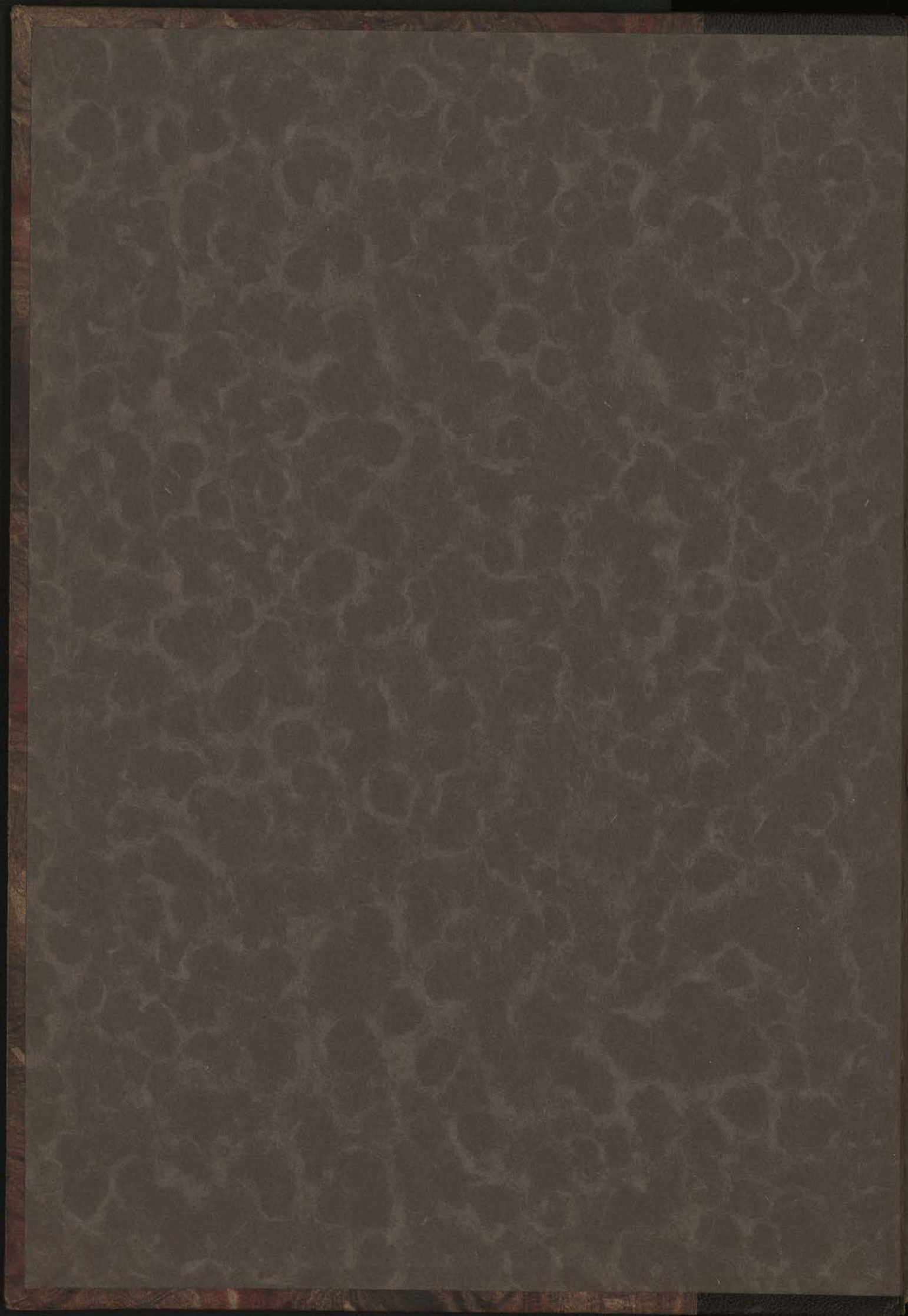
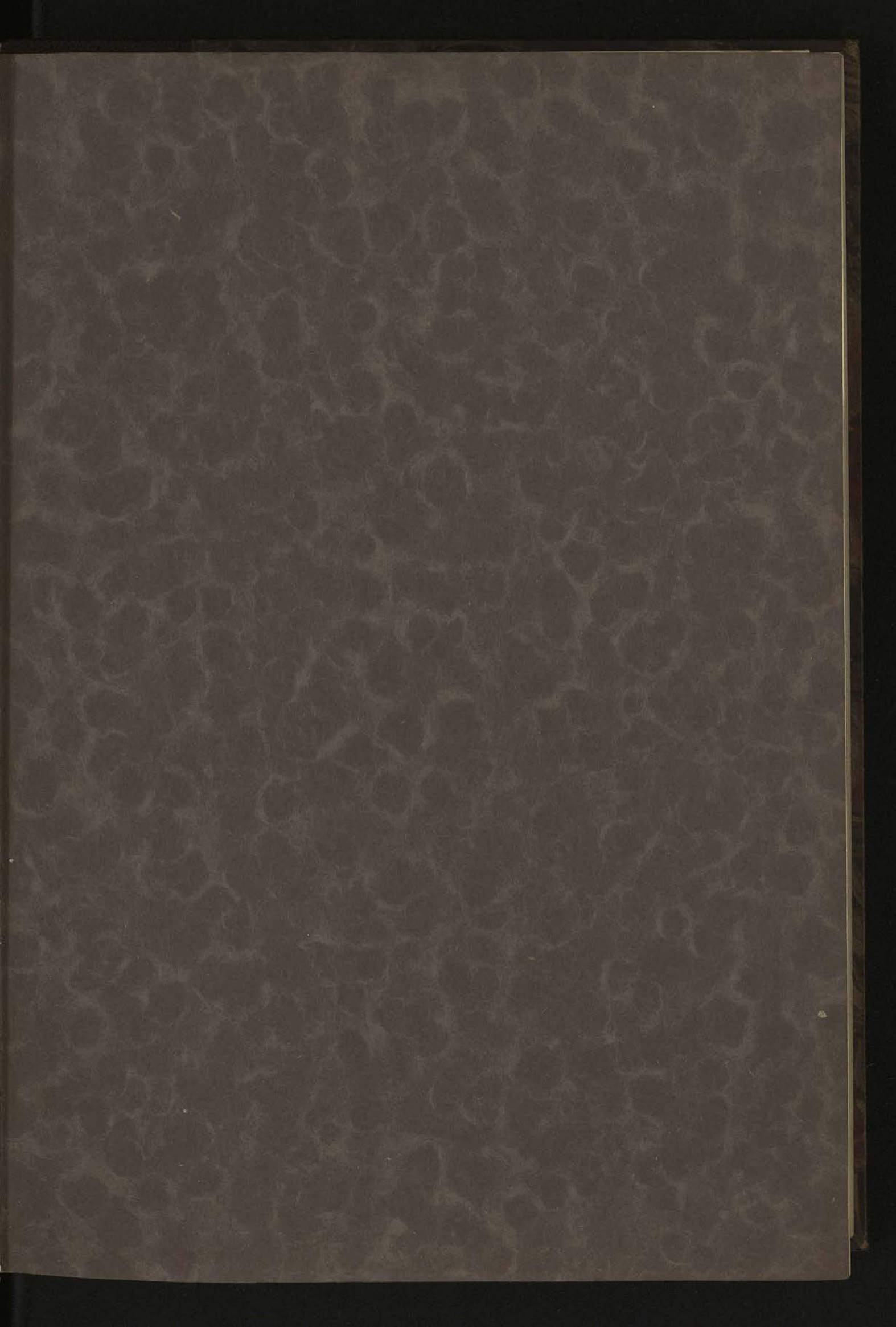
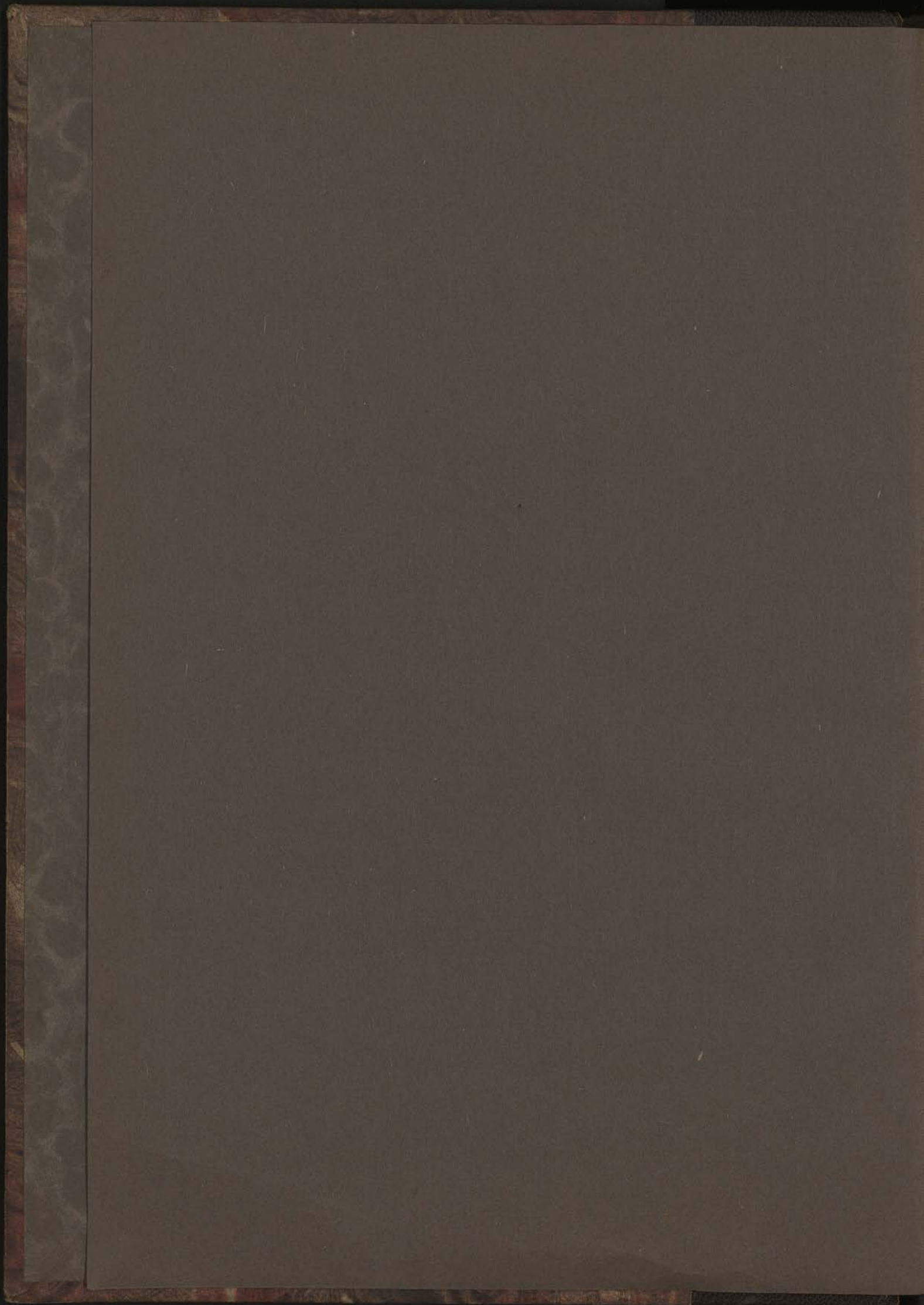


FC







ANC. MEC. FLU

INSTITUT DU GÉNIE CIVIL
BIBLIOTHÈQUE F. CAMPUS
6, quai Banning - 4000 Liège

LES MACHINES ROTATIVES

THE
LIBRARY OF
THE
MUSEUM OF
ART AND HISTORY
OF THE
CITY OF
NEW YORK

GC. II. 5704 7c

COURS DE CONSTRUCTION DES MACHINES

904
C 904

LES
MACHINES ROTATIVES

PAR

Ch. HANOCQ

Ingénieur, Professeur à l'Université de Liège



2^e ÉDITION

PARIS ET LIÈGE
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER

PARIS, 15, RUE DES SAINT-PÈRES, 15
LIÈGE, 1, QUAI DE LA GRANDE BRETAGNE, 1

1935

Tous droits réservés

IMPRIMÉ EN BELGIQUE

GOVERNMENT OF CANADA

1898
C-10

LES
MACHINES ROTATIVES

DE L'ARABIE



1898

THE
ROTARY MACHINES

1898

AVANT-PROPOS

Une grande partie de cet ouvrage est consacrée à la recherche des propriétés caractéristiques des turbo-machines et à la solution du problème du calcul de leurs dimensions générales, problème qui relève de la Mécanique appliquée ; en ce qui concerne la construction proprement dite, nous nous en sommes tenu au calcul et au tracé des organes les plus importants.

L'absence d'ouvrage d'un caractère didactique, envisageant d'une manière synthétique la théorie et le calcul de toutes les turbo-machines, tant motrices que réceptrices, nous a conduit à faire porter tous nos efforts sur la mise au point de cette troisième partie du cours de construction des machines que nous sommes chargé d'enseigner à la Faculté technique de l'Université de Liège.

Jusqu'à présent, des difficultés matérielles ne nous ont d'ailleurs pas permis d'envisager la publication des deux premières parties.

Pour justifier, toutefois, la division adoptée et la répartition des matières entre les différentes parties, nous avons cru nécessaire de reproduire ci-après, l'introduction à nos leçons sur la première partie : les Eléments de machines.

Le présent ouvrage, rédigé principalement en vue de faciliter la tâche de nos élèves, pourra intéresser les ingénieurs qui ont affaire dans l'industrie aux turbo-machines, soit comme ingénieurs d'exploitation, soit comme ingénieurs attachés à la construction proprement dite.

Nous ne nous dissimulons pas toutefois que l'assimilation de la théorie exposée dans le deuxième fascicule peut réclamer un effort assez considérable de la part du lecteur, ne fût-ce qu'en raison de l'abondance de notations qui s'introduisent forcément dans un tel exposé. Pour faciliter la tâche de ceux qui voudront nous suivre, nous avons consacré tout le premier fascicule à l'étude physique des différentes catégories de turbo-machines. En nous aidant exclusivement du principe de la conservation de l'énergie et du théorème de la composition des vitesses, nous y avons exposé le fonctionnement de ces machines et présenté comme une conséquence des faits établis par l'expérience, les lois qui régissent leur fonctionnement et qui servent de base au calcul de leurs dimensions générales.

Grâce à cette manière d'introduire le sujet, le lecteur pourra aborder, dans les quatre derniers fascicules, le calcul et la construction des différents types, sans faire une étude préalable approfondie de la théorie mathématique exposée dans le deuxième.

Cette théorie, en fournissant une base scientifique aux lois fondamentales et en fixant le degré d'approximation de ces lois, permet toutefois d'acquérir une telle netteté et une telle sûreté de vue, dans l'examen de tous les problèmes posés, que nous n'avons pas hésité à la développer complètement. Nous l'avons esquissée dans notre ouvrage sur les Turbines à vapeur (1907), puis précisée dans celui relatif aux Pompes centrifuges (1909), tous deux épuisés depuis de nombreuses années.

La forme définitive que nous avons pu lui donner aujourd'hui nous a permis de faire une classification rationnelle des différents types de turbo-machines à réaction, et d'expliquer l'évolution de ces machines au point de vue construction, en fournissant une base sûre pour le calcul des dimensions générales et pour l'étude du tracé des aubes.

Dans cette deuxième édition nous avons abordé le calcul complet des turbo-compresseurs et présenté une note sur le calcul des hélices, en y introduisant la notion si féconde du coefficient caractéristique. L'appendice a été considérablement étendu ; nous y avons traité non seulement la question des pertes de charge, mais le calcul des conduites, la mesure des débits et l'importante question des coups de bélier. Nous avons également étudié la théorie des turbo-compresseurs en régime varié, et la théorie des pompes hélicoïdes.

Nous n'avons pu toutefois aborder dans cet ouvrage l'étude des turbines à vapeur, que nous réservons pour un second volume.

INTRODUCTION

AU COURS DE CONSTRUCTION DES MACHINES

Le cours de *Construction des machines* a essentiellement pour but de fournir les éléments nécessaires au *calcul* et au *tracé correct* des organes de machines, d'un usage courant dans la construction mécanique moderne. Ces organes doivent être étudiés, non seulement pour résister aux efforts extérieurs auxquels ils sont soumis, mais pour satisfaire à de multiples conditions imposées :

1^o par les moyens d'exécution dont on dispose qui, rationnellement utilisés, permettent d'abaisser considérablement le prix de revient ;

2^o par des considérations relatives au montage, démontage, entretien, etc. ;

3^o enfin, par la nécessité de donner à l'ensemble de la machine à laquelle cet organe appartient, un aspect satisfaisant.

Ce cours s'appuie :

1^o sur la *mécanique appliquée et la physique industrielle* pour la détermination des dimensions générales de la machine à étudier, et des efforts extérieurs auxquels sont soumis ses organes ;

2^o sur la *résistance des matériaux* pour le calcul des dimensions principales de ces organes.

Il fait appel aux *propriétés des matériaux* couramment employés dont la connaissance est indispensable pour permettre un choix judicieux de ces matériaux et la fixation du taux de travail admissible dans les conditions d'utilisation prévues.

Pour aborder le cours de construction des machines, ces connaissances ne suffisent pas ; il faut savoir dessiner clairement et proprement à l'échelle et aux instruments, afin de pouvoir proportionner les parties qui échappent à tout calcul, et donner aux organes des formes rationnelles qui s'harmonisent avec l'ensemble de la machine, et qui tiennent compte des moyens d'exécution dont on dispose, tant au point de vue de l'*ébauchage des pièces à la fonderie et à la forge* qu'au point de vue du *parachèvement mécanique dans l'atelier*.

L'étude de ces moyens d'exécution fait l'objet d'un cours spécial, le cours de *Technologie mécanique* qui, pour porter des fruits réels, doit être appuyé par de nombreuses visites d'ateliers.

Un cours comme celui de Construction des machines ne se prête à aucune généralisation ; c'est en vain que l'on rechercherait dans un tel cours l'énoncé d'un certain nombre de principes pouvant conduire logiquement à la solution du problème posé.

Il est sans doute possible de préciser les conditions générales à satisfaire dans l'étude d'un organe de machine, mais il s'agit là, comme on va pouvoir s'en rendre compte, de propositions évidentes *à priori*, dictées par le simple bon sens :

1^o Les organes devront être capables de résister aux efforts extérieurs, tant statiques que dynamiques auxquels ils sont soumis ; dans certains cas, ils devront présenter des déformations limites déterminées.

2^o Les organes comportant des parties frottantes devront être proportionnés de façon qu'il ne se produise, en marche normale, aucun échauffement capable d'amener le grippement des pièces ou une usure notable, après un temps relativement court.

3^o Le montage et le démontage des différentes pièces devra pouvoir se faire facilement, surtout si l'organe est exposé à s'user ou se dérégler ; des dispositifs de rappel devront être prévus pour les organes soumis à des efforts alternatifs et sujets à usure.

4° Les tracés des pièces devront être tels qu'ils permettent autant que possible le parachèvement entièrement mécanique, sans l'intervention de l'ajusteur ; l'emploi de matériaux coûteux et des formes compliquées sera évité autant que possible.

Une règle moins évidente, mais qui est d'une application si générale dans la construction des machines, qu'on peut la considérer comme un « principe », est la suivante :

« Des dispositions doivent toujours être prises pour que les liaisons entre les différentes pièces d'un organe soient *complètes* et empêchent en dehors du *déplacement normalement prévu, tous les déplacements accessoires possibles*, même si les conditions de sollicitation font supposer que ces déplacements ne sont pas à craindre ».

Pour fixer les idées à cet égard, nous prendrons un exemple.

Considérons pour cela, un des organes de transformation du mouvement alternatif en mouvement continu, la *manivelle*.

L'effort agissant sur le bouton de la manivelle étant constamment normal à l'axe, il n'existe aucune composante de l'effort qui tende à déplacer la manivelle latéralement. A première vue, il pourrait paraître superflu d'assurer une liaison latérale de l'arbre portant la manivelle avec le support, ou coussinet. Il n'en est rien : sous l'action des efforts extérieurs qui font fléchir ces organes de même que sous l'action de légères différences dans le parallélisme des axes, différences qui résultent d'imperfections de montage ou d'exécution, il se fait que les composantes axiales de ces efforts deviennent suffisantes pour déterminer le déplacement suivant son axe de l'arbre portant la manivelle. Aussi est-il indispensable de donner à l'arbre des saillies circulaires formant épaulements empêchant tout déplacement axial. La détermination des efforts auxquels sont soumises ces épaulements est toutefois impossible et force est de donner à celles-ci des proportions sanctionnées par la pratique.

L'exemple choisi ne permet pas seulement de préciser le principe que nous énoncions plus haut et qui peut être considéré comme d'application générale ; il permet de montrer le rôle que joue dans la construction des machines la *pratique*, c'est-à-dire l'ensemble des connaissances acquises empiriquement par l'observation directe des particularités résultant de l'utilisation des machines dans les conditions réelles de fonctionnement industriel. Cette pratique conduit à tenir compte, dans chaque cas particulier, de multiples conditions spéciales qui viennent s'ajouter à toutes celles déjà envisagées.

En insistant à nouveau sur ce que chacun des organes doit posséder des formes qui s'harmonisent avec l'ensemble de la machine, de façon à donner à celle-ci un caractère de beauté qui n'échappe pas, même aux moins initiés, et cela sans des complications qui tendraient à accroître sensiblement le prix de revient, nous aurons fait ressortir suffisamment combien le domaine de la construction touche autant à l'art qu'à la science.

La science permet de déterminer quelques dimensions générales au point de vue de l'ensemble de la machine, quelques dimensions particulières au point de vue des organes importants, le reste est affaire de coup d'œil, de jugement, d'une sorte d'intuition qui résulte la plupart du temps d'une longue expérience personnelle.

Le domaine de la construction des machines est immense ; il ne peut être question d'aborder ici qu'une partie de ce domaine, celle qui est non seulement de nature à intéresser plus vivement et plus directement tous les ingénieurs, mais encore celle qui, par l'appoint important que peut lui apporter la science appliquée, possède un caractère formatif plus accentué et une matière plus facile à traiter dans l'enseignement ; nous voulons parler de la *Construction des machines motrices fixes* et des *machines réceptrices importantes* d'un usage général dans l'industrie : pompes, compresseurs, soufflantes, ventilateurs. Ces machines se divisent en deux grandes classes qui, dans l'industrie moderne, prennent une place à peu près équivalente :

1° Les machines *alternatives* ;

2° Les machines *rotatives*.

Le cours de construction des machines doit toutefois comprendre, comme introduction, l'étude des organes d'assemblage d'un usage courant et l'étude des organes de transmission du mouvement de rotation.

Il en résulte qu'il se divise naturellement en trois parties :

- 1^{re} partie : **les éléments des machines;**
- 2^e partie : **les machines alternatives;**
- 3^e partie : **les machines rotatives.**

Dans la deuxième partie, on peut traiter à part, comme introduction, les organes de transformation du mouvement alternatif en mouvement continu : piston, crosse, bielle, manivelle, coudé, guide et bâti, arbre et volant, et rattacher à l'étude de chacun des types de machines alternatives envisagées, motrices ou réceptrices, le cylindre et la distribution.

La troisième partie a pris aujourd'hui une très grande importance, en raison de l'adaptation particulièrement heureuse que l'on a pu faire de ces nouveaux moteurs à la commande des génératrices électriques, de même qu'à la grande facilité qu'offrent les machines réceptrices de cette espèce à l'attaque directe par moteur électrique.

Cette troisième partie n'a pas été, jusqu'à présent, traitée avec toute son ampleur dans la plupart des cours de construction des machines et même de mécanique appliquée dont relève le calcul des dimensions générales. Ce calcul fait appel, d'ailleurs, aux connaissances les plus élevées de la mécanique rationnelle, de l'hydraulique et de la thermo-dynamique *enseignées aux ingénieurs*. Comme il est impossible, pour cette partie, d'envisager un enseignement qui, se limitant strictement au domaine de la construction proprement dite, écarterait *a priori* tout ce qui touche à la théorie, il a été entendu entre titulaires intéressés, en vue d'éviter des répétitions peu profitables aux élèves, que la théorie des turbines hydrauliques, des pompes centrifuges, et ventilateurs, à l'exclusion de celle des turbines à vapeur, ferait partie de l'enseignement prévu sous le titre de « Cours de Construction des machines ».

Nous serons donc amené, dans la troisième partie, à exposer la théorie générale des différentes catégories de turbo-machines et son application aux turbines hydrauliques, aux pompes et aux ventilateurs, avant d'aborder l'étude des principaux organes au point de vue construction.

Ce n'est pas toutefois pour suivre « d'anciens errements », comme certains pourraient le croire, que, dans le cours de construction des machines, de même que dans celui de mécanique appliquée, une place importante restera faite à la machine à vapeur à piston : c'est parce que l'étude d'un avant-projet et d'un projet de machine à vapeur constitue un exercice classique de nature à faire connaître, dans des conditions particulièrement favorables, les principes et les méthodes que la science appliquée met en œuvre.

Cette introduction nous a paru nécessaire, pour préciser l'objet du cours de construction des machines fait à l'Université de Liège, son étendue et ses grandes divisions, ainsi que pour justifier l'orientation particulière donnée à la troisième partie consacrée aux turbo-machines.

ERRATA

Page 20, fig. 37, à corriger suivant fig. 450 (note II de l'appendice).

Page 83, tableau I, 2^e colonne, *inverser* 10 et 5.

Page 150, 10^e ligne, *lire* IO', au lieu de IB.

Page 263, Remarque I, au lieu de $K' = 1$, *lire* $K' = -\cos \beta_0 \cong 1$.

Cours de Construction des Machines

LES MACHINES ROTATIVES

INTRODUCTION

Les machines rotatives ont pris une importance considérable dans l'industrie moderne.

Grâce aux progrès de l'électrotechnique, il est devenu possible de centraliser la production de la force motrice, dans des « centrales » hydrauliques ou thermiques, de plusieurs dizaines de milliers de chevaux et de distribuer l'énergie produite sous forme d'énergie électrique, à des distances atteignant parfois plusieurs centaines de kilomètres.

Le problème s'est donc posé depuis une trentaine d'années d'approprier les moteurs et récepteurs mécaniques aux générateurs et moteurs électriques, pour des puissances de plus en plus élevées.

Les grandes vitesses angulaires exigées par les électriciens pour la réalisation dans des conditions économiques de leurs machines électriques, ont conduit les mécaniciens à abandonner de plus en plus la construction des machines alternatives dont le mécanisme bielle-manivelle s'accommodait mal des grands nombres de tours, pour perfectionner les machines du type rotatif. Ces machines permettent d'ailleurs, maintenant que la plupart des difficultés soulevées par leur construction sont vaincues, d'obtenir des puissances spécifiques tout à fait inconnues sous le règne de la machine à piston, avec une sécurité de marche équivalente.

Jusqu'à présent, toutefois, on n'est pas parvenu à réaliser dans le type rotatif, la machine motrice à gaz. De plus, la machine à vapeur alternative continue à s'imposer dans les applications spéciales : installations de faible importance, ou ne permettant pas l'emploi de la condensation, ou encore exigeant de forts couples de démarrage et des renversements de marche fréquents. C'est dire qu'il ne peut être question de laisser de côté l'étude des machines alternatives ni au point de vue théorique, ni au point de vue construction, mais qu'il convient de faire une place de plus en plus importante aux machines rotatives, dans l'enseignement de la mécanique appliquée et de la construction des machines.

Les machines rotatives peuvent se diviser en deux catégories bien distinctes :

1° Les *machines volumogènes*,

2° Les *turbo-machines*.

Nous donnerons dans les deux paragraphes qui vont suivre une vue d'ensemble des différents types possibles rentrant dans l'une et l'autre catégorie, en indiquant leurs principales caractéristiques.

§ 1. — Les machines volumogènes

Dans la première catégorie, il n'y a lieu de considérer que les machines réceptrices destinées à déplacer les fluides ou à les comprimer : pompes, soufflantes, compresseurs, car toutes les tentatives d'application du principe utilisé dans ces machines, à la réalisation d'un moteur à vapeur économique, ont échoué complètement, et cela par suite de l'importance prise dans la consommation totale, par les fuites et les condensations.

A l'heure actuelle, seuls des moteurs à air comprimé de très petite puissance sont construits sur le principe représenté par le schéma de la figure 1.

Les figures 1, 2 et 3 représentent les schémas des types fondamentaux de machines réceptrices volumogènes construites actuellement. Leur fonctionnement est facile à saisir.

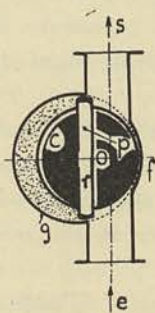


FIG. 1

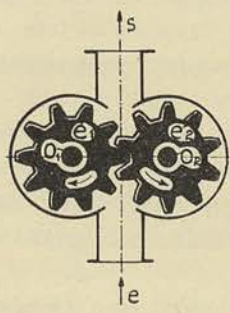


FIG. 2

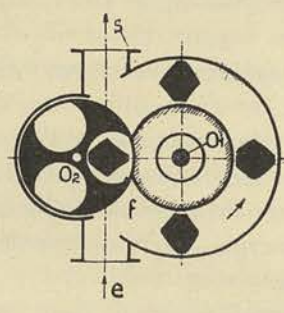


FIG. 3

Premier type (fig. 1). — Dans le premier type, un cylindre c excentré par rapport à l'enveloppe cylindrique g , porte deux palettes mobiles p qui, sous l'action du ressort r (non dessiné), sont maintenues constamment en contact avec la paroi g . Par la rotation du cylindre c , les palettes engendrent par tour, un volume égal à celui de l'espace pointillé, abstraction faite des fuites.

En vue de réduire les fuites au minimum, la construction est réalisée de manière à assurer un contact aussi parfait que possible entre les deux cylindres en f , ainsi qu'entre les palettes et les parois latérales de l'enveloppe g .

Ce type est utilisé comme pompe à huile et dans ces derniers temps, comme compresseur d'air, mais sous une forme un peu différente que nous préciserons ci-dessous.

Deuxième type (fig. 2). — Dans le deuxième type, l'axe moteur o_1 , entraîne, par l'intermédiaire de la roue dentée e_1 , la roue dentée e_2 , calée sur l'axe o_2 , entièrement libre.

Les parois des couvercles se trouvent en contact avec les faces latérales des roues dentées sur toute leur étendue, et le volume du fluide entraîné entre la denture et les parois de l'enveloppe, passe ainsi de la conduite d'aspiration e dans la conduite de refoulement s , sans pouvoir faire retour vers l'aspiration, par suite du contact permanent existant entre les dents, sur la ligne d'engrènement des deux roues.

Ce système est utilisé comme pompe à huile pour le graissage sous pression des paliers des machines à grande vitesse ; il n'est guère approprié pour déplacer d'autres liquides que l'huile, en raison de l'usure que prendrait rapidement la denture.

Troisième type (fig 3.). — Pour pouvoir utiliser le même principe que celui du type précédent aux pompes, aux soufflantes destinées à déplacer des fluides éventuellement chargés de matières en suspension, on préfère employer un troisième type. Dans celui-ci l'axe moteur o_1 porte, par l'intermédiaire de deux flasques latérales, des entretoises qui balayent l'espace annulaire libre entre l'enveloppe extérieure et le tambour intérieur. Il entraîne l'axe o_2 par l'intermédiaire d'une paire de roues dentées, extérieures à l'enveloppe et non dessinées. Le tracé des palettes est étudié de telle façon qu'il y ait contact permanent dans la partie centrale f et que le volume engendré par la rotation des palettes soit rendu maximum.

Sur ce principe, on réalise aujourd'hui, outre des pompes à faible débit, capables de déplacer des liquides relativement chargés, des soufflantes destinées à l'alimentation de cubilots, etc.

Dans tous les appareils que nous venons de décrire schématiquement, nous constatons que les parties mobiles entraînées par l'axe moteur, engendrent directement à chaque tour, un *certain volume*, d'où le nom de machines *volumogènes* qui leur a été donné.

Leur théorie pourrait se borner à l'évaluation du volume réel débité en tenant compte des fuites ; pour le troisième type, la question de la recherche des formes à donner aux palettes en vue de porter au maximum le volume engendré par tour, et d'assurer d'une façon aussi parfaite que possible l'étanchéité au centre f , pourrait prendre une certaine importance. Mais les applications des *machines volumogènes* sont trop restreintes *actuellement* pour qu'il soit rationnel, dans un cours général comme celui que nous présentons ici, de nous y arrêter longuement.

Description et fonctionnement du compresseur à palettes

Nous estimons toutefois qu'il convient de donner une coupe (fig. 4) de l'appareil

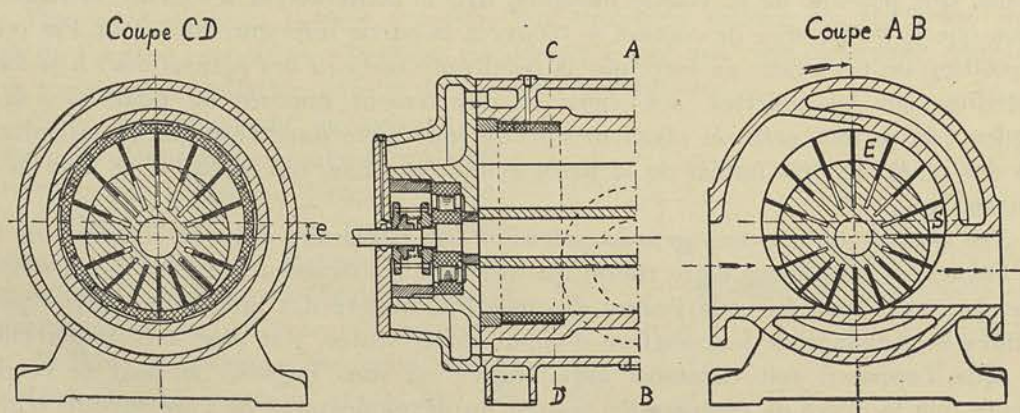


FIG. 4

volumogène le plus employé à l'heure actuelle comme compresseur, en raison des résultats satisfaisants fournis par lui, tant au point de vue du rendement qu'au point de vue mécanique.

Cet appareil est constitué par un rotor excentré par rapport à l'enveloppe fixe, suivant le principe indiqué par le schéma de la figure 1, mais avec cette différence que les palettes ont été multipliées, de façon à assurer une compression progressive du fluide évoluant, et à réduire les fuites au minimum. Dans cet appareil les palettes sont libres de glisser dans leur rainure et sont appliquées à la paroi fixe, non plus par l'action d'un ressort, mais par la force centrifuge.

Pour réduire la puissance absorbée par le frottement des palettes sur le stator et l'usure qui en est la conséquence, deux bagues libres pouvant glisser dans des rainures appropriées, sont prévues, qui occupent environ un quart de la longueur du stator. Ces bagues, entraînées par le frottement des palettes, peuvent atteindre une vitesse d'entraînement voisine de la vitesse *moyenne* périphérique des palettes, si bien que la vitesse relative de celles-ci par rapport aux bagues, est réduite à une faible fraction de la vitesse périphérique.

En effet, en supposant que les bagues tournent à la vitesse *moyenne* des extrémités des palettes, celles-ci atteindraient $v = \omega R$, ω étant la vitesse angulaire du rotor, R le rayon intérieur du stator. La vitesse périphérique d'une palette variant suivant une loi sinusoïdale entre le maximum $\omega (R + e)$, et le minimum $\omega (R - e)$, on peut dire que la vitesse relative par rapport à la bague atteindra un maximum $+\omega e$ et tombera à un minimum $-\omega e$, ce qui donnera pour vitesse relative moyenne :

$$\frac{2}{\pi} \omega e$$

soit une diminution proportionnelle de vitesse par rapport au stator :

$$\frac{2}{\pi} \frac{e}{R}$$

Il s'ensuit une réduction de l'usure des palettes qui tend à rester dans la même proportion.

Des précautions sont toutefois nécessaires pour assurer l'équilibrage des bagues au point de vue des pressions ; celles-ci comportent à cet effet, des chambres de compensation mises en relation avec les cellules respectives formées par les palettes.

D'autre part, en vue de réaliser une vitesse périphérique des bagues, aussi voisine que possible de la vitesse moyenne ωR , le constructeur a exécuté le rotor de façon que la génératrice de contact se trouve à la partie inférieure du stator. Par cette disposition on peut faire en sorte que la résultante *verticale* des actions dues à la force centrifuge sur les palettes, soit égale et directement opposée au poids des deux bagues : de ce fait, celles-ci « flottent » en quelque sorte dans l'espace, ne supportant que des réactions très faibles de la paroi cylindrique fixe, qui constitue le fond de la rainure.

On conçoit qu'une très grande précision soit nécessaire dans la construction de ces bagues, et c'est pour cette raison que certains constructeurs les ont supprimées : il semble bien toutefois que l'usure des palettes, malgré des précautions prises pour faciliter le graissage de leur surface d'appui sur le stator, soit alors très importante.

Que l'appareil soit construit avec bagues ou sans bagues, on peut se rendre compte que le degré de compression résulte du développement de l'arc suivant lequel les palettes restent en contact avec le stator, sur toute l'étendue de la génératrice, et que partant ce degré de compression doit rester constant pour un appareil déterminé.

Le rapport de compression est donné par le rapport du volume emprisonné en E (fig. 4) au volume emprisonné en S.

Si les conditions de fonctionnement varient, soit par suite de l'élévation de la

pression maintenue à la sortie, soit de l'abaissement de la pression maintenue à l'entrée, il en résultera en S une brusque élévation de pression qui tendra à réduire le rendement de l'appareil.

Le débit normal du compresseur peut être calculé en partant du volume balayé à l'entrée par les palettes du rotor, soit

$$Q = 2el \times \frac{2\pi RN}{60}$$

où l est la largeur du rotor, N le nombre de tours par minute. Le volume refoulé est nécessairement inférieur en raison des fuites entre les faces latérales du tambour et les flasques formant couvercles, et également entre les palettes et les parois des rainures dans lesquelles elles glissent. La multiplication du nombre des palettes tend évidemment à réduire ces fuites.

Bien que de très nombreux brevets aient été pris en vue de réaliser sur le même principe des appareils à palettes équilibrées, on peut dire qu'à l'heure actuelle il n'existe sur le marché, au point de vue industriel, d'autre type que celui que nous venons de décrire.

Pour de faibles puissances et de faibles pressions divers types, étudiés pour la suralimentation des moteurs d'automobile, ont été essayés qui ont donné des résultats satisfaisants, à la condition de n'employer que des vitesses périphériques assez peu élevées, mais il s'agit là d'applications très spéciales, sur lesquelles il n'y a pas lieu d'insister ici.

Ces quelques considérations suffisent, pensons-nous, pour faire ressortir l'intérêt limité au point de vue industriel de cette catégorie de machines et justifient notre décision de consacrer l'entièreté de cet ouvrage à l'étude de la seconde catégorie de machines rotatives : les turbo-machines.

§ 2. — Les turbo-machines

La catégorie des machines désignées sous le nom de *turbo-machines* est, en effet de beaucoup plus importante.

C'est dans cette catégorie que rentrent les turbines à vapeur et les turbines hydrauliques des grandes centrales modernes.

Par *turbo-machines* il faut entendre une machine *motrice* ou *réceptrice*, dans laquelle l'organe moteur ou récepteur est constitué par une *roue cloisonnée*, tournant d'un mouvement uniforme autour de son axe de rotation.

Cette roue réagissant ou agissant sur le fluide évoluant qui se trouve à l'intérieur, détermine par le jeu des forces d'inertie :

a) Dans le premier cas (celui correspondant à une machine motrice), la transformation d'énergie potentielle de pression et d'énergie cinétique, en énergie mécanique ;

b) Dans le deuxième cas (celui correspondant à une machine réceptrice), la transformation du travail mécanique transmis à l'axe de la roue en énergie potentielle de pression.

Pour faire comprendre, d'une façon intuitive, les phénomènes qui accompagnent cette transformation et préciser la définition que nous venons de donner des *turbo-*

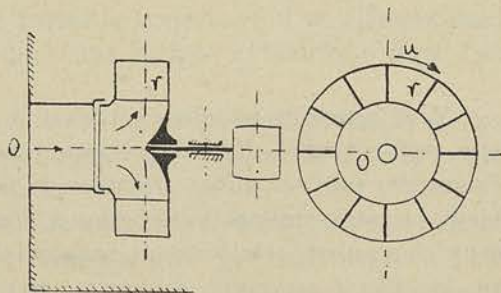


FIG. 5

machines, nous nous servirons de l'exemple le plus simple qui puisse se concevoir, celui d'une roue d'un ventilateur primitif qui débiterait directement dans l'atmosphère.

La roue, dans cet appareil, est constituée par deux parois parallèles reliées entre elles par des aubes, l'une des parois se prolongeant jusqu'au moyeu; cette roue est mise en communication par le centre au moyen d'une tuyauterie *o* avec le local à ventiler.

Si nous communiquons à l'axe un mouvement de rotation de vitesse croissante, le fluide qui remplissait l'intérieur de la roue, entraîné par la présence des aubes, sera soumis à la force centrifuge et tendra à circuler du centre vers la périphérie.

Ce déplacement des particules vers la périphérie aura pour effet de créer au centre, une dépression qui déterminera l'écoulement du fluide du local à ventiler vers le ventilateur, à travers la tuyauterie.

L'énergie mécanique communiquée à l'axe de la roue dans le cas envisagé ici d'une machine réceptrice, sera transformée en partie en énergie potentielle de pression, en partie en énergie cinétique, le fluide quittant la roue avec une vitesse plus élevée que celle qu'il possédait à son entrée dans l'appareil.

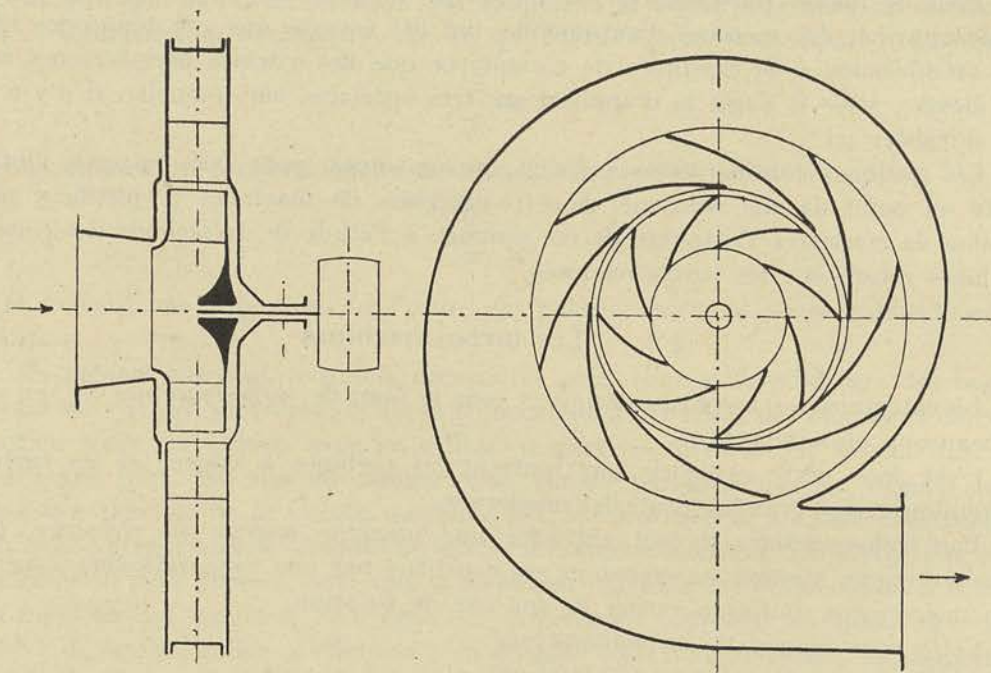


FIG. 6

Nous pouvons imaginer, et c'est le cas toujours réalisé dans la pratique, que la roue soit entourée d'une enveloppe constituée par deux parois parallèles également cloisonnées par des aubes orientées de façon que les éléments fluides qui s'y engagent soient orientés suivant la direction à l'entrée de ces aubes (fig. 6). On conçoit que la forme des aubes, relativement tangentielle au point d'entrée, puisse être choisie pour que les filets, au point de sortie, fassent un angle avec la tangente relativement grand; dans ces conditions, les sections des canaux formés par les aubes iront nécessairement croissant et la vitesse ira diminuant: l'énergie cinétique du fluide à la sortie de la roue sera ainsi transformée en énergie potentielle de pression. A la différence des pressions ($p_1 - p_e$) créée par l'action des forces d'inertie dans la roue,

viendra à présent s'ajouter la différence des pressions ($p_s - p_1$) créée par la transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle dans l'ensemble des canaux de l'enveloppe appelés *diffuseur*.

