rapprocher du maximum maximorum en faisant croître ou décroître  $\varepsilon = 0,100$  (de 0,08 à 0,125 pour fixer les idées), c'est-à-dire en rapprochant simplement les flasques de la roue sans toucher aux autres proportions.

Si l'on adopte pour le type suivant une valeur maximum de  $\varepsilon = 0,250$  (type hélico-centrifuge étroit) on pourra réaliser des valeurs de  $R$  passant

de  $R_{\min} = 12,5$  à  $R_{\max} = 25$ .

On créera ainsi une série rationnelle de types telle que celle présentée figure 10, capable de résoudre tous les problèmes dont les données fondamentales conduisent à des valeurs de  $R$  comprises entre 4 et 400.

La figure 11 donne la photographie prise face à l'ouïe, des six roues de 0,200 m de diamètre faisant partie d'une telle série.

#### § 6. DÉTERMINATION DES DIMENSIONS GÉNÉRALES D'UNE POMPE RÉPONDANT AUX TROIS DONNÉES

Nous venons d'établir que pour résoudre tout problème posé, il ne suffit pas de FAIRE VARIER LES DIMENSIONS, mais qu'il faut agir sur les proportions. Si l'on s'impose la condition du rendement maximum stricte, comme cela est stricte,

tement nécessaire lorsqu'il s'agit de grandes unités, il faut créer autant de familles qu'il y a de valeurs possibles de  $R$ ,

c'est-à-dire une infinité puisque

$Q$ , le débit en  $m^3/s$ , est imposé;

$H'$ , la hauteur manométrique d'élévation, est fixée par les conditions d'installation;

$N$ , le nombre de tours par minute résulte de la vitesse angulaire du moteur qui, en vue de réduire le prix du groupe, doit être choisie aussi élevée que possible.

Il ne suffit pas de disposer d'un grand nombre de familles, mais il faut prévoir dans chaque famille, un aussi grand nombre d'individus que possible puisque le diamètre de la roue résulte de la hauteur  $H'$  à réaliser.

Tout revient donc à connaître les courbes caractéristiques de

$P \quad M \quad R$

pour chacun des types envisagés, si l'on veut aborder le calcul des dimensions générales de la pompe, disons d'une manière plus générale, de la turbo-machine.

D'après ce que nous venons de voir, il suffit pour connaître ces courbes caractéristiques d'opérer expérimentalement SUR UN MODÈLE RÉALISÉ À UNE PETITE ÉCHELLE.

Nous verrons même, par la suite, qu'il est possible pour le type centrifuge et le type hélicoïde en tout cas, d'établir ces courbes caractéristiques en appliquant strictement la théorie que nous venons d'exposer, SANS AVOIR RECOURS À DES COEFFICIENTS ISSUS DU PLANCHER D'ESSAIS.

#### § 7. CONCLUSIONS

Si l'on n'envisage le problème qu'AU POINT DE VUE DE L'UTILISATEUR, on peut dire que la théorie telle que nous venons de l'établir, apparaît comme

SATISFAISANTE et SUFFISANTE.

L'idée essentielle que la totalité des problèmes posés, ne peut recevoir une solution appropriée, qu'en ayant recours à des types différents allant du type centrifuge au type hélicoïde, résulte clairement de cet exposé.

L'UTILISATEUR sait ainsi que le choix du type n'est pas laissé à l'appréciation du CONSTRUCTEUR, mais imposé à celui-ci par les trois données fondamentales  $Q$ ,  $H'$ ,  $N$ . C'est là un progrès énorme au point de vue de la connaissance scientifique des turbo-machines.

Bien entendu il n'échappera pas au lecteur exigeant :

1° Que le coefficient  $K'$  introduit dans l'équation fondamentale donnant la valeur de  $P$ , apparaît comme arbitraire et n'est en tout cas pas déterminé;

2° Que la relation de condition

$$w_0 = w_1$$

n'est pas nécessairement évidente;

3° Que le phénomène important de la cavitation qui fixe la limite du rapport  $\frac{u_1}{c_0}$  de la relation première (47), n'a pas été examiné.

Fait plus grave, c'est qu'il subsistera dans l'esprit de ce lecteur exigeant, un doute QUANT À LA VALIDITÉ D'APPLICATION de la relation de base,

*la relation d'Euler.*

En fait, il est peu d'ouvrages qui se respectent, qui ne prennent pour point de départ la démonstration de celle-ci; généralement il est vrai, l'effort de l'auteur se limite à cette démonstration, au point que l'on pourrait assez légitimement se demander, S'IL Y CROIT.

Bien entendu, il ne met pas en doute la valeur du théorème sur lequel il s'appuie pour cette démonstration, mais il se demande, non sans raison, si dans la réalité, le faisceau des filets à la sortie (aussi bien qu'à l'entrée d'ailleurs) EST BIEN CONSTITUÉ PAR DES FILETS PARALLÈLES (1), au point qu'il soit en droit de représenter ce faisceau PAR UN VECTEUR ORIENTÉ SOUS L'ANGLE GÉOMÉTRIQUE DE L'AUBE À LA SORTIE.

Un seul moyen pour lever le doute à cet égard : « S'assurer par des essais systématiques poursuivis sur les différents types, que la valeur de  $P$  établie au moyen de la relation d'Euler, CORRESPOND RIGOREUSEMENT À LA VALEUR EXPÉRIMENTALE, et cela de la façon la plus formelle, sans aucune restriction, ni contradiction. »

C'est à cette tâche que nous nous sommes attaché tout au long d'un demi-siècle, et dans ces dernières années que nous avons été amené à faire l'effort nécessaire pour en opérer une synthèse globale et totale.

En 1954 nous avons consacré un fascicule à l'étude des coques et ailes, en partant du MÊME THÉORÈME de la quantité de mouvement. La parfaite concordance entre coefficients calculés et observés au tunnel, montre qu'il s'agit de trajectoires parallèles sans aucune restriction possible; en fait dans le phénomène de la déviation par le corps au repos, les trajectoires relatives ne

(1) Lorsqu'il s'agit du type centrifuge le faisceau des filets, dont on parle ici, est constitué en réalité par un ensemble d'éléments orientés, sous un même angle  $\alpha$  par rapport au rayon  $r$  de rotation.

peuvent qu'être contenues dans des plans parallèles.

En 1956 dans un second fascicule, nous avons repris la théorie des hélices que nous avons émise en 1912, en faisant application des relations tirées du premier fascicule au sujet des ailes et des coques, l'hélice pouvant, en effet, être considérée comme une succession d'AILES EN ROTATION. Après avoir montré comment en partant des relations ainsi établies, il était possible de passer au calcul rationnel de l'avion et des hélices, nous avons eu l'idée de tirer de la théorie des hélices, celle des ventilateurs hélicoïdes.

Cela nous a conduit à entreprendre l'étude des turbo-machines dans leur ensemble (fascicule III), à confronter les résultats calculés avec

les résultats observés pour le type centrifuge d'abord, pour le type hélicoïde ensuite, et à traiter de façon approfondie, le phénomène de la cavitation.

Il est apparu ainsi, cette vérité à peine vraisemblable, qu'il était possible d'établir par le calcul, les courbes caractéristiques d'une turbo-machine :

quel que soit le type envisagé;  
quel que soit le fluide évoluant,

du moment où l'écoulement à travers la roue et le diffuseur (le distributeur et la roue s'il s'agit d'une turbine)

*se fait en régime turbulent,*

la vitesse restant en dessous de la vitesse du son.

DEUXIÈME PARTIE

VALEUR DU COEFFICIENT DE PUISSANCE  
EN TENANT COMPTE DE LA PRÉROTATION

§ 1. FORME NOUVELLE DE LA RELATION D'EULER

Avant de passer à l'analyse des résultats d'expériences sur les pompes centrifuges et sur les pompes hélicoïdes, nous allons exposer la théorie que nous avons émise en 1922<sup>(1)</sup> pour rendre compte de l'écart observé entre valeurs théoriques et valeurs expérimentales du coefficient de puissance déduit de la relation d'Euler.

On trouvera en appendice, la démonstration de cette dernière, en partant de la relation fondamentale de la dynamique du point matériel :

$$\Sigma f = m\bar{\varphi} = m(\bar{\varphi}_c + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_e) \quad (53)$$

appliquée successivement au mouvement absolu puis au mouvement relatif d'une tranche élémentaire du fluide prise à l'ouïe, en la suivant dans son déplacement à travers le canal formé par deux aubes voisines, ce déplacement étant supposé se faire parallèlement à elle-même.

Cette manière d'établir la relation d'Euler permet de mettre en évidence de façon décisive que la valeur de  $T_i$  qui résulte de la théorie, ne fait pas abstraction des pertes dans la roue.

Elle peut se mettre sous la forme

$$\frac{T_i}{u_1^2} = \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{c_1}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{c}{u_1} \right)^2 \right] - \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{w_1}{u_1} \right)^2 - \left( \frac{w}{u_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{u_0}{u_1} \right)^2 \right] \quad (54)$$

avec les notations habituelles,  $c$  et  $w$  ayant été mis à la place de  $c_0$  et  $w_0$  vitesses absolue et relative à l'entrée, de façon à ne pas préjuger de la direction du vecteur vitesse à l'entrée, qui comme nous allons le voir, ne coïncide avec la direction de l'aube que pour un débit donné, le débit normal correspondant au tracé de l'aubage.

<sup>(1)</sup> Voir *Annales du Congrès de 1922* tenu à Liège, à l'occasion des Fêtes du 75<sup>e</sup> anniversaire de la fondation de l'Association des Ingénieurs sortis de l'Ecole de Liège.

§ 2. RELATIONS TIRÉES DES TRIANGLES DES VITESSES, EN TENANT COMPTE DE LA PRÉROTATION

Pour interpréter les faits observés, nous avons dû admettre que la composante tangentielle de la vitesse  $c$  à l'entrée, prenait pour un débit voisin de 0, la valeur

$$(1 - K')u_0$$

cette composante allant s'atténuer pour tomber à 0 lorsque l'angle  $(\pi - \beta)$  atteint la valeur  $(\pi - \beta_0)$  de l'aube à l'entrée (fig. 12). Le débit

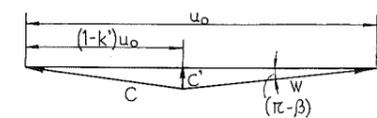


FIG. 12.

correspondant, nous l'appellerons : le débit au synchronisme et nous verrons que c'est pour ce débit que le rendement prend sa valeur maximum. La valeur de  $x'$  qui correspond à ce débit, nous l'avons désigné par  $(x')$  entre parenthèses.

On peut rendre visible le phénomène de la prérotation en utilisant comme nous l'avons fait au Laboratoire, un tuyau en verre d'une longueur de sept à huit fois le diamètre entre le coude d'entrée de l'aspiration et l'ouïe de la roue. Si on laisse pénétrer quelques bulles d'air à la sortie du coude, on voit ces bulles prendre un mouvement de rotation spiraliforme qui va s'atténuant à mesure que le débit grandit.

Pour traduire ce phénomène dans les équations, nous écrirons

$$\text{pour } Q = 0 \quad w \cos \beta = -K'u_0 \quad (55)$$

$$\text{pour } Q = Q_n \quad w_0 \cos \beta_0 = -u_0 \quad (56)$$

$Q_n$  représentant le débit normal, celui qui correspond au synchronisme.

Nous avons désigné par  $(\pi - \beta)$  l'angle réel des filets à l'entrée, de telle façon que (fig. 12)

$$Q = 2 \pi r_0 l_0 k'' c' \quad (57)$$

$k'''$  étant là pour tenir compte de l'encombrement de la section, par la présence des aubes,  $c'$  représentant la composante radiale de la vitesse  $c$

$$c' = w \sin \beta. \quad (58)$$

Nous adopterons pour variable indépendante  $x'$  proportionnelle au coefficient de débit de Rateau

$$x' = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1}. \quad (59)$$

Avec les notations adoptées, la relation de continuité pourra s'écrire

$$\frac{w}{w_1} = \frac{1}{m} \left( \frac{1}{\nu} \frac{k'k''}{k'''} \right) \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} = \frac{1}{m} B \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \quad (60)$$

en désignant par

$$B = \frac{1}{\nu} \frac{k'k''}{k'''}. \quad (61)$$

Les coefficients  $k'''$  et  $k'$  tiennent compte de l'encombrement dû aux aubes, respectivement à l'entrée et à la sortie, le coefficient  $k''$  signifiant, lui, que la veine se contracte en passant de l'ouïe à la périphérie.

En utilisant les triangles des vitesses à la sortie puis à l'entrée, nous obtiendrons les deux relations suivantes :

$$\left( \frac{c_1}{u_1} \right)^2 = 1 + \left( \frac{x'}{\sin \beta_1} \right)^2 + 2 \left( \frac{x'}{\sin \beta_1} \right) \cos \beta_1 \quad (62)$$

$$\left( \frac{c}{u_1} \right)^2 = m^2 + \frac{2 B x'}{\sin \beta} \cos \beta + \frac{1}{m^2} \frac{B^2 x'^2}{\sin^2 \beta} \quad (63)$$

qui introduites, dans l'équation (54), conduira, toutes transformations faites, à

$$P = (1 - m^2) + \left( \frac{1}{\lg \beta_1} - \frac{B}{\lg \beta} \right) x'. \quad (64)$$

### § 3. TRANSFORMATION DE LA RELATION D'EULER

Comme il est établi expérimentalement, SANS CONTESTATION POSSIBLE, par les expériences dont nous rendrons compte dans les troisième et quatrième parties QUE LA VALEUR DE  $P$  EST UNE FONCTION LINÉAIRE DE  $x'$ , il apparaît que  $\frac{B}{\lg \beta}$  ne peut être que de la forme

$$\frac{B}{\lg \beta} = a_1 + \frac{b_1}{x'}. \quad (65)$$

Le problème revient donc à déterminer les constantes  $a_1$  et  $b_1$ , en tenant compte des deux relations de condition (55) et (56) énoncées ci-dessus.

La première, grâce à la relation de continuité (60) peut s'écrire

$$\frac{w \cos \beta}{u_0} = \frac{1}{m^2} \frac{B x'}{\lg \beta} = -K' \quad (67)$$

de laquelle, on déduit

$$\frac{B x'}{\lg \beta} = -K' m^2 \quad (68)$$

et partant, d'après (65),

$$\frac{B x'}{\lg \beta} = a_1 x' + b_1 = -K' m^2. \quad (69)$$

De là nous pouvons déduire la valeur de  $b_1$  car pour  $x' = 0$

$$b_1 = -K' m^2. \quad (70)$$

Cherchons à présent à déterminer  $a_1$ . La valeur de  $(x')$  au synchronisme est égale à [tenant compte de la relation (60)]

$$(x') = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1} = \frac{w_0 \sin \beta_0}{u_1} m \frac{1}{B} = - \left( \frac{w_0 \cos \beta_0}{u_0} \right) m^2 \frac{1}{B} \lg \beta_0. \quad (71)$$

Or, si au synchronisme la composante tangentielle de  $c$  est nulle, comme l'implique la relation de condition (56), le terme entre parenthèses, est égal à l'unité, et dès lors

$$(x') = -m^2 \frac{1}{B} \lg \beta_0. \quad (72)$$

Pour  $x' = (x')$ ,  $\lg \beta = \lg \beta_0$ ; la relation (65) peut s'écrire, compte tenu de (68), de (70) et de (71)

$$\frac{B(x')}{\lg \beta_0} = a_1(x') - K' m^2 = -m^2$$

soit

$$a_1 = - \frac{(1 - K') m^2}{x'} = \frac{B}{\lg \beta_0} (1 - K'). \quad (73)$$

En introduisant ces valeurs de  $a_1$  et  $b_1$  dans la relation (65), puis la relation (65) transformée, dans la valeur de  $P$  [formule (64)], NOUS TROUVERONS POUR  $P$  QUAND ON TIENT COMPTE DE LA PRÉROTATION

$$P = \left( 1 + \frac{x'}{\lg \beta_1} \right) - (1 - K') \left( m^2 + \frac{B x'}{\lg \beta_0} \right) \quad (I)$$

Dans cette relation générale,  $K'$  reste provisoirement indéterminé; les coefficients  $k'$  et  $k'''$  qui figurent dans  $B$ , résultent des dimensions de l'aubage; quant au coefficient  $k''$  il peut se déduire de la loi de continuité, quand on connaît le rapport  $\frac{w_0}{w_1}$ :

$$\frac{w_0}{w_1} = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{k'k''}{k'''} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0}. \quad (74)$$

Nous pourrions repérer les trois points de la droite représentant la fonction  $P$ , en écrivant

$$\text{pour } x' = 0 \quad P_0 = 1 - (1 - K') m^2 \quad (75)$$

$$\text{pour } x' = (x') = -m^2 \frac{1}{B} \lg \beta_0$$

$$P_1' = 1 - m^2 \frac{1}{B} \frac{\lg \beta_0}{\lg \beta_1} \quad (76)$$

$$\text{pour } x' = -\lg \beta_1$$

$$P_1 = -(1 - K') \left( m^2 - B \frac{\lg \beta_1}{\lg \beta_0} \right) \quad (77)$$

### § 4. RELATION D'EULER LORSQUE $w_0 = w_1$

Si le canal, formé par deux aubes voisines, est trop divergent pour qu'un ralentissement de la vitesse puisse s'y produire,  $w_1$  RESTERA ÉGAL à  $w_0$ . Avec les nombres d'aubes généralement employés,  $w_0$  doit être pris égal à  $w_1$ . La relation générale I se simplifie, surtout si les angles sont assez petits pour que l'on puisse regarder la relation

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = \frac{\lg \beta_1}{\lg \beta_0} \quad (78)$$

comme suffisamment approchée.

En effet, dans ce cas, la relation de continuité (74) conduit à la valeur

$$B = \frac{1}{\nu} \frac{k'k''}{k'''} = m \frac{\lg \beta_0}{\lg \beta_1} \quad (79)$$

qui, introduite dans la relation (I) donne

$$P = \left( 1 + \frac{x'}{\lg \beta_1} \right) - (1 - K') \left( m^2 + m \frac{x'}{\lg \beta_1} \right). \quad (II)$$

Elle donne pour les trois points caractéristiques

$$\text{pour } x' = 0 \quad P_0 = 1 - (1 - K') m^2 \quad (80)$$

$$\text{pour } x' = (x') = -m \lg \beta_1 \quad P_1' = (1 - m) \quad (81)$$

$$\text{pour } x' = -\lg \beta_1 \quad P_1 = (1 - K') (m^2 - m). \quad (82)$$

Même lorsque les angles sont petits, l'approximation (78) introduit des erreurs qui ne sont pas tout à fait négligeables. Pour éviter cette situation, nous nous sommes demandé ce que deviennent ces trois relations lorsque l'on n'introduit pas l'hypothèse (78) et que l'on donne à  $B$  la valeur

$$B = m \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1} \quad (79b)$$

$$\text{pour } x' = 0 \quad P_0 = 1 - (1 - K') m^2 \quad (80b)$$

$$\text{pour } x' = (x') = -m \frac{\sin \beta_1}{\cos \beta_0}$$

$$P_1' = 1 - m \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_0} \quad (81b)$$

$$\text{pour } x' = -\lg \beta_1$$

$$P_1 = -(1 - K') \left( m^2 - m \frac{\cos \beta_0}{\cos \beta_1} \right) \quad (82b)$$

On remarquera que ces trois relations se ramènent aux précédentes lorsque l'on fait l'hypothèse

$$(\pi - \beta_0) = (\pi - \beta_1)$$

Nous pourrions dire ainsi que l'équation (II) est RIGoureuse pour une pompe dans laquelle l'angle d'entrée  $(\pi - \beta_0)$  est égal à l'angle de sortie  $(\pi - \beta_1)$ .

### § 5. RELATION D'EULER POUR LE CAS LIMITE : LA ROUE AXIALE

Si nous faisons dans cette relation (II),  $m = 1$  qui correspond à une roue axiale,  $P$  prend la forme

$$P = K' \left( 1 + \frac{x'}{\lg \beta_1} \right). \quad (III)$$

C'est celle de l'équation que nous avons trouvée en partant de la théorie hydrodynamique établie pour l'hélice et appliquée au ventilateur hélicoïde; l'exposé en a été fait dans le fascicule II de 1956. Dans cette théorie le coefficient qui se trouve en tête de la relation, était représenté par  $\Psi$  et nous avons pu en donner une valeur explicite dépendant essentiellement du nombre d'aubes.

L'une et l'autre doivent conduire à la même droite puisque nous nous sommes appuyé sur LES MÊMES PRINCIPES pour établir la valeur de  $P$ ; et de fait

$$\text{pour } x' = 0 \quad P = K' = \Psi$$

$$\text{pour } x' = -\lg \beta_1 \quad P = 0.$$

Remarque I. — L'équation (III) découle de l'équation (I) sans approximation lorsqu'on admet

$$(\pi - \beta_0) = (\pi - \beta_1). \quad (83)$$

Remarque II. — On pourrait faire remarquer que dans la relation établie en 1956, la variable indépendante adoptée était égale à

$$x' = \frac{c_0'}{u_0}$$

alors que dans la relation (III) cidessus

$$x' = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1}$$

Mais pour la roue axiale  $u_1 = u_0$ , et par hypothèse  $w_0 = w_1$ ; si l'on admet la relation (83)

$$\frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1} = \frac{w_0 \sin \beta_0}{u_0} = \frac{c_0'}{u_0} \quad (83b)$$

il y a donc identité.

Remarque III. — En posant  $X = \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}$ , l'équation générale II peut s'écrire

$$P = [1 - (1 - K')m^2] + X[1 - (1 - K')m]. \quad (IIb)$$

### TROISIÈME PARTIE

## ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA POMPE CENTRIFUGE

### CHAPITRE PREMIER

#### INTRODUCTION

##### § 1. INTRODUCTION

Ayant mis debout dès 1908 <sup>(1)</sup>, l'essentiel de la théorie telle que nous venons de la présenter, notre plus grand souci fut, dès ce moment, d'entreprendre des essais systématiques sur une pompe centrifuge spécialement étudiée à cet effet : *il s'agissait de pouvoir établir dans QUELLE MESURE il existait une bonne concordance entre les courbes calculées et les courbes déduites de l'expérimentation systématique.*

A cette époque nous avons établi la valeur théorique de  $P$  et de  $M$  puis de  $\eta_i$  et enfin de  $\eta_0$

et  $\eta_e$ , rendement organique et rendement effectif.

Pour la valeur de  $P$  nous n'avions pas dépassé l'équation n° (28) qui conduisait pour la fonction  $P$  à une droite en fonction de  $x$ , proportionnel au coefficient de débit de Rateau.

Une première constatation heureuse que nous pûmes faire deux ans plus tard, c'est que la fonction  $P$  était bien une fonction strictement linéaire. Une constatation moins heureuse c'est que la DROITE EXPÉRIMENTALE NE COÏNCIDAIT NULLEMENT AVEC LA DROITE THÉORIQUE. En vue d'expliquer cette anomalie nous eûmes l'idée, trois ans plus tard, d'admettre :

1° Que les filets s'incurvaient à l'entrée AUX FAIBLES DÉBITS ;

2° Que le glissement tangentiel de ces filets allait s'atténuant à mesure que le débit grandissait : cette idée pouvait se traduire dans les équations par deux relations de condition [celles portant les numéros (55) et (56) dans l'étude de la deuxième partie].

Nous avons montré plus tard, en munissant l'aspiration d'un tuyau transparent en verre, d'une longueur égale à six ou sept fois le diamètre, que l'hypothèse du glissement tangentiel correspondait bien à un fait physique.

<sup>(1)</sup> Voir *R. U. M.*, t. XXV, 4<sup>e</sup> série.

Et c'est ainsi que nous avons été conduit à l'équation générale I présentée dans la deuxième partie qui rend cette fois PARFAITEMENT COMPTE DE TOUS LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX qu'il a été possible d'établir sur les pompes et ventilateurs, et par voie de conséquence sur l'ensemble des turbo-machines.

Comme à la base de cette étude, la partie expérimentale a joué un grand rôle, nous pensons qu'il est nécessaire de rappeler brièvement les essais effectués par nous au Laboratoire de Mécanique de l'Université de Liège, entre 1912-1914 et 1919-1922.

##### § 2. DESCRIPTION SOMMAIRE DE L'INSTALLATION ET DES MÉTHODES D'ESSAI

Le problème que nous nous posions exigeait la mesure, avec le maximum de rigueur, de la puissance indiquée  $N$ , transmise par le moteur à la pompe.

Pour cela il ne suffisait pas de mesurer la puissance effective  $N_e$  mais la puissance perdue  $N_0$  par suite des frottements externes à la roue :

Puissance absorbée par le frottement des flasques  $N'_f$  ;

Puissance absorbée par le frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages  $N''_f$ .

En faisant tourner la roue obturée à la périphérie, dans son enveloppe sans eau, nous pouvions déterminer  $N''_f$ , la puissance perdue, par le frottement des flasques dans l'air étant négligeable.

En entraînant ensuite la roue dans l'eau, nous pouvions, par différence, connaître  $N'_f$ , pour différentes vitesses angulaires de rotation.

Naturellement des précautions devaient être prises pour maintenir les bourrages à la même température dans les deux groupes d'expériences.

De plus une correction devait être apportée pour tenir compte des pertes par frottement pro-

voquées par la présence d'une bande placée à la périphérie, en vue d'obturer la roue et d'éviter l'action de remous qui se seraient amorcés à l'extrémité des aubes.

Pour déterminer le débit réel dans la roue, force fut également de mesurer les fuites  $f$  aux deux joints hydrauliques prévus de part et d'autre de l'ouïe pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale. Pour cela, la roue était obturée et entraînée à des vitesses croissantes; nous établissions alors, pour chaque nombre de tours  $N$ , le débit  $f$ , en fonction de la différence des pressions que nous appliquions entre la périphérie de la roue et l'ouïe de celle-ci, en raccordant l'enveloppe à une bêche sous pression; le débit était mesuré par pesée, à la sortie de l'ouïe.

Les courbes dressées pour différents nombres de tours  $N$ , faisant connaître en fonction de

$$v(p_4 - p_0)$$

$p_4$  désignant la pression dans l'enveloppe à la hauteur du rayon  $r_1$  de la roue,  $p_0$  la pression à l'ouïe.

On trouvera dans la *R. U. M.* le compte rendu de ces essais <sup>(1)</sup>. Incidemment nous signalerons qu'en raison de l'entraînement de l'eau dans l'enveloppe, il existait pour chaque vitesse  $N$  de rotation, une différence de pression pour laquelle le débit restait nul, celle-ci étant équilibrée par l'action de la force centrifuge sur le fluide entraîné en rotation par les flasques de la roue.

### § 3. COUP D'OEIL D'ENSEMBLE SUR LES QUANTITÉS À MESURER

En possession des résultats des essais préliminaires, y compris le tarage du bac de jauge et le tarage du moteur au moyen d'un frein de Prony, nous pouvions calculer

$$N_i = N_e - N_0 \quad (84)$$

$$T_i = \frac{75 N_i}{\delta(Q + f)} \quad (85)$$

Connaissant  $T_i$ , nous pouvions en déduire

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} \quad (86)$$

En relevant les pressions à l'ouïe et à la sortie de la pompe en  $M_s$ , nous pouvions calculer

$$H' = v(p_s - p_0) \quad (87)$$

les manomètres à mercure étant réglés pour donner les pressions au niveau de l'axe de la pompe.

<sup>(1)</sup> Voir *R. U. M.*, 1<sup>er</sup> janvier 1914, t. VI; mai 1914; août 1920, t. VI, n° 3.

Lorsqu'on applique la formule (4), pour déterminer  $H'$  et qu'il s'agit d'une pompe et non d'une turbine, on doit remplacer  $H'$  par  $-H'$ , le point  $e$  devient le point 0 (0 parce que dans notre cas nous relevions la pression à l'ouïe) et le point  $e$  devient  $s$ ; la relation (4) doit donc s'écrire :

$$H' = v(p_s - p_0) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_0^2) \quad (88)$$

[( $h' + h''$ ) étant égal à 0 par le fait que les manomètres donnaient les pressions au niveau de l'axe].

D'où la valeur de

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = \frac{2gv(p_s - p_0)}{u_1^2} + \frac{c_s^2}{u_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{c_0}{c_s} \right)^2 \right] \quad (89)$$

Dans les diagrammes de  $M$  que nous avons tracé en fonction de  $x$  (à cette époque nous n'utilisons pas la variable  $x'$ ) nous avons fait abstraction du second terme quitte à ajouter (algébriquement) celui-ci une fois pour toutes, lors du tracé du diagramme ENVELOPPE de différents diagrammes de  $M$ . Ce diagramme enveloppe correspond au diagramme qui serait donné directement par les expériences si l'on pouvait approprier l'angle d'entrée  $\alpha_1$  du diffuseur à chaque valeur de  $x$ .

En tenant compte de ce que  $d_s$  le diamètre de sortie de la volute est de 0,100 m, on peut calculer, pour la roue n° 1,

$$\frac{c_s}{u_1} = \frac{2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1 k' x}{\pi d_s^2} = 0,35 x$$

et

$$\frac{c_0}{c_s} = \frac{\sigma_s}{\sigma_0} = 1,47,$$

puis enfin

$$\left( \frac{c_s}{u_1} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{c_0}{c_s} \right)^2 \right] = (0,35)^2 x^2 [1 - 2,16] = -0,142 x^2 \quad (90)$$

Pour calculer la valeur expérimentale de  $x$ , nous utiliserons la relation

$$x = \frac{w_1}{u_1} = \frac{1}{u_1} \frac{Q + f}{2\pi r_1^2 \epsilon k' \sin \beta_1} \quad (91)$$

faisant abstraction du coefficient de contraction  $k''$  à la sortie dont nous ne connaissons pas la valeur en ce moment, le coefficient  $k'$  étant, lui, le seul calculable en tenant compte du nombre d'aubes et de l'épaisseur de celles-ci.

A titre d'exemple, nous avons donné tout au début de ce fascicule, figure 6, le diagramme de  $P$  en fonction de  $x$  pour la roue n° 1, le diffuseur n° 0.

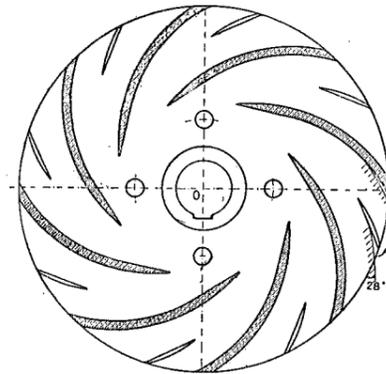


Fig. 13.

### § 4. MATÉRIEL UTILISÉ AU COURS DES ESSAIS

L'étude a porté tout d'abord sur la roue portant le n° 1 représentée figure 13 à l'échelle  $\frac{1}{4}$  si l'on veut bien faire abstraction des huit aubes courtes.

Nous avons soumis plus tard, aux mêmes essais la roue à seize aubes, huit aubes longues et huit aubes courtes, celles-ci ayant été insérées dans les flasques et soudées avec elles. Elle portait dans le compte rendu des essais le n° 6. En procédant comme nous l'avons fait, nous étions certain d'avoir réalisé pour les deux roues, les MÊMES ANGLES d'entrée et de sortie.

Avant de procéder aux essais de la roue n° 6,

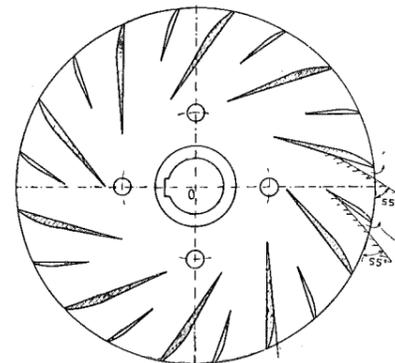


Fig. 14.

nous avons étudié la roue n° 4 à dix aubes, puis la roue n° 5 à vingt aubes, dix longues et dix courtes, ces dernières (fig. 14) ayant été ajoutées par soudure ultérieurement.

Tous ces essais de la période 1912-1914, ont été effectués à différents nombres de tours et en introduisant dans l'enveloppe successivement

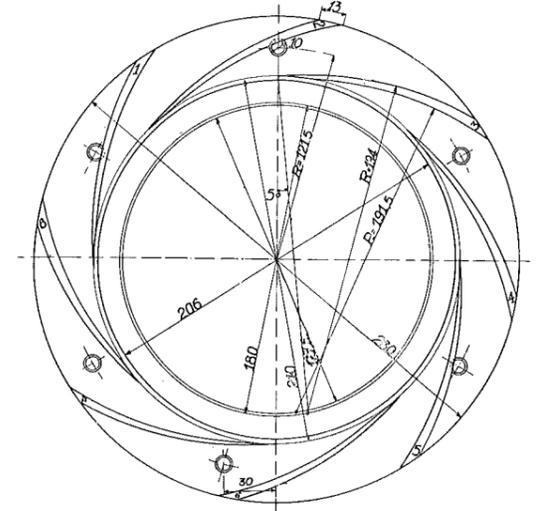


Fig. 15.

avec la même roue, les quatre diffuseurs à aubes présentant des angles d'entrée croissants, le cinquième groupe d'essais pour chacune des roues, ayant porté sur les roues munies du diffuseur sans aubes (constitué simplement par les deux flasques en bronze latérales), diffuseur auquel nous avons donné le n° 0.

Lorsque nous avons repris les essais en 1922, nous avons utilisé quatre nouveaux diffuseurs représentés par les figures 15 à 18, présentant un tracé plus approprié pour la mesure des

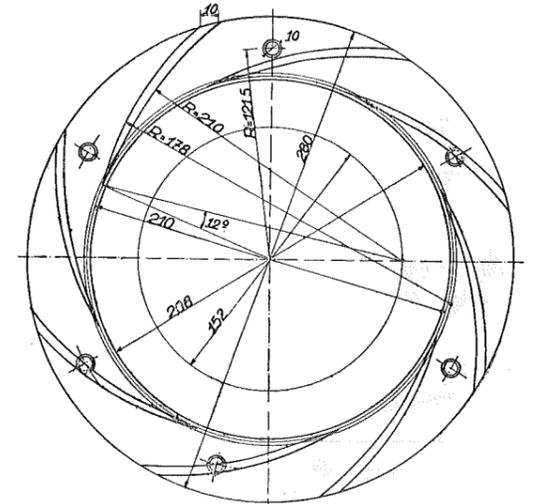


Fig. 16.

angles caractéristiques d'entrée et de sortie, point important lorsqu'il s'agit de conduire les essais en vue d'une vérification des équations fournies par la théorie.

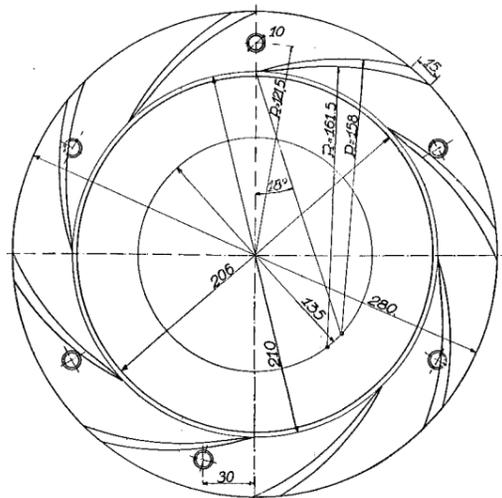


Fig. 17.

Le compte rendu de ces essais a été publié dans la *R. U. M.*, dans le n° 3, t. VI, août 1920.

On trouvera là les diagrammes donnant les points observés et les courbes caractéristiques qui en résultent pour chacun des essais effectués :

Quatre vitesses différentes pour chacune des combinaisons de la roue n° 1 avec les cinq diffuseurs; de la roue n° 4, roue n° 5 et roue n° 6 avec les mêmes cinq diffuseurs.

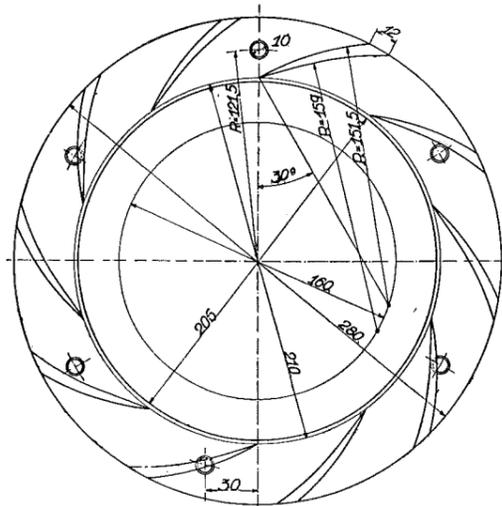


Fig. 18.

A titre d'exemple nous avons réuni, figures 19, 20 et 21, les courbes de  $M$  et de  $P$  obtenues respectivement avec le diffuseur n° 3 (1<sup>re</sup> série) et les roues n° 1, n° 4 et n° 5.

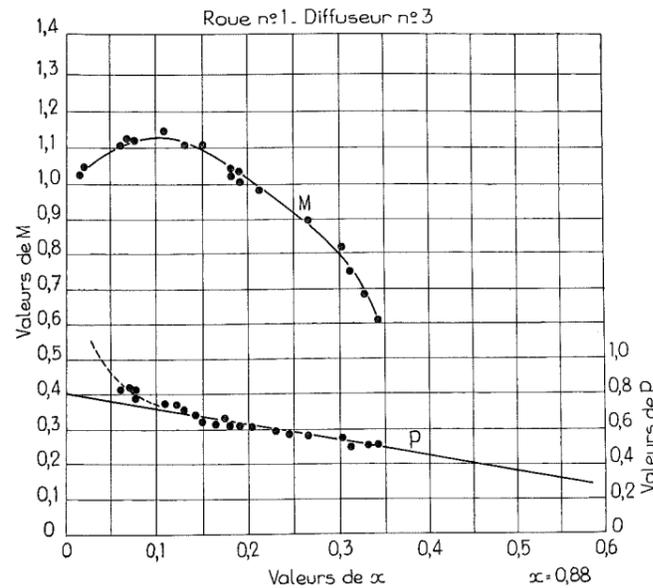


Fig. 19.

Le diffuseur n° 3 de la période 1912-1914 présentait un tracé différent des autres; nous en donnons la représentation figure 22.

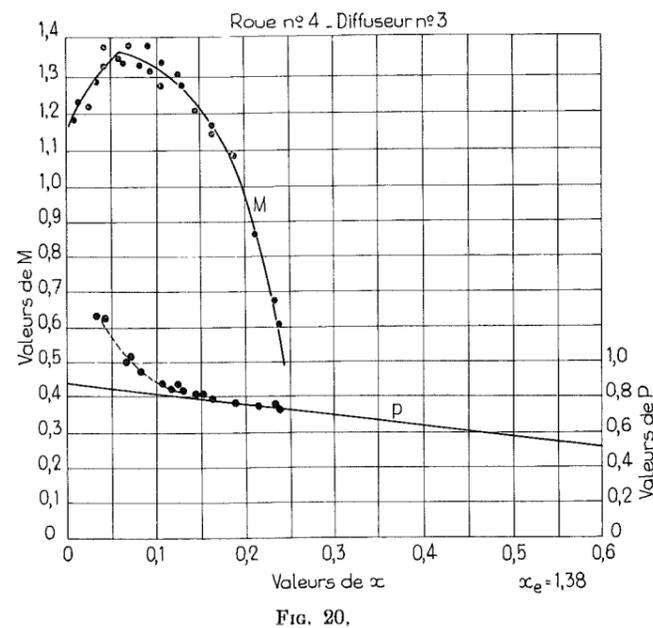


Fig. 20.

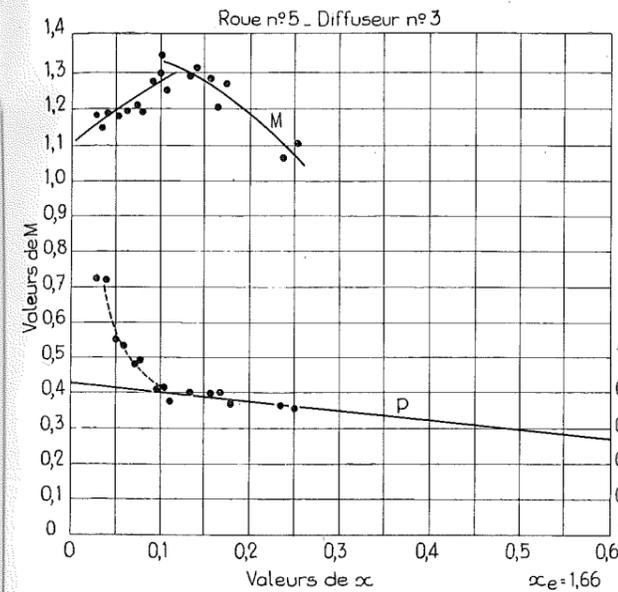


Fig. 21.

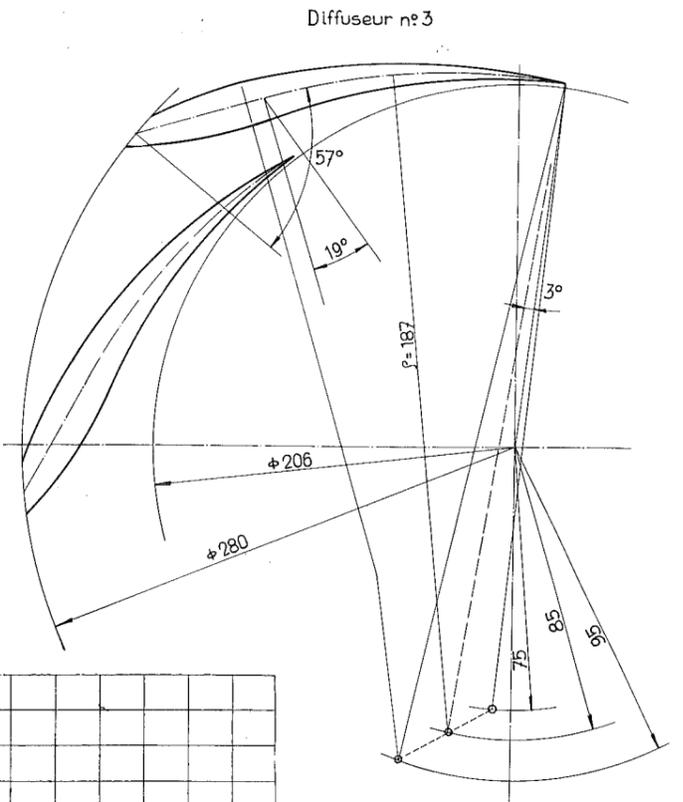


Fig. 22.