La différence des pressions fournie par le ventilateur ainsi complété, sera non pas ($p_1 - p_e$), mais ($p_s - p_e$) pour une même dépense d'énergie sur l'axe, ce qui revient à dire que le rendement du ventilateur muni d'un diffuseur, sera sensiblement augmenté.

Nous verrons ci-après, que dans sa forme la plus générale la *turbo-machine*, qu'elle soit motrice ou réceptrice, comporte les *trois éléments caractéristiques suivants* : (Voir fig. 7, 8 et 9.)

1° Le *distributeur d*, chargé de diviser le fluide évoluant en lames minces et d'orienter les jets ainsi formés dans une direction appropriée, sur le pourtour de l'organe moteur ou récepteur ;

2° La *roue r*, organe moteur ou récepteur, constituée par *deux flasques* réunies par des cloisons ou *aubes*, formant des canaux dans lesquels s'engage le fluide, orienté par le distributeur ;

3° Le *diffuseur d*, entourant la sortie de l'organe mobile et disposé de façon que les particules fluides sortant de celui-ci avec une vitesse relativement grande, puissent passer progressivement à une vitesse plus faible.

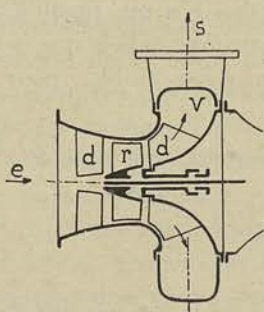


FIG. 7

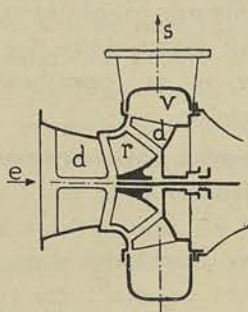


FIG. 8

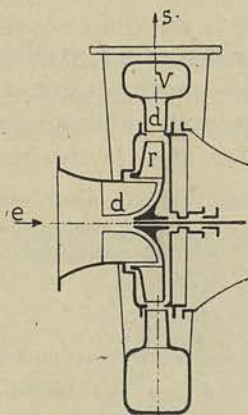


FIG. 9

Suivant l'orientation générale du courant fluide à travers l'organe mobile, on peut distinguer :

1° Le type *axial* ou *héliçoïde* (fig. 7), dans lequel la trajectoire d'un élément fluide quelconque à travers la roue, est contenue dans une surface cylindrique dont l'axe coïncide avec celui de la roue ;

2° Le type *héliço-centrifuge* (fig. 8), dans lequel la trajectoire parallèle à l'axe au point d'entrée des canaux de la roue, est oblique par rapport à ce même plan perpendiculaire à l'axe, au point de sortie.

3° Le type *centrifuge* (fig. 9), dans lequel les trajectoires sont contenues depuis l'entrée de l'organe mobile jusqu'à sa sortie, dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Si, dans les types représentés figures 8 et 9, nous supposons le mouvement général du fluide de sens inverse à celui indiqué par la flèche, nous aurons alors affaire respectivement :

1° Au type *héliço-centripète*,

2° Au type *centripète*.

Nous avons reproduit figures 10, 11 et 12 les trois types de roues cloisonnées correspondant aux trois types de *turbo-machines* représentés schématiquement par les figures 7, 8 et 9.

Les *turbo-machines* construites actuellement dans l'industrie peuvent se diviser en quatre classes :

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) Les machines motrices : | { 1° A eau (turbine hydraulique); |
| | { 2° A vapeur (turbine à vapeur); |
| b) Les machines réceptrices : | { 3° A eau (pompe centrifuge); |
| | { 4° A gaz (ventilateur, soufflante, compresseur). |



FIG. 10

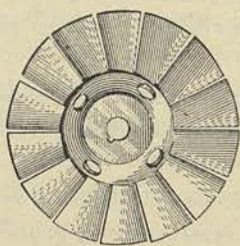


FIG. 11

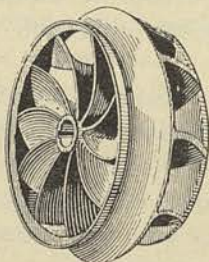


FIG. 12

La turbine à gaz, étudiée depuis une vingtaine d'années, n'a pu, jusqu'à présent, être réalisée pratiquement, tout au moins dans des conditions telles que son fonctionnement soit suffisamment sûr, et sa consommation assez faible, pour qu'elle puisse lutter avec la machine à piston.

Si nous voulons nous rendre compte sommairement du fonctionnement de ces différentes machines nous aurons à considérer deux cas :

A. — PREMIER CAS

L'axe tend à être immobilisé par un couple résistant; c'est le cas rencontré dans les machines motrices, les turbines hydrauliques et les turbines à vapeur. Force sera de distinguer deux hypothèses :

Première hypothèse. — La pression est plus grande en e qu'en s :

$$p_e > p_s$$

Sous l'action de cette différence de pression ($p_e - p_s$), le fluide s'écoulera à travers le distributeur d , la roue r , le diffuseur d . Par l'action des jets sur l'aubage de la roue et par la réaction du fluide dans celui-ci, un couple naîtra qui tendra à équilibrer le couple résistant et à provoquer la rotation de l'axe; en appropriant le couple résistant de façon à réaliser une vitesse de rotation de l'axe en rapport avec la vitesse du fluide à la sortie du distributeur, nous parviendrons à recueillir sur l'axe la plus grande partie de l'énergie disponible à l'entrée.

Deuxième hypothèse. — La pression est plus grande en s qu'en e :

$$p_s > p_e$$

L'écoulement se fera cette fois de l'extérieur de la roue vers l'intérieur, à travers le diffuseur, qui deviendra le distributeur, la roue, et le distributeur qui deviendra le diffuseur.

Comme dans le cas précédent, par l'action des jets et la réaction du fluide dans l'aubage, le couple moteur tendra à équilibrer le couple résistant et à mettre l'axe en mouvement.

Nous aurons encore affaire à une machine motrice.

B. — DEUXIÈME CAS

L'axe est soumis à un couple moteur et entraîné à une certaine vitesse de rotation ; c'est le cas rencontré dans les machines réceptrices.

Dans ce cas, sous l'action des forces d'inertie, nées de la rotation de la roue, en particulier sous l'action de la force centrifuge, le fluide se déplacera de e vers s , et il s'établira une différence de pression entre l'entrée en e et la sortie en s , de telle sorte que

$$P_s > P_e ;$$

nous aurons affaire à une pompe ou un ventilateur, suivant la nature du fluide mis en mouvement.

Bien que différentes d'aspect extérieur, suivant la nature du fluide évoluant, on peut dire que toutes les turbines à injection totale et toutes les turbo-pompes peuvent être représentées schématiquement par l'une des figures 7, 8 et 9.

Remarque. — Dans la classe des turbines, nous pouvons toutefois concevoir une disposition un peu différente : au lieu de faire l'injection du fluide évoluant sur toute la périphérie de la roue, nous pourrions limiter le distributeur à un certain nombre d'aubes groupées par sections et réparties sur la circonférence, à la condition toutefois de régler les sections d'entrée et de sortie de l'aubage mobile, de façon que la pression soit la même à la sortie en s qu'à l'entrée en e .

Ces turbines sont désignées sous le nom de turbines d'action, parce que le couple moteur résulte exclusivement de l'action des jets sur l'aubage.

Elles peuvent différer notablement comme aspect extérieur, des turbines précédentes, à injection totale et à réaction partielle, parce que le débit n'étant pas lié aux dimensions de la roue, on peut agrandir le diamètre de celle-ci dans de très grandes proportions et réduire le distributeur jusqu'à l'extrême limite, d'une, deux ou quatre tuyères, comme dans les turbines hydrauliques du type Pelton et à vapeur du type de Laval (fig. 13).

Au point de vue des principes sur lesquels repose le fonctionnement des turbines, il n'y a pas de différences essentielles à faire entre les turbines d'action et les turbines à réaction.

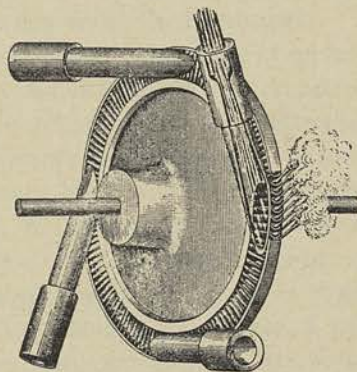
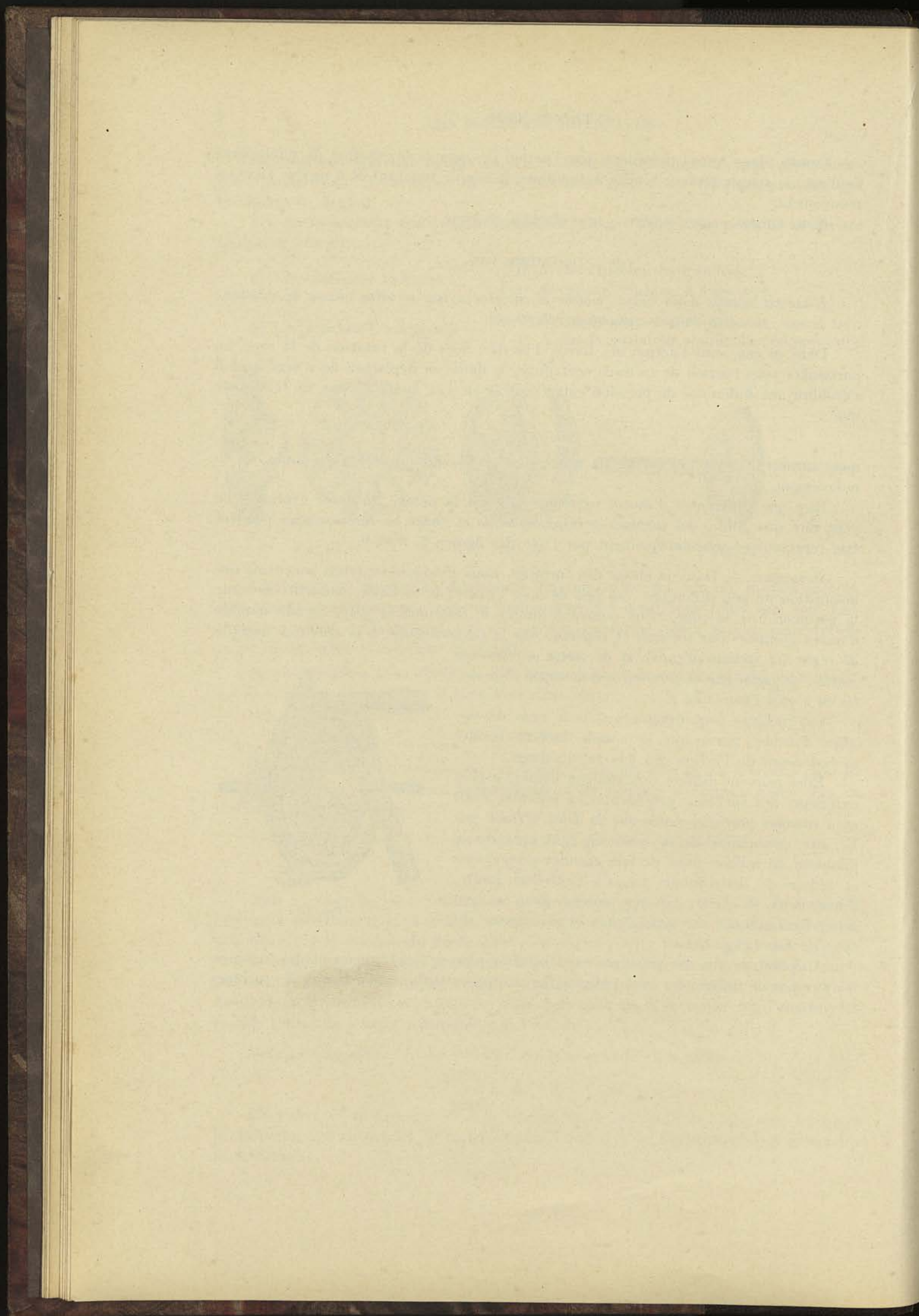


FIG. 13



PREMIER FASCICULE

DESCRIPTION, FONCTIONNEMENT, THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TURBO-MACHINES

CHAPITRE I.

LES TURBINES HYDRAULIQUES

§ 1. — Introduction

Pour utiliser l'énergie gravifique disponible dans les *chutes d'eau* que l'on rencontre à l'état naturel ou que l'on peut provoquer d'une manière artificielle sur le cours d'une rivière à pente relativement forte, on utilisait autrefois des roues hydrauliques.

Leur construction ne réclamait que des moyens d'exécution relativement primitifs, tels que ceux dont pouvaient disposer couramment les ateliers de construction au milieu du siècle dernier ; utilisées dans nos contrées, principalement pour actionner les forges et les moulins, elles étaient relativement bien appropriées à leur destination : la question du rendement de même que celle de la constance de la vitesse de rotation, pouvaient, en effet, être considérées comme secondaires. A l'heure actuelle, ce genre de moteur ne répond plus aux exigences de la technique, tout particulièrement au point de vue du nombre de tours limite, qui est beaucoup trop faible, et de la régularisation automatique de la vitesse de rotation, qu'il faut considérer comme à peu près irréalisable. Nous ne parlerons pas, en conséquence, dans cet exposé, des roues hydrauliques, renvoyant le lecteur à des ouvrages spéciaux ou à des traités généraux ⁽¹⁾ de mécanique appliquée, pour l'étude de cette question qui ne présente plus qu'un intérêt rétrospectif.

La turbine hydraulique, qui devait permettre l'utilisation des grandes puissances et des hautes chutes et donner plus tard naissance à l'industrie de la « houille blanche », fut réalisée, à l'origine, sous la forme d'une turbine centrifuge à injection totale, par *Fourneyron* (1826) et, un peu plus tard, (1839) sous la forme d'une turbine axiale, par *Fontaine*.

La figure 14 donne le schéma de la première, à axe vertical, telle qu'elle a été créée par son inventeur.

(1) BOULVIN. — Cours de mécanique appliquée aux machines (2^e fascicule).

H. HUBERT. — Précis de cours de mécanique appliquée et de physique industrielle, tome III.

La turbine *Francis*, du type centripète à réaction partielle, qui vit le jour en 1849, constitue le prototype des turbines utilisées à peu près exclusivement aujourd'hui, en dehors des applications aux hautes et aux très hautes chutes; elle peut être représentée par le schéma de la figure 8, lorsqu'on imagine la circulation du fluide en sens inverse de celui indiqué par les flèches.

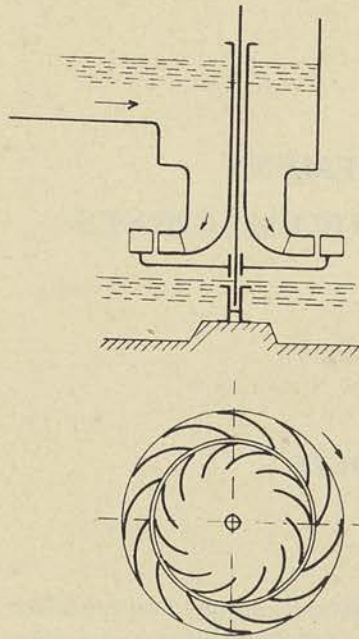


FIG. 14

L'étude de l'aménagement des chutes d'eau ne peut trouver sa place ici, d'autant plus qu'elle ne manque pas d'ampleur.

Il s'agit, en effet, tout d'abord, dans une telle étude, de fixer les méthodes propres à déterminer le régime de la rivière dont on veut utiliser les chutes: c'est de ce régime que dépend la puissance disponible.

S'il est possible de créer une réserve d'eau importante, suffisante pour parer aux fluctuations annuelles, la puissance réellement disponible sera celle fixée par le débit moyen de la chute; sinon, on ne pourra guère compter comme réellement disponible, que la puissance correspondant à un débit minimum ou débit d'*étiage*, à moins de créer une centrale thermique de secours. Comme il est reconnu aujourd'hui qu'une telle solution est rarement économique, parce qu'elle grève lourdement les frais de premier établissement et rend l'exploitation plus difficile et plus onéreuse, on se rend compte de l'importance que peuvent prendre les études préliminaires à l'utilisation d'une chute d'eau. Le régime de la rivière étant reconnu favorable avec la réserve d'eau que l'on peut créer, soit pour parer aux fluctuations de la demande d'énergie dans le cours d'une journée, soit pour parer aux variations de débit dans le cours de l'année, il reste à étudier l'aménagement de la chute.

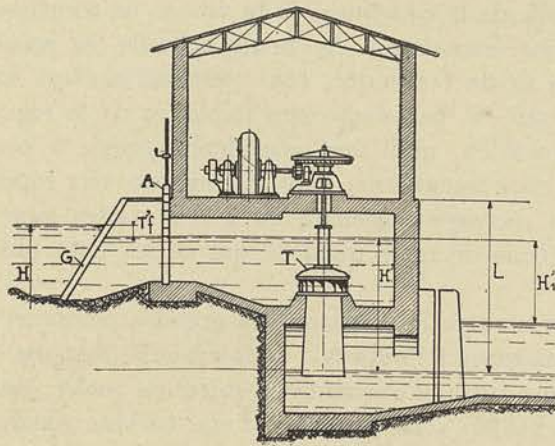


FIG. 15

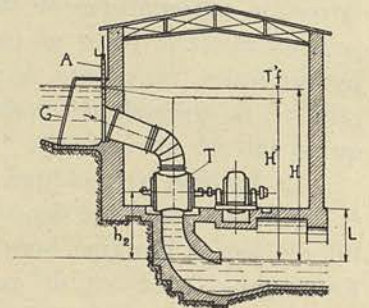


FIG. 16

Si la chute existe à l'état naturel, il faut créer un canal de dérivation (ou une conduite forcée pour le cas de chute relativement élevée), de façon à amener l'eau du bief supérieur dans la salle des turbines. Si la chute n'existe pas, il faut la créer préalablement par un barrage artificiel.

La détermination des dimensions du canal d'amenée ou de la conduite forcée réclame des connaissances d'hydraulique qui font partie d'un enseignement spécial.

Les travaux d'art nécessaires à l'aménagement de la chute ainsi qu'à l'installation de la centrale avec ses grilles de protection et de son canal de fuite, peuvent être très importants, et il convient d'en faire une étude assez complète dans un avant-projet, pour qu'il soit possible d'établir avec une certaine précision le prix de l'installation et se trouver en mesure d'établir les résultats économiques de l'entreprise.

On conçoit que, lorsque l'on tient compte de tous les facteurs en cause, toutes les chutes soient loin de pouvoir être considérées comme pratiquement exploitables.

Nous donnons, à titre d'exemple (fig. 15), la coupe en élévation de l'installation schématisée d'une centrale à très basse chute.

La figure 16 représente la coupe en élévation d'une centrale à basse chute et la figure 17 celle d'une centrale à haute chute, avec son bassin de mise en charge, placé aussi près que possible de l'usine, de façon à réduire au minimum la longueur des conduites forcées.

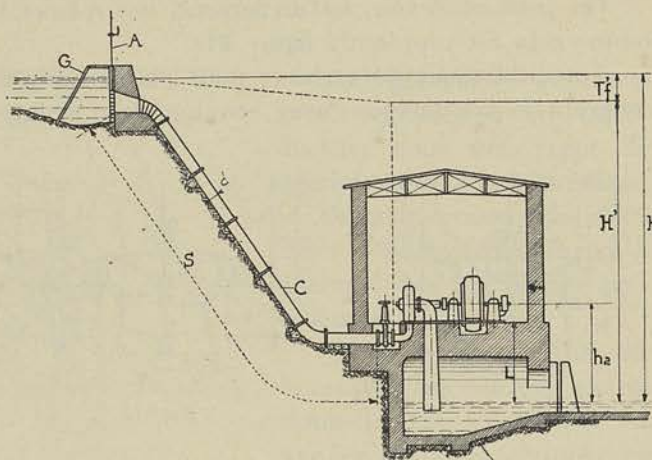


FIG. 17

§ 2. — Description schématique et classification des différents types

On peut classer tout d'abord les chutes d'eau. Cette classification est faite d'après la hauteur à utiliser. On y distingue :

- 1° Les très basses chutes, inférieures à 7 ou 8 m. ;
- 2° Les basses chutes, celles comprises entre 8 et 20 m. ;
- 3° Les chutes moyennes allant de 20 à 60 m. ;
- 4° Les hautes chutes, celles qui vont de 60 à 180 m. ;
- 5° Les très hautes chutes au-dessus de 180 m.

Cette classification s'explique de la manière suivante : jusqu'à 8 m. il est possible d'employer la turbine à bêche ouverte, telle que celle représentée par le schéma d'installation de la figure 15 ; entre 8 et 20 m. on peut concevoir la turbine logée dans une bêche sous pression, telle que celle figurée dans le schéma de la figure 16 ; enfin, de 20 à 60 m., la turbine est généralement construite avec une enveloppe ou volute, telle que celle de la figure 17, tandis qu'au delà de 180 m. on a recours à peu près invariablement, à un type différent, celui de la turbine d'action tangentielle genre *Pelton*.

Pour ce qui concerne les turbines elles-mêmes, on peut les classer en deux groupes :

- A) Les turbines à réaction,
- B) Les turbines d'action.

A. — TURBINES A RÉACTION

Les figures 18, 19 et 20 donnent les schémas des différents types du premier groupe.

On peut concevoir, naturellement, ces mêmes types construits en bêche fermée, comme cela est représenté figure 21.

Lorsqu'il s'agit de turbines pour chutes moyennes ou pour hautes chutes, on a recours à la construction avec enveloppe ou volute de la figure 22.

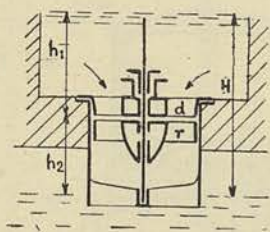


FIG. 18

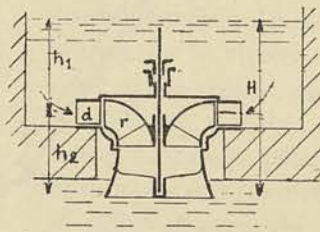


FIG. 19

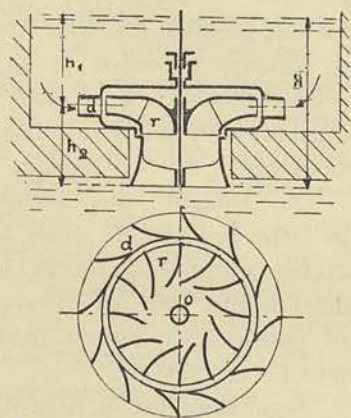


FIG. 20

Nous excluons de cette classification des turbines à réaction, les turbines centrifuges parce que, à l'heure actuelle, on peut dire qu'elles ne sont plus utilisées et pour des raisons que nous pourrons faire nettement ressortir par la suite.

Nous avons imaginé pour toutes ces turbines la disposition avec axe vertical, mais il est bien évident que, tout au moins pour les chutes dépassant quelques mètres, on peut concevoir ces mêmes types avec l'axe horizontal : c'est une question d'encombrement et de facilité d'accès aux organes qui fait préférer tantôt l'une, tantôt l'autre solution.

Avec la disposition horizontale, les organes de la turbine sont généralement plus accessibles. La roue de la turbine peut être placée à un niveau intermédiaire à la

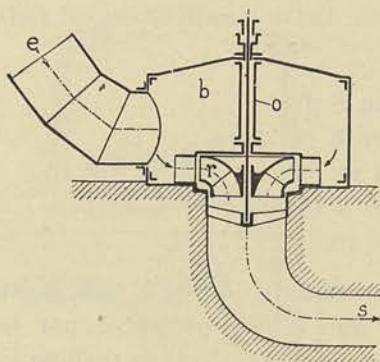


FIG. 21

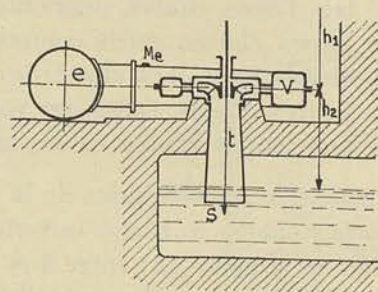


FIG. 22

condition de disposer à la sortie une conduite convenablement calculée pour débiter à gueule bée, et créer ainsi une succion correspondant à la hauteur de chute h_2 (fig. 21 et 22).

Ce tube de succion ne peut toutefois dépasser une certaine fraction de la hauteur correspondant à la pression atmosphérique, c'est-à-dire dans les conditions normales, 6 m. 50 à 7 m.

Cette disposition avec tube de succion a l'avantage de permettre de surélever la turbine notablement au-dessus du niveau d'aval et, partant, de rendre celle-ci plus accessible. Dans le cas où la turbine adoptée est du type horizontal, cette disposition permet quelquefois de mettre les génératrices électriques à l'abri des crues.

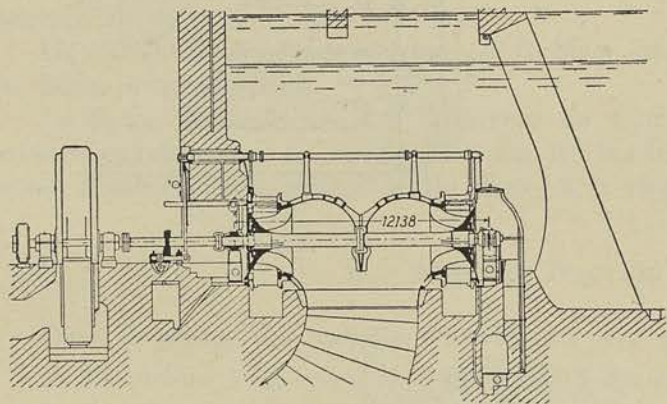


FIG. 23

Les généralités que nous avons exposées dans l'introduction nous dispensent de décrire, même sommairement, le fonctionnement des turbines représentées schématiquement par les figures précédentes.

Nous donnons, figure 23, la coupe d'une turbine exceptionnellement importante, à axe horizontal, construite pour fonctionner sous une chute de 12 m. 5, à la vitesse de 107

tours et capable de fournir une puissance de 12.500 chevaux; cette turbine est installée à Ranaasfoss, en Norvège.

La solution avec bêche ouverte est rarement utilisée pour des chutes aussi élevées : elle n'a été choisie qu'après des études préalables qui ont montré sa supériorité au point de vue des frais d'installation, sur la turbine à bêche fermée, à axe vertical ou horizontal. L'ensemble de l'installation donné figure 24, montre les dispositions prises pour permettre un démontage aisé de la turbine grâce à la possibilité d'utiliser un pont roulant courant au-dessus de la bêche sur toute la longueur des turbines.

Lorsque le débit devient considérable par rapport à la hauteur de chute, on est amené à associer deux roues et parfois quatre, *en parallèle* (fig. 25 et 26).

Ce type de turbine présente toutefois l'inconvénient d'exiger des dispositions coûteuses pour les conduits d'évacuation et de rendre les organes de la turbine très peu accessibles. Aussi, tous les efforts de ces dernières années ont-ils été orientés vers la création de types à une seule ouïe, capables de s'accommoder des grands débits, auxquels on est conduit avec les très basses chutes, lorsqu'on veut réaliser des unités un peu puissantes.

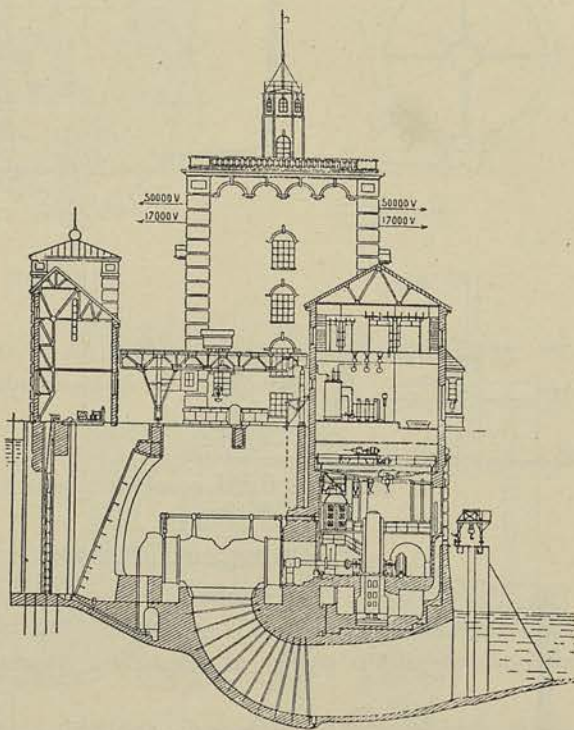


FIG. 24

des unités un peu puissantes.

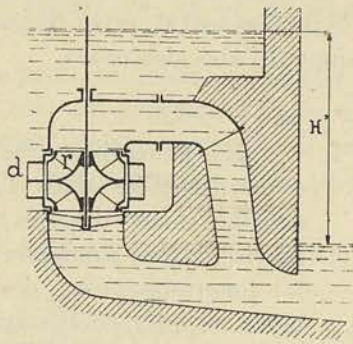


FIG. 25

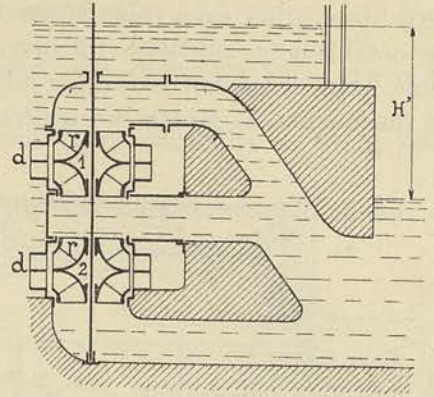


FIG. 26

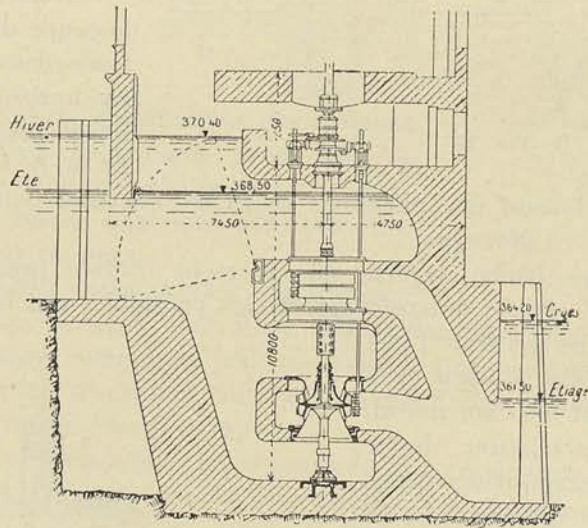


FIG. 27

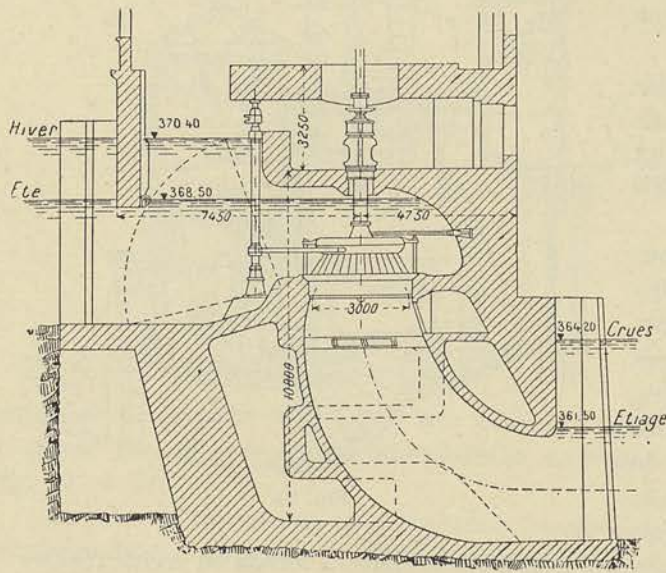


FIG. 28

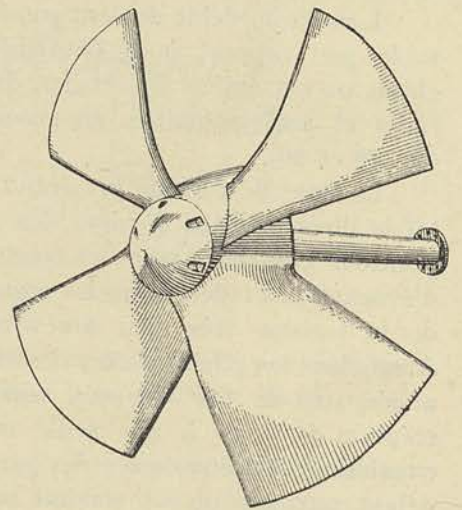


FIG. 29

Pour faire ressortir les progrès réalisés dans cette voie, nous donnerons figure 27 la coupe d'une ancienne turbine de l'usine de Chèvres (Genève), qui comportait quatre roues *hélico-centrifuges* fonctionnant en parallèle, et à côté, (fig. 28) la turbine qui l'a remplacée et qui, avec une seule roue du type hélicoïde, réalise le même débit.

On peut se rendre compte, par la comparaison des deux ensembles, de la simplification qu'introduit dans la construction, la turbine moderne appliquée aux basses chutes.

La roue hélicoïde employée dans ces turbines est le plus souvent constituée par une hélice à quatre pales.

La figure 29 représente une telle roue de 4 m. 75 de diamètre pour une des turbines installées par les usines *Ford* sur les bords de l'*Hudson-River*, capable de fournir 2.000 chevaux, sous 4 m. de chute, à la vitesse de 80 tours.

B. — TURBINES D'ACTION

Dans le groupe des turbines d'action, on peut distinguer :

1° La turbine à axe vertical, à distributeur complet et degré d'injection variable, représentée figure 30, particulièrement appropriée aux très faibles chutes et aux faibles puissances ;

2° La turbine à axe horizontal, quelquefois à axe vertical, à tuyère unique, généralement du type centrifuge (fig. 31), ou du type tangentiel (fig. 32), convenant pour les hautes et très hautes chutes.

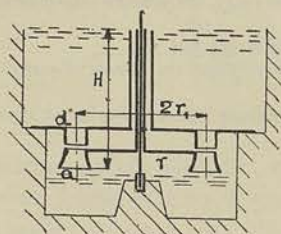


FIG. 30

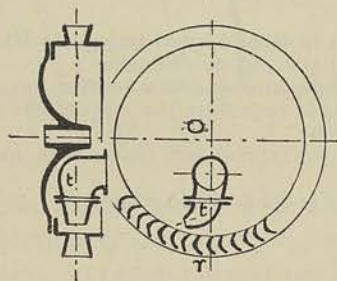


FIG. 31

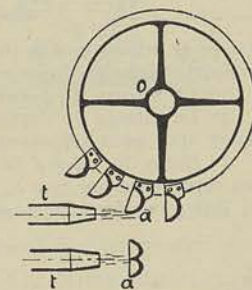


FIG. 32

Le type tangentiel, connu sous le nom de turbine *Pelton*, reproduite figure 32, est aujourd'hui à peu près le seul employé dans cette catégorie.

§ 3. — Théorie physique des turbines hydrauliques

A. — TURBINES A RÉACTION PARTIELLE

Nous donnons (fig. 33) la disposition schématisée de l'ensemble d'une turbine à réaction à axe horizontal, montrant le tuyau d'amenée, la volute d'alimentation du distributeur et le tube de succion.

La figure 22 donne, dans les mêmes conditions, l'ensemble d'une turbine à axe vertical.

Quelle que soit la disposition adoptée, l'eau arrive à l'entrée du distributeur en M_e , avec une certaine pression, que nous représenterons par p_e et sort à l'ouïe en M_s .

avec une pression, que nous désignerons par p_s . Entre la hauteur totale de chute H et la hauteur utilisable, que nous désignerons par H' , il existe la relation évidente

$$H' = H - T'_f - T''_f \quad (1)$$

si T'_f et T''_f désignent les pertes de charge respectivement dans la conduite d'aménée et le tube de suction.

On appelle, en effet, *perte de charge*, la hauteur de la colonne fluide qui fait équilibre aux résistances opposées au déplacement du fluide par les frottements.

Nous établirons plus loin que la valeur de H' peut être déterminée en fonction des pressions relevées en M_e et M_s , et des vitesses en ces points, par la relation

$$H' = v(p_e - p_s) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (2)$$

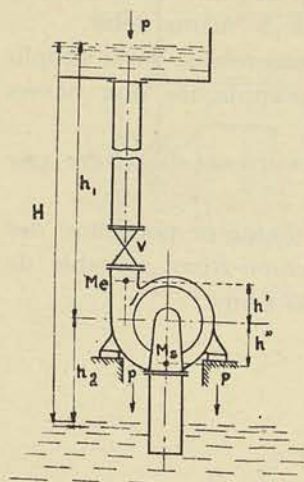


Fig. 33

On voit que, si les diamètres des tuyauteries sont les mêmes en e et s , la hauteur H' sera simplement donnée par la différence des lectures faites aux deux manomètres placés à l'entrée et à la sortie, à la condition d'y ajouter la distance verticale comprise entre les points de branchement; de là le nom de *hauteur manométrique* donné à H' .

En s'appuyant sur le théorème de la composition des vitesses ⁽¹⁾, il est possible

(¹) Si M est un mobile (fig. 34) qui se déplace sur la trajectoire MM' alors que cette trajectoire elle-même se déplace dans la direction MM_1 , il y a lieu de distinguer :

- 1° La vitesse du point sur la trajectoire ou *vitesse relative*, que nous désignerons par w ;
- 2° La vitesse du déplacement de la trajectoire par rapport aux axes supposés fixes ou *vitesse d'entraînement*, que nous représenterons par u ;
- 3° Enfin, la vitesse du point M par rapport aux mêmes axes, que nous appelons *vitesse absolue* et que nous représenterons par c .

Entre ces trois vitesses, il existe la relation vectorielle :

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$$

puisque

$$\overline{MM_1'} = \overline{MM'} + \overline{M'M_1''} \quad (4)$$

en négligeant l'infiniment petit du second ordre $M_1'M_1''$.

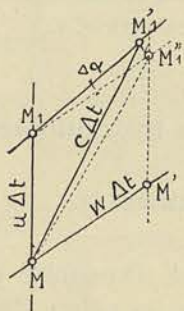


Fig. 34

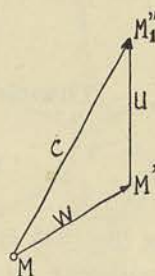


Fig. 35

On peut donc conclure que, pour trouver la vitesse absolue c , connaissant w et u , il suffit de tracer le troisième côté du triangle ayant pour deux autres côtés w et u (fig. 35), c se présentant comme le vecteur résultant des deux vecteurs composants w et u .

Réciproquement, la vitesse absolue c étant connue, il est facile de trouver la vitesse relative w , si l'on donne u en direction, sens et intensité.

de faire saisir d'une façon précise ce qui se passe dans le distributeur et dans la roue d'une turbine, sous l'action de la différence de pression ($p_e - p_s$).

Nous examinerons tout d'abord le cas de la turbine centripète, représentée schématiquement figure 36, avec la volute v , son distributeur d , sa roue cloisonnée de rayon extérieur r_1 et son diffuseur à l'ouïe de largeur l_2 . Représentons la vitesse à l'entrée du distributeur par c_0 , la pression correspondante par p_0 ; à la sortie du distributeur la vitesse sera c_1 et la pression p_1 , tandis qu'à la sortie de la roue la vitesse tombera à c_2 et la pression à p_2 .

Sous l'action de la différence de pression ($p_0 - p_1$), le fluide prend dans le distributeur une vitesse croissante jusqu'à atteindre c_1 . Comme nous supposons que le débit Q de la turbine est connu, nous pourrions déterminer aisément la vitesse de

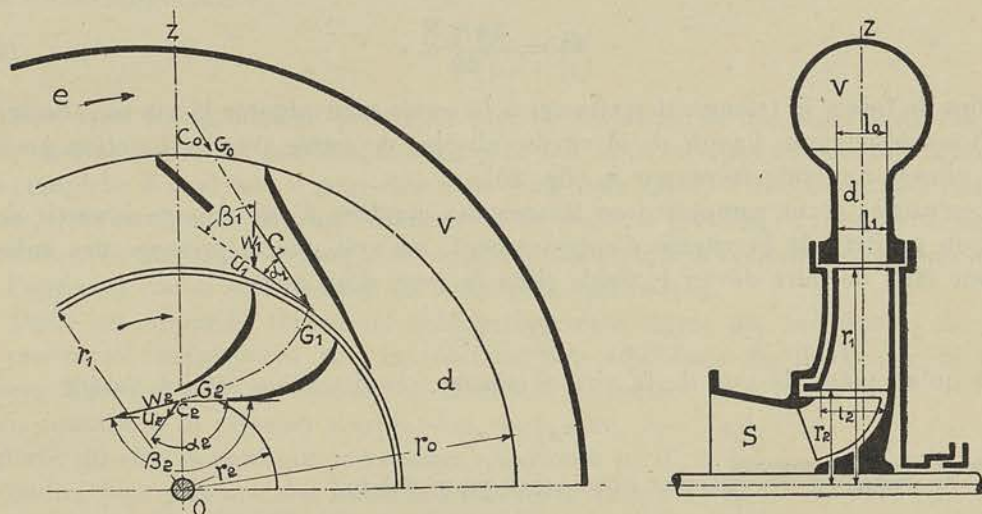


FIG. 36

sortie c_1 , en écrivant que le débit a pour valeur le produit de la section de sortie du distributeur $2\pi r_1 l_1$ par la projection de la vitesse c_1 sur la direction normale à la section, c'est-à-dire sur la direction du rayon passant par le point G_1 . Nous obtiendrons ainsi la relation

$$Q = 2\pi r_1 l_1 c_1 \sin \alpha_1; \tag{5}$$

de laquelle nous pourrions tirer

$$c_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 l_1 \sin \alpha_1} \tag{6}$$

α_1 désignant l'angle que fait la direction des aubes du distributeur avec la tangente à la périphérie de la roue.

Connaissant c_1 et la vitesse périphérique u_1 de la roue, que l'on déduit du nombre de tours par la relation

$$u_1 = \frac{2\pi r_1 N}{60} \tag{7}$$

nous pourrions déterminer la vitesse relative w_1 du fluide par rapport à la roue en mouvement; il suffira de tracer le troisième côté du triangle ayant pour deux autres côtés la vitesse absolue c_1 et la vitesse d'entraînement u_1 , et cela de telle façon que c_1 se présente comme la résultante géométrique de w_1 et de u_1 . Nous désignerons par β_1

l'angle que fait la direction positive de w_1 avec la direction positive de u_1 , c'est-à-dire l'angle égal et opposé à celui indiqué sur la figure 28.

Pour réduire les remous à l'entrée, il y aura lieu de profiler les aubes de la roue de telle façon que la tangente au dos fasse avec la tangente à la périphérie de la roue, le même angle β_1 .