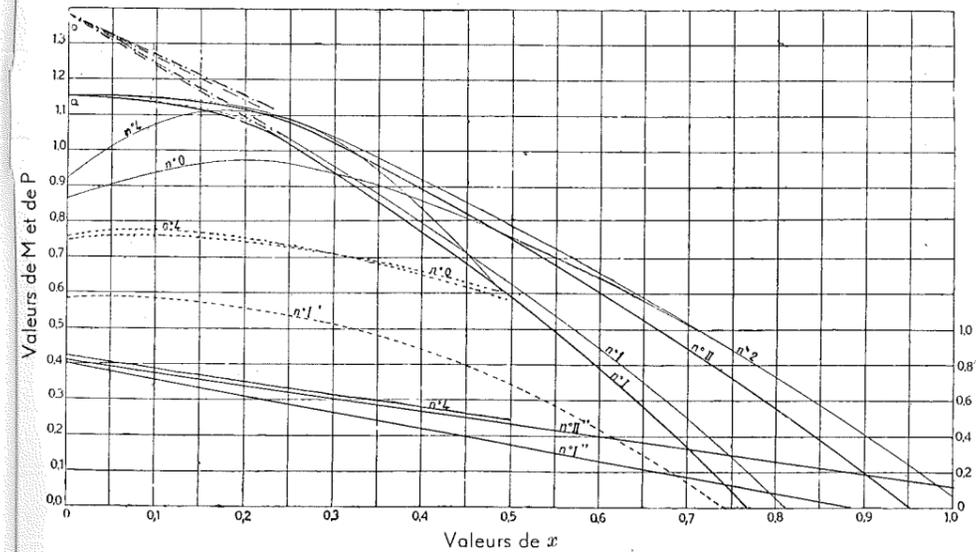


Fig. 23.

§ 5. RÉSULTATS DES ESSAIS AVEC LES ROUES N° 1 ET N° 6

Pour aboutir à une synthèse de tous les diagrammes déduits des essais, nous avons tracé LA COURBE ENVELOPPE de toutes les courbes obtenues pour  $M$  lorsqu'on fait se succéder les différents diffuseurs en conservant la même roue.

Avec la roue n° 1, nous avons exécuté en 1922, des essais portant sur les nouveaux diffuseurs. Pour le groupe des essais de 1912-1914, nous

pouvons donner l'ensemble de tous les résultats, au moyen des diagrammes représentés figure 23 en fonction de  $\alpha$  :

- Pour  $P$  roue n° 1 une seule courbe, la courbe I'';
- Pour  $P$  roue n° 6 une seule courbe, la courbe II'';
- Pour  $M$  roue n° 1 la courbe enveloppe n° 1;
- Pour  $M$  roue n° 6 la courbe enveloppe n° 2.

Cette courbe enveloppe c'est celle que nous obtiendrions directement si nous étions en me-

sure de faire varier la forme du diffuseur de façon à réaliser pour chaque débit, l'angle d'entrée approprié au débit, c'est-à-dire approprié à la valeur de  $x$  qui fixe le tracé du triangle des vitesses à la sortie de la roue.

La figure 24 donne les résultats obtenus avec la roue n° 1 et les nouveaux diffuseurs représentés figures 15 à 18.

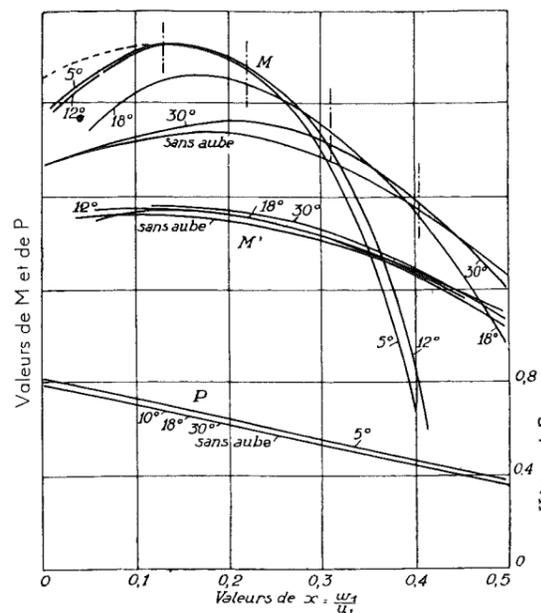


FIG. 24.

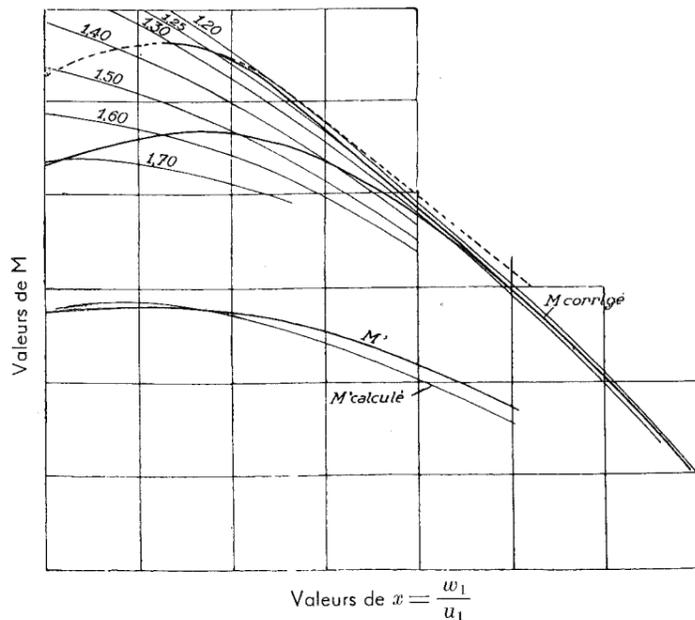


FIG. 25.

Les traits verticaux en point-tiret indiquent les points de tangence de la courbe enveloppe avec les courbes particulières à chacun des diffuseurs.

Les courbes de  $M'$  se rapportent aux points fournis par le relevé des pressions dans l'enveloppe, à la périphérie de la roue: elle donne approximativement la valeur de  $H'$  qui serait fournie si la roue était seule sans diffuseur.

Sur la figure 25 nous avons tracé la courbe de  $M$  corrigée pour tenir compte de la vraie valeur de  $M$  donnée par la formule (89); cette même courbe corrigée pour le premier groupe d'essais, est indiquée figure 23:

Sous le n° I pour la roue n° 1;  
Sous le n° II pour la roue n° 6.

§ 6. RÉSULTATS DES ESSAIS  
AVEC LES ROUES N° 4 ET N° 5

Les résultats obtenus avec la roue n° 4 puis avec la roue n° 5 conduisent à la même synthèse.

Toutefois avec les angles d'entrée et de sortie employés, doubles de ceux utilisés avec les roues

n° 1 et n° 6, des anomalies se présentent notamment en ce qui concerne les valeurs de  $M$ :

1° Les points observés se sont montrés nettement plus dispersés; ils indiquent une certaine instabilité dans le régime, particulièrement pour les valeurs de  $x$  inférieures à celles qui conduisent au synchronisme pour l'entrée du diffuseur.

2° D'autre part nous n'avons pu pousser les débits au-delà de ceux qui conduisent à  $x > 0,25$ , et cela faute d'une puissance suffisante au moteur, alors qu'avec les roues n° 1 et n° 6, nous avons pu atteindre  $x = 0,45$ .

Les figures 20 et 21 montrant, à titre d'exemple, l'allure des courbes de  $M$  et de  $P$  pour un des diffuseurs employés, le diffuseur n° 3.

Le tracé de la courbe enveloppe, de même que le tracé de courbe  $P$ , s'est donc fait avec moins de sûreté pour les roues n° 4 et n° 5 que pour les roues n° 1 et n° 6.

Néanmoins on verra que les résultats obtenus, confirment entièrement ceux déduits des expériences effectuées sur les roues n° 1 et n° 6.

La figure 26 donne la courbe enveloppe des valeurs de  $M$  corrigées et de  $P$ :

Roue n° 4  $M$  courbe I,  $P$  courbe n° I'';  
Roue n° 5  $M$  courbe II,  $P$  courbe n° II''.

Pour ce qui concerne les valeurs de  $P$ , nous avons revu le tracé de la droite coordonnant tous les points pour chacune des deux roues (4) et (5); nous avons à cette fin, reporté sur le papier

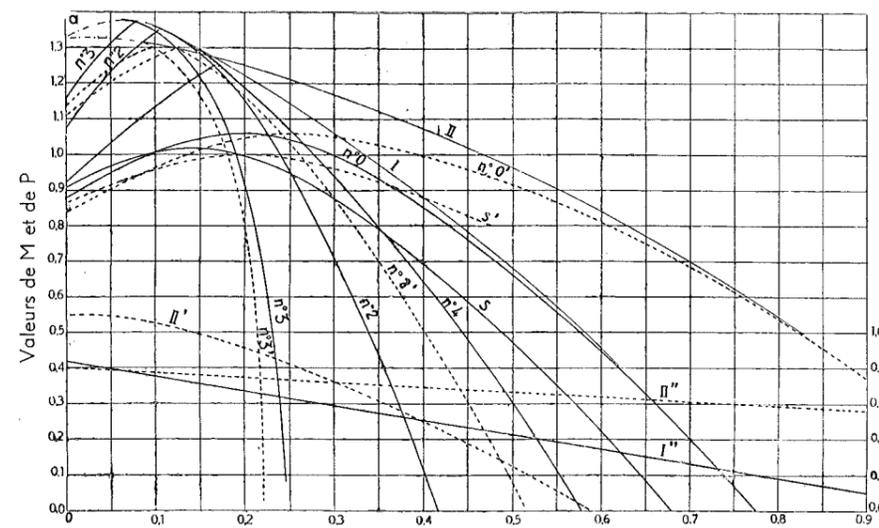


FIG. 26.

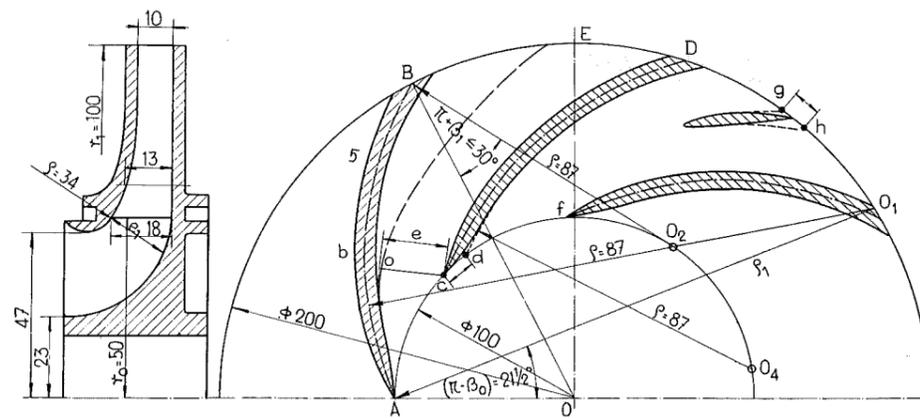


FIG. 27.

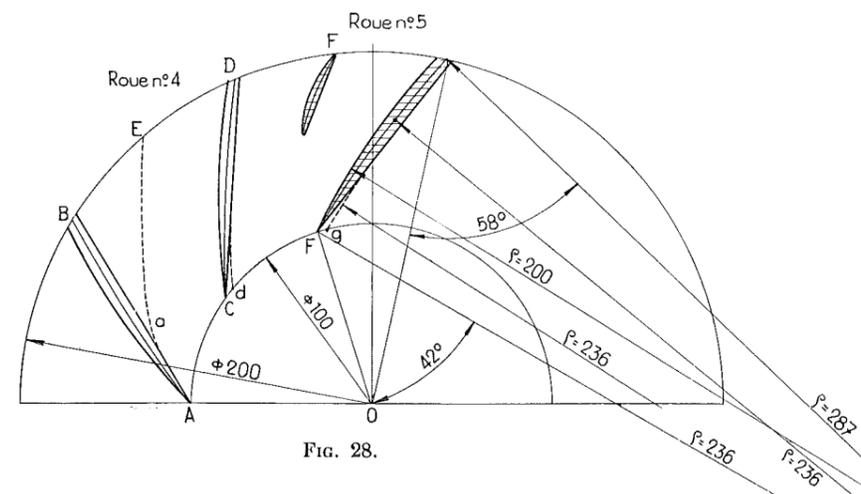


FIG. 28.

tous les points obtenus pour les différentes combinaisons roue-diffuseur.

A titre d'exemple on se référera aux figures 20 et 21 qui donnent le tracé de la droite passant à travers tous les points à partir de  $x=0,10$ .

On peut dire que tous les diagrammes ainsi tracés conduisent à la même droite.

Avant de passer à l'analyse de ces résultats, nous reproduisons à plus grande échelle,  $\frac{1}{2}$  :

Les roues n° 1 et n° 6 (fig. 27);

Les roues n° 4 et n° 5 (fig. 28).

Ces dessins fournissent toutes les dimensions ainsi que les angles caractéristiques entrant dans les calculs.

Pour les quatre roues, les coefficients de proportionnalité sont les mêmes

$$m=0,5 \quad \nu=1,80 \quad \varepsilon=0,1.$$

Le tableau I ci-dessous fait connaître les angles et le coefficient d'encombrement  $k'$ .

TABLEAU I

	N° 1	N° 6	N° 4	N° 5
$\pi - \beta_0$	21° 5'	21° 5'	42°	42°
$\pi - \beta_1$	30°	30°	58°	58°
$\text{tg}(\pi - \beta_0)$	0,394	0,394	0,900	0,900
$\text{tg}(\pi - \beta_1)$	0,577	0,577	1,600	1,600
$\sin(\pi - \beta_0)$	0,366	0,366	0,669	0,669
$\sin(\pi - \beta_1)$	0,500	0,500	0,848	0,848
$k'$	0,875	0,835	0,970	0,930

Au point de vue de l'analyse qui va suivre, nous pourrions nous borner à retenir quand il s'agit du coefficient P :

Fig. 23 roue n° 1 pour  $x=0$   $P_0=0,800$  pour  $P=0$   $x_c=0,88$

Et fig. 23 roue n° 6 pour  $x=0$   $P_0=0,800$  pour  $P=0$   $x_c=1,19$ .

Fig. 20 roue n° 4 pour  $x=0$   $P_0=0,865$  pour  $P=0$   $x_c=1,38$  ;

Fig. 21 roue n° 5 pour  $x=0$   $P_0=0,865$  pour  $P=0$   $x_c=1,66$ .

CHAPITRE II

ANALYSE DES RÉSULTATS D'ESSAI AU POINT DE VUE DE LA FONCTION P

Constataion fondamentale et générale : l'équation qui donne P est une fonction STRICTEMENT LINÉAIRE, TOUTES LES EXPÉRIENCES INDISTINCTEMENT conduisent au tracé d'une droite pour relier les points observés depuis  $x=0,1$  jusqu'à  $x=0,5$  et au-delà.

En faisant connaître la valeur de  $x_c$ , l'abscisse du point pour lequel  $P=0$ , et la valeur de  $P_0$  pour  $x=0$ , pour chacune des roues n° 1, n° 6, n° 4 et n° 5, nous avons le moyen d'identifier la droite représentant la valeur expérimentale de P en fonction de x. Mais la valeur de x est celle fournie par la relation (91) qui fait abstraction du coefficient de contraction  $k''$  à la sortie ; pour passer à la valeur de  $x'$  qui figure dans les relations théoriques données par les équations I et II, il faut écrire que  $x'$  est égal à

$$x' = \frac{x \sin \beta_1}{k''} \quad (92)$$

puisque dans la relation (91), nous n'avions pas fait intervenir le coefficient  $k''$  qui tient compte de la contraction de la veine dans la section de sortie de la roue.

Avec les nombres d'aubes utilisés dans le tracé des roues n° 1 et n° 4, on peut considérer que le flux ne ralentit pas dans la roue et que l'on doit admettre :

$$w_1 = w_0.$$

Les considérations auxquelles nous serons conduit lors de l'analyse des résultats obtenus sur les roues hélicoïdes dont nous rendrons compte dans la quatrième partie, montreront le bien-fondé de cette hypothèse.

Dans ces conditions l'équation qui donne LA VALEUR THÉORIQUE DE P, est l'équation générale II.

§ 1. ROUE N° 1

Pour la roue n° 1 tout au moins, l'approximation sur laquelle s'appuie la démonstration de cette équation II

$$\sin \beta_1 = -\text{tg} \beta_1$$

est encore acceptable.

Pour passer de la courbe expérimentale à la courbe théorique, nous aurons à remplacer x par  $x'$  au moyen de la relation (92);  $x'_c$  en particulier qui correspond à l'abscisse pour laquelle  $P=0$ , sera donnée par la relation

$$x'_c = \frac{x_c \sin \beta_1}{k''} \quad (93)$$

avec  $\sin \beta_1=0,500$ . Mais quelle valeur donner à  $k''$  ?

L'existence de la relation II implique l'existence de trois relations (80), (81) et (82).

Dans le cas de la roue n° 1 avec  $m=0,5$ , la relation (80) fait connaître  $K'$

$$K' = \frac{P_0 - (1 - m^2)}{m^2} = \frac{0,8 - (1 - 0,25)}{0,25} = 0,20.$$

En utilisant la relation (82), nous pourrions déterminer  $P_1$  : pour  $x' = -\text{tg} \beta_1 = 0,577$

$$P = P_1 = -(1 - K')(0,25 - 0,50) = 0,20.$$

Figure 29 nous avons fait figurer le point D

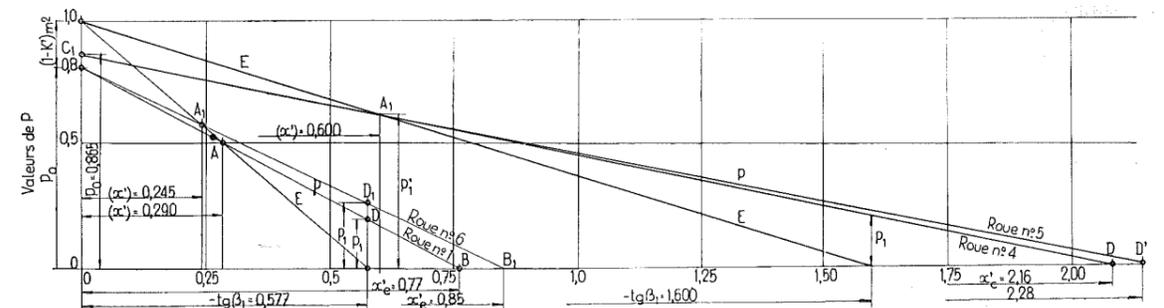


Fig. 29.

de la droite théorique partant de  $P_0 = 0,8$  et passant par D; en prolongeant cette droite jusqu'en B nous trouverons  $x_e' = 0,77$ , ce qui fera connaître  $k''$

$$k'' = \frac{0,88 \times \sin \beta_1}{0,77} = 0,58 \quad (94)$$

d'après la relation (93), compte tenu de la valeur expérimentale  $x_e = 0,88$ .

Si la droite CD EST BIEN LA DROITE THÉORIQUE, la relation (81) doit être satisfaite, c'est-à-dire que pour

$$x' = (x') = 0,50 \times 0,577.$$

la valeur de  $P$  doit être égale à  $(1 - m) = 0,5$ . C'est ce que l'on constate: le point A se trouve bien à l'intersection de la droite expérimentale avec la droite d'Euler portant la lettre E. Il y a là une vérification décisive<sup>(1)</sup>.

Nous pouvons donc conclure que si nous nous trouvons, par la suite, en mesure de fixer la valeur de  $K'$  en fonction du nombre d'aubes, LA DROITE THÉORIQUE QUI SE SUPERPOSE À LA DROITE EXPÉRIMENTALE pourrait être tracée sans recours à l'expérimentation, par l'application des deux relations (80) et (81) ou mieux (80b) et (81b).

Il subsisterait néanmoins une indétermination car le débit n'est connu que si l'on peut déterminer  $k''$  ou ce qui revient au même le coefficient  $k'''$  de la relation de continuité; ce dernier dépend essentiellement du tracé à l'ouïe, c'est-à-dire de l'angle adopté pour  $(\pi - \beta_0)$  et de l'épaisseur de l'aube à l'endroit de la veine contractée.

A la réflexion, il est évident que la connaissance, par la voie théorique, de  $P$ , n'est possible que si le coefficient d'encombrement de l'aube à l'entrée peut être évalué correctement.

Lorsqu'il s'agit d'une roue axiale ou hélicoïde, la détermination de  $k'''$  peut se faire en traçant, figure 41, une parallèle à la face active de l'aube, tangente au dos de l'aube qui la précède.

Avec la roue centrifuge, l'évaluation de  $k'''$  par cette méthode ne peut être qu'une approximation, car à partir de l'entrée la largeur  $l$  de l'aubage va diminuant.

Dire d'ailleurs que l'on trace des parallèles dans le cas de l'aubage d'une roue axiale, revient à tracer, lorsqu'il s'agit d'une pompe

<sup>(1)</sup> Ces résultats correspondent à l'hypothèse (78); dans le cas présent, si on tient compte de la relation corrigée (81b), la valeur de  $P_1'$  est de 0,535; elle est atteinte pour

$$(x') = 0,5 \frac{0,50}{0,93} = 0,27.$$

Le point correspondant se trouve très approximativement sur cette même droite E; il est indiqué sur la figure 29 par un point noir.

centrifuge, des spirales logarithmiques pour figurer les différents filets; par approximation, on pourrait dire, qu'il suffit de tracer des arcs de rayon égal au rayon moyen de l'aube tangent à la face concave de l'aube qui précède. C'est la construction que nous avons indiquée sur la figure 27 et qui a conduit à  $k'''$

$$k''' = \frac{cf - cd}{cf} = 0,77.$$

Introduite dans la relation de continuité, avec la valeur de  $k'' = 0,58$  déduite de l'identification des courbes théoriques et expérimentales, elle vérifie l'équation (51); la valeur de  $k'''$  peut donc être considérée comme valable. Le fait que l'abscisse du point d'intersection de la droite donnant  $P$  avec la droite d'Euler, correspond bien à  $(x') = 0,5 \times 0,577$ , est une confirmation de cette valeur.

On voit que le mot imagé de Rateau « En pompe centrifuge, c'est l'ouïe qui commande » traduit une vérité que l'exceptionnelle intuition de son auteur avait fait découvrir.

## § 2. ROUE N° 6

Celle-ci n'est autre que la roue n° 1 munie de huit aubes supplémentaires; l'hypothèse

$$w_0 = w_1$$

n'est plus acceptable et ce n'est plus à l'équation II mais à l'équation I qu'il faut avoir recours.

Si les aubes supplémentaires se prolongeaient jusqu'à l'ouïe, cette conclusion  $w_1 < w_0$ , serait évidente: les canaux formés par des aubes très serrées provoqueraient le ralentissement du flux, au point de réaliser un écoulement se rapprochant de l'écoulement à « gueule-bée ».

En créant la roue n° 6 identique à la roue n° 1, sauf pour la forme terminale de l'aubage, nous étions parti de l'idée que l'angle de sortie réel se rapprochait de l'angle géométrique de sortie, À MESURE QUE LE NOMBRE D'AUBES ALLAIT CROISSANT. La modification de la fonction  $P$  constatée expérimentalement lorsque le nombre d'aubes va croissant, aurait été ainsi rendue explicable.

Les études ultérieures sur les ailes puis sur les hélices, nous montrèrent que l'angle de sortie des filets correspondaient STRICTEMENT À L'ANGLE GÉOMÉTRIQUE et ne variait pas avec le nombre d'aubes. D'autre part en analysant les résultats sur les ventilateurs hélicoïdes à faible nombre de pales, nous avons pu nous convaincre DÉFINITIVEMENT que la vitesse relative  $w_0$  prise à l'entrée RESTAIT CONSTANTE dans tout le parcours du flux à travers l'aubage. La question restait toutefois posée d'expliquer la modifica-

tion de la fonction  $P$  avec le nombre d'aubes. En appliquant l'équation générale I qui n'implique pas

$$w_0 = w_1$$

nous pouvons nous rendre compte des modifications apportées dans l'écoulement, par la présence des aubes COURTES.

Etant donné que l'approximation

$$\sin \beta_1 = \operatorname{tg} \beta_1$$

est aussi acceptable pour la roue n° 6 que pour la roue n° 1, nous avons transformé les équations (75), (76) et (77) en maintenant dans la

relation (74) le rapport  $\frac{w_0}{w_1}$  égal à

$$\frac{1}{m} B \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = \frac{w_0}{w_1}. \quad (95)$$

Cela conduit à

$$\text{pour } x' = 0 \quad P_0 = 1 - (1 - K') m^2 \quad (96)$$

$$\text{pour } x' = (x') = -m \frac{w_1}{w_0} \operatorname{tg} \beta_1$$

$$P_1' = \left(1 - m \frac{w_1}{w_0}\right) \quad (97)$$

$$\text{pour } x' = -\operatorname{tg} \beta_1$$

$$P_1 = (1 - K') \left(m \frac{w_0}{w_1} - m^2\right). \quad (98)$$

De la relation (96), nous pouvons tirer, puisque  $P = 0,80$

$$K' = 0,20$$

comme pour la roue n° 1.

La valeur de  $k'''$  que nous avons adoptée pour la roue n° 1 égale à 0,77 doit être maintenue.

Par contre  $k'$  qui avait pour valeur 0,875 avec la roue n° 1 tombe à 0,835, en raison de l'encombrement dû aux aubes supplémentaires.

D'où la valeur de B [formule (61)]

$$B = \frac{1}{1,80} \frac{0,835}{0,770} k'' = 0,600 k''.$$

En utilisant la relation (95)

$$k'' = 0,610 \frac{w_0}{w_1}$$

et d'après la relation (93)

$$x_e' = \frac{1,19 \times 0,5}{k''} = 0,97 \frac{w_1}{w_0}.$$

Nous disposons encore de la relation (98)

$$P_1 = 0,8 \left(0,5 \frac{w_0}{w_1} - 0,25\right) = 0,4 \frac{w_0}{w_1} - 0,20$$

et d'une relation (99) tirée du triangle  $OB_1C$  (<sup>1</sup>) (fig. 29) qui permet d'écrire

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{x_e' - (-\operatorname{tg} \beta_1)}{x_e'}. \quad (99)$$

Ces deux dernières relations font connaître

$$\frac{w_0}{w_1} = 1,14 \quad x_e' = 0,85 \quad k'' = 0,695$$

ce qui détermine la droite théorique  $CB_1$  de la figure 29 donnant la valeur de  $P$  en fonction de  $x'$ .

La vérification fournie par la relation (97) donnera la confirmation que la valeur du coefficient  $k''' = 0,77$  est correcte.

Le point d'intersection  $A_1$  de la droite théorique avec la droite d'Euler, a pour abscisse la valeur calculée

$$\begin{aligned} (x') &= -m \frac{w_1}{w_0} \operatorname{tg} \beta_1 \\ &= 0,5 \times \frac{1}{1,14} \times 0,577 = 0,254. \end{aligned}$$

L'abscisse mesurée au diagramme est de 0,245. L'écart vient plus de ce que nous avons admis l'approximation  $\sin \beta_1 = \operatorname{tg} \beta_1$ , que de l'erreur sur la valeur de  $k'''$ .

## § 3. ROUE N° 4

Quand il s'agit de la roue n° 4, il faut avoir recours à l'équation générale I, les angles d'entrée et de sortie pour la roue n° 4 étant trop grands pour que l'on puisse confondre  $\sin \beta_1$  avec  $\operatorname{tg} \beta_1$ .

C'est donc aux équations (75), (76) et (77) que nous aurons affaire.

La valeur de  $P_0$  (pour  $x = 0$ ) étant égale à 0,86, l'équation (75) conduira à

$$K' = 0,45.$$

Les deux équations (76) et (77) font connaître d'autre part  $k''$  et  $k'''$ , mais il est difficile de procéder autrement que par tâtonnements.

On peut se donner des valeurs approchées de  $\frac{k''}{k''}$  correspondant à des valeurs croissantes de B. De la relation (76) on peut déduire ( $x'$ ) puis de la relation (77)  $P_1$ .

L'équation (76) fait connaître

$$P_1' = 1 - m^2 \frac{1}{B} \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_1}. \quad (100)$$

Or dans le triangle  $ODC_1$  (fig. 29)

<sup>(1)</sup> C, la lettre manque sur la figure 29; elle correspond au point d'ordonnée 0,8.

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{x_c' - (-\operatorname{tg} \beta_1)}{x_c'} \quad (101)$$

$$\frac{P_1'}{P_0} = \frac{x_c' - (x')}{x_c'} \quad (102)$$

Comme  $P_0$  est connu et égal à 0,865, on peut tirer de la relation (101),  $x_c'$  ce qui donne la valeur de  $k''$  puisque  $x_c$  résultant du diagramme expérimental est égal à 1,38 [formule (93)]. Connaissant  $x_c'$  et  $(x')$  la relation (102) fait connaître  $\left(\frac{P_1'}{P_0}\right)$  qui est à comparer à la valeur issue de la relation (100).

Lorsqu'il y a égalité entre ces deux rapports, la valeur que l'on s'est donnée *a priori* du rapport  $\frac{k''}{k''}$  peut être considérée comme vérifiant l'ensemble des équations.

Avec  $\frac{k''}{k''} = 0,68$  ce résultat est atteint : d'où la valeur de  $k''' = 0,80$ ,  $k''$  ayant été trouvé égal à 0,540 par la relation (93).

$$k'' = \frac{x_c}{x_c'} \sin \beta_1 = \frac{1,38}{2,17} \cdot 0,848 = 0,540, \quad (103)$$

( $x_c'$  étant égal à 2,17 d'après la relation (101), lorsque  $\frac{k''}{k''} = 0,68$ ). La valeur de  $x_c = 1,38$  est la valeur expérimentale.

Le tracé (fig. 29) de la droite représentant  $P$ , ayant été effectué en tenant compte de

$$P_0 = 0,865 \quad \text{et de} \quad x_c' = 2,17$$

l'on peut constater que l'intersection de cette droite avec la droite E d'Euler a bien lieu pour l'abscisse calculée  $(x') = 0,605$ , ce qui constitue une vérification tout à fait satisfaisante.

#### § 4. ROUE N° 5

Nous allons voir que le résultat très différent obtenu pour la courbe  $P$ , avec la roue n° 5, résulte de la variation du coefficient de contraction  $k''$  provoqué par la présence des aubes courtes, et pas du mode d'écoulement à l'entrée. Dès lors le coefficient d'encombrement à l'ouïe trouvé pour la roue n° 4, doit être maintenu pour la roue n° 5, ce qui donne à B la valeur :

$$B = \frac{1}{1,80} \frac{0,930}{0,800} k'' = 0,646 k''$$

soit avec la relation (95)

$$\frac{1}{0,5} \cdot 0,646 k'' \frac{0,848}{0,669} = \frac{w_0}{w_1}$$

D'où

$$k'' = 0,610 \frac{w_0}{w_1} \quad (104)$$

Les valeurs de  $P_1$  et  $P_1'$  deviennent des fonctions de  $k''$  et partant de  $\frac{w_0}{w_1}$

$$P_1' = 1 - 0,25 \frac{1}{0,646 k''} \frac{0,900}{1,600}$$

$$P_1 = 0,55 \left( \frac{1}{0,646 k''} \frac{1,600}{0,900} - 0,25 \right)$$

soit

$$P_1' = 1 - \frac{0,218}{k''} = \left( 1 - 0,357 \frac{w_1}{w_0} \right),$$

$$P_1 = \frac{1,51}{k''} - 0,137 = \left( 2,48 \frac{w_1}{w_0} - 0,137 \right).$$

D'après la relation (93)

$$x_c' = \frac{1,65 \times 0,848}{0,610} \frac{w_1}{w_0} = 2,32 \frac{w_1}{w_0}$$

et d'après les relations (101) et (102)

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{2,32 \frac{w_1}{w_0} - 1,600}{2,32 \frac{w_1}{w_0}} = 1 - 0,69 \frac{w_0}{w_1}$$

$$\frac{P_1'}{P_0} = \frac{2,32 \frac{w_1}{w_0} - (x')}{2,32 \frac{w_1}{w_0}} = \frac{2,32 - 0,57}{2,32} = 0,752$$

avec  $(x')$  donné par la relation (76)

$$(x') = 0,25 \frac{1}{0,646 k''} \cdot 0,900 = \frac{0,35}{k''} = 0,57 \frac{w_1}{w_0}$$

D'où la relation

$$\frac{P_1'}{P_0} = \left( 1 - 0,357 \frac{w_1}{w_0} \right) \frac{1}{0,865} = 0,752$$

et

$$\frac{w_1}{w_0} = \frac{0,350}{0,357} = 0,98$$

$$x_c' = 2,32 \times 0,98 = 2,28$$

$$(x') = 0,57 \times 0,98 = 0,56$$

$$k'' = 0,620, \quad (105)$$

Vérification

$$P_1 = 0,865 \left( 1 - 0,69 \times \frac{1}{0,98} \right) = 0,29 \times 0,865 = 0,25$$

Mesuré sur le diagramme de la figure 29, on trouve 0,235.

D'après ces calculs, la présence des aubes courtes n'a eu pour conséquence que de provo-

quer un ralentissement presque négligeable, mais par contre, d'amener le coefficient de contraction à la sortie de 0,540 à 0,620.

#### § 5. CONCLUSIONS

##### EN CE QUI CONCERNE LA FONCTION P

La relation générale (I) est, comme on vient de le voir, vérifiée d'une façon totale, avec une approximation que l'on n'aurait pu espérer.

Pour les roues n° 1 et n° 6, il ne saurait y avoir de doute, le point correspondant à la valeur  $P=0$ , qui fixe le point de départ de la droite expérimentale, ayant été obtenu par le prolongement sans équivoque, de la seule courbe possible de  $P$  passant entre les points expérimentaux, ainsi qu'en témoignent les figures 7 et 19.

Pour les roues n° 4 et n° 5, l'extrapolation

qui permet de fixer  $x_c$ , est trop importante pour conduire à la même certitude : nous l'avons tracée au mieux, en tenant compte de tous les points observés et nous pouvons dire que les valeurs retenues conduisent à une vérification totale.

L'explication du phénomène constaté dès l'origine de nos essais, de la croissance de  $P$  avec le nombre d'aubes, qui avait empêché tout progrès dans l'œuvre de synthèse de 1922, est à présent entièrement satisfaisante.

*L'hypothèse de la variation de l'angle de sortie avec le nombre d'aubes QUI EÛT ÉTÉ EN ABSOLUE CONTRADICTION AVEC LES FAITS OBSERVÉS pour ce qui concerne l'aile et l'hélice, EST DÉFINITIVEMENT ÉCARTÉE.*

C'est à la variation de  $\frac{w_0}{w_1}$  normalement égal à 1, qu'il faut attribuer le rôle des aubes courtes.

CHAPITRE III

ANALYSE DES RÉSULTATS DES ESSAIS  
EN CE QUI CONCERNE M ET  $\eta_i$

A présent que nous possédons la vraie valeur de P en fonction de  $x'$ , pour chacune des roues n° 1 et n° 4, nous pourrions déduire aisément la courbe de  $\eta_i$  puisque

$$\eta_i = \frac{H'}{F_i} = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

Ce sera l'occasion de soumettre à une nouvelle épreuve les résultats fournis par la théorie.

§ 1. ROUE N° 1

En portant en ordonnées, les valeurs de 2P (fig. 30) en fonction de  $x'$ , puis les valeurs de

M correspondant à la courbe expérimentale (fig. 25), nous pourrions en déduire la courbe de  $\eta_i$  par un simple rapport des deux ordonnées correspondant à une même abscisse.

Nous avons inscrit sur la figure 30, non seulement la courbe de M, mais la courbe  $M_s$  correspondant aux valeurs observées dans les essais exécutés avec la roue n° 1 et le diffuseur SANS AUBES, ainsi que la courbe relevée  $M'$  pour la roue seule (courbe pointillée). La courbe  $M_c$  est la courbe calculée, comme nous le montrerons dans la septième partie.

Les points marqués 1, 2, 3, 4 correspondent aux points de tangence de la courbe enveloppe avec les courbes propres à chacun des diffu-

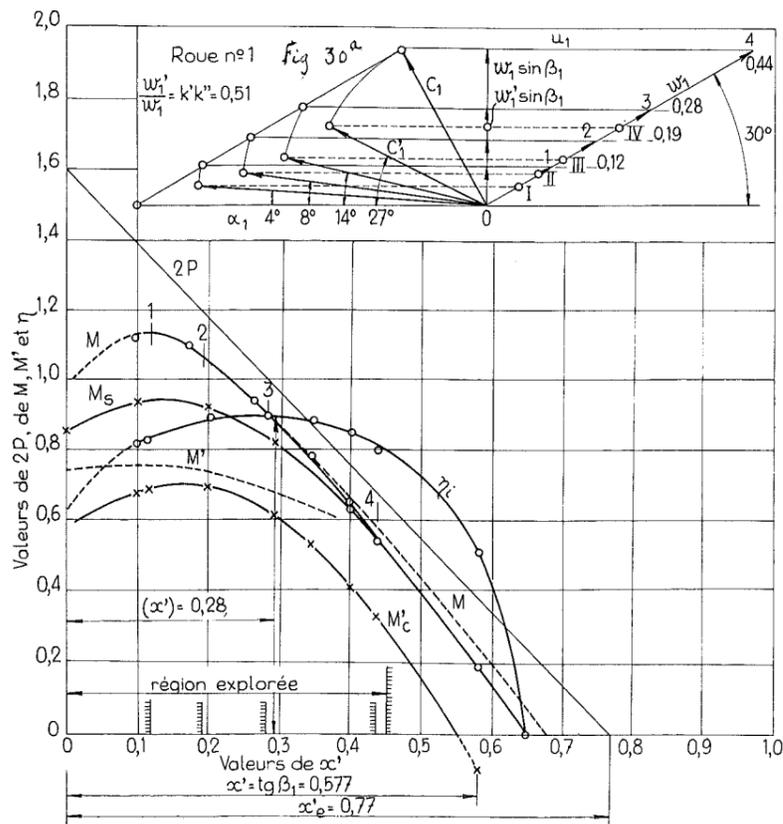


FIG. 30.

seurs 1, 2, 3 et 4. Ces points sont indiqués sur la courbe figure 24 donnant les résultats des essais effectués en 1922.

On voit que la courbe du rendement  $\eta_i$  passe par un maximum (0,90) pour l'abscisse ( $x'$ ) correspondant au synchronisme : à ce moment où le flux à l'entrée est orienté dans la direction de l'angle de l'aubage ( $\pi - \beta_0$ ), les pertes dans la roue passent nécessairement par un minimum. Nous soulignons à nouveau ici que la courbe de rendement  $\eta_i$  est celle qui serait

nous pouvons tracer le triangle des vitesses à la sortie.

La figure 30b donne ces tracés pour  $x' = 0,44$ , 0,28, 0,19 et 0,12. Pour  $x' = 0,44$

$$w_1 = \frac{0,44 u_1}{\sin \beta_1} = 0,88 u_1$$

la vitesse absolue de sortie est égale à  $c_1$ .

La continuité du débit exige que

$$w_1 \sin \beta_1 = 0,44 u_1$$

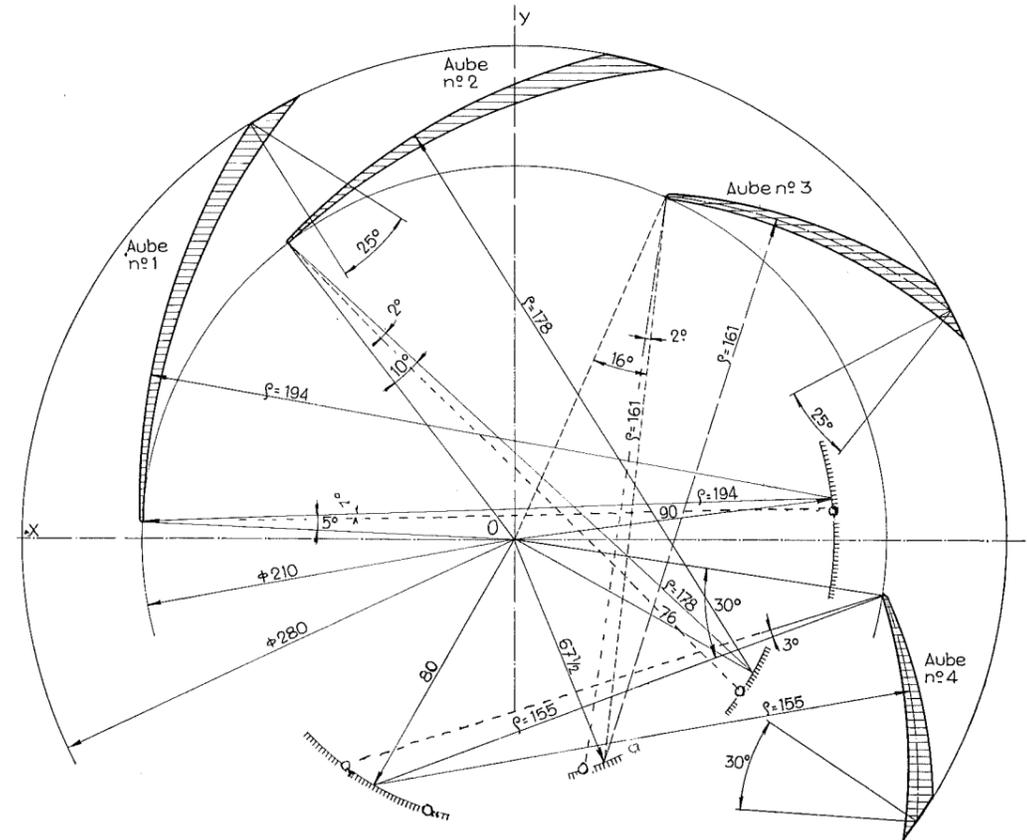


FIG. 31.

obtenue directement aux essais, si l'on pouvait faire varier l'angle  $\alpha_1$  d'entrée du diffuseur de façon qu'il soit constamment égal à l'angle du flux sortant de la roue.