Celui-ci désignera donc dans ce qui va suivre, l'angle que fait le dos de l'aube à l'entrée avec la tangente à la périphérie. L'angle que font les aubes avec la tangente à la sortie étant désigné par β_2 , la vitesse relative par w_2 , il sera possible de calculer cette dernière en écrivant comme ci-dessous

$$Q = 2\pi r_2 l_2 w_2 \sin \beta_2 \quad (8)$$

La vitesse w_2 étant connue, de même que la vitesse u_2 fournie par la relation

$$u_2 = \frac{2\pi r_2 N}{60} \quad (9)$$

il suffira de tracer le triangle des vitesses à la sortie pour obtenir la vitesse absolue c_2 .

Nous désignerons l'angle de la vitesse absolue de sortie avec la direction positive de la vitesse d'entraînement par α_2 (fig. 36).

Les angles étant comptés dans le sens des aiguilles d'une montre à partir de la direction positive de la vitesse d'entraînement, on voit que la présence des aubes a eu pour effet de faire dévier le fluide *dans la roue*, d'un angle

$$\beta_2 - \beta_1,$$

tandis qu'au point de vue de la vitesse absolue, la déviation atteint l'angle

$$\alpha_2 - \alpha_1,$$

et que la variation des vitesses absolues a pour valeur

$$c_1 - c_2,$$

ce qui représente une variation de l'énergie cinétique par kg. de fluide débité de

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2.$$

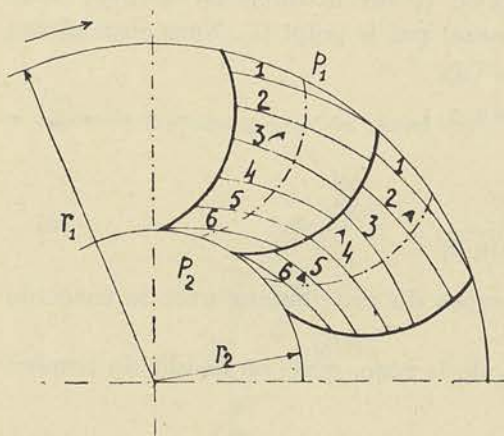


FIG. 37

Cette énergie peut être considérée comme totalement transformée en travail moteur sur l'arbre, si l'on fait abstraction des pertes par frottement, en vertu du principe de la conservation de l'énergie; mais elle ne représente pas la totalité de l'énergie cédée par le fluide à la roue. A côté de cette transformation d'énergie cinétique en énergie mécanique, s'est opérée, en effet, une transformation directe d'énergie potentielle de pression en énergie mécanique, par un processus que nous tâcherons de mettre en relief de la manière suivante :

Traçons trois aubes successives formant, avec les flasques, deux canaux de la roue (fig. 37); on peut considérer que les lignes d'égale pression sont des courbes ayant l'allure de celles indiquées sur la figure, les pressions allant progressivement décroissant de la première à la dernière.

Comme on le voit, il règne de part et d'autre d'une aube, en chaque point, une différence de pression orientée dans le sens du mouvement, qui tend par conséquent, à déplacer l'aube dans ce sens et qui fournit un travail extérieur correspondant à la variation d'énergie potentielle de pression par kg. de fluide débité :

$$v (p_1 - p_2)$$

Le couple moteur résulte donc à la fois de l'action des jets sortant du distributeur sur l'aubage mobile et de la réaction provoquée sur les aubes par la différence des pressions existant de part et d'autre de celles-ci, du fait de la détente du fluide de p_1 à p_2 . De là le nom de turbine à réaction partielle qui leur a été donné. On appelle degré de réaction, le rapport entre l'énergie potentielle utilisée dans la roue et l'énergie potentielle totale disponible :

$$r = \frac{v (p_1 - p_2)}{v (p_0 - p_2)}$$

Bien que le phénomène provoqué par la variation de pression dans l'aubage d'une turbine à réaction partielle, comme celle que nous envisageons ici, soit beaucoup plus complexe à analyser, il peut être utile pour faire saisir, d'une façon plus tangible encore, le mécanisme de la transformation de l'énergie de pression en travail mécanique, d'examiner ce qui se passe dans le cas limite d'une turbine à réaction totale, représentée par l'appareil connu sous le nom de *tourniquet hydraulique*.

Dans cet appareil, représenté schématiquement figure 38, la rotation de l'axe est provoquée uniquement par la réaction non équilibrée du fluide sur la paroi opposée à la section d'écoulement de diamètre d ; cette paroi, soumise à la pression d'admission d'un côté, ne supporte du côté opposé que la pression extérieure p ; il en résulte, pour chacune des branches, une force dirigée en sens inverse de l'écoulement du fluide, qui tend à provoquer la rotation du système mobile dans le sens de la flèche u_2 .

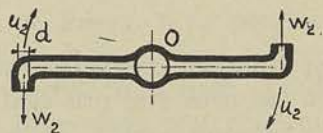


FIG. 38

On peut remarquer qu'ici comme dans la turbine à réaction partielle, la quantité d'énergie transformée en travail croît à mesure que la vitesse périphérique augmente; pour une vitesse périphérique u_2 , égale à la vitesse relative de sortie w_2 des tuyères, la vitesse absolue de sortie c_2 sera égale à zéro :

$$c_2 = w_2 - u_2 = 0,$$

et toute l'énergie disponible sera transformée en travail.

Il est possible de saisir à présent le sens exact de l'expression *turbine à réaction partielle* que nous employons pour caractériser les turbines à *injection totale* que nous envisageons ici; le travail produit n'est dû, en effet, que pour une partie à la réaction non équilibrée du fluide sur l'aube, l'autre partie provenant de l'action des jets qui, déviés, provoquent également une poussée dans le sens du mouvement.

B. — TURBINES D'ACTION

On peut concevoir des turbines qui ne fonctionnent que par l'action des jets sortant du distributeur et dirigés sur l'aubage mobile. Ces turbines sont nécessairement caractérisées, d'après ce que nous venons de dire, par l'égalité des pressions de part et d'autre de l'organe mobile, c'est-à-dire par

$$p_2 = p_1 \quad (10)$$

Pour réaliser une turbine d'action, *il faut et il suffit que la forme et les dimensions données à l'aubage mobile permettent de réaliser cette égalité des pressions*. Nous verrons, après l'exposé de la théorie, comment on peut traduire algébriquement cette condition.

Avec les types de turbines d'action, on peut réaliser l'*injection partielle*, c'est-à-dire constituer le distributeur par une série de groupes d'aubes, disposés en secteurs également répartis sur la circonférence ; il n'y a pas à craindre, en effet, dans ce cas, une dispersion des jets à la sortie du distributeur, puisque la pression est la même de part et d'autre de l'aubage mobile.

Cette particularité fondamentale des turbines d'action de se prêter à l'utilisation de l'injection partielle, a pour conséquence de laisser au constructeur la possibilité de fixer, d'après les conditions de meilleur rendement, le diamètre de la roue, sans avoir à satisfaire à la relation (5) du débit ; celle-ci peut s'écrire, en effet, dans le cas des turbines d'action :

$$Q = 2\pi r_1 l_1 i c_1 \sin \alpha_1 \quad (11)$$

i désignant le *degré d'injection*.

Comme le constructeur peut réduire i à volonté, il n'existe plus aucune relation imposée entre le diamètre $2r_1$ de la roue, et le débit Q donné.

Avec les turbines d'action, toute l'énergie potentielle disponible dans la chute étant utilisée dans le distributeur, la vitesse c_1 peut se calculer en fonction de la hauteur manométrique de chute H' par la relation très simple

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'}$$

φ_1 étant un coefficient qui tient compte des pertes par frottement dans l'aubage fixe et qui peut être pris égal à 0,95 dans les conditions moyennes.

Connaissant c_1 et la vitesse périphérique u_1 , il est possible de déterminer w_1 vitesse relative à l'entrée de l'aubage mobile.

Abstraction faite des pertes par frottement, la vitesse de sortie de l'aubage, que nous désignerons par w_2 , sera égale à w_1 , *dans les turbines axiales tout au moins* ; dans ces dernières, en effet, la force centrifuge n'intervient pas pour communiquer une certaine énergie au fluide évoluant, et partant, l'énergie absorbée par les frottements étant supposée nulle, nous aurons :

$$\frac{1}{2g} w_2^2 = \frac{1}{2g} w_1^2$$

Connaissant w_2 et u_2 (égale à u_1 pour les turbines axiales), il sera possible de déterminer c_2 et finalement la variation d'énergie cinétique par kg. dans l'aubage mobile, c'est-à-dire la quantité d'énergie théoriquement disponible dans une turbine d'action par kg. de fluide débité :

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2.$$

Comme la valeur de c_2 diminue à mesure que u_1 augmente, tout au moins jusqu'à une certaine limite voisine de $0,5 c_1$, on peut dire que le rendement dépend de la vitesse périphérique u_1 , ou mieux, du rapport $\frac{u_1}{c_1}$, que nous désignerons par x dans la suite.

§ 4. — Rendement, courbes caractéristiques et coefficient caractéristique des turbines hydrauliques

Nous désignons sous le nom de *rendement d'une machine*, le rapport entre ce que celle-ci nous rend et ce que nous lui donnons, les deux quantités étant exprimées en unités de même espèce.

Dans le cas particulier des turbines, nous appellerons *rendement* (et nous le désignerons par η_e), le rapport entre la *puissance recueillie* sur l'axe N_e et la *puissance théoriquement utilisable* N_u .

Par définition, nous pouvons donc écrire :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_u} \quad (12)$$

N_u et N_e étant exprimés en chevaux. La valeur de N_u se déterminera par la relation

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (13)$$

Q étant le débit qui traverse la turbine, δ le poids spécifique du fluide évoluant et H' la hauteur de chute *réellement utilisable*, que nous appellerons *hauteur manométrique*.

Pour déterminer ce rendement, nous pourrions opérer de la manière suivante : maintenant la hauteur H' constante, nous opérerons avec une ouverture constante au distributeur et nous nous bornerons à faire varier le couple appliqué à l'axe de la turbine.

En supposant que nous utilisions à cette fin, un frein de Prony, nous pourrions régler le serrage des sabots au point d'immobiliser l'axe ; le rendement, dans ces conditions, sera nécessairement nul. En effet, la puissance recueillie sera nulle, tandis que la puissance N_u utilisable ne sera pas nulle, le débit Q dépendant peu pour une ouverture donnée du distributeur, de la vitesse de rotation de la roue.

Si donc, nous portons en abscisse le nombre de tours N de la turbine et en ordonnée le rendement, nous obtiendrons une courbe partant de l'origine des axes.

Agissons sur le frein en desserrant les sabots : la turbine prendra une vitesse croissante et la puissance effective augmentera tout d'abord pour passer par un maximum, car à mesure que la vitesse N grandit, les pertes par frottement des flasques de la roue dans l'eau et de l'arbre dans ses paliers et bourrages vont croissant, — ce qui réduit la puissance utile sur l'axe, — tandis que le débit tendant à décroître par suite de l'accroissement de la force centrifuge (qui, dans une turbine centripète, s'oppose à l'écoulement de l'eau vers le centre), la puissance N_u utilisable diminuera.

Pour une certaine vitesse déterminée, la puissance utile N_e tombera donc à zéro : la puissance utilisable N_u restant plus grande que zéro, le rendement tombera de nouveau à une valeur nulle.

Dans ces conditions, si nous traçons un diagramme de η_e en fonction de N , pour une hauteur H' constante, nous obtiendrons donc une courbe (fig. 39) passant par un maximum généralement compris entre 0,80 et 0,90, maximum qui est atteint pour une valeur du nombre de tours N d'autant plus élevée que H' est plus grand.

Si nous opérons, en effet, avec une hauteur H'_1 plus grande que H' , le rendement maximum ne sera pas sensiblement différent du précédent, mais ce maximum sera reporté vers la droite (fig. 39). Chose remarquable, si, au lieu de porter en abscisse

N, nous portons le rapport x_1 de la vitesse périphérique u_1 à la racine carrée de H' ou, ce qui revient au même, à $\sqrt{2gH'}$

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} \quad (14)$$

(valeur qui, pour H' constant, est proportionnelle à N), les courbes de rendement se superposent, quelle que soit la valeur de H' (fig. 40).

Ainsi, la courbe de la figure 40 est caractéristique d'un type donné. Elle est non seulement vraie pour une turbine d'un type donné de dimensions déterminées, elle

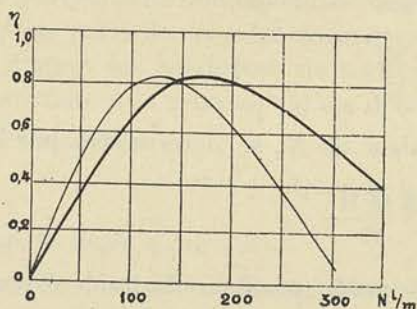


FIG. 39

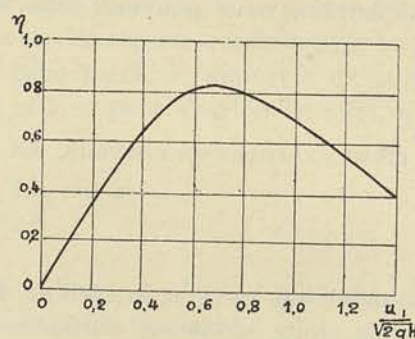


FIG. 40

est valable avec une approximation suffisante pour toutes les turbines géométriquement semblables, quelles qu'en soient les dimensions, c'est-à-dire pour toutes les turbines d'une même famille, d'un même type.

On conçoit tout l'intérêt que présente la recherche de cette courbe pour chaque type, puisque c'est de cette courbe que l'on pourra déduire la valeur de x_1 , qu'il conviendra de choisir pour réaliser le rendement maximum et que de cette valeur on pourra tirer immédiatement la valeur de u_1 pour une hauteur H' donnée

$$u_1 = x_1 \sqrt{2gH'}$$

et partant, du diamètre de la roue :

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} \quad (15)$$

Pour établir qu'il existe une seconde courbe caractéristique, remarquons que la pression p_1 , à la sortie de la roue, dépend de la vitesse de rotation — puisque le fluide est soumis à la force centrifuge pendant son passage à travers la roue — et qu'en conséquence la vitesse c_1 , à la sortie du distributeur, qui est nécessairement fonction de la hauteur de chute $v(p_0 - p_1)$, utilisée dans celui-ci, ira diminuant avec la vitesse de rotation (dans une turbine centripète telle que celle que nous envisageons ici, tout au moins).

Si, connaissant le débit et les dimensions du distributeur, nous calculons la vitesse c_1 , nous pourrions évaluer le rapport de la hauteur manométrique H' à la valeur

$$\frac{1}{2g} c_1^2$$

et tracer la courbe du coefficient

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} \quad (16)$$

que nous désignerons sous le nom de *coefficient manométrique*.

L'expérience démontre que la courbe de M , comme la courbe de η_e , est fonction du rapport

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$$

que nous désignerons sous le nom de *coefficient de vitesse*, et ne dépend pas de la hauteur de chute sous laquelle on utilise la turbine; on peut vérifier que pour deux turbines géométriquement semblables, les courbes relevées pour η_e et M sont identiques, à quelques % près.

Cette conclusion conduit à énoncer en première approximation :

Que le rendement et le coefficient manométriques sont indépendants des dimensions de la turbine et que les courbes qui fixent leurs valeurs en fonction du coefficient de vitesse sont vraies pour toute la famille des turbines géométriquement semblables : en d'autres termes, ces courbes sont caractéristiques d'un type donné.

Cet énoncé peut se déduire, non seulement de l'examen de courbes relevées sur des appareils géométriquement semblables soumis à des essais systématiques, mais encore d'une théorie mathématique suffisamment complète et générale des turbomachines. Vrai pour les turbines, cet énoncé peut s'appliquer aux turbines à vapeur à injection totale, aux pompes et aux ventilateurs, avec la même approximation.

Cette propriété de similitude n'est vraie toutefois qu'en première approximation.

Il y a lieu, en effet, de distinguer au point de vue du rendement, les pertes par frottement des flasques de la roue dans l'eau et de l'arbre dans ses paliers et bourrages, des pertes par frottement et remous dans les canaux du distributeur, de la roue et du diffuseur.

Nous désignerons les premières sous le nom de *pertes externes*, les secondes sous le nom de *pertes internes*.

Représentons par N_o la puissance absorbée par les pertes externes; nous pourrions calculer la puissance réellement fournie par le fluide dans la roue, que nous appellerons *puissance indiquée* N_i , par analogie avec la définition adoptée pour les machines à piston; nous aurons, en effet, par définition

$$N_e + N_o = N_i$$

Nous pourrions déduire de là, la notion du *rendement organique* η_o et écrire, comme pour les machines à piston

$$\eta_o = \frac{N_e}{N_i} \quad (17)$$

Il s'ensuit que :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_i} \frac{N_i}{N_u} = \eta_o \times \eta_i \quad (18)$$

η_i étant le *rendement indiqué* ou hydraulique, c'est-à-dire le rapport entre la puissance réellement produite N_i dans la roue motrice et la puissance théoriquement utilisable N_u .

Nous verrons, dans le fascicule réservé à la théorie mathématique, que le rendement organique n'est pas indépendant des dimensions, et partant, que la courbe caractéristique dont nous avons établi la notion plus haut, n'est pas rigoureusement unique, quelles que soient les dimensions du type envisagé; la courbe du rendement

indiqué η_i dépend moins des dimensions, sans être totalement indépendante de celles-ci.

A la vérité, pour des puissances variant du simple au centuple, la variation du rendement total η_e ne dépasse pas la plupart du temps 6 ou 7 %, et celle du rendement indiqué 3 ou 4 %.

A titre d'exemple, nous reproduisons (fig. 41), la courbe de rendement en fonction de la charge relevée sur la turbine de l'usine de Raanaasfoss, décrite plus haut (fig. 23 et 24).

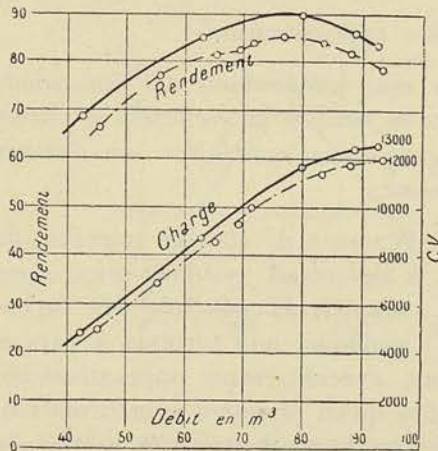


FIG. 41

La courbe pointillée fournit le rendement du modèle au 1/5, que le constructeur s'était imposé de réaliser préalablement et de soumettre à des essais systématiques, afin de connaître les courbes caractéristiques du type envisagé et les conditions de fonctionnement correspondant au meilleur rendement. Comme on le voit, le rendement maximum ne diffère que de 5 % en passant de la turbine de 12.500 chevaux à la turbine réduite de 125 chevaux environ; c'est une confirmation singulièrement probante de la valeur des lois de similitude.

Cela étant admis comme un fait expérimental, il est possible d'établir une propriété plus remarquable encore des turbo-machines à injection totale, celle qui permet de caractériser

par un nombre indépendant des unités *une même famille de turbines*.

En effet, nous pouvons déduire de la définition même du rendement indiqué la valeur de la puissance indiquée N_i

$$N_i = \frac{\delta Q H'}{75} \times \eta_i; \quad (19)$$

en remplaçant dans cette relation, Q par sa valeur (5), nous pourrions écrire, en posant

$$l_1 = \varepsilon r_1$$

$$N_i = \frac{\delta}{75} 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 c_1 H' \eta_i$$

ε étant constant pour toutes les turbines géométriquement semblables.

En tenant compte des égalités

$$u_1 = \frac{2 \pi r_1 N}{60} \quad x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2 g H'}} \quad c_1 = \frac{\sqrt{2 g H'}}{\sqrt{M}}$$

on aura

$$N_i = \eta_i \frac{\delta}{75} \frac{60^2}{2 \pi N^2} \varepsilon \sin \alpha_1 x_1^2 2 g H' \frac{\sqrt{2 g H'}}{\sqrt{M}} H'$$

Groupons dans le premier membre, tous les termes qui dépendent des données

et des unités; nous obtiendrons une expression que nous désignerons par R indépendante des dimensions :

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = \frac{60^2}{75} \frac{1}{2\pi} \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{x_1^2}{\sqrt{M}} \eta_i \quad (20)$$

Le second membre ne contient, en effet, que des coefficients et les valeurs M et η_i , qui sont fonction de x_1 pour un type donné.

On pourra donc tracer une courbe des valeurs de R en fonction de x_1 pour chaque famille de turbines, et si nous entendons faire fonctionner la turbine au rendement maximum possible pour le débit normal, nous pourrions dire qu'il n'existe qu'une seule valeur de R pour un type donné : celle calculée pour la valeur de x_1 qui correspond à ce rendement maximum.

Cette valeur de R est donc caractéristique du type donné, d'où le nom que nous proposons de *coefficient caractéristique*.

Remarquons que les trois données généralement imposées dans un projet de turbine sont :

1° La hauteur H', résultant des conditions d'installation;

2° Le débit Q, résultant du débit total de la chute et du nombre d'unités que l'on s'impose en service;

3° Le nombre de tours N, que l'on cherche généralement à rendre aussi grand que possible pour réduire l'encombrement et le prix de la turbine, ainsi que celui de la génératrice électrique dans le cas où l'on adopte l'attaque directe.

En tablant sur une valeur provisoire du rendement indiqué η_i , nous pourrions calculer la puissance indiquée N_i à l'aide de la relation (19).

Or, les trois données H', N_i et N étant fixées, le coefficient R prend une valeur déterminée. Le problème revient donc à rechercher les proportions capables de conduire à des valeurs de R croissant, de façon à pouvoir trouver une solution, quelles que soient les données et la valeur de R à laquelle celles-ci conduisent.

A vrai dire, comme aux environs du rendement maximum le rendement varie peu, on peut, en s'en tenant à un rendement de 2 ou 3 % inférieur au maximum, faire varier R entre deux limites (fig. 42), l'une inférieure $R_{min.}$, correspondant à la valeur minimum de x_1 , l'autre supérieure $R_{max.}$, correspondant à la valeur maximum de x_1 .

Grâce à cette remarque, il est donc possible de limiter le nombre de types à cinq, six ou sept pour satisfaire à toutes les demandes qui conduisent à des valeurs de R comprises entre 0,04 et 4,00.

Ce sera l'objet de l'étude mathématique que nous présenterons dans le second fascicule, de fixer rationnellement les types qu'il convient de créer pour faire face dans les limites pratiques, à toutes les demandes (voir tableau de classification des turbines hydrauliques au Chapitre IV du troisième fascicule).

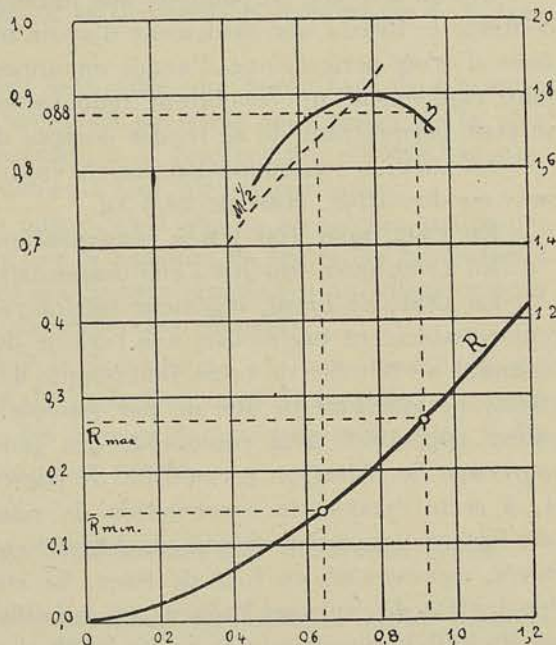


FIG. 42

CHAPITRE II

LES TURBINES A VAPEUR

§ 1. — Introduction

L'idée de faire tourner une roue en dirigeant des jets de vapeur sur des aubes fixées à sa périphérie, est vieille de plusieurs siècles; un dessin de *Giovani Branca*, de 1629, donne, en effet, le principe des turbines d'action actuelles. On peut faire remonter plus haut encore, à *Héron d'Alexandrie*, le principe des turbines à réaction totale.

Comme on peut s'en rendre compte, lorsqu'en 1884 l'ingénieur anglais *Parsons* parvint à réaliser une turbine de 10 chevaux, tournant à la vitesse de 18,000 tours/minute, l'idée n'était pas neuve; mais, dans un tel domaine, *l'idée n'est rien et la réalisation est tout*. Il fallait d'ailleurs, pour mener à bien une telle œuvre, toutes les ressources de la métallurgie et de la mécanique modernes.

Si l'on se place au point de vue industriel, c'est donc à *Parsons* que revient sans conteste le mérite non seulement d'avoir mis sur pied la première turbine à vapeur, mais d'avoir perfectionné d'année en année la turbine à réaction partielle, pour en faire rapidement un concurrent redoutable de la machine à piston: les dates qui suivent permettront de se rendre compte de la rapidité des progrès réalisés.

En 1886, la consommation par cheval-heure effectif pour la turbine de 10 chevaux sans condensation, était de 28,6 kg.

En 1892, pour 100 Kw à condensation, elle n'était plus que de 9,5 kg.

En 1896, pour 400 Kw., elle descendait dans les mêmes conditions à 6,75 kg.

En 1889, *de Laval*, ingénieur suédois, était parvenu à construire, d'une manière remarquablement ingénieuse, une turbine du type d'action (fig. 13), à une seule roue, tournant au nombre de tours fantastique de 30.000 par minute, et réalisant ainsi une vitesse périphérique de 400 m. par seconde. Pour ramener le nombre de tours à une valeur appropriée à la commande des génératrices électriques, il fallait utiliser un engrenage de réduction permettant de passer de 30.000 tours à 3.000 tours et moins, et, à cette époque, la construction de roues dentées pouvant tourner d'une façon satisfaisante au point de vue de l'usure et du bruit à des nombres de tours aussi élevés, représentait un tour de force. Le constructeur avait été obligé, toutefois, de s'en tenir à des vitesses linéaires assez faibles au cercle primitif des roues dentées, ce qui limitait la puissance des unités à 300 chevaux environ; aussi, malgré sa simplicité relative, l'ingéniosité et la hardiesse de sa conception, sa consommation remarquablement faible pour des puissances aussi réduites, la turbine de Laval ne pût-elle entrer en lice avec succès, contre la machine à piston. Ce n'est qu'en 1898 qu'une première turbine à vapeur importante, de 1000 kW, du type Parsons, fut installée sur le continent, pour les services de la ville d'Elberfeld; c'est vers cette époque que *Rateau* entreprit en France, avec succès, la construction des turbines d'action multicellulaires qui allaient permettre de réaliser des consommations équivalentes et même inférieures à celles atteintes par les turbines à réaction Parsons, sans dépasser la vitesse de rotation appropriée à l'attaque directe des génératrices électriques.

En 1896, Curtis, en Amérique, sur un principe un peu différent, était parvenu à obtenir des consommations également favorables.

En dix ans (1900 à 1910), ces pionniers Parsons, Rateau, Curtis et, à leur suite, de nombreux constructeurs, devenus leurs concessionnaires, portèrent le nouveau

moteur à un degré de perfection telle que, tant au point de vue de la sécurité de marche qu'à celui de la consommation, la victoire sur la machine à piston fut assurée pour les unités dépassant 1000 kW.

On peut se demander comment il se fait que des idées aussi vieilles, beaucoup plus vieilles que celles qui ont servi de point de départ à l'invention de la machine à piston, aient mis plusieurs siècles pour passer dans le domaine des réalisations pratiques.

L'absence des connaissances précises sur les lois de l'écoulement des fluides compressibles, la nécessité, comme l'a démontré plus tard la théorie, d'atteindre des vitesses périphériques très élevées pour obtenir un bon rendement, rendirent vaines les tentatives des premiers inventeurs : ce n'est que le jour où l'on pût disposer de matériaux à haute limite élastique et de moyens d'exécution extrêmement parfaits, que les conceptions qui, jusque là, apparaissaient comme théoriques, purent être réalisées industriellement.

Pour assurer le succès commercial du nouveau moteur, il fallait, au surplus, un milieu favorable : aussi, la construction de la turbine à vapeur ne prit-elle un réel essor que le jour où les progrès de l'électrotechnique permirent d'envisager la centralisation de la production de la force motrice et sa distribution économique à de très grandes distances.

On peut se demander toutefois comment cette idée, qui hanta tant de cerveaux pendant plus d'un siècle, ne mit guère qu'un quart de siècle pour passer de la plus modeste réalisation d'un moteur de 10 chevaux, à la construction d'unités de plusieurs dizaines de milliers de chevaux, poussées à leur ultime perfection.

La raison qui paraît dominer toutes les autres, c'est que les recherches auxquelles se livrèrent les constructeurs furent guidées par la Science ; de véritables laboratoires furent créés dans les usines pour vérifier les coefficients nécessaires au calcul et pour fixer les conditions de meilleur rendement des différents éléments.

Les progrès réalisés d'autre part dans la métallurgie et dans l'outillage des ateliers permirent d'atteindre un tel degré de perfection dans l'exécution, une constance si parfaite dans la fabrication, que les conceptions théoriques les plus audacieuses purent passer dans la pratique avec plein succès.

§ 2. — Description schématique et classification des différents types

Si l'on veut établir un parallèle entre les turbines hydrauliques et les turbines à vapeur, force est de préciser dès l'origine de l'exposé, ce qu'il faut entendre par énergie disponible.

Dans les turbines hydrauliques, travaillant sous une hauteur manométrique $H'm$, l'énergie disponible par kg. de fluide débité a pour valeur $H'kgm$; dans une turbine à vapeur, l'énergie disponible par kg. de fluide débité, si la pression d'alimentation est égale à p_e et la pression d'émission égale à p_s , a pour valeur :

$$H' = \int_{p_s}^{p_e} v dp \quad (21)$$

p et v désignant la pression et le volume spécifique à un instant quelconque de la détente adiabatique du fluide.

Pour rendre cette notion plus tangible, rappelons ce qu'on entend par cycle de Rankine.

Considérons pour cela l'ensemble de la figure 43, comprenant :

1° Une chaudière C_e , capable de fournir de la vapeur à la pression p_e et à la température t_e ;

2° Un cylindre C , supposé *imperméable à la chaleur*, fermé à l'une des extrémités par un *piston étanche et sans frottement* et en relation, par l'autre extrémité, avec la chaudière C_e , d'une part, et un condenseur C_s d'autre part;

3° Un condenseur C_s permettant de condenser la vapeur à la température t_s sous la pression constante p_s ;

4° Une pompe P , capable de reprendre l'eau condensée à la température t_s sous la pression p_s et de la comprimer à la pression p_e , pour la refouler dans la chaudière C_e .

Nous pourrons faire parcourir à un kg. d'eau pris à la pression p_s à la température t_s , le cycle des transformations suivantes :

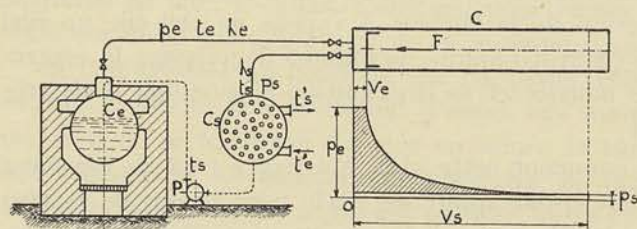


FIG. 43

a) *Compression de p_s à p_e , qui permet de le faire passer dans la chaudière C_e ;*

b) *Echauffement de t_s à t_e ;*

c) *Vaporisation sous pression constante (et éventuellement surchauffe sous pression constante à la température t_e);*

(La chaudière est mise, pour cela, en communication avec le cylindre et l'effort F , exercé sur le piston de section S , est réduit d'une quantité aussi petite que possible de façon que

$$F < p_e S;$$

le piston, dans ces conditions, se déplace jusqu'à engendrer un volume v_e , égal au volume du kg. de vapeur, à la pression p_e , à la température t_e , en effectuant un travail extérieur $p_e v_e$);

d) *Détente adiabatique du kg. de vapeur de p_e à p_s .* (Le cylindre est isolé de la chaudière et, par la diminution progressive de la force F , de façon à réaliser constamment l'égalité à un infiniment petit près, de la pression totale exercée par la vapeur sur le piston, et de l'effort extérieur F , l'expansion de la vapeur se produit; les frottements du piston étant supposés nuls, le cylindre étant imperméable à la chaleur, l'opération est réversible et la détente est adiabatique; le travail effectué dans cette détente est proportionnel à l'aire comprise entre les ordonnées correspondant à v_e et v_s et a pour valeur

$$\int_e^s p \, dv$$

p étant lié à v par la loi de détente adiabatique $pv^{\gamma} = C^{te}$);

e) La pression atteinte étant égale à p_s , *expulsion et condensation de la vapeur au condenseur C_s .* (L'effort extérieur F étant accru d'une quantité si faible soit-elle, le mouvement du piston se produit en sens inverse et le travail absorbé a pour valeur $p_s v_s$.)

L'énergie utilisable par kg. évoluant entre les pressions p_e et p_s , que nous désignerons comme précédemment par H' , est donc égale à

$$H' = p_e v_e + \int_e^s p dv - p_s v_s \quad (22)$$

dans les conditions idéales que nous venons d'envisager, et pour autant que l'on néglige le travail absorbé pour refouler l'eau dans la chaudière, en la comprimant de p_s à p_e .

Comme en vertu de la relation

$$d(pv) = p dv + v dp$$

ou encore

$$\int_e^s d(pv) = \int_e^s p dv + \int_e^s v dp,$$

nous pourrions poser

$$H' = - \int_e^s v dp = \int_s^e v dp \quad (23)$$

Ainsi, le maximum de l'énergie que nous puissions tirer de 1 kg. de vapeur évoluant entre la pression p_e la température t_e d'une part, et la pression p_s la température t_s d'autre part, sera donnée par $\int_s^e v dp$, l'intégration étant effectuée en prenant pour loi de variation de la pression en fonction du volume v celle qui correspond à la détente adiabatique, c'est-à-dire à une détente s'effectuant sans cession ni soustraction de chaleur au fluide évoluant, et dans des conditions telles que la transformation soit réversible.

Nous appellerons *rendement thermodynamique* du cycle le rapport entre l'énergie $\bar{\epsilon}_e$ effectivement disponible par kg. de fluide débité et l'énergie théoriquement utilisable $\bar{\epsilon}_u$:

$$\eta_e = \frac{\bar{\epsilon}_e}{\bar{\epsilon}_u} = \frac{\bar{\epsilon}_e}{H'} \quad (24)$$

Ce rendement atteint, dans la machine à piston, environ 0,70, pour les meilleures conditions d'utilisation.

Nous verrons qu'il atteint aujourd'hui, dans la turbine à vapeur, 0,80 et même 0,85.

En vertu du principe de la conservation de l'énergie, nous pouvons écrire qu'il y a équivalence entre l'énergie mécanique utilisable $H' \text{ kgm}$ et l'énergie calorifique $(\lambda_e - \lambda_s)$, disparue par kg. λ_e et λ_s , représentant respectivement la quantité de chaleur totale contenue dans 1 kg. de vapeur à l'état e et la quantité de chaleur à l'état s .

Nous pourrions donc poser

$$H' = E (\lambda_e - \lambda_s) \quad (25)$$

Avec les pressions réalisées couramment de

$$\begin{array}{ll} p_e = 12 \text{ à } 15 \text{ kg/cm}^2 & t_e = 300 \text{ à } 350^\circ; \\ p_s = 0,05 \text{ à } 0,03 \text{ kg/cm}^2 & t_s = 32^\circ 7 \text{ à } 23^\circ 9, \end{array}$$

la quantité d'énergie disponible par kg. de fluide évoluant, atteint

$$H' = E (\lambda_e - \lambda_s) = 91.700 \text{ à } 110.300 \text{ kgm.} \quad (26)$$

Si nous imaginons maintenant que le fluide se détende librement dans une tuyère de la pression p_e à la pression p_s , la vitesse acquise par les particules devra être telle que

$$\frac{1}{2g} c^2 = H', \quad (27)$$

en vertu du principe de la conservation de l'énergie.

Dans le distributeur d'une turbine d'action fonctionnant entre les pressions p_e et p_s , la vitesse atteindra donc une valeur donnée par cette relation (27), puisque la détente est complète dans l'aubage fixe.

Pour des différences de pression comme celles indiquées ci-dessus, cela conduit à des valeurs de c égales à 1.340 à 1.435 m/sec.

La vitesse réelle est, en raison de l'influence des frottements, un peu plus faible, mais elle n'en atteint pas moins dans les conditions normales

$$c_1 = 1.250 \text{ à } 1.350 \text{ m/sec.}$$

Avec de telles vitesses, les sections nécessaires pour débiter 1 kg. par seconde sont inférieures à

$$0^{\text{m}^2},0019 \text{ à } 0^{\text{m}^2},00287.$$

D'autre part, nous avons vu, dans l'étude élémentaire des turbines hydrauliques d'action, que pour pouvoir réaliser un bon rendement, il faut donner à la vitesse, périphérique une valeur qui dépend de la vitesse c_1 , à la sortie du distributeur, et qui dans la plupart des cas, dépasse un tiers de la vitesse c_1 .

On voit donc qu'il faudrait adopter ici la valeur extrêmement élevée de 400 m/sec., en chiffres ronds.

De telles vitesses ne peuvent être réalisées sans danger, même en utilisant des aciers à haute résistance pour la construction des roues et de l'aubage et en apportant des soins de fabrication extrêmement poussés.

On conçoit tout l'intérêt que présente la solution du problème de la turbine à haut rendement et à vitesse périphérique modérée.

Le moyen qui se présente immédiatement à l'esprit est celui qui consiste à *fractionner* la différence des pressions totale disponible, de façon à n'avoir plus que des vitesses d'écoulement beaucoup plus faibles. On est ainsi amené à créer des types comprenant un grand nombre de turbines simples, associées en tension : la vapeur va se détendant progressivement en passant de l'une à l'autre, la vitesse maximum atteinte à la sortie de chacun des distributeurs successifs étant d'autant plus faible que le nombre d'étages de pression est plus grand.

Ces turbines diffèrent totalement d'aspect suivant qu'il s'agit de turbines d'action (fig. 44) ou de turbines à réaction (fig. 54).

On peut, en effet, comme dans les turbines hydrauliques, distinguer :

a) Les *turbines d'action*, dans lesquelles la pression est la même de part et d'autre de l'organe mobile, la détente s'effectuant *entièrement* dans le distributeur ;

LES TURBINES A VAPEUR



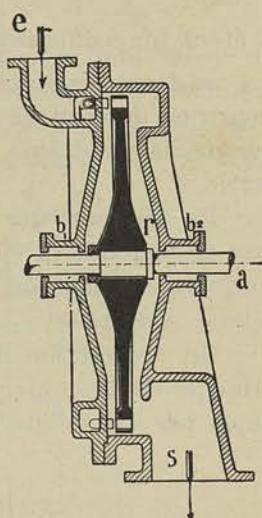
b) Les turbines à réaction partielle, dans lesquelles la pression est plus grande à l'entrée qu'à la sortie de l'organe mobile, la détente se faisant en partie dans le distributeur, en partie dans la roue.

Avec ces dernières, on est forcé d'employer l'injection totale pour éviter la dispersion des jets à la sortie de l'aubage distributeur; il en résulte que le diamètre de la roue est lié au débit, et que l'on doit, pour réduire la section d'écoulement, utiliser tout au moins dans les premiers étages, un diamètre d'aubage relativement faible.

Comme dans les turbines hydrauliques, on peut distinguer les turbines axiales des turbines centrifuges ou centripètes; mais, en raison des proportions de l'aubage mobile, on peut presque toujours négliger la variation de rayon r dans ces dernières et raisonner sur une turbine radiale comme sur une turbine axiale.

Les turbines à vapeur peuvent être construites avec l'axe horizontal ou avec l'axe vertical.

Aujourd'hui, le type vertical est à peu près abandonné pour les moyennes et grandes puissances.



§ 3. — Théorie physique des turbines à vapeur

A. — TURBINES D'ACTION

1° A UNE ROUE. — Examinons tout d'abord le fonctionnement de la turbine à une roue, du type axial, représentée schématiquement figure 44.

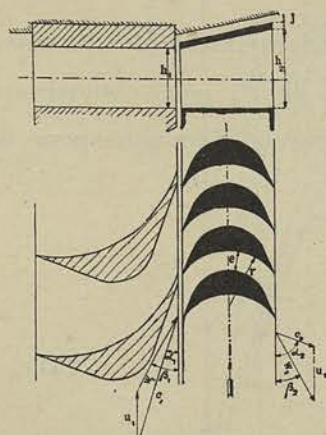


FIG. 45

Toutes les turbines, ou à peu près, construites actuellement, étant réalisées avec un aubage axial, on peut dire que la vapeur parcourt l'aubage suivant une trajectoire contenue sensiblement dans une surface cylindrique dont l'axe est celui de la roue mobile. La vitesse périphérique u_1 , à l'entrée de l'aubage, se trouve donc être égale à la vitesse périphérique u_2 , à la sortie, pour un élément quelconque du fluide évoluant.

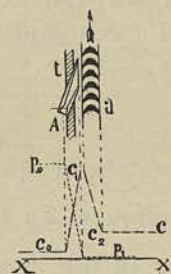


FIG. 44

La pression à la sortie des tuyères étant égale à la pression du condenseur, — puisque nous avons affaire ici à une turbine d'action, — toute l'énergie potentielle disponible dans la vapeur, est transformée en énergie cinétique dans les tuyères et la vitesse c_1 atteint une valeur

$$c_1 = \varphi_1 c \tag{28}$$

c étant la vitesse théoriquement disponible et φ_1 un coefficient de réduction pour tenir compte des pertes d'énergie provoquées par le frottement et les tourbillonnements qui se produisent pendant l'écoulement.

L'angle α_1 que fait l'axe de la tuyère (fig. 44) ou l'axe de l'aubage (fig. 45), avec le plan de la roue étant connu, nous obtiendrons la vitesse relative w_1 , d'entrée dans

l'aubage en mouvement, en traçant le troisième côté du triangle des vitesses ayant pour deux autres côtés c_1 et u_1 . Pour réduire au minimum l'influence nuisible du choc sur l'arête d'entrée des aubes, il faudra profiler celles-ci de façon que la tangente au dos soit orientée suivant la direction de la vitesse relative w_1 . Par suite des frottements et remous, la vitesse relative w_2 , à la sortie de l'aubage mobile, sera plus petite que w_1 , et nous pourrons poser

$$w_2 = \psi w_1 \quad (29)$$

ψ étant un coefficient plus petit que l'unité compris entre 0,75 et 0,85.

w_2 étant connu et l'angle β_2 de sortie étant choisi égal ou peu différent de β_1 , nous pourrons déterminer aisément la vitesse absolue c_2 de sortie, celle-ci se présentant comme la résultante géométrique de w_2 et de u_2 , vitesse périphérique au point de sortie.

En répétant une telle construction pour différentes vitesses périphériques, il est aisé de voir que la vitesse absolue c_2 de sortie va diminuant à mesure que u_1 grandit, jusqu'au moment où celle-ci atteint une valeur un peu inférieure à la moitié de la vitesse d'injection c_1 .

Or, abstraction faite des pertes dans l'aubage mobile, on peut dire, en vertu du principe de la conservation de l'énergie, que l'énergie transformée en travail mécanique par kg. débité a pour valeur

$$\frac{1}{2g} c_1^2 - \frac{1}{2g} c_2^2,$$

et partant, que cette énergie est maximum quand c_2 est minimum. Appelons T_i le travail mécanique produit par kg. de vapeur traversant l'aubage, le rapport

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} \quad (30)$$

représentera ce que nous avons appelé rendement indiqué dans l'étude des turbines hydrauliques. En traçant un diagramme de η_i en fonction de $\frac{u_1}{c_1}$, nous obtiendrons d'après ce que nous venons de voir, une courbe passant par un maximum pour la valeur de x voisine de 0,5 (fig. 46, courbe 1).

Remarquons qu'en vertu de (27) et (28),

$$c_1 = \varphi_1 c = \varphi_1 \sqrt{2gH'}$$

et partant, que

$$\frac{u_1}{c_1} = \frac{1}{\varphi_1} \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{1}{\varphi_1} x_1 \quad (31)$$

x_1 désignant comme antérieurement le rapport $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$ que nous avons appelé *coefficient de vitesse*.

La courbe de la figure 46, tracée en fonction de x_1 , a donc la même allure que si elle était tracée en fonction de x , et elle peut être considérée comme caractéristique d'un type donné, car elle ne dépend pas des dimensions de celui-ci.

De cette courbe du rendement indiqué η_i , il est possible de déduire la courbe du rendement effectif η_e , si l'on connaît la puissance absorbée par les frottements externes :

a) Frottement des flasques de la roue contre le fluide ambiant N'_f ;

b) Frottement de l'arbre dans ses paliers N''_f , car (formules 17 et 18)

$$N_o = N'_f + N''_f$$

$$\eta_o = \frac{N_i - (N'_f + N''_f)}{N'_f} \quad (32)$$

et

$$\eta_e = \eta_i \times \eta_o \quad (33)$$

Cette courbe de rendement effectif passe par un maximum pour une valeur du coefficient de vitesse x_1 , inférieure à celle qui correspond au rendement maximum indiqué, et comme aux environs du maximum le rendement croît peu, on voit qu'il y a peu d'intérêt à adopter une valeur de ce coefficient supérieure à 0,40 ou 0,45, pour fixer les idées.

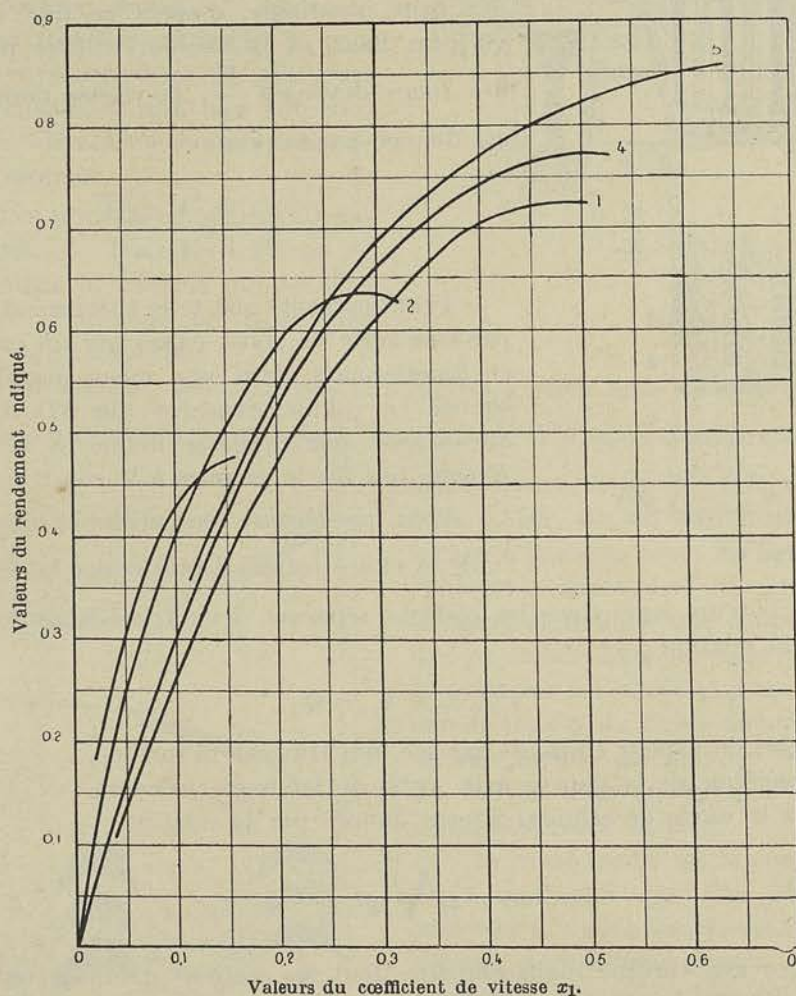


FIG. 46

Lorsque H' est grand, c'est-à-dire lorsqu'on a affaire à une turbine travaillant sous une forte différence de pression, on s'en tient même à une valeur plus faible, voisine de 0,3. Avec ce rapport 0,3 la vitesse u_1

$$u_1 = 0,3 \sqrt{2gH'} \quad (34)$$

atteint, comme nous l'avons vu pour une turbine à condensation et à une seule roue, bien près de 400 m/sec.

Le problème de réduire la vitesse périphérique u_1 sans réduire le rendement offre plusieurs solutions que nous allons envisager.

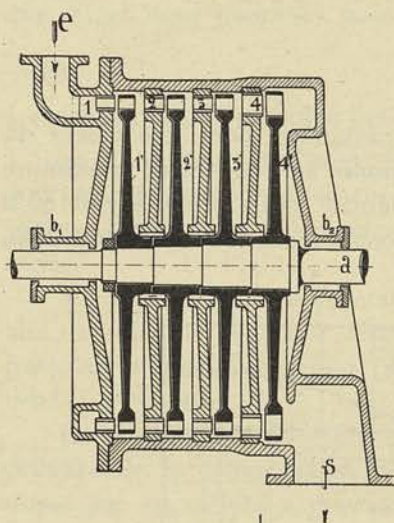


FIG. 47

aubages distributeurs logés dans les cloisons séparant deux roues voisines, de façon que l'on ait la relation

$$s \times c_1 \times \delta_1 = Q \quad (36)$$

Q étant le débit de vapeur en poids par sec, qui traverse la turbine, δ_1 le poids spécifique de la vapeur à la sortie de l'aubage considéré, c_1 la vitesse à la sortie de celui-ci, vitesse donnée par la relation,

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{g^2 \frac{H'}{n}} \quad (37)$$

Ainsi, avec une turbine multicellulaire dont les sections d'aubage ont été bien calculées, la vitesse à la sortie de celles-ci sera, toutes choses égales, \sqrt{n} fois plus faible, et, pour le même rendement indiqué, la vitesse périphérique sera réduite dans le rapport $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Le rendement effectif tendra à être plus faible en raison de la puissance proportionnellement plus grande qu'absorberont les premiers disques tournant dans un fluide de forte densité. Il faudra tenir compte toutefois, pour conclure, de ce que, avec

2° TYPE A PLUSIEURS ROUES EN SÉRIE. — Un premier moyen consiste à réduire la hauteur de chute par roue, en fractionnant la chute totale disponible H' et en utilisant chacune des chutes partielles dans une turbine d'action à une roue : en procédant ainsi, on réduit la vitesse périphérique proportionnellement à la racine carrée du nombre de chutes, sans changer le rendement. En effet, pour une même valeur a_1 le rendement indiqué reste invariable, d'après ce que nous avons vu plus haut, et la hauteur utilisée par chacune des roues devenant $\frac{H'}{n}$, la vitesse périphérique u_1 est donnée par la relation

$$u_1 = a_1 \frac{\sqrt{2gH'}}{\sqrt{n}} \quad (35)$$

Pratiquement, une telle turbine est constituée par une série de roues calées sur un même arbre et fonctionnant dans une même enveloppe cloisonnée en cellules étanches (fig. 47), d'où le nom de *turbine multicellulaire* donné à ce type par *Rateau*, qui fut le premier à le construire.

Pour que chaque roue utilise la même fraction $\frac{1}{n}$ de la chute totale, il faut régler la section s des

le système à plusieurs roues en tension, la perte d'énergie qui se produit dans les premières roues par suite du frottement et remous, se transforme en chaleur qui, cédée au fluide par les parois, a pour effet d'augmenter le volume spécifique de celui-ci, et de faire croître ainsi l'énergie disponible dans la détente, pour les chutes suivantes.

Nous sommes donc en présence d'un moyen qui permet de réduire autant qu'on le veut, la vitesse périphérique des roues utilisées, sans réduire le rendement, à la condition de pouvoir multiplier sans limite le nombre de roues. Dans la pratique, le nombre limite de roues est rapidement atteint, car dès que l'on dépasse douze ou quatorze roues, on est forcé de doubler la turbine et de placer deux ou plusieurs corps en tension, ce qui, bien entendu, accroît considérablement le prix de revient du moteur.

3° A UNE ROUE A PLUSIEURS AUBAGES MOBILES. — Pour les turbines de faible puissance la solution qui consiste à multiplier le nombre de roues, est pratiquement inacceptable.

Une autre solution, moins favorable toutefois, comme nous allons le voir, consiste à adopter une valeur de α_1 voisine de $\frac{1}{5}$, et à utiliser la fraction considérable de l'énergie

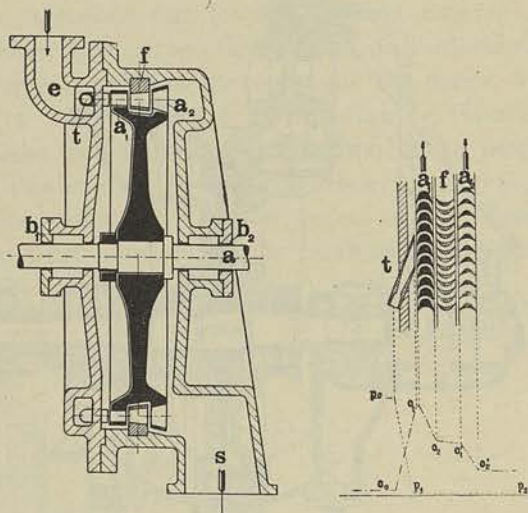


FIG. 48

totale encore disponible à la sortie de l'aubage mobile, sur un second aubage appartenant à la même roue. La figure 48 donne l'ensemble schématisé de cette turbine et la figure 49 indique une coupe de l'aubage fixe et mobile avec le tracé des triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie de chacun de ceux-ci. Le fluide sortant du premier aubage mobile est renvoyé sur le second au moyen d'un aubage fixe intermédiaire convenablement disposé.

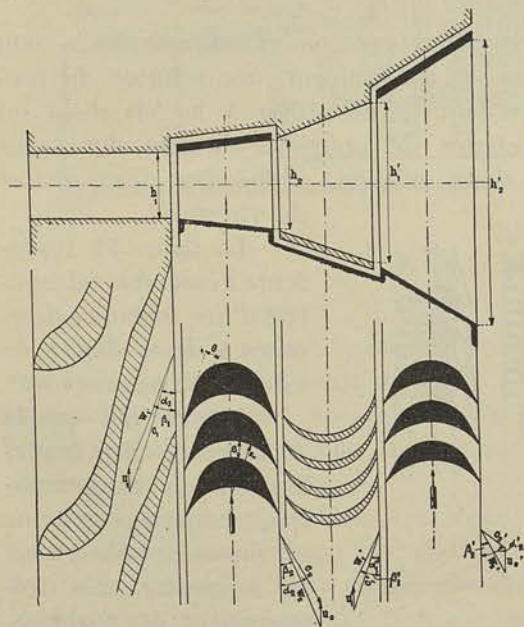


FIG. 49

Le rendement, on le conçoit, est plus élevé que celui que l'on obtiendrait en utilisant une roue simple réalisant la même vitesse périphérique, mais le rendement maximum que ce système est susceptible de fournir est très inférieur à celui d'une turbine à un aubage par roue.

Ce rendement, ainsi que l'indique la courbe 2 de la figure 46, ne dépasse pas 0,65 et est atteint pour $\alpha_1 = 0,23$.

Ce système est désigné sous le nom de système à chutes de vitesse, par opposition au précédent, que l'on peut appeler système à chutes de pression.

En portant à trois le nombre de chutes de vitesse, le rendement maximum ne dépasse pas 0,48, mais ce rendement est atteint pour $\alpha_1 = 0,15$ (courbe 3, fig. 46). Nous donnons figure 50 la coupe d'une turbine de ce type à condensation et à

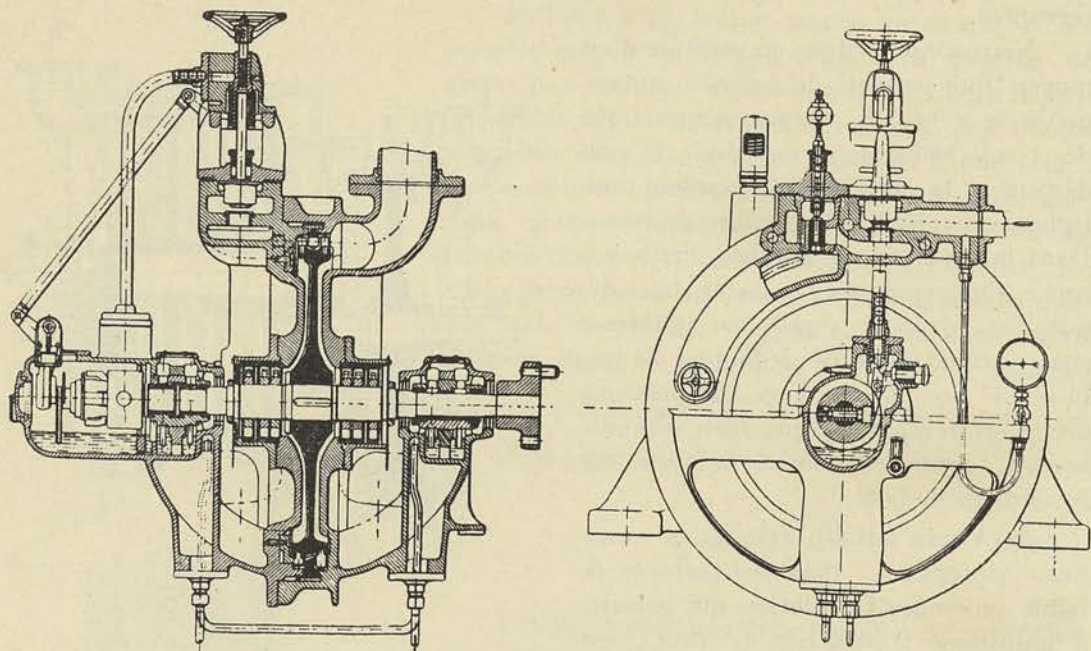


FIG. 50

deux chutes de vitesse. La puissance effective de cette turbine est d'environ 100 Kw et la vitesse de 6.000 tours/minute.

4° TYPE MIXTE, A PLUSIEURS ROUES EN TENSION, AVEC CHUTES DE VITESSE. — On peut concevoir, évidemment, une solution du problème dans laquelle on utilise à la fois deux ou plusieurs chutes de pression, chacune des roues possédant deux aubages, c'est-à-dire deux chutes de vitesse.

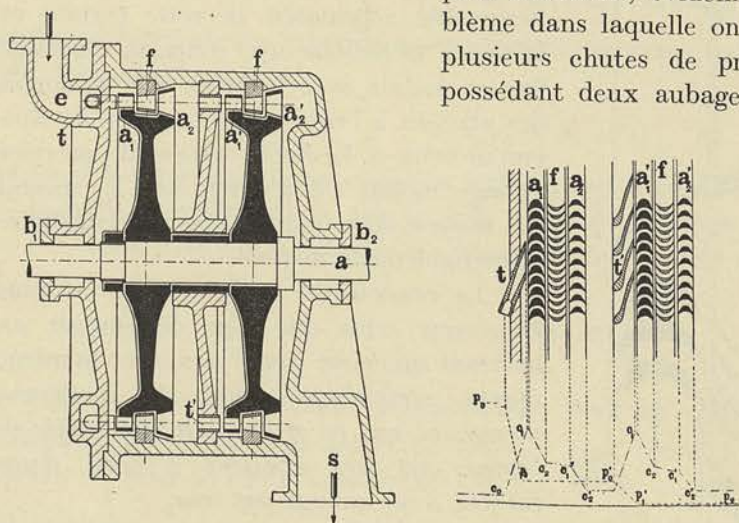


FIG. 51

première roue possède deux chutes de vitesse, de façon à pouvoir, avec une vitesse périphérique modérée, utiliser une assez forte chute dans le premier aubage distributeur et faire en sorte ainsi que la pression et la température, qui règnent dans

La figure 51 représente l'ensemble schématisé d'une turbine à deux roues à deux chutes de vitesse par roue.

Aujourd'hui que la concurrence exige la réalisation de consommation très basse ce système est rarement utilisé, mais on rencontre très fréquemment des turbines, multicellulaires, dont la

la première cellule, soient suffisamment basses pour ne pas donner lieu à des difficultés particulières de construction de l'enveloppe et des bourrages.

A partir de la seconde roue, on adopte, lorsqu'on le peut, l'injection totale, ce qui est possible lorsque le volume de vapeur à débiter est assez grand, pour ne pas devoir utiliser une hauteur d'aubes inférieure à 8 ou 10 mm. Cette injection totale évite l'effet de ventilation qui se produit dans la partie de l'aubage non remplie par les jets de vapeur, et, en réduisant ainsi la puissance absorbée par les frottements externes, améliore le rendement organique de la machine. L'avantage de l'emploi de l'injection totale ne réside pas seulement dans le fait que le rendement organique est accru, le rendement indiqué lui-même est amélioré, et voici comment : l'injection se faisant sur toute la circonférence de la roue, l'aubage directeur de la deuxième chute peut être rapproché aussi près qu'on le veut de l'aubage de la première roue, et le tracé des aubes peut être réalisé de façon que les jets sortant de ce dernier, soient orientés dans l'aubage fixe suivant. En procédant ainsi, on peut montrer que le rendement indiqué peut être accru de 5 ou 6 % (fig. 46, courbe 4).

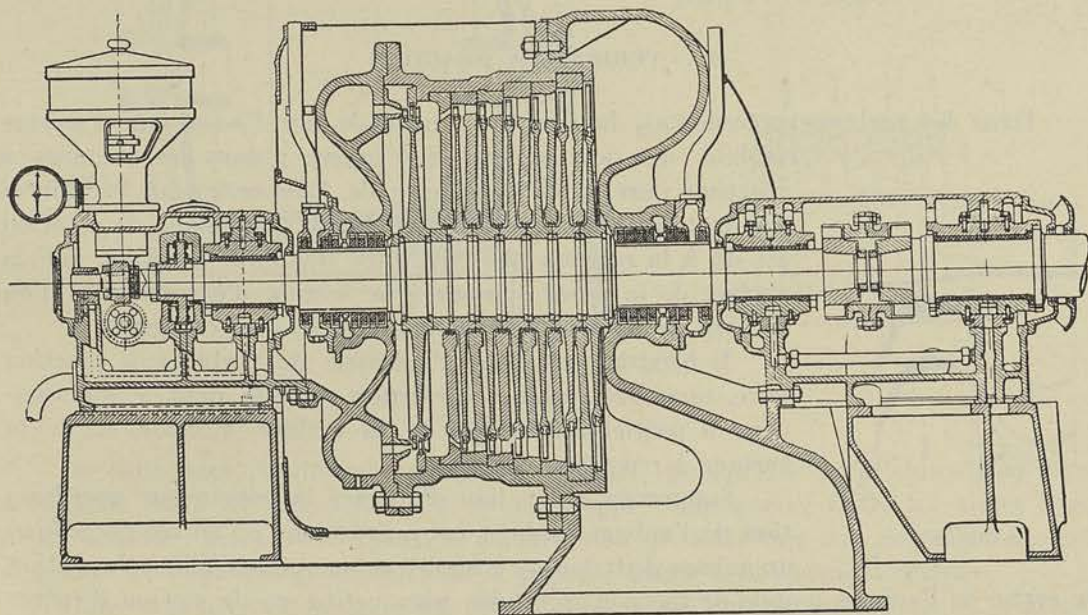


FIG. 52

C'est ce qu'a réalisé le constructeur de la turbine représentée figure 52, où l'on voit qu'à partir de la deuxième roue, les cloisonnements constituant les cellules sont rapprochés les uns des autres, de manière que le fluide sortant d'un aubage mobile puisse rentrer dans l'aubage fixe suivant, en franchissant un espace libre de longueur minimum.

Dans toutes les turbines que nous venons de décrire sommairement la détente est complète dans l'aubage fixe, et la pression est, partant, la même de part et d'autre de l'aubage mobile ; c'est ce qui caractérise les *turbines d'action* : dans ces turbines la roue n'est entraînée en rotation que par l'impulsion provoquée sur les aubes mobiles, par les jets sortant de l'aubage fixe.

Pour réaliser une turbine d'action du type axial, il faut et il suffit que la section de sortie de l'aubage mobile soit légèrement plus grande que la section d'entrée, de telle sorte que, malgré la réduction de vitesse provenant des frottements, la section de

sortie soit suffisante pour débiter la quantité, en volume, qui passe par seconde par la section d'entrée.

En négligeant la légère variation du volume spécifique dans l'aubage du fait de la cession au fluide de la chaleur provenant des frottements, on peut dire que

$$h_1 \times e_1 \times w_1 = h_2 \times e_2 \times w_2 \quad (38)$$

h_1 et e_1 , h_2 et e_2 représentent la hauteur et la largeur du canal formé par deux aubes voisines, respectivement à l'entrée et à la sortie de l'aubage.

Les propriétés essentielles des turbines d'action sont :

1) *De ne pas présenter de poussée axiale importante, ni de fuites possibles entre l'aubage mobile et l'enveloppe ;*

2) *De permettre l'injection partielle.*

Cette dernière propriété est particulièrement importante au point de vue des proportions mêmes de la turbine et nous reviendrons sur cette question lorsque nous aurons étudié les turbines à réaction.

B. — TURBINES A RÉACTION

Dans les turbines précédentes, la roue est entraînée par l'action sur l'aubage mobile, des jets sortant des tuyères ; dans les turbines à réaction pure, dont le principe de fonctionnement est fourni par le tourniquet hydraulique (fig. 38), le couple de rotation est dû à la réaction non équilibrée du fluide agissant sur la surface de la paroi opposée à la section d'écoulement, d'où le nom de *turbine à réaction* donné à cette catégorie.

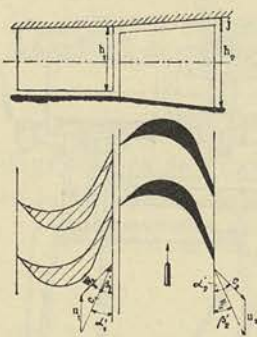


FIG. 53

Il n'existe pas dans l'industrie de turbines à réaction pure, mais des turbines à *réaction partielle*, dont le fonctionnement participe à la fois de la turbine d'action et de la turbine à réaction.

Supposons qu'au lieu d'injecter la vapeur sur une fraction de l'aubage mobile, nous disposions à l'entrée de celui-ci un aubage distributeur complet et que nous réglions la section de sortie de l'aubage mobile de façon à la rendre plus petite que la section d'entrée (fig. 53) :

$$h_1 \times e_1 > h_2 \times e_2 \quad (39)$$

e_1 et e_2 désignant les largeurs respectivement à l'entrée et à la sortie du canal constitué par deux aubes voisines ; comme la vitesse du fluide ira nécessairement croissant en traversant l'aubage, il se produira une détente, et le mouvement de rotation de cet aubage résultera à la fois de l'action des jets déviés par l'aubage, et de la réaction non équilibrée de la pression sur les aubes.

On peut montrer que le rendement d'une telle turbine est fonction du coefficient de vitesse w_1 , comme dans la turbine d'action, et que pour un angle $\beta_2' = \alpha_1$ assez faible, de l'ordre de 20° , cette courbe a l'allure indiquée sur la figure 46 (courbe 5).

En réglant convenablement la hauteur des aubes à l'entrée et à la sortie, on peut faire en sorte que

$$w_2 = w_1 \quad (40)$$

ce qui permet, ainsi que l'indique les tracés des triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie, d'utiliser pour former le second aubage fixe, les aubes motrices retournées *bout pour bout*; le profil se présente alors de façon que la direction donnée par la tangente à l'entrée de l'aubage fixe coïncide avec la direction de la vitesse absolue c_2 .

La turbine peut donc être constituée par une série de couronnes d'aubes fixes et mobiles *de profils identiques*, mais de hauteurs croissantes, à travers lesquelles le fluide circule en se détendant progressivement de l'une à l'autre.

Comme on ne peut éviter cette fois une fuite entre l'aubage mobile et l'enveloppe, et que des dispositions doivent être prises pour la rendre minimum, on peut concevoir qu'au lieu de disposer les couronnes mobiles à la périphérie de disques séparés

les uns des autres par des cloisons se prolongeant jusqu'au moyeu, on fixe les couronnes sur un tambour comme cela est indiqué figure 54, les couronnes d'aubes fixes étant encastrées dans l'enveloppe.

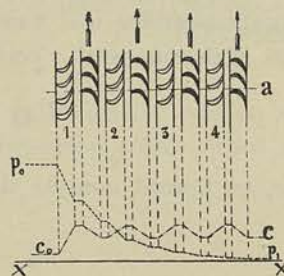
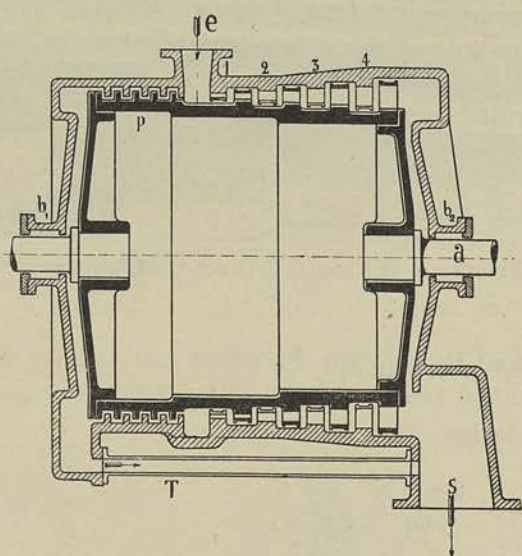


FIG. 54

La fuite sera, toutes choses égales, doublée, puisqu'elle se produira non plus seulement entre les aubes mobiles et l'enveloppe, mais encore entre les aubes fixes et le tambour; mais d'autre part, la construction de la turbine sera considérablement simplifiée et l'équilibrage complet de la poussée axiale sera aisément réalisé.

Dans le schéma de la figure 54, cet équilibrage est obtenu en mettant en relation, au moyen du tuyau T, les deux faces du tambour et en réduisant à une valeur admissible la fuite entre celui-ci et l'enveloppe, par l'utilisation d'un *joint en labyrinthe*.

Le diagramme de la figure 54 donne la manière dont la pression va diminuant de couronne fixe à couronne mobile, depuis la pression p_0 jusqu'à la pression d'émission p_1 , les vitesses absolues subissant des oscillations entre c_1 et c_2 , puis entre c_2 et c_1 , en passant de l'entrée à la sortie d'un aubage fixe puis d'un aubage mobile.

La figure 54 ne donne toutefois qu'une idée fort éloignée de la forme d'une turbine à réaction telle qu'elle peut être réalisée pratiquement, et cela parce que le fonctionnement même de la turbine exige l'injection totale sur l'aubage mobile et que pour la réaliser, il faut utiliser un diamètre d'aubage assez faible *au début de la détente*.

Faisons d'abord comprendre que l'emploi de l'injection totale est nécessaire: une différence de pression existant, par hypothèse entre l'entrée et la sortie de l'aubage mobile, les jets sortant de l'aubage fixe tendraient à se disperser pour occuper

tout l'espace libre fourni par l'aubage mobile; le seul moyen pratique pour éviter cette dispersion, qui réduirait considérablement l'énergie cinétique transformable en travail mécanique, consiste à développer l'aubage fixe distributeur sur toute la périphérie de l'aubage mobile.

L'emploi de l'injection totale qui, comme nous venons de le voir, s'impose dans les turbines à réaction, implique une relation nécessaire entre le diamètre de la roue et le débit de vapeur Q . En effet, si nous désignons par δ_1 le poids spécifique de la vapeur à l'entrée de l'aubage, nous pourrions écrire, avec les notations de la figure 53

$$Q = 2 \pi r_1 h_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1 \quad (41)$$

Comme le rapport h_1/r_1 ne peut être réduit à une valeur inférieure à 0,1, pour fixer les idées (sinon le jeu j nécessaire entre l'aubage et l'enveloppe ne pouvant être réduit à moins de $0,005 r_1$, la fuite au pourtour prendrait trop d'importance), et comme c_1 est lié à la vitesse périphérique u_1 par la relation

$$x = \frac{u_1}{c_1},$$

x ne pouvant prendre une valeur inférieure à 0,5 ou 0,6 (voir diagramme 5, fig. 46), la relation ci dessus peut s'écrire

$$Q = 2 \pi r_1^2 \times 0,1 \sin \alpha_1 \delta_1 \frac{u_1}{x},$$

ou encore, en tenant compte de la relation,

$$u_1 = \frac{2 \pi r_1 N}{60}$$

$$Q = \frac{2 \pi^2}{60} r_1^3 \times 0,1 \sin \alpha_1 \delta_1 \frac{N}{x} \quad (42)$$

Ainsi, en adoptant pour α_1 la plus petite valeur possible, 15° pour fixer les idées, $x = 0,6$, on voit que le volume V doit être égal à

$$V = \frac{Q}{\delta_1} = 0,0285 r_1^3 N \quad (43)$$

Pour les turbines de petite puissance, V est assez faible, et partant, r_1 doit être choisi relativement très petit.

Comme l'énergie utilisée par chute dépend de la valeur de c_1 , et partant de u_1 , en vertu de la relation ci-dessus, il faudra, pour utiliser convenablement l'énergie totale, multiplier le nombre de chutes.

Bien entendu, le diamètre sera agrandi quand δ_1 aura pris, par suite de la détente, une valeur suffisamment grande. L'unité sera ainsi constituée par deux ou trois tambours, de diamètres croissants, l'aubage allant grandissant en hauteur sur chacun d'eux, de la première à la dernière chute. Pour préciser, nous donnons figure 55, la photographie d'une turbine à réaction à trois diamètres, dont le couvercle a été enlevé. On peut caractériser la turbine à réaction en disant, qu'à l'opposé de ce qui se présente dans la turbine d'action :

- 1° *Il existe, avec ce système, une poussée axiale importante qu'il faut équilibrer;*
- 2° *Que des fuites tendent à se produire entre l'aubage mobile et l'enveloppe, et*

partant, que pour les réduire, il est nécessaire de ménager un très faible jeu entre la partie fixe et la partie mobile ;

3° Que l'injection totale s'impose pour éviter la dispersion des jets à la sortie des aubages distributeurs.

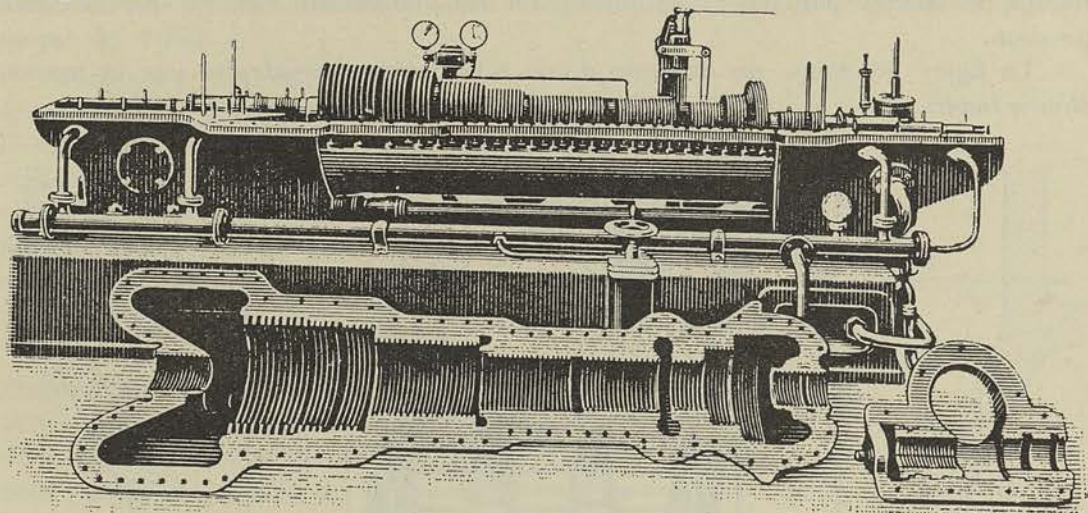


FIG. 55

Pour réaliser une turbine à réaction, il faut et il suffit que la section de sortie de l'aubage soit plus petite que la section d'entrée, l'injection totale étant supposée réalisée.

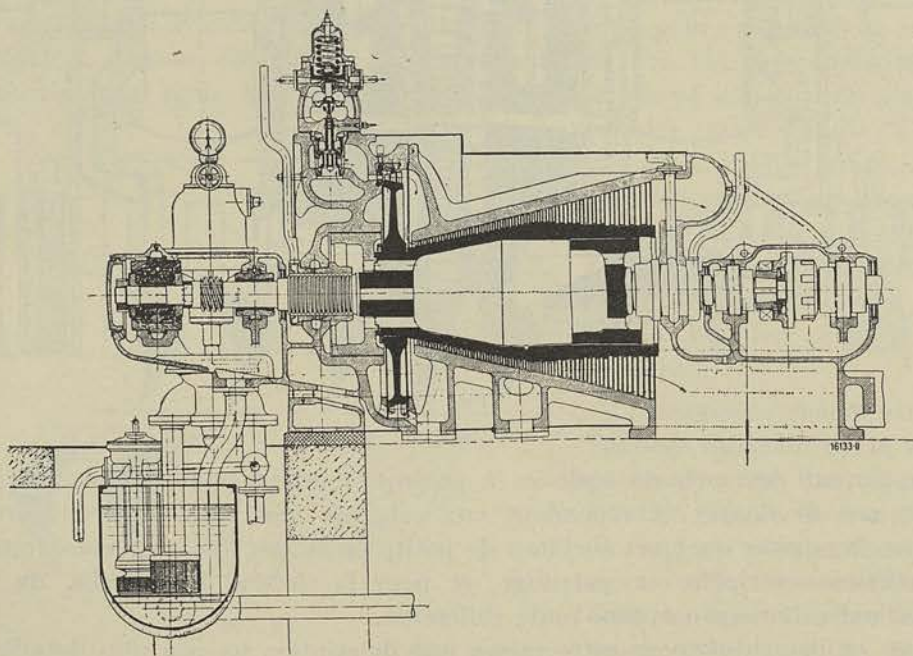


FIG. 56

Avec la turbine dans laquelle les aubes motrices sont identiques aux aubes directrices et simplement retournées bout pour bout, le degré de réaction est égal à $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire que la moitié de l'énergie disponible par chute de pression est dépensée dans l'aubage fixe et l'autre moitié dans l'aubage mobile.

On conçoit qu'il est possible de combiner la turbine à réaction avec la turbine d'action, de façon à profiter des avantages de l'une et éviter les inconvénients de l'autre ; c'est ainsi qu'à l'heure actuelle on remplace presque toujours le tambour de petit diamètre par une roue d'action à deux chutes de vitesse, ce qui permet de réduire les pertes par fuite, qui jouent un rôle important dans la partie haute pression.

La figure 56 donne un exemple d'une telle turbine, construite par la maison *Brown-Boveri*.

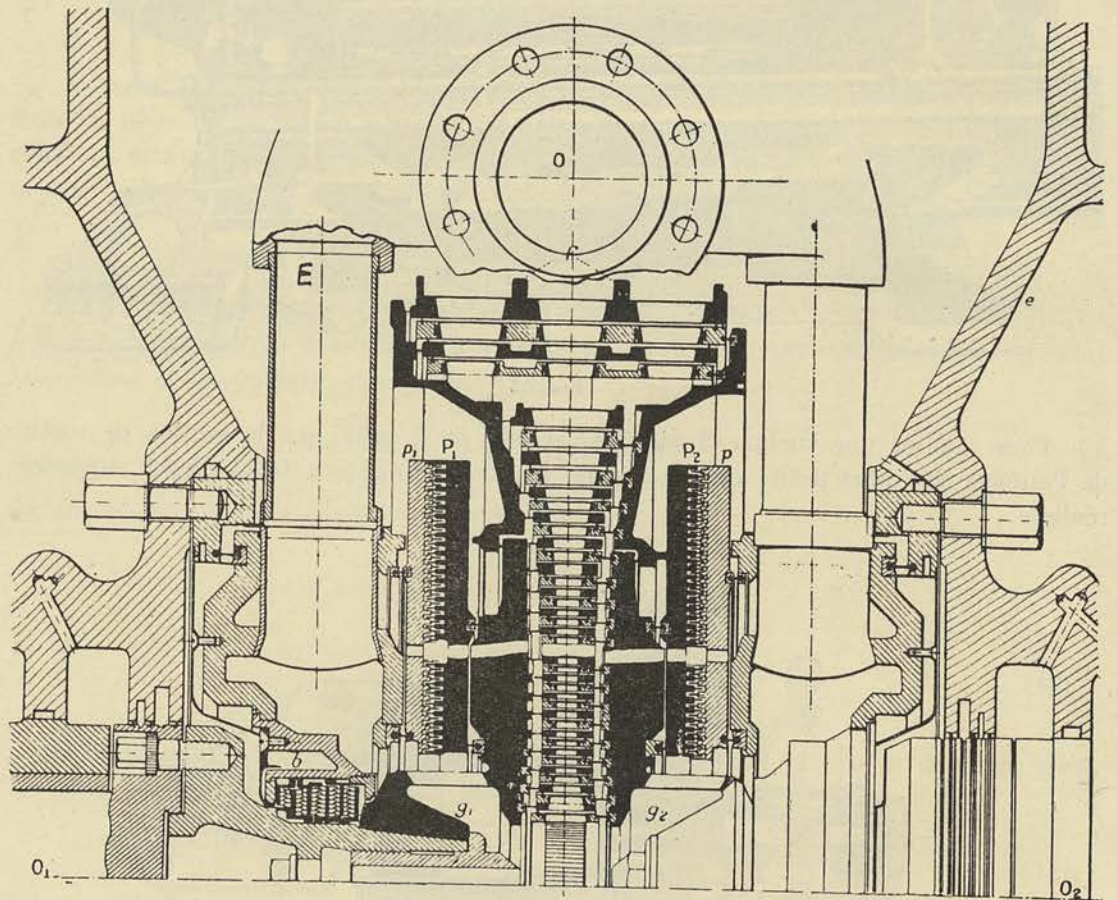


FIG. 57

La plupart des turbines réalisées à présent, rentrent dans la classification que nous venons de donner et répondent aux schémas que nous en avons présentés, exception faite pour quelques turbines de petite puissance, qui sont construites avec la disposition centripète ou centrifuge, et pour la turbine *Ljungström*, du type à réaction, mais d'une conception toute différente.

Nous en donnerons pour cette raison une description un peu plus détaillée. Elle comporte essentiellement deux disques, g_1 et g_2 , calés en porte-à-faux sur deux arbres, o_1 et o_2 , situés dans le prolongement l'un de l'autre (fig. 57).

A ces disques, de profil tourmenté, sont rattachées par des joints de dilatation, qui constituent une des caractéristiques de cette construction extrêmement originale, les couronnes portant l'aubage du type centrifuge. Les couronnes extérieures, de grand diamètre et de grande largeur, sont renforcées par des frettes, telles que f .

La vapeur arrive par E et pénètre entre les disques, se faisant face, par des ouvertures percées à travers les moyeux g_1 et g_2 . Elle se détend dans le premier aubage mobile appartenant au disque g_2 , puis passe dans le premier aubage appartenant au disque g_1 , qui tourne en sens inverse. Passant ainsi de couronne à couronne, le fluide va se détendant en cédant son énergie moitié au disque de gauche, moitié au disque de droite.

Par cette disposition on peut, comme nous allons le voir, sans rien changer aux conditions de fonctionnement, et partant, au rendement indiqué, réduire de moitié la vitesse tangentielle u_1 des aubages.

En effet; supposons d'abord que nous ayons affaire à une turbine radiale du type ordinaire et prenons pour angle de sortie de l'aubage directeur l'angle α_1 (fig. 58), et pour vitesse d'entraînement de l'aubage

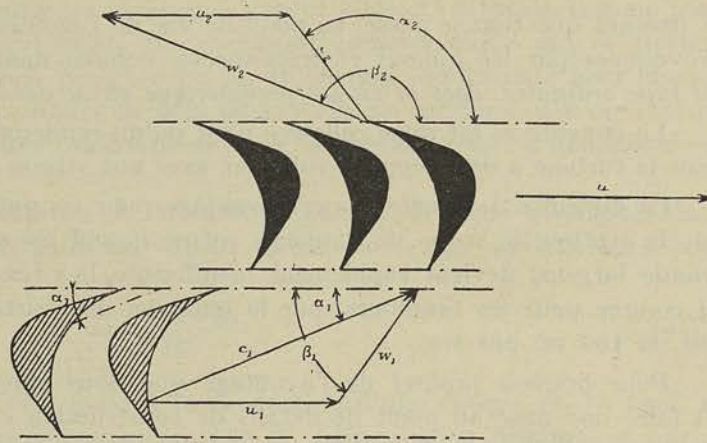


FIG. 58

moteur u_1 , nous voyons par le tracé du triangle des vitesses à l'entrée, que la vitesse relative d'entrée sera donnée par le vecteur w_1 .

La section de sortie de l'aubage mobile étant calculée pour que la vitesse relative w_2 soit égale à c_1 nous obtiendrons, en combinant w_2 avec u_2 , (que nous prenons par approximation égale à la vitesse moyenne u_1) la vitesse absolue de sortie c_2 ,

orientée sous l'angle α_2 . Par l'adoption de ces conditions de fonctionnement, on voit que l'on peut conserver le même tracé à l'aubage fixe suivant, l'entrée du fluide se faisant alors de la même manière que pour la première.

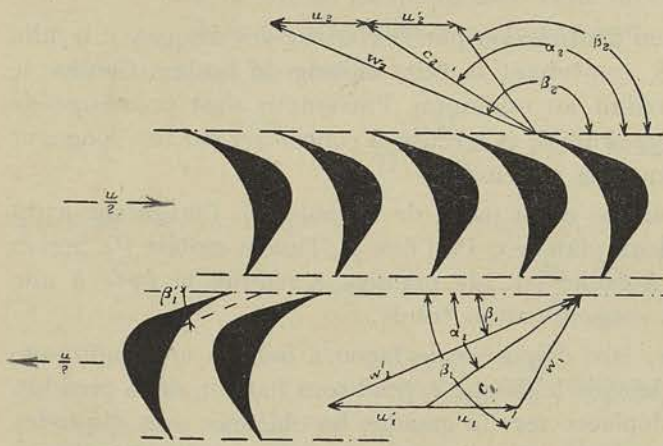


FIG. 59

Imaginons maintenant que l'aubage directeur de la turbine puisse prendre une vitesse de rotation en sens inverse de celle de l'aubage mobile, toutes deux ayant cette fois une valeur absolue u_1 , égale à la moitié de la valeur précédente (fig. 59).

Comme dans le cas ci-dessus envisagé, nous supposons que la vitesse de sortie soit égale à c_1 . Ici, toutefois, puisque l'aubage est en mouvement, cette vitesse sera prise par rapport à l'aube en mouvement, et partant, il conviendra de la désigner par w_1' . Pour obtenir la vitesse absolue c_1 de sortie, il faudra combiner w_1' avec $u_1' = \frac{u}{2}$; si nous voulons obtenir ensuite la vitesse relative d'entrée w_1 , dans le

second aubage mobile, force sera de décomposer c_1 de façon que w_1 et $u_1 = u_1'$ se présentent comme les composantes de la vitesse absolue c_1 .

Nous voyons que w_1 prend exactement la même valeur que dans l'exemple précédent, du moment où

$$u_1' = u_1 = \frac{u}{2},$$

et partant que tout se passe, au point de vue de l'écoulement du fluide et des pertes provoquées par les remous et frottements, comme dans la turbine de même trace, du type ordinaire, dont la vitesse périphérique serait doublée.

La conclusion est donc celle-ci : c'est qu'un rendement indiqué peut être obtenu dans la turbine à deux sens de rotation, avec une vitesse périphérique moitié moindre.