A ce moment la perte dans le diffuseur passe par un minimum calculable en fonction des rapports de dimensions et du coefficient de frottement  $k$ , comme nous le montrerons dans la septième partie.

En vue d'une vérification ultérieure, nous avons fourni (fig. 31) le tracé de chacune des aubes des quatre diffuseurs; les angles  $\alpha_1$  d'entrée et  $\alpha_2$  de sortie y sont indiqués.

Connaissant l'abscisse du point de tangence,

tombe à

$$w_1' \sin \beta_1$$

puisque la section de sortie effective n'est pas égale à

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1$$

mais égale à

$$2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1$$

$$k' k'' \text{ étant égal à } 0,51,$$

c'est-à-dire que

$$w_1' = 0,51 w_1. \quad (106)$$

Le vecteur  $c_1$  doit donc passer par rotation à  $c_1'$ .

S'il n'en était pas ainsi, il existerait à la sortie de la roue des faisceaux de filets en nombre égal au nombre d'aubes, avec entre eux des intervalles où l'écoulement serait nul; la continuité de la couche fluide à l'entrée du diffuseur implique inévitablement une rotation du faisceau de  $c_1$  à  $c_1'$ , le vecteur  $c_1'$  étant déterminé par la condition

$$c_1' \sin \alpha_1 = w_1' \sin \beta_1. \quad (107)$$

Pour le lecteur qui aurait un doute sur la possibilité de cette rotation, nous ferons remarquer que cette rotation se produit NÉCESSAIREMENT dans toutes les roues, même les roues motrices de turbines, puisque l'ÉPAISSEUR DES AUBES NE PEUT ÊTRE NULLE.

Non seulement ce phénomène de la rotation existe pour assurer la continuité de la nappe liquide, malgré les discontinuités dues à la présence des aubes lorsqu'il n'y a pas de contraction, mais ce phénomène ne donne lieu à aucune perte:

$$c_1' = c_1$$

ainsi qu'en témoignent les essais effectués sur les aubes de turbines à vapeur.

Les angles  $\alpha_1$  ainsi trouvés sont respectivement de

$$27^\circ, \quad 14^\circ, \quad 8^\circ, \quad 4^\circ.$$

Si l'on s'en réfère à la figure 31, on remarquera que ces angles ne correspondent pas strictement aux angles mesurés. Les angles notés sont respectivement de

$$30^\circ, \quad 15^\circ, \quad 10^\circ \quad \text{et} \quad 5^\circ.$$

Pour les diffuseurs 1 et 2 les angles mesurés correspondent au dos des aubes et doivent être nécessairement plus grands que les angles observés, qui selon nous devraient se rapprocher des angles correspondant à la bissectrice à l'entrée.

Pour les diffuseurs 3 et 4, les angles mesurés correspondent à la bissectrice; les angles observés correspondent plutôt aux angles de la face concave.

Il faut bien ajouter que la fixation des points de tangence, surtout pour les valeurs élevées de  $x'$ , ne peut se faire qu'avec une assez grossière approximation.

Nous verrons dans la septième partie que sans l'existence de la relation (107), nous n'aurions pu coordonner les résultats d'expérience.

§ 2. ROUE N° 6

Nous nous sommes borné, pour la roue n° 6, tracer la courbe de  $2P$  (fig. 32) puis la courbe observée de  $M$ , de façon à pouvoir en déduire la courbe de  $\eta_i$ . Le rendement maximum comme on le voit tombe de 0,90 à 0,87.

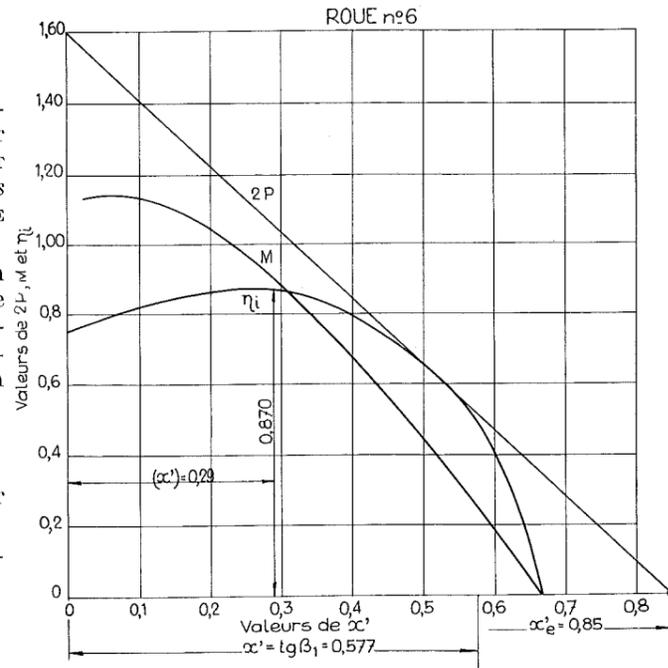


FIG. 32.

Il est évident que la présence des aubes supplémentaires ne pouvait avoir pour conséquence d'améliorer le rendement.

§ 3. ROUE N° 4

Nous avons procédé à la même analyse des résultats de la roue n° 4, et nous avons groupé (fig. 33) les résultats obtenus pour  $M$ ,  $M_s$ ,  $M'$  et  $M'_c$ .

Comme il fallait s'y attendre, le rendement  $\eta_i$  ne dépasse pas 0,86.

Pour ce qui concerne les angles, les tracés des triangles des vitesses sur la figure 33b conduisent aux angles observés

$$3^\circ 1/2, \quad 6^\circ 1/2, \quad 10^\circ 1/2$$

alors que les angles mesurés sur les bissectrices des diffuseurs utilisés avec la roue n° 4 pouvaient être évalués à

$$3^\circ 1/2, \quad 6^\circ \quad \text{et} \quad 10^\circ.$$

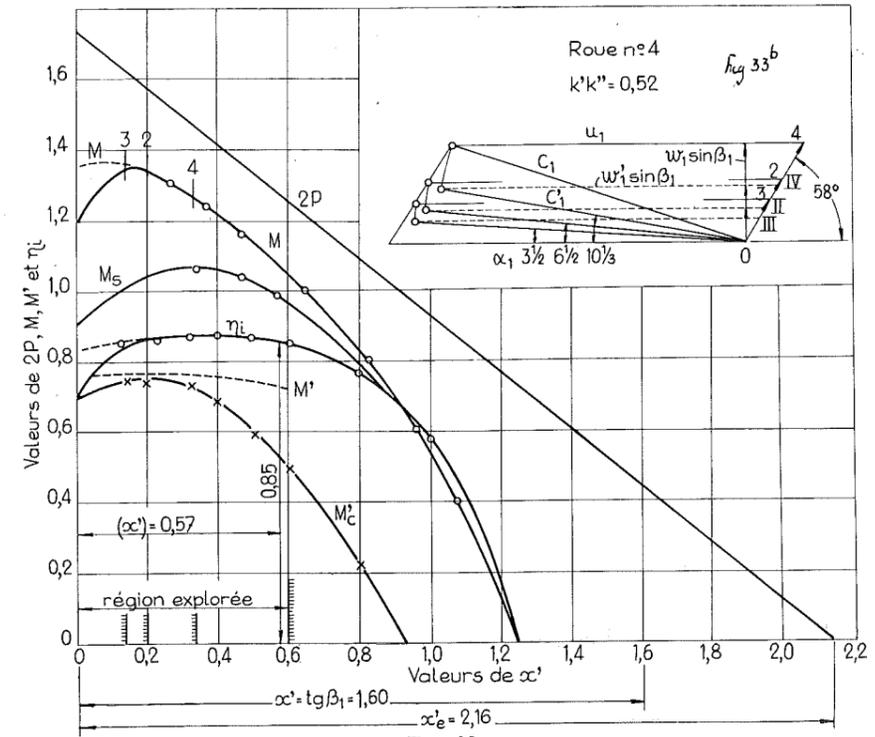


FIG. 33.

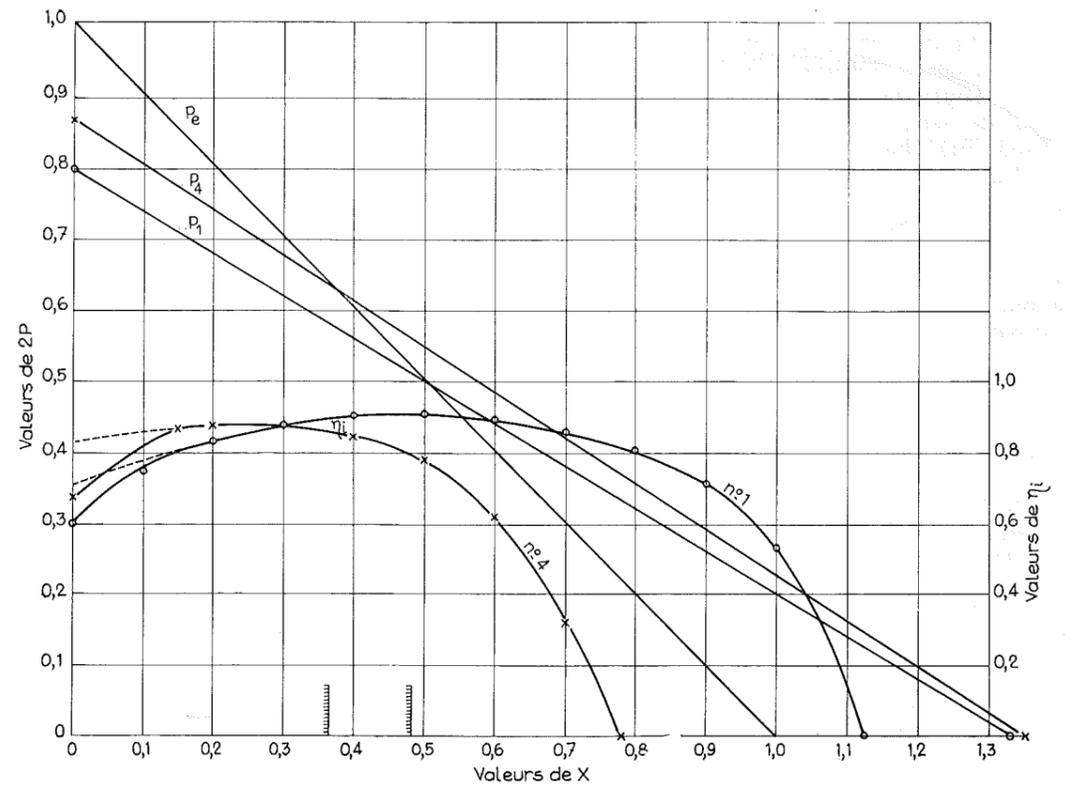


FIG. 34.

§ 4. COURBES DE  $P$  ET DE  $\eta_i$  EN FONCTION DE  $X$ 

Nous avons résumé dans les figures 34 et 34b les résultats essentiels de nos observations et de nos calculs, en portant en abscisses

$$X = \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} \quad (109)$$

pour la première, et

$$x = \frac{w_1}{u_1} \quad (110)$$

pour la seconde

pour ce qui concerne les deux roues n° 1 et n° 4. La courbe  $P_e$  correspond à la droite d'Euler.

On peut passer des courbes de la figure 34 aux courbes de la figure 34b en observant que

$$X = x \frac{\sin \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_1} = x \cos \beta_1. \quad (111)$$

Sur cette dernière, nous avons fait figurer à plus grande échelle, les courbes de  $(1 - \eta_i)$  pour la roue n° 4 et pour la roue n° 1, qui nous permettront dans la septième partie, de séparer les pertes dans la roue des pertes globales dans la roue et le diffuseur.

Nous pouvons noter dès maintenant que si les différences de rendement sont faibles, elles sont en tout cas en faveur des angles  $(\pi - \beta_1)$  de l'ordre de 30°.

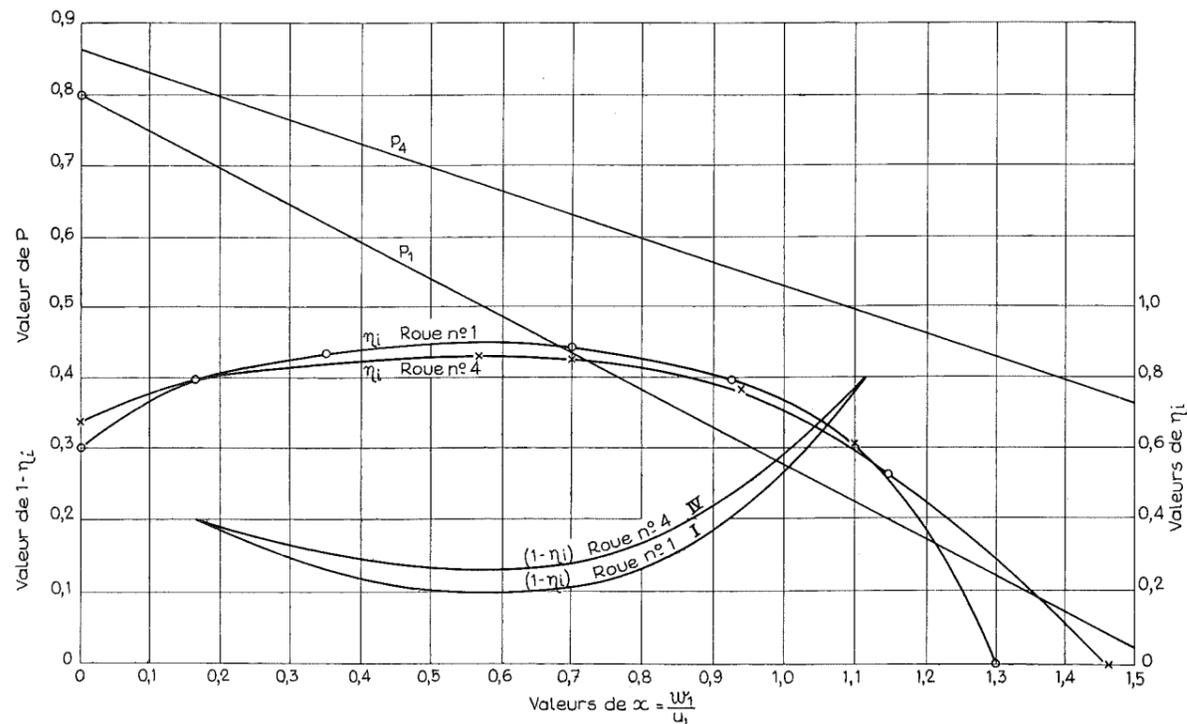


FIG. 34b.

## QUATRIÈME PARTIE

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE  
DES POMPES ET VENTILATEURS HÉLICOÏDES

## CHAPITRE PREMIER

## § 1. INTRODUCTION

Nous avons autrefois, en 1912, présenté une théorie des hélices aériennes, en partant de l'analyse du phénomène provoqué par la rotation d'une pale réagissant sur le fluide au repos, à la manière d'une aile.

En traitant le cas d'une hélice à PAS CONSTANT et en nous appuyant sur une relation empirique donnant le rapport de la traînée RÉELLE à la traînée THÉORIQUE, sous la forme d'une fonction à trois termes du second degré en  $\sin \frac{\alpha}{2}$

$$\frac{T_r}{T_{th}} = k_3 - \frac{k_2}{\sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{k_1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad (113)$$

nous avons pu, par intégration le long du rayon, établir les valeurs de la poussée  $P_1$  et de la puissance absorbée  $\mathcal{E}'$  en fonction du rapport

$$x = \frac{c}{\omega R_1} \quad (114)$$

de la vitesse d'avancement de l'hélice à la vitesse périphérique.

Nous avons pu en déduire la valeur du rendement  $\eta$  et des coefficients  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  qui fixent immédiatement les valeurs de  $P_1$  et de  $\mathcal{E}'$  en fonction des données :

$$P_1 = nkF(z) \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^4 \alpha_1 \quad (115)$$

$$\mathcal{E}' = nkF(z) \frac{\delta}{g} \omega^3 R_1^5 \beta_1 \quad (116)$$

$$\eta = \frac{P_1 \times c}{\mathcal{E}'} = \frac{\alpha_1 x}{\beta_1} \quad (117)$$

Cette théorie nous l'avons reprise et complétée dans le fascicule II de 1956, en donnant à la relation (113) UNE BASE THÉORIQUE et en expli-

quant le facteur  $k$  qui figure en tête des valeurs de  $P_1$  et de  $\mathcal{E}'$ .

Nous avons pu montrer, par des applications, tout le parti que l'on pouvait tirer de cette théorie pour fixer les formes de l'hélice, le profil des pales, la forme de leur contour, le nombre de pales, et enfin pour résoudre le problème crucial de l'adaptation de l'hélice à l'avion.

## § 2. VENTILATEUR À FAIBLE NOMBRE DE PALES

En 1955, nous eûmes l'idée d'appliquer cette méthode qui s'était révélée si féconde, à la recherche des courbes caractéristiques des ventilateurs à faible nombre de pales, de façon à établir, comme nous l'avons fait pour les pompes centrifuges, les fonctions capables de représenter

$$P, \quad M, \quad \eta_i.$$

Cette question est exposée à la fin du fascicule II de 1956; elle aboutit pour ce qui concerne le coefficient de puissance à l'équation

$$P = \Psi \left( 1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1} \right) \quad (118)$$

c'est-à-dire à la MÊME FONCTION que celle déjà établie en partant du théorème d'Euler.

L'avantage considérable et décisif au point de vue de la portée de la théorie, c'est que cette fois  $\Psi$  apparaît comme une fonction EXPLICITE du nombre d'aubes.

Dans cette relation  $x'$  a pour valeur

$$x' = \frac{c_0'}{u_1} \quad (119)$$

avec  $c_0'$  déterminé par la relation

$$c_0' = \frac{Q}{\pi(R_1^2 - R_0^2)} \quad (120)$$

Q étant le débit par seconde,  $R_1$  et  $R_0$  les rayons extérieur et intérieur limitant la pale.

Cette valeur de  $c_0'$  implique l'hypothèse d'une épaisseur négligeable des ailes.

Dans la réalité si l'on veut passer à une confrontation des valeurs théoriques et expérimentales, nous verrons que l'on doit tenir compte de l'encombrement de la section d'entrée dû à la présence des aubes.

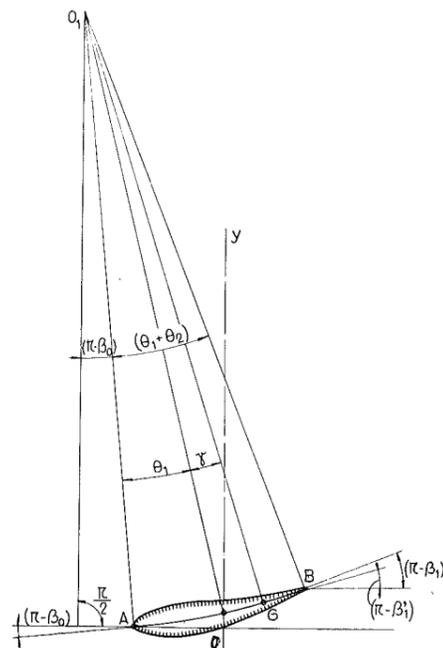


FIG. 35.

La figure 35 donne la pale profilée AB vue en bout, tournant autour de l'axe vertical YO.

Les angles qui apparaissent dans les formules sont fixés par les bissectrices à l'entrée et à la sortie du profil, c'est-à-dire par l'arc AB si le profil est à simple courbure.

Toutefois si on se reporte à la démonstration du fascicule II, on voit que  $(\pi - \beta_1)$  doit représenter l'angle réel de déviation, c'est-à-dire l'angle

$$(\pi - \beta_1') = (\pi - \beta_0) + \theta_1 + \gamma \quad (121)$$

$(\theta_1 + \theta_2)$  correspondant à l'arc AB de l'aube.

Dans la suite, nous continuerons à désigner par  $(\pi - \beta_1)$  l'angle de déviation, mais nous tiendrons compte pour le calcul, que le pas réel  $p$  qui entre dans la fonction et qui détermine la surface hélicoïde porteuse du profil, est fixé pour un rayon quelconque  $R$  (compris entre  $R_1$  et  $R_0$ ) par la relation

$$\frac{p}{2\pi R} = -\operatorname{tg} \beta'$$

soit pour le rayon extérieur  $R_1$

$$\frac{p}{2\pi R_1} = -\operatorname{tg} \beta_1'$$

Si le tracé des aubes est réalisé de façon à donner au pas ainsi défini, une valeur constante, on constate que la théorie conduit aux valeurs expérimentales avec une RIGUEUR À PEINE CONCEVABLE À PRIORI.

§ 3. RÉSULTATS DES ESSAIS SUR LES VENTILATEURS ET SUR LES POMPES HÉLICOÏDES

Nous avons pu disposer de deux ventilateurs et d'une pompe hélicoïde.

La figure 36 fournit le profil d'une des pales vue en bout, pour le ventilateur Escher-Wyss.

La figure 37 correspond au profil des pales de deux ventilateurs construits par la Société de

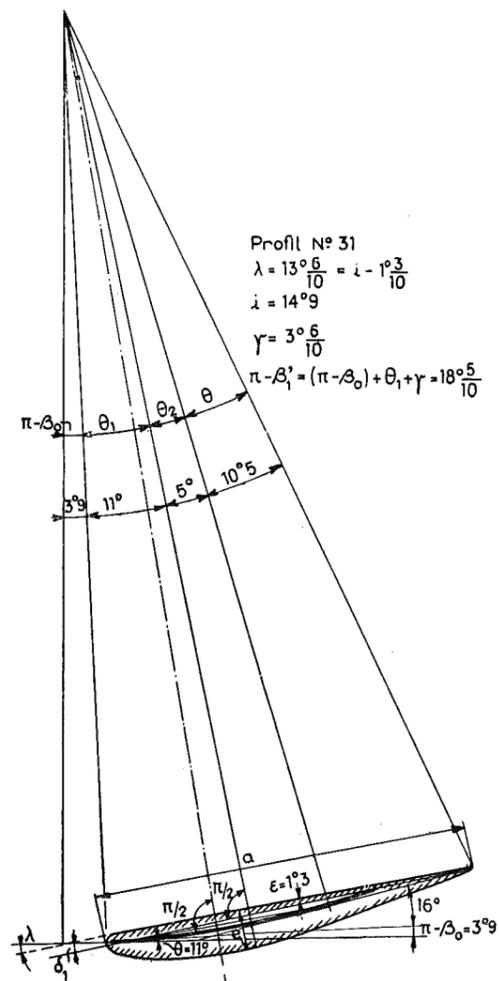


FIG. 36.

TABLEAU II

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Désignation	Fig.	Profil	$\theta_1 = \beta_1$	$\theta_2 = \beta_2$	$\theta$	$\beta_1 + \beta_2$	$\gamma$	$\beta_1 + \gamma$	$\pi - \beta_0$	$\pi - \beta_1'$	$\delta$	$\varepsilon$	$F(z)$
Escher-Wyss	36	N° 31	11°	5°	10° 5'	16°	3° 6'	14° 6'	3° 9'	18° 5'	-1°	1° 3'	1,09
La Meuse	37	N° 30	9° 5'	4° 5'	9° 5'	14°	3° 2'	12° 7'	6° 5'	19° 2'	-1°	1° 3'	1,10
Ensival	41		7° 25'	7° 25'	—	14° 5'	3° 6'	10° 85'	12° 7'	23° 55'	—	—	1,33

Construction de La Meuse, l'un à trois pales, l'autre à quatre pales.

La figure 41 correspond à la pompe de la Société de Construction d'Ensival, aubage vu en

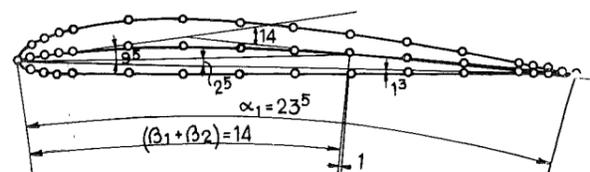


FIG. 37.

bout, l'une à quatre pales (roue n° 1), l'autre à huit pales (roue n° 2).

Nous avons fait figurer dans le tableau II les

angles caractéristiques qui déterminent le profil, les notations employées étant définies par la figure 37.

Les figures 38, 39, 40 donnent le contour en élévation des pales employées dans la construction des ventilateurs Escher-Wyss, La Meuse et de la pompe d'Ensival.

La figure 7 rend compte des résultats d'essais pour ce qui concerne les fonctions  $P$ ,  $M$  et  $\eta$ , du ventilateur Escher-Wyss.

La figure 42 donne la courbe de  $P$  pour la roue n° 1 d'Ensival, la figure 43 pour la roue n° 2.

L'ordonnée à l'origine correspond à la valeur de  $\Psi$ .

L'abscisse pour la valeur  $P=0$ , conduit à la valeur de  $-\operatorname{tg}(\pi - \beta_1')$ . Ces valeurs observées sont indiquées respectivement dans les colonnes (11) et (12) du tableau III.

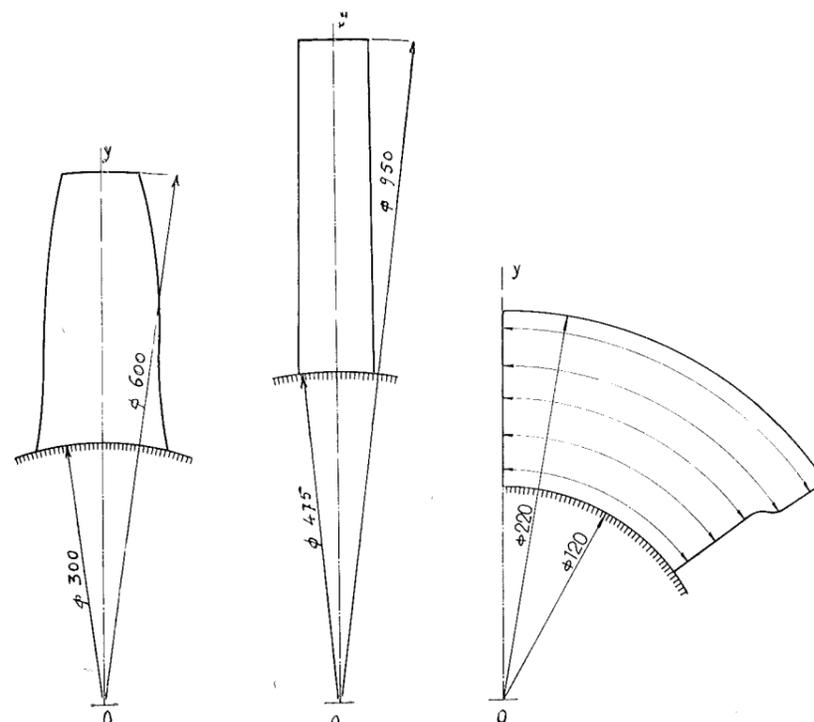


FIG. 38.

FIG. 39.

FIG. 40.

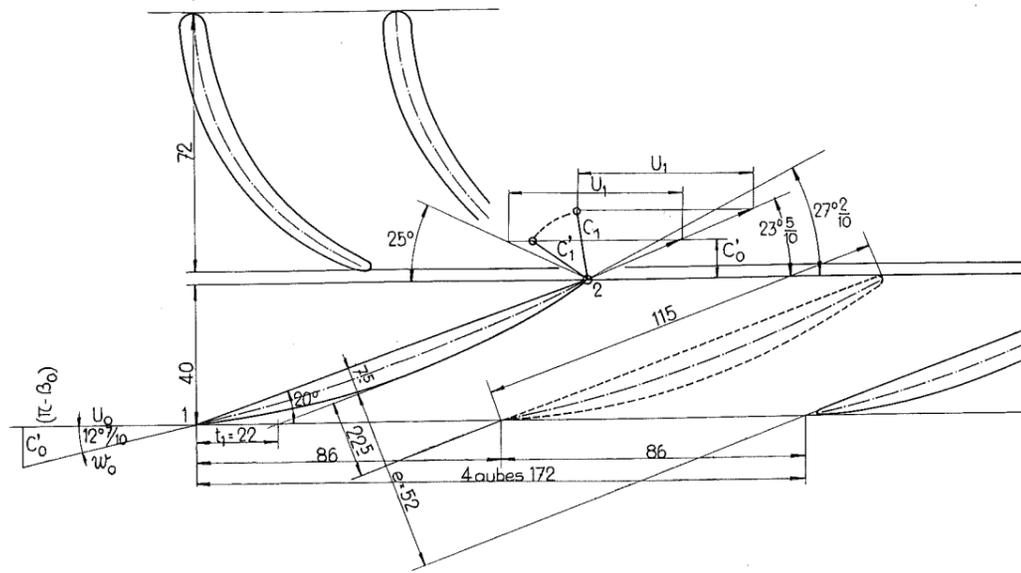


FIG. 41.

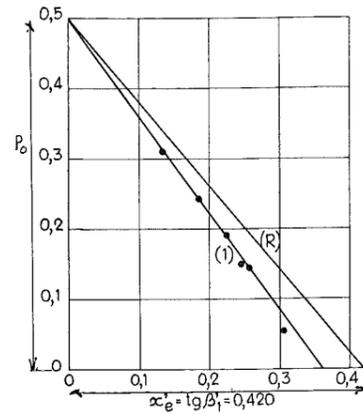


FIG. 42.

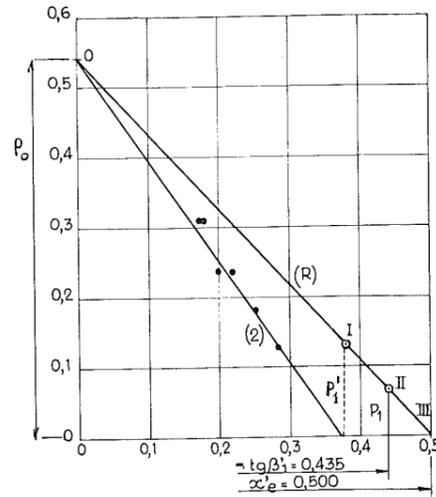


FIG. 43.

Dans le tableau III sont renseignées également les valeurs de  $\frac{a}{l}$ ,  $(\pi - \beta_1')$  mesuré sur l'aubage à la périphérie, les colonnes 6, 7 et 8 donnent les valeurs calculées de  $-\left(\frac{d\alpha_1}{dx}\right)_m$ ,  $F(z)$  et  $\frac{k''m}{k_1''}$

TABLEAU III

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Désignation	$n$	$R_1$	$\frac{a}{l}$	$(\pi - \beta_1')$	$\text{tg}(\pi - \beta_1')$	$\frac{k''m}{k_1''}$	$F(z)$	$-\frac{d\alpha_1}{dx}$	$K_1$	$\psi$	$\psi$ observé	$\text{tg}(\pi - \beta_1')$ observé
Escher-Wyss	10	0,600	0,281	18° 5	0,334	1,35	1,09	0,300	0,147	0,260	0,255	0,322
La Meuse	4	0,950	0,081	19° 2	0,348	1,49	1,10	0,297	0,167	0,0850	0,0845	0,367
La Meuse	3	0,950	0,060	19° 2	0,348	1,49	1,10	0,297	0,167	0,0630	0,0665	0,367
Ensival	4	0,220	0,660	23° 5	0,436	0,93	1,33	0,277	0,150	0,625	0,490	0,420
Ensival	8	0,220	1,320	23° 5	0,436	0,43	1,33	0,277	---	---	0,540	0,500

que nous allons définir dans le paragraphe suivant et qui permettront de passer au calcul des valeurs de  $\Psi$ .

Nous pourrions ainsi comparer les valeurs calculées aux valeurs observées transcrites dans les colonnes (11) et (12).

Dans la colonne (5) nous avons consigné les valeurs de  $\text{tg}(\pi - \beta_1')$  relevées sur les tracés d'aubage, et nous aurons à les comparer aux valeurs expérimentales correspondantes, inscrites dans la colonne (12).

§ 4. VALEUR THÉORIQUE DE  $\Psi$

Avant de passer à une analyse de ces résultats, il est indispensable de rappeler comment se présente la fonction  $\Psi$  issue de la théorie hydrodynamique développée dans le fascicule II.

On trouvera page 48 de celui-ci, l'expression de  $\Psi$  [relation 256] telle qu'elle ressort de la théorie, quand on ne tient pas compte du moyeu (1) et que l'on donne à  $(k')$  la valeur limite ( $k'$  entre parenthèses pour ne pas le confondre avec le coefficient  $k'$  d'encombrement)

$$(k') = \pi. \quad (124)$$

Nous pouvons la transcrire sous la forme suivante

$$\Psi = 2\pi K_1 \times \frac{a}{t} \quad (125)$$

en donnant à  $K_1$  la signification

$$K_1 = -\left(\frac{d\alpha_1}{dx}\right)_m \times F(z) \frac{k''m}{k_1''} (-\text{tg} \beta_1'). \quad (126)$$

Le premier terme de cette expression résulte du calcul de la dérivée de la fonction  $\alpha_1$  (établie dans la théorie de l'hélice) et dont les valeurs sont inscrites dans le tableau IV, en fonction de  $\text{tg} \beta_1'$ .

La valeur de  $F(z)$  dépend du tracé du profil employé pour réaliser la pale; nous avons justifié page 32 du fascicule II, la formule

$$F(z) = \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_1 + \gamma} \quad (127)$$

TABLEAU IV

$-\text{tg} \beta_1'$	0,200	0,300	0,322	0,367	0,400	0,500
$-\left(\frac{d\alpha_1}{dx}\right)_m$	0,317	0,304	0,300	0,295	0,287	0,270

avec les notations de la figure 35.

Il reste la question du coefficient  $\frac{k''m}{k_1''}$  fixé par le contour de la pale, et qui résulte de la relation

$$\frac{k''m}{k_1''} = 4 \frac{1}{k_1''} \int_0^1 y^3 k'' dy \quad (128)$$

avec

$$y = \frac{R}{R_1} \quad (129) \quad k'' = \frac{a}{R} \quad (130)$$

$$k_1'' = \frac{a_1}{R_1}. \quad (131)$$

Les valeurs indiquées dans le tableau III résulte d'une intégration graphique pour les contours correspondant aux ventilateurs :

Escher-Wyss (fig. 38);

La Meuse (fig. 39);

Ensival (fig. 40).

Nous ferons remarquer en passant que pour les formes simples, notamment pour la pale triangulaire (fig. 40), pour laquelle

$$\frac{a}{R} = \frac{a_1}{R_1} \quad \frac{k''m}{k_1''} = 1,00. \quad (132)$$

Avec le léger élargissement à la périphérie, qui a été réalisé figure 40, nous avons trouvé par intégration graphique, 0,93 au lieu de 100; c'est cette valeur 0,93 qui figure dans le tableau III pour la pompe d'Ensival.

(1) Cette manière de procéder, se justifie par le fait que les valeurs de  $\psi'$  et de  $P_1$  ont été obtenues en intégrant de 0 à  $R$ , les fonctions théoriques, ce qui conduit

à considérer le poids débité par seconde comme résultant de la relation  $\partial Q = \partial(\pi R^2)c$ .

## CHAPITRE II

## ANALYSE DES EXPÉRIENCES

## § 1. ROUES ESCHER-WYSS ET LA MEUSE

Avec les aubes profilées très espacées de ces deux ventilateurs, il n'y a pas lieu de tenir compte de leur épaisseur; la valeur de  $x'$  peut donc s'établir en partant des relations (119) et (120).

Les diagrammes de la figure 8 qui se rapportent au ventilateur Escher-Wyss, ont été tracés en utilisant ces relations pour le calcul de  $x'$ .

Pour les ventilateurs de La Meuse à trois et à quatre pales, des diagrammes analogues ont permis de fixer la valeur  $\Psi$  et  $\text{tg}(\pi - \beta_1')$ .

La comparaison entre valeurs calculées et valeurs observées montre que les écarts ne dépassent pas 5 %; ces écarts sont dus, pour la plus grande partie, au fait que le pas réel n'est pas constant sur toute l'étendue radiale de l'aube; on peut dire que si ces écarts ne sont pas plus importants, c'est que le pas utilisé dans les calculs est celui qui résulte des mesures du pas à la périphérie, c'est-à-dire du pas dont l'influence est prépondérante.

## § 2. ROUE D'ENSIVAL N° 1

Il s'agit ici, non plus de ventilateurs mais de pompes, et la nécessité d'éviter le phénomène de la cavitation entraîne le constructeur à employer des valeurs  $\frac{a}{t}$  inusitées dans les ventilateurs. La figure 41 donne, en élévation, la projection d'une pale en bout employée dans les roues d'Ensival. Nous désignerons sous le n° 1 celle construite avec quatre pales, sous le n° 2 celle construite avec huit pales.

Les figures 42 et 43 donnent les résultats des essais sur ces deux roues; la courbe (1) est celle que l'on obtient lorsqu'on utilise pour valeurs de  $x'$  celles fournies pour les relations (119) et (120), la courbe (R) celle obtenue lorsqu'on porte en abscisse les valeurs corrigées en tenant compte de l'encombrement  $k'''$  à l'entrée; en appelant  $c_0'$  la vitesse axiale, on déduira celle-ci de

$$c_0' = \frac{Q}{k''' \pi (R_1^2 - R_0^2)}. \quad (133)$$

Cela revient à multiplier les abscisses pre-

mières par  $\frac{1}{k'''}$ ,  $k'''$  résultant de la valeur de  $t_1 = 22$  mesurée sur la figure 41 :

Roue n° 1

$$k''' = \frac{t - t_1}{t} = \frac{172 - 22}{172} = 0,87 \quad (134)$$

Roue n° 2

$$k''' = \frac{t - t_1}{t} = \frac{86 - 22}{86} = 0,74. \quad (135)$$

Nous avons porté dans le tableau III, pour la roue n° 1,  $\Psi = 0,490$  et pour l'angle  $\text{tg}(\pi - \beta_1') = 0,420$  relevé sur la courbe (R) de la figure 42.

Etant donné qu'avec la roue n° 2,  $\frac{a}{t} = 1,32$ , beaucoup plus grand que 1, la relation de condition

$$w_1 = w_0$$

n'est plus réalisée et partant la relation fondamentale (I) EST SEULE APPLICABLE.

Nous consacrons à cet exemple, un paragraphe spécial pour montrer la valeur de la théorie émise dans la deuxième partie.

## § 3. ROUE D'ENSIVAL N° 2

C'est donc à l'équation générale (I) qu'il faut avoir recours. On peut voir que si l'on accepte l'approximation pour les petits angles

$$\frac{w_0}{w_1} = B \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = B \frac{\text{tg} \beta_1}{\text{tg} \beta_0} \quad (136)$$

B valant dans le cas présent

$$B = \frac{k' k''}{k'''} = \frac{k''}{0,74} = 1,35 k'' \quad (137)$$

puisque  $v = 1$ ,  $k' = 1$  pour une roue hélicoïde à aubes profilées comme celle indiquée figure 41, les équations (75), (76), (77) donneront dans le cas présent où  $m$  peut être pris égal à 1

$$x' = 0 \quad P_0 = K' = \Psi \quad (138)$$

$$x' = (x') = -\frac{1}{B} \text{tg} \beta_0 \quad P_1' = 1 - B \frac{\text{tg} \beta_0}{\text{tg} \beta_1'} \quad (139)$$

$$x' = -\text{tg} \beta_1' \quad P_1 = -(1 - K') \left( 1 - B \frac{\text{tg} \beta_1'}{\text{tg} \beta_0} \right) \\ = (1 - K') \left( \frac{w_0}{w_1} - 1 \right) \quad (140)$$

En vertu de la relation (136)

$$k'' = \frac{w_0}{w_1} \frac{\text{tg} \beta_0}{\text{tg} \beta_1'} \times \frac{1}{1,35} = 0,382 \frac{w_0}{w_1} \quad (141)$$

De la figure 43 on peut tirer

$$\Psi = 0,540 \quad (142)$$

$$x_c' = 0,500 \quad (143)$$

La valeur de  $-\text{tg} \beta_1'$  est égale à 0,435; si nous portons cette valeur en abscisse, nous pourrions calculer

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{x_c' - (-\text{tg} \beta_1')}{x_c'} = 0,130 \quad (144)$$

soit, puisque  $P_1 = 0,540$ ,

$$P_1 = 0,540 \times 0,130 = 0,070 \quad (145)$$

Or  $P_1$  est donné par la relation (140); on peut en déduire

$$\frac{w_0}{w_1} = \frac{0,070}{0,460} + 1 = 1,15 \quad (146)$$

et partant

$$k'' = 0,382 \times 1,15 = 0,440 \quad (147)$$

$$B = 0,592 \quad (148)$$

Cette valeur de B conduit, d'après la relation (139) à

$$P_1' = 0,130 \quad \text{et} \quad (x') = 0,380.$$

En portant  $(x')$  en abscisse et  $P_1'$  en ordonnée dans le diagramme de la figure 43, on voit que la courbe expérimentale (R) passe exactement par ce point I; il en est de même du point II correspondant à l'ordonnée  $P_1$ .

La vérification est donc totale.

## § 4. CONCLUSIONS

Si nous faisons la moyenne des valeurs de  $K_1$  de la colonne (9), nous trouvons 0,157; cela conduit [relation (125)] à

$$\Psi = 0,98 \frac{a}{t} \quad (149)$$

Cette valeur 0,98 résulte de tant de calculs approchés que nous aurions difficile de ne pas la confondre avec 1.

Nous avons tracé, figure 44, le diagramme théorique de  $\Psi$  en fonction de  $\frac{a}{t}$ , 0,98 étant remplacé par 1.