La difficulté de profiter de cet avantage pour les puissances élevées, résulte de ce que la section de sortie de l'aubage, même quand on adopte des couronnes de très grande largeur, devient rapidement insuffisante, la vitesse périphérique étant limitée ici comme pour les tambours, par la question de résistance à la force centrifuge, à 120 ou 130 m. par sec.

Pour pouvoir profiter de l'avantage que nous venons d'indiquer, l'inventeur a dû faire une mise au point de détails de construction et de fabrication qui confond véritablement l'esprit du mécanicien non initié à une pareille école. Nous ne pouvons étudier ces détails faute de place, mais nous dirons quelques mots des bourrages et des pistons d'équilibrage.

Le rendement total d'une telle turbine est fortement influencé par les fuites et le constructeur a dû se préoccuper d'assurer tout d'abord une étanchéité aussi parfaite que possible des couronnes d'aubage en munissant les frettes latérales de celles-ci, d'une garniture en tôle d'acier extrêmement mince, orientée dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation qui réduit le jeu radial, entre deux couronnes mobiles, à quelques centièmes de mm.

La vapeur arrivant à la pression d'admission par l'extérieur des disques, il a fallu prévoir deux bourrages, tels que b , empêchant la fuite le long de l'arbre. Comme le porte-à-faux de celui-ci doit être réduit au minimum, l'inventeur s'est préoccupé de réaliser un joint en labyrinthe du type radial, et a réussi à concentrer sur une longueur axiale de 65 m.m., 106 étranglements de vapeurs.

Pour éviter la fuite entre le disque et la paroi de l'enveloppe, l'inventeur a dû prévoir pour chacun des disques, deux plateaux, l'un fixe p_1 , l'autre mobile P_1 , portés par le disque, munis de chicanes à faible jeu, de manière à réduire la fuite à une fraction extrêmement petite de la consommation totale.

Ces chicanes doivent, en outre, être disposées de façon à assurer un équilibrage automatique de la poussée axiale : lorsque le disque c_1 tend sous l'action de la pression régnant du côté de l'aubage, à se déplacer vers la gauche, les chicanes sont disposées de telle façon qu'une obturation de plus en plus grande se produise à l'extrémité du plateau P_1 , tandis qu'un accroissement de la section d'entrée s'établit au diamètre intérieur : de cette façon la pression croît entre les plateaux et rétablit l'équilibre momentanément rompu.

Grâce aux faibles vitesses de circulation de la vapeur, à l'injection totale, à la valeur élevée du coefficient de vitesse x_1 , adopté par le calcul des couronnes successives, à la circulation générale du fluide du centre vers la périphérie, qui tend à réduire certaines pertes par remous, inévitables dans le type axial, grâce surtout à

une conception et à une réalisation impeccables des dispositifs d'étanchéité et des tracés d'aubage, les constructeurs suédois sont parvenus à garantir avec cette turbine, des consommations correspondant à des rendements de l'ordre de 0,80 et même 0,85.

§ 4. — Coefficient caractéristique des turbines à vapeur

Il est possible d'établir, pour les turbines à vapeur à injection totale, comme pour les turbines hydrauliques, qu'il existe un coefficient caractéristique qui ne dépend que des données et de la vitesse périphérique u_1 , et partant, qu'il existe pour chaque nombre de tours, une turbine *limite* au delà de laquelle on est forcé d'avoir recours à des solutions plus compliquées : dédoublement de la dernière roue ou dédoublement du dernier corps.

Désignons par N_i la puissance de la turbine, par H' l'énergie disponible dans 1 kg. de vapeur employé; le poids de vapeur Q consommé par seconde aura pour valeur

$$Q = \frac{75 N_i}{H' \times \eta_i}; \quad (44)$$

En effet, un cheval-vapeur correspond à la production d'une énergie de 75 kgm. en une seconde et $H' \times \eta_i$ représente le nombre de kgm. rendus disponibles par la turbine, par kg. de fluide utilisé.

Or, nous avons vu que Q avait pour valeur

$$Q = 2 \pi r_1 h_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1 \quad (41)$$

en appelant r_1 le rayon moyen de la dernière roue,
 h_1 la hauteur de l'aubage,
 α_1 l'angle d'injection du dernier aubage,
 c_1 la vitesse du fluide à la sortie de celui-ci,
 δ_1 le poids spécifique correspondant.

Il vient donc la relation

$$\frac{75 N_i}{H' \times \eta_i} = 2 \pi r_1 h_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1, \quad (45)$$

qui peut s'écrire, en posant

$$h_1 = \varepsilon r_1, \quad c_1 = \frac{u_1}{x} \quad \text{et} \quad u_1 = \frac{2 \pi r_1 N}{60},$$

$$\frac{75 N_i}{H' \times \eta_i} = \frac{60^2}{2 \pi} \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{\delta_1 u_1^3}{x N^2}. \quad (46)$$

En faisant passer u_1^3 et N^2 dans le premier nombre, η_i dans le second, on obtient

$$R' = \frac{N_i N^2}{\delta_1 u_1^3 H'} = \frac{1}{75} \frac{60^2}{2 \pi} \eta_i \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{1}{x} \quad (47)$$

Comme on le voit par le second membre de la relation (47), R' peut prendre une valeur maximum en adoptant pour ε la plus grande valeur possible (0,40 à 0,45 dans la pratique des turbines axiales), et en choisissant α_1 égal à 24° ou 30°.

On ne peut augmenter α_1 au delà de cette limite, parce que le rendement maximum décroît rapidement à partir de 30° .

Quant à la valeur $\frac{\eta_i}{x}$, elle croît quand x diminue, mais on est forcé, pour ne pas tomber en dessous d'un rendement admissible, de s'en tenir à x compris entre 0,35 et 0,45 pour les turbines d'action.

On peut voir d'après le diagramme de la figure 46, courbe 1 que $\frac{\eta_i}{x}$ est égal à 2,02 si l'on adopte $x_1 = \varphi_1 x = 0,30$, et égal à 1,69 si l'on adopte $x_1 = \varphi_1 x = 0,4$.

Dans ces conditions, R' prend la valeur

2,5 pour le premier cas,

2,10 pour le second cas,

ε et α_1 ayant respectivement pour valeur 0,4 et 24° .

H' étant une donnée, le vide au condenseur étant imposé, δ_1 le poids spécifique correspondant est connu et dès lors $\frac{N_i N^2}{u_1^3}$ a une valeur qui ne peut varier que dans des limites étroites. Pour un rendement déterminé de la dernière roue, cette limite est même unique et dès que l'on se fixe la vitesse périphérique u_1 de la dernière roue, le produit $N_i N^2$ doit rester invariable, quelle que soit la puissance. Ceci signifie que si 30.000 Kw, à 1.250 tours par minute, représentent une puissance limite pour la vitesse périphérique de 220 m. et un vide de 0,97, 2.300 Kw constituera la puissance limite d'une turbine construite pour fonctionner à 4.500 tours par minute.

Il peut être intéressant de faire remarquer que la notion de R' étant valable pour une quelconque des roues de la partie de la turbine fonctionnant à injection totale, on peut en déduire la vitesse périphérique qu'il conviendra d'adopter pour la première roue de cette partie.

En effet, $\frac{N_i N^2}{H'}$ étant connu, δ_1 représentant le poids spécifique de la vapeur à la sortie de la première roue du groupe à injection totale, on voit que la seule inconnue est u_1 .

Comme il y a intérêt à prendre u_1 aussi élevé que possible, on peut chercher à déterminer la valeur de R' la *plus faible*, compatible avec un bon rendement. Pour cela, il convient de prendre ε et α_1 les plus petits possible, pratiquement 0,05 et 15° pour fixer les idées, et de choisir la valeur de x qui conduit au minimum de $\frac{\eta_i}{x}$.

On trouve ainsi pour les turbines d'action

$$R' = 0,140$$

Ainsi la notion du coefficient caractéristique R' permet de fixer d'une part la plus grande puissance compatible avec un bon rendement lorsque les données H' , N , δ_1 et u_1 sont fixées, d'autre part, la vitesse périphérique de la première roue du groupe à injection totale, lorsque la fraction de la puissance N_i , utilisée dans la partie à injection totale de la turbine, est déterminée par le calcul qui va suivre.

La partie à injection totale est alors déterminée dans les dimensions de ses deux roues extrêmes.

Pour fixer le nombre et les dimensions des roues intermédiaires, nous pouvons avoir recours à la notion d'un second coefficient caractéristique R le même que celui défini pour les turbines hydrauliques :

$$R = \frac{N_i N^2}{(2g)^{3/2} \delta_1 H'^{5/2}}$$

dont la valeur est connue dès que les données fondamentales N_i , N , H' et δ_1 sont fixées.

Dans cette formule :

- N_i représente la puissance de la partie à *injection totale* de la turbine envisagée,
- N le nombre de tours par minute imposé,
- δ_1 le poids spécifique du fluide à la sortie de la dernière roue,
- H' l'énergie totale disponible par kg. de fluide, dans la chute comprise entre l'entrée et la sortie de l'ensemble des roues à injection totale.

Nous allons montrer que, comme pour les turbines hydrauliques, toutes les turbines à vapeur qui sont dans leur partie à injection totale géométriquement semblables, ne peuvent conduire qu'à une seule valeur de R quelles qu'en soient les dimensions, du moment où l'on s'impose la condition du rendement maximum.

Désignons pour cela la vitesse périphérique d'une roue quelconque par u_1' et posons

$$u_1' = k u_1$$

u_1 étant la vitesse périphérique de la dernière roue.

Avec les notations précédemment admises, nous pouvons écrire, H_1' désignant la hauteur pour une chute quelconque :

$$Q = 2\pi r_1'^2 \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{u_1'}{x}$$

$$N_i' = \frac{\delta Q \times H_1'}{75} \times \eta_i = \frac{1}{2g} \frac{\delta Q}{75} \left(\frac{2g H_1'}{c_1'^2} \right) \frac{c_1'^2}{u_1'^2} \times u_1'^2 \times \eta_i$$

ou

$$N_i' = \frac{1}{2g} \frac{\delta Q}{75} M \frac{u_1'^2}{x^2} \times \eta_i$$

En remplaçant r_1' en fonction de u_1' et N , dans la valeur de Q , puis en substituant cette dernière dans la valeur de N_i' , il viendra

$$N_i' = \frac{60^2}{4\pi} \frac{\delta k^5}{75 g} \varepsilon \sin \alpha_1 M \times \eta_i \times \frac{u_1'^5}{N^2 x^3}$$

En faisant la somme des valeurs partielles N_i' , nous obtiendrons la valeur totale N_i , et en groupant dans le premier membre les valeurs qui dépendent des données, nous obtiendrons

$$g \frac{N_i N^2}{u_1^5 \delta_1} = \frac{1}{75} \frac{60^2}{4\pi} \Sigma \varepsilon k^5 \sin \alpha_1 \frac{M \times \eta_i}{x^3} \frac{\delta}{\delta_1} \quad (48)$$

Remarquons que

$$H_1' = M \frac{c_1'^2}{2g} = \frac{M k^2 u_1^2}{2g}$$

et

$$\Sigma H_1' = H' = \frac{u_1^2}{2g} \Sigma k^2 \frac{M}{x^2}$$

de laquelle valeur nous pouvons tirer u_1 , que nous substituerons dans l'expression (48).

Il viendra dans ces conditions

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta_1 (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = \frac{1}{75} \frac{60^2}{2\pi} \cdot \frac{\sum \varepsilon k^5 \sin \alpha_1 \frac{M \times \eta_i}{x^3} \cdot \frac{\delta}{\delta_1}}{\left[\sum \frac{k^2 M}{x^2} \right]^{5/2}} \quad (49)$$

Le second membre, comme on le voit, est une fonction de x , qui prend une valeur déterminée dès que l'on s'impose la condition du rendement maximum, abstraction faite de l'influence du facteur δ/δ_1 , qui peut avoir une certaine action lorsque l'on compare des turbines travaillant sous des chutes très différentes.

Comme le problème est de réaliser la plus petite valeur de R possible, puisque le type correspondant permettra d'utiliser pour un problème donné le plus petit nombre de roues, toute l'ingéniosité des constructeurs s'est portée vers la recherche des moyens d'abaisser la limite de R .

La notion que nous avons établie précédemment pour R' a permis de voir qu'il convenait tout d'abord de choisir une vitesse périphérique u_1 à la dernière roue, la plus grande possible, cela pour obtenir la plus grande valeur de $\frac{N_i N^2}{H'}$ que l'on puisse réaliser sans recourir au dédoublement de la dernière roue ou au dédoublement du dernier corps. Mais il faut en outre que les données du problème satisfassent à la relation (49).

En utilisant la combinaison qui conduit à la plus petite valeur de R possible, on pourra avec un nombre de roues donné, faire croître la partie de la chute, qui est utilisée dans le groupe à injection totale, car dans l'expression (49) N_i et H' désignent respectivement la puissance et la hauteur de chute correspondant à la partie de l'ensemble fonctionnant à injection totale.

Ainsi la connaissance des deux coefficients caractéristiques R et R' permet de montrer les limites d'utilisation possibles d'un type et de déterminer complètement la solution en fonction des données fondamentales

$$N_i, N, H' \text{ et } \delta_1$$

dès que l'on fixe, pour des raisons pratiques, la vitesse u_1 de la dernière roue (vitesse au rayon moyen de l'aubage).

CHAPITRE III.

LES POMPES CENTRIFUGES

§ 1. — Introduction

Les pompes centrifuges possèdent les avantages propres aux turbo-machines :

- 1° Faible poids et faible encombrement ;
- 2° Vitesse appropriée à celle des moteurs électriques qui les commandent et, comme conséquence, frais d'installation réduits.

A ces avantages s'en ajoutent d'autres tels que facilité de conduite et d'entretien, élasticité du système qui, pour un accroissement très faible du nombre de tours, peut donner des débits très supérieurs au débit normal.

La première pompe centrifuge date de 1867 ; conçue par *Appold*, ingénieur anglais, pour les faibles hauteurs et les grands débits, elle n'avait à l'origine qu'un rendement assez médiocre et un champ d'application très limité.

Les progrès de l'électricité aidant, le problème de l'exhaure par pompes mues électriquement s'imposa à l'attention des constructeurs. Ceux-ci cherchèrent tout d'abord à perfectionner la pompe à piston en portant sa vitesse à une valeur élevée pour permettre tout au moins, dans les fortes puissances, l'attaque directe.

Pratiquement, les nombres de 150 à 200 tours ne purent être dépassés en raison des effets d'inertie importants provoqués par le mécanisme bielle et manivelle, dans les colonnes liquides d'aspiration et de refoulement ; or, à ces vitesses, le moteur électrique restait relativement très encombrant et très coûteux : la pompe à piston à vitesse accélérée ne constituait donc qu'une solution incomplète, surtout pour les débits importants.

Entrant résolument dans une voie nouvelle, la maison *Sulzer* réussit, en 1900, à réaliser une installation, aux mines de Horcajo, en Espagne, de trois pompes, à plusieurs roues en série chacune, qui, établies à trois étages successifs, étaient capables, en refoulant l'une dans l'autre, de donner une hauteur totale d'élévation de 388 m. pour un débit de 4 m³, 8 par minute.

A la suite de ce succès, de nombreux constructeurs s'ingénièrent à perfectionner la pompe centrifuge à étages de pression ; la solution préconisée par *Rateau*, du type multicellulaire à ouïes orientées d'un même côté, prévalut bientôt, et l'introduction du piston d'équilibrage automatique de la poussée axiale, en supprimant les difficultés rencontrées à l'origine par l'emploi des butées, assura le succès définitif du système.

A l'heure actuelle, grâce aux progrès réalisés dans la construction des moteurs électriques à très grande vitesse angulaire, il est possible de refouler d'un seul jet, à 600 ou 700 m. de hauteur, avec des rendements de 0,76 à 0,78 et des puissances atteignant 600 à 700 chevaux.

Les pompes centrifuges à haute pression sont utilisées non seulement à l'épuisement des mines, mais encore à l'alimentation des châteaux d'eau, des batteries de chaudières et même des presses hydrauliques.

C'est dire qu'on les rencontre en très grand nombre dans l'industrie, et que leur étude ne présente pas moins d'intérêt que celle des turbines.

§ 2. — Description schématique et classification des différents types

Les turbo-pompes peuvent se classer de la manière suivante :

- 1° Pompes axiales ou hélicoïdes (fig. 60) ;
- 2° Pompes hélico-centrifuges (fig. 61) ;
- 3° Pompes centrifuges (fig. 62).

Les premières sont appropriées pour les très grands débits et les très faibles hauteurs ; les secondes, pour les grands débits et les hauteurs moyennes ; les dernières, pour les faibles débits et les grandes hauteurs.

On peut distinguer, suivant l'orientation de l'axe :

- 1° Les pompes verticales ;
- 2° Les pompes horizontales.

Quel que soit le type, on y trouve toujours les deux éléments suivants :

1° La *roue cloisonnée*, mettant en mouvement le fluide et lui communiquant une partie de l'énergie potentielle de pression que la pompe est chargée de fournir ;

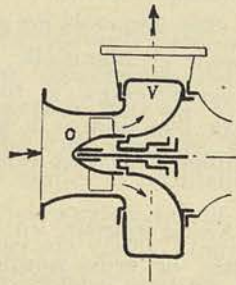


FIG. 60

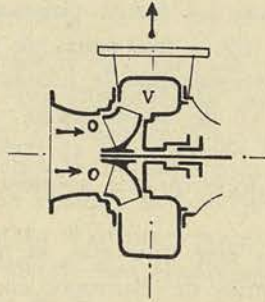


FIG. 61

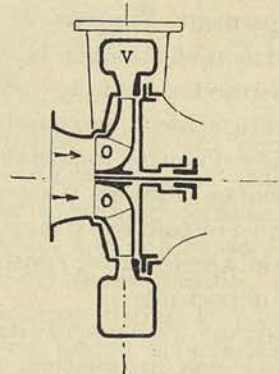


FIG. 62

2° Le *diffuseur*, recueillant le fluide à la sortie de l'organe mobile et ramenant sa vitesse à une valeur relativement faible, de façon à transformer ainsi une partie de l'énergie cinétique acquise en énergie potentielle.

Le distributeur, organe essentiel dans les turbines hydrauliques, est ici presque toujours supprimé, l'eau étant amenée librement à l'ouïe de la roue par un tuyau convergent prolongeant le tuyau d'aspiration.

Dans les pompes à grand débit, le diffuseur est souvent constitué par deux parois parallèles ou divergentes, *non cloisonnées*, entre lesquelles le fluide s'engage au sortir de la roue. Une *volute v* entoure le diffuseur pour recueillir le fluide et le diriger vers le tuyau de refoulement.

Nous verrons, après l'exposé de la théorie, comment on peut préciser la classification des pompes d'après leur débit et leur hauteur.

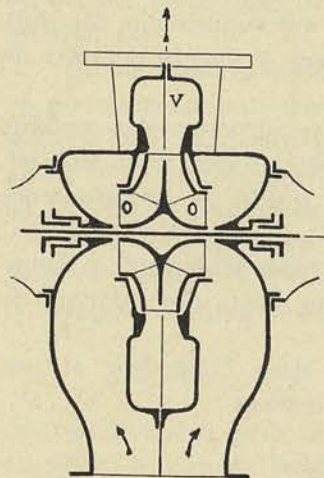


FIG. 63

Cette classification doit tenir compte, non seulement des facteurs Q et H , débit et hauteur, mais d'un troisième facteur N , nombre de tours.

C'est ainsi que les figures 60, 61 et 62 représentent respectivement trois pompes capables de fournir le même débit à la même hauteur, mais en tournant à des nombres de tours N de plus en plus faibles, par exemple :

3000, 2000 et 900

pour fixer les idées.

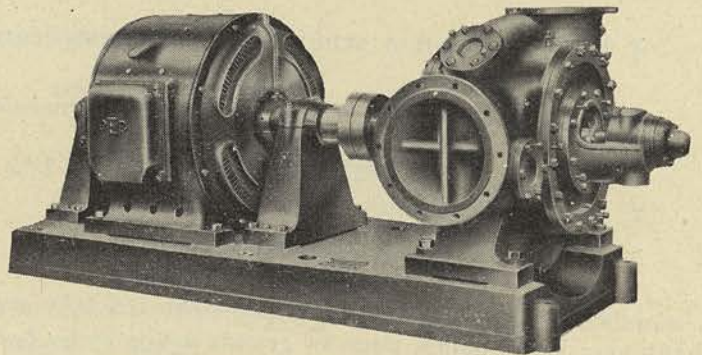


FIG. 64

La première peut être classée pourtant parmi les pompes à très basse pression, la deuxième parmi les pompes à moyenne pression, la troisième parmi les pompes à haute pression.

Lorsque le nombre de tours est imposé, on peut toujours réaliser un débit double, la hauteur et le nombre de tours restant invariables, par l'utilisation d'une pompe à double ouïe du type représenté par la figure 63.

La figure 64 donne la vue d'une telle pompe, construite par les *Ateliers de Construction d'Ensisval, à Pepinster*. Cette pompe réalise, à une vitesse de 970 t/m., un débit de 1000 m³/h., avec une hauteur manométrique de 38 m.

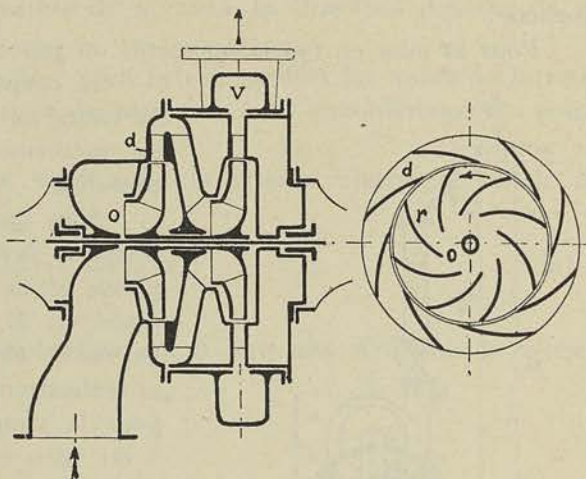


FIG. 65

Si la hauteur doit être doublée, le débit restant inchangé, on peut, sans rien modifier aux conditions de fonctionnement, et partant au rendement, adopter le type multicellulaire à deux roues en tension (fig. 65).

Celles-ci sont séparées par une pièce intercalaire spéciale, faisant communiquer la sortie du diffuseur de la première avec l'ouïe de la seconde.

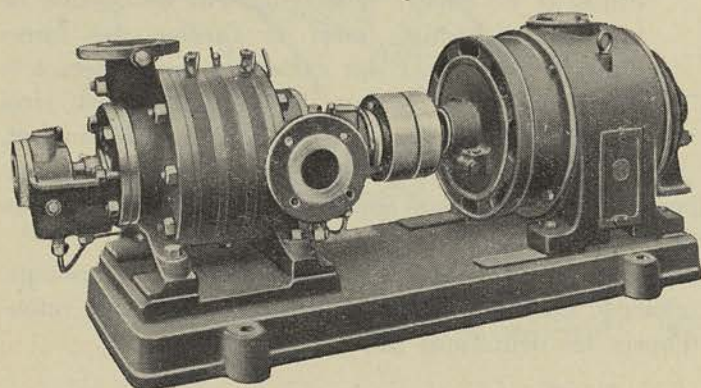


FIG. 66

La figure 66 donne la vue d'une pompe de mine à plusieurs roues en tension, construite par les ateliers cités ci-dessus, pour des débits moyens et de très fortes pressions.

§ 3. — Théorie physique des pompes centrifuges

Nous n'envisagerons, dans la théorie élémentaire, que le cas des pompes centrifuges, en faisant toutefois cette remarque que la théorie s'applique d'une façon suffisamment approchée, au cas de pompes hélico-centrifuges.

Considérons une pompe à axe horizontal installée sur sa fondation, prenant l'eau dans le puisard, dont le niveau se trouve à une profondeur h_1 , sous l'axe, et refoulant cette eau à une hauteur h_2 au-dessus de l'axe (fig. 67). L'installation comporte normalement :

1° Une *crépine* destinée à éviter l'entrée dans la pompe de corps étrangers, de gros volume ;

2° Un *clapet de pied* s'ouvrant automatiquement dès que la dépression créée par la pompe devient suffisamment grande, et permettant au moment de la mise en marche, de maintenir le corps de pompe et la tuyauterie d'aspiration remplis d'eau ;

3° Une *vanne de refoulement* permettant d'isoler le corps de pompe de la tuyauterie de refoulement au moment de la mise en marche, et de régler le débit de marche normale.

Pour la mise en fonctionnement, on procède comme suit :

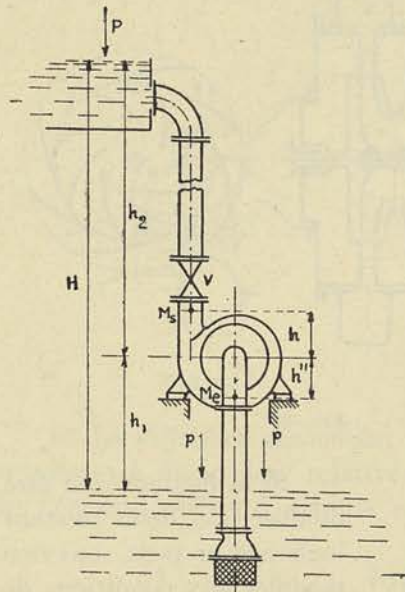


FIG. 67

Le corps étant rempli d'eau et bien purgé d'air, la vanne de refoulement étant fermée, on met l'axe en mouvement à la vitesse constante de N tours/minute.

Sous l'action de la force centrifuge, une différence de pression s'établit entre l'ouïe et la périphérie et la pression indiquée par le manomètre placé en M_s prend rapidement une valeur stable. On ouvre alors la vanne progressivement, jusqu'à la réalisation du débit imposé, débit qui est obtenu pour la vanne complètement ouverte si la pompe a été bien calculée.

Lorsque la pompe débite, la différence des pressions entre l'entrée de la roue et la sortie du diffuseur ne résulte plus seulement de l'action de la force centrifuge, mais de l'action des forces d'inertie provenant des variations de vitesses à la fois dans la roue et dans le diffuseur; c'est ainsi que, dans ce dernier, la vitesse du fluide diminuant, la pression va croissant, l'augmentation d'énergie

potentielle étant égale à la diminution de l'énergie cinétique du fluide, abstraction faite des pertes par frottement.

Si nous désignons par H' la hauteur d'élévation réellement créée par la pompe, par T'_f et T''_f les pertes de charges, dans les conduites d'aspiration et de refoulement, nous pourrions écrire, d'après les définitions mêmes :

$$H' = H + T'_f + T''_f$$

Nous établirions, dans le deuxième fascicule, que la valeur de H' peut être déterminée en fonction des pressions relevées en M_s et M_e et des vitesses du fluide en ces points c_s et c_e , par la relation

$$H' = v(p_s - p_e) + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) + (h' + h''). \quad (50)$$

On peut donc mesurer H' au moyen des lectures faites à deux manomètres placés l'un à l'entrée, l'autre à la sortie, à la condition de connaître le débit et les sections en e et s ; si ces sections sont équivalentes, on aura

$$H' = v(p_s - p_e) + (h' + h''). \quad (50b)$$

Le débit Q étant connu, on peut examiner ce qui se passe dans le distributeur, la roue et le diffuseur, en utilisant le théorème de la composition des vitesses. En régime permanent, on peut, en effet, calculer c_o , tout au moins si l'angle α_o que font les filets fluides avec la direction positive de la vitesse d'entraînement, peut être déterminé; dans ce cas :

$$c_o = \frac{Q}{2\pi r_o l_o \sin \alpha_o} \quad (51)$$

Connaissant c_0 et u_0 , la vitesse d'entraînement à l'ouïe, il est possible d'en déduire w_0 par la construction du triangle des vitesses à l'entrée. Nous désignerons par β_0 l'angle que fait la direction positive de w_0 avec la direction positive de u_0 (fig. 68).

Pour réduire les remous à l'entrée, il y aura lieu de profiler les aubes de la roue de telle façon que la tangente au dos et la tangente à la circonférence au point d'entrée fassent le même angle β_0 .

L'angle de sortie des aubes étant égal à β_1 , la vitesse relative de sortie w_1 pourra se déterminer par la relation

$$Q = 2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \quad (52)$$

qui exprime la continuité du débit.

Combinant w_1 avec la vitesse périphérique u_1 , il sera aisé d'obtenir la vitesse absolue de sortie c_1 .

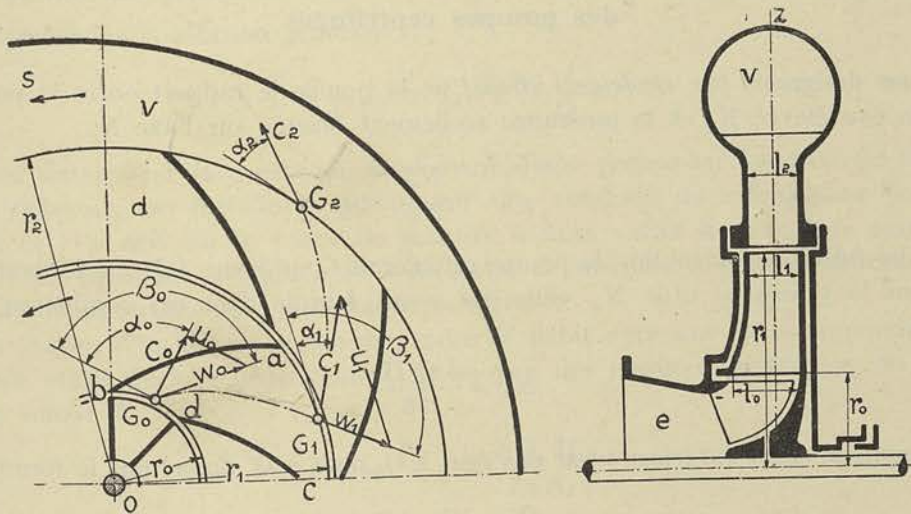


FIG. 68

L'angle α_1 est donc connu; pour réduire au minimum les pertes par choc et tourbillonnement à l'entrée, il faudra profiler les aubes du diffuseur de façon que la tangente au dos de celle-ci, fasse avec la tangente à la circonférence, le même angle α_1 .

La vitesse c_2 à la sortie du diffuseur, pourra se déterminer en fonction de α_2 de r_2 et l_2 par la relation

$$c_2 = \frac{Q}{2\pi r_2 l_2 \sin \alpha_2} \quad (53)$$

Par un choix convenable de l_2 et α_2 , on pourra obtenir une vitesse c_2 égale à une fraction relativement faible de c_1 (1/3 ou 1/4 par exemple), ce qui permettra de transformer ainsi en énergie potentielle la plus grande partie de l'énergie cinétique disponible à la sortie de la roue.

Si nous désignons par p_0 , p_1 et p_2 les pressions à l'entrée de la roue, à la sortie de la roue et à la sortie du diffuseur, nous aurons :

$$p_2 > p_1 > p_0$$

Une différence de pression existant entre l'ouïe et la périphérie de la roue, une partie du fluide qui traverse celle-ci fera retour à l'ouïe par le jeu qui existe néces-

sairement entre la roue et l'enveloppe, au diamètre de l'ouïe. Comme, pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale, un second joint est nécessaire du côté opposé à l'ouïe, on peut dire qu'une fuite sensiblement équivalente à la première fera retour également à l'ouïe par la communication établie à travers le moyeu, entre les deux faces de la roue.

Si nous désignons par f la quantité d'eau qui passe par seconde à travers les deux joints, par Q' le débit extérieur, nous aurons pour débit réel de la roue

$$Q = Q' + f \quad (54)$$

Dans l'étude des turbines hydrauliques, nous n'avons pas cru devoir faire une distinction entre le débit extérieur et le débit réel, parce qu'avec les roues larges ordinairement employées, la valeur de f est relativement faible par rapport à Q .

§ 4. — Rendement, courbes caractéristiques et coefficient caractéristique des pompes centrifuges

Nous désignons par *rendement effectif* de la pompe le rapport entre la puissance utile en eau élevée N_u et la puissance réellement fournie sur l'axe N_e

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_e} \quad (55)$$

Si les fuites étaient nulles, la pompe refoulerait Q m³/heure à H' m. de hauteur (1). Appelons la puissance utile N_u celle qui serait fournie dans ces conditions par la pompe

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (56)$$

Comme le débit extérieur n'est pas égal à Q , mais à Q' donné par la formule (54)

$$Q' = Q - f,$$

nous devons distinguer le rendement réel du rendement effectif. Le *rendement réel* η aura pour valeur, par définition :

$$\eta = \frac{\delta(Q-f)H'}{75 N_e} = \frac{\delta Q H'}{75 N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right); \quad (57)$$

d'où nous tirons la relation :

$$\eta = \frac{N_u}{N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right) = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (58)$$

Dans la puissance N_e , nous pouvons distinguer :

1° La puissance N_o absorbée par les pertes externes : frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages (N''_f), frottement des flasques de la roue dans le fluide ambiant (N'_f);

2° La puissance N_i absorbée par la mise en mouvement de l'eau à travers la roue.

(1) La valeur H' représenterait la hauteur d'élevation si les pertes de charge étaient nulles; comme ce qui nous intéresse n'est pas le rendement de l'installation, mais le rendement de la pompe seule, il convient donc d'introduire dans l'expression de N_u , H' et non H .

Nous pourrions donc poser

$$N_e = N_i + N_o \tag{59}$$

et calculer :

$$\eta = \frac{N_u}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} \left(1 - \frac{f}{Q}\right)$$

en fonction des rapports $\frac{N_u}{N_i}$ et $\frac{N_i}{N_e}$ qui représentent respectivement, par analogie avec ce qui s'est fait dans l'étude de la machine réceptrice à piston, le *rendement indiqué* et le *rendement organique*.

En posant

$$\frac{N_u}{N_i} = \eta_i \qquad \frac{N_i}{N_e} = \eta_o$$

nous obtiendrons la relation générale :

$$\eta = \eta_i \times \eta_o \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \tag{60}$$

Pour déterminer la courbe de rendement d'une pompe en fonction du débit, à vitesse *constante*, on installe la pompe sur une conduite de refoulement de faible hauteur et l'on agit sur la vanne de manière à faire varier la résistance extérieure. On note les pressions à l'entrée et à la sortie de manière à pouvoir déterminer la hauteur manométrique H' pour chaque ouverture.

Au moyen d'un déversoir, on détermine le débit extérieur Q' correspondant. La puissance étant évaluée généralement au moyen des mesures électriques, on pourra fixer la valeur de

$$H' \text{ et } \eta = \frac{\delta Q' H'}{75 N_e}$$

et tracer, en fonction de Q' , les courbes donnant ces deux valeurs. On obtient des courbes telles que 1 et 2 de la figure 69. Si l'on opère avec une vitesse N' plus grande, on obtient d'autres courbes analogues 1' et 2'.

Si on trace les courbes de $\frac{H'}{N^2}$ et η en fonction de $\frac{Q'}{N}$, on constate cette fois que les courbes 1 et 1', 2 et 2' se superposent très approximativement (fig. 70).

Nous en concluons que si, dans une pompe existante, on fait varier le débit proportionnellement à la vitesse de rotation, la hauteur manométrique croît comme le carré de ce nombre de tours, tandis que le rendement reste constant.

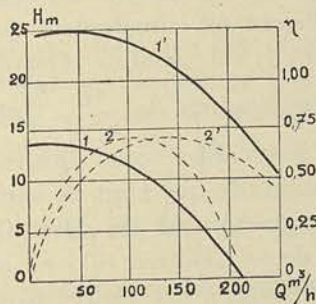


FIG. 69

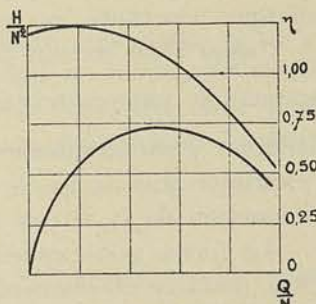


FIG. 70

L'allure des courbes dépend des formes adoptées pour l'aubage de la roue et du diffuseur, ainsi que des dimensions générales de la pompe.

Si, au lieu de porter en ordonnée $\frac{H'}{N^2}$ et en abscisse $\frac{Q'}{N}$, nous portons respecti-

vement $\frac{2gH'}{u_1^2}$ proportionnel à $\frac{H'}{N^2}$ et $x = \frac{w_1}{u_1}$ proportionnel à $\frac{Q'}{N}$, nous obtiendrons deux nouvelles courbes valables cette fois pour toutes les pompes géométriquement semblables (fig. 71).

Les courbes du coefficient $\frac{2gH'}{u_1^2}$ que nous désignerons sous le nom de *coefficient manométrique*, et du rendement η sont caractéristiques d'un type donné. Le coefficient x est désigné sous le nom de *coefficient de débit*.

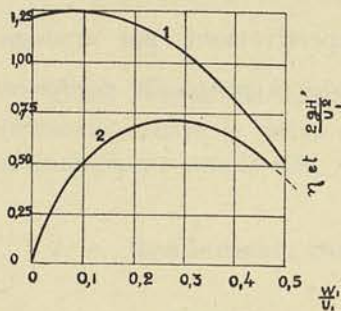


FIG. 71

Cette propriété est analogue à celle que nous avons fait ressortir pour les turbines hydrauliques.

On conçoit, dès lors, l'importance qu'il y a de connaître les courbes caractéristiques expérimentales d'un type donné, puisque celles-ci sont valables pour toutes les pompes de ce type, quelles qu'en soient les dimensions.

Cette propriété remarquable a été mise en relief, en 1892, dans un traité intitulé : *Considérations sur les turbo-machines, et particulièrement sur les ventilateurs*, par Rateau, qui y déduisait de considérations théoriques, la relation fondamentale suivante :

$$\frac{gH'}{u_1^2} = f\left(\frac{Q}{u_1 r_1^2}, \theta\right) \quad (61)$$

relation dans laquelle

- H' désigne la hauteur manométrique d'élévation,
- Q le débit,
- u_1 la vitesse périphérique,
- r_1 le rayon intérieur de la roue,
- θ un symbole qui dépend des formes de la turbo-machine, mais qui est indépendant des unités de longueur et de temps.

Cette relation montre, en effet, que le coefficient $\frac{gH'}{u_1^2}$ que Rateau a appelé *pouvoir manométrique*, reste le même, quel que soit le débit Q , si l'on fait varier la vitesse périphérique u_1 proportionnellement au débit; que pour une vitesse périphérique constante, ce coefficient est simplement fonction du débit.

Jusqu'à un certain point, il est possible d'en déduire également que la courbe du pouvoir manométrique en fonction de $\frac{Q}{u_1 r_1^2}$ est valable pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables, quel que soit le diamètre de la roue, et d'exprimer ainsi la loi de similitude qui régit la variation du pouvoir manométrique en fonction de la vitesse périphérique et du débit Q , pour un type donné.

La forme non explicite de la fonction (61) ne permet pas toutefois de conclure d'une manière absolument certaine à cet égard. Nous montrerons d'ailleurs, dans le cinquième fascicule, que cet énoncé ne peut constituer qu'une première approximation.

Grâce, en effet, à la méthode analytique que nous avons utilisée, nous avons pu établir la valeur explicite du coefficient $\frac{2gH'}{u_1^2} = M$, que nous désignons sous le nom de *coefficient manométrique*, ainsi que la valeur du coefficient $\frac{gT_i}{u_1^2} = P$, que l'on peut

appeler le *coefficient de puissance*, T_i désignant le travail fourni à la roue par kg. de fluide débité, abstraction faite des pertes externes $\left(T_i = \frac{75 N_i}{8 Q}\right)$.

De plus, il est possible de montrer qu'il existe pour les pompes comme pour les turbines hydrauliques un coefficient caractéristique R pour un type donné, coefficient dont la valeur peut être déterminée d'autre part en fonction des données Q , H' et N par la relation

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}}$$

En effet, de la relation du débit

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 \omega_1 \quad (52)$$

on peut déduire

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

en remplaçant l_1 par εr_1 et ω_1 par $x u_1$.

Éliminons r_1 en fonction de u_1 par la relation

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1,$$

puis tirons de la relation

$$\frac{2g H'}{u_1^2} = M,$$

la valeur de u_1 puis de u_1^3 , nous obtiendrons finalement en groupant dans le premier membre les quantités qui dépendent des données

$$Q, H', N,$$

la valeur du coefficient que nous désignons ci-dessus par R et qui est bien caractéristique d'un type donné :

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}} = \frac{60^2}{2 \pi} \varepsilon \sin \beta_1 \frac{x}{M^{3/2}} \quad (62)$$

Le second membre ne dépend, en effet, que des proportions, des angles et de x , et si nous nous imposons la condition que la pompe fonctionne au rendement maximum, x n'a qu'une valeur possible : le second membre est donc déterminé pour chaque type, et partant, pour répondre à un problème posé, dans lequel les trois quantités

$$Q, H', N,$$

sont des données, *il ne suffit pas de faire varier les dimensions, il faut encore faire varier les proportions, c'est-à-dire le type*. Comme aux environs du maximum le rendement varie peu, il est pratiquement possible de réaliser avec un même type des valeurs de R comprises entre des limites assez étendues, de façon qu'avec un nombre limité de types, on puisse répondre à toutes les données conduisant à une valeur de R comprise entre deux valeurs extrêmes, ainsi que nous l'avons déjà fait ressortir pour le cas des turbines hydrauliques.

CHAPITRE IV

LES VENTILATEURS CENTRIFUGES

§ 1. — Introduction

Dans l'étude des turbo-machines réceptrices mettant en mouvement un fluide compressible, il y a lieu de distinguer les ventilateurs, des turbo-soufflantes et des turbo-compresseurs : les premiers n'ayant d'autre but que de déplacer un fluide à travers un local à ventiler sans changer sensiblement sa pression, les autres étant destinés, au contraire, à porter un fluide de la pression atmosphérique à une pression notablement plus forte, en vue de son utilisation ultérieure.

Pour les premiers, il est possible de considérer la densité du fluide comme pratiquement constante, pendant l'évolution qu'il subit en traversant l'appareil, et partant, d'appliquer intégralement à leur étude la théorie exposée à propos des turbo-pompes.

Les ventilateurs ont été employés couramment bien avant que les autres turbo-machines aient pris rang dans l'industrie, en raison des applications particulièrement heureuses et importantes qu'on avait pu en faire dans l'exploitation des mines. A l'origine l'aérage mécanique des mines avait été réalisé par des appareils volumogènes, à pistons hydrauliques d'abord, du type rotatif ensuite. Ces appareils, relativement délicats pour les grandes dimensions, exigeaient beaucoup d'entretien et de surveillance. Aussi furent-ils assez rapidement remplacés par des appareils fonctionnant sur le principe des turbo-machines.

Constitués lors des premières applications par des roues à double ouïe, à parois parallèles, débitant directement dans l'atmosphère et sur toute la périphérie (fig. 5), ces ventilateurs rudimentaires n'avaient forcément qu'un rendement médiocre. C'est

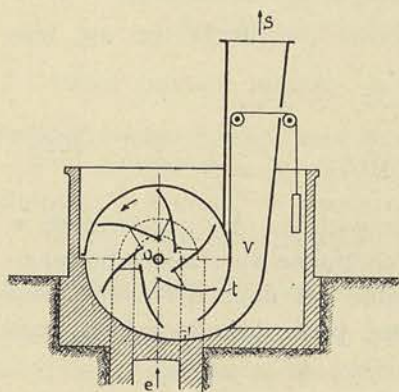


FIG. 72

à *Guibal* que l'on doit le perfectionnement essentiel de celui-ci, au point de vue du rendement et du pouvoir manométrique ; c'est lui, en effet, qui en 1855, compléta le ventilateur primitif dont nous venons de parler, par l'adjonction d'une enveloppe cylindrique entourant la roue sur la plus grande partie de la circonférence, en laissant déboucher le flux d'air au pied d'une cheminée évasée formant diffuseur (fig. 72).

Ce ventilateur, calculé généralement avec des vitesses de rotation relativement faibles, 60 à 80 tours par minute, pour fixer les idées, était relativement volumineux ; de plus, la discontinuité provoquée dans l'écoulement du fluide par la forme

même de l'enveloppe, déterminait un ronflement caractéristique assez désagréable et une diminution de l'efficacité de la récupération d'énergie obtenue au moyen de la cheminée.