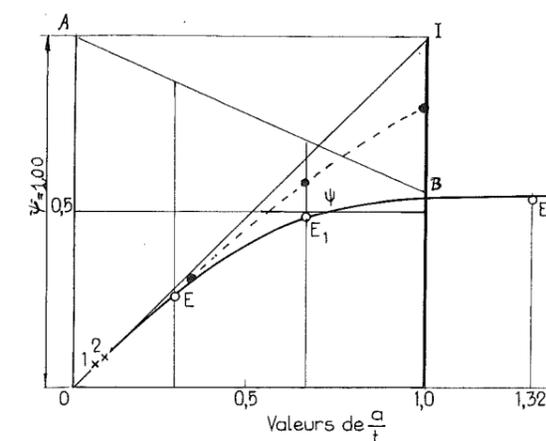


FIG. 44.

Si nous portons en abscisse  $\frac{a}{t}$  et en ordonnées les valeurs expérimentales qui figurent dans le tableau III, nous trouvons la courbe  $OEE_1E_2$  tangente à la droite théorique et asymptotique à une parallèle à l'axe des abscisses, d'ordonnée 0,55.

Comment expliquer cet écart à partir du point E? Il provient de la contraction de la veine à l'entrée, qui pour un même tracé d'aubes, va augmentant avec le nombre d'aubes; nous nous rapprocherions de la réalité en multipliant  $\Psi$  par  $\frac{t - t_1}{t}$ ,  $t$  allant diminuant à mesure que l'on fait croître le nombre d'aubes. Dès lors  $\Psi_c$  la valeur corrigée devrait être fournie par

$$\Psi_c = y \frac{a}{t} \quad (150)$$

dans laquelle  $y$  prendrait la valeur

$$y = 1 - \frac{t_1}{t} = 1 - \frac{t_1}{a} \times \frac{a}{t} \quad (151)$$

TABLEAU IVb

Valeurs de $\frac{a}{t}$	1	0,66	0,33	1	0,66	0,33
Valeurs de $n$	6	4	2	6	4	2
Valeurs de $1 - \frac{t_1}{t}$	0,80	0,87	0,94	0,55	0,70	0,85
Valeurs de $\psi_0$	0,80	0,58	0,30	0,55	0,46	0,28

Dans le tableau IVb nous avons indiqué les valeurs de  $\frac{t_1}{t}$  pour des nombres d'aubes 6, 4, 2, en adoptant pour  $t_1$  la valeur constante 22 mm

relevée sur l'aubage de la roue d'Ensival figure 41.

Pour  $\frac{a}{t} = 0,66$ , quatre aubes, nous avons retrouvé la valeur de  $k''' = 0,87$ ; pour six et pour deux aubes  $\frac{t_1}{t}$  prend les valeurs 0,80 et 0,94. Les valeurs corrigées  $\Psi_c$  conduisent à la courbe pointillée de la figure 44.

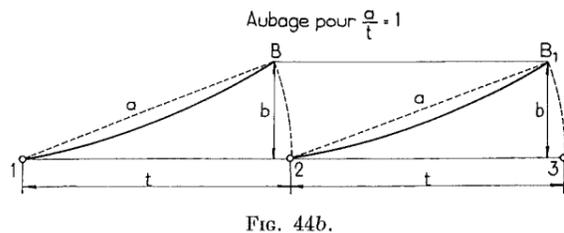


Fig. 44b.

Pour retrouver la courbe expérimentale, il faudrait porter la valeur de  $t_1$  à 52 mm soit  $\frac{t_1}{a} = 0,45$

$$y = 1 - 0,45 \frac{a}{t}. \quad (152)$$

Nous verrons dans la sixième partie, comment on peut étendre la relation (152), aux pompes centrifuges.

L'explication physique du rôle de  $\frac{a}{t}$  est donnée par la figure 44b qui représente le tracé de l'aubage pour une valeur de  $\frac{a}{t} = 1$ . On voit que le canal formé par deux aubes voisines commence à se dessiner comme un canal divergent dans lequel le fluide tend à ralentir et à créer dans l'aubage un accroissement de pression aux dépens de l'énergie cinétique du fluide. La vitesse de sortie  $w_1$  devient donc nécessairement plus petite que la vitesse d'entrée  $w_0$ .

La condition de base pour l'établissement de la théorie hydrodynamique conduisant à la valeur de  $\Psi$  cesse donc d'exister, et il faut avoir recours à l'équation générale (I) pour rendre compte de la valeur expérimentale de  $P$  ainsi

que nous l'avons établi dans le paragraphe 3 précédent; la valeur de  $K'$  peut encore être déterminée par la relation (152) mais seulement pour des valeurs de  $\frac{a}{t}$  peu différentes de l'unité. Au-delà  $K'$  est indéterminé, tout au moins si on s'en tient aux considérations émises ici.

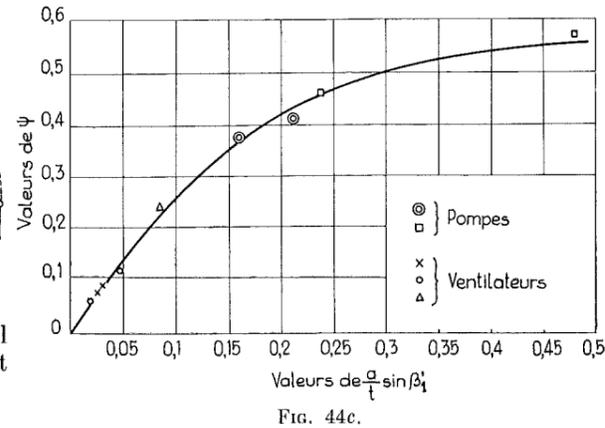


Fig. 44c.

En terminant le fascicule II de 1956, nous avons présenté le diagramme de la figure 44c comme donnant  $\Psi$  en fonction de  $\frac{a}{t} \sin \beta_1'$ , en soulignant toutefois que nous n'étions pas en mesure de conclure en ce qui concerne la partie asymptotique de la courbe de  $\Psi$ , et que nous nous réservons de reprendre la question ultérieurement.

La conclusion définitive nous pouvons l'apporter cette fois : c'est que  $\Psi$  est donné par une fonction linéaire de  $\frac{a}{t}$  pour des valeurs de l'ordre de 0,20 à 0,30 mais qu'au-delà et jusque  $\frac{a}{t} = 1,1$  pour fixer les idées, il convient, en raison du rôle joué par l'épaisseur des aubes, de plus en plus important à mesure que  $\frac{a}{t}$  diminue, de donner à  $y$  de la relation (150), la valeur tirée de la relation (152).

## CINQUIÈME PARTIE

### ÉTUDE DE LA CAVITATION

#### CHAPITRE PREMIER

#### DÉFINITION.

#### VALEUR THÉORIQUE DU COEFFICIENT DE CAVITATION

##### § 1. INTRODUCTION

Il s'agit d'un problème particulier aux pompes et aux turbines hydrauliques, mais qui est fondamental dans les applications de celles-ci à la solution des problèmes comportant une grande dépression à l'ouïe de la machine, soit par suite de la grande hauteur comprise entre le plan d'eau inférieur et l'ouïe, soit, lorsqu'il s'agit de pompes, par suite de la présence d'un réservoir sous vide, à l'aspiration.

Si nous traitons ce problème ici, ce n'est pas seulement parce qu'il est fondamental dans les applications, mais parce que nous trouvons là une occasion de plus pour montrer de façon spectaculaire, pourrait-on dire, la portée d'une théorie lorsqu'elle ne fait appel qu'aux principes de la Mécanique pour s'édifier, à l'exclusion de tout élément empirique.

On entend par cavitation le phénomène provoqué à l'ouïe par la dépression qui y règne, lorsque celle-ci atteint une valeur qui correspond à la TENSION DE VAPEUR DU LIQUIDE en jeu.

La contraction de la veine liquide qui se produit par suite de la vaporisation et de la séparation de l'air qui y est dissous, détermine une chute de débit accompagné d'un bruit particulier dû aux tourbillons formés en cet endroit de l'aubage.

Ces tourbillons peuvent atteindre une intensité telle que l'érosion des parois qui en résulte, rend l'utilisation de la machine à ce régime, INACCEPTABLE.

On comprend que le constructeur ait le souci de déterminer la limite de la dépression à l'ouïe qu'il convient de ne pas atteindre, pour chacun des types de machines qu'il construit.

Nous allons voir que cette limite peut être déterminée a priori, PAR LA THÉORIE, dès que l'on connaît les proportions et les angles caractéristiques du type envisagé, type centrifuge

(centripète s'il s'agit d'une turbine), type hélicoïde.

##### § 2. MÉTHODE EXPÉRIMENTALE POUR LA DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE CAVITATION

Nous avons entrepris, en 1922, des essais sur la pompe centrifuge du Laboratoire de l'Université de Liège, en vue d'ausculter d'une manière approfondie, la nature du phénomène de la cavitation.

Nous avons muni, à cette fin, l'entrée de la tuyauterie d'aspiration d'un obturateur profilé destiné à créer une perte de charge supplémentaire à l'aspiration, sans provoquer la naissance de remous trop importants qui iraient se propageant jusqu'à l'ouïe.

Nous donnerons à la fin de cette cinquième partie, le compte rendu de ces essais qui, bien que conduits d'une façon très différente de ceux dont nous allons donner les résultats, ont fourni des valeurs tout à fait comparables à ces derniers.

Depuis cette époque lointaine, il s'est introduit dans la littérature technique relative aux pompes, la notion du coefficient de cavitation, et M. Kestlicher a publié dans la R. U. M. de mars 1939, une étude expérimentale remarquable ayant pour objet la détermination, pour chaque type, de la limite d'applicabilité de celui-ci quant à la cavitation. Il a réalisé à cette fin, l'installation représentée figure 45, la dépression à l'ouïe étant rendue variable par l'action d'une pompe à vide réglant la pression absolue dans le réservoir R.

Appelant  $p_e$  la pression relevée à l'entrée en  $\text{kg}/\text{m}^2$  à la tubulure d'aspiration,  $t_c$  la température correspondante qui permettra de fixer  $H_c$  la tension en mètres du fluide utilisé, M. Kestlicher calcule, pour chaque débit, le

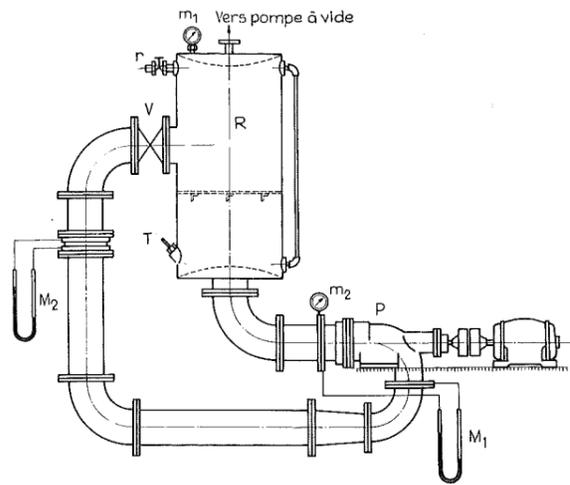


Fig. 45.

coefficient de cavitation  $\sigma$ , défini par la relation

$$\sigma = \frac{\frac{P_c}{\delta} - H_t}{H'} \quad (153)$$

$H'$  étant la hauteur manométrique fournie par la pompe au régime réalisé.

Pour saisir le moment où apparaît la cavitation, il trace en fonction de  $\sigma$ , le diagramme du débit  $Q$ , pour une hauteur  $H'$  constante, et il note la valeur de  $\sigma$  au moment où il se produit une chute de débit de 5 %. A ce moment le bruit de la cavitation est déjà perceptible, et il admet qu'il ne peut être question de faire fonctionner la pompe au-delà de ce débit, si cette dépression  $p_c$  doit être maintenue en service.

Avant de rendre compte de ces essais et d'analyser les résultats obtenus, il convient d'établir la valeur théorique du coefficient de cavitation.

### § 3. VALEUR THÉORIQUE DU COEFFICIENT DE CAVITATION

Lorsque le contact s'établit à l'entrée de l'aubage entre la couche fluide limitée par deux aubes voisines formant cet aubage (voir fig. 27) une dépression <sup>(1)</sup>,  $\frac{P_0}{\delta}$  exprimée en mètres du fluide évoluant, naît, qui va diminuant dans l'épaisseur de la couche déviée, pour prendre à la surface limite de cette couche la valeur  $H_c'$  qui règne à l'ouïe.

Si cette dépression  $H_c'$  atteint  $\frac{P_0}{\delta}$ , le vide se réalise au contact de la paroi convexe et la pression tombe à  $H_t$ , tension de la vapeur qui se forme au sein du liquide: le phénomène de la

<sup>(1)</sup> Une dépression lorsque la face active de l'aube est convexe.

cavitation apparaît avec ses conséquences: ÉROSION DE LA PAROI CONVEXE et bruit caractéristique provoqué par la vaporisation du liquide.

Le phénomène progresse dans l'épaisseur jusqu'à atteindre l'autre paroi: à ce moment la section d'écoulement est en fait ramenée à zéro; le débit cesse d'exister totalement.

Désignons par  $w_0$  la vitesse relative à l'entrée de l'aubage pour le débit correspondant au synchronisme, qui est le régime le plus favorable au point de vue de la cavitation. La relation suivante établie dans le fascicule I et dont nous rappellerons la démonstration dans l'appendice, va nous permettre de calculer  $\frac{P_0}{\delta}$  et partant  $\sigma_c$  le coefficient de cavitation correspondant  $\rho$  désignant le rayon de courbure de l'aube,  $e$  l'épaisseur normale de la veine comprise entre deux aubes voisines.

$$\frac{P_0}{\delta} = \frac{1}{g} \frac{e}{\rho} w_0^2 \quad (154)$$

En faisant rentrer  $H_t$  dans  $\frac{P_0}{\delta}$ , nous serons ainsi conduit à la valeur de  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{\frac{P_0}{\delta}}{H'} = 2 \frac{e}{\rho} \left( \frac{w_0}{u_1} \right)^2 \frac{1}{M} \quad (155)$$

Cette valeur de  $\sigma_c$  ne diffère de la valeur de  $\sigma$  de la formule (153) qu'en ce que nous avons remplacé  $\frac{P_c}{\delta}$  par  $\frac{P_0}{\delta}$ .

Lorsque nous voudrions établir la comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées, nous aurons à introduire une correction sur les valeurs expérimentales, corrections dont nous établirons la valeur au chapitre suivant.

Si nous désignons par  $\alpha$  l'angle de déviation  $\alpha = (\pi - \beta_1) - (\pi - \beta_0) \quad (156)$

nous pourrions écrire, si les angles sont assez petits pour que l'on puisse confondre les angles avec leurs tangentes,

$$\sigma_c = 2 \frac{e}{\rho \alpha} [\operatorname{tg}(\pi - \beta_1) - \operatorname{tg}(\pi - \beta_0)] \frac{x^2}{M} \quad (IV)$$

à la condition que la relation

$$w_0 = w_1$$

soit applicable dans tous les cas examinés, puisqu'elle permet de remplacer

$$\frac{w_0}{u_1} \text{ par } \frac{w_1}{u_1}$$

Nous verrons qu'avec les nombres d'aubes utilisés dans les roues essayées, que cette condition est toujours réalisée.

## CHAPITRE II

### VALEURS EXPÉRIMENTALES POUR LE CAS DE LA POMPE CENTRIFUGE

#### § 1. RELATION ENTRE $\sigma_c$ ET $\sigma_{cr}$

Si nous voulons comparer les valeurs de  $\sigma_c$  à celles de  $\sigma_{cr}$  résultant des expériences de M. Kestlicher, il faudra établir, comme nous venons de le souligner plus haut, une relation entre  $\frac{P_0}{\delta}$  et  $\frac{P_c}{\delta}$ .

En appliquant l'équation de Bernoulli, au tronçon d'aspiration, nous pourrions écrire

$$\frac{P_c}{\delta} - \frac{P_0}{\delta} = \frac{1}{2g} c_e^2 \left[ \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (158)$$

et partant

$$\sigma_{cr} = \sigma_c + \frac{1}{M} \left( \frac{c_e}{u_1} \right)^2 \left[ \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (159)$$

Le diamètre de la conduite à l'endroit où est branché le manomètre, étant égal à

$$d_c = 0,150 \text{ m,}$$

la section annulaire d'entrée dans la roue étant de  $0,010 \text{ m}^2$ , le rapport

$$\left( \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^2 - 1 = 2,14.$$

Pour calculer  $c_e$ , nous écrirons l'équation de continuité

$$2 \pi r_1^2 \varepsilon k' \sin \beta_1 u_1 x_a = \frac{\pi d_c^2}{4} c_e \quad (160)$$

en désignant par  $x_a$  la valeur apparente de  $x$ , celle que l'on trouve par le calcul quand on ne

TABLEAU V

1	2	3	4	5	6	7	8	9
N $u_1^2$	$x_a$	M	$\frac{x_a^2}{M}$	$\sigma_{cr}$	$0,200 \frac{x_a^2}{M}$	$\sigma_c$	$\frac{2gH_t}{u_1^2 \times M}$	$(\sigma_c)$
1.000 t/m 173 ○	0,400 0,460 0,510 0,580	0,775 0,700 0,610 0,450	0,207 0,302 0,425 0,745	0,142 0,152 0,245 0,475	0,0414 0,0608 0,0850 0,1490	0,1006 0,091 0,160 0,326	0,03 0,033 0,038 0,040	0,07 0,058 0,122 0,286
1.450 t/m 360 ×	0,380 0,475 0,550	0,810 0,675 0,525	0,180 0,334 0,575	0,120 0,144 0,255	0,036 0,067 0,105	0,084 0,097 0,150	0,015 0,018 0,024	0,069 0,079 0,126
2.900 t/m 1.450 +	0,160 0,260	1,13 1,00	0,0226 0,0675	0,027 0,037	0,0046 0,0135	0,0022 0,0235	— 0,0027	— 0,0208
1.000 t/m 173 □	0,000 0,405 0,550	1,000 0,760 0,510	0,000 0,216 0,590	0,157 0,156 0,314	0,000 0,063 0,118	0,157 0,093 0,296	— 0,030 0,045	— 0,063 0,251
1.450 t/m 360 ●	0,000 0,340 0,430	1,000 0,880 0,740	0,000 0,132 0,250	0,111 0,103 0,120	0,000 0,026 0,050	0,111 0,077 0,070	— 0,013 0,015	— 0,064 0,055

N. B. Les valeurs de M ont été relevées sur le diagramme du coefficient manométrique de la pompe du Laboratoire de l'Université de Liège, géométriquement semblable à la pompe utilisée ici.

tient pas compte du coefficient de contraction  $k''$  à la sortie de la roue.

Dans notre cas

$$r_1 = 0,125 \quad \varepsilon = 0,125 \quad k' = 0,875 \\ \sin \beta_1 = 0,500.$$

On est donc conduit à la relation

$$\sigma_{cr} = \sigma_c + 0,200 \frac{x_a^2}{M}. \quad (161)$$

Si nous nous reportons à la relation (155), nous voyons que nous avons fait rentrer dans  $\frac{p_0}{\delta}$  la valeur de  $H_t$ .

Il en résulte que quand nous voudrions comparer les valeurs expérimentales de  $\sigma_c$  déduites de la relation (161), aux valeurs théoriques déduites de la relation (IV), nous aurons à déduire de  $\sigma_c$  le terme

$$\frac{H_t}{H'} = \frac{2 g H_t}{u_1^2} \frac{1}{M}. \quad (162)$$

La valeur de  $H_t$  peut être prise égale à 0,200 dans les conditions de températures observées.

Le tableau V donne en fonction de  $x_a$  pour trois nombres de tours, les valeurs de  $M$ ,  $\frac{x_a^2}{M}$   $\sigma_{cr}$  observés, puis en vertu de la relation (161), la valeur de  $\sigma_c$ .

Dans la colonne (8), nous avons indiqué les résultats du calcul des valeurs  $\frac{H_t}{H'}$  et colonne (9), la différence

$$(\sigma_c) = \frac{p_0}{\delta} - \frac{H_t}{H'}. \quad (163)$$

C'est cette valeur que nous aurons à comparer à la valeur théorique déduite de la relation (IV).

Sur le plan de la roue de la figure 27, nous avons relevé la valeur de  $\frac{e}{\rho\alpha}$ ,  $\rho\alpha$  étant égal à l'arc formant l'aube  $\left(\frac{e}{\rho\alpha} = 0,2\right)$ .

Comme

$$\lg(\pi - \beta_1) = 0,577, \quad \lg(\pi - \beta_0) = 0,394,$$

$\sigma_c$  théorique vaudra

$$(\sigma_c)_{th} = 0,073 \frac{x^2}{M}. \quad (164)$$

Pour exprimer cette dernière valeur en fonction de  $x_a$ , nous aurons à tenir compte de ce que

$$x = x_a \times \frac{1}{k''} \quad (164b)$$

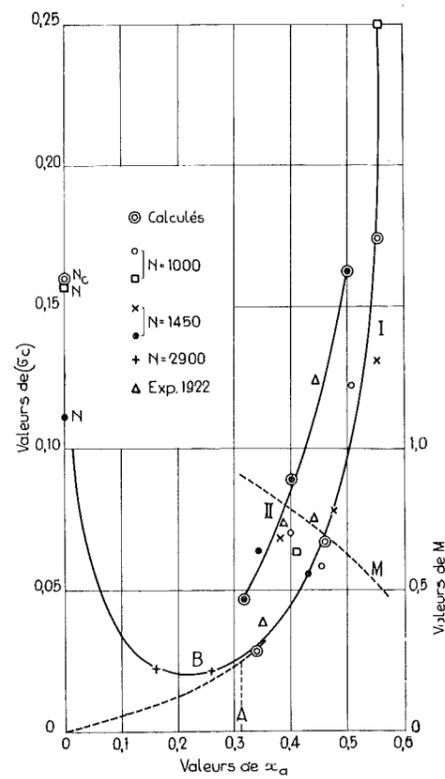


FIG. 46.

avec  $k'' = 0,58$  trouvé pour la roue n° 1, géométriquement semblable à la roue essayée. D'où

$$(\sigma_c) = 0,220 \frac{x_a^2}{M}. \quad (165)$$

Sur le diagramme de la figure 46, nous avons tracé la courbe I correspondant à cette dernière valeur.

Nous avons porté, d'autre part, les points correspondant aux valeurs de la colonne (9), qui sont les points expérimentaux.

Les points marqués par un triangle se rapportent aux essais effectués en 1922 au Laboratoire de Mécanique appliquée de l'Université de Liège, essais dont nous rendrons compte à la fin de cette cinquième partie.

Bien que la manière de procéder dans ces dernières expériences, n'ait pas permis de faire les observations au moment même où le phénomène de la cavitation s'amorçait, on voit que les points trouvés se groupent d'une façon satisfaisante avec les autres issus des expériences de M. Kestlicher (bien entendu à la condition de tenir compte du coefficient de contraction de la veine correspondant au degré de cavitation atteint, comme nous le ferons ressortir au chapitre III suivant).

Quand on se représente l'énorme effort qu'il a

fallu déployer pour conduire à bien ces expériences sur la cavitation, celles de 1922 comme celles de 1938, la difficulté de préciser le moment où s'amorce le phénomène, l'importance des corrections à introduire pour rendre possible une comparaison valable entre points observés et points calculés, on reste presque incrédule lorsqu'on constate une superposition presque parfaite de la courbe I théorique avec la courbe expérimentale (abstraction faite toutefois d'un groupe de points isolés II).

Et pourtant, et nous voulons le souligner, il ne saurait être question d'attribuer ce résultat à une complaisance quelconque dans le choix des observations retenues ou encore dans le choix des coefficients entrant dans les corrections; on peut d'ailleurs s'en rendre compte étant donné que nous avons volontairement souligné les points qui échappent à la coordination de la théorie et de l'expérience.

Attribuer toutefois à des erreurs d'observation l'existence de ces points isolés, ne constituerait pas une explication satisfaisante, étant donné leur localisation. C'est ainsi que nous avons été amené à nous demander si, dans cette région, un autre phénomène que celui analysé ci-dessus, ne se superposait pas à lui.

Le flux à l'entrée suit normalement la paroi latérale de la roue dont la courbure  $\rho_1 = 34$  est indiquée figure 27: cette paroi convexe provoque une dépression  $\frac{p}{\delta}$  qui peut être évaluée en appliquant la relation (155) et qui donne à  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{p}{\delta} = 2 \frac{e_1}{\rho_1} \frac{c_0^2}{u_1^2} \frac{1}{M} \quad (166)$$

en désignant par  $e_1$  l'épaisseur du flux à l'entrée de l'aubage ( $e_1 = 18$  mm) par  $\rho_1$  le rayon de courbure 34 mm,  $c_0$  étant la vitesse absolue à l'entrée de l'aubage.

Pour le calcul de  $c_0$  au synchronisme, on a la relation (fig. 46b)

$$c_0 = c_0' = w_0 \sin \beta_0 = w_1 \sin \beta_1 \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1}$$

soit

$$\frac{c_0}{u_1} = x' \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1} = x_a \frac{\sin \beta_1}{k''} \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1} \\ = 0,862 \frac{0,366}{0,500} x_a = 0,63 x_a. \quad (166b)$$

D'où

$$\sigma_c = 2 \frac{18}{34} \times 0,63^2 \frac{x_a^2}{M} = 0,420 \frac{x_a^2}{M}. \quad (167)$$

Comme ( $x_a$ ) au synchronisme a pour valeur

$$(x_a) = (x') \frac{k''}{\sin \beta_1} = 0,31$$

$$\sigma_c = 0,0405 \frac{1}{M}.$$

La valeur de  $M$  étant donnée en fonction de  $x_a$  par la courbe M de la figure 46,

$$\sigma_c = 0,046.$$

Ce point est indiqué par un point noir entouré d'un cercle, dans le diagramme de la figure 46.

Pour des valeurs de  $x_a$  plus grandes que 0,31, 0,40 pour prendre un exemple, nous remarquons qu'entre  $x_a$  et  $\frac{w_0}{u_0}$ , il existe la relation

$$x_a = k'' x = k'' \frac{w_1}{u_1} = k'' \frac{w_0}{u_0} m$$

soit pour

$$x_a = 0,4 \quad \frac{w_0}{u_0} = 0,4 \frac{1}{0,29} = 1,38.$$

En portant 1,38  $u_0$  sur la direction  $u_0$  et traçant un arc de cercle de centre O, nous trouverons  $w_0 = OS_2$ ; abaissant la perpendiculaire sur  $u_0$ , nous obtiendrons  $c_0'$  la composante de  $c_0$  qui doit entrer dans le calcul de  $\sigma_c$  (fig. 46b)

$$c_0' = 1,38 u_a \sin \beta_0$$

$$\sigma_c = 2 \times \frac{18}{34} \frac{1,38^2 m^2 \sin^2 \beta_0}{M} = \frac{0,066}{M} = 0,085.$$

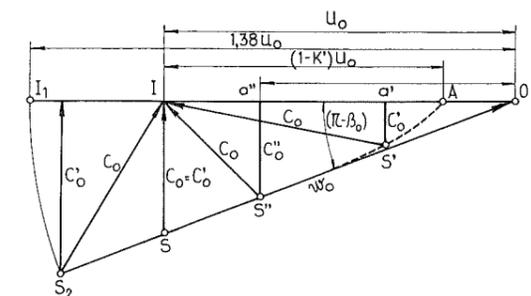


FIG. 46b.

Un calcul analogue pour  $x_a = 0,5$  conduit à

$$\sigma_c = 0,162.$$

La courbe II résulte de ces valeurs; les points « sauvages » se trouvent groupés sur cette courbe II, à l'exception de ceux qui se rapprochent de la courbe I.

Nous pouvons conclure que dans cette région, il règne une certaine instabilité qui peut faire disparaître l'influence de la dépression à la paroi

latérale : au-delà du synchronisme et en deçà de  $x_a = 0,40$ , le phénomène de la déviation par la paroi latérale peut prédominer.

Disons pour conclure qu'aux environs du synchronisme, c'est la courbe I qui doit être utilisée pour le calcul de  $\sigma_c$ .

En deçà de l'abscisse A qui correspond au synchronisme, la courbe théorique I ne peut être prolongée car elle ne tient pas compte de la vitesse d'entraînement des filets dans le sens de la rotation.

Pour le type centrifuge pur  $(1 - K') = 0,8$ , au débit voisin de zéro; la vitesse  $c_0$  atteint donc  $0,8 u_0$ , c'est-à-dire que le vecteur représentatif de  $c_0$  part du point A (fig. 46b).

A ce moment la masse à l'ouïe est entraînée en rotation avec une vitesse tangentielle égale au  $0,8 u_0$ .

En appliquant la relation (155),

$$\sigma_c = 2 \frac{r_0 - r_0'}{r_0} m^2 (0,8)^2 \frac{1}{M}$$

on trouve  $\sigma_c$

$$\sigma_c = 2 \times 0,5 \times 0,25 \times 0,64 \frac{1}{1} = 0,160$$

M pouvant être pris égal à 1 au débit nul.

Nous avons indiqué le point ainsi trouvé par la lettre  $N_c$  sur le diagramme de la figure 46. Les points observés sont marqués par la lettre N.

CHAPITRE III

VALEURS EXPÉRIMENTALES ET VALEURS CALCULÉES DE  $\sigma_c$  POUR LE CAS DES POMPES HÉLICOÏDES

§ 1. ESSAIS SUR LA ROUE N° 1 D'ENSIVAL

La confrontation des valeurs calculées et des valeurs observées dans les essais sur les pompes hélicoïdes, va se montrer aussi favorable que pour les pompes centrifuges.

Les diagrammes tracés dans l'étude de mars 1939 de la R. U. M., ont pour abscisse  $\frac{c_0'}{u_m}$ ,  $u_m$  désignant la vitesse tangentielle moyenne.

Pour passer à la valeur théorique  $x'$

$$x' = \frac{c_0'}{u_1} \quad (168)$$

nous aurons à multiplier  $\frac{c_0'}{u_m}$  par  $\frac{R_1 + R_0}{2 R_1}$  soit 0,775.

D'autre part l'application de la formule (159) conduit dans le cas présent à

$$\sigma_{cr} = \sigma_c + \frac{1}{M} \left( \frac{c_0}{u_1} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_c} \right)^2 \right] \quad (169)$$

Comme  $\frac{\sigma_0}{\sigma_c} = 0,70$

$$\sigma_{cr} = \sigma_c + 0,51 \frac{x'^2}{M} \quad (170)$$

Nous avons donné dans le tableau VI, les valeurs relevées aux essais pour  $\sigma_{cr}$  et nous en avons déduit les valeurs de  $\sigma_c$  définies par la relation (170); elles sont inscrites dans la colonne (7). Portées dans le diagramme de la figure 47, elles se groupent sur une seule courbe  $\Pi M \Pi$ , les points se rapportant à la vitesse de 1000 t/m étant marqués par une croix, les points se rapportant à 1450 t/m étant marqués par un cercle.

Remarquons que

$$x' = \frac{c_0'}{u_1} = \frac{w_0 \sin \beta_0}{u_0} = \frac{w_1}{u_1} \sin \beta_0 = x \sin \beta_0 \quad (171)$$

TABLEAU VI

N°	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{N}{u_1^2}$	$\frac{c_0}{c_m}$	$\sigma_{cr}$	$x'$	$H'$	$M$	$0,51 \frac{x'^2}{M}$	$\sigma_c$
1.000 t/m 133 ×	0,187	2,10	0,145	2,15	0,317	0,033	2,07
	0,305	1,50	0,237	1,70	0,250	0,112	1,39
	0,355	2,30	0,275	1,05	0,155	0,246	2,06
1.450 t/m 280 ○	0,170	1,75	0,132	4,90	0,335	0,026	1,72
	0,215	1,55	0,166	4,85	0,340	0,041	1,51
	0,220	1,50	0,170	4,75	0,333	0,043	1,46
	0,315	1,65	0,244	3,15	0,222	0,138	1,51
	0,355	2,50	0,276	2,20	0,155	0,250	2,25

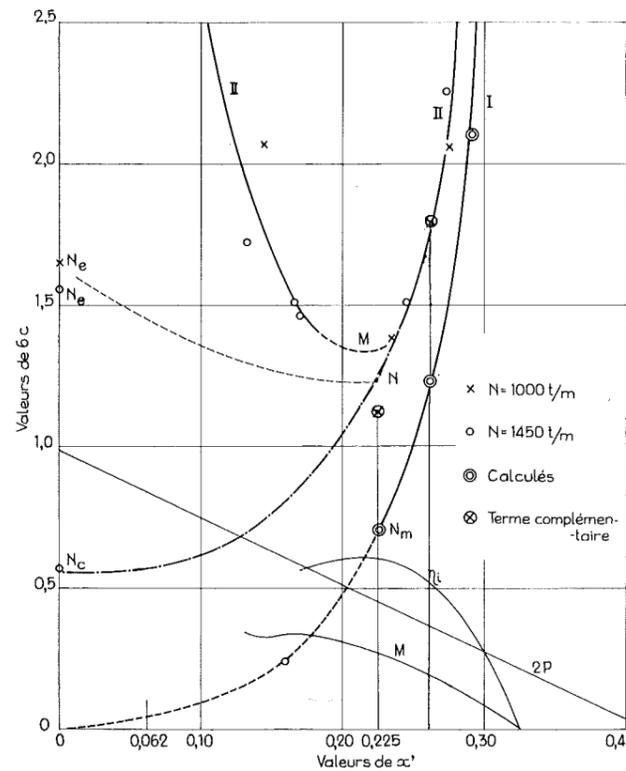


FIG. 47.

et qu'en appliquant la relation (IV), il viendra pour la valeur de  $\sigma_c$  théorique (1)

$$\sigma_c = 2 \times 0,425 (0,435 - 0,225) \left( \frac{x'}{\sin \beta_0} \right)^2 \frac{1}{M} \quad (172)$$

0,425 représentant la valeur de  $\frac{e}{a}$  relevée sur l'aubage de la figure 41 de la roue à quatre aubes.

Les valeurs théoriques se groupent sur la courbe  $IN_mO$ , correspondant à l'équation

$$\sigma_c = 3,7 \frac{x'^2}{M} \quad (173)$$

Les calculs ne valent que pour les valeurs de  $x'$  égales ou supérieures à la valeur correspondant au synchronisme soit à

$$(x') = -\lg \beta_0 = 0,225.$$

En deçà, l'entraînement des filets en rotation à l'ouïe, a pour effet d'introduire une perturbation importante qui, au débit nul, donne à  $\sigma_c$  la valeur

$$\begin{aligned} \sigma_c &= 2 \frac{e}{\rho} \left( \frac{u_1}{u_1} \right)^2 \frac{(1-K')^2}{M} \\ &= 2 \frac{R_1 - R_0}{R_1} \times \frac{(1-0,55)^2}{0,350} = 0,58. \quad (174) \end{aligned}$$

Le point correspondant est indiqué au diagramme par la lettre  $N_c$  et l'on pourrait admettre qu'il se trouve sur le prolongement de la courbe expérimentale  $IN$  tracée en points-tirets.

La courbe vraie se décroche littéralement à partir de l'abscisse  $(x') = 0,225$ , pour devenir asymptotique à l'ordonnée dont l'abscisse serait 0,062.

Que représente cette valeur : c'est celle qui correspond à l'angle d'attaque de  $20^\circ$ , c'est-à-dire à la valeur de  $(\pi - \beta_1)$  diminuée de  $20^\circ$ , c'est-à-dire

$$23^\circ \frac{55}{100} - 20^\circ = 3^\circ \frac{55}{100}$$

(1) Nous devons souligner que quand il s'agit d'aubes profilées comme c'est le cas ici, l'angle  $(\pi - \beta_1)$  doit être remplacé par  $(\pi - \beta_1')$ .

et partant à  $\lg(\pi - \beta)$  égal

$$\lg 3^\circ \frac{55}{100} = 0,062.$$

On sait que pour un angle de déviation dépassant  $20^\circ$  la loi qui fixe une proportionnalité entre l'effort appliqué et l'angle de déviation, cesse d'exister. La perturbation qui en résulte provoque d'une façon violente le phénomène de la cavitation.

On peut se rendre compte de l'importance de cette perturbation quand dans les essais sur les ailes, l'angle de  $20^\circ$  est dépassé : le coefficient de traînée croît brusquement et rapidement.

Ainsi les déductions de la théorie expliquent d'une façon EXTRÊMEMENT SATISFAISANTE les résultats expérimentaux obtenus. Cette impression serait encore autrement satisfaisante, si nous pouvions montrer que la courbe  $NI$  est LA COURBE THÉORIQUE RÉELLE.

Nous croyons pouvoir établir ultérieurement que le terme complémentaire est de la forme

$$\sigma_c = \frac{p}{H'} = \frac{1}{M} \left( \frac{p}{2\pi r} \right)^2 \frac{r_1 - r_0}{r_0}$$

en prenant pour  $\frac{p}{2\pi r}$  le pas relatif correspondant à l'angle moyen  $\frac{\beta_1 + \beta_0}{2}$ , c'est-à-dire à la moyenne des tangentes

$$\frac{p}{2\pi r} = \frac{0,225 + 0,436}{2} = 0,33.$$

Pour la roue présente, en effet,  $\frac{r_1 - r_0}{r_0} = 1$  et partant

$$\sigma_c = \frac{0,110}{M} \quad (175)$$

Nous avons indiqué en bas de la figure 47, les diagrammes de  $2P$  et de  $M$  et nous avons trouvé  
pour  $x' = 0,225$   $M = 0,27$   $\sigma_c = 0,410$   
pour  $x' = 0,260$   $M = 0,20$   $\sigma_c = 0,55$

Les points, marqués d'une croix entourée d'un cercle, correspondent à ce supplément ; il y aurait donc bien pratiquement coïncidence (1).

(1) Voir à ce sujet, la fin du paragraphe 8 du chapitre IV de l'appendice (p. 99).

## ESSAIS SUR LA ROUE CENTRIFUGE N° 1 DU LABORATOIRE DE LIÈGE

Les essais que nous avons effectués en 1922, ne visaient pas à établir les lois de similitude de la cavitation ; ils avaient pour but de déceler en quelque sorte le phénomène qui se produit à l'ouïe de la pompe quand la dépression grandit, au point de réduire le débit à une faible fraction du débit normal.

La figure 48 donne les résultats des essais effectués à 1 450 t/m et à 1 900 t/m avec la roue n° 1.

La courbe I donne la valeur du coefficient manométrique normal réalisé avec le diffuseur sans aubes lorsque la dépression à l'ouïe est nulle ; la droite 1 correspond à la valeur de  $P$  dans les mêmes conditions.

Lorsqu'on étrangle l'entrée de la tubulure d'aspiration jusqu'à provoquer à l'ouïe une dépression correspondant à 8,34 m (point A), on constate que  $P$  est réduit et correspond à l'ordonnée (a) ; si on mène par (a) une horizontale jusqu'à l'intersection en b, avec la courbe normale de  $P$ , on aboutit à l'abscisse  $x_b$  qui fixe le coefficient de réduction de la section d'entrée, dans les conditions de l'essai.

On peut admettre, en effet, que la courbe de  $P$  n'est pas influencée par la contraction, du moment où l'on porte en abscisse la valeur de  $x$  réel, calculé en tenant compte de la contraction de la veine, c'est-à-dire en regardant  $x_b$  comme représentant la valeur EFFECTIVE de  $x$ .

En définitive cela revient à dire que la valeur calculée de  $(\sigma_c)$  ( $\sigma_c$  entre parenthèses) doit être déduite de la relation fondamentale (IV), dans laquelle  $e$  est réduit dans le rapport  $\left(\frac{x_a}{x_b}\right)$ , tandis que la valeur de  $x^2$  est multipliée par le rapport  $\left(\frac{x_b}{x_a}\right)^2$ . Cela conduit à la relation

$$\sigma_c = (\sigma_c) \left( \frac{x_a}{x_b} \right). \quad (176)$$

Pour le calcul de  $(\sigma_c)$ , nous avons admis qu'au niveau où était installé la pompe du Laboratoire de Liège la pression atmosphérique normale avait pour valeur

$$\frac{P_a}{\rho} = 10,25$$

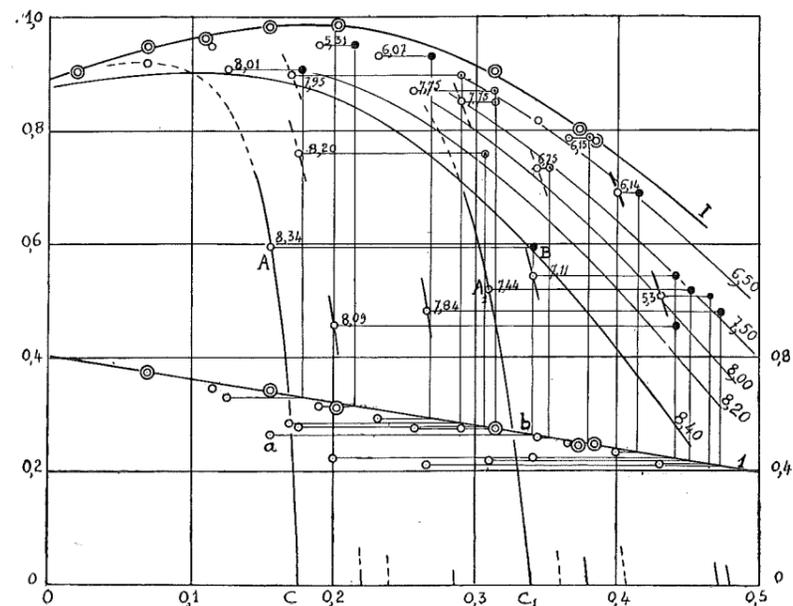


FIG. 48.

exprimée en mètres d'eau. Compte tenu de la tension  $H_t$  de l'eau à la température de 20°

$$\frac{P_a}{\delta} - H_t = 10 \text{ m.} \quad (177)$$

en chiffres ronds.

Entre  $\frac{P_a}{\delta}$  et  $\frac{P_0}{\delta}$ , on a la relation

$$\frac{P_0}{\delta} = \frac{P_a}{\delta} - \left( h_c + T_1 + \frac{1}{2g} c_0^2 \right).$$

Si nous nous reportons à la définition de  $\sigma_c$  [formule (155)], nous voyons que l'on a fait rentrer  $H_t$  dans la valeur de  $\frac{P_0}{\delta}$ , si bien que

$$\frac{P_0}{\delta} = \left( \frac{P_a}{\delta} - H_t \right) - \left( h_c + T_1 + \frac{1}{2g} c_0^2 \right) = 10 - H_a' = H_c'.$$

Partant

$$(\sigma_c) = \frac{2gH_c'}{u_1^2} \frac{1}{M}. \quad (179)$$

Ces valeurs sont inscrites dans la colonne (6) du tableau VII. Compte tenu des valeurs de  $x_a$  et de  $x_b$ , le calcul donne  $\sigma_c$  inscrits dans la colonne (9).

valeurs utilisées dans le calcul de  $(\sigma_c)$  pour  $H_c'$ , ont été établies en tenant compte de  $H_t$ .

#### CONCLUSIONS

L'application de la formule fondamentale (154) conduit comme on le voit, à la détermination par le calcul de  $\sigma_c$  avec une approximation que l'on n'aurait pu espérer.

Il y a lieu de souligner que la valeur de  $x$  calculée se fait à partir de la vitesse  $c_0$  à l'entrée de l'aubage, c'est-à-dire en tenant compte du coefficient de contraction  $k''' = 0,77$  propre à l'entrée de la roue n° 1 telle qu'elle est tracée.

Immédiatement en deçà de l'entrée de l'aubage la vitesse tombe donc au 0,77 de  $c_0$  et s'il s'agit de se référer à la vitesse d'entrée du coude d'aspiration, il faut encore tenir compte du rapport des sections  $\left( \frac{\sigma_0}{\sigma_c} \right) = 0,565$ .

C'est ainsi qu'au synchronisme [relation (166b)]

$$c_0 = 0,63 \times 0,31 u_1 = 0,195 u_1$$

$c_0$  représente la vitesse à l'entrée de l'aubage

TABEAU VII

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{N}{u_1^2}$	$x_a$	$H_a'$	$H_c'$	$M$	$\frac{2gH_c'}{u_1^2}$	$(\sigma_c)$	$x_b$	$\frac{x_a}{x_b}$	$\sigma_c$
1.450 t/m 230	0,200	8,09	1,91	0,98	0,163	0,166	0,442	0,45	0,075
1.900 t/m 398	0,160 0,268 0,540	8,34 7,84 7,11	1,66 2,16 2,88	0,98 0,97 0,86	0,082 0,107 0,142	0,084 0,110 0,165	0,344 0,390 0,435	0,46 0,67 0,78	0,039 0,073 0,128

Pour la fixation des points correspondants dans le diagramme de la figure 46, nous aurons à porter en abscisses les valeurs de  $x_b$  et non de  $x_a$  comme nous l'avions fait pour les essais de M. Kestlicher, étant donné que dans ces derniers les points relevés correspondaient tous au début de la cavitation, c'est-à-dire au moment où la contraction de la veine atteignait à peine 5 %. Les points ainsi trouvés sont indiqués (fig. 46) par des triangles blancs.

N. B. — Nous n'avons pas eu à corriger les valeurs transcrites dans la colonne (6) du tableau VII comme nous l'avions fait pour les essais de M. Kestlicher, étant donné que les

alors que la vitesse correspondante à l'entrée de la tubulure d'aspiration est égale à

$$c_0 = 0,195 \times 0,77 \times 0,565 u_1 = 0,085 u_1,$$

A la fin de son étude, M. Kestlicher a calculé la valeur limite de la vitesse périphérique  $u_1$  que l'on peut atteindre avec le type centrifuge et avec le type hélicoïde, pour une vitesse à l'ouïe de 5 m ; il a trouvé respectivement 58 m/s et 16 m/s.

Nous trouvons nous

$$u_1 = \frac{c_0}{0,085} = \frac{5}{0,085} = 59 \text{ m/s}$$

pour le type centrifuge.

Pour le type hélicoïde, nous avons trouvé que le minimum du coefficient de cavitation est atteint pour  $x' = 0,225$  ; cela signifie

$$x' = \frac{c_0'}{u_1} = 0,225$$

et partant

$$u_1 = \frac{c_0'}{0,225}$$

en fonction de la vitesse d'entrée dans l'aubage.

En fonction de la vitesse d'entrée dans la tubulure d'aspiration, le rapport des sections étant 0,70,

$$u_1 = \frac{c_0' \times 0,70}{0,225} = \frac{5 \times 0,70}{0,225} = 15,50 \text{ m/s.}$$

Les valeurs sont donc entièrement concordantes.

Si extraordinaire que cela puisse paraître, la

détermination de la limite de cavitation peut donc être déduite de la formule (154)

$$\frac{p}{\delta} = \frac{1}{g} \frac{e}{\rho} w_0^2 \quad (180)$$

qui prend une place comparable à celle d'Euler dans l'exposé de la théorie des turbo-machines.

C'est cette même formule dont nous avons montré dans le fascicule I la portée générale, qui nous avait permis d'établir, en 1954, la valeur  $c$  de la vitesse de translation pour laquelle l'avion supporte le phénomène du « bang », le premier pour

$$c = c_s$$

le second pour

$$c = 1,15 c_s$$

$c_s$  représentant la vitesse du son

SIXIÈME PARTIE

TRACÉ DE LA ROUE HÉLICO-CENTRIFUGE.  
VALEUR DE K' POUR LES POMPES CENTRIFUGES

CHAPITRE PREMIER

§ 1. AVEC AUBES GAUCHES

Nous n'avons étudié, jusqu'à présent, que les deux solutions limites :

- La pompe centrifuge pure;
- La pompe hélicoïde à pas constant.

Lorsqu'il s'agit de la pompe hélico-centrifuge, le problème ne peut être soumis au calcul, avec la même rigueur. Tout ce que l'on peut faire, c'est de décomposer l'aubage (fig. 49) en tranches d'égal débit.

Prenons l'exemple d'une roue correspondant à une valeur de  $\varepsilon = 0,50$  telle que celle dessinée figure 49.

Les cinq tranches pourront être obtenues, avec une approximation suffisante, en adoptant à la sortie de la roue, la même largeur pour chacune d'elles.

La largeur à l'entrée de chacune des roues partielles fonctionnant en quelque sorte en parallèle, sera donnée, pour la roue la plus extérieure, par la relation

$$\frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_1^2) = \frac{1}{5} \frac{\pi}{4}(D_e^2 - d_e^2).$$

d'où

$$\frac{D_1}{D_e} = \sqrt{1 - \frac{1}{5} \left[ 1 - \left( \frac{d_e}{D_e} \right)^2 \right]}. \quad (181)$$

En raisonnant ainsi nous admettons que la vitesse  $c_0$  à l'entrée de la roue est la même pour toute la couronne qui constitue l'ouïe de cette roue large.

Chaque roue ainsi définie doit donner la même hauteur  $H'$ , ce qui revient à dire le même  $T_i$ , puisque l'on peut admettre, en première approximation, en tout cas, que le rendement est le même pour chacune des roues partielles, au synchronisme tout au moins.

Dire que  $T_i$  doit être le même pour chacune des roues partielles, c'est dire qu'il doit être égal à celui du filet moyen, ce qui se traduit,

avec les notations de la figure 49, par la relation

$$T_i = \frac{\omega^2}{g} r_c^2 (1 - m) \quad (182)$$

[valeur de  $T_i$  au synchronisme, formule (81)]

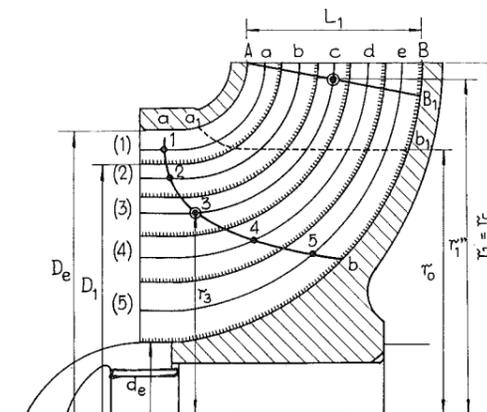


FIG. 49.

établie pour la valeur au synchronisme, dans l'hypothèse de l'égalité des angles d'entrée et de sortie [relation (83)],  $m$  valant pour le filet moyen  $\frac{r_3}{r_c}$ .

Si d'autre part  $H'$  et  $Q$  sont les mêmes pour chacune des roues partielles, cela revient à dire que le coefficient caractéristique  $R$  sera le même, ce qui permettra d'écrire, pour l'une quelconque des roues, la première par exemple,

$$\frac{m_1}{(1 - m_1)^{3/2}} (-\operatorname{tg} \beta_1) = \frac{R}{A} \quad (183)$$

avec

$$A = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \frac{1}{(2 r_{ii})^{3/2}} \quad (184)$$

( $\varepsilon$  étant pris dans notre cas, égal à 0,1).

En combinant les relations (182) et (183), on trouvera d'abord

$$(1 - m_1) = \frac{gT_i}{\omega^2 r_a^2} = \frac{gT_i}{\omega^2 r_c^2} \left(\frac{r_c}{r_a}\right)^2$$

puis

$$\frac{r_1}{r_a} (-\operatorname{tg} \beta_1) = \left[ \frac{R}{A} \left( \frac{gT_i}{\omega^2 r_c^2} \right)^{3/2} \right] \left( \frac{r_c}{r_a} \right)^3 \quad (185)$$

D'où l'on peut tirer la valeur de  $\operatorname{tg} \beta_1$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = - \frac{r_a}{r_1} \left[ \left( \frac{r_c}{r_a} \right)^3 \right] \quad (186)$$

*Première hypothèse.* — On adopte pour arête de sortie de la roue, une surface concentrique de rayon

$$r_c = r_a \quad (187)$$

Dans ce cas, le second membre de l'équation (185) restera constant, et  $\operatorname{tg} \beta_1$  variera comme  $\frac{r_a}{r_1}$ .

Avec le tracé de la figure 49

$$\frac{r_1}{r_a} = 0,75 \quad \text{pour la roue n° 1}$$

$$\frac{r_5}{r_b} = 0,45 \quad \text{pour la roue n° 5.}$$

Si  $(\pi - \beta_1) = 24^\circ$  pour le filet moyen qui correspond à  $\frac{r_3}{r_c} = 0,57$

$$(\operatorname{tg} \beta_1)_1 = (\operatorname{tg} \beta_1)_3 \times \frac{0,57}{0,75} = 0,340$$

$$(\pi - \beta_1)_1 \cong 19^\circ$$

$$(\operatorname{tg} \beta_1)_5 = (\operatorname{tg} \beta_1)_3 \times \frac{0,57}{0,45} = 0,562$$

$$(\pi - \beta_1)_5 \cong 29^\circ$$

Ces calculs impliquent, puisque la théorie est basée sur la relation (83), l'égalité des angles  $(\pi - \beta_0) = (\pi - \beta_1)$ .

Comme il faut satisfaire à la relation de continuité

$$\frac{1}{m} \times \frac{1}{v} \frac{k'k''}{k'''} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = 1$$

l'angle adopté pour  $(\pi - \beta_0)$  devra être tel qu'il corresponde à une valeur de  $k'''$  répondant au tracé des aubes à l'entrée.

En utilisant pour  $k'k''$  la valeur 0,50 (en chiffres ronds) que nous avons trouvée dans les

exemples traités, on voit que pour la roue n° 1,  $k'''$  peut atteindre

$$k''' = \frac{1}{0,75} \times \frac{1}{1,0} \times 0,50 = 0,67$$

tandis que pour la roue n° 5

$$k''' = \frac{1}{0,45} \times \frac{1}{1,30} \times 0,50 = 0,87.$$

Si d'après le tracé de l'aubage, compte tenu de l'épaisseur adoptée pour les aubes, cette dernière valeur était trop voisine de 1, cela reviendrait à dire qu'il faut prendre

$$(\pi - \beta_0) > (\pi - \beta_1).$$

*Seconde hypothèse.* — Si le gauchissement, résultant des valeurs trouvées pour chacune des roues partielles, devait rendre la réalisation difficile, on pourrait adopter une arête de sortie telle que  $AB_1$  au lieu de  $AB$ . On pourrait également tâtonner sur l'arête d'entrée  $ab$ .

Tout serait rapporté au filet moyen et la vitesse périphérique à considérer pour le calcul des dimensions devrait être cette fois celle du filet moyen  $\omega r_c$ .

## § 2. AVEC AUBES NON GAUCHIES

On pourrait concevoir l'aubage d'une roue présentant une valeur de  $\varepsilon$  de l'ordre de 0,5, comme constituée d'aubes non gauchies : il suffirait pour cela d'adopter pour arête d'entrée la forme donnée par le tracé  $a_1b_1$  en pointillé, pour lequel  $m$  peut être regardé comme pratiquement constant.

D'après la relation (185)  $\operatorname{tg} \beta_1$  devra rester constant pour toutes les roues partielles.

La valeur de  $R$  calculée pour chacune des roues partielles, en introduisant dans la valeur (184)  $\varepsilon = 0,1$ , devra être multipliée par 5 pour donner la valeur de  $R$  pour l'ensemble, comme c'était également le cas avec le tracé précédent dans l'hypothèse n° 1.

On pourrait poser la question de savoir pourquoi le tracé à aubes gauchies est à peu près le seul utilisé dans les pompes hélico-centrifuges. La vérité c'est qu'au point de vue de la cavitation la solution est moins favorable; là où le phénomène de la cavitation n'existe pas, comme dans les applications au ventilateur, cette forme plus simple est au contraire souvent retenue.

## CHAPITRE II

### VALEUR DE $K'$ POUR LES POMPES CENTRIFUGES

L'équation fondamentale (III) établie pour la roue hélicoïde, découle du théorème d'Euler. L'équation qui donne le coefficient de puissance  $P$  tiré de la théorie hydrodynamique en partant des conditions d'équilibre d'un élément de pale sous l'action de la poussée et de la traînée appliquée à cet élément, est exactement de la même forme.

On peut en déduire qu'il est ainsi démontré que

$$K' = \Psi.$$

Mais  $K'$  figure dans le second terme de l'équation fondamentale (I), terme qui se rapporte à la quantité de mouvement existant à l'entrée; comment déduire  $K'$  de la valeur de  $\Psi$  lorsque  $m$  n'est pas égal à 1, c'est-à-dire lorsqu'il s'agit de la pompe centrifuge.

Nous pouvons apporter à ce problème, fondamental puisque c'est lui qui fixe le rôle du nombre d'aubes dans les caractéristiques de la pompe centrifuge, une solution approchée.

La valeur de  $\Psi$  donnée par les relations (125) et (126) combinées, peut se simplifier, tout en gardant une approximation suffisante. Établisons la valeur de  $\Psi$  pour une aube à simple courbure pour laquelle  $F(z) = 1,33$ . Lorsque les angles sont plus petits que  $30^\circ - \left(\frac{d\alpha_1}{du}\right)_m$  peut prendre la valeur 0,300; quant au rapport  $\frac{k''m}{k_1''}$ , il doit être pris égal à 1.

Cela donne à  $\Psi$  la valeur

$$\Psi = 2,5 \frac{a}{t} (-\operatorname{tg} \beta_1) \gamma \quad (188)$$

Strictement parlant la relation (83) correspond à l'hypothèse  $\operatorname{tg} \beta_0 = \operatorname{tg} \beta_1$ : cela permet d'écrire (fig. 50)

$$b = a \sin \beta_1 \quad (189)$$

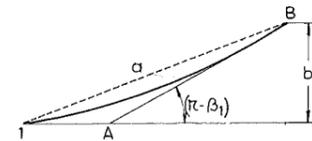


FIG. 50.

$b$  dans le tracé d'une pompe centrifuge ayant pour valeur

$$b = (r_1 - r_a) = r_1(1 - m). \quad (190)$$

De là, en fonction du nombre d'aubes  $n$ , la valeur de

$$\Psi = 2,5(1 - m) \frac{n}{2\pi} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\sin \beta_1} \gamma. \quad (191)$$

Toutefois si nous nous en tenons à cette valeur nous n'aurions pas tenu compte que le terme en  $K'$  de l'équation générale (I) se rapporte à l'ouïe et que pour un rotor dont le rapport  $\frac{r_0}{r_1} = m$ , la valeur de  $K'$  doit être égale à  $m^2\Psi$ . La relation valable pour la détermination de  $K'$  doit donc s'écrire, pour le cas de la pompe centrifuge,

$$K' = 2,5 \gamma (1 - m) m^2 \frac{n}{2\pi} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\sin \beta_1}. \quad (192)$$

Faisons application de cette relation aux roues n° 1 et n° 4 que nous avons soumises aux essais systématiques relatés dans la troisième partie; nous devons y faire  $\gamma = 0,5$  étant donné que  $\frac{a}{t}$  est égal ou plus grand que 1.

Or si nous nous reportons à la figure 6, nous voyons que

$$z = K'm^2. \quad (199)$$

Pour la roue n° 1

$$K' = 2,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,25 \times \frac{8}{6,28} \times 1,15 = 0,23$$

et partant

$$z = 0,23 \times 0,25 = 0,057 \quad (200)$$

contre 0,050 mesuré sur le diagramme expérimental de la figure 29

$$(0,80 - 0,75) = 0,050.$$

Pour la roue n° 2

$$K' = 2,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,25 \times \frac{10}{6,28} \times 1,90 = 0,475$$

ce qui donne à la valeur de  $z$

$$z = 0,475 \times 0,25 = 0,118 \quad (201)$$

contre 0,115 observée sur le diagramme expérimental de la figure 29

$$(0,865 - 0,750) = 0,115.$$

On voit que la relation (192) conduit à des valeurs très voisines des valeurs expérimentales.

Si on l'applique à des tracés, tel celui de la figure 49, où  $m = 0,75$  à  $0,80$ , on trouve pour la roue à aubes *non gauchies*

$$m = 0,75, \quad n = 24, \quad \frac{a}{l} = 1,00, \quad \gamma = 0,50,$$

$$(\pi - \beta_1) = 30^\circ, \quad \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\sin \beta_1} = 1,15,$$

$$\underline{K' = 0,73.} \quad (202)$$

$$\text{Pour } m = 0,80, \quad n = 24,$$

$$\frac{a}{l} = 1,00, \quad \gamma = 0,50,$$

$$(\pi - \beta_1) = 58^\circ, \quad \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\sin \beta_1} = 1,90,$$

$$\underline{K' = 0,97.} \quad (203)$$

Comme on le voit  $K'$  se rapproche de 1 lorsque  $m$  atteint 0,75 à 0,80, à la condition d'adopter de grands nombres d'aubes, ce qui correspond à la pratique courante. La courbe de  $P$  en fonction de  $x'$  tend à rejoindre la droite d'*Euler*, la force centrifuge intervenant de moins en moins dans le phénomène de l'écoulement du fluide à travers la roue, et le phénomène du glissement tangentiel étant sous la dépendance de la force centrifuge.

## SEPTIÈME PARTIE

### CALCUL DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE $M$ ET DU RENDEMENT $\eta$

#### INTRODUCTION

Jusqu'à présent nous n'avons fait qu'appliquer les principes de la Mécanique ; à aucun moment nous n'avons utilisé, sous une forme explicite en tout cas, une relation faisant intervenir la notion de pertes par frottement et par tourbillonnement.

Il en est résulté, ainsi que le lecteur aura pu le constater, UNE PARFAITE CONCORDANCE entre les déductions de la théorie et l'ensemble de tous les faits observés dans les expériences effectuées sur les turbo-machines, qu'il s'agisse de l'étude du coefficient de puissance  $P$  ou du coefficient de cavitation  $\sigma_c$ , de la pompe centrifuge ou de la pompe hélicoïde.

On peut dire sans crainte d'être démenti, que l'ensemble de ce que nous venons d'exposer constitue le triomphe de la théorie dans le domaine de la Mécanique appliquée.

Peut-on aller plus loin dans cette voie ? Peut-on passer à l'étude du coefficient manométrique  $M$  et du rendement  $\eta$ , qui suppose la possibilité d'une évaluation des pertes ?

NOUS OSONS RÉPONDRE OUI. Bien entendu, en faisant appel cette fois à des formules d'origine empirique, pour l'évaluation des pertes dans les canaux de la roue et du diffuseur, nous ne pouvons plus nous attendre à une rigueur aussi absolue dans les concordances. Aujourd'hui toutefois, qu'une analyse a été faite des milliers d'essais effectués sur les tuyaux lisses et rugueux ainsi que sur les disques lisses et rugueux (<sup>1</sup>), on peut dire que l'évaluation de celles-ci peut se faire avec une approximation qui dépasse les besoins de la pratique.

(<sup>1</sup>) Voir à ce sujet la troisième partie du fascicule I.

## CHAPITRE PREMIER

**BASE D'ÉVALUATION DES PERTES  
DANS LES CANAUX FORMANT L'AUBAGE DES TURBO-MACHINES**

Nous allons établir dans les trois premiers paragraphes de ce chapitre, les relations qui permettent d'évaluer les pertes par frottement et par tourbillonnement en régime turbulent.

Si on se reporte au chapitre premier de l'appendice, on trouvera la démonstration de deux équations fondamentales qui additionnées membre à membre, conduisent à une troisième, laquelle n'est autre que la formule d'Euler. Ces deux équations contiennent un terme  $T_f$  qui représente le travail absorbé par chaque kg de fluide qui traverse la roue.

§ 1. VALEUR DE  $T_f$ 

Ce terme  $T_f$  a pour expression

$$T_f = \int_0^1 \frac{dJ}{d\pi} ds \quad (204)$$

$dJ$  représentant l'effort résistant qui s'oppose à l'écoulement d'une tranche de fluide délimitée par deux surfaces concentriques de rayon  $r$  et  $(r+dr)$ , et par les parois de deux aubes voisines;

$d\pi$  le poids de l'élément en question dont l'épaisseur est désignée par  $ds$ .

L'écoulement étant supposé se faire par tranches parallèles, toutes les trajectoires sont identiques, HYPOTHÈSE FONDAMENTALE sur laquelle repose la démonstration de la relation d'Euler.

En hydraulique  $dJ$  est considéré comme proportionnel :

1. A la surface mouillée de la tranche élémentaire envisagée, égale à  $(m ds)$ ,  $m$  étant le périmètre de la section;
2. Au poids spécifique  $\delta$ ;
3. Au carré de la vitesse  $w$ .

$\sigma$  désignant la section.  
Cela conduit à

$$dJ = k\delta(m ds)w^2$$

avec

$$d\pi = \delta\sigma ds$$

et enfin à

$$T_f = \int_0^1 k \left(\frac{m}{\sigma}\right) w^2 ds \quad (205)$$

$k$  étant un coefficient de proportionnalité dont on peut connaître la valeur en fonction du coefficient de Reynolds et POUR LES CANAUX RUGUEUX en fonction du coefficient de Reynolds et du coefficient de rugosité.

Pour les besoins du calcul, nous nous contenterons d'admettre que

$$w = w_0 + k's \quad (206)$$

c'est-à-dire que  $w$  croît ou décroît proportionnellement au chemin parcouru depuis l'entrée dans l'aubage, cette hypothèse se rapprochant de la réalité lorsque l'aubage est bien tracé.

Nous nous contenterons, en outre (et les résultats auxquels nous aboutirons nous montreront que cette approximation est bien suffisante), d'adopter pour  $k$  et  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)$ , une valeur moyenne.

Dans ces conditions l'intégration ne portera que sur  $w$  et donnera

$$T_f = \frac{2gk}{3} \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m (s) \left[ \frac{w_0^2}{2g} + \frac{w_0 w_1}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} \right] \quad (207)$$

En posant

$$\frac{1}{\varphi^2} - 1 = \frac{2gk}{3} \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m (s) \quad (208)$$

et

$$\frac{1}{\psi^2} - 1 = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) + k_1 \quad (209)$$

$n$  étant égal à

$$n = \frac{w_0}{w_1}, \quad (210)$$

$k_1$  un coefficient qui tient compte de la perte propre à l'entrée et qui est proportionnel à  $\frac{w_0^2}{2g}$ , nous pourrions donc écrire

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g} \quad (212)$$

On voit que  $T_f$  peut être calculé en fonction de deux coefficients  $\varphi$  et  $\psi$  que l'on retrouve dans la théorie des turbines à vapeur d'action,

telle qu'elle se présente dans tous les ouvrages classiques qui s'occupent de cette question, et cela sans faire intervenir d'autres facteurs que les deux vitesses calculables, la vitesse d'entrée  $w_0$  et la vitesse de sortie  $w_1$ .

§ 2. VALEUR DE  $k_1$ 

Si nous désignons par  $T_1$  la résistance opposée à l'écoulement du fluide par suite de la présence de l'aube dont nous représenterons la section droite par  $S$ , on peut admettre que  $T_1$

$$T_1 = S \frac{\delta}{g} w_0^2 \frac{e_1}{\rho_1} \quad (213)$$

$e_1$  désignant la moitié de l'épaisseur du flux dévié par l'aube,  $\rho_1$  désignant le rayon de courbure de l'arc d'approche (\*).

La perte d'énergie qui résulte de cette déviation par kg de fluide débité, vaudra donc

$$\frac{T_1 \times w_0}{2 e_1 l \delta w_0} = \frac{S}{l} \frac{1}{\rho_1} \frac{w_0^2}{2g} \quad (214)$$

$l$  désignant la largeur de l'aube à l'entrée,  $S$  la section droite de cette aube.

Cette relation conduit à poser, si on représente ici par  $(d)$  l'épaisseur de l'aube,

$$k_1 = \frac{l \times (d)}{l \rho_1} = \frac{(d)}{\rho_1} \quad (215)$$

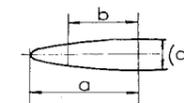


FIG. 51.

L'extrémité de l'aube à l'entrée peut être représentée par le tracé de la figure 51. En nous référant à l'exposé du fascicule I,  $a$  désignant la longueur de la partie carénée,  $b$  les  $\frac{2}{3}$  de  $a$

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{2}{3} \frac{(d)}{b^2}$$

D'où

$$k_1 = \frac{2}{3} \left[ \frac{(d)}{b} \right]^2 \quad (216)$$

$(d)$  représentant ici l'épaisseur de l'aube.

(\* ) Nous sommes obligé de nous en tenir à ce raccourci, renvoyant le lecteur au chapitre premier de la première partie du fascicule I.

## § 3. CALCUL DES COEFFICIENTS

$$\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \text{ ET } \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$$

POUR LES ROUES N° 1 ET N° 4

Si on se reporte à la figure 27 donnant le plan de la roue n° 1 à l'échelle  $\frac{1}{2}$ , nous pourrions calculer

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)(s) = \frac{2(30+11)}{30 \times 11} \times 105 = 26.$$

A la section  $(30 \times 11)$  correspond un diamètre  $d=20$ .

Pour cette valeur de  $d=0,020$  m, et pour des vitesses de l'ordre de 10 m avec une viscosité absolue de 0,013 (eau à 10°)

$$R_e = \frac{10 \delta w d}{\mu} = 150.000.$$

La formule qui donne la valeur de  $2gk$  est la suivante, établie sous le numéro (124) du fascicule I, pour les surfaces lisses

$$\lambda = 2gk = \frac{0,133}{R_e^{1/3}} + 0,00167 = 0,0041 \quad (217)$$

puisque  $R_e^{1/3}$  est égal à 53.

TABLEAU VIII

N°	1	2	3	4	5
Roue	$2gk$	$k_1$	$\frac{1}{\varphi^2} - 1$	$\frac{1}{\psi^2} - 1$	(3)+(4)
N° 1	0,0041	0,027	0,035	0,100	0,135
N° 4	0,0040	0,027	0,030	0,070	0,100

Nous avons répété ce calcul pour la roue n° 4 et consigné dans le tableau VIII, les valeurs de  $2gk$ , puis de  $k_1$  d'après la formule (216), en adoptant les valeurs (fig. 51)

$$(d) = 5 \text{ mm} \quad b = 25 \text{ mm}.$$

Les valeurs de  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$  d'après la relation (208) et de  $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$  d'après (209) s'en sont suivies; la valeur de  $n$  a été prise égale à 1, puisque, comme nous l'avons vu dans ce qui précède,  $\frac{w_0}{w_1} = 1$  pour les nombres d'aubes employés dans les roues utilisées au cours des différents essais relatés ici.

*Remarque.* — Les valeurs ainsi établies NE SONT STRICTEMENT VALABLES que pour le fonctionnement au synchronisme, c'est-à-dire pour la valeur de  $x$  qui conduit à une vitesse relative  $w_0$  dirigée suivant la bissectrice de l'aube à l'entrée.

Au-delà, et surtout en deçà, le coefficient  $k_1$  qui passe à ce moment par un minimum calculable, grandit comme le fait ressortir le diagramme des valeurs du coefficient de traînée  $c_x$  établi au tunnel sur des ailes isolées, quand on fait varier l'angle d'attaque  $\alpha_1$ .

#### § 4. CALCUL DE $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ POUR LES DIFFUSEURS N° 1 À N° 4

Sur la même base que celle adoptée pour l'aubage de la roue, nous pouvons calculer les valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  pour les différents diffuseurs employés au cours des essais.

Le tableau IX donne les détails du calcul, en partant des formules que nous venons d'établir, et des angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  indiqués figure 31, sur chacune des aubes utilisées dans le tracé des diffuseurs portant les n°s 1 à 4, de la série des essais effectués en 1922.

Nous avons dû ajouter au coefficient de choc à l'entrée  $k_1$ , le coefficient  $k_s$  pour tenir compte de la perte supplémentaire propre à un divergent, comme c'est le cas quand il s'agit d'un tracé de diffuseur à aubes.

Cette perte supplémentaire est fournie par la formule de *Fliegner*

$$h_s = \frac{c_2^2}{2g} \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)^2 \sin \delta$$

dans laquelle  $\delta$  désigne l'angle de divergence des parois du diffuseur, supposé constitué par un tronç de cône (fig. 52).

En fonction de la vitesse d'entrée, cette relation devient

$$h_s = \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^2 \frac{c_1^2}{2g} \sin \delta \quad (218)$$

$n$  représentant le rapport  $\left(\frac{c_1}{c_2}\right)$  et  $\sin \delta$  le rapport  $\frac{d_2 - d_1}{l}$ .

Dans le diffuseur à parois parallèles que nous avons utilisé, le ralentissement du flux en passant de l'entrée à la sortie, n'est pas dû uniquement à la divergence des parois formant les canaux du diffuseur, mais en partie à l'accroissement de la section provenant du passage du rayon  $r_1$  au rayon  $r_2$ .

Le coefficient  $k_s$  ne doit tenir compte que de la divergence des parois, c'est-à-dire de la différence des angles, ou mieux du sinus de ces angles pris respectivement à la sortie et à l'entrée.

$$h_s = \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^2 \frac{c_1^2}{2g} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad (218b)$$

Nous devons donc écrire pour le calcul de la perte totale dans le diffuseur

$$T_t = \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (219)$$

avec

$$\left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) = \left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) + k_1 + k_s \quad (220)$$

Le tableau IX fait connaître dans la colonne (11) les valeurs calculées pour les quatre diffuseurs, dont les angles caractéristiques sont donnés par la figure 31, pour chacune des aubes utilisées.

Les valeurs de  $x$  inscrites dans la colonne (12) correspondent aux abscisses des points de tangence de la figure 30 (multiplié par 2 puisque

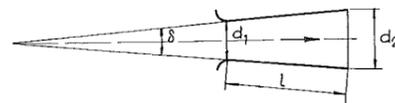


FIG. 52.

TABLEAU IX

N.	1	5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Diffuseur	$2gk$	$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$	(s)	$\frac{1}{\varphi^2} - 1$	$k_1$	$k_s$	$\sin \alpha_1$	$\sin \alpha_2$	$\frac{1}{n}$	$1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{\psi_1^2} - 1$	$x$
N° 1	0,0041	0,29	107	0,042	0,010	0,247	0,087	0,422	0,148	1,17	0,306	0,24
N° 2	0,0040	0,27	100	0,036	0,010	0,100	0,173	0,391	0,320	1,42	0,161	0,38
N° 3	0,0040	0,25	88	0,029	0,010	0,053	0,275	0,422	0,440	1,64	0,110	0,56
N° 4	0,0040	0,26	64	0,022	0,020	0,006	0,500	0,500	0,660	2,10	0,072	0,88

TABLEAU X

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Diffuseur	$\alpha_1$ observé	$\alpha_2$	$\frac{1}{n} = \frac{c_2}{c_1}$	$\left(\frac{1}{n}\right)^2$	$x'$	$x$	$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_s$	$\frac{1}{\psi_1^2} - 1$	$1+A$	$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_c$	$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_v$
N° 1	4°	25°	0,148	0,022	0,12	0,24	0,600	0,306	1,02	0,312	0,312
N° 2	8°	23°	0,320	0,103	0,19	0,38	0,500	0,161	1,16	0,186	0,210
N° 3	14°	25°	0,440	0,194	0,28	0,56	0,330	0,110	1,29	0,140	0,160
N° 4	27°	30°	0,660	0,435	0,44	0,88	0,140	0,072	1,44	0,103	0,103

$x = \frac{x'}{\sin \beta_1} = 2x'$ , ces points de tangence étant, en effet, les points pour lesquels la vitesse absolue  $c_1$  de sortie de la roue, coïncide avec la tangente à l'entrée du diffuseur correspondant. Les angles correspondants sont tirés des tracés des triangles des vitesses à la sortie (fig. 30a) et coïncident très approximativement avec les angles de la face concave pour les deux premières, avec les angles de la bissectrice pour les deux dernières.

En procédant ainsi pour le calcul de  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_c$ , nous n'avons pas tenu compte des pertes propres à la partie du diffuseur s'étendant du rayon  $r_2 = 0,140$  marquant la fin du diffuseur à aubes, et le rayon  $r_3 = 0,180$  marquant le début de la volute proprement dite.

Cette partie de la pompe qui prolonge le diffuseur à aubes, introduit une cause d'erreur dans l'évaluation des pertes théoriques que nous voudrions faire disparaître. Pour cela nous avons eu recours au procédé suivant :

Connaissant les pertes dans le diffuseur sans aubes par la voie expérimentale, nous avons admis que pour la partie allant du rayon  $r_3$  au rayon  $r_2$ , la perte sera la moitié [puisque  $(r_3 - r_2) = (r_2 - r_1)$ ] de celle notée aux essais, à vitesse d'entrée égale ; comme la vitesse d'entrée  $c_2$  n'est qu'une fraction  $\left(\frac{c_2}{c_1}\right)$  de  $c_1$ , nous pourrions écrire que le supplément  $S$  a pour valeur

$$S = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right)_s \times \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \right] \frac{c_1^2}{2g} = \Lambda \left( \frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (221)$$

Le tableau X fait connaître les détails de ce calcul. Les valeurs de  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_c$  sont indiquées dans la colonne (10).

Les points marqués d'une croix entourée d'un cercle, de la figure 54 correspondent à ces valeurs.

La figure 53 donne ces mêmes valeurs en

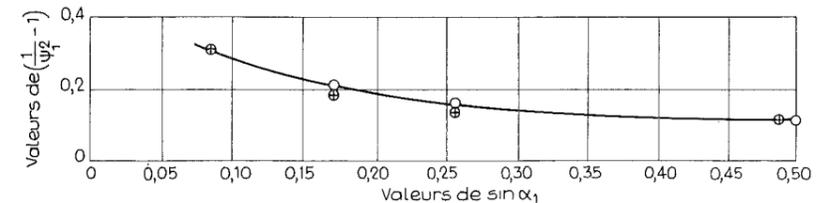


FIG. 53.

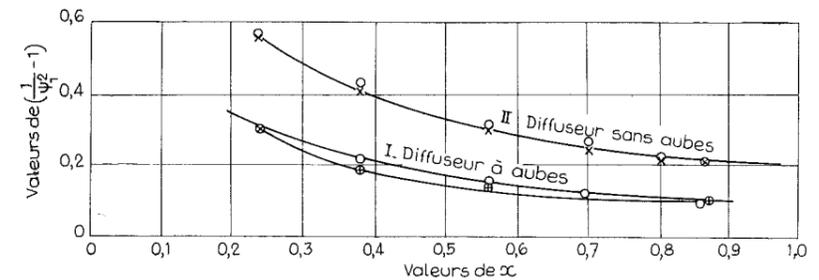


FIG. 54.

fonction de  $\sin \alpha_1$ , le sinus de l'angle d'entrée.

Les calculs effectués en vue de vérifier si les valeurs VRAIES tirées des données expérimentales, coïncident d'une façon satisfaisante, avec les valeurs théoriques, nous ont conduit à admettre que les valeurs VRAIES sont un peu plus élevées et qu'elles correspondent plutôt à la courbe passant par les points marqués d'un cercle blanc (fig. 54).

La différence qui est systématique, mais qui tend à devenir nulle pour les grandes valeurs de  $\sin \alpha_1$ , pourrait s'expliquer, étant donné qu'en raison de l'amincissement des aubes à l'entrée, la section libre va légèrement diminuant pour

grandir ensuite à partir d'une certaine valeur du rayon  $r$ ; cette contraction de la veine qui ne pourrait être évitée qu'avec des aubes tout à fait minces, provoque une perturbation dans l'écoulement qui se traduit par une perte supplémentaire dont il n'avait pas été tenu compte.

Elle tend à perdre de son importance quand l'angle  $\alpha_1$  grandit et devient pratiquement nulle pour l'angle extrême.

Les valeurs inscrites dans la colonne (11) du tableau X sont celles qui résultent de la courbe figure 54; ce sont celles qui seront introduites dans les calculs de la perte au diffuseur du tableau XI.

## CHAPITRE II

### CALCUL DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE M ET DU COEFFICIENT M'

#### § 1. VALEUR THÉORIQUE DE M

Toutes les expériences effectuées pour la détermination de M ont été faites en relevant la pression  $p_0$  dans le plan vertical correspondant à l'ouïe.

La valeur de  $H'$  peut s'écrire d'une manière générale :

$$H' = T_i - T_f - T_1 - T_0. \quad (222)$$

Le terme  $T_0$  qui représente la perte dans la tubulure d'entrée, est nul ici, étant donné que les pressions  $p_0$  ont été relevées dans le plan de l'ouïe elle-même.

De cette relation (222), on peut déduire

$$M = 2P - \frac{2gT_f}{u_1^2} - \frac{2gT_1}{u_1^2}. \quad (223)$$

avec

$$\frac{2gT_f}{u_1^2} = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(\frac{w_1}{u_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \left(\frac{w_0}{u_1}\right)^2 \quad (224)$$

$$\frac{2gT_1}{u_1^2} = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2. \quad (225)$$

En représentant par  $P'$  la somme de ces deux derniers termes

$$P' = x^2 \left\{ \left[ \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \right] + \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{1 + 2x \cos \beta_1 + x^2}{x^2} \right\}. \quad (226)$$

De cette valeur de  $P'$  on peut déduire

$$(1 - \eta_i) = \frac{P'}{2P} \quad (227)$$

la courbe I donnant  $(1 - \eta_i)$  pour la roue n° 1; la courbe IV se rapportant à la roue n° 4 (fig. 34b).

La différence, comme on le voit, est faible, la courbe II étant toutefois constamment en dessous de la courbe I depuis  $x=0,15$  jusque  $x=1,10$ , c'est-à-dire pour toute la zone d'utilisation de la pompe.

Le rendement maximum  $\eta_i$  est donc plus faible pour un angle  $(\pi - \beta_1)$  plus grand. Il y a là une question de fait que la théorie doit expliquer.

Remarquons que pour un même angle d'entrée  $\alpha_1$  dans le diffuseur,  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  doit rester le même, quel que soit l'angle  $(\pi - \beta_1)$ : les pertes dans le diffuseur ne peuvent dépendre QUE DE SON TRACÉ. Cherchons une relation entre  $\alpha_1$  et  $\beta_1$ .

Dans le triangle des vitesses, figure 30b,

$$c_1' \sin \alpha_1 = \frac{1}{2} w_1 \sin \beta_1 \quad (228)$$

en prenant pour  $k'k''=0,50$  (au lieu de 0,51 trouvé plus haut).

D'où la relation, en divisant les deux membres par  $u_1$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\frac{1}{2} x \sin \beta_1}{\sqrt{1 + 2x \cos \beta_1 + x^2}}. \quad (229)$$

La relation (226) peut donc s'écrire

$$P' = x^2 \left\{ [ ] + \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \left(\frac{1}{2} \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}\right)^2 \right\}. \quad (230)$$

Pour chacune des deux roues n° 1 et n° 4, on peut dresser un tableau, en fonction de  $x$ , donnant respectivement

$$2P, \quad \left(\frac{1}{2} \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}\right)^2, \quad (1 - \eta_i)_{\text{exp}}$$

valeur expérimentale, puis

$$(1 - \eta_i) \frac{2P}{x^2} = \frac{P'}{x^2}. \quad (231)$$

D'où l'on peut déduire la valeur du facteur entre parenthèses de la relation (230).