C'est à *Rateau* que l'on doit le tracé rationnel actuel de l'enveloppe avec son diffuseur à l'entrée et le tracé spiraliforme permettant une transformation progressive de l'énergie cinétique en énergie potentielle de pression.

§ 2. — Description schématique et classification des différents types

Les ventilateurs construits actuellement en vue de nombreuses applications industrielles peuvent se classer de la manière suivante :

1° Ventilateur hélicoïde (fig. 73), convenant pour les faibles dépressions et les grands débits ;

2° Ventilateur hélico-centrifuge (fig. 74), approprié aux dépressions et aux débits moyens ;

3° Ventilateur centrifuge (fig. 75), utilisé pour les fortes dépressions et les faibles débits.

Les éléments constitutifs de ces ventilateurs sont identiques à ceux des pompes de même type : roue cloisonnée, avec ou sans diffuseur, toujours avec volute pour les types hélico-centrifuges et centrifuges.

Dans le type hélico-centrifuge représenté figure 74, le diffuseur est supprimé. Avec le type centrifuge, le diffuseur existe généralement, mais il est constitué par des parois parallèles non cloisonnées (fig. 75).

Les figures 76 et 77 donnent la vue d'un ventilateur centrifuge de construction courante : le premier avec volute en fonte, le second avec volute en tôle rivée sur cornières cintrées, l'enveloppe étant reliée à une sorte de caisson constituant le bâti proprement dit sur lequel viennent s'appuyer les paliers de support de l'arbre.

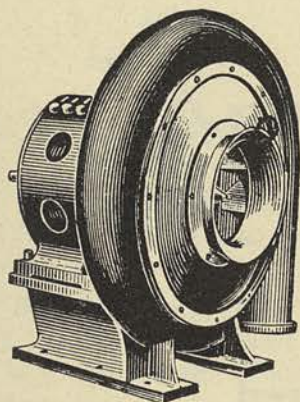
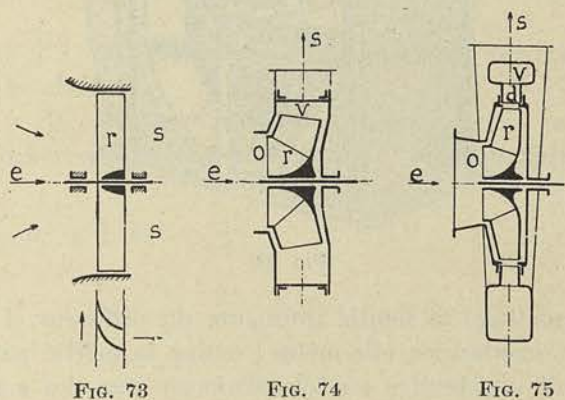


FIG. 76

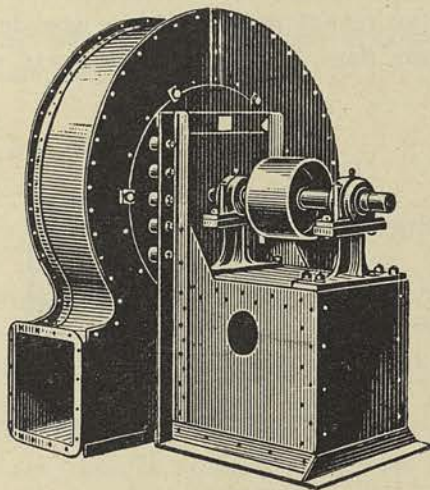


FIG. 77

La figure 78 représente un ventilateur du type hélico-centrifuge avec volute également en tôle rivée et avec arbre supporté du côté opposé à la commande.

Le ventilateur hélicoïde est généralement réalisé sous la forme indiquée figure 79, tout au moins pour les petites et les moyennes dimensions.

Avec les dimensions importantes atteintes par les ventilateurs de mines du type

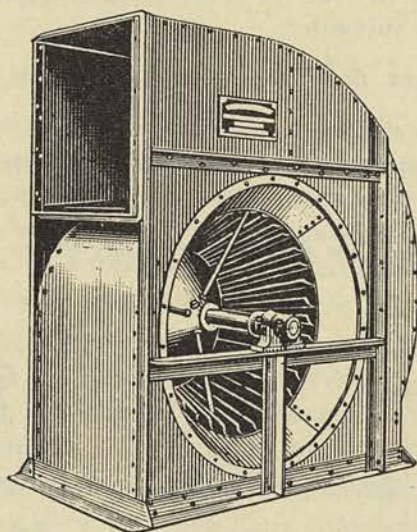


FIG. 78

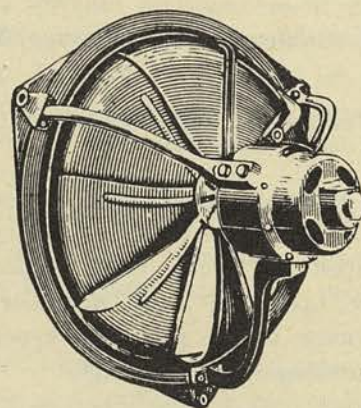


FIG. 79

centrifuge la moitié inférieure du diffuseur et de la volute est souvent réalisée dans la maçonnerie elle-même ; seules, la moitié supérieure de l'enveloppe et la cheminée sont construites en tôle renforcée par des cornières.

§ 3. — Théorie physique des ventilateurs

Rendement et courbes caractéristiques. — A la différence des pompes centrifuges, dont le rôle est généralement d'élever une certaine quantité Q m³/sec. à la hauteur géométrique H m., les ventilateurs n'ont d'autres but que de débiter Q m³/sec. à travers un circuit présentant une grande résistance, mais sans dénivellation, le fluide étant pris dans l'atmosphère et rejeté dans celle-ci sensiblement au même niveau.

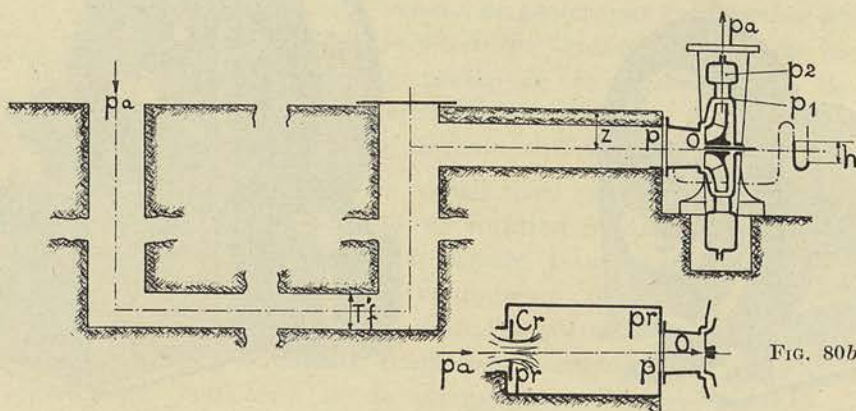


FIG. 80

La figure 80 donne le schéma d'installation d'un ventilateur faisant circuler à travers la mine par le puits d'extraction et le puits de retour, l'air pris dans l'atmosphère.

Il résulte de là que la hauteur manométrique H' , que le ventilateur doit fournir pour une telle installation, est égale (1) à la perte de charge T'_f , provoquée par les résistances que la mine oppose au déplacement du flux, augmentée de la perte résultant du fait que chaque kg. pris dans l'atmosphère au repos, est rejeté dans l'atmosphère à une certaine vitesse : c_s .

$$H' = T'_f + \frac{1}{2g} c_s^2 \quad (63)$$

Cette valeur de H' peut être déterminée en fonction de la pression en e par la relation (50) :

$$H' = v(p_a - p_e) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2)$$

dans laquelle on néglige le terme $(h' + h'')$, qui représente ici la distance verticale comprise entre l'axe et l'extrémité de la cheminée.

On pourra déterminer directement $v(p_a - p_e)$ au moyen d'un manomètre à eau, à air libre, branché en e ; si h est la différence de niveau constatée, nous pourrons poser

$$p_a = p_e + \delta_e h$$

d'où nous tirerons

$$p_a - p_e = \delta_e h, \quad v(p_a - p_e) = \frac{\delta_e}{\delta} h$$

et

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (64)$$

δ_e représentant le poids spécifique de l'eau,

δ le poids spécifique du fluide déplacé.

Dans l'hypothèse où le fluide déplacé est de l'air à la pression atmosphérique normale (760 mm.) et la température normale 15°,

$$\frac{\delta_e}{\delta} \times h = \frac{1000}{1,22} h = 820 h$$

La hauteur manométrique H' est ainsi exprimée en mètres d'air à densité égale à 1,22 environ, à la température de 15°.

Si l'on fait fonctionner le ventilateur, non sur la mine, mais sur une chambre dont l'orifice d'entrée (fig. 80 b) est réglable, il sera toujours possible de faire varier les dimensions de celui-ci de telle façon que le ventilateur indique la même valeur de H' pour le même nombre de tours. Comme on peut dire que si N et H' sont les mêmes, le ventilateur débite le même volume Q m³/sec., on voit que l'orifice peut jouer le même rôle au point de vue résistance, que la mine, d'où le nom d'*orifice équivalent*. Cette notion n'est exacte que si la chambre est suffisamment spacieuse pour que l'énergie du flux sortant de l'orifice soit perdue par tourbillonnement; dans ce cas seul, en effet, le ventilateur puisera l'air dans la chambre, à l'autre extrémité,

(1) Abstraction faite de l'influence de l'aérage naturel.

comme si cet air était à la pression p_r , qu'il avait à la sortie de l'orifice. Nous reviendrons sur cette question dans le septième fascicule consacré au calcul des ventilateurs.

Il est tout à fait inutile, en dehors des précisions que nous venons d'introduire relativement à la *hauteur manométrique* et à l'*orifice équivalent* du ventilateur, de reprendre l'analyse du fonctionnement de ces turbo-machines. Tout ce que nous avons dit à propos des pompes est applicable intégralement au ventilateur, en raison des faibles variations de pression que subit le fluide, en passant à travers celui-ci; on peut en effet, négliger totalement la variation du poids spécifique, et raisonner sur l'air comme sur un fluide incompressible.

Les définitions adoptées pour les différents rendements, de même que les formules qui en expriment les valeurs, peuvent être conservées à la condition d'entendre par hauteur manométrique H' , la hauteur exprimée en mètres du fluide déplacé.

Comme pour les turbo-pompes on peut énoncer que la courbe du coefficient manométrique, la courbe du rendement et la courbe du coefficient caractéristique tracées en fonction du coefficient de débit pour un ventilateur déterminée, sont vraies pour tous les ventilateurs du même type. *On peut même aller plus loin et dire que pour un ventilateur géométriquement semblable à une pompe, la courbe du coefficient manométrique est sensiblement la même que celle observée dans cette dernière, la différence n'étant que de quelques % dans les limites d'utilisation courantes.*

La notion du coefficient caractéristique R , défini et établi pour les pompes centrifuges, subsiste évidemment, et si l'on se reporte à la formule (62), qui en fixe la valeur, on peut voir que pour faire grandir R il faut agir en ordre principal sur la valeur de ε , c'est-à-dire sur la largeur: de là les différents types que nous venons de décrire, qui vont du ventilateur étroit du type centrifuge au ventilateur hélicoïde, en passant par le ventilateur hélico-centrifuge large représenté par la figure 78; le type centrifuge est approprié aux faibles valeurs de R (c'est-à-dire faible débit et grande hauteur), le type hélico-centrifuge et hélicoïde convenant pour les fortes valeurs de R (correspondant aux grands débits et faibles hauteurs).

CHAPITRE V

LES TURBO-SOUFFLANTES ET LES TURBO-COMPRESSEURS

§ 1. — Introduction

Lorsque la différence de la pression entre l'entrée et la sortie du ventilateur atteint 1 m. d'eau, il n'est plus possible de faire abstraction de la variation du volume spécifique pour le calcul des ventilateurs.

Même en adoptant une valeur moyenne entre l'entrée et la sortie, pour la vitesse spécifique, on peut faire une erreur appréciable si la variation de pression dépasse notablement 1 m. d'eau.

Pour ces machines il est donc indispensable de tenir compte de la variation du volume spécifique dans les équations de la théorie et partant d'exposer à nouveau les éléments de celle-ci.

Les turbo-soufflantes sont utilisées couramment aujourd'hui à l'alimentation des hauts-fourneaux, des petits convertisseurs, etc.; les turbo-compresseurs sont employés pour le soufflage dans les cornues d'aciéries, l'alimentation en air comprimé des mines importantes, etc. On emploie aujourd'hui avec succès les soufflantes centrifuges pour le balayage des moteurs Diesel à deux temps.

§ 2. — Description schématique des différents types

Généralement, les turbo-soufflantes comportent plusieurs roues en tension.

Pour les applications de faible importance et lorsque les données n'exigent que l'emploi de deux roues en tension, on peut se borner à utiliser deux ventilateurs ordinaires du type de celui représenté figure 76, commandés par un moteur unique, le premier des ventilateurs refoulant à l'aspiration du second.

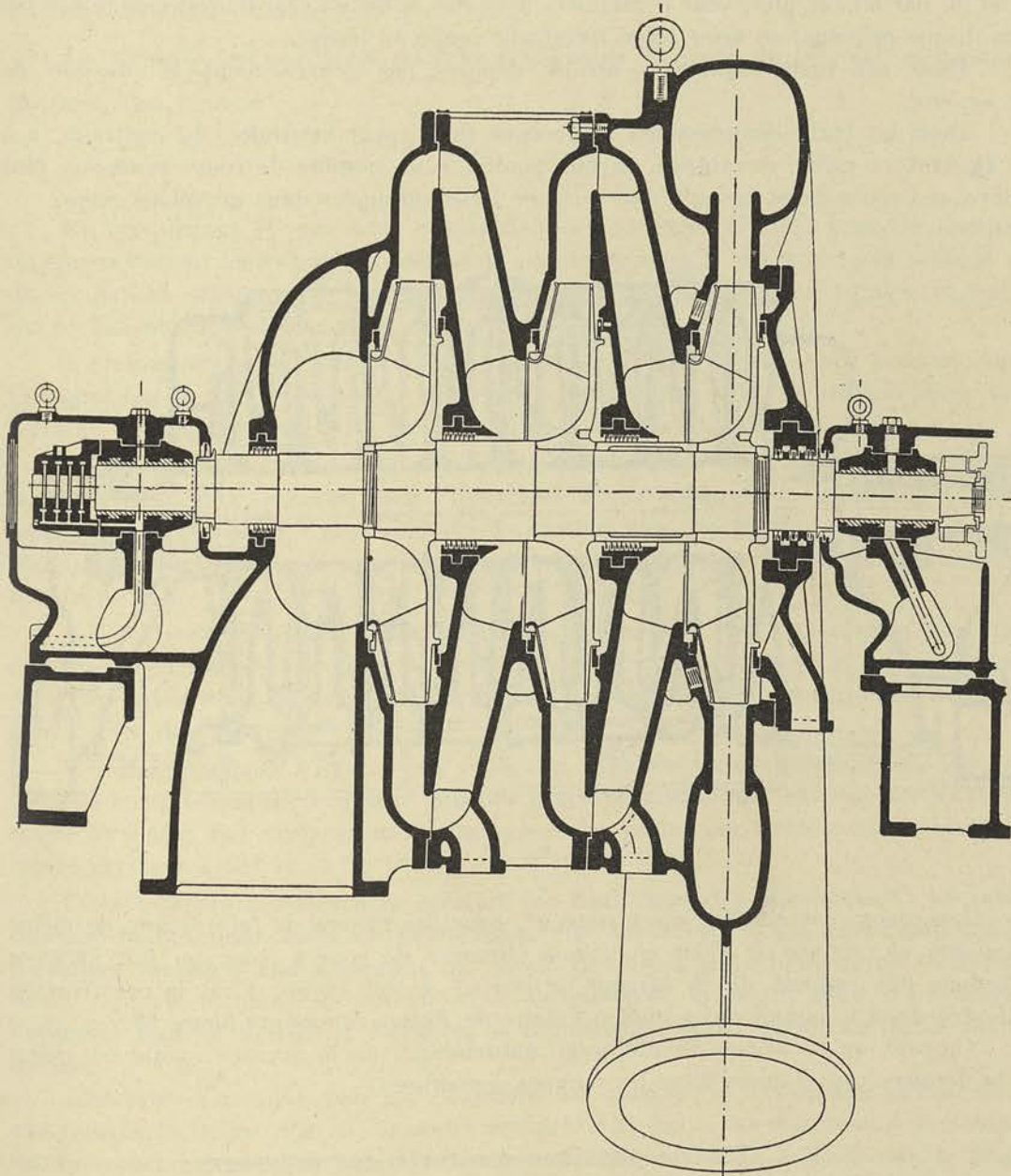


FIG. 81

Si le calcul montre qu'il faut plus de deux roues en tension, la solution simple que nous venons d'indiquer n'est plus possible, et l'on a recours, comme pour les

pompes, à une construction spéciale : les roues sont calées sur un arbre unique et le diffuseur de l'une des roues est relié à l'ouïe de la roue suivante au moyen de conduits appropriés ménagés dans une pièce intercalaire spéciale.

La figure 81 montre la disposition adoptée pour une turbo-soufflante, à trois roues, construite par la *Société des Appareils Rateau*; cette turbo-soufflante est attaquée directement par une turbine à vapeur, et comme on peut le voir, les paliers sont, comme ceux de la turbine, construits avec une lubrification sous pression.

Dans ces appareils, les roues, qui tournent avec des vitesses périphériques de 150 m. par sec. et plus, sont construites avec des aubes en tôle mince, rapportées sur un disque principal en acier forgé fortement renflé au moyeu.

Dans ces turbo-soufflantes on ne dépasse pas généralement la pression de 1 kg./cm².

Dans les turbo-compresseurs la pression finale peut atteindre, au contraire, 3 à 7 kg./cm², et même davantage, ce qui conduit à un nombre de roues beaucoup plus élevé, ces roues étant jusqu'à une certaine limite groupées dans un même corps.

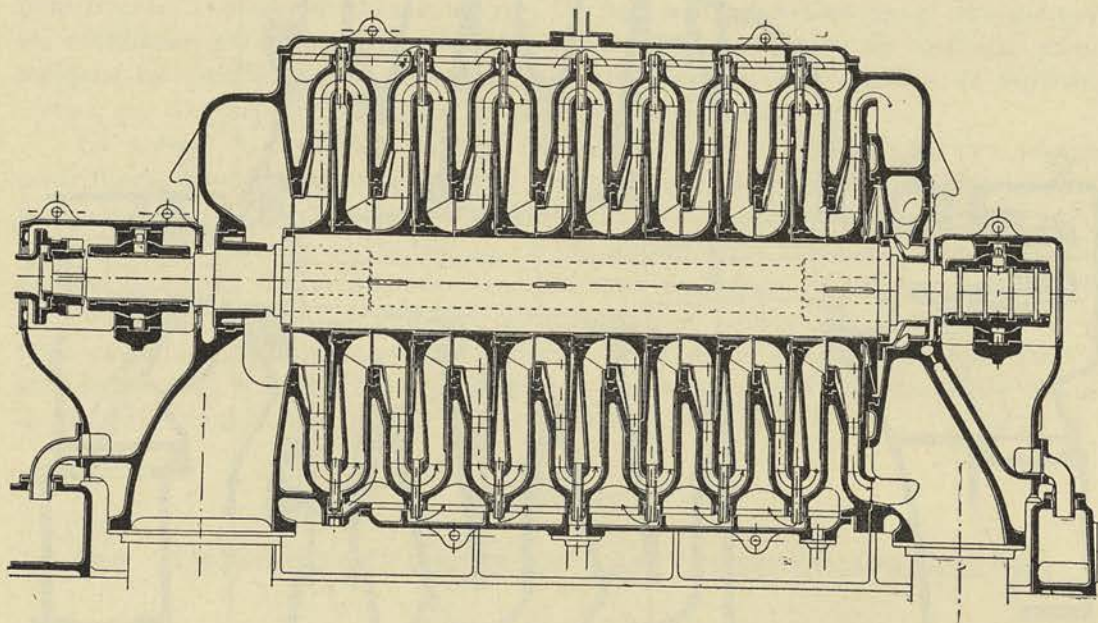


FIG. 82

Les roues sont choisies assez souvent, pour des raisons de fabrication, de même diamètre et, comme le *débit en volume* diminue de roue à roue, on fait varier ϵ (formule 62), rapport de la largeur de la roue à son rayon. C'est la construction adoptée dans le compresseur multicellulaire de *Rateau* représenté figure 82.

On voit qu'un piston d'équilibrage automatique de la poussée axiale est prévu à la dernière roue comme dans les pompes centrifuges.

3. — Théorie physique des turbo-compresseurs

Rendement et courbes caractéristiques. — Le calcul de H' , qui représente (d'après ce que nous avons vu dans la théorie des turbines à vapeur) l'énergie communiquée à chaque kg. de fluide qui traverse l'appareil, doit se calculer en appliquant la formule (23), en donnant toutefois à H' le signe — pour tenir compte de ce qu'il

s'agit ici non d'une énergie fournie, mais reçue, et en ajoutant le terme $\frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2)$ pour tenir compte de la variation d'énergie cinétique que subit chaque kg. entre l'entrée et la sortie.

$$H' = \int_c^s v dp + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) \quad (65)$$

Cette formule contient comme cas particulier la formule appliquée aux ventilateurs, lorsqu'on y fait $v = c^e$.

Le terme $\frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2)$ est souvent négligeable vis-à-vis du premier, et partant on peut s'en tenir à

$$H' = \int_c^s v dp.$$

En remplaçant H' par cette valeur dans les formules établies pour les pompes, on pourra obtenir les valeurs du coefficient manométriques M , du rendement indiqué η_i , du rendement organique η_o , du rendement effectif η_e , du rendement total η , et enfin, du coefficient caractéristique R , d'une turbo-soufflante.

L'évaluation de H' offre toutefois quelques difficultés, car pour pouvoir faire l'intégration, il faut connaître la loi qui lie p à v , et cette loi dépend dans une certaine mesure des pertes par frottement dans la roue et dans le diffuseur.

Comme pour les turbines à vapeur, on peut s'aider du diagramme entropique pour déterminer H' , d'abord dans l'hypothèse d'une compression adiabatique, c'est-à-dire sans frottement et sans échange de chaleur avec les parois, ensuite en tenant compte de ce qu'une fraction de l'énergie ainsi mise en jeu est transformée en chaleur par frottement.

Les turbo-soufflantes sont caractérisées par ce fait que l'enveloppe n'est pas refroidie : généralement la pression de 1 kg./cm² n'est pas dépassée et pour des taux de compression aussi faibles il n'est pas nécessaire de prévoir un refroidissement du fluide entre deux roues.

Ce refroidissement s'impose au contraire avec les turbo-compresseurs. Avec le taux de compression de 3 kg./cm² effectifs la température finale atteint 150° environ, même lorsqu'on fait abstraction de l'influence des pertes par frottement, et que l'air aspiré est pris à 15°.

Cette température élevée ne créerait pas seulement des inconvénients au point de vue du fonctionnement de la machine, elle conduirait à une perte importante d'énergie. En effet, l'air comprimé qui serait produit à cette température se refroidirait rapidement dans les conduites de distribution, et avant qu'il n'ait atteint l'appareil moteur destiné à l'utiliser, sa température serait retombée à la valeur initiale.

L'énergie disponible par kg. de fluide au moment de l'utilisation serait donc exactement la même que si l'on avait comprimé le fluide en maintenant sa température constamment égale à la température ambiante. Or, en refroidissant le fluide pendant la compression de manière à se rapprocher de la compression isothermique, on réduit le travail absorbé par kg. de fluide comprimé, et sa valeur tend vers une limite que nous désignerons par T_{is} .

Nous appellerons *rendement isothermique* du compresseur, le rapport entre le travail théorique T_{is} , nécessaire pour comprimer à température constante 1 kg. de

fluide entre les pressions envisagées, et le travail réellement absorbé sur l'arbre du compresseur par kg. T_e .

$$\eta_{is} = \frac{T_{is}}{T_e} \quad (66)$$

Nous pouvons écrire ce rapport de la manière suivante,

$$\eta_{is} = \frac{T_{is}}{\int_e^s v dp} \times \frac{\int_e^s v dp}{T_i} \times \frac{T_i}{T_e}, \quad (67)$$

en désignant par T_i le *travail indiqué*, ou travail théoriquement nécessaire pour faire passer 1 kg. de fluide de la pression p_e à la pression p_s .

Le rendement η_{is} est donc égal au produit de trois facteurs

$$\eta_{is} = \frac{T_{is}}{\int_e^s v dp} \times \eta_i \times \eta_o \quad (68)$$

dont le premier se rapproche d'autant plus de l'unité que le refroidissement du fluide pendant la compression est meilleur.

La figure 82 montre les dispositions prises pour assurer une bonne circulation de l'eau de réfrigération le long des parois du diffuseur et des canaux de retour, de façon à se rapprocher autant qu'il est possible de la compression isothermique.

Des précautions spéciales ont été prises ici pour permettre le nettoyage de l'enveloppe parcourue par de l'eau chargée quelquefois de matières en suspension, et tenant presque toujours des sels en solution, qui donnent lieu à des incrustations dont il faut se débarrasser après un certain temps. De larges couvercles sont appliqués à la partie supérieure et à la partie inférieure, et la circulation y est réglée d'une manière très rationnelle.

Pour créer un appareil à l'abri du reproche que l'on peut faire à cette construction malgré toutes les précautions prises, de rendre le nettoyage de certaines parties de l'enveloppe à peu près impossible, certains constructeurs utilisent des réfrigérants tubulaires extérieurs au compresseur lui-même.

Une solution de cette espèce est donnée par la photographie figure 83; dans ce compresseur, construit par la *Société Brown-Boveri*, le fluide passe à travers un groupe de trois ou quatre roues sans être refroidi, puis il est dirigé par des canaux appropriés dans des réfrigérants disposés latéralement de part et d'autre du compresseur; en sortant, il est repris et dirigé à l'ouïe de la première roue du second groupe de trois ou quatre roues.

Cette solution conduit à peu près au même rendement parce que les surfaces refroidissantes peuvent être largement calculées, de manière à ramener le fluide à la sortie de chacun des groupes de roues, à une valeur très voisine de la température initiale, ce qui ne peut être obtenu avec le compresseur à enveloppe, tout au moins, dans les premiers étages, où le fluide est peu dense et où les échanges se font par conséquent difficilement.

Pour améliorer les deux autres facteurs η_i et η_o de la relation (68), il convient de choisir comme nous l'avons exposé dans le chapitre consacré aux pompes centrifuges, une valeur du coefficient de débit x assez élevée pour que le rendement $\eta_i \times \eta_o$ correspondant se rapproche du maximum (voir fig. 71).

Malheureusement, il est difficile d'atteindre avec les données généralement imposées, une valeur de α aussi élevée sans multiplier le nombre de roues au delà d'une limite pratiquement acceptable. Il suffit pour s'en rendre compte, de se reporter à la valeur du coefficient caractéristique R fournie par la formule (62), dans laquelle H' désigne l'énergie transmise à chaque kg. par l'une des roues.

En effet, pour un débit et un nombre de tours donnés, la hauteur H' par roue doit être d'autant plus faible que R est plus grand.

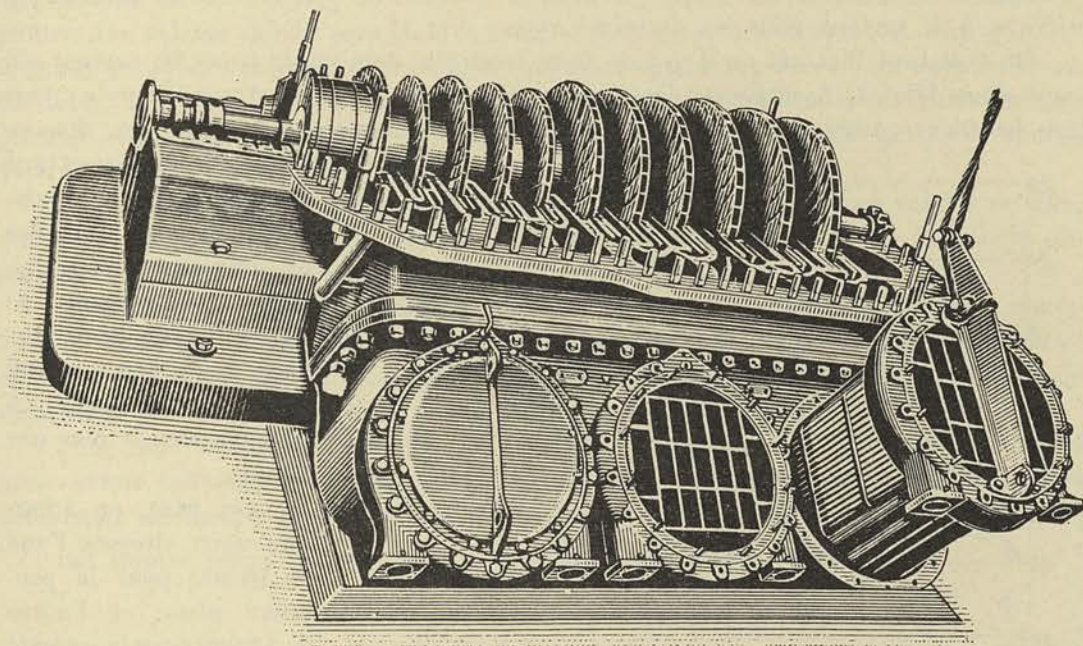


FIG. 83

Nous montrerons plus loin, après la théorie mathématique, que pour les pompes centrifuges, et partant pour les turbo-compresseurs, la valeur de R ne peut pas descendre en dessous de 4, si l'on veut garder un rendement acceptable.

Dans ces conditions, la limite de H' est donnée en fonction de Q et N par la relation

$$H' = \left(\frac{1}{4}\right)^{2/3} \frac{Q^{2/3} N^{4/3}}{2g} = 0,02 (QN^2)^{2/3} \quad (69)$$

c'est-à-dire que pour $Q = 2,5 \text{ m}^3/\text{sec.}$ et $N = 3.000 \text{ t/m.}$

$$H' = 0,02 (2,5 \times 9)^{2/3} \times 10^4 = 1590 \text{ kg. m.}$$

La première roue ne pourrait donc fournir qu'une énergie disponible de 1.590 kg.m. correspondant à une différence de pression allant de 1,0 à 1,21 kg./cm² en compression *adiabatique*.

Pour pouvoir passer à une pression de 3 kg./cm² absolu, on voit qu'il faudrait utiliser, *si chaque roue pouvait fournir la même quantité d'énergie*, un compresseur à sept roues. Mais ce nombre est en dessous de la réalité, car à mesure que la compression augmente, le volume du fluide diminue et la valeur de H' limite descend à

$$H' = 0,02 \left(\frac{2,5}{3} \times 9\right)^{2/3} \times 10^4 = 768 \text{ kg. m.}$$

$\frac{2,5}{3}$ représentant approximativement le volume de l'air à la pression de 3 kg./cm² absolu.

Pour ne pas être conduit à des solutions pratiquement irréalisables, on voit que le constructeur est obligé, si le nombre de tours et le débit imposés sont assez faibles, de sacrifier un peu le rendement, en demandant à chaque roue une énergie H' plus grande, ce qui revient à dire en adoptant une valeur de x nettement inférieure à celle correspondant au rendement maximum et une valeur du coefficient caractéristique R inférieur à 4, surtout pour les dernières roues.

On voit tout l'intérêt qu'il y a de faire croître le nombre de tours N , surtout s'il s'agit d'un débit Q à réaliser relativement faible, tel que 2,5 m³ par seconde, pour fixer les idées. Aussi, à l'heure actuelle a-t-on une tendance, puisque l'on dispose d'engrenages permettant

de transmettre des puissances élevées, d'utiliser un amplificateur de vitesse qui permet de passer de la vitesse normale des moteurs, 1000 tours par exemple, à 10.000 tours et plus par minute.

On peut, en adoptant deux vitesses, l'une de 10.000 pour la première phase et l'autre de 15.000 pour la seconde phase, réaliser des pressions de 7 kg./cm² avec deux ou quatre roues au total, suivant le débit demandé.

Pour compléter ce chapitre, il est nécessaire d'attirer l'attention sur un fait important, observé dans le fonctionnement des soufflantes et compresseurs, qui a donné lieu à des difficultés d'application extrêmement grandes à l'origine.

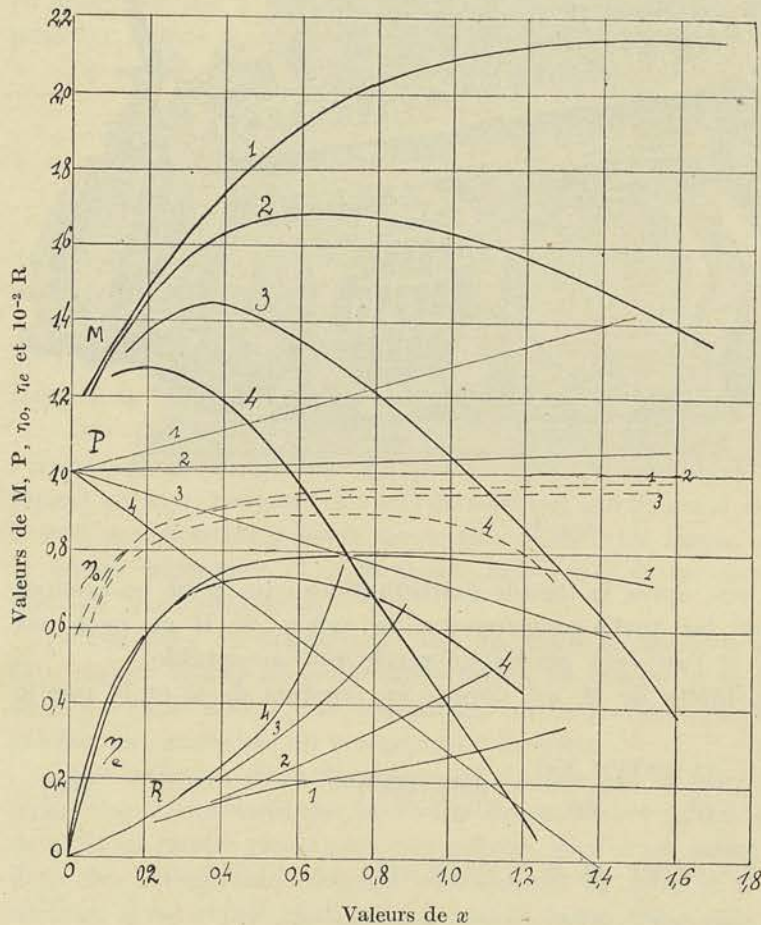


FIG. 84

Lorsque le débit du compresseur est réduit en dessous d'une certaine valeur que l'on pourrait appeler le *débit critique*, le fonctionnement devient pulsatoire : la pression monte puis descend en provoquant des variations rapides du débit à travers les roues et créant ainsi des vibrations dangereuses pour la conservation de celles-ci.

Le phénomène s'explique de la manière suivante :

Lorsque la courbe caractéristique du coefficient manométrique présente un maximum, comme celle tracée figure 84, courbe 1 ou 2 ou 3, il peut se faire que le débit extérieur soit réduit suffisamment pour que la valeur de x tombe en dessous de celle

qui correspond au maximum de la courbe. La pression allant croissant avec le débit, il n'existe aucune raison, lorsque le fluide est compressible, pour que le débit n'aille pas en croissant et devienne ainsi plus grand que le débit sortant du réservoir alimenté par le compresseur; de fait, le débit croît jusqu'à ce que la valeur de x correspondante, soit plus grande que x_c , valeur critique, pour laquelle le coefficient manométrique est maximum. A ce moment la pression ayant une tendance à décroître puisque le fonctionnement est alors figuré par un point situé sur la partie descendante de la courbe, le débit à travers les roues du ventilateur cessera de croître : le volume débité sera bientôt ramené à une valeur inférieure à celui qui correspond au débit extérieur demandé, ce qui provoquera à nouveau un accroissement de débit. Il en résulte un fonctionnement pulsatoire, l'amplitude des variations de pression et de débit dépendant de la forme de la caractéristique, des pertes de charge dans le circuit et du volume du réservoir.

Ce fonctionnement pulsatoire ne se présente, d'après ce que nous venons de dire, que pour les débits inférieurs à celui qui correspond au maximum de la courbe du coefficient manométrique et pour un fluide compressible.

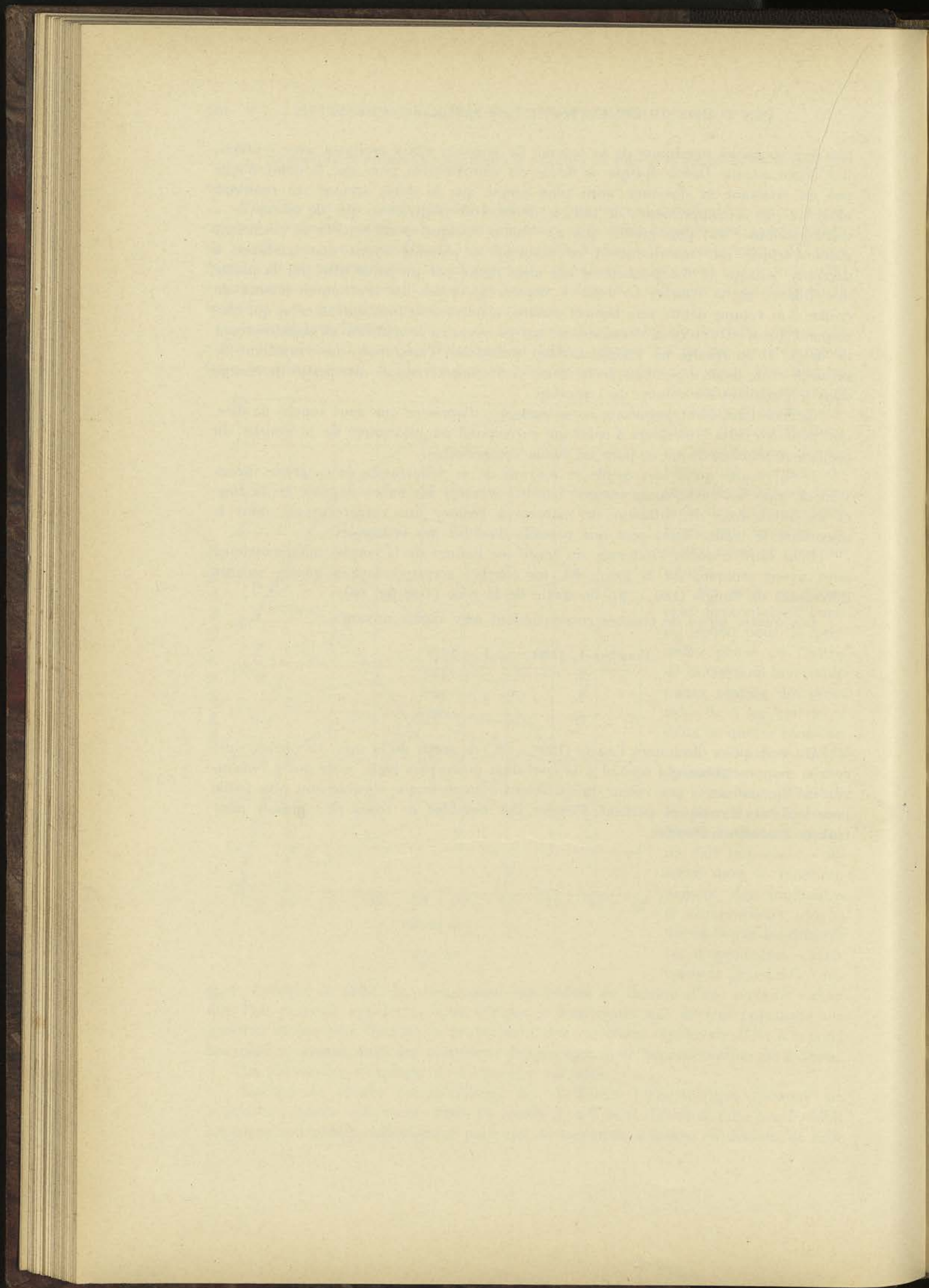
Il en résulte qu'un des meilleurs moyens de se débarrasser de ce grave inconvénient dans les turbo-compresseurs, consiste à tracer les aubes mobiles de la roue et les aubes fixes du diffuseur de manière à réaliser une caractéristique dont le maximum se trouve aussi près que possible de l'axe des ordonnées.

Pour faire ressortir l'influence du tracé sur l'allure de la courbe manométrique, nous avons indiqué, sur la figure 84, les courbes correspondant à quatre valeurs différentes de l'angle $(180 - \beta_1)$ de sortie de la roue (voir fig. 68).

Les quatre séries de courbes correspondent aux angles suivants :

Courbes 1,	$(180 - \beta_1) = 125^\circ$
» 2,	» = 110°
» 3,	» = 90°
» 4,	» = 60°

On voit qu'en diminuant l'angle $(180 - \beta_1)$ de sortie de la roue, on obtient une courbe manométrique qui répond à la condition posée plus haut, mais qui a l'inconvénient de conduire à une valeur du coefficient manométrique sensiblement plus faible pour le débit normal, et partant d'exiger des nombres de roues plus grands pour réaliser les mêmes données.



DEUXIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE COMMUNE A TOUTES LES TURBO-MACHINES

CHAPITRE I

FORMULES GÉNÉRALES

APPLICABLES A TOUTES LES TURBO-MACHINES

Il est possible d'établir une théorie commune à toutes les turbo-machines, en s'appuyant sur les équations générales du mouvement absolu et du mouvement relatif d'un fluide à travers un canal à faible section et à faible courbure, tournant autour d'un axe fixe. La démonstration de ces équations générales repose toutefois sur l'hypothèse des *tranches parallèles*, qui permet de substituer à l'étude du mouvement de la masse fluide évoluant à travers le distributeur, la roue et le diffuseur de la turbo-machine, l'étude du mouvement d'un élément quelconque pris dans la masse ; par cette hypothèse simplificatrice, en effet, tous les éléments d'une tranche prise à l'entrée du distributeur sont supposés parcourir le distributeur, la roue et le diffuseur en traçant des trajectoires identiques.

Cette hypothèse ne correspond à aucune réalité possible, même dans le cas le plus simple d'une turbo-machine radiale pure ou axiale pure, mais on conçoit que l'écoulement se rapproche du cas théorique envisagé lorsque le nombre d'aubes augmente ; et nous serons amenés à montrer par la voie expérimentale que l'angle moyen de sortie des éléments tend effectivement à se confondre avec l'angle des aubes quand le nombre d'aubes croît.

La théorie mathématique que nous allons exposer permettra, en tout cas, de *démontrer l'existence des propriétés caractéristiques fondamentales des turbo-machines que l'expérience met en relief et qui servent de base au calcul des dimensions générales de ces machines.*

La méthode que nous avons suivie pour la démonstration des trois équations fondamentales, nous a permis de faire ressortir clairement la raison d'être de l'hypothèse énoncée plus haut, en même temps que de rendre tangible le phénomène de l'écoulement du fluide à travers les canaux formés par les aubes de la roue, tel que l'envisage la théorie.

§ 1. — Formule I se rapportant au mouvement absolu du fluide

Rapportons le système diffuseur, roue, distributeur, aux trois axes coordonnés suivants (fig. 85) :

1° L'axe ox , que nous ferons coïncider avec l'axe de rotation dans le cas d'une turbo-machine horizontale ;

2° L'axe oz , vertical ;

3° L'axe oy , perpendiculaire au plan des deux premiers.

Considérons une tranche $m n p q$ dans la veine fluide limitée par les flasques de la roue, deux aubes voisines et deux surfaces cylindriques de rayon r et $(r + dr)$. (Pour les turbines axiales, nous adopterions deux surfaces perpendiculaires à l'axe de rotation, distantes l'une de l'autre de dx .)

Si les aubes sont suffisamment rapprochées, le canal formé par deux aubes voisines et par les flasques, pourra être considéré comme ayant un rayon de courbure très grand par rapport à son épaisseur et l'on pourra admettre sans erreur appréciable que le point d'application de la résultante des forces extérieures sollicitant chacun des éléments de la tranche, coïncide avec le centre de gravité de celle-ci.

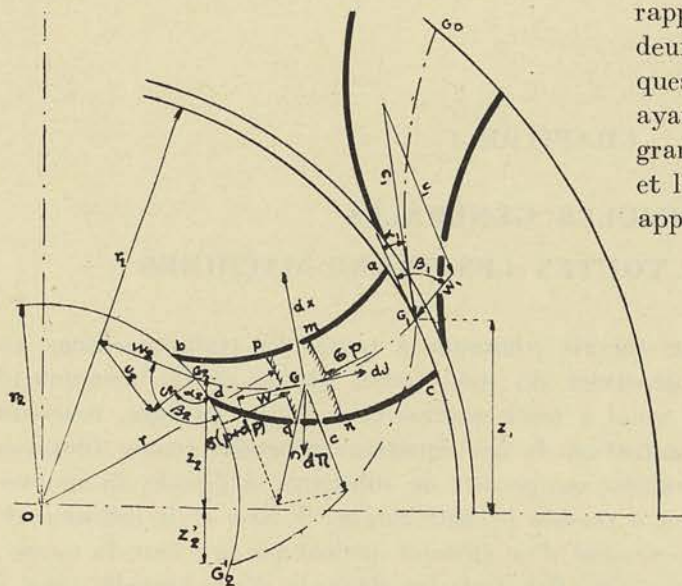


FIG. 85

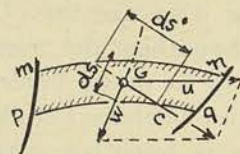


FIG. 85b

Dans l'hypothèse des tranches parallèles, tous les éléments d'une tranche ayant même vitesse relative w , on peut en déduire que tous ces éléments ont également même vitesse absolue c , car la vitesse d'entraînement u est constante pour chacun d'eux.

Nous représenterons par w , c et u les vitesses relative, absolue et d'entraînement du centre de gravité G ; nous désignerons par σ la section de la tranche, et nous admettrons que la surface cylindrique de rayon r est une surface d'égale pression. Nous pourrions distinguer dès lors comme forces sollicitantes appliquées au centre de gravité G :

dX , réaction de l'aube dirigée perpendiculairement à l'axe $G_1 G G_2$ du canal ;

dJ , résistance provoquée par le frottement, tangentielle à l'axe du canal et en sens inverse du mouvement ;

$d\pi$ poids de l'élément, parallèle à l'axe oz ;

σp et $\sigma(p + dp)$, forces résultant de l'action des pressions de part et d'autre de la tranche.

En appliquant l'équation fondamentale de la dynamique

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi}$$

et en projetant le système des forces sur la direction de la vitesse absolue, nous obtiendrons :

$$\Sigma f_c = \frac{d\pi}{g} \frac{dc}{dt} \quad (70)$$

En divisant par $d\pi$ et en multipliant par ds' tous les termes, il viendra :

$$\Sigma f_c \frac{ds'}{d\pi} = \frac{1}{g} ds' \frac{dc}{dt} \quad (71)$$

ds' désignant la portion de la trajectoire du mouvement absolu interceptée par les faces de la tranche $m n p q$ (fig. 85b). Comme en régime permanent et uniforme, après un temps dt toujours le même, la tranche $m n p q$ est remplacée par la suivante, et qu'ainsi le centre de gravité G parcourt dans ce temps dt , à un infiniment petit près du second ordre, la distance ds' , nous pourrions poser :

$$\frac{ds'}{dt} = c \quad (72) \quad ds' \cos(cd\pi) = -dz \quad (73)$$

En explicitant le premier membre, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} -\frac{\sigma dp}{d\pi} \cos(cp) ds' + ds' \cos(cd\pi) + \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(cdJ) + \frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX) = \\ \frac{1}{g} ds' \frac{dc}{dt} = \frac{1}{g} dc \frac{ds'}{dt} = \frac{1}{2g} d(c^2) \end{aligned} \quad (74)$$

Observons :

1° Que
$$\frac{\sigma ds' \cos(cp)}{v} = d\pi; \quad (75)$$

2° Que $\frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(cdJ)$ représente le travail de la résistance de frottement par kg. de fluide débité, dans le déplacement élémentaire ds' ;

3° Que $\frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX)$ représente le travail de la réaction dX de l'aubage par kg. de fluide débité, dans le déplacement élémentaire ds' .

Désignons par T_f le travail de frottement par kg. de fluide débité traversant la roue; par T_i le travail fourni par la roue s'il s'agit d'une turbine (absorbé par la roue s'il s'agit d'une pompe), par kg. de fluide débité.

dJ étant toujours opposé au déplacement, le terme correspondant au travail de frottement dans l'équation (74) devra être remplacé par $-dT_f$; pour ce qui concerne le terme relatif au travail fourni par la réaction dX , nous devons le remplacer par $-dT_i$, car, dans le cas d'une turbine, la réaction dX est opposée au déplacement, et le travail correspondant est négatif. Dans le cas d'une pompe, il est vrai, la réaction dX est dirigée dans le sens du mouvement, le travail de dX est positif, mais comme nous désignons dans ce cas par T_i le travail absorbé par la roue, nous devons maintenir le signe — dans les deux cas.

Ces notations adoptées, l'équation (74) pourra s'écrire en tenant compte des relations (73) et (75) :

$$-vdp - dz - dT_f - dT_i = \frac{1}{g} d\left(\frac{c^2}{2}\right) \quad (76)$$

En intégrant entre les limites (1) et (2') correspondant à l'entrée en (1) et à la sortie en (2') du canal formé par les positions successives de la tranche $m n p q$ dans son mouvement absolu, $G_1 G_2'$, nous obtiendrons :

$$\int_{2'}^1 vdp + (z_1 - z_2') - T_f - T_i = -\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) \quad (I)$$

Mise sous la forme :

$$T = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2') + \int_{2'}^1 vdp - T_f \quad (Ib)$$

elle exprime que le travail fourni (ou absorbé) par kg. de fluide débité, est égal à la somme :

- 1° de l'énergie cinétique libérée (ou communiquée);
- 2° de l'énergie potentielle de pression fournie par la détente (ou absorbée par la compression);
- 3° de l'énergie gravifique produite par la chute dans la roue du niveau z_1 au niveau z_2' par kg. de fluide débité,

cette somme étant diminuée de la quantité d'énergie absorbée par les frottements, et transformée en chaleur.

§ 2. — Formule II se rapportant au mouvement relatif du fluide.

Si nous voulons établir une relation donnant la vitesse relative du fluide à travers la roue, nous devons appliquer le théorème de *Coriolis*, qui peut s'exprimer par la relation vectorielle :

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c \quad (77)$$

relation dans laquelle

φ_e , désigne l'accélération dans le mouvement d'entraînement,

φ_r , l'accélération dans le mouvement relatif,

φ_c , l'accélération complémentaire, qui, comme on le sait, est perpendiculaire à la direction de la vitesse relative.

En projetant les forces qui sollicitent les différents éléments de la tranche $m n p q$ sur la direction de la vitesse relative, nous pourrions écrire, en vertu de la relation (77) :

$$\Sigma f_w = \frac{d\pi}{g} \frac{dw}{dt} - \frac{d\pi}{g} \frac{u^2}{r} \cos(\omega r) \quad (78)$$

puisque la projection de l'accélération complémentaire sur la direction w est nulle et que l'accélération du mouvement d'entraînement se ramène à l'accélération centripète $\frac{u^2}{r}$, dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme de la roue. En divisant par $d\pi$

et en multipliant par ds tous les termes, ds représentant la portion de la trajectoire du mouvement relatif interceptée par les faces de la tranche considérée, nous obtiendrons :

$$\Sigma f_w \frac{ds}{d\pi} = \frac{1}{g} ds \frac{dw}{dt} - \frac{1}{g} \frac{w^2}{r} ds \cos(wr). \quad (79)$$

En tenant compte de ce qu'en régime permanent, après un temps *dt toujours le même*, la tranche *m n p q* est remplacée par la suivante, nous pourrions poser :

$$\frac{ds}{dt} = w \quad (80) \quad ds \cos(w d\pi) = -dz \quad (81)$$

$$ds \cos(wr) = dr. \quad (82)$$

En explicitant le premier membre de (79), nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} -\sigma \frac{dp}{d\pi} \cos(wp) ds + ds \cos(w d\pi) - \frac{dJ}{d\pi} ds &= \frac{1}{g} dw \frac{ds}{dt} - \frac{1}{g} \frac{w^2}{r} dr = \\ &= \frac{1}{2g} d(w^2) - \frac{1}{2g} d(u^2) \end{aligned} \quad (83)$$

Comme,

$$\frac{\sigma ds \cos(wp)}{v} = d\pi \quad (84)$$

le premier terme de cette dernière équation peut s'écrire :

$$-vdp$$

et comme d'autre part,

$$\frac{dJ ds}{d\pi} = dT_f \quad (85)$$

puisque ce terme ne représente pas autre chose que le travail élémentaire de la résistance de frottement par kg. de fluide débité, l'équation (83) peut prendre la forme

$$-vdp - dz - dT_f = \frac{1}{2g} d(w^2) - \frac{1}{2g} d(u^2) \quad (86)$$

En intégrant entre les limites 1 et 2 correspondant à l'entrée et à la sortie du canal considéré, nous obtiendrons :

$$\int_2^1 vdp + (z_1 - z_2) - T_f = \frac{1}{2g} (w_2^2 - w_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) \quad (II)$$

Mise sous la forme :

$$\boxed{\frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 vdp = \frac{1}{2g} (w_2^2 - w_1^2) + T_f} \quad (IIb)$$

elle exprime donc, pour le cas d'une turbine, que la somme :

- 1° de l'énergie communiquée par la roue à chaque kg. de fluide débité,
- 2° de l'énergie gravifique produite par la chute de chaque kg. dans la roue, du niveau z_1 au niveau z_2 ,

3° de l'énergie potentielle de pression fournie par la détente de 1 kg. de fluide, est égale à la variation de l'énergie cinétique par kg. dans le mouvement relatif, augmentée du travail absorbé par les frottements, pour chaque kg. débité.

§ 3. — Formule III

se rapportant au travail produit ou absorbé dans la roue.

Les deux formules auxquelles nous sommes arrivé en étudiant successivement le mouvement absolu et le mouvement relatif d'une tranche de fluide traversant le canal constitué par deux aubes voisines, nous permettent d'en déduire par soustraction membre à membre, une troisième, qui ne contient plus que le terme T_i et les termes dépendant des vitesses d'entrée et de sortie :

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + (z_2 - z_2') \quad (\text{III})$$

Cette relation donne donc le travail fourni ou absorbé par la roue, par kg. de fluide débité en fonction des vitesses.

Le travail T_i est celui qui serait disponible sur l'axe pour une turbine — ou qui devrait être fourni à l'axe, s'il s'agit d'une pompe — dans l'hypothèse où les frottements externes de la roue contre le fluide et de l'arbre dans ses paliers et bourrages pourraient être négligés ; nous le désignons, par analogie, sous le nom de *travail indiqué*, T_i représentant, dans les machines à piston, le travail indiqué au diagramme, c'est-à-dire le travail disponible (ou dépensé), abstraction faite du travail absorbé par les frottements dans les organes de la machine.

Remarque I. — Ces formules sont générales ; abstraction faite des restrictions apportées par l'hypothèse initiale, elles peuvent s'appliquer aussi bien aux turbines hydrauliques qu'aux turbines à vapeur, aux pompes qu'aux ventilateurs ; elles ne peuvent toutefois s'appliquer aux turbines hélico-centripètes ou aux pompes hélico-centrifuges qu'à la condition d'introduire dans les équations une valeur moyenne pour les vitesses de sortie s'il s'agit d'une turbine, pour les vitesses d'entrée, s'il s'agit d'une pompe.

Remarque II. — Les termes en z peuvent être négligés lorsqu'on applique les équations aux turbo-machines à *injection totale*, car, dans ce cas, il est toujours possible d'appliquer simultanément les formules à l'ensemble de deux canaux symétriquement disposés par rapport à l'axe ox horizontal et pour lesquels, par conséquent, les valeurs des termes en z sont égales et de signes contraires.

Pour les turbines ou pompes à axe vertical du type axial à injection totale ou partielle, le terme $(z_2 - z_2')$ est également nul dans la formule III.

Remarque III. — En utilisant les relations déduites des triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie :

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1 \quad (87)$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2 \quad (88)$$

on pourra remplacer le terme $\frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2)$ dans l'équation (III) en fonction de c_1 , c_2 , u_1 , et u_2 , et l'on obtiendra :

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2) + (z_2 - z_2') \quad (\text{IIIb})$$

formule qui, dans les traités sur les turbo-machines, est généralement déduite du théorème des moments des quantités de mouvement, et est connue sous le nom de formule d'*Euler*. Cette dernière ne contient pas, toutefois, le dernier terme $(z_2 - z_2')$ parce que les restrictions énoncées, pour permettre la démonstration en partant du théorème des moments des quantités de mouvement, impliquent qu'il s'agit d'une turbine à axe vertical ou d'une turbine à injection symétrique ou totale, cas pour lesquels le terme $(z_2 - z_2')$ est nul.

§ 4. — Formule IV se rapportant à un canal fixe.

Si nous appliquons la formule (I) à un canal fixe, le terme correspondant au travail T_i sera nul, et il viendra :

$$\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2') + \int_2^1 v dp - T_f = 0 \quad (\text{IV})$$

Si l'on applique cette relation à un fluide incompressible et si l'on admet que les pertes par frottement T_f sont négligeables, on est conduit à l'équation connue sous le nom d'*équation de Bernouilli*, généralement mise sous la forme :

$$\frac{1}{2g} c_1^2 + z_1 + vp_1 = \frac{1}{2g} c_2^2 + z_2 + vp_2 \quad (\text{IVb})$$

Elle exprime que la somme de l'énergie cinétique, de l'énergie de position et de l'énergie potentielle de pression de chaque kg. de fluide évoluant reste constante ; elle permet de calculer la pression p_2 en un point d'une conduite, si l'on connaît la vitesse et la pression au point initial.

§ 5. — Formule V donnant le terme T_f en fonction de vitesses.

Le terme T_f représente le travail développé par les frottements par kg. de fluide débité à travers la roue ; il a pour valeur, d'après ce que nous avons vu,

$$T_f = \int_1^2 \frac{dJ}{d\pi} ds \quad (89)$$

Dans cette équation, dJ représente la résistance opposée par le frottement s'exerçant entre le fluide et la paroi, la tranche étant supposée se déplacer parallèlement à elle-même dans un mouvement d'ensemble, $d\pi$ le poids de celle-ci.

On peut admettre que la résistance dJ est proportionnelle ⁽¹⁾ :

- 1° à la surface mouillée par la tranche, soit à mds ,
- 2° au poids spécifique δ du fluide,
- 3° au carré de la vitesse w .

(1) Voir appendice concernant le calcul des pertes de charge.

dJ aura donc pour valeur :

$$dJ = k \delta (m ds) \omega^2 \quad (90)$$

m désignant le périmètre de la section σ ,
 k un coefficient de proportionalité dont nous chercherons à établir la valeur.

Partant :

$$T_f = \int_1^2 k \frac{\delta m ds}{d\pi} \omega^2 ds$$

ou

$$T_f = \int_1^2 k \left(\frac{m}{\sigma} \right) \omega^2 ds \quad (V)$$

puisque, pour un canal à faible courbure,

$$d\pi = \sigma ds \delta \quad (91)$$

Dans le cas particulier où σ est constant,

$$T_f = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) \omega^2 s. \quad (92)$$

On peut montrer que la valeur de T_f est identique à ce que l'on appelle la *perte de charge*. Par *perte de charge* on désigne, en effet, la hauteur de la colonne fluide qui ferait équilibre à la résistance opposée par le frottement, au déplacement de la masse en mouvement dans la tuyauterie; en désignant par dh la perte de charge élémentaire, nous aurons donc par définition :

$$\sigma \delta dh = dJ = k (m ds) \delta \omega^2$$

D'où,

$$dh = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) \omega^2 ds \quad (93)$$

et

$$h = \int_1^2 k \left(\frac{m}{\sigma} \right) \omega^2 ds = T_f \quad (94)$$

La formule (V) permet donc de calculer le terme T_f ou la perte de charge, en fonction de la vitesse ω — de la vitesse c dans le cas d'un canal fixe — lorsqu'on connaît la loi de variation de m , σ et ω en fonction de s .

Si l'on tient compte de ce que la valeur de k n'est connue qu'avec une certaine approximation, et encore pour les conduites cylindriques rectilignes de section constante, il apparaîtra comme légitime au point de vue de l'approximation que nous pouvons atteindre dans la théorie, de calculer T_f par la formule (V_b) :

$$T_f = k \left(\frac{m}{\sigma} \right)_m \int_1^2 \omega^2 ds. \quad (V_b)$$

$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$ désignant la valeur moyenne du rapport $\frac{m}{\sigma}$ variable avec s .

Comme dans les tracés des canaux de la roue, nous chercherons à réaliser une variation progressive de la vitesse w depuis w_1 jusqu'à w_2 , nous pourrons admettre comme loi de variation de w en fonction de s .

$$w = w_1 + k's \tag{95}$$

Cette relation admise, nous pourrons déduire, pour ce cas limite favorable,

$$T_f = k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m \left[w_1^2 s + w_1 k' s^2 + k'^2 \frac{s^3}{3} \right] \tag{96}$$

ou

$$T_f = \frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s \left[\frac{w_1^2}{2g} + \frac{w_1 w_2}{2g} + \frac{w_2^2}{2g} \right] \tag{VI}$$

Remarquons que le facteur en évidence devant la parenthèse est un simple coefficient, ainsi qu'il est aisé de le montrer, puisque $2gk$ est un coefficient sans dimensions désigné généralement par λ ⁽¹⁾; dans ces conditions, nous pouvons représenter le facteur $\frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s$ par $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$

$$\frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \tag{97}$$

de manière à retrouver comme cas particulier de la théorie générale, la théorie des turbines à vapeur où apparaissent généralement deux coefficients φ et ψ de réduction, auxquels aucune signification physique bien précise ne s'attachait jusqu'à présent.

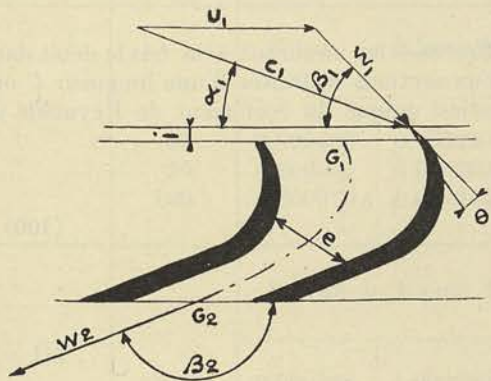


FIG. 86

Le calcul de φ est possible avec une certaine approximation si l'on se donne un rapport entre l'épaisseur e de la veine fluide comprise entre deux aubes voisines et la longueur développée $s = G_1 G_2$ du canal (fig. 86).

Généralement, le nombre d'aubes est choisi de telle manière que dans la relation

$$s = k'' e$$

k'' soit compris entre 4 et 5.

La largeur l des canaux dépendra du débit à réaliser; nous pourrons admettre que cette largeur est donnée par la proportion

$$\frac{l}{e} = k'''$$

k''' pouvant varier entre des limites assez étendues, 0,5 à 4, pour fixer les idées.

(1) Voir appendice.

Ces chiffres admis, nous pourrions déterminer :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = \frac{2l + 2e}{l \times e} s = 2 \left(1 + \frac{1}{k'''}\right) k'' \quad (98)$$

et en déduire les valeurs limites 30 et 10.

En ce qui concerne le coefficient k nous n'avons de valeur précise que pour le cas simple d'une conduite cylindrique droite (1).

Pour une telle conduite de diamètre d et de longueur l le rapport $\frac{m}{\sigma}$ aura pour valeur

$$\frac{m}{\sigma} = \frac{\pi d}{\pi d^2} = \frac{4}{d}$$

et la formule (92) fournira pour le travail absorbé par les frottements par kg. de fluide débité, ou ce qui revient au même, la perte de charge :

$$T_f = h = 4k \frac{w^2}{d} l \quad (99)$$

Cette formule classique a été établie dans l'hypothèse du déplacement du fluide par tranches parallèles. Comme il n'en est pas ainsi dans la réalité, cette formule n'est utilisable qu'à la condition d'adopter pour k une valeur variable avec la vitesse w , le diamètre de la conduite d , la viscosité du fluide ν .

La théorie de la similitude établie par Osborne Reynolds montre que les trois facteurs dont dépend le coefficient k , doivent se grouper de façon à donner lieu à un nombre sans dimensions

$$\frac{wd}{\nu}$$

connu sous le nom de *coefficient de Reynolds*.

L'analyse des très nombreuses expériences effectuées en mesurant à la fois le débit dans la conduite et la différence des pressions entre deux sections distantes d'une longueur l , ont permis de constater, en effet, que k est une fonction unique du coefficient de Reynolds de la forme

$$k = \frac{1}{40000} \left[\frac{e \cdot 10^2}{3 \sqrt{\alpha}} + 2,4 + b' \right] \quad (100)$$

Dans cette formule

e représente la base des logarithmes népériens,
 α le coefficient de Reynolds,

b' une fonction exponentielle de $d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$, d étant le diamètre de la conduite, $\frac{\epsilon_1}{\epsilon}$ le rapport entre la rugosité d'un tuyau en fer à la rugosité du tuyau considéré.

Pour les tuyaux polis comme des tubes en verre ou en cuivre étiré, le coefficient b' a pour valeur $b' = 1$.

Le tableau I ci-après, dressé pour l'eau, fait ressortir que la valeur de k dépend peu de la vitesse w , mais est par contre très fortement influencée par le diamètre de la conduite et la rugosité de la paroi.

La comparaison avec les valeurs fournies par le tableau II montrent que pour des tuyaux de même diamètre et de même rugosité, parcourus d'une part par de l'eau à la

(1) Voir appendice, calcul des pertes de charge.

température de 15° et à des vitesses comprises entre 5 et 10 m/sec., et d'autre part par de l'air à des vitesses de 25 à 100 m/sec., dans des conditions moyennes définies par $t = 40^\circ$, $p = 1,3 \text{ kg/cm}^2$, les pertes de charge sont sensiblement les mêmes.

Etant donné que l'on peut faire une remarque analogue si l'on compare les valeurs de k pour l'eau d'une part et pour la vapeur d'autre part ($p = 3 \text{ kg/cm}^2$ $t = 132^\circ$), à la condition d'envisager des vitesses vingt fois plus grandes, qui constituent les vitesses normales utilisées dans les aubages de turbines à vapeur, nous pourrions conclure : *que si les canaux formés par l'aubage pouvaient être assimilés à des conduites rectilignes à section circulaire, la valeur de k resterait comprise entre*

0,00045 et 0,00035 pour des parois ayant la rugosité de la fonte,
0,00035 et 0,00025 pour des parois ayant la rugosité du fer étiré,

et cela pour des sections variant entre des limites étendues (3 cm² à 75 cm², pour fixer les idées), pour autant toutefois que l'on n'envisage que les vitesses qui puissent être considérées comme normales avec les différents fluides étudiés ici ; eau, air, vapeur.

TABLEAUX I, II ET III.

Tableaux	w	Fer			Fonte		
		$d=0,020$	$d=0,100$	$d=0,200$	$d=0,020$	$d=0,100$	$d=0,200$
I		Valeur de k pour l'eau à 15°; $\delta = 1000$; $\mu = 0,0131$					
	10	0,000375	0,000250	0,000193	0,000470	0,000320	0,000280
	5	0,000345	0,000238	0,000203	0,000440	0,000305	0,000270
II		Valeur de k pour l'air à 40°, $p = 1,3 \text{ kg/cm}^2$ } $\delta = 1,310$ $\mu = 0,002$					
	25	0,000440	0,000280	0,000235	0,000530	0,000355	0,000300
	50	0,000400	0,000260	0,000223	0,000490	0,000330	0,000290
	100	0,000370	0,000245	0,000210	0,000463	0,000317	0,000275
III		Valeur de k pour la vapeur à 132°, $p=3 \text{ kg/cm}^2$ } $\delta = 1,646$ $\mu = 0,000145$					
	100	0,000338	0,000233	—	0,000443	0,000305	—
	200	0,000323	0,000225	—	0,000420	0,000295	—
	400	0,000310	0,000220	—	0,000405	0,000288	—

Ceci explique, ainsi que nous le ferons ressortir dans cet ouvrage, comment les courbes caractéristiques sont à peu près complètement indépendantes de la nature du fluide évoluant dans les turbo-machines, comment également la courbe du coefficient manométrique tend à s'élever pour un même type, lorsque ses dimensions grandissent, k allant en décroissant avec la section moyenne des canaux; comment enfin le rendement peut être amélioré quelque peu, par le parachèvement de l'aubage, qui diminue la rugosité.

Les aubages d'une turbo-machine ne conduisent pas malheureusement à la forme simple que nous venons d'envisager : les canaux présentent non seulement une courbure accentuée,

mais une section rectangulaire *variable*. Les pertes propres à de telles canaux sont, on le conçoit, mal connues.

Des expériences sur des tuyaux courbes et sur des tuyaux à section variable ont permis toutefois de se rendre compte que les tourbillonnements et remous dus aux changements de direction et de vitesse du fluide donnent lieu à des pertes supplémentaires, qui varient comme le *carré de la vitesse moyenne*. Les pertes sont ainsi considérablement augmentées par rapport à celles correspondant à des tuyaux cylindriques droits, et elles sont beaucoup moins influencées par les variations du coefficient α de *Reynolds*.

On peut déduire de là que le coefficient k qui figure dans nos formules représente un *coefficient fictif*, qui tient compte à la fois des pertes provoquées par le frottement des filets l'un contre l'autre et des pertes dues aux remous et dont la valeur est notablement supérieure à celles renseignées dans les tableaux I, II et III ci-dessus, et sensiblement plus indépendantes de la variation du coefficient α .

En adoptant, pour la valeur de k , lorsque les parois présentent la rugosité des tuyaux en fer étiré le double de la valeur moyenne trouvée par une conduite rectiligne et cylindrique nous pensons que l'on se rapprochera de la vérité, ce qui conduit à

$$k = 0,0006.$$

En utilisant cette valeur de k , on obtient pour ϕ des chiffres compris entre 0,925 et 0,975, suivant les proportions du canal $\left[\left(\frac{m}{\sigma} \right)_m \right]$ s restant compris entre 30 et 10.

Le chiffre 0,95 doit donc être regardé comme une valeur moyenne de ϕ , celui de 0,975 comme une valeur maximum, qui ne peut être réalisée qu'avec des roues d'assez grand diamètre.

CHAPITRE II

DÉTERMINATION DE LA HAUTEUR MANOMÉTRIQUE H' ET DU DEGRÉ DE RÉACTION r

§ 1. — Calcul de H' en fonction des pressions.

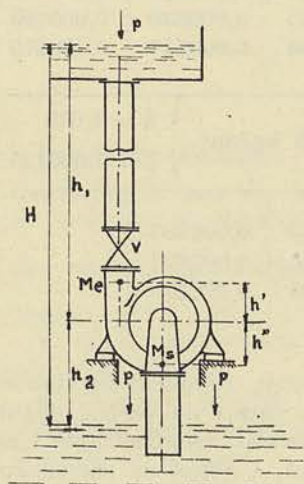


FIG. 87

Nous désignerons par H' l'énergie disponible dans 1 kg. de fluide, à l'entrée s'il s'agit d'une turbo-motrice, à la sortie s'il s'agit d'une turbo-réceptrice.

1^{er} CAS : LE FLUIDE EST INCOMPRESSIBLE. — Dans cette hypothèse on remarquera que H' désigne la hauteur effectivement utilisable à l'entrée de la turbine ou à la sortie de la pompe.

H désignant la hauteur géométrique, T_1' et T_1'' les pertes de charge dans les conduites d'amenée et d'évaluation s'il s'agit d'une turbine, d'aspiration et de refoulement s'il s'agit d'une pompe, nous pourrions poser par définition :

$$H' = H - (T_1' + T_1'') \quad (101)$$

à la condition de considérer H et H' comme négatifs dans le cas d'une pompe.

Pour déterminer H' en fonction des pressions relevées à l'entrée en e et à la sortie

en s (fig. 87), il suffit d'appliquer aux conduites la formule (IV), qui, pour un fluide incompressible, prend la forme :

$$v(p_1 - p_2) + (z_1 - z_2) + \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_f = 0$$

L'eau étant prise à la vitesse nulle au réservoir de mise en charge nous pourrons écrire, avec les notations indiquées sur la figure 87 :

$$v(p - p_e) + (h_1 - h') + \frac{1}{2g}(0 - c_e^2) - T_f' = 0 \quad (102)$$

c_e désignant la vitesse à l'entrée en e .

Pour le tuyau d'évacuation, on obtient :

$$v(p_s - p) + [-h'' - (-h_2)] + \frac{1}{2g}(c_s^2 - 0) - T_f'' = 0 \quad (103)$$

En ajoutant membre à membre, il vient par conséquent :

$$v(p_s - p_e) + (h_1 + h_2) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) - (T_f' + T_f'') = 0 \quad (104)$$

ou, en groupant les termes représentant H' :

$$H' = (h_1 + h_2) - (T_f' + T_f'') = v(p_e - p_s) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (VII)$$

Si nous avons raisonné sur la figure 88 représentant schématiquement l'installation d'une pompe centrifuge, la valeur obtenue eût été la suivante :

$$-H' = v(p_e - p_s) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2)$$

ou,

$$H' = v(p_s - p_e) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) \quad (105)$$

On voit que l'on peut passer de l'une à l'autre en changeant H' positif pour les turbines en $-H'$ pour les pompes.

On désigne généralement la hauteur utilisable H' sous le nom de *hauteur manométrique* parce que, comme le montre la formule (VII), sa valeur peut être déterminée par la différence des lectures à deux manomètres, l'un placé à l'entrée, l'autre à la sortie, si on prend soin de brancher les appareils de mesure en des points de la conduite où la vitesse est la même; dans ce cas particulier, en effet, le dernier terme disparaît et le deuxième terme peut être déterminé très simplement.

2^e CAS : LORSQUE LE FLUIDE EST COMPRESSIBLE et de faible densité, comme c'est le cas pour la vapeur et pour les gaz, l'énergie totale disponible est représentée uniquement par le travail que le kg. de fluide peut développer en se détendant

adiabaticquement (ou qu'il faut développer pour le comprimer adiabaticquement s'il s'agit d'un compresseur) depuis l'état e jusqu'à l'état s , augmenté de la différence entre l'énergie cinétique à l'entrée et l'énergie cinétique à la sortie :

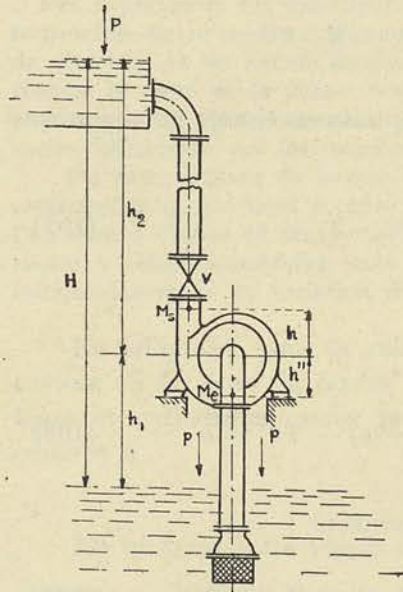


Fig. 88.

$$H' = \int_s^e v dp + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) \quad (\text{VII}b)$$

Cette formule contient la précédente comme cas particulier, si l'on fait abstraction du terme $(h' + h'')$ qui, avec la vapeur ou les gaz, est totalement négligeable vis-à-vis des deux autres.

Nous calculerons en conséquence H' en partant de cette dernière relation, et nous retiendrons qu'elle suppose implicitement que les pressions p_e et p_s sont relevées à la hauteur de l'axe de la turbo-machine.

§ 2. — Calcul de H' en fonction des vitesses.

Faisons rentrer dans le terme T_1 la perte de charge propre à la volute ; nous pourrions appliquer la formule IV aux filets liquides partant de l'entrée de la volute en e et allant jusqu'à la sortie du distributeur en 1.

En désignant par T_1 la perte de charge dans celui-ci et en négligeant le terme en z , nous obtiendrons :

$$\int_1^e v dp - T_1 + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_1^2) = 0 \quad (106)$$

Pour déterminer la valeur du terme correspondant à la détente dans l'aubage mobile $\int_2^1 v dp$, nous appliquons la formule (II) aux canaux de la roue ; en désignant par T_f la perte de charge dans ces canaux, nous pourrions écrire :

$$\int_2^1 v dp - T_f = -\frac{1}{2g} (\tau w_1^2 - \tau w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) \quad (107)$$

Appliquons de nouveau la formule (IV) aux canaux du diffuseur et désignons par T_2 la perte de charge dans ceux-ci ; il viendra :

$$\int_s^2 v dp + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_s^2) - T_2 = 0 \quad (108)$$

Ajoutons membre à membre les 3 équations ci-dessus :

$$H' = \int_s^e v dp + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) = \boxed{\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (\tau w_1^2 - \tau w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_1 + T_f + T_2} \quad (\text{VIII})$$

Comme les trois premiers termes du second membre représentent T_i d'après la formule (III), nous pourrions écrire :

$$H' = T_i + T_f + T_1 + T_2 \quad (109)$$

relation évidente, si on l'interprète ainsi : que l'énergie disponible par kg. est égale à l'énergie transmise à l'axe par kg., augmentée de l'énergie absorbée par les frottements dans le distributeur, la roue et le diffuseur ⁽¹⁾.

Si l'on veut passer du cas des turbines envisagé ici au cas des pompes, il suffit de remplacer H' par $-H'$ et T_i par $-T_i$.

§ 3. — Calcul du degré de réaction r.

Nous désignerons sous le nom de *degré de réaction r* le rapport de l'énergie potentielle de pression utilisée dans la roue à l'énergie potentielle de pression disponible

$$r = \frac{\int_2^1 v dp}{\int_s^c v dp} \quad (IX)$$

Des formules (II), (VII)b et (VIII) nous pouvons déduire :

$$\int_2^1 v dp = -\frac{1}{2g}(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_2^2) + T_f = H' - \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_1 - T_2$$

$$\int_s^c v dp = H' - \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2)$$

Si nous faisons l'hypothèse souvent réalisée que la vitesse c_e au point où l'on relève la pression à l'entrée, est égale à c_s , vitesse à l'entrée du tuyau d'échappement, il viendra :

$$r = \frac{H' - \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_1 - T_2}{H'} \quad (110)$$

⁽¹⁾ Pour les turbines le diffuseur est généralement remplacé par un tube de succion approprié qui joue le même rôle que lui.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

TROISIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I

VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE ET DU COEFFICIENT DE PUISSANCE DES TURBINES HYDRAULIQUES

§ 1. — Recherche du coefficient manométrique.

Nous appellerons *coefficient manométrique* M , le coefficient défini par la relation

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2}$$

c_1 représentant la vitesse absolue du fluide à la périphérie de la roue.

Ce coefficient ainsi défini est, comme nous allons le démontrer, fonction du *coefficient de vitesse*

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

La désignation adoptée pour ce dernier coefficient se justifie aisément, x_1 étant proportionnel à la *vitesse périphérique*, lorsque la turbine fonctionne sous une hauteur H' constante. Nous supposons que le distributeur présente à la sortie un angle α_1 constant, que l'aubage de la roue est tracé avec un angle de sortie β_2 constant et que l'angle à l'entrée β_1 est *approprié à la vitesse périphérique* u_1 de façon que la *vitesse* w_1 *reste constamment tangente au dos des aubes*.

Dans la réalité l'angle β_1 ne varie pas, mais sa valeur est choisie *de façon qu'à la vitesse* u_1 *normale, la direction de la vitesse relative* w_1 *soit tangente au dos de l'aube*. Il résulte de là que les courbes trouvées par le calcul doivent être tangentes aux courbes réelles au point d'abscisse correspondant à la *vitesse périphérique normale*, mais qu'elles ne peuvent coïncider avec elles sur toute leur étendue. En d'autres termes, pour vérifier les courbes calculées il faudrait opérer sur des roues présentant des angles β_1 croissants et tracer la courbe enveloppe de toutes les courbes expérimentales.

Nous adopterons pour l'étude des turbines hydrauliques comme variable indépendante, le rapport

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

mais pour la facilité du calcul, nous rechercherons tout d'abord la valeur du coefficient manométrique M en fonction de x défini par la relation

$$x = \frac{u_1}{c_1};$$

nous passerons aisément de x à x_1 en remarquant que

$$x = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} \frac{\sqrt{2gH'}}{c_1} = x_1 \times M^{1/2}$$

En partant de la formule (VIII), nous pourrions écrire

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \left[1 - \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \right] - \left[\left(\frac{w_1}{c_1} \right)^2 - \left(\frac{w_2}{c_1} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{u_1}{c_1} \right)^2 - \left(\frac{u_2}{c_1} \right)^2 \right] + 2g \left[\frac{T_1}{c_1^2} + \frac{T_f}{c_1^2} + \frac{T_2}{c_1^2} \right] \quad (111)$$

Désignons par m , ε , ν , les coefficients de proportionnalité, constants par conséquent pour toutes les roues géométriquement semblables, et *caractérisant ainsi entièrement un type donné*

$$m = \frac{r_2}{r_1} \quad (112) \quad \varepsilon = \frac{l_1}{r_1} \quad (113) \quad \nu = \frac{l_2}{l_1}; \quad (114)$$

nous pourrions établir un certain nombre de relations qui permettront de calculer les rapports des vitesses de l'équation (111) en fonction de x .

Dans le triangle des vitesses à l'entrée, on trouve tout d'abord la relation

$$\left(\frac{w_1}{c_1} \right)^2 = 1 + \left(\frac{u_1}{c_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{u_1}{c_1} \right) \cos \alpha_1 = 1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1 \quad (115)$$

L'équation de continuité nous permet d'autre part de tirer la valeur de $\frac{w_2}{c_1}$; en effet, on peut écrire que

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1 = 2 \pi r_2 l_2 \sin \beta_2 w_2 \delta_2$$

de laquelle on déduit directement :

$$\frac{w_2}{c_1} = \frac{r_1 l_1 \delta_1 \sin \alpha_1}{r_2 l_2 \delta_2 \sin \beta_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = n \quad (116)$$

La valeur de n ainsi définie est constante pour toutes les roues géométriquement semblables, si on suppose $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ constant; or, pour les turbines hydrauliques $\frac{\delta_1}{\delta_2} = 1$. Dans ces conditions

$$\left(\frac{w_2}{c_1} \right)^2 = n^2, \quad \left(\frac{u_2}{c_1} \right)^2 = m^2, \quad \left(\frac{u_1}{c_1} \right)^2 = x^2, \quad \left(\frac{u_2}{c_1} \right)^2 = m^2 x^2;$$

et, comme dans le triangle des vitesses à la sortie :

$$c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2 = n^2 c_1^2 + m^2 u_1^2 + 2 mn u_1 c_1 \cos \beta_2,$$

on peut tirer

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 = n^2 + m^2 x^2 + 2mnx \cos \beta_2, \quad (117)$$

Il sera donc possible de calculer M en fonction de x et des coefficients de proportionnalité, abstraction faite toutefois des trois termes relatifs aux pertes de charge.

Cherchons à évaluer ces termes en fonction des vitesses.

A) VALEUR DE T_f . — En ce qui concerne T_f nous pouvons utiliser la relation (VI). Transcrite sous la forme

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left[\frac{w_2^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right) \right]$$

nous voyons que nous pouvons en déduire une valeur qui ne dépend plus que des carrés des vitesses d'entrée et de sortie, des coefficients de proportionnalité et de x puisque

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{w_2 c_1}{c_1 w_1} = \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}} \quad (118)$$

Pour tenir compte de la perte produite par les chocs et remous à l'entrée de la roue, nous proposons d'ajouter à T_f un terme proportionnel au carré de la vitesse d'entrée $k_1 \frac{w_1^2}{2g}$. Dès lors, en posant pour simplifier les transcriptions,

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}}\right) + k_1 \quad (119)$$

nous pourrions représenter T_f par la relation

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} \quad (X)$$

dans laquelle φ et ψ sont deux coefficients qui dépendent de k et k_1 , des coefficients de proportionnalité et de x :

Si nous ne considérons que les valeurs de x voisines de celle qui correspond au rendement maximum de la turbine, nous pourrions regarder φ et ψ comme pratiquement indépendants de x .

Nous pourrions donc en déterminer les valeurs pour un type donné de dimensions connues. Comme nous avons vu que φ ne dépend des dimensions que par le fait de la variation du coefficient de résistance k , nous pourrions même conclure que φ et ψ peuvent être considérés dans une première approximation, comme constants. Nous retiendrons toutefois que φ et ψ tendent à croître lorsque les dimensions croissent.

B) VALEURS DE T_1 ET T_2 . — En raisonnant de la même manière pour les canaux fixes du distributeur et du diffuseur, nous pourrions déterminer les valeurs de T_1 et T_2 en fonction des vitesses d'entrée et de sortie. Nous nous contenterons de poser :

$$T_1 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (\text{XI})$$

$$T_2 = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \frac{c_2^2}{2g} \quad (\text{XII})$$

en supposant que la vitesse d'entrée dans le distributeur d'une part, la vitesse de sortie dans le diffuseur d'autre part, soient négligeables vis-à-vis respectivement de c_1 et c_2 .

Il nous sera toujours possible de rechercher la valeur fictive qu'il conviendrait de donner à φ_1 et ψ_1 pour tenir compte des termes négligés.

Connaissant les valeurs de T_f , T_1 , T_2 en fonction des vitesses, il sera aisé de calculer en fonction de x et des coefficients *constants pour un même type* n , m , ν , α_1 , β_2 , φ , ψ , φ_1 , ψ_1 , les valeurs de

$$\frac{2gT_f}{c_1^2}, \quad \frac{2gT_1}{c_1^2}, \quad \frac{2gT_2}{c_1^2}.$$

En substituant les valeurs ainsi obtenues dans l'équation (115), nous pourrions écrire toutes simplifications faites :

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (\text{XIII})$$

A, B, C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité m , n , ν , des angles α_1 et β_2 et des coefficients φ , ψ , φ_1 , ψ_1 dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée

$$A = \frac{1}{\varphi_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) - n^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) \quad (120)$$

$$B = 2 \left[\left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \right] \quad (121)$$

$$C = \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) - \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) m^2 \quad (122)$$

On peut donc dire que

Le coefficient manométrique est une fonction du coefficient $x = \frac{u_1}{c_1}$ absolument caractéristique d'un type donné et indépendante des dimensions de ce type, si on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible, des coefficients φ , ψ , φ_1 , ψ_1 , avec les dimensions.

Remarque. — Pour une hauteur manométrique *constante*, remarquons que c_1 varie avec u_1 car la vitesse à la sortie du distributeur dépend de la quantité d'énergie transformée dans celui-ci.

Il convient donc de tracer la courbe du coefficient manométrique en fonction du coefficient de vitesse $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$ qui, pour une hauteur manométrique constante, est proportionnel à la vitesse périphérique u_1 , ou ce qui revient au même, au nombre de tours.

Pour cela il suffit de déterminer c_1 en fonction de H' et de x ; or, par définition, le coefficient manométrique M est égal à

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2};$$

par conséquent

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M_2^1} \quad (123)$$

comme nous l'avions déjà établi plus haut.

§ 2. — Recherche du coefficient de puissance.

Nous avons désigné par T_i le travail fourni par la roue, par *kg. débité*, dans l'hypothèse où les frottements externes pourraient être négligés.