En soustrayant le dernier terme de la valeur (230), nous obtiendrons la valeur du coefficient de perte se rapportant à la roue elle-même :

$$[ ] = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right).$$

Le tableau XI donne ces valeurs pour la roue n° 1, les valeurs de  $2P$  étant déduites des diagrammes de la figure 34 puisque  $X = x \cos \beta_1$

$$2P = 1,20 (1,33 + x \cos \beta_1). \quad (232)$$

Le facteur entre crochets donne le coefficient de perte dans la roue elle-même en fonction de

TABLEAU XI

N°	1	2	3	4	5	6	7
$x$	0,20	0,24	0,38	0,56	0,70	0,80	0,88
$\alpha_1$		4°	8°	14°			27°
$x \cos \beta_1$	0,174	0,191	0,330	0,485	0,608	0,690	0,765
$\frac{x^2}{x^2}$	0,040	0,057	0,145	0,314	0,490	0,640	0,775
$1 + x^2 + 2x \cos \beta_1$	0,692	0,676	0,485	0,344	0,274	0,260	0,245
$\left(\frac{1}{2} \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}\right)^2$	17,3	11,7	3,350	1,100	0,560	0,405	0,318
$1,33 + x \cos \beta_1$	1,156	1,138	1,000	0,845	0,722	0,640	0,565
$\frac{2P}{2P}$	1,380	1,370	1,200	1,020	0,865	0,765	0,675
$(1 - \eta_i)_{cx}$	0,190	0,170	0,125	0,100	0,110	0,126	0,185
$(1 - \eta_i) \frac{2P}{x^2}$	6,510	4,050	1,030	0,330	0,194	0,150	0,161
$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)_v$	0,350	0,312	0,210	0,160	0,130	0,110	0,103
$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \left(\frac{1}{2} \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}\right)^2$	6,100	3,670	0,705	0,176	0,073	0,044	0,033
[ ]	0,410	0,380	0,325	0,154	0,121	0,106	0,128
$\frac{P'_{cx}}{P'_{cx}}$	0,650	0,410	0,260	0,170	0,135	0,129	0,150
$\frac{P'}{x^2}$	16,30	7,150	1,800	0,540	0,275	0,201	0,194
$\frac{P'}{x^2} - [ ]$	15,89	6,770	1,475	0,386	0,155	0,095	0,066
$\frac{1}{\psi_1^2} - 1$	0,920	0,580	0,440	0,350	0,280	0,234	0,208

$x$ , on est conduit à la courbe I de la figure 55:

Pour la roue n° 4 les mêmes calculs conduisent à la courbe II de cette même figure 55.

Ces valeurs passent par un minimum pour une valeur de  $x$  voisine du fonctionnement au synchronisme.

Pour la roue n° 4 ce minimum est plus élevé, en raison des perturbations plus grandes apportées dans l'écoulement, du fait du très grand angle d'entrée; les valeurs indiquées au tableau VIII, comme résultant du calcul *a priori*, ne peuvent tenir compte de ces perturbations; elles représentent des valeurs minima. Pour la roue n° 1 la valeur minimum calculée 0,135 cor-

respond très convenablement à la valeur observée.

Partant de ces valeurs déduites de l'expérimentation pour les pertes dans la roue, nous avons pu établir la valeur du coefficient de perte  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  pour le fonctionnement avec diffuseur SANS AUBES. Au bas du tableau XI, on trouvera ces valeurs pour la roue n° 1. Ces valeurs ont été portées en diagramme (fig. 54) en fonction de  $x$ ; elles sont indiquées par des cercles blancs.

Les mêmes calculs effectués pour la roue n° 4, ont conduit aux points marqués d'une croix.

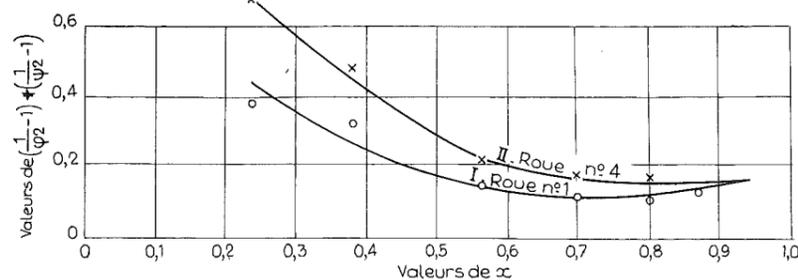


FIG. 55.

La coïncidence est absolue, pourrait-on dire, et c'est là une déduction décisive au point de vue de la valeur de la théorie : les pertes dans le diffuseur NE PEUVENT DÉPENDRE QUE DE SON TRACÉ et non de la roue qui l'alimente.

## § 2. DÉTERMINATION PAR LE CALCUL DE M'

Nous désignons par M' le coefficient défini par la relation

$$M' = \frac{2g \int_0^1 v dp}{u_1^2} \quad (233)$$

qui permettra de calculer la valeur de la différence des pressions fournie par la roue seule, à l'exclusion du diffuseur.

Nous avons établi expérimentalement ce coefficient M' en relevant les pressions dans l'enveloppe au rayon  $r_1$  de la roue. Cette pression n'est pas nécessairement égale à celle que l'on relèverait à la périphérie de la roue elle-même; mais en l'absence d'un moyen pratique pour faire ce relevé, nous nous sommes borné à confondre l'une avec l'autre. Le calcul montrera que M' ainsi établi expérimentalement est trop élevé, la pression dans l'enveloppe au niveau  $r_1$  étant une pression intermédiaire entre la pression moyenne existant réellement à la sortie de la roue, et celle régnant à l'entrée stricte du diffuseur, puisqu'un intervalle appréciable (2 à 3 % de  $r_1$ ) existe entre l'aubage de la roue et l'aubage du diffuseur.

Pour déterminer M', nous pourrions admettre que la différence entre M et M', vient de la transformation en énergie de pression de l'énergie effectivement disponible  $\frac{1}{2g} c_1^2$ , diminuée de la partie perdue par frottement et tourbillonnement  $\frac{2gT_1}{u_1^2}$ . Cela conduit à la relation

$$M - M' = \frac{c_1^2}{u_1^2} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right). \quad (234)$$

Sur les figures 30 et 33 nous avons indiqué les résultats de l'observation et du calcul, la courbe pointillée M' correspondant aux valeurs observées.

Les valeurs M' sont seules à retenir, la différence entre M et M' indiquant la quantité d'énergie récupérée par kg au moyen du diffuseur.

## § 3. CONCLUSIONS

L'examen des courbes I et II de la figure 55 donnant les coefficients de perte dans le diffu-

seur à aubes et dans le diffuseur sans aubes, fait apparaître une très nette infériorité de ce dernier; cet écart est dû en partie à ce que nous avons conservé pour réaliser le diffuseur sans aubes des parois PARALLÈLES, alors que dans les applications, la section de sortie de la roue se rapproche de la section d'entrée dans la volute, le raccordement se faisant par des parois latérales largement divergentes. Pour réaliser le

même rapport  $\frac{c_2}{c_1}$ , le chemin parcouru par le fluide qui trace des spirales logarithmiques, est de ce fait beaucoup plus court.

Ce diffuseur sans aubes, mais à parois latérales, largement divergentes, est celui que l'on retrouve dans toutes les pompes larges calculées pour fonctionner dans la région des valeurs élevées de  $x$ .

L'utilisation d'un diffuseur à aubes conduirait à des pertes supplémentaires pour tous les débits s'écartant du débit normal pour lequel il aurait été tracé; sa réalisation en aubes gauches présenterait pour le surplus des difficultés très grandes de réalisation et se montrerait défectueuse pour tous les débits, en dehors du débit normal.

L'angle  $(\pi - \beta_1)$  qui fixe l'allure de la courbe de M, est limité pratiquement à  $(\pi - \beta_1) = 30^\circ$ .

Lorsque l'on cherche à réaliser une courbe de M dont le maximum se trouve situé plus près de l'axe des ordonnées, on doit choisir des angles  $(\pi - \beta_1)$  plus petits encore, de l'ordre de  $(\pi - \beta_1) = 20^\circ$ .

La valeur relevée de 0,90 pour le rendement indiqué avec la roue n° 1, se rapproche du maximum maximum accessible avec la pompe centrifuge.

Pour les turbines hydrauliques pour lesquelles les pertes dans le distributeur sont plus faibles, étant donné que le distributeur est un convergent et non un divergent, ce rendement maximum maximum peut atteindre 0,92 et 0,93.

En traçant (fig. 9) les courbes du rendement organique et du rendement volumétrique pour une roue centrifuge étroite ( $\varepsilon = 0,1$ ) nous avons voulu souligner que le rendement global se ramène à 0,75 et même moins.

Si on double  $\varepsilon$ , on réduit de moitié les pertes par fuite et les pertes par frottement externes: le rendement global peut alors remonter à 0,825.

Pour les roues très larges, ces deux rendements se rapprochent de l'unité au débit normal, si bien que le rendement global se rapproche à 2 ou 3 % près du rendement indiqué, 0,87 pour fixer les idées.

Ce rendement ne peut être atteint qu'avec des roues et des diffuseurs en bronze poli.

La rugosité joue, en effet, un rôle important dans les petites dimensions. Il n'est pas impossible d'en chiffrer l'importance, en faisant intervenir la formule (124) du fascicule I, laquelle permet de tenir compte de la rugosité relative des parois ; celle-ci est représentée par un rapport  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ ,  $\varepsilon$ , représentant la rugosité de la paroi en fer prise comme terme de comparaison.

Pour fixer les idées, la valeur de  $2gk$  que nous avons prise égale à ,0,004 pour les parois lisses de la roue et des diffuseurs en bronze, passerait à 0,0065 pour des parois en fer normalement oxydées.

Si la roue était cinq fois plus grande, ce coefficient  $2gk$  tomberait à 0,00485 pour le même matériau et le même degré de parachèvement.

Avec le bronze poli  $2gk$  tomberait à 0,003 pour une roue cinq fois plus grande.

Ce chiffre que l'on pourrait utiliser dans la théorie montrerait que le rendement indiqué peut ainsi être accru de 1,3 % ; il semble bien que c'est là l'ordre de grandeur du bénéfice réalisé aux essais.

L'influence des dimensions et de l'état des surfaces sur la valeur du coefficient manométrique n'est donc pas tout à fait négligeable et ce n'est donc qu'en première approximation que l'on peut dire que la courbe caractéristique du coefficient manométrique est unique pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables.

Pour ce qui concerne la courbe caractéristique du coefficient de puissance, on peut dire par contre qu'elle est rigoureusement unique.

## HUITIÈME PARTIE

### CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Après l'exposé d'ensemble que nous avons présenté dans la première partie, destiné à montrer comment le problème du calcul des dimensions générales se pose et comment il peut être résolu, nous avons abordé dans la deuxième partie, l'établissement de la relation fondamentale donnant la valeur du travail  $T_i$  par kg de fluide qui traverse la roue par sec,

dépensé s'il s'agit d'une pompe,  
produit s'il s'agit d'une turbine.

De cet exposé, est sortie la notion du coefficient de puissance  $P$  que nous avons adjointe à celle du coefficient manométrique  $M$  introduit dans la théorie des pompes centrifuges par Rateau en 1892. Ce coefficient de puissance se présente comme une fonction linéaire du coefficient de débit  $x$

$$x = \frac{w_1}{u_1}$$

et dès 1912, nous avons pu établir par la voie expérimentale, qu'il en était bien ainsi, dans la réalité.

Pas d'ouvrage sur la matière qui ne rappelle la démonstration de l'équation d'Euler, donnant la valeur de  $T_i$  ; peu ou pas d'ouvrages qui l'utilisent pour asseoir solidement la théorie des turbo-machines. Tout se passe, comme si malgré la démonstration basée sur le théorème de la variation de la quantité de mouvement, personne n'y croyait.

Il est vrai que sa démonstration repose sur l'hypothèse des filets parallèles : le faisceau des filets pris à l'entrée, aussi bien qu'à la sortie, peut être représenté par un vecteur ayant l'orientation stricte de la tangente à l'aube soit à l'entrée, soit à la sortie.

Dans l'application que nous avons faite dans le fascicule I, du théorème de la variation de la quantité de mouvement, pour l'établissement de la poussée et de la trainée correspondant à une aile en mouvement, une telle hypothèse pouvait se comprendre physiquement ; il serait difficile de dire qu'elle apparaît aussi évidente lorsqu'il s'agit de l'application de ce théorème, à l'écoulement du flux à travers la roue et le diffuseur, d'une pompe centrifuge.

Le SEUL MOYEN D'ÉLIMINER CETTE INCERTITUDE est de passer à l'exécution d'essais systématiques capables d'établir que la théorie se vérifie de la manière la plus sûre, la plus complète sans aucune restriction ni contradiction.

Tel a été le but primordial que nous avons poursuivi, sans désespérer, au cours de ces dernières années, utilisant à cette fin la totalité des documents que nous avons pu réunir au cours d'une carrière d'un demi-siècle.

Si invraisemblable que cela puisse paraître, l'hypothèse des filets parallèles est une réalité, et la loi d'Euler est d'une application stricte.

Cette loi apparaît toutefois comme une limite qui n'est réalisée que quand le nombre d'aubes est très élevé.

Pour les pompes centrifuges, la loi réelle qui, elle aussi est linéaire, s'établit par la voie théorique lorsqu'on admet un entraînement tangentiel des filets à l'entrée, l'angle  $(\pi - \beta)$  du flux se rapprochant progressivement de l'angle  $(\pi - \beta_0)$  de l'aubage, à mesure que le débit croît, pour atteindre l'égalité en un point, que nous avons appelé le point du synchronisme, situé à l'intersection de la droite d'Euler avec la droite représentant la vraie valeur de  $P$  (fig. 6).

Pour ce point, la vitesse absolue  $c_0$  à l'entrée de l'aubage est perpendiculaire à la section d'entrée, comme l'implique la loi d'Euler.

Cette question de prérotation dans les pompes centrifuges, ne nous aurait pas conduit à la vérité si nous n'avions eu l'occasion, à la suite de notre étude sur les ventilateurs hélicoïdes, d'admettre comme indiscutable qu'avec les nombres d'aubes généralement employés, la vitesse relative  $w$  ne varie pas dans l'aubage, au point que l'on doit admettre

$$w_1 = w_0.$$

C'est à partir de ce moment seulement, que la totalité des propriétés caractéristiques non seulement des pompes et des ventilateurs mais par voie de conséquence, de toutes les turbo-machines, découlerent d'une façon absolue de la théorie.

C'est en vue de convaincre de cet état de fait, mes collègues chargés d'un tel enseignement,

que j'ai rédigé les deux premières parties de ce fascicule, avant de procéder à l'analyse des documents expérimentaux que j'avais pu réunir sur les pompes centrifuges et les pompes hélicoïdes.

En vérité, sans l'appoint de la théorie que j'avais mise sur pied dès 1912, concernant les hélices aériennes, je n'aurais pu être amené en 1954 à établir une comparaison entre la valeur de  $P$  issue de la méthode d'Euler et celle fournie par la méthode que j'appellerai hydrodynamique dérivée de la théorie de l'hélice.

Je n'aurais pas aperçu non plus aussi clairement la relation fondamentale

$$w_1 = w_0.$$

C'est du rapprochement entre les coefficients  $K'$  et  $\Psi$  qu'est sortie la relation faisant apparaître de façon explicite, l'influence du nombre d'aubes.

On voit quels heureux « hasards » ont présidé à la naissance de cet ensemble que nous pouvons présenter aujourd'hui sans hésitation, après un demi-siècle de persévérants efforts. Cet ensemble apporte un heureux progrès dans la connaissance des turbo-machines dont pourra profiter un jour, du moins je l'espère, l'enseignement sur cette matière.

Le progrès décisif né de l'introduction du coefficient de puissance INDÉPENDANT DE LA NATURE DU FLUIDE ÉVOLUANT a pu être suivi d'un autre : celui qui, par l'utilisation des connaissances d'aujourd'hui sur les pertes de charge, permet de passer du coefficient de puissance, au coefficient manométrique.

La coordination de dizaines de milliers d'expériences sur les tuyaux lisses et rugueux, de même que sur les disques lisses et rugueux, en utilisant successivement l'eau et l'air, a permis une évaluation des pertes en fonction d'un coefficient de frottement  $k$ , avec une approximation largement suffisante pour les besoins de l'application.

Le coefficient  $\lambda$

$$\lambda = 2gk$$

auquel ce dernier donne lieu, est une fonction du coefficient de Reynolds lorsqu'il s'agit de surfaces lisses et lorsqu'il s'agit de surfaces rugueuses, cette fonction contient un terme supplémentaire fonction du coefficient de rugosité.

Nous avons, dans le fascicule I, présenté cette question du calcul des pertes de charge telle qu'elle résulte de l'ensemble des connaissances acquises par l'expérimentation depuis un demi-siècle.

Pour pouvoir faire bénéficier de ces connaissances l'étude des turbo-machines, il fallait un moyen, fût-il approché, d'établir la valeur des

pertes dans le passage du fluide à travers les canaux formés par les aubes du distributeur de la roue et du diffuseur, en partant de la valeur de  $2gk$  correspondant à ces pertes.

Pour cela nous avons admis que l'on ne s'écarte pas de la réalité, lorsque la vitesse est supposée aller croissant ou décroissant progressivement depuis l'entrée jusqu'à la sortie, dans les canaux que l'on retrouve dans les trois éléments constituant la turbo-machine : distributeur, roue, diffuseur, qu'il s'agisse d'une pompe ou d'une turbine.

Cette manière de voir, conduit à introduire dans les équations, des coefficients  $\varphi$  et  $\psi$ ,  $\varphi_1$  et  $\psi_1$  analogues à ceux que l'on retrouve dans la théorie des turbines d'action à vapeur, mais cette fois présentés sous une forme explicite, calculable dès que l'on se donne les proportions du canal formé par deux aubes voisines de l'aubage, et le coefficient  $\lambda$  qui varie avec le coefficient de Reynolds et le coefficient de rugosité relative fixé par l'état des surfaces de l'aubage.

Le coefficient manométrique qui résulte de tels calculs, est donc dépendant de  $\lambda$  dans une certaine mesure et les lois de similitude telles qu'elles sont énoncées, ne sont rigoureusement vraies que si le nombre de Reynolds reste le même et si l'état des surfaces est comparable.

Lorsqu'on passe d'une turbo-machine relativement petite à une autre beaucoup plus grande, la rugosité relative devient plus petite, à équivalence de matériaux employés et de parachèvement, et la valeur de  $\lambda$  diminue : le rendement  $\eta = \frac{M}{2P}$  croît, 2 à 3 % pour fixer les idées, dans les limites d'utilisation de ces machines.

Lorsqu'on passe d'un fluide à un autre, il faut tenir compte de ce que la zone d'utilisation change : à des vitesses de l'ordre de 5 à 10 m/sec quand il s'agit d'un fluide comme l'eau, correspondent des vitesses de 25 à 50 m/sec quand il s'agit d'air. Cette différence conduit à des valeurs du coefficient de Reynolds du même ordre de grandeur, surtout si l'on tient compte qu'en ventilateur les dimensions sont généralement plus grandes, dans les applications courantes.

On voit que la théorie poussée jusqu'à la limite des possibilités, rend compte de la façon la plus complète, de toutes les propriétés des turbo-machines mises en évidence par l'expérimentation systématique.

Conséquence des lois de similitude : nous avons établi qu'il existe un coefficient caractéristique  $R$  d'un type déterminé, défini par les trois données fondamentales

$$Q \quad H' \quad N$$

sous la forme

$$R = \frac{QN^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}}.$$

$R$  est une fonction de  $x'$ , coefficient de débit, si bien que si l'on s'impose la condition du rendement maximum maximorum, le type est déterminé.

En cherchant à mener à bien l'étude des turbo-machines, nous n'avons pas seulement en vue d'en finir avec les tâtonnements toujours renouvelés sur la manière de résoudre ces problèmes d'envergure, nous voulions valoriser les études publiées en 1954 et en 1956, sur le calcul de la résistance à l'avancement des coques et des ailes, puis sur le calcul de l'avion et de ses hélices qui, bien que comportant comme dans ce fascicule, des vérifications expérimentales décisives, doivent avoir laissé incrédules a priori, la plupart des lecteurs, même les lecteurs avertis et persévérants.

Cette fois il nous paraît que le doute n'est plus possible QUANT À LA VALEUR D'APPLICATION DU

Nous aurions pu nous borner à ces conclusions, si nous n'avions craint que le lecteur pressé, mette en doute la valeur de celles-ci, en s'appuyant sur quelques remarques hâtives pouvant soulever d'inutiles controverses.

C'est pourquoi nous voudrions souligner :

1° Que la valeur du coefficient  $K'$  qui a été introduit dans la relation d'Euler pour tenir compte du fait physique de la prérotation dans les pompes centrifuges, n'a été déterminé qu'à partir de la théorie hydrodynamique du ventilateur, publiée en 1956;

2° Que celle-ci suppose implicitement que le tracé des aubes répond à la condition

$$(\pi - \beta_1) - (\pi - \beta_0) \cong 21^\circ;$$

THÉORÈME DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT, dont étaient sortis tout entiers, les fascicules I et II.

En ce qui concerne la cavitation, les expériences ont été conduites de manière à pouvoir déceler la naissance du phénomène, en relevant la pression à l'entrée de la roue, au moment où, en agissant sur la pression maintenue dans le haut du réservoir d'aspiration, on était parvenu à faire tomber le débit de 5 %.

La concordance entre valeurs calculées et valeurs observées pour le coefficient de cavitation ainsi établi est, pourrait-on dire, déroutante.

À l'heure où la Science paraît en mesure de fournir les bases du calcul des fusées, il serait plus déroutant encore que l'on en arrive, dans le milieu scientifique, à se trouver d'accord pour dire que dans le domaine des turbo-machines, la seule méthode valable pour le calcul de celles-ci, consiste à relever sur modèle au Laboratoire, les courbes caractéristiques du type qui paraît convenir a priori, ces courbes étant pour le surplus douteuses au point de vue théorique.

Liège, le 15 septembre 1958.

3° Que c'est, en effet, la condition stricte à respecter pour avoir le droit d'appliquer comme nous l'avons fait, les coefficients de portance et de traînée propres à l'aile;

4° Que quand  $\frac{a}{t}$  est plus grand que 1, la valeur de  $K'$  devient indéterminée, en suivant la voie adoptée ici.

Par angles d'entrée et de sortie, il faut entendre les angles des bissectrices du profil à l'entrée et à la sortie, ainsi que nous l'avons établi dans le fascicule I.

Pour les aubes profilées à la sortie, l'angle  $(\pi - \beta_1)$  ainsi évalué, doit être remplacé par l'angle  $(\pi - \beta_1')$  de déviation, calculé en tenant compte de l'angle  $\gamma$ .

## APPENDICE

### CHAPITRE PREMIER

#### DÉMONSTRATION DES TROIS RELATIONS FONDAMENTALES POUR L'ÉTUDE DES TURBO-MACHINES

Avec l'hypothèse des filets parallèles dont nous venons de donner la preuve du bien-fondé, nous pourrions appliquer l'équation fondamentale de la Mécanique

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi} = m (\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c) \quad (235)$$

à un élément d'épaisseur  $ds$  se déplaçant parallèlement à lui-même (fig. 56) depuis l'entrée en  $ac$  jusqu'à sa sortie en  $bd$ .

rée dans la direction de la trajectoire absolue; d'où

$$\Sigma f_c \frac{(ds')}{(d\pi)} = \frac{1}{g} (ds') \frac{dc}{dt} = \frac{1}{2g} d(c^2). \quad (237)$$

La transformation du second membre est possible, comme nous venons de le faire, *en régime permanent seulement* étant donné que  $ds'$  peut représenter à ce moment le déplacement du

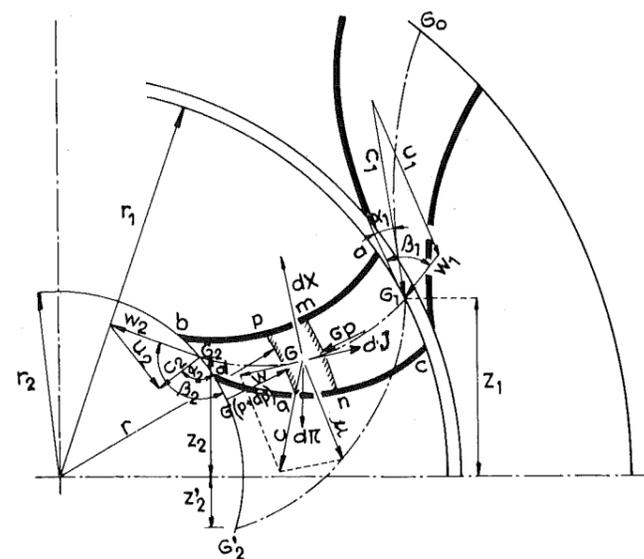


FIG. 56.

En projetant le système des forces élémentaires sur la trajectoire du mouvement absolu, nous pourrions écrire :

$$\Sigma f_c = \frac{(d\pi)}{g} \frac{dc}{dt} \quad (236)$$

$(d\pi)$  désignant ici le poids de l'élément;

$(ds')$  désignant l'épaisseur de l'élément mesu-

centre de gravité de l'élément considéré, dans un temps  $dt$  toujours le même, si bien que  $\frac{ds'}{dt}$  représente la valeur de  $c$ .

En explicitant les forces  $f_c$  du premier membre, nous pourrions écrire successivement :

$$1) \quad \frac{dJ}{(d\pi)} (ds') \cos(cdJ) = -dT_1,$$

—  $dT_f$  représentant le travail absorbé par le frottement, dans le déplacement élémentaire  $ds' \cos(cdJ)$ , par kg de fluide déplacé;

$$2) \quad \frac{dX}{(d\pi)} (ds') \cos(cdX) \equiv -dT_f,$$

—  $dT_r$  représentant le travail produit par le déplacement élémentaire de l'aubage, par kg de fluide déplacé;

$$3) \quad \frac{(ds')}{(d\pi)} \cos(cd\pi) = -dz,$$

le travail produit par la chute verticale du kg de fluide envisagé;

$$4) \quad -\frac{\sigma dp}{(d\pi)} \cos(cp) (ds') = -vdp$$

en vertu de la relation

$$\frac{\sigma (ds') \cos(cp)}{(d\pi)} = \frac{1}{\delta} = v. \quad (238)$$

Ces valeurs transportées dans la relation (237), nous trouverons la relation fondamentale (I)

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 vdp - T_r. \quad (I)$$

En projetant le système des forces appliquées à l'élément considéré sur la trajectoire du mouvement relatif, on aboutira, en désignant par  $(ds)$  la portion de celle-ci interceptée par les surfaces concentriques de rayon  $r$  et  $(r+dr)$ , à la relation

$$\Sigma f_w \frac{(ds)}{(d\pi)} = \frac{1}{g} (ds) \frac{dw}{dt} - \frac{1}{g} \frac{u^2}{r} (ds) \cos(wr) \quad (239)$$

qui explicitée, comme nous l'avons fait plus haut, conduira à la deuxième des relations fondamentales

$$\frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 vdp = \frac{1}{2g} (w_2^2 - w_1^2) + T_f \quad (II)$$

Comme la pression qui règne à la sortie de l'aubage est la même en 2 et en 2', que le travail  $T_f$  absorbé par le frottement par kg de fluide traversant la roue, est le même que l'on envisage le déplacement absolu ou le déplace-

ment relatif, on pourra, en additionnant membre à membre les équations (I) et (II), trouver une troisième équation

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + (z_2 - z_2'). \quad (III)$$

En utilisant les relations déduites des triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1 \cos \alpha_1 \quad (240)$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2c_2 \cos \alpha_2, \quad (241)$$

on pourra transformer cette équation (III) en une équation (IIIb) qui n'est autre que la relation d'Euler

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1c_1 \cos \alpha_1 - u_2c_2 \cos \alpha_2) + (z_2 - z_2') \quad (IIIb)$$

Le terme en  $z$  disparaît quand on a affaire à une turbine à axe vertical, et même à une turbine à axe horizontal, à injection totale.

En fait c'est aux mêmes restrictions que l'on est conduit quand on démontre la relation d'Euler en partant du théorème de la quantité de mouvement car elle ne peut être établie qu'à la condition de faire l'hypothèse, comme ici, du déplacement par tranches parallèles.

Lorsqu'on applique l'équation (I) à un canal fixe,  $T_i = 0$ , et l'on retrouve l'équation de Bernouilli

$$\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 vdp - T_f = 0 \quad (IV)$$

lorsqu'on tient compte du terme relatif à la perte de charge.

Au point de vue des applications, il est indispensable d'expliciter le terme  $T_f$  qui, par définition, a pour valeur

$$T_f = \int_1^2 \frac{dJ}{(d\pi)} ds. \quad (242)$$

Le supposer nul pour simplifier, c'est se condamner à échouer dans une théorie qui ne peut avoir pour but que de rechercher LA SOLUTION OPTIMUM, celle qui conduit AU MEILLEUR RENDEMENT: en l'absence de pertes par frottement toutes les turbo-machines ont même rendement, l'unité, et sont partant équivalentes.

## CHAPITRE II

### GÉNÉRALISATION DE LA RELATION

$$p = \frac{\delta}{g} \frac{c_1}{\rho_1} w^2$$

#### § 1. RAPPEL DE LA DÉMONSTRATION

Cette relation que nous avons utilisée dans l'analyse du phénomène de la cavitation, nous l'avons introduite comme base de l'étude des effets de la déviation du flux par l'aile ou par une coque de navire ou d'avion, dans le fascicule I.

On aurait pu objecter que si sa démonstration apparaît comme rigoureuse quand on a affaire à un fluide incompressible, il n'en est pas de même avec un fluide compressible. Dans ce chapitre nous allons établir qu'elle est valable dans les deux cas.

Nous rappellerons d'abord la démonstration que nous en avons donnée.

Si l'on examine le phénomène de la déviation à angle droit, d'un jet frappant une plaque plane dans la direction  $y_0$  (fig. 57) nous pouvons dire, qu'en vertu du théorème de la quantité de mouvement, la force  $F$  appliquée à la plaque par la déviation du jet, a pour valeur

$$F = Mc \quad (243)$$

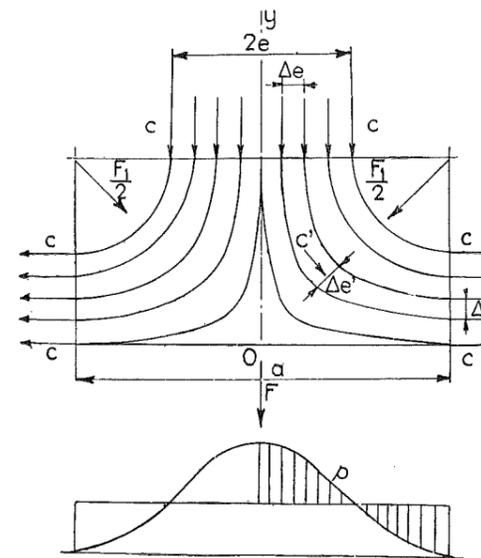


Fig. 57.

$M$  désignant la masse déviée par seconde, ( $c=0$ ) la variation de la vitesse dans la direction  $y_0$ .

Pour un élément d'épaisseur  $\Delta e$

$$\Delta F = mc \quad (244)$$

$m$  étant la masse élémentaire qui s'écoule par seconde pour former le flux élémentaire d'épaisseur  $\Delta e$ . Tous les filets comme on le voit, jouent le même rôle au point de vue de la poussée résultante  $F$  sur la plaque, quelle que soit la trajectoire parcourue par l'élément  $m$  considéré.

Cela revient à dire que la résultante  $F$  appliquée à la plaque, RESTERAIT LA MÊME, si tous les filets traçaient DES TRAJECTOIRES CONCENTRIQUES laissant sous le filet le plus intérieur une zone morte (fig. 58).

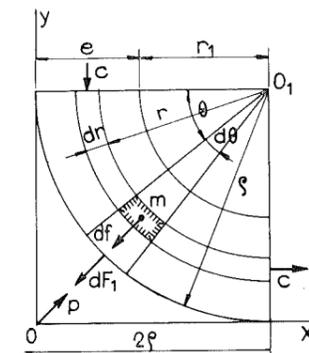


Fig. 58.

Telle est la conséquence du théorème de la quantité de mouvement; lorsque la vitesse  $c$  prise à l'entrée se retrouve à la sortie, il importe peu que la vitesse ait varié le long de la trajectoire d'un quelconque des éléments  $m$ , du moment où cette vitesse  $c$  prise à l'entrée se retrouve égale à  $c$  à la sortie. Dans l'exemple choisi où le contact avec la paroi ne s'établit qu'à la sortie, on peut considérer qu'il en est strictement ainsi.

Les expériences effectuées en Angleterre, sur les tuyères à vapeur que nous avons rappelées dans le fascicule II, montrent le bien-fondé d'une telle interprétation.

Cherchons à déterminer la pression  $p$  qui règne dans la zone morte.

Pour un élément délimité par le rayon  $r$  et  $(r + dr)$  de profondeur  $L$ , d'angle au centre  $d\theta$ , l'effort  $df$  résultant de l'action de la force centrifuge, aura pour valeur

$$df = Lrd\theta dr \frac{\delta}{g} \frac{c^2}{r} \quad (245)$$

et la résultante

$$dF_1 = Ld\theta \frac{\delta}{g} c^2 (\rho - r_1) \quad (246)$$

$(\rho - r_1)$  pouvant être remplacé par  $e$ .

De là l'expression de la pression supplémentaire  $p$  puisque

$$pL\varphi d\theta = dF_1 = Ld\theta \frac{\delta}{g} c^2 e$$

soit

$$p = \frac{\delta}{g} \frac{e}{\rho} c^2. \quad (247)$$

En désignant par  $p$  la pression absolue dans la zone morte

$$p - p_a = \frac{\delta}{g} \frac{e}{\rho} c^2. \quad (248)$$

La force  $F$  appliquée à la surface délimitée par la zone morte aura pour valeur

$$F = 2\varphi L \times p = 2 \frac{\delta}{g} e L c^2 = M c \quad (249)$$

$M$  désignant la masse qui s'écoule par seconde sur la largeur  $2e$ .

On retrouve donc la valeur (243) de  $F$ .

Ainsi, si la distribution des pressions sur la surface frappée par le jet, ne nous intéresse pas, si seule l'évaluation de l'effort global  $F$  intervient, nous pourrions substituer au flux réel, un flux fictif constitué par l'ensemble des filets concentriques d'épaisseur totale  $2e$ .

La démonstration ci-dessus implique toutefois que la vitesse  $c$  se maintient égale à elle-même depuis l'entrée jusqu'à la sortie : avec des trajectoires concentriques CELA N'EST POSSIBLE QUE SI L'ON A AFFAIRE À UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE.

Or, s'il s'agit d'un fluide compressible, il ne peut en être ainsi : dès que la pression croît de  $\Delta p$ , la vitesse diminue de  $\Delta c$  ainsi que l'implique la relation de Bernouilli

$$\int_{p_a}^{p_a + \Delta p} v dp = \frac{1}{\delta_a} [\Delta p] = \frac{1}{2g} (c - \Delta c)^2 - \frac{1}{2g} c^2 = -\frac{1}{g} c^2 \frac{\Delta c}{c} \quad (250)$$

soit

$$[\Delta p] = -\frac{\delta_a}{g} c^2 \left( \frac{\Delta c}{c} \right). \quad (251)$$

Pour que la formule (248) reste vraie, MÊME pour un fluide compressible, il faut que la diminution de la pression le long de l'arc  $\rho\alpha$  résultant d'une diminution de vitesse  $\Delta c$ , soit compensée par l'accroissement de l'effort  $df$  agissant sur l'épaisseur  $dr$  de part et d'autre de la tranche (fig. 59) et donnant lieu à une résultante  $df_1$

$$df_1 = -[\Delta p] L dr \times \alpha = \left( \frac{\delta_a}{g} c^2 \frac{\Delta c}{c} \right) L dr \times \alpha \quad (252)$$

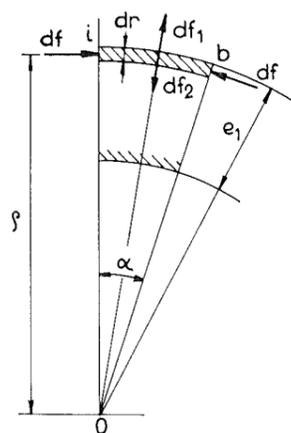


FIG. 59.

Or la diminution de pression le long de l'arc lorsque la vitesse passe de  $c$  à  $(c - \Delta c)$  dans la couche d'épaisseur  $dr$ , est donnée par la relation

$$\Delta p = \frac{\delta_a}{g} \frac{c}{c - \Delta c} (c - \Delta c)^2 \frac{dr}{\rho} = \frac{\delta_a}{g} c^2 \frac{dr}{\rho}$$

soit

$$-\Delta p = \left( \frac{\delta_a}{g} c^2 \frac{\Delta c}{c} \right) \frac{dr}{\rho} \quad (253)$$

puisque la condition de continuité conduit à

$$\delta_a c = \delta (c - \Delta c) \quad (254)$$

pour un écoulement à filets concentriques.

Si nous remplaçons la parenthèse figurant dans l'équation (252) par  $\Delta p \frac{\rho}{dr}$ , nous trouverons

$$df_1 = \Delta p L dr \alpha \frac{\rho}{dr} = \Delta p (L\varphi\alpha) = df_2 \quad (255)$$

c'est-à-dire l'égalité entre  $df_1$  et  $df_2$ , en valeurs absolues.

La formule (248) reste donc applicable pour autant que l'on puisse regarder l'écoulement par filets concentriques COMME POSSIBLE.

Nous allons voir qu'au moment où la vitesse  $c$  atteint la vitesse du son, cet écoulement par filets concentriques CESSE BRUSQUEMENT D'ÊTRE POSSIBLE. Ce sont les troubles apportés à ce moment, dans la masse en mouvement (réel ou relatif) qui contourne l'obstacle, qui crée ce que l'on a appelé : LE MUR DU SON.

## § 2. CALCUL DU RAPPORT $\frac{c}{c_a}$

Nous désignerons par  $c_a$  la vitesse au seuil de la paroi qui dévie le flux, et par  $c$  la vitesse qui règne le long de celle-ci, soit sur la face concave, soit sur la face convexe, alors que le flux a pris la courbure  $\rho$ .

La démonstration faite au paragraphe précédent est basée sur l'approximation (250). Dire que  $\delta_a$  peut être considéré comme constant dans l'intégration, c'est admettre (fig. 60) que la dif-

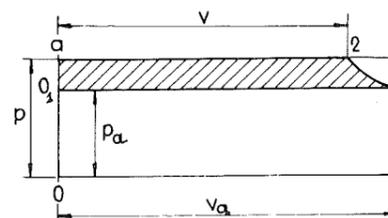


FIG. 60.

férence entre l'aire vraie du diagramme de compression et la surface du rectangle de base  $v_a$ , est négligeable.

Pour de très faibles différences de pression, on peut dire qu'il en est ainsi, mais on peut se rapprocher de la valeur vraie pour des écarts de pression très grands, en écrivant :

$$\int_{p_a}^p v dp = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta_a} \right) (p - p_a).$$

En procédant ainsi on remplace le trapèze curviligne (0, a 2 1) de la figure 60 par un trapèze régulier, la courbe de compression (2, 1) se confondant, dans cette hypothèse, avec une droite (2, 1).

La relation (250) pourra, dès lors, s'écrire avec les notations adoptées :

$$\frac{1}{2} \frac{p_a}{\delta_a} \left( \frac{p}{p_a} - 1 \right) \left( \frac{\delta_a}{\delta} + 1 \right) = \frac{1}{2g} c_a^2 - \frac{1}{2g} c^2. \quad (256)$$

Jointe à la relation (248) dans laquelle nous aurons remplacé  $c$  par  $c_a$ , et désigné par  $e_1$  l'épaisseur déviée par la face concave :

$$\frac{p_a}{\delta_a} \left( \frac{p}{p_a} - 1 \right) = \frac{1}{2g} c_a^2 \frac{2e_1}{\rho}; \quad (257)$$

elle nous permettra d'écrire

$$c^2 = c_a^2 \left[ 1 - \frac{2e_1}{\rho} \times \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_a}{\delta} + 1 \right) \right]. \quad (258)$$

Cette équation fournira la vitesse  $c$  le long de la paroi concave, en se donnant provisoirement  $\frac{\delta_a}{\delta}$  et en vérifiant si l'équation de continuité (254) qui peut s'écrire avec les notations présentes

$$\delta_a c_a = \delta c \quad (254 b)$$

est satisfaite.

## § 3. VALEURS DE $\frac{c}{c_a}$ AU-DELÀ DE LA VITESSE DU SON

Tant que la vitesse  $c_a$  n'atteint pas la vitesse du son, le phénomène de l'écoulement par filets concentriques EST POSSIBLE. Quand la vitesse du son est atteinte, la dilatation de la masse élémentaire dans la direction de la vitesse CESSE D'ÊTRE POSSIBLE. A la relation de continuité (248) qui devrait s'écrire sous sa forme générale

$$c_a \delta_a \Delta r = c \delta dr \quad (259)$$

doit se substituer

$$\delta_a \Delta r = \delta dr$$

puisque  $c$  reste égal à  $c_a$ .

La relation (248) doit être remplacée par

$$p_a \left( \frac{p}{p_a} - 1 \right) = \frac{1}{\rho} \frac{1}{g} \int_{r_1}^{\rho} \delta c^2 dr \quad (260)$$

si on remonte à sa démonstration, soit en tenant compte de la nouvelle relation de continuité

$$p_a \left( \frac{p}{p_a} - 1 \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\delta_a}{g} c_a^2 \int_{r_1}^{\rho} \Delta r = \frac{\delta_a}{g} c_a^2 \frac{(e_1)}{\rho}. \quad (261)$$

Nous avons mis  $(e_1)$  entre parenthèses pour ne pas préjuger si l'épaisseur influencée est la même au-delà du mur du son qu'en deçà.

Ainsi au-delà du « MUR DU SON » tout se passe comme si le fluide était de densité constante, la formule (1) restant applicable strictement, du moment où l'on désigne par  $c_a$  la vitesse d'entrée, par  $\delta_a$  le poids spécifique avant la déviation.

Remarque. — Lorsqu'on raisonne sur le phénomène de l'écoulement le long de la face convexe, l'équation (257) doit être remplacée par

$$\frac{p_a}{\delta_a} \left( \frac{p}{p_a} - 1 \right) = \frac{1}{2g} c_a^2 \frac{2e_2}{\rho} \quad (262)$$

et l'équation (258) par

$$c^2 = c_a^2 \left[ 1 + \frac{2e_2}{\rho} \times \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_a}{\delta} + 1 \right) \right]. \quad (263)$$

#### § 4. DISTRIBUTION DES VITESSES

##### LE LONG D'UNE PLAQUE COURBE DE RAYON $\rho$

Nous ferons les calculs pour un angle de déviation  $\alpha = 5^\circ$ ;  $e_1$  étant l'épaisseur déviée par la face concave,  $e_2$  celle déviée par la face convexe, nous pourrions écrire (voir à ce sujet fascicule I, p. 29)

$$\begin{aligned} \frac{e_1}{\rho} &= \frac{e_1}{a} \frac{a}{\rho} = \frac{1}{3} \pi \frac{4}{3} \sin \alpha = \frac{4}{9} \pi \times 0,0872 \\ &= 0,122 \frac{e_2}{\rho} = \frac{2e_1}{\rho} = 0,244. \end{aligned} \quad (264)$$

Pour la face convexe, avec  $c_a = 280$  m/sec, la relation (263) donne

$$c = 350 \text{ m/sec} \quad \frac{c}{c_a} = \frac{\delta_a}{\delta} = 1,25$$

Ainsi pour le nombre de Mach ( $M$ ), égal à

$$(M) = \frac{c_a}{350} = 0,8 \quad (265)$$

(350 m/sec étant la vitesse du son au sol dans les conditions normales) la vitesse d'entrée de 280 m/sec conduit à la VITESSE DU SON dans la couche LONGEANT LA FACE CONVEXE.

Si nous pouvions imaginer que, dès l'entrée, la courbure prise par le filet longeant la face convexe, atteindrait du coup la valeur  $\rho$ , la vitesse  $c_a$  passerait directement à  $c$  (fig. 61); dans

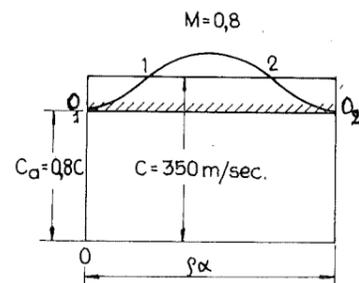


FIG. 61.

la réalité la courbure passe progressivement de  $\rho = \infty$  à  $\rho = \rho$  et la courbe de la vitesse en fonction de  $\rho z$  prend l'allure sinusoïdale ( $0_1 1 2 0_2$ ); entre 1 et 2 la vitesse dépasserait donc 350 m/sec. D'où, à ce moment, une perturbation violente dans l'écoulement pour cette valeur de  $(M) = 0,8$ , perturbation constatée dans les expériences, et dont la conséquence est de faire croître brusquement la portance.

Lorsque  $c_a$  atteindra 350 m/sec, toute la masse déviée s'écoulant sur l'épaisseur ( $e_2$ ) se comportera comme si le poids spécifique était constant.

Nous avons analysé d'une façon approfondie dans le fascicule I, sixième partie, les conséquences de la perturbation provoquée dans l'écoulement lors du franchissement de la vitesse du son.

On sait qu'au bang qui accompagne ce phénomène au moment où  $(M) = 1$ , s'en ajoute un autre moins important qui apparaît au moment où  $(M) \cong 1,15$ .

Lorsque la vitesse  $c_a$  atteint

$$1,12 \times 350 = 390 \text{ m/sec}$$

un ralentissement se produit sur la face concave qui, avec  $\frac{e_1}{\rho} = 0,122$ , conduit à [d'après la formule (258)]

$$c^2 = 390^2 \left[ 1 - 0,244 \times \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_a}{\delta} + 1 \right) \right] \quad (266)$$

vérifiée pour  $c = 350$  m/sec

avec

$$\frac{\delta_a}{\delta} = 1,12.$$

Sur le diagramme de la figure 62, nous avons porté  $c_a = 1,15 c$  et tracé la courbe d'allure sinusoïdale qui représente la variation de la vitesse le long de l'arc  $\rho z$ , sur la face concave: aux points 1 et 2, on voit que cette vitesse retombe à 350 m/sec et qu'une perturbation doit se produire dans l'écoulement, analogue à

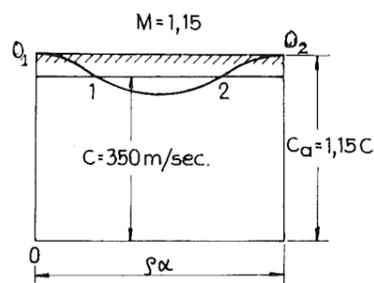


FIG. 62.

celui constaté figure 61 au moment où la vitesse de 350 m était réalisée localement.

Pour des vitesses nettement supérieures à 390 m/sec ce phénomène cessera de pouvoir se produire: le dernier bang correspond donc à  $(M) = 1,15$  environ.

Remarque. — On pourrait faire remarquer que d'après ces considérations,  $\frac{c}{c_a}$  dépend essentiellement de l'angle de déviation  $\alpha$ , d'après la relation (264). Après le bang qui s'est produit pour  $(M) = 1$  et qui a eu pour effet, de faire que

l'écoulement le long de la face convexe se fasse sans redressement à l'extrémité de l'aile (ce qui a exigé la manœuvre à ce moment ayant pour but de réduire l'angle d'attaque) l'angle  $\alpha$  de  $5^\circ$  est devenu l'angle normal de vol, alors qu'il était auparavant de  $7^\circ$ : de là la valeur de  $(M) = 1,15$  habituellement observée.

On pourra se rendre compte en abordant la sixième partie du fascicule I, comment la totalité des phénomènes observés dans la région critique peut s'expliquer, en utilisant les considérations ci-dessus sur l'écoulement du flux le long des faces concave et convexe de l'aile.

CHAPITRE III

POUR PASSER DE LA THÉORIE DES POMPES  
À LA THÉORIE DES TURBINES

Généralement la théorie des turbines est établie en fonction, non du coefficient de débit, mais du coefficient de vitesse

$$x = \frac{u_1}{c_1} \quad (267)$$

Pour les turbines d'action, dans lesquelles l'énergie  $H'$  kgm par kg de fluide débité, est entièrement transformée en énergie cinétique dans le distributeur,  $c_1$  a pour valeur

$$c_1 = \varphi \sqrt{2gH'} \quad (268)$$

$\varphi$  étant un coefficient de réduction qui signifie que la vitesse réelle de sortie du distributeur, n'est qu'une fraction de la vitesse théorique  $\sqrt{2gH'}$ .

Nous avons établi la valeur de  $T_i$  en fonction des vitesses d'entrée et de sortie de la roue; lorsqu'on applique cette relation (207) au distributeur d'une roue d'action, la section d'entrée du canal formé par deux aubes voisines est si grande par rapport à la section de sortie, que  $c_0$  peut être négligé vis-à-vis à  $c_1$  si bien que

$$T_i = \left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (269)$$

avec la valeur  $\left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right)$  donnée par la relation (208).

Comme

$$H' - T_i = \frac{1}{2g} c_1^2 \quad (270)$$

$$H' = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}$$

soit

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} \quad \text{et} \quad c_1 = \varphi \sqrt{2gH'} \quad (271)$$

$\varphi$  est donc calculable en fonction de  $\left( \frac{m}{\sigma} \right)_m$  (s) dont la valeur reste constante pour tous les aubages distributeurs géométriquement semblables et du coefficient  $2gk$  qui apparaît dans la valeur de  $\left( \frac{1}{\varphi^2} \right)$ .

Ce coefficient  $2gk$  fonction du coefficient de Reynolds reste à peu près constant quand le nombre de Reynolds atteint ou dépasse  $10^7$  (fig. 63).

Comme il s'agit normalement du type axial  $u_1 = u_2$  la valeur de  $T_i$  se simplifie

$$T_i = u_1 (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2).$$

Presque toujours, on adopte un aubage mobile symétrique (fig. 64) en prenant pour  $\beta_2$

$$\beta_2 = (\pi - \beta_1).$$

Dans ces conditions il est facile d'établir que

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = (1 + \psi) x (\cos \alpha_1 - x)$$

$x$  étant mis pour

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

la valeur de  $w_2$  étant prise égale à  $\psi w_1$ .

D'après la figure 64, on peut écrire, en effet,

$$-c_2 \cos \alpha_2 = +\psi w_1 \cos \beta_1 - u_1 = +\psi (c_1 \cos \alpha_1 - u_1) - u_1$$

soit pour  $P$

$$P = x(1 + \psi)(x \cos \alpha_1 - 1).$$

En tenant compte de ce que

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} x^2$$

la valeur de  $\eta_i$  vaudra

$$\eta_i = 2 \frac{P}{M} = 2 \varphi^2 (1 + \psi) x (\cos \alpha_1 - x).$$

Ainsi le rendement est une fonction de  $x$  qui, avec les valeurs généralement admises

$$\varphi = 0,95 \quad \psi = 0,80$$

prend la valeur max pour  $\alpha_1 = 19^\circ$

$$\eta_i (\text{max}) = 0,725.$$

La figure 65 donne le diagramme de  $\eta_i$  pour

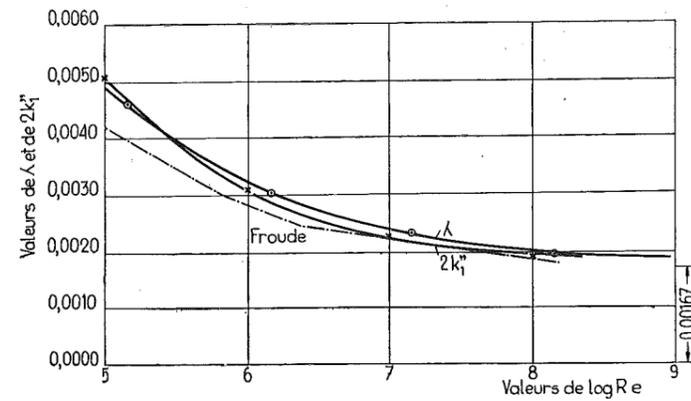


FIG. 63.

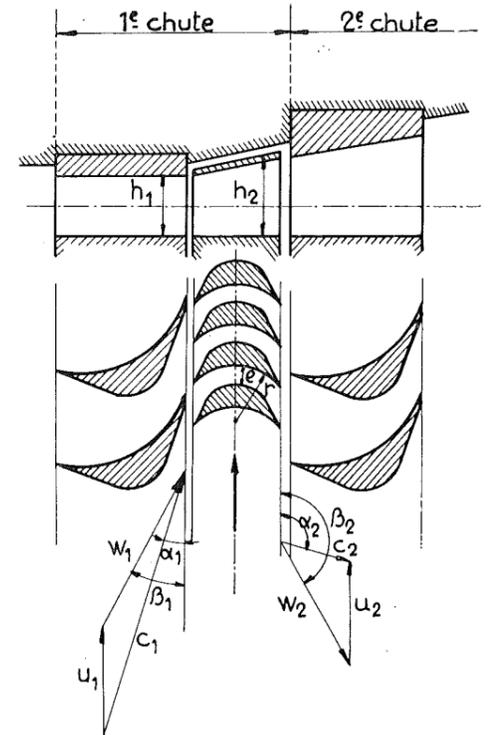


FIG. 64.

la turbine d'action à une chute de vitesse sans récupération d'énergie à la sortie (courbe 1).

Lorsque les aubages d'une turbine d'action multicellulaire sont disposés de façon que la vitesse de sortie de l'aubage mobile soit partiellement récupérée sans l'aubage fixe suivant, comme le montre la figure 64, on peut établir par la même voie, la courbe du rendement  $\eta_i$ , la vitesse d'entrée dans le distributeur étant égale à  $\psi c_2$ , c'est-à-dire à une fraction  $\psi$  de la vitesse absolue de sortie. On trouve ainsi la courbe (3) avec un maximum pouvant atteindre 0,76.

Pour la turbine à deux chutes de vitesse, on arrive à la courbe (2) dont le maximum ne dépasse pas 0,63.

Nous avons à l'époque (1906), cherché à exprimer sur la même base, le rendement de la turbine à réaction du degré de réaction 1/2, celle qui est réalisée en utilisant pour l'aubage moteur, l'aubage directeur retourné bout pour bout (fig. 66).

On arrive ainsi assez aisément aux relations

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \frac{2}{\varphi_1^2} \left[ 1 - \varphi_1^2 \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) (1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1) \right]$$

et

$$P = x (\cos \alpha_1 - x).$$

En portant  $x$ , en abscisses

$$x = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{\sqrt{M}}$$

on trouve la courbe (4).

Les courbes rassemblées sur la figure 65 tracées en 1906 donnent encore une comparaison

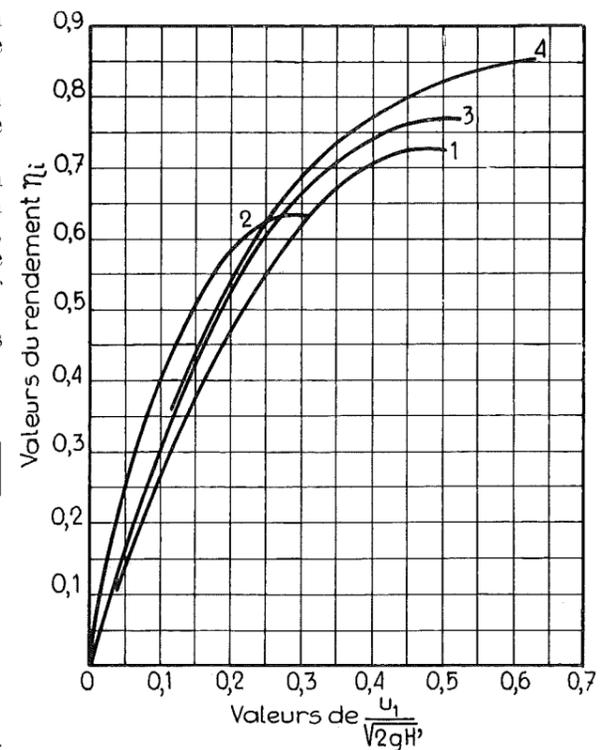


FIG. 65.

valable aujourd'hui pour la comparaison des différents types de turbines, en ce qui concerne le rendement.

Ces courbes permettent de choisir rationnellement les combinaisons les plus favorables au point de vue du rendement global de l'ensemble, en fonction de la puissance et du

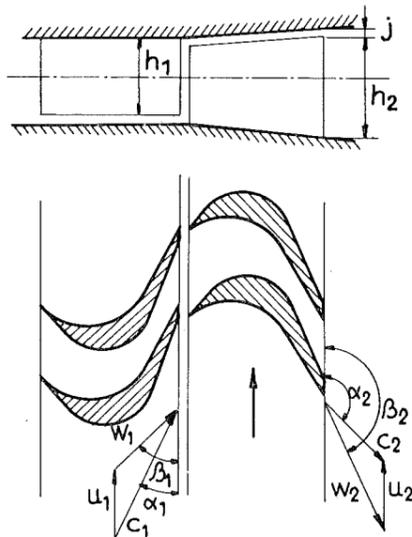


Fig. 66.

nombre de tours par minute  $N$  adopté, surtout si l'on tient compte du rendement organique et des fuites, tant qu'il s'agit de puissances moyennes.

Avec les faibles puissances d'autrefois, et les faibles pressions utilisées il y a 40 ans, on pouvait justifier la présence à la haute pression d'une roue à deux chutes de vitesse suivie d'un groupe de roues d'action poussant la détente jusqu'à une pression de l'ordre de 1,5 kg à 2 kg absolu. L'utilisation du reste de l'énergie disponible était faite dans un corps séparé, généralement à deux échappements avec l'utilisation d'aubages à réaction susceptibles de conduire à un plus haut rendement, comme le montrent les diagrammes de la figure 65, étant donné les grandes hauteurs  $h_1$  réalisées et de ce fait, les faibles pertes par fuite, à la périphérie des roues à réaction.

Aujourd'hui que l'on réalise des turbines à très hautes pressions et de très grandes puissances, l'ensemble comporte généralement trois corps : un corps de haute pression du type d'action; un corps de moyenne pression combiné avec le groupe des roues à réaction pour conduire à un premier échappement vers le condenseur, de façon à pouvoir dans un dernier corps symétrique ne recevant que de la vapeur à basse pression, réaliser un ensemble de trois échappements.

## CHAPITRE IV

## CALCUL D'UN COMPRESSEUR AXIAL

## § 1. INTRODUCTION

Le compresseur axial est nécessairement à multi-étages, et pour ne pas allonger cet exposé, nous nous bornerons à étudier le premier étage pour lequel il est possible de confondre sans erreur appréciable

$$\int_0^2 v dp = v (p_2 - p_0) \quad (282)$$

en adoptant pour  $v$  la *moyenne* des volumes spécifiques pris à l'entrée et à la sortie, dans une seconde approximation.

Pour les derniers étages, il faudra avoir recours nécessairement pour la détermination de la valeur de l'intégrale (282), au diagramme entropique.

Le fluide sortant de la première roue passe dans le diffuseur et est orienté à la sortie de ce dernier, sous l'angle  $(\pi - \beta_0)$  de la roue du second étage.

Nous verrons que les angles que l'on peut adopter pour le tracé de l'aubage de la roue sont très limités; pratiquement les aubages mobiles qui se suivront, devront répondre au même tracé, les hauteurs radiales allant décroissant avec le volume spécifique.

La vitesse  $w_0$  à l'entrée de l'aubage mobile passe à  $w_1 = w_0$  orienté sous l'angle  $(\pi - \beta_1)$ ; le triangle  $Obd$  donne la vitesse absolue  $c_1$ ,  $bd$  étant égal à  $u_1$ .

La continuité du flux exige comme nous l'avons fait ressortir dans la troisième partie, que le vecteur  $c_1$  passe par rotation de  $(Od)$  à  $(Oe)$  de telle façon que la composante axiale  $c_0'$  soit égale à la composante axiale d'entrée  $aa' = c_0'$ .

Le diffuseur qui recueillera le fluide sous l'angle  $\alpha_1$  amènera celui-ci à la sortie sous l'angle  $\alpha_1' = \alpha_0$ .

Le problème qui se pose, à présent, c'est de rechercher la valeur du coefficient de puissance  $P$  pour un aubage axial fonctionnant avec diffuseur.

Auparavant nous voudrions reprendre la question théorique où nous l'avons laissée à la fin de la deuxième partie.

## § 2. IDENTITÉ ENTRE LES RÉSULTATS FOURNIS PAR LA RELATION (118) ET LA RELATION D'EULER

Nous avons établi à la fin de la deuxième partie que pour le cas particulier de la roue axiale

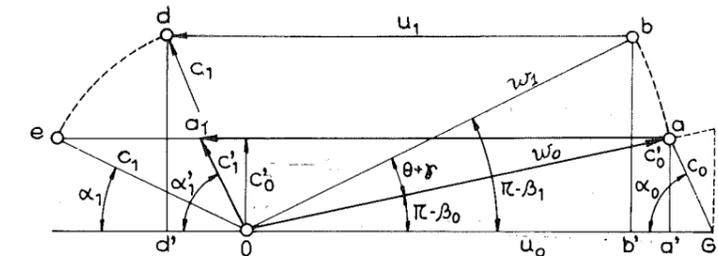


Fig. 67.

La figure 67 donne le tracé des triangles des vitesses à l'entrée lorsque l'aubage moteur comporte un distributeur orientant la vitesse absolue d'entrée  $c_0$  sous l'angle  $\alpha_0$ .

dont le tracé de l'aubage répond à la forme d'un hélicoïde à PLAN DIRECTEUR caractérisé par

$$(\pi - \beta_0) = (\pi - \beta_1), \quad (283)$$

il y a identité entre l'équation (118) issue de la théorie hydrodynamique du ventilateur, et la relation d'Euler, bien que la variable  $x'$  adoptée dans la théorie de cette dernière que nous représenterons par

$$x'_e = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1} \quad (284)$$

soit différente de  $x'$  utilisé dans la théorie hydrodynamique puisque là nous avons appelé  $x'$  le rapport  $x' = \frac{c'_0}{u_1}$ .

Dans cette hypothèse (283), l'angle d'entrée RÉEL ( $\pi - \beta$ ) varie avec  $x'$  de 0 à ( $\pi - \beta_1$ ), valeur pour laquelle  $P = 0$ .

La théorie hydrodynamique du ventilateur a été faite dans le fascicule II, en supposant un angle d'entrée ( $\pi - \beta_0$ ) plus petit que ( $\pi - \beta_1$ ); la formule approchée que nous en avons déduite, donne des résultats équivalents pour toute la région d'utilisation (\*).

On peut donc dire que la relation simplifiée (118) en fonction de  $x' = \frac{c'_0}{u_0}$  rend parfaitement compte des résultats expérimentaux, dans toute l'étendue de la zone d'utilisation.

Or entre  $x'_e$  et  $x'$ , on a l'égalité

$$x'_e = \frac{w_1 \sin \beta_1}{u_1} = \frac{w_0 \sin \beta_0}{u_0} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = x' \frac{1}{B} \quad (285)$$

puisque  $B$  a pour valeur [formule (79b)] lorsque  $m=1$

$$B = \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta_1} \quad (286)$$

Au synchronisme, la valeur de ( $x'_e$ ) est fixée par la relation (76)

$$(x'_e) = -\frac{1}{B} \operatorname{tg} \beta_0 \quad (287)$$

Partant, en vertu de la relation (285)

$$(x'_e) = -\frac{1}{B} \operatorname{tg} \beta_0 = (x') \frac{1}{B} \quad (288)$$

D'où la valeur de ( $x'$ ) au synchronisme pour le cas d'utilisation de la relation (118)

$$(x') = -\operatorname{tg} \beta_0 \quad (288)$$

Il y a donc identité des résultats pour le fonctionnement au synchronisme, que l'on emploie l'une ou l'autre des deux relations.

Comme nous allons chercher à établir l'équation donnant  $P$  en fonction de  $x_e$  pour le cas d'une roue axiale avec distributeur, il importait

(\*) Voir à ce sujet le chapitre V du présent appendice.

d'établir préalablement QU'AU SYNCHRONISME cette relation (118) pouvait être conservée pour représenter  $P$  en fonction de  $x' = \frac{c'_0}{u_0}$  à la condition d'y faire :

pour le cas de la roue sans distributeur

$$x' = \frac{c'_0}{u_0} = -\operatorname{tg} \beta_0$$

et pour le cas de la roue avec distributeur

$$x' = \frac{c'_0}{u_0} = -\frac{1}{\tau} \operatorname{tg} \beta_0$$

ainsi que nous allons l'établir.

### § 3. VALEUR DE $P$ POUR LA ROUE AXIALE MUNIE D'UN DISTRIBUTEUR

En remontant à la définition (pour la roue axiale  $u_0 = u_1$ )

$$P = \frac{c_1}{u_1} \cos \alpha_1 - \frac{c_0}{u_0} \cos \alpha_0 \quad (290)$$

et en tenant compte des relations dans les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie :

$$\frac{c_1}{u_1} \cos \alpha_1 = \frac{w_1}{u_1} \cos \beta_1 + 1 \quad (291)$$

$$\frac{c_0}{u_0} \cos \alpha_0 = \frac{w_0}{u_0} \cos \beta_0 + 1 \quad (292)$$

on obtient

$$P = \frac{x'_e}{\operatorname{tg} \beta_1} + \frac{1}{\tau} \quad (293)$$

puisque avec un distributeur

$$1 - \frac{c_0}{u_0} \cos \alpha_0 = -\frac{w_0 \cos \beta_0}{u_0} = \frac{1}{\tau} \quad (294)$$

$\tau$  étant déterminé dès que l'angle  $\alpha_0$  est donné.

Lorsqu'on voudra employer la variable  $\frac{c'_0}{u_0} = x'$ , alors que l'on a affaire à la roue axiale munie d'un distributeur,  $x'_e$  devra être remplacé non par  $-\operatorname{tg} \beta_0$  au synchronisme, mais par  $-\frac{1}{\tau} \operatorname{tg} \beta_0$  en vertu des relations suivantes :

$$\begin{aligned} -\frac{w_0 \cos \beta_0}{u_0} &= -\frac{w_0 \sin \beta_0}{u_0} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} \\ &= -\frac{c'_0}{u_0} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\tau} \end{aligned} \quad (295)$$

La relation (293) au synchronisme doit donc s'écrire

$$P_1' = K' \frac{1}{\tau} \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_1} \right) \quad (V)$$

( $P_1'$  désignant avec nos notations utilisées dans la deuxième partie la valeur de  $P$  au synchronisme).

C'est à cette relation (V) que nous ferons appel pour déterminer  $P_1'$  dans le cas de la roue axiale munie d'un distributeur.

### § 4. VALEURS DE $M$ , $P'$ ET $\eta_i$ EN FONCTION DE $x' = \frac{c'_0}{u_0}$

Nous utiliserons pour le calcul de  $M$  la relation (230), mais nous devons, pour passer à la variable indépendante  $x' = \frac{c'_0}{u_0}$ , tenir compte des relations (285) et (286)

$$x = \frac{x'_e}{\sin \beta_1} = \frac{x'}{\sin \beta_1} \frac{1}{B} = \frac{x'}{\sin \beta_0} \quad (296)$$

De plus nous devons nous souvenir que dans la théorie hydrodynamique  $T_i$  désigne le travail utile et non le travail dépensé comme c'est le cas dans la théorie d'Euler.

La formule (222) doit s'entendre

$$H' = (T_i + T_0) - T_i - T_1 \quad (297)$$

Le terme  $T_0$  étant nul lorsque le relevé des pressions est fait à l'entrée de la roue, nous n'en avons pas tenu compte ici.

On peut donc dire que, rigoureusement parlant, au synchronisme

$$M = 2 P_1' - \frac{2 g' T_i}{u_1^2} - \frac{2 g T_1}{u_1^2} \quad (298)$$

en donnant à  $P_1'$  la valeur

$$P_1' \left( 1 + \frac{T_i}{T_1} \right) \sim 1,04 P_1' \quad (299)$$

le rapport  $\frac{T_i}{T_1}$  étant toujours inférieur à 0,04.

$P'$  désignant comme auparavant la valeur (230)

$$P' = x^2 [ ] + \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) x^2 (k' k'')^2 \frac{\sin^2 \beta_1}{\sin^2 \alpha_1} \quad (300)$$

le terme entre crochets devant être remplacé par un coefficient de perte que nous établirons au paragraphe suivant.

Comme nous pouvons tirer ( $k' k''$ ) de la relation (74) et observer que

$$n = \frac{c_1}{c'_1} = \frac{\sin \alpha'_1}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} \quad (301)$$

$P'$  pourra s'écrire

$$P' = x^2 \times [ ] + n^2 \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) x^2 (k' k'')^2 \left( \frac{\sin \beta_0}{\sin \alpha_0} \right)^2 \quad (302)$$

Eliminons  $\sin \alpha_0$ ; pour cela remarquons que dans le triangle  $Oab$

$$w_0 \sin \beta_0 = c_0 \sin \alpha_0 \quad (304)$$

et qu'en vertu des relations (294) et (295)

$$\begin{aligned} \frac{c'_0}{u_0} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} &= 1 - \frac{1}{\tau} & \frac{c'_0}{u_0} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} &= -\frac{1}{\tau} \\ \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg} \beta_0} &= -\frac{1}{\tau - 1} \end{aligned} \quad (305)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha_0} = \frac{(\tau - 1)^2 + \operatorname{tg}^2 \beta_0}{\operatorname{tg}^2 \beta_0} \quad (306)$$

En remplaçant  $x$  par sa valeur (296) et  $x'$  par la valeur (295),  $P'$  atteindra

$$\begin{aligned} P' &= \left( \frac{1}{\tau} \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\sin \beta_0} \right)^2 \times [ ] \\ &+ n^2 \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) (k' k'')^2 \left( \frac{1}{\tau} \right)^2 \left[ (1 - \tau)^2 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right] \end{aligned} \quad (307)$$

Pour rendre explicite cette valeur de  $P'$  en fonction des angles et de  $\tau$ , il faudra pouvoir calculer le rapport  $n$ ; or

$$c_1^2 = (dd')^2 + (d'0)^2 = (bb')^2 + (bG)^2$$

ce qui donne, tous calculs faits,

$$\begin{aligned} n^2 [ (\tau - 1)^2 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 ] &= \left( \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \beta_0 \\ &+ \left[ - \left( 1 - \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_0} \right) + (1 - \tau) \right]^2 \end{aligned} \quad (308)$$

### § 5. VALEURS DES COEFFICIENTS DE PERTE

Si nous voulons passer à des calculs numériques, force sera de donner à  $\left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$  et à  $[ ]$  des valeurs explicites.

Dans le tableau IX, nous avons vu que  $\left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$  passait de 0,042 pour le diffuseur le plus allongé à 0,022 pour le diffuseur le plus court correspondant à  $\frac{1}{n} = 1$ . De ce tableau nous pouvons déduire la courbe (1) (fig. 68)

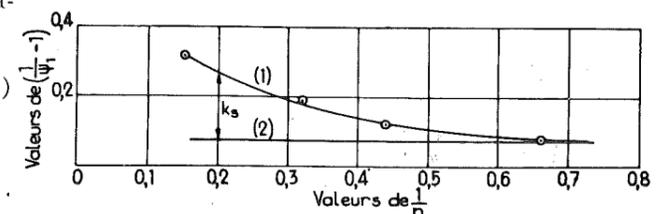


FIG. 68.

en fonction de  $\frac{1}{n}$ ; la courbe (2) correspond au terme

$$\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right) + k_1.$$

La différence des ordonnées des deux courbes correspond donc au terme  $k_s$  de la formule (218b)

$$k_s = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \sin \alpha_2 \left(1 - \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}\right) \quad (310)$$

avec  $\sin \alpha_2 = \sin 25^\circ = 0,42$ .

Lorsqu'il s'agit d'un diffuseur axial comme ceux employés avec la roue axiale,

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{n},$$

si bien que  $k_s$  dans l'application actuelle est donné par

$$k_s = 0,42 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^3 \quad (311)$$

$k_s$  est donc mesuré par la distance des deux courbes (1) et (2) et  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$  prend la forme

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = 0,08 + 0,42 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^3. \quad (312)$$

C'est cette valeur que nous pourrions admettre comme fournissant en première approximation, si l'on veut, la valeur du terme  $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ , quitte à calculer comme nous l'avons fait, après avoir effectué un tracé de chacun des diffuseurs axiaux, les valeurs de  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$  et de  $k_1$  qui correspondent à ces tracés.

En ce qui concerne le premier terme de la relation (307), nous nous en référons à ce qui a été établi dans le fascicule II pour le coefficient de résistance propre à une aile d'un allongement déterminé, que nous avons désigné par  $c_x'$ .

On peut écrire que la résistance  $dJ$  opposée à l'écoulement le long de l'aile est donnée par la relation

$$dJ = \left(\frac{\delta}{g} S w^2\right) c_x' \quad (313)$$

$S$  désignant la surface de l'aile, lorsqu'on représente par  $c_x'$  le coefficient de résistance, compte tenu du frottement et de la déviation due à l'épaisseur de l'aile.

Si nous désignons par  $(d\pi)$  le poids du fluide dévié par seconde

$$T_f = \frac{J \times w}{(d\pi)} = \frac{\delta}{g} L \times a w^3 \frac{c_x'}{\delta L e w} \quad (314)$$

$e$  désignant l'épaisseur du flux dévié,  $L$  l'envergure,  $a$  la profondeur de l'aile. Le travail résultant de l'action de la résistance  $J$  par kg de fluide déplacé par seconde, aura donc pour valeur

$$T_f = \frac{w^2}{2g} \frac{2 c_x'}{e} \frac{a}{a}$$

La distance entre deux aubes voisines pouvant être évaluée avec une approximation suffisante en écrivant

$$\frac{e}{a} = \frac{e}{t} \times \frac{t}{a} = \frac{t}{a} \sin \beta_1$$

le terme correspondant à la perte dans l'aubage mobile aura pour valeur

$$x^2 [ ] = \frac{2gT_f}{u_1^2} = x^2 \frac{2 c_x' \frac{a}{t}}{\sin \beta_1}. \quad (315)$$

La valeur de  $c_x'$  peut être prise égale à 0,003 pour une aube à allongement normal [formule (91) du fascicule II].

Cette fois tous les coefficients de perte peuvent être déterminés en fonction des données qui sont

$$(\pi - \beta_0) \quad (\pi - \beta_1) \quad \tau \quad \frac{a}{t}$$

cette dernière fixant le coefficient  $K'$  puisque d'après la figure 44

$$K' = k''' \frac{a}{t}$$

en remarquant que  $k''' = \left(1 - \frac{t_1}{t}\right)$ .

#### § 6. VALEURS DE $R$ POUR DES VALEURS LIMITES DES ANGLES $\pi - \beta_0$ ET $\pi - \beta_1$

Nous avons vu que les trois données fondamentales

$$Q \quad H' \quad N$$

étant connues, il s'ensuivait un coefficient  $R$  qui peut être regardé comme caractéristique d'un type.

Aux types centrifuge, hélico-centrifuge et mixte de la classification (fig. 10 et 16) qui peuvent conduire à des valeurs de  $R$  allant de 4 à 200 ou 250 en chiffres ronds, on peut envisager d'ajouter des types axiaux ou hélicoïdes pouvant porter la valeur de  $R$  à 500 et davantage.

Le type axial présentant un rapport  $\frac{R_0}{R_1}$  de

l'ordre de 0,8, peut donner lieu à des valeurs minima de  $R$  de l'ordre 25 et moins ainsi que nous allons le faire voir, tout en conservant un rendement  $\eta$  supérieur à 0,90.

Pour le type hélicoïde limite, celui où  $\frac{R_0}{R_1}$  atteint 0,5,

$$R = \frac{1}{2} \frac{60^2}{2\pi} \left[1 - \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^2\right] k''' \left(\frac{1}{2\eta_i}\right)^{3/2} \times \frac{-\frac{1}{\tau} \operatorname{tg} \beta_0}{\left[K' \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_1}\right)\right]^{3/2}}$$

soit avec  $k''' = 0,87$

$$R = 188 \left. \vphantom{\frac{1}{2} \frac{60^2}{2\pi}} \right\}$$

la valeur entre parenthèses dépendant essentiellement du choix des angles  $(\pi - \beta_0)$  et  $(\pi - \beta_1)$ .

Le choix de ces angles n'est toutefois pas libre : c'est ainsi qu'entre  $(\pi - \beta_0)$  et  $(\pi - \beta_1)$ , doit régner la relation

$$(\pi - \beta_1) = (\pi - \beta_0) + \gamma_1$$

avec  $\gamma_1 < 20^\circ$ .

L'angle  $(\pi - \beta_0)$  peut être choisi pratiquement entre :

$10^\circ$  pour les valeurs de  $R$  relativement faibles,  $20^\circ$  pour les valeurs de  $R$  élevées.

Pour les solutions sans distributeur  $\tau = 1$ ; lorsqu'on utilise un distributeur (c'est toujours le cas pour le compresseur axial étagé) la valeur de  $\tau$  doit rester très voisine de 1 (1,1 à 1,2) étant donné que le coefficient de puissance  $P_1'$  diminue rapidement quand  $\tau$  augmente, ce qui entraîne une diminution du rendement organique.

Pour la valeur de  $K'$ , nous nous en remettons à la courbe pointillée de la figure 44

$$K' = \Psi = k''' \frac{a}{t}$$

puisque  $\left(1 - \frac{t_1}{t}\right) = k'''$  par définition.

Cette courbe pointillée est celle que l'on trouve quand on adopte pour  $t_1$  la valeur de 22 mm avec le tracé d'aubage de la figure 41 qui donne à  $t$  la valeur 172, pour quatre aubes.

On voit que ce coefficient  $k'''$  dépend du tracé de l'aubage; avec une forme plus déliée du profil caréné de l'aube, on pourrait trouver une valeur plus favorable de  $t_1$ ; mais à mesure que  $\frac{a}{t}$  augmente, c'est-à-dire que les aubes se rapprochent, la contraction de la veine croît plus

rapidement que  $\left(1 - \frac{t_1}{t}\right)$  ainsi que l'expérience sur la roue à huit aubes l'a montré (courbe  $E_1 E_2$  asymptotique à l'ordonnée 0,55).

Nous ne pourrions donc proposer pour  $k'''$  qu'une valeur provisoire et approchée, 0,85 pour  $\frac{a}{t} = 0,8$  soit pour  $K'$

$$K' = 0,85 \times 0,8 = 0,68.$$

Si l'allure asymptotique se présente pour la courbe théorique pointillée de la figure 44, comme pour celle en trait plein, on voit qu'il n'y a pas lieu de recourir à des valeurs de  $\frac{a}{t} > 0,8$ , l'accroissement de  $K'$  devenant de plus en plus faible pour un accroissement donné de  $\frac{a}{t}$ , alors que le poids de l'aubage mobile grandit proportionnellement à  $\frac{a}{t}$ .

#### § 7. CALCUL DU PREMIER ÉTAGE DU COMPRESSEUR AXIAL

Nous devons chercher à réaliser la plus petite valeur de  $R$ , sans recourir à un aubage dont la hauteur suivant le rayon serait très faible, ce qui aurait pour effet de rendre les pertes par fuite à la périphérie non négligeables.

Nous adopterons  $\frac{R_0}{R_1} = 0,8$ . Dans ces conditions

$$R = 25 \left(\frac{1}{2\eta_i}\right)^{3/2} \frac{-\frac{1}{\tau} \operatorname{tg} \beta_0}{\left[K' \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_1}\right)\right]^{3/2}}$$

Nous adopterons

$$\tau = 1,2 \quad (\pi - \beta_0) = 10^\circ \quad K' = 0,68.$$

Pour  $(\pi - \beta_1)$  nous adopterons  $(\pi - \beta_0) + 18^\circ$  et non  $+20^\circ$  parce que l'angle de déviation à la base de l'aube a pour valeur, à cet endroit,

$$(\pi - \beta_1') - (\pi - \beta_0') = 33^\circ - 12^\circ \frac{5}{10} = 20^\circ \frac{5}{10}$$

étant donné

$$\operatorname{tg} (\pi - \beta_1') = \frac{R_1}{R_0} \operatorname{tg} 28^\circ = 1,25 \times 0,531 = 0,665$$

$$\operatorname{tg} (\pi - \beta_0') = \frac{R_1}{R_0} \operatorname{tg} 10^\circ = 1,25 \times 0,176 = 0,220$$

Avec ces données

$$\frac{2gT_f}{u_1^2} = \left(\frac{1}{\cos^2 \beta_0}\right) \frac{0,006}{0,174} \left(\frac{1}{1,2}\right)^2 \times 0,8 = 0,0197$$

$$n^2 = \frac{0,226 + 0,09}{0,04 + 0,031} = \frac{0,316}{0,071} = 4,45$$

$$n = 2,11 \quad \frac{1}{n} = 0,475$$

$$\frac{1}{\psi_1^2} - 1 = 0,08 + 0,0605 = 0,140$$

$$P' = 0,0197 + 0,0150 = 0,0347$$

$$P_1' = 0,68 \frac{1}{1,20} \times 0,668 = 0,380$$

$$\eta_i = 1 - \frac{0,0346}{2 \times 0,380 \times 1,04} = 1 - 0,0435 = 0,9565$$

avec

$$R = 25 \frac{1}{2,64} \frac{1}{(P_1')^{3/2}} \frac{0,176}{1,2} = 5,95.$$

Cette valeur de  $R$  conduit à des valeurs de  $H'$  par étage très élevées; si en effet, on adopte  $N = 6\,000$  t/m

$$H' = \left[ \frac{Q \times 36 \times 10^6}{87 \times 5,95} \right]^{2/3} = Q^{2/3} \times 1\,700.$$

Pour  $Q = 1$  m<sup>3</sup>/sec

$$H' = 1\,700 \text{ kgm.}$$

La vitesse périphérique serait donnée par

$$u_1 = \sqrt{\frac{2gH'}{M}} = \sqrt{\frac{1\,700 \times 19,62}{1,92 \times 0,380}} = \sqrt{\frac{1\,700 \times 19,62}{0,730}}$$

soit

$$u_1 = \sqrt{45\,500} = 214 \text{ m/sec.}$$

ou à  $N = 6\,000$  t/m

$$2r_1 = 0,680 \text{ m.}$$

### § 8. POMPE HÉLICOÏDE À GRAND DÉBIT

Nous voudrions terminer ce chapitre en traitant l'exemple du calcul d'une pompe hélicoïde à grand débit capable d'atteindre des valeurs de  $R$  de l'ordre de 700.

Pour en arriver là, il faut porter le rapport  $\frac{R_1}{R_0}$  à 0,5 et  $(\pi - \beta_0)$  à 20°.

L'angle  $(\pi - \beta_1)$  doit être choisi relativement petit

$$\pi - \beta_1 = 20^\circ + 5^\circ = 25^\circ$$

$$\frac{2gT_f}{u_1^2} = \left(\frac{1}{\cos^2 \beta_0}\right) \frac{0,006}{0,466} \times 0,8 = 0,016$$

$$n^2 = \frac{0,244 + 0,001}{0,132} = 1,96$$

$$n = 1,40 \quad \frac{1}{n} = 0,710$$

$$\frac{1}{\psi_1^2} - 1 = 0,08 + 0,003 = 0,083$$

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) (k''')^2 = 0,083 \times 0,76 = 0,063$$

$$P' = 0,063 \times 1,96 \times 0,132 + \frac{1}{0,88} \times \frac{0,006}{0,466} \times 0,8$$

$$= 0,0157 + 0,0117 = 0,0273$$

$$P_1' = 0,68 \times 0,22 = 0,1495$$

$$\eta_i = 1 - \frac{0,0273}{0,2990 \times 1,04} = 1 - \frac{0,0273}{0,310}$$

$$= 1 - 0,0878 = 0,9122$$

$$R = 188 \frac{1}{(1,82)^{3/2}} \times \frac{+0,363}{(0,1495)^{3/2}} = 188 \frac{1}{2,42} \frac{0,363}{0,058}$$

$$R = 485.$$

Si on porte la valeur de  $x'$  à 0,383 au lieu de  $x' = -\text{tg } \beta_0 = 0,363$ ,  $R$  passera de 485 à 700.

Cette valeur de  $R$  conduit à une pompe qui à la vitesse de  $N = 480$  t/m peut élever 2,5 m<sup>3</sup> à la hauteur  $H' = 4,50$

$$Q = \frac{87 \times 700 \times (4,50)^{3/2}}{(480)^2} = \frac{87 \times 700 \times 9,55}{23 \times 10^4} = 2,54.$$

La puissance atteindrait

$$N_i = \frac{1\,000 \times 2,54 \times 4,50}{75} \times \frac{1}{\eta_i} = 168 \text{ chevaux}$$

et la vitesse périphérique

$$u_1 = \sqrt{\frac{19,62 \times 4,50}{0,272}} = 18,0 \text{ m/sec}$$

$M$  étant égal à

$$2\eta_i P_1' = 0,91 \times 2 \times 0,1495 = 0,272$$

$$2r_1 = 0,720.$$

Calculons le coefficient de cavitation

$$\sigma_c = 2 \frac{e}{\rho \alpha} (\text{tg } \beta_1 - \text{tg } \beta_0) \frac{x^2}{0,272}.$$

Avec  $\frac{e}{\rho \alpha} = 0,425$  comme dans le tracé de la roue n° 1 d'Ensival,

$$\sigma_c = 2 \times 0,425 \times 0,103 \frac{(0,383)^2}{(0,342)^2} \frac{1}{(0,272)} = 4,65 \times 0,850 \times 0,103 = 0,408.$$

Nous ne ferons pas intervenir le terme complémentaire auquel nous avons fait allusion à la fin du chapitre III de la cinquième partie, consacrée à la cavitation.

Pour que celui-ci, qui tient compte de la force centrifuge appliquée à la masse comprise entre  $R_0$  et  $R_1$ , soit simplement additif, il eût fallu que la valeur de  $\sigma_c$  qui se rapporte à la périphérie, vaille aussi pour les éléments voisins du moyeu. Non seulement il n'en est déjà pas ainsi pour le cas analysé de la roue n° 1 d'Ensival, mais dans l'exemple que nous traitons en ce moment, la valeur de  $\sigma_c$  évalué par le tracé de l'aube au centre, est beaucoup plus faible.

On peut d'ailleurs expliquer l'écart des courbes II et I en faisant la remarque que les valeurs de  $x'$  portées en abscisses ne tiennent pas compte du coefficient de contraction  $k'''$ . Si nous en avions tenu compte tous les points expérimentaux auraient dû être déplacés suivant les abscisses, dans le rapport de 1 à  $\frac{1}{k'''}$ .

En tenant compte de ce que ce rapport peut être fait égal à 0,88 dans l'exemple de la figure 47, la coïncidence des deux courbes II et I eût été tout à fait satisfaisante.

Nous sommes donc fondé à conclure que la valeur de  $\frac{P_0}{\delta}$  dans l'application présente est égale à

$$\frac{P_0}{\delta} = \text{ou} > 0,408 H' = \text{ou} > 1,85 \text{ m.}$$

Nous terminerons ce chapitre par deux remarques.

Remarque I. — Pour

$$(\pi - \beta_0) = 10^\circ \quad (\pi - \beta_1) = 18^\circ,$$

nous avons fait les calculs de  $\eta_i$  successivement pour

$$\tau = 1, \quad \tau = 1,1, \quad \tau = 1,2;$$

nous avons trouvé respectivement avec les mêmes coefficients de perte  $\eta_i$

$$0,952, \quad 0,957, \quad 0,963,$$

c'est-à-dire un rendement qui va s'améliorant à mesure que  $\tau$  augmente.

Comme le travail absorbé par kg de fluide débité diminue, le problème suppose pour être résolu, que l'on connaisse le rendement organique pour  $\tau = 1$ , c'est-à-dire pour le fonctionnement sans distributeur.

Si on admet que le rendement organique est égal à 0,95 pour la première, le rendement organique pour la seconde tombera

$$\text{de } 0,950 \text{ à } 0,947 \text{ et à } 0,940 \text{ pour } \tau = 1,2,$$

ce qui revient à dire que  $\eta_c$  aura pour valeurs, respectivement,

$$0,905, \quad 0,905, \quad 0,905.$$

On voit qu'il n'y a pas lieu d'adopter  $\tau$  plus grand que 1,20 surtout si le rendement organique est plus petit que 0,95.

Remarque II. — On remarquera que la valeur du rapport qui conduit à  $\eta_i$  peut s'écrire

$$\frac{P'}{P_1'} = \frac{1}{k'''} [ ] + [ ] k'''$$

d'après la formule (307) et en tenant compte de ce que  $K' = k''' \frac{a}{t}$  dans la relation (V).

Nous avons admis, à plusieurs reprises, que le rendement indiqué était indépendant de la contraction à l'entrée, en première approximation, en tout cas.

Nous avons voulu nous rendre compte de ce qui en était ici; pour les trois exemples ci-dessus nous avons trouvé :

	Valeur de $P'$ pour	$k''' = 0,87$	$k''' = 1$
Premier cas	$P' = 0,0140 k''' + 0,0140 \frac{1}{k'''}$	0,0283	0,0280
Deuxième cas	$P' = 0,0108 k''' + 0,0118 \frac{1}{k'''}$	0,0229	0,0226
Troisième cas	$P' = 0,0083 k''' + 0,0100 \frac{1}{k'''}$	0,0186	0,0183

On voit qu'à une différence négligeable les valeurs de  $P'$  restent les mêmes; comme la valeur de  $P_1'$ , quand on isole le facteur de contraction  $k'''$ , ne varie plus quel que soit le cas examiné, on peut conclure que le rendement n'est pas influencé par la valeur de  $k'''$ .

CHAPITRE V

GÉNÉRALISATION DE LA FONCTION D'EULER

Nous avons établi, au début de cette étude, la relation d'Euler pour une roue motrice ou réceptrice, centrifuge ou centripète, constituée par deux flasques cloisonnées formant un ensemble de canaux à travers lesquels circule le fluide utilisé.

Nous en avons tiré ce que nous avons appelé le coefficient de puissance  $P$  et montré que celui-ci était donné par une fonction linéaire du coefficient de débit.

L'ensemble de cette étude a eu pour but principal de montrer que cette vérité théorique correspondait sans discussion possible à une vérité expérimentale.

Nous en avons conclu que l'hypothèse de FILETS PARALLÈLES mise à la base de la démonstration d'Euler, pouvait être regardée comme une réalité.

Nous avons été amené à conclure que les lois de similitude de Rateau étaient rigoureuses, EN RÉGIME TURBULENT du moment où le coefficient de perte

$$\lambda = 2 gk$$

pouvait être regardé comme constant.

Or  $\lambda$  est une fonction du coefficient de Reynolds  $R_c$  qui, lui, dépend de  $w$ ,  $d$ ,  $\delta$  et  $\mu$  suivant la définition même de  $R_c$

$$R_c = 10 \frac{w d \delta}{\mu}$$

expression dans laquelle  $\mu$  est exprimé dans le système C. G. S., et donné par les tables des constantes physiques pour les différents fluides,  $w$ ,  $d$ ,  $\delta$  restant exprimés dans les unités du système kg/m/sec.

Si l'on tient compte que pour l'eau à 15°

$$\mu = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ avec } \delta = 1\,000$$

pour l'air à 15°

$$\mu = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{ avec } \delta = 1,22$$

on voit que le rapport des valeurs de  $R_c$  pour l'eau d'une part et pour l'air d'autre part, à valeurs égales pour le produit

$$w \times d,$$

atteint 14,4 en chiffres ronds :

puisque pour l'eau

$$R_c = 10 \times 10^3 \frac{w \times d \cdot 10^2}{1,81} = 0,8 \times 10^6 w d$$

et que pour l'air

$$R_c = 10 \times 1,22 \frac{w d \times 10^4}{1,25} = 0,553 \times 10^6 w d.$$

Pour atteindre avec l'air, la même valeur de  $R_c$  qu'avec l'eau, il faut donc que la vitesse à l'ouïe par exemple, soit 5 fois plus grande et que le coefficient de similitude des deux machines soit 3 fois plus grand, en chiffres ronds.

Et en fait ce sont des chiffres de cet ordre de grandeur qu'il faut respecter, si l'on veut trouver les mêmes valeurs pour  $M$  et pour  $P$  : à une vitesse à l'ouïe de 5 m/sec lorsqu'il s'agit d'une pompe, correspondent normalement des vitesses de 20 à 25 m/sec à l'ouïe d'un ventilateur. Pour rendre la comparaison valable, il faut opérer sur un ventilateur géométriquement semblable à la pompe, 2 à 3 fois plus grand que cette dernière.

Strictement parlant, les surfaces entrant en jeu dans les pertes, devront présenter les mêmes rugosités relatives.

Pratiquement quand on a affaire à de grands nombres de Reynolds, de l'ordre  $10^7$  pour fixer les idées, la variation de  $\lambda$  avec  $R_c$ , devient très faible pour les surfaces lisses (voir fig. 63).

La démonstration que nous avons donnée de la relation d'Euler, au début de l'appendice, montre que  $T_i$  donne le travail réel absorbé par kg de fluide débité, quelles que soient les pertes par frottement dans la roue.

Lorsqu'on a affaire à une pompe du type axial, par exemple,

$$T_i = u_1 (w_1 \cos \beta_1 - w_0 \cos \beta_0)$$

et comme  $\cos \beta_1$  et  $\cos \beta_0$  sont négatifs, il est aisé de voir que  $T_i$  croît quand, par suite des frottements internes,  $w_1$  diminue. Il en est évidemment de même quand il s'agit du type centrifuge, mais il est moins aisé de s'en rendre compte d'intuition.

En fait lorsque le vecteur vitesse est connu à l'entrée comme à la sortie, la valeur de  $T_i$  s'en déduit, et le résultat est indépendant des états intermédiaires entre l'entrée et la sortie.

Avec le type axial ou hélicoïde quand le nombre de pales est faible, on ne saurait plus se contenter de s'en référer, pour la démonstration de la formule d'Euler, au schéma utilisé figure 5 : les canaux n'existent plus et en fait il s'agit d'une suite de pales (d'ailes pourrions-nous dire) en rotation.

C'est en 1912 que nous avons cherché à évaluer, pour l'hélice qui est une turbo-machine simplifiée à l'extrême, la valeur de la poussée  $P_1$  et de la puissance  $\mathcal{E}'$  dépensée par seconde, en partant des réactions opposées à la rotation par un élément de la pale qui entre dans la réalisation de cette hélice, et que l'on peut assimiler à une aile de faible envergure.

En intégrant suivant le rayon, nous sommes arrivé aux deux formules (115) et (116), lorsqu'il s'agit d'une hélice à PAS CONSTANT.

Les coefficients  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  qui entrent dans les formules, nous les avons déduits en 1912, en tirant des expériences sur les ailes le rapport de la traînée observée à la traînée théorique, et en représentant ce rapport par une fonction du second degré en  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\alpha$  désignant l'angle d'attaque.

Plus tard nous avons pu déduire les coefficients  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  avec beaucoup plus de rigueur, en partant de l'analyse des essais au tunnel sur

des profils d'ailes analogues à ceux utilisés pour le tracé des profils d'hélice.

Cette analyse exposée dans le fascicule I a été résumée dans le fascicule II et a donné lieu à l'utilisation d'une fonction  $R_i$  à trois termes calculables connaissant le profil, pour représenter le rapport de la traînée réelle à la traînée théorique.

Les diagrammes de la figure 69 donnent des valeurs de  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  qui entrent dans les fonctions donnant  $P_1$  et de  $\mathcal{E}'$  [formules (115) et (116)].

Le rendement  $\eta$  s'en déduit immédiatement suivant la formule (117).

Ces diagrammes ont été dressés pour les valeurs suivantes du pas relatif

$$(m) = \frac{P}{2 \pi R_1} = 0,3, 0,4, 0,5, 0,6 \text{ et } 0,7.$$

On voit que le rendement  $\eta$  passe par un maximum maximum pour  $m=0,6$ , ce qui correspond à un angle de sortie à l'extrémité de la pale, de  $(\pi - \beta_1') = 31^\circ$  puisque

$$\text{tg}(31^\circ) = 0,6.$$

Les courbes en trait fort qui fournissent la valeur de  $\alpha_1$  en fonction de  $x = \frac{c}{\omega R_1}$  sont du quatrième degré; dans la région d'utilisation, elles ne s'écartent pas sensiblement de la tangente menée par l'abscisse  $\frac{c}{\omega R_1} = (m) = \frac{P}{2 \pi R_1}$  à la courbe correspondant à ce pas relatif. Cela est particulièrement visible pour la courbe cor-

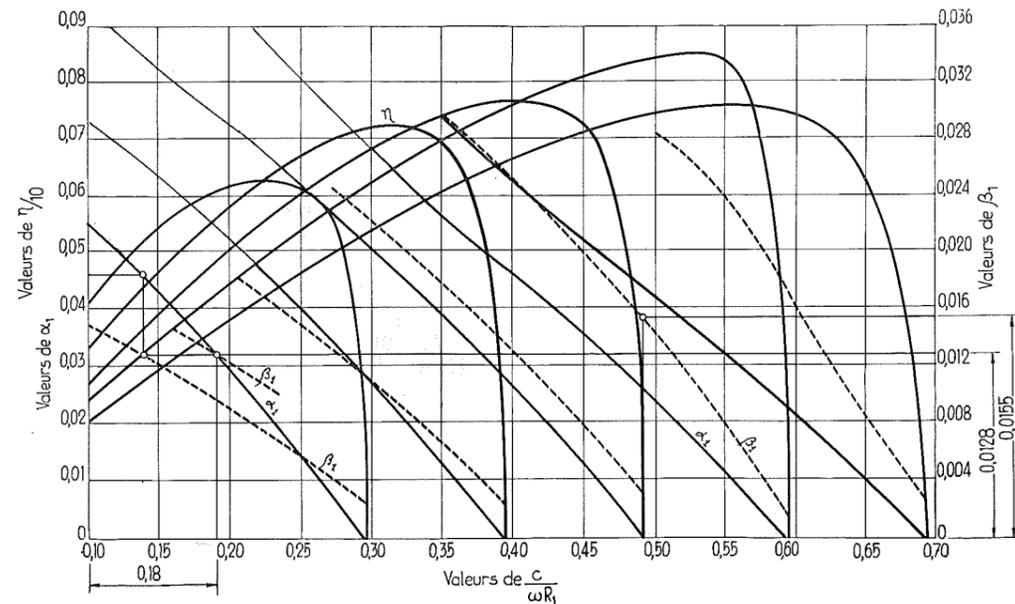


FIG. 69.

respondant à  $(m)=0,60$  qui coupe la courbe théorique en quatre points.

Pour tenir compte de cet état de fait, nous avons tiré de la valeur générale de la fonction  $\alpha_1$ , la valeur particulière qui correspondrait à DES PERTES NULLES, en y faisant

$$k_3 = 1 \quad k_2 = k_1 = 0.$$

La courbe correspondante passe par l'abscisse  $\frac{c}{\omega R_1} = (m)$  et la dérivée se ramène à

$$-\left(\frac{d\alpha_1}{da}\right) = (1+x^2)^{1/2} \left[ \frac{1}{3}(1+x^2) + x^2 \right] - x \left[ \frac{1}{3}x^2 + x^2 \right] - \{ [1+(m)^2]^{1/2} - (m) \} \times 2(m)x.$$

En faisant dans cette relation  $x=(m)$ , nous trouverons le coefficient angulaire de la tangente au point d'abscisse  $(m)$ , ce qui permettra d'écrire que la fonction  $\alpha_1$  peut être remplacée d'une façon pratiquement valable, par la relation

$$\alpha_1 = - \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_m (m) \left[ 1 - \frac{x}{(m)} \right].$$

Dans cette relation  $(m)$  représente  $\frac{P}{2\pi R_1}$ , le pas relatif qui a pour valeur

$$(m) = \frac{P}{2\pi R_1} = -\operatorname{tg} \beta_1$$

en appelant  $(\pi - \beta_1)$  l'angle du plan directeur de l'hélice à la périphérie. Quant à  $x$ , il désigne le rapport de la vitesse de translation de l'hélice à la vitesse périphérique.

Si l'on immobilise l'hélice, celle-ci devient un ventilateur et la variable indépendante  $x$  correspond à ce que nous avons appelé le coefficient de débit

$$x' = \frac{c_0'}{u_0}$$

dans la théorie des ventilateurs hélicoïdes.

Ainsi si nous voulons faire application de la théorie simplifiée de l'hélice, à la théorie du ventilateur, nous pourrions dire que

$$\alpha_1 = - \left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_m (-\operatorname{tg} \beta_1') \left( 1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1'} \right)$$

est calculable en fonction de  $\operatorname{tg} \beta_1'$ , le tableau IV donnant les valeurs calculées de  $\left( \frac{d\alpha_1}{dx} \right)_m$  pour les différentes valeurs de  $\operatorname{tg} \beta_1'$ , 0,2, 0,3, etc.

Comment établir la valeur de  $T_i$  par kg de

fluide débité, comme nous l'avons fait antérieurement, par application du théorème de la quantité de mouvement ?

De la façon la plus simple si, lorsqu'il s'agit de la théorie du ventilateur axial ou hélicoïde, nous désignons par  $T_i$  NON PLUS LE TRAVAIL ABSORBÉ MAIS LE TRAVAIL UTILE.

$T_i$  ainsi défini est égal, en effet, pour l'hélice à

$$T_i = \frac{P_1 \times c}{\delta (\pi R_1^2) c}$$

et partant  $P$ , en vertu de la relation (115)

$$P = \frac{g T_i}{u_1^2} = \Psi \left( 1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1'} \right)$$

avec

$$\Psi = n \frac{k}{\pi} F(z) \left( -\frac{d\alpha_1}{dx} \right)_m (-\operatorname{tg} \beta_1').$$

Pour retrouver la relation (126) que nous avons utilisée pour effectuer les vérifications expérimentales décisives, il faut tenir compte de ce que

$$k = (k') k_m'' = (k') \frac{k_m''}{k_1''} k_1'' = \pi \frac{k_m''}{k_1''} k_1''$$

$(k')$  étant égal à  $\pi$  et  $k_1''$  d'après la relation (131)

$$k_1'' = \frac{a_1}{R_1} = \frac{2\pi}{n} \frac{a_1}{2\pi R_1} = \frac{2\pi}{n} \frac{a}{t}$$

$a$  dans  $\frac{a}{t}$  étant mis pour  $a_1$  profondeur de la pale à la périphérie.

Compte tenu de ce que pour la roue axiale ou la roue hélicoïde à pas constant,  $P$  doit se calculer en partant du travail utile par kg de fluide débité, on peut dire que nous venons d'établir DE MANIÈRE INDISCUTABLE que le coefficient de puissance  $P$  est donnée par une relation linéaire en fonction du coefficient de débit, QUELLE QUE SOIT LA NATURE DU FLUIDE ÉVOLUANT QU'IL S'AGISSE D'UNE ROUE CENTRIFUGE OU D'UNE ROUE HÉLI-COÏDE, en comprenant dans cette définition l'HÉLICE.

Les diagrammes de la figure 70 en font foi : non seulement les courbes théoriques sont des droites, mais les points expérimentaux se groupent sur ces droites.

La courbe (1) se rapporte à la pompe centrifuge du Laboratoire de Mécanique appliquée de l'Université de Liège;

La courbe (2) à la pompe hélicoïde n° 1 de la Société de Construction d'Ensival;

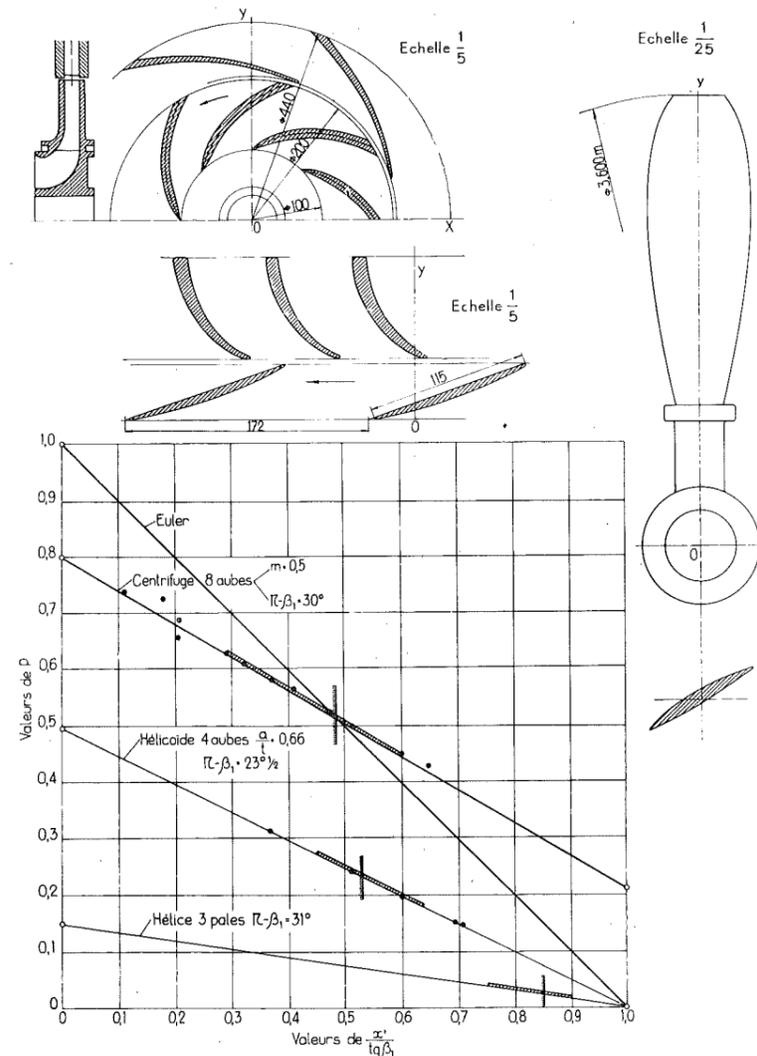


FIG. 70.

La courbe (3) à l'hélice à trois pales de l'avion DC 6 du service Belgique-Congo.

Si étonnant que cela puisse paraître, il ne s'agit pas, dans cette dernière planche, de résultats obtenus en partant d'une vue schématisée des phénomènes qui accompagnent l'écoulement à travers les canaux des roues, ou le long du profil des pales, mais des résultats observés dans des essais conduits d'une manière scientifique et des résultats établis théoriquement en partant des principes de la Mécanique.

La restriction que nous avons dû faire con-

cernant la valeur de  $T_i$  s'explique par le fait que nous sommes parti, pour établir la valeur approchée de  $P$  dans la théorie hydrodynamique, de la courbe de  $\alpha_1$  correspondant à des pertes nulles; nous avons tenu compte dans les calculs de  $\eta_i$  pour le type axial de ce que  $P_1'$ , la valeur correspondant à  $P$  au synchronisme, doit être multipliée par un facteur de correction toujours inférieur à 1,04, le rapport

$$\frac{T_i + T_f}{T_i}$$

étant toujours inférieur à 0,04.

CONCLUSIONS

Nous voudrions souligner ici, que les calculs que nous venons de présenter quant à la pompe hélicoïde répondant à des valeurs de  $R$  de l'ordre de 700 à 800, ont été vérifiés par des réalisations à grande échelle, avec des rendements de 0,85 ce qui correspond bien à la valeur calculée, étant donné que le rendement organique est de l'ordre de 0,95.

Nous voudrions souligner également en ce qui concerne le calcul du premier étage du compresseur axial, que l'on arrive, grâce à la théorie, aux formes généralement mises au point par des essais systématiques :

1° Quant à l'espacement des aubes de la roue motrice et à leur profil;

2° Quant au rendement nettement supérieur à 0,90 même si l'on tient compte d'un rendement global organique et volumétrique de l'ordre de 0,95.

Les diagrammes présentés sur la figure 70, qui donne les valeurs de  $P$  en fonction de  $\frac{x'}{\text{tg } \beta_1}$  forment une synthèse à peine concevable, et pourtant INDISCUTABLE, étant donné les vérifications expérimentales directes et indirectes auxquelles nous les avons soumis.

Dans cette perspective, on ne peut s'empêcher d'un certain sentiment d'admiration pour la fécondité des principes de la Mécanique qui permettent, avec des moyens aussi simples, d'établir les propriétés d'ensemble des turbomachines, et même si l'on veut bien se reporter aux exposés sur les ailes et sur les coques du fascicule I, les propriétés et les bases de calcul de l'avion, de son moteur, tout entière basée sur le théorème de la quantité de mouvement et

sur la relation issue de la transformation conforme :

$$\frac{e}{\rho x} = \pi.$$

Pour arriver à la valeur du rendement, notion essentielle dans les applications industrielles, nous avons dû utiliser, il est vrai, toutes les ressources créées petit à petit, au cours de près d'un siècle, par les hydrauliciens, grâce à leurs recherches sur les pertes de charge dans les tuyaux lisses et rugueux, sur le couple de frottement appliqué à des disques lisses et rugueux, tournant dans l'eau et dans l'air, enfin sur les pertes propres à des canaux divergents.

Ce n'est donc pas sans fondement, que l'on peut regarder avec fierté, un tel bilan.

Mais il n'est pas possible d'apprécier à sa juste valeur, ce que fut l'œuvre de l'ingénieur, dans la réalisation finale de l'avion à réaction, pour aller droit au chef-d'œuvre des chefs-d'œuvre dans le domaine de la technique, sans tenir compte qu'une fois résolu le problème fondamental de la détermination des dimensions générales, le problème non moins FONDAMENTAL DE L'EXÉCUTION s'est posé à lui et n'a pu être résolu que grâce à tous les progrès réalisés en Métallurgie, en Métrologie et dans la Technologie des Machines-outils.

L'exécution implique, en effet :

1° La connaissance des matériaux élaborés pour permettre l'emploi des hautes températures;

2° La mise au point des méthodes de mesure pour permettre l'exécution au micron, de certains assemblages;

3° Le formidable effort de mise au point de l'ensemble des moyens d'exécution à haute précision que groupe aujourd'hui, un atelier moderne.

*Œuvre admirable et grandiose de collaboration intime et persévérante de tous les cerveaux associés à la production.*

TABLE DES NOTATIONS

Une des difficultés d'assimilation de la théorie réside dans l'abondance inévitable des notations.

Tout ce que l'on peut à cet égard pour faciliter l'effort du lecteur, c'est de choisir rationnellement celles-ci, en tenant compte autant que possible, des symboles admis pour représenter les facteurs fondamentaux de la Mécanique.

Dans une étude comme celle-ci qui s'est étendue sur un demi-siècle, il a été difficile d'éviter un certain nombre de doubles emplois de lettres. Nous avons tourné, dans certains cas, la difficulté en mettant entre parenthèses l'une ou l'autre des lettres déjà employées pour la désignation de certains facteurs caractéristiques. C'est ainsi notamment que  $m$  qui avait été employé dès le début pour représenter le rapport  $\frac{r_0}{r_1}$ , a dû être employé également pour désigner le périmètre d'une section, et plus tard a servi pour fixer la valeur du pas relatif  $\frac{p}{2\pi R_1}$ .

Lorsqu'une confusion pouvait se produire, nous avons mis ce dernier sous la forme ( $m$ ) entre parenthèses.

Nous avons suivi les notations internationales qui régnaient vers 1900 à la suite d'un effort de standardisation des Electriciens, la lettre  $N$  étant réservée alors pour désigner le nombre de tours (ici nombre de tours par minute) d'une machine.

Pour éviter le double emploi de  $v$  réservé pour représenter le volume spécifique, nous avons adopté comme cela paraissait établi alors, la lettre  $c$  pour désigner la vitesse absolue.

D'une façon générale, nous avons réservé la lettre  $k$  pour désigner un coefficient de réduction d'une section d'écoulement par encombrement ou par contraction,  $k'$ ,  $k'''$  pour l'aubage de la roue,  $k''$  le coefficient de contraction de la veine à la sortie de la roue.

Avec indice 1, 2, 3 la lettre  $k$  correspond aux coefficients qui s'introduisent dans l'expression de  $R$ , rapport de la traînée réelle à la traînée théorique que nous avons appelé coefficient de finesse.

La lettre  $k$ , en italique, a été réservée pour désigner le coefficient de proportionnalité qui s'introduit dans le calcul de la résistance au déplacement d'une tranche fluide, et qui conduit à la valeur du coefficient de perte de charge

$$\lambda = 2 gh$$

Nous avons utilisé : 1) pour représenter le coefficient de perte dû à la déviation à l'entrée de l'aubage la lettre  $k_1$ , 2) pour représenter le coefficient de perte provoquée par un élargissement progressif, la lettre  $k_2$ .

La lettre  $K'$  a été conservée pour représenter le coefficient de glissement des filets à l'entrée, dans une roue de pompe centrifuge [formule (55)].

Les lettres  $H$ ,  $h$ , avec ou sans indice ni exposant, ont été réservées pour désigner des hauteurs de chute, des dénivellations verticales.

$H'$  représente invariablement la hauteur effective de chute appelée hauteur manométrique [formule (41)].

La lettre  $T$  avec indice a été réservée pour désigner un travail par kg de fluide débité.

$T_i$  = travail absorbé par la roue.

$T_r$  = travail perdu par frottement par kg de fluide débité qui équivaut à la valeur de la perte de charge.

$T_1$  = perte de charge dans la tuyauterie d'aspiration.

$T_2$  = perte de charge dans la tuyauterie d'évacuation.

La lettre  $N$  avec indice correspond à une puissance en chevaux.

$N_i$  puissance indiquée ou hydraulique absorbée par la roue.

$N_u$  puissance utile de la machine.

$N_r$  puissance effective absorbée par la roue.

$N_o$  puissance absorbée par les frottements externes.

Lettre	Désignation	Lettre	Désignation
$a$	profondeur de l'aile.	$c_r'$	coefficient de traînée de profil rapporté à la surface allaire $S$ .
$c$	vitesse absolue.	$c_x''$	coefficient de traînée due au maître-couple apparent rapporté à la surface $S$ .
$c_a$	vitesse au moment de la prise de contact avec l'aile.	$C$	couple appliqué à la roue.
$c_0$ $c_1$ $c_2$	vitesse absolue d'entrée, de sortie de la roue, puis du diffuseur.	$C$	coefficient de traînée totale rapporté à la section du maître-couple réel.
$c_x$	coefficient de traînée propre.		
$c_z$	coefficient de portance.		

Lettre	Désignation	Lettre	Désignation
$d$	diamètre de la roue.	$R_f$	coefficient de finesse.
$D_s$	diamètre de la roue à l'ouïe.	$S$	surface allaire dans l'étude des ailes.
$e$	épaisseur totale du flux influencé.	$T$	traînée théorique de l'aile.
$e_1$	épaisseur du flux s'écoulant le long de la face concave.	$T'$	traînée réelle de l'aile.
$e_2$	épaisseur du flux s'écoulant le long de la face convexe.	$T_1'$	traînée de la pale de l'hélice.
$F, F_1, F_2$	forces appliquées au corps par suite de la déviation.	$\mathcal{C}'$	puissance absorbée par l'hélice.
$g$	accélération due à la pesanteur.	$w$	vitesse relative.
$H$	hauteur d'élévation en m de fluide.	$u$	vitesse d'entraînement.
$h$	hauteur axiale d'aubage.	$T_i$	puissance absorbée par la roue.
$k$	coefficient d'envergure $\frac{L}{a}$ .	$t$	distance circonférencielle entre deux aubes.
$(k')$	rapport $\frac{e}{a}$ .	$x$	rapport de la vitesse axiale $w_1$ à la vitesse périphérique $u_1$ .
$2k_1''$	coefficient de frottement du fluide contre la paroi.	$x_a$	rapport de la vitesse $w_a$ apparente à la vitesse périphérique.
$k_1 k_2 k_3$	coefficients fixant la valeur de $R_f$ .	$x'$	rapport de la vitesse axiale $c_0'$ à la vitesse périphérique.
$k''$	rapport $\frac{a}{R}$ .	$X$	valeur de $\frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1}$ .
$k = k' k''$	dans les formules donnant $P$ et $\mathcal{C}'$ .	$\alpha$	angle de déviation.
$m$	rapport $\frac{r_0}{r_1}$ .	$\alpha$	angle de la vitesse absolue.
$m$	périmètre d'une section.	$\beta$	angle de la vitesse relative.
$(m)$	pas relatif égal à $\frac{P}{2\pi R_1}$ .	$\beta_1$	angle de l'hélice $\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{P}{2\pi R_1}$ .
$m_1$	inverse de l'allongement apparent.	$\alpha_1, \beta_1$	coefficients caractéristiques de l'hélice.
$M$	la masse déviée par seconde.	$\beta_1, \beta_2$	angles définissant la courbure de l'aile.
$M$	coefficient manométrique.	$\gamma$	angle de nulle portance.
$n$	nombre de pales ou nombre d'aubes.	$\delta$	pois spécifique du fluide.
$n$	rapport entre les rayons $R_0$ et $R_1$ dans les ventilateurs ou encore le rapport $\frac{w_0}{w_1}$ .	$\varepsilon$	rapport de $\frac{l_1}{r_1}$ .
$N$	nombre de tours par minute.	$\pi$	3,1416.
$N_u$	puissance utile.	$\omega$	vitesse angulaire.
$N_e$	puissance effective.	$\rho$	rayon de courbure.
$N_0$	puissance absorbée par les frottements externes.	$\rho_1$	rayon du cercle d'approche.
$p$	pression effective.	$\nu$	rapport $\frac{l_0}{l_1}$ .
$p_a$	pression atmosphérique.	$\mathcal{C}$	travail dépensé par sec pour remorquer l'obstacle.
$p$	pas de l'hélice.	$J$	résistance opposée à l'écoulement d'une tranche de fluide.
$P_1$	force de traction de l'hélice.	$\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$	coefficients de perte dans la roue, et dans le diffuseur.
$P$	coefficient de puissance.	$\Psi$	coefficient de réduction dans la théorie de la roue hélicoïde.
$Q$	débit en m <sup>3</sup> /sec.	$\Phi$	rapport $\frac{\beta_1 + \gamma}{\beta_1 + \beta_2}$ .
$R, r$	rayon.	$\Phi_1$	0,75.
$R$	coefficient caractéristique d'un type.		
$R_e$	nombre de Reynolds.		

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS . . . . . 5

PREMIÈRE PARTIE

RELATION D'EULER. COURBES CARACTÉRISTIQUES DES TURBO-MACHINES. COEFFICIENT DE PUISSANCE. COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE. CLASSIFICATION DES TYPES.

DÉTERMINATION DES DIMENSIONS PRINCIPALES D'UNE POMPE

CHAPITRE PREMIER. — Relation d'Euler

§ 1. Généralités et notations. Définitions . . . . . 7  
 § 2. Relation d'Euler . . . . . 10  
 § 3. Lois de similitude de Rateau . . . . . 11

CHAPITRE II. — Recherche du coefficient de puissance

§ 1. Valeurs des coefficients de proportionnalité . . . . . 13  
 § 2. Valeur du coefficient de puissance  $P$  . . . . . 13  
 § 3. Conclusions . . . . . 14

CHAPITRE III. — Coefficient manométrique. Coefficient caractéristique  $R$  d'un type

§ 1. Valeur du coefficient manométrique  $M$  . . . . . 16  
 § 2. Valeurs du rendement  $\eta_i$ , puis du rendement  $\eta_0, \eta_2$  et  $\eta_r$  . . . . . 16  
 § 3. Relations nécessaires entre les coefficients de proportionnalité . . . . . 17  
 § 4. Coefficient  $R$  caractéristique d'un type . . . . . 18  
 § 5. Classification des types . . . . . 19  
 § 6. Détermination des dimensions générales d'une pompe répondant aux trois donnée fondamentales . . . . . 19  
 § 7. Conclusions . . . . . 20

DEUXIÈME PARTIE

VALEUR DU COEFFICIENT DE PUISSANCE EN TENANT COMPTE DE LA PRÉROTATION

§ 1. Forme nouvelle de la relation d'Euler . . . . . 23  
 § 2. Relations tirées des triangles des vitesses, en tenant compte de la prérotation . . . . . 23  
 § 3. Transformation de la relation d'Euler . . . . . 24  
 § 4. Relation d'Euler transformée lorsque  $w_0 = w_1$  . . . . . 25  
 § 5. Relation d'Euler pour le cas limite : la roue axiale . . . . . 25

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA POMPE CENTRIFUGE

CHAPITRE PREMIER

§ 1. Introduction . . . . . 27  
 § 2. Description sommaire de l'installation et des méthodes d'essais . . . . . 27  
 § 3. Coup d'œil d'ensemble sur les quantités à mesurer . . . . . 28  
 § 4. Matériel utilisé au cours des essais . . . . . 29  
 § 5. Résultats des essais avec les roues n° 1 et n° 6 . . . . . 31  
 § 6. Résultats des essais avec les roues n° 4 et n° 5 . . . . . 32

CHAPITRE II. — Analyse des résultats d'essai  
au point de vue de la fonction  $P$

§ 1. Roue n° 1 . . . . .	35
§ 2. Roue n° 6 . . . . .	36
§ 3. Roue n° 4 . . . . .	37
§ 4. Roue n° 5 . . . . .	38
§ 6. Conclusions en ce qui concerne la fonction $P$ . . . . .	39

CHAPITRE III. — Analyse des résultats des essais  
en ce qui concerne  $M$  et  $\eta_i$

§ 1. Roue n° 1 . . . . .	40
§ 2. Roue n° 6 . . . . .	42
§ 3. Roue n° 4 . . . . .	42
§ 4. Courbes de $P$ et de $\eta_i$ en fonction de $X$ . . . . .	44

QUATRIÈME PARTIE

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES POMPES ET VENTILATEURS HÉLICOÏDES

CHAPITRE PREMIER

§ 1. Introduction . . . . .	45
§ 2. Ventilateurs à faible nombre de pales . . . . .	45
§ 3. Résultats des essais sur les ventilateurs et sur les pompes hélicoïdes . . . . .	46
§ 4. Valeur théorique de $\Psi$ . . . . .	49

CHAPITRE II. — Analyse des expériences

§ 1. Roues Escher-Wyss et de La Meuse . . . . .	50
§ 2. Roue d'Ensival n° 1 . . . . .	50
§ 3. Roue d'Ensival n° 2 . . . . .	50
§ 4. Conclusions . . . . .	51

CINQUIÈME PARTIE

ÉTUDE DE LA CAVITATION

CHAPITRE PREMIER. — Définition.  
Valeur théorique du coefficient de cavitation

§ 1. Introduction . . . . .	53
§ 2. Méthode expérimentale pour la détermination du coefficient de cavitation . . . . .	53
§ 3. Valeur théorique du coefficient de cavitation . . . . .	54

CHAPITRE II. — Valeurs expérimentales pour le cas de la pompe centrifuge

§ 1. Relation entre $\sigma_c$ et $\sigma_{cr}$ . . . . .	55
-----------------------------------------------------------	----

CHAPITRE III. — Valeurs expérimentales  
et valeurs calculées de  $\sigma_c$  pour le cas des pompes hélicoïdes

§ 1. Essais sur la roue n° 1 d'Ensival . . . . .	59
--------------------------------------------------	----

CHAPITRE IV. — Essais sur la roue centrifuge n° 1  
du Laboratoire de Liège

Conclusions . . . . .	62
-----------------------	----

SIXIÈME PARTIE

TRACÉ DE LA ROUE HÉLICO-CENTRIFUGE.  
VALEURS DE  $K'$  POUR LES POMPES CENTRIFUGES

CHAPITRE PREMIER

§ 1. Avec aubes gauchies . . . . .	65
§ 2. Avec aubes non gauchies . . . . .	66

CHAPITRE II. — Valeurs de $K'$ pour les pompes centrifuges . . . . .	67
----------------------------------------------------------------------	----

SEPTIÈME PARTIE

CALCUL DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE  $M$   
ET DU RENDEMENT  $\eta_i$

INTRODUCTION

CHAPITRE PREMIER. — Base d'évaluation des pertes  
dans les canaux formant l'aubage des turbo-machines

§ 1. Valeur de $T_f$ . . . . .	70
§ 2. Valeur de $k_1$ . . . . .	71
§ 3. Calcul des coefficients $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$ et $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$ pour les roues n° 1 et n° 4 . . . . .	71
§ 4. Calcul de $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ pour les diffuseurs n° 1 à n° 4 . . . . .	72

CHAPITRE II. — Calcul du coefficient manométrique  $M$   
et du coefficient  $M'$

§ 1. Valeur théorique de $M$ . . . . .	75
§ 2. Détermination par le calcul de $M'$ . . . . .	77
§ 3. Conclusions . . . . .	77

HUITIÈME PARTIE

CONCLUSIONS GÉNÉRALES . . . . . 79

APPENDICE

CHAPITRE PREMIER. — Démonstration des trois relations fondamentales  
pour l'étude des turbo-machines

CHAPITRE II. — Généralisation de la relation  $p = \frac{\delta}{g} \frac{e_1}{\rho_1} w^2$

§ 1. Rappel de la démonstration . . . . .	85
§ 2. Calcul du rapport $\frac{c}{c_a}$ . . . . .	87
§ 3. Valeurs de $\frac{c}{c_a}$ au-delà de la vitesse du son . . . . .	87
§ 4. Distribution des vitesses le long d'une plaque courbe de rayon $\rho$ . . . . .	88

CHAPITRE III — Pour passer de la théorie des pompes à la théorie des turbines . 90

CHAPITRE IV. — Calcul du compresseur axial

§ 1. Introduction . . . . .	93
§ 2. Identité entre les résultats fournis par la relation (118) et la relation d'Euler . . . . .	93
§ 3. Valeur de $P$ pour la roue axiale munie d'un distributeur . . . . .	94
§ 4. Valeurs de $M$ , $P'$ et $\eta_i$ en fonction de $x' = \frac{c_0'}{u_0}$ . . . . .	95
§ 5. Valeurs des coefficients de perte . . . . .	95
§ 6. Valeur de $R$ pour des valeurs limites des angles $(\pi - \beta_0)$ et $(\pi - \beta_1)$ . . . . .	96
§ 7. Calcul du premier étage du compresseur axial . . . . .	97
§ 8. Calcul de la pompe hélicoïde à grand débit . . . . .	98

CHAPITRE V. — Généralisation de la formule d'Euler . . . . . 100

CHAPITRE VI. — Conclusions . . . . . 104

TABLE DES NOTATIONS . . . . . 105

TABLE DES MATIÈRES . . . . . 107