Cherchons à exprimer T_i donné par la formule (III) en fonction de $\frac{c_1^2}{2g}$ et de x .

Nous appellerons *coefficient de puissance* le coefficient défini par la relation

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2}$$

et nous le déterminerons en fonction du *coefficient de vitesse* x_1 .

Remplaçons dans la relation (III) w_2 , w_1 et c_2 par leur valeur tirée des relations (115), (116) et (117) :

$$\begin{aligned} w_2^2 &\text{ par } n^2 c_1^2 \\ w_1^2 &\text{ par } c_1^2 (1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1) \\ c_2^2 &\text{ par } c_1^2 (m^2 x^2 + n^2 + 2 m n x \cos \beta_2); \end{aligned}$$

nous obtiendrons :

$$T_i = \frac{c_1^2}{2g} (-2 m^2 x^2 - 2 m n x \cos \beta_2 + 2 x \cos \alpha_1) \quad (124)$$

et partant

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2} = x (a - b x) \quad (XIV)$$

avec

$$a = \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \quad (125)$$

$$b = m^2 \quad (126)$$

Comme on le voit, le coefficient P ne dépend que des coefficients de proportionnalité et des angles, et partant garde la même valeur pour toutes les turbines géométriquement semblables lorsque celles-ci tournent à des vitesses périphériques telles que x reste constant. Comme il est possible de tracer la courbe de P en fonction du coefficient de vitesse $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$ lié à la valeur de x par la relation (123), on peut donc affirmer que P est une fonction du coefficient de vitesse, caractéristique d'une type donné, indépendante de ses dimensions.

CHAPITRE II

VALEURS DU DEGRÉ DE RÉACTION
ET DU RENDEMENT DES TURBINES HYDRAULIQUES§ 1. — Évaluation du degré de réaction r .

La relation (110) permet d'écrire en vertu de (XI) et (XII) :

$$r = \frac{H' - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)}{H'} \quad (127)$$

Cherchons à évaluer r en fonction de x .

En remplaçant $\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2$ par $m^2 x^2 + n^2 + 2mnx \cos \beta_2$, puis $\frac{2gH'}{c_1^2}$ par sa valeur, nous obtiendrons :

$$r = \frac{M'}{M} \quad (128)$$

M' désignant une fonction du second degré en x :

$$M' = A' + B'x + C'x^2 \quad (XV)$$

les coefficients A' , B' , C' ayant pour valeur

$$A' = \frac{n^2}{\varphi^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \quad (129)$$

$$B' = 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 \quad (130)$$

$$C' = \frac{1}{\psi^2} - 1 - m^2 \quad (131)$$

Ainsi, comme on le voit, r est une fonction de x_1 indépendante des dimensions de la machine si l'on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible des coefficients φ , ψ , φ_1 , ψ_1 avec les dimensions.

§ 2. — Evaluation du rendement indiqué η_i , du rendement organique η_o
et du rendement effectif η_e .

Nous désignons sous le nom de *rendement indiqué* η_i d'une turbo-machine motrice le rapport de la puissance qui serait disponible sur l'axe s'il n'existait d'autres pertes que les pertes internes, à la puissance utilisable à l'entrée N_u

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_u} \quad (132)$$

Nous avons désigné par H' l'énergie disponible par kg débité. Si Q représente le débit en volume du fluide utilisé, N_u sera égal à

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (133)$$

D'autre part T_i désignant le travail produit par kg de fluide débité

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} \quad (134)$$

Partant

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = 2 \frac{g T_i}{\frac{c_1^2}{2gH'}} = 2 \frac{P}{M} \quad (XVI)$$

Nous désignerons par *rendement organique* η_o d'une turbo-motrice, le rapport de la puissance effective N_e produite sur l'axe, à la puissance indiquée N_i

$$\eta_o = \frac{N_e}{N_i} = \frac{N_i - N_o}{N_i} = 1 - \left(\frac{N_o}{N_i}\right), \quad (135)$$

en désignant par N_o la puissance absorbée par les frottements externes : frottements des flasques de la roue dans le fluide (N'_f) et frottements de l'arbre dans les paliers et bourrages (N''_f).

Connaissant le rendement indiqué η_i et le rendement organique η_o , il est possible de déterminer le *rendement effectif* η_e , rapport de la puissance fournie à l'axe par la roue, à l'énergie disponible par seconde :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_u} \quad (136)$$

En effet, en divisant et multipliant par N_i , nous obtiendrons :

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_i} \times \frac{N_i}{N_u} = \eta_o \times \eta_i \quad (137)$$

Le rendement effectif est donc égal au produit des deux rendements organique et indiqué.

Le rendement effectif ainsi défini, diffère de ce que nous appellerons *rendement total* η du fait que des fuites internes existent et que nous avons désigné jusqu'à présent et implicitement par Q le débit traversant la roue.

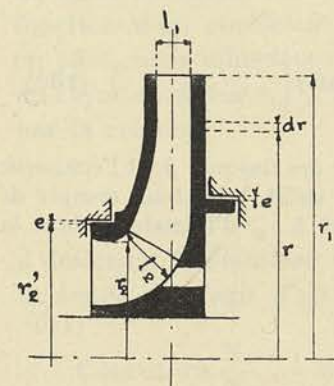


FIG. 89.

Si nous désignons par f la fuite par les joints en labyrinthe qui séparent la périphérie, de l'ouïe (fig. 89), nous pourrions dire que le rendement total vrai est égal à

$$\eta = \eta_o \frac{\delta(Q - f) T_i}{75 N_u} = \eta_o \times \eta_i \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (138)$$

puisque $(Q - f)$ représente le débit qui traverse réellement la roue.

On voit donc qu'il est possible de calculer le rendement total d'une turbo-machine, en fonction d'une variable indépendante, comme le coefficient de vitesse, à la condition de pouvoir déterminer $\frac{f}{Q}$ et $\frac{N_o}{N_i}$ en fonction de celui-ci.

§ 3. — Evaluation de $\frac{N_o}{N_i}$.

Nous avons vu que N_o puissance absorbée par les frottements externes comprend deux termes :

1° La puissance N_f' absorbée par les frottements des flasques de la roue dans le fluide remplissant l'enveloppe ;

2° La puissance N_f'' absorbée par le frottement de l'arbre dans les paliers et bourrages.

CALCUL DE N_f' . — Le calcul de N_f' peut se faire d'une façon assez sûre en fonction d'un coefficient de frottement k dont la valeur a été établie expérimentalement pour des disques en rotation dans un milieu fluide. (1)

Nous avons vu que la résistance provenant du frottement d'un fluide contre une paroi est proportionnelle à la surface mouillée, à la densité du fluide δ et au carré de la vitesse relative de la surface par rapport au fluide ; cette vitesse dans le cas considéré peut être évaluée à ωr pour un élément circulaire de rayon r d'épaisseur dr (fig. 89) ; partant la puissance absorbée par cet élément aura pour valeur

$$[k (2 \pi r dr) \omega^2 r^2 \delta] \omega r = k 2 \pi \delta \omega^3 r^4 dr.$$

En intégrant entre o et r_1 rayon extérieur, et en tenant compte de ce qu'il y a deux flasques (la puissance allant en croissant comme la 5^e puissance du rayon, on peut se rendre compte que l'erreur commise en adoptant pour la seconde flasque $r_2 = o$ est négligeable) :

$$N_f' = \frac{2}{75} \int_0^{r_1} k \delta 2 \pi \omega^3 r^4 dr = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 r_1^5 \quad (139)$$

Cette formule ne tient pas compte de la surface périphérique des flasques dont l'épaisseur n'est pas nulle. Comme nous l'avons montré dans l'appendice, il suffit, pour tenir compte de l'épaisseur des flasques presque toujours très faible par rapport à r_1 , d'introduire dans la relation (139) un rayon fictif r_e dont la valeur est

$$r_e = r_1 \left[1 + \frac{b}{2 r_1} \right] \quad (140)$$

b étant l'épaisseur de la flasque.

Quant à la valeur du coefficient k , on trouve, tout comme dans le cas des tuyaux, qu'il est fonction du *coefficient de Reynolds*, défini pour le cas envisagé, par l'expression

$$\alpha = \frac{\omega r_e^2}{\nu} \quad (141)$$

ν étant le *coefficient de viscosité-cinématique du fluide*.

(1) Voir appendice : Frottement des disques en rotation dans un fluide visqueux.

L'analyse des nombreux résultats d'expériences nous a permis d'établir pour k la formule suivante :

$$10^6 k = \frac{347.000}{\sqrt[3]{\alpha^2}} + B$$

dans laquelle

α représente le coefficient de Reynolds

et B un coefficient qui varie avec le diamètre du disque, la distance entre la paroi fixe et mobile et l'état de rugosité des parois.

L'examen des valeurs de B et partant de k , pour diverses valeurs de α , du diamètre du disque et de la distance entre la paroi fixe et mobile, nous permet de conclure que dans le cas des flasques d'une roue de turbine, les variations de k sont assez faibles, le coefficient α étant presque toujours représenté par un nombre très grand et la distance entre la paroi fixe et mobile étant relativement très petite.

La rugosité de la paroi et le diamètre du disque ont, par contre, une influence prépondérante sur la variation de B .

En envisageant des flasques en fonte propre nous pourrions avec une approximation suffisante, admettre pour k une valeur constante

$$k = 0,0001 \quad (142)$$

applicable dans la plupart des cas que l'on rencontre dans la pratique courante.

CALCUL DE N_f'' . — Le calcul de N_f'' est beaucoup plus aléatoire. On peut admettre que la puissance absorbée par le frottement dans les paliers est proportionnelle au poids de la roue, à la vitesse périphérique des tourillons pour une turbine horizontale, à la vitesse moyenne des faces de la butée pour une turbine à axe vertical. Malheureusement, le coefficient de frottement pour les tourillons varie avec les conditions de graissage et la température de régime des paliers ; d'autre part, la résistance des bourrages, qui est prépondérante dans les petites unités, est essentiellement variable avec le serrage des presse-étoupe et l'état de plus ou moins grande pureté du fluide évoluant. Pour toutes ces raisons, il n'est guère possible d'évaluer N_f'' qu'en fonction d'un coefficient K à déterminer expérimentalement dans chaque cas ; si, en effet, nous admettons que le poids de la roue varie proportionnellement au carré du rayon extérieur r_1 ⁽¹⁾, nous pourrions calculer N_f'' avec une approximation admissible par la relation

$$N_f'' = \frac{1}{75} K r_1^2 \omega \frac{d}{2} \quad (143)$$

d désignant le diamètre moyen des deux tourillons, ou le diamètre moyen des disques de butée s'il s'agit d'une turbine verticale.

CALCUL DE $\frac{N_o}{N_i}$. — Connaissant les valeurs de N_f' et N_f'' il est possible de déterminer $\frac{N_o}{N_i}$ en fonction de $x = \frac{u_1}{c_1}$

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{K r_1^2 \omega \frac{d}{2} + \frac{4}{5} k \delta \pi \omega^3 r_1^5}{\delta Q T_i} \quad (144)$$

⁽¹⁾ Le poids varie un peu plus rapidement que r_1^2 pour deux roues géométriquement semblables, mais en faisant cette hypothèse on tient compte implicitement de ce que la résistance des bourrages est indépendante du poids, et partant de r_1 .

Nous pouvons remplacer T_i par $c_1^2 \frac{P}{g}$, Q par

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 c_1; \quad (145)$$

il viendra après simplification

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left(\frac{d}{2r_1}\right) \frac{u_1}{c_1} \frac{1}{c_1^2} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P} \quad (146)$$

Remplaçons c_1^2 par sa valeur tirée de la relation

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = M$$

de façon à n'avoir plus dans le second membre que des coefficients de proportionnalité et des termes fonctions de x

$$\boxed{\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left(\frac{d}{2r_1}\right) x \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P}} \quad (XVII)$$

Même si l'on admet que $\frac{d}{2r_1}$ est sensiblement constant pour un même type de turbine quelles qu'en soient les dimensions, on ne peut plus conclure, comme on le voit, que $\frac{N_o}{N_i}$, et partant le rendement organique et le rendement effectif sont des fonctions de x indépendantes des dimensions sous les réserves déjà faites, car le premier terme du numérateur diminue à mesure que la hauteur sous laquelle on utilise la turbo-machine grandit, ce qui signifie que le rendement organique augmente légèrement quand H' grandit.

Remarque. — Comme dans la formule (144), r_1 désigne le rayon extérieur, il y a lieu d'observer que pour pouvoir appliquer la formule (XVII) qui en dérive, au type centrifuge, il faut multiplier le premier terme du numérateur par m^2 et le second terme par m^5 (r_1 désignant, dans ce type, non le rayon extérieur, mais le rayon à l'ouïe).

§ 4. — Evaluation de $\frac{f}{Q}$.

Nous pouvons chercher à déterminer les fuites en fonction du jeu e aux joints et du rayon moyen r'_2 de celui-ci. En désignant par c la vitesse moyenne au joint (fig. 89) nous pourrions poser

$$f = 2 \pi r'_2 e c. \quad (147)$$

et déterminer c au moyen de la formule (IVb)

$$v(p_1 - p_2) - \frac{c^2}{2g} - T_f = 0 \quad (148)$$

en négligeant la vitesse initiale et en représentant par T_f la perte de charge ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Voir appendice, Calcul de la perte de charge aux joints.

Pour simplifier les notations, nous calculerons c comme si les frottements étaient nuls, quitte à multiplier la valeur trouvée par un coefficient de réduction k_2 , que nous pourrions déterminer soit expérimentalement, soit par le calcul :

$$c = k_2 \sqrt{2gv(p_1 - p_2)}$$

Remplaçons $v(p_1 - p_2)$ par $r v(p_e - p_s)$, r étant le degré de réaction, et multiplions par 2 la valeur ci-dessus pour tenir compte de ce qu'il y a généralement 2 joints de fuite à la même distance de l'axe ; nous obtiendrons :

$$\frac{f}{Q} = 2 \left(\frac{r'_2}{r_1} \right) \left(\frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\varepsilon \sin \alpha_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (\text{XVIII})$$

Comme on le voit, on peut conclure également ici que si le jeu croît proportionnellement aux dimensions de la roue, ce qui se rapproche de la réalité, le rapport $\frac{f}{Q}$ est indépendant des dimensions, pour un type donné, quelle que soit la hauteur sous laquelle ce type fonctionne.

CHAPITRE III

VALEUR DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE DES TURBINES HYDRAULIQUES.

TRACÉ DES COURBES CARACTÉRISTIQUES POUR UNE TURBINE DONNÉE. — LOIS DE SIMILITUDE.

§ 1. — Valeur du coefficient caractéristique.

A présent que nous avons établi l'existence des courbes caractéristiques de M , P , η_i et que nous sommes en mesure de les tracer pour chaque type en fonction du coefficient de vitesse $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$, il nous est possible d'établir qu'il existe pour chaque type un *coefficient caractéristique* dont la valeur peut être calculée en fonction des trois quantités suivantes, qui représentent les données mêmes du problème à résoudre :

- 1° Le débit Q en $m^3/sec.$ que l'on doit utiliser ;
- 2° La hauteur H' en mètres de la chute ;
- 3° Le nombre de tours N qui sans être toujours imposé d'une façon absolue, ne peut varier souvent qu'entre d'étroites limites pour satisfaire aux conditions posées par le constructeur électricien.

Evaluons pour cela N_i en fonction de $x = \frac{u_1}{c_1}$

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} = \frac{\delta Q}{g} \frac{g T_i}{75 c_1^2} c_1^2 \quad (149)$$

Remplaçons dans cette équation, Q par sa valeur donnée par la formule (145) dans laquelle nous introduisons toutefois deux coefficients de réduction ;

k' pour tenir compte de l'encombrement de la section, les aubes ne pouvant avoir une épaisseur négligeable ;

k'' pour tenir compte de la réduction de la section d'écoulement par suite de la contraction de la veine à la sortie du distributeur :

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 k' k'' c_1 \quad (150)$$

Remplaçons également r_1 et c_1 par leurs valeurs en fonction de N et de x tirées des relations

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 = x c_1, \quad \frac{2gH'}{c_1^2} = M$$

nous obtiendrons :

$$N_i = \frac{\delta}{2g} \frac{60^2}{75} \frac{1}{\pi} \frac{1}{N^2} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 (2g)^{5/2} \frac{H'^{5/2}}{M^{5/2}} x^2 P \quad (151)$$

Groupons dans le premier membre les termes qui dépendent des données et du système d'unités choisi tels g et δ ; il restera dans le second membre des termes qui ne dépendent que des proportions et de x . Représentons le premier membre par R , nous obtiendrons

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = \frac{60^2}{75} \frac{1}{\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2 P}{M^{5/2}} \quad (XIX)$$

Si nous remplaçons N_i par sa valeur en fonction de N_u et de η_i , il viendra :

$$N_i = \eta_i N_u = \eta_i \frac{\delta Q H'}{75}$$

et partant

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}} = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2}{M^{3/2}} \quad (XX)$$

R' étant comme R une fonction de x , des coefficients de proportionnalité et des angles. On peut donc dire que le coefficient

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} \quad \text{ou} \quad R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}}$$

dont la valeur est déterminée quand les données

$$Q \quad H' \quad N$$

sont imposées, ne dépend que des proportions et de x .

Comme la valeur de x doit être choisie pour que la turbo-machine fonctionne au rendement maximum, on peut conclure qu'il n'existe pour chaque type qu'une valeur de R ; d'où l'appellation *coefficient caractéristique d'un type*, pour le désigner.

On voit aussi que pour répondre à un problème déterminé, il faut agir non seulement sur les dimensions, mais sur les proportions et que si l'on veut pouvoir répondre à n'importe quel ensemble de données, il faut trouver le moyen de réaliser une valeur quelconque du coefficient caractéristique, en faisant varier les proportions. Nous verrons toutefois que l'on ne peut dépasser certaines limites et que partant il existe des données pour lesquelles le problème se trouve sans solution possible.

§ 2. — Tracé des courbes caractéristiques pour une turbine connue.

Pour faire saisir la portée de la théorie que nous venons d'exposer, et la rendre moins abstraite, appliquons-la à l'étude de deux types dont nous possédons toutes les dimensions importantes.

Premier exemple. — Nous choisirons comme premier exemple celui de la turbine de Belgarde de 1300 chevaux, représentée en coupe et à l'échelle (fig. 90). Cette turbine du type centripète, répond aux données suivantes :

$$Q = 9,2 \text{ m}^3/\text{sec} \quad H' = 13 \text{ m} \quad N = 120 \text{ t/m.}$$

Les dimensions caractéristiques ci-dessous :

$$\begin{aligned} 2 r_1 &= 2,000 & l_1 &= 0,500 \\ 2 r_2 &= 1,600 & l_2 &= 0,600 \\ \alpha_1 &= 24^\circ \frac{1}{2} & \beta_2 &= 180^\circ - 19^\circ \end{aligned}$$

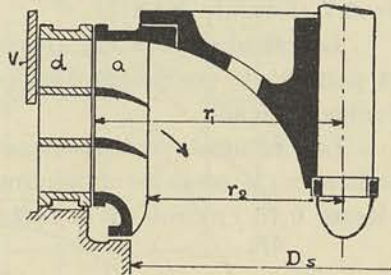


Fig. 90.

conduisent aux coefficients de proportionnalité :

$$m = 0,8 \quad \varepsilon = 0,500 \quad \nu = 1,2 \quad n = 1,3,$$

En utilisant le tracé de l'aubage, on peut rechercher la valeur de $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$ et en adoptant pour k la valeur 0,0006, on est conduit à la valeur

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975$$

Nous supposons que la moitié de l'énergie disponible à la sortie est perdue en raison du tracé du profil de la roue qui conduit à une largeur l_2 trop grande par rapport à $2 r_2$, et qui entraîne ainsi, fatalement, des remous à l'entrée du tube de succion. Cette hypothèse peut se traduire en vertu de (XII) par le choix d'une valeur élevée de

$$\frac{1}{\psi^2} = 1,5.$$

Pour la valeur de $\frac{1}{\psi^2}$, nous appliquerons la formule (119), en adoptant pour x une valeur de 1,2 voisine de celle qui correspond au maximum de rendement, et pour k_1 , la valeur 0,2, proposée par Rateau, pour des tracés d'aubes à forte courbure, telles que celles réalisées ici ; nous trouvons ainsi

$$\frac{1}{\psi^2} \approx 1,40.$$

Introduisant ces valeurs dans les relations XIII, XIV, XV, XVI, nous pourrions déterminer respectivement

$$M, P, M', r, \eta_i$$

et enfin,

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M^{1/2}}$$

Pour calculer η_o , nous avons utilisé la formule XVII et adopté :

$$K = 1100 \frac{d}{2r_1} = 0,18 \quad \text{et} \quad k = 0,00010$$

valeurs qui conduisent à $\eta_o = 0,98$ pour la valeur de $x = 1,2$, voisine de celle qui correspond au rendement maximum.

Pour calculer les fuites, nous avons admis un jeu de 2 mm. et un coefficient k_2 de 0,7 (formule XVIII).

Le calcul de R a été obtenu en adoptant pour k' coefficient de contraction 0,90, et pour k' , le coefficient d'encombrement résultant du tracé des aubes que l'on peut évaluer à 0,85.

Les résultats trouvés sont portés en diagramme (fig. 91). Comme on peut le constater, le rendement maximum total se présente pour la valeur du coefficient de vitesse 0,75 environ et la turbine a été calculée pour fonctionner avec

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{12,60}{\sqrt{19,62 \times 13}} = 0,785.$$

Pour cette valeur du coefficient de vitesse, le rendement est de 0,86 et la valeur de R est égale à 0,350.

Le degré de réaction est voisin de 0,7, ce qui revient à dire que 70 % de l'énergie totale se trouvent utilisés à l'état d'énergie potentielle de pression dans la roue. Avec la valeur du coefficient de vitesse égale à 0,785, on est conduit à une valeur de x égale à 1,4, et si l'on trace le triangle des vitesses à l'entrée pour cette valeur de x , on trouve pour β_1

$$\beta_1 = 130^\circ,$$

alors que les aubes étaient tracées avec un angle un peu plus faible, 115°.

On peut remarquer que si l'on voulait encore faire croître le coefficient caractéristique R, il faudrait sacrifier quelques % sur le rendement maximum.

Celui-ci tend à décroître toutefois un peu moins rapidement que ne l'indique le calcul, car, à mesure que le coefficient de vitesse $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$ augmente, x croît de même que l'angle β_1 : comme, dans ces conditions, la courbure des aubes diminue, le coefficient de choc k_1 que nous avons pris égal à 0,2, tend vers une valeur limite inférieure que l'on peut admettre égale à 0,05.

Il n'est pas inutile, pour faire saisir la portée de cette analyse mathématique des conditions de fonctionnement, d'examiner ce que pourrait devenir le nombre de tours, si l'on acceptait un rendement inférieur égal à 0,80, par exemple ; en tenant compte de la remarque ci-dessus, la valeur de x_1 pourrait être portée à 1,0 environ et la valeur correspondante de R serait égale à

$$R = 0,55.$$

De la relation

$$\frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = 0,55,$$

on peut tirer, pour les mêmes données N_i et H'

$$N = 150$$

et déduire, de la valeur de $\alpha_1 = 1,0$ $u_1 = 1 \times \sqrt{2gH'} = 16$ m/sec., puis

$$2 r_1 = 2,040 \text{ m.}$$

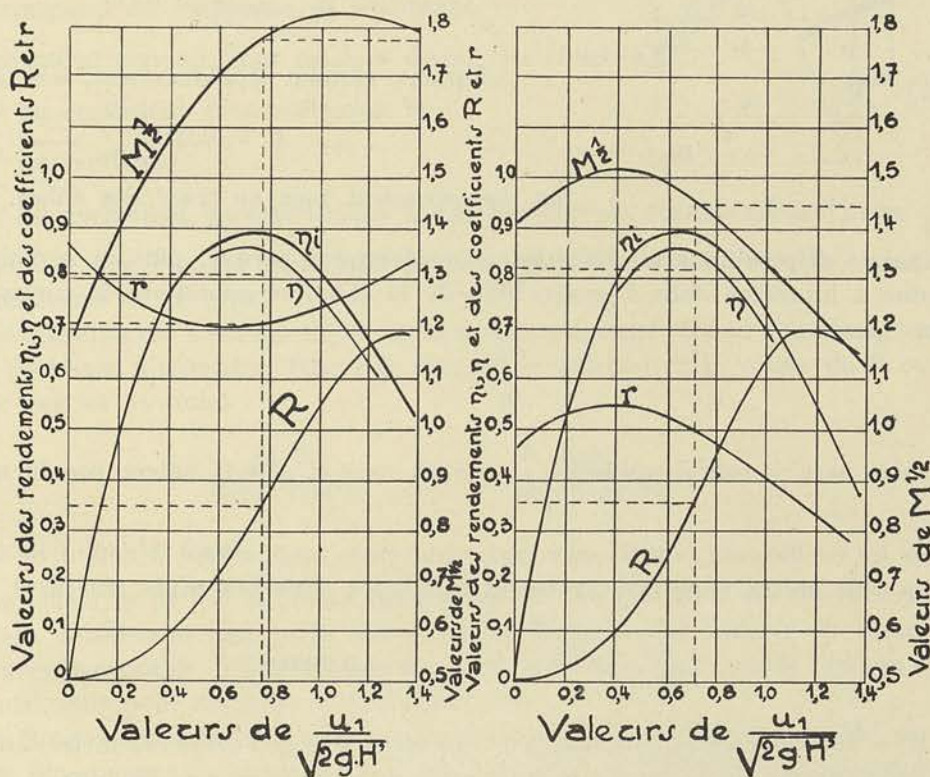


FIG. 91.

FIG. 93.

Ainsi, avec une roue d'un diamètre sensiblement égal à la première il serait possible en sacrifiant 5 à 6 % sur le rendement, d'adopter une vitesse angulaire de 25 % plus élevée ce qui au point de vue de la génératrice électrique, peut amener, dans le cas de l'attaque directe, une diminution notable des dimensions et du prix.

Deuxième exemple. — La figure 92 donne la coupe à l'échelle d'une turbine du Niagara de 5500 chevaux construite par la Maison *Piccard et Pictet*, sur les données suivantes :

$$Q = 12 \text{ m}^3/\text{seconde}$$

$$H' = 41,50 \text{ m.}$$

$$N = 250 \text{ t/m.}$$

Cette turbine, du type centrifuge, a les dimensions suivantes :

$$2 r_1 = 1,640$$

$$2 r_2 = 1,900$$

$$l_1 = 0,550$$

$$l_2 = 0,600$$

Les angles, à l'entrée et à la sortie, sont respectivement de

$$\alpha_1 = 19^\circ$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 12^\circ$$

On peut déduire, de ces valeurs, les coefficients de proportionnalité

$$m = \frac{r_2}{r_1} = 1,16 \quad \varepsilon = \frac{l_2}{r_1} = 0,665 \quad \nu = \frac{l_2}{l_1} = 1,09$$

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = 1,19.$$

Adoptons, comme précédemment, les valeurs

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975$$

qui correspondent bien au tracé des aubes.

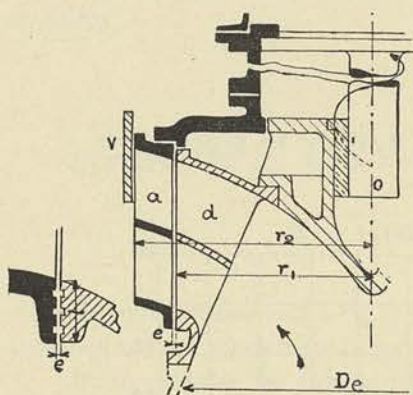


FIG. 92.

L'énergie disponible à la sortie est ici entièrement perdue, puisque le fluide est abandonné à lui-même dans l'espace libre de la chambre contenant la turbine; on doit donc poser :

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 2$$

D'autre part, le calcul conduit à $\frac{1}{\psi_2^2} = 1,42$, avec $k_1 = 0,2$, valeur précédemment adoptée.

Pour les coefficients relatifs aux pertes externes, nous avons, à défaut de renseignements plus précis, conservé les valeurs adoptées dans l'exemple précédent

$$\frac{d}{2r_2} = 0,18 \quad k = 0,00010$$

et pris $K = 2000$ en raison de la longueur exceptionnelle de l'arbre (45 mètres environ) et du poids énorme de la partie mobile, reposant sur les paliers de butée.

Le rendement organique a été calculé par la formule (XVII), dans laquelle nous avons introduit, pour tenir compte de la remarque du § 3, chap. II, les facteurs m^2 dans le premier terme, et m^5 dans le second terme du numérateur.

En ce qui concerne le jeu, nous avons admis comme pour la turbine précédente, 0,002 m. et conservé le coefficient $k_2 = 0,7$. Les résultats trouvés sont portés sur le diagramme (fig. 93). Pour le calcul de R , nous avons pris $k'' = 0,90$ et $k' = 0,80$, ce dernier chiffre résultant des mesures effectuées sur le plan donnant le tracé des aubes.

Comme on peut s'en rendre compte, le rendement maximum correspond à 0,865 pour $x_1 = 0,65$, alors que la turbine a été calculée pour

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,71.$$

Pour cette valeur du coefficient de vitesse, le rendement atteint 0,85 et le coefficient caractéristique R la valeur 0,358, correspondant sensiblement aux données. Le degré de réaction est ici égal à 0,5.

§ 3. — Énoncé des lois de similitude.

Les courbes que nous venons de tracer, connaissant les coefficients de proportionnalité et les coefficients de pertes

$$m, n, \nu, \varepsilon, \quad \varphi, \varphi_1, \psi, \psi_1,$$

montrent qu'il existe pour chaque type, un régime de fonctionnement qui correspond au rendement maximum, mais qu'en vue de réduire les dimensions d'encombrement, on peut adopter *une vitesse périphérique légèrement plus grande* que celle qui correspond au *maximum de rendement*.

Lorsqu'on connaît pour un *type* donné, les courbes :

1° du coefficient manométrique M ,

2° du rendement η ,

3° du coefficient caractéristique R en fonction du coefficient de vitesse $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$

on peut dire que l'on est en mesure de déterminer d'une manière sûre et rationnelle les dimensions de ce type.

La question est toutefois de savoir si le type envisagé répond aux conditions fixées par le problème à résoudre. Pour cela il suffit de déterminer la valeur de R ou de R' , fournie par les formules

$$\frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = R \quad \text{ou} \quad \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}} = R'$$

en fonction des données.

La valeur de R (ou R') étant déterminée en fonction de x dès que l'on se fixe α_1 il restera à s'assurer que cette valeur est réalisable, sans tomber en dessous d'un rendement acceptable. S'il n'en était pas ainsi, cela signifierait que le type en question est inutilisable pour résoudre le problème posé.

Si R est tel que la valeur du rendement correspondant est acceptable, on pourra déduire directement du diagramme de R , la valeur du coefficient de vitesse x_1 , et en tirer immédiatement la valeur de u_1 , puisque H' est une donnée : $u_1 = x_1 \sqrt{2gH'}$.

De là $2r_1$, puisque le nombre de tours est également fixé : $2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N}$.

Cette dimension étant connue, toutes les autres s'en suivront, en utilisant les coefficients de proportionnalité.

La détermination de l'angle β_1 pourra se faire également très simplement, car le coefficient manométrique correspondant à la valeur de x_1 , étant donné par les courbes caractéristiques, on en déduira :

$$x = \frac{u_1}{c_1} = M^{1/2} x_1, \quad \text{et partant,} \quad c_1 = \frac{u_1}{M^{1/2}} x_1.$$

Connaissant c_1 et l'angle α_1 , le tracé du triangle des vitesses à l'entrée fournira β_1

Il est donc possible de déterminer très simplement les dimensions d'une turbo-machine quelconque, lorsque les trois courbes caractéristiques de $M^{1/2}$, de η_i et de R , sont connues.

La prédétermination de ces courbes pour un type donné constitue toutefois un problème inabordable sans le secours de l'expérimentation.

Les coefficients tenant compte des pertes $\varphi, \varphi_1, \psi, \psi_1$ ne peuvent être calculés a priori qu'avec une approximation relativement grossière, et le coefficient k'' de contraction de la veine doit être choisi de sentiment.

Toutefois, si par des expériences systématiques sur une turbine d'un type déterminé, même de dimensions réduites, on parvient à tracer les courbes caractéristiques envisagées ici, la théorie permettra d'établir ce que deviendront ces courbes caractéristiques réelles pour toutes les turbines de ce type.

Les lois démontrées par la théorie que nous venons d'exposer, se vérifient dans l'application, d'une manière tout à fait remarquable, et il résulte de ces lois que les courbes caractéristiques peuvent être considérées comme *identiques* pour toutes les turbines géométriquement semblables, en première approximation tout au moins.

Nous rappellerons ici les lois énoncées au cours de l'exposé et nous en déduirons ce que l'on pourrait appeler les lois de similitude.

1° Le coefficient manométrique et le coefficient de puissance sont des fonctions du coefficient de vitesse absolument caractéristiques d'un type donné, indépendantes des dimensions de ce type, si l'on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible, des coefficients de pertes $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1$ avec les dimensions.

2° Tandis que le rendement indiqué est une fonction du coefficient de vitesse indépendante des dimensions du type considéré (sous la réserve qui vient d'être faite), le rendement organique, et partant le rendement effectif et le rendement total croissent dans une certaine mesure, avec les dimensions.

3° Les coefficients caractéristiques définis par l'une des relations (XIX) et (XX) et dont les valeurs sont déterminées par les données mêmes du problème, sont des fonctions du coefficient de vitesse indépendantes des dimensions.

Si l'on s'impose la condition du rendement maximum, on peut dire qu'à chaque type déterminé correspond une valeur unique de R , partant que cette valeur de R caractérise en quelque sorte ce type.

En faisant abstraction de la variation avec les dimensions, des coefficients de pertes et du rapport $\frac{N_0}{N_i}$ entrant dans l'expression de η_0 , nous pouvons énoncer les lois de similitude suivantes :

1° Toutes les turbines d'un même type ont même rendement si l'on fait croître la vitesse périphérique u_1 proportionnellement à $\sqrt{H'}$ et le quotient $\frac{Q}{r_1^2}$ proportionnellement à la vitesse périphérique u_1 .

2° Le rendement d'une turbine donnée reste invariable quelle que soit la hauteur sous laquelle elle fonctionne, si l'on fait croître le nombre de tours N comme $\sqrt{H'}$ et le débit proportionnellement à N .

Cet énoncé ressort de l'examen des courbes caractéristiques en fonction du coefficient de vitesse. En effet, si nous examinons celles-ci, nous voyons que pour maintenir le même rendement, il faut conserver la même valeur de $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$, ce qui entraîne comme conséquence une variation de u_1 proportionnelle à $\sqrt{H'}$; comme il existe entre le coefficient de vitesse et la valeur de $x = \frac{u_1}{c_1}$, la relation

$$\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M^{1/2}}$$

on voit que x doit également garder la même valeur, ce qui revient à dire que c_1 et, partant le quotient $\frac{Q}{r_1^2}$, doit varier comme u_1 (formule 149).

Exemples d'application. — Pour faire saisir la portée de ces lois, nous examinerons ici quelques exemples

Prenons tout d'abord le premier exemple d'application traité plus haut de la turbine de *Belgarde* et supposons que la hauteur de chute H' passe à 16 m. au lieu de 13 m., le débit restant le même. A quelle turbine faudra-t-il recourir? Nous voyons qu'il faudra si nous voulons conserver le même *type* de turbine, augmenter la vitesse périphérique dans la proportion

$$\sqrt{\frac{16}{13}} = 1,11$$

et pour que le quotient $\frac{Q}{r_1^2}$ augmente dans la même proportion, faire décroître le diamètre de la roue dans la proportion

$$\sqrt{\frac{1,11}{1}} = \frac{1,053}{1}$$

Le nombre de tours de la turbine devra être augmenté dans la proportion

$$1,11 \times 1,053 = 1,17$$

ce qui conduira à $N = 140$ t/min.

La turbine sera toujours du même type, mais le diamètre de la roue ne sera plus que

$$2r_1 = \frac{2,000}{1,053} = 1,90 \text{ m.}$$

Si nous voulions pour la nouvelle hauteur $H' = 16$ m. garder non seulement le type de turbine, mais *la même turbine*, nous serions obligés conformément à la 2^{me} loi de similitude de porter le nombre de tours à

$$N = 120 \times 1,11 = 133 \text{ t/min.}$$

Le débit devrait être augmenté et porté à

$$Q = 9,2 \times 1,11 = 10,2 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

pour que le rendement de la turbine reste le même. La puissance serait accrue dans la proportion de $\left(\frac{16}{13}\right)^{3/2}$

Remarque. — Au point de vue de la vérification expérimentale de la théorie, nous tenons à faire remarquer à nouveaux que les courbes théoriques déduites des équations trouvées, **ne peuvent coïncider avec les courbes expérimentales** que dans la région correspondant au fonctionnement normal pour lequel la machine a été calculée. Nous avons admis, en effet, pour établir ces équations, que l'angle d'entrée de la roue β_1 variait avec x_1 , ce qui n'est pas le cas lorsqu'on expérimente sur une turbine soit en faisant varier la vitesse périphérique et en maintenant H' constant, soit en faisant varier le débit et en maintenant le nombre de tours N constant.

Il résulte de là que **les courbes théoriques constituent les courbes enveloppes des courbes expérimentales** que l'on pourrait établir en faisant successivement des essais sur des roues ayant des angles d'entrée β_1 de plus en plus grands.

Ayant mis en évidence la possibilité de caractériser un type par un coefficient R , il nous reste à montrer comment on peut établir une classification rationnelle des différents types.

CHAPITRE IV

CLASSIFICATION

DES DIFFÉRENTS TYPES DE TURBINES HYDRAULIQUES A RÉACTION

§ 1. — Relations nécessaires entre les coefficients de proportionnalité et les angles.

Les formules que nous venons d'établir s'appliquent aussi bien à un type axial qu'à un type hélico-centrifuge ou hélico-centripète, ou bien encore à un type centrifuge pur ou centripète pur. Il convient toutefois de remarquer qu'avec ces derniers, les valeurs de r_2 sont parfaitement définies, tandis qu'avec le type hélico, le rayon r_2 ne peut représenter qu'une valeur moyenne pour les différents filets.

Lorsqu'il s'agit de types hélico-centripètes ou hélico-centrifuges, il convient donc, pour serrer la vérité de plus près, de décomposer la turbine donnée en turbines partielles (deux, trois ou quatre) (fig. 96 à 98) et d'appliquer à chacune d'elles les équations trouvées. La décomposition ne peut se faire, il est vrai, qu'en se laissant guider par le sentiment; il est toutefois possible de se rapprocher d'une forme rationnelle pour ces turbines partielles, ainsi que nous le montrerons dans l'étude que nous consacrons au *tracé des aubes de turbines* dans le 4^e fascicule.

Pour ce qui concerne le cas des turbines axiales à grande largeur l_1 (fig. 99), il y a lieu d'en faire une étude spéciale, en intégrant par rapport à r les équations donnant M et P pour un élément de largeur dr ⁽¹⁾.

Tout ce qui se rapporte au coefficient caractéristique R ne s'applique qu'aux turbines à *injection totale*, puisque la relation fixant la valeur de ce coefficient n'a été établie qu'en s'appuyant sur la relation de continuité (149) qui suppose implicitement l'existence d'un distributeur s'étendant sur toute la périphérie; cette relation est donc essentiellement particulière à l'étude des turbines à réaction qui constituent d'ailleurs la catégorie de beaucoup la plus importante des turbines hydrauliques.

Sauf pour les turbines hydrauliques à très hautes chutes, où l'on emploie le type d'action, on peut dire que toutes les turbines construites à l'heure actuelle sont du type à réaction. On peut même ajouter qu'elles sont exclusivement du type hélico-centripète, ou hélicoïde. La raison de l'exclusion des types centrifuge et hélico-centrifuge dans la construction des turbines hydrauliques modernes, *tient aux facilités qu'offrent les types centripètes pour la réalisation d'un distributeur à aubes orientables*, et à la possibilité d'utiliser le tuyau d'évacuation comme transformateur d'énergie cinétique en énergie potentielle de pression, dans des conditions très simples et très efficaces.

L'étude de la classification des différents types que nous poursuivons dans ce chapitre peut donc se limiter, si l'on réserve la question des turbines hydrauliques pour

⁽¹⁾ Voir chapitre V du présent fascicule.

très hautes chutes, à celles des types représentés par les figures 94 à 99 : centripète, hélico-centripète, mixte et hélicoïde.

Pour aborder rationnellement cette question de la classification, remarquons que le problème se présente généralement de la manière suivante : *réaliser la plus grande puissance N_i possible avec le plus grand nombre de tours N possible, pour une hauteur de chute H' donnée.*

Cela revient à dire qu'il faut chercher à concevoir des types capables de fournir des valeurs de R aussi élevées que possible. Or, la formule (XIX) fait voir qu'en faisant croître l'angle sous lequel se fait la distribution du fluide, R grandit ; comme P et M dépendent de α_1 on ne peut conclure toutefois d'une façon certaine, et il importe de déterminer dans quelles limites on peut faire croître α_1 sans que le rendement de la turbine tombe en dessous d'une valeur inférieure que l'on se fixe. Pour ce qui concerne ε , qui n'entre pas explicitement dans les valeurs de P et M , on peut affirmer qu'il y a intérêt en tout état de cause, à faire croître ε .

Cependant il est facile de se rendre compte que l'on ne peut agir sur ε sans augmenter le diamètre D_s du tuyau d'évacuation, et cela sous peine d'accroître la perte d'énergie à la sortie au delà de limites acceptables : le rapport $m = \frac{r_2}{r_1}$ est donc lié implicitement à la valeur de ε et pour pouvoir tracer les profils des différents types, on voit qu'il importe en tout premier lieu de rechercher comment D_s et m sont liés à la valeur de ε .

En exprimant la condition de continuité du débit entre l'entrée du tuyau d'évacuation et l'entrée de la roue, nous arrivons à la relation :

$$Q = k''' \pi \frac{D_s^2}{4} c_s = 2 \pi r_1^2 \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{u_1}{x}$$

dans laquelle c_s désigne la vitesse axiale dans le tuyau d'évacuation et k''' un coefficient de réduction tenant compte de l'encombrement de l'ouïe par l'arbre et le moyeu de la roue.

Cette relation peut être mise sous la forme

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{k'''}{k' k''} \left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 \left(\frac{c_s}{u_1} \right) x \frac{1}{\sin \alpha_1} \quad (152)$$

On voit qu'elle implique une dépendance entre la valeur du coefficient ε et celle du rapport $\frac{D_s}{2r_1}$ du diamètre de l'ouïe au diamètre de la roue, du moment où l'on se fixe une limite au rapport $\left(\frac{c_s}{u_1} \right)$ et que les valeurs de α_1 et de x sont imposées.

Or, comme nous le montrerons un peu plus loin, l'angle α_1 et la valeur de x sont déterminés par la condition que l'on s'impose de faire fonctionner la turbine au rendement maximum-maximorum, et dans ces conditions le seul facteur sur lequel on puisse agir est le facteur $\left(\frac{c_s}{u_1} \right)$. Comme la perte à l'émission dont dépend le rendement, croît avec la valeur de c_s , il convient de limiter celle-ci à une fraction de la vitesse périphérique. Généralement, on ne dépasse pas $c_s = 5$ à 6 m et pour les hautes chutes 7 à 8 m.

Voyons ce que cela implique dans les conditions normales :

L'angle α_1 le plus favorable est d'environ 24° , ainsi que nous le ferons ressortir

par les courbes ci-après calculées ; la valeur de x correspondant au rendement maximum est d'environ 1,5 ; nous obtiendrons donc par la relation (152)

$$\left(\frac{D}{2r_1}\right)^2 = 0,415 \frac{1}{k'''} \frac{\varepsilon}{c_s/u_1} \quad (153)$$

les coefficients k' k'' ayant les valeurs moyennes suivantes :

$$k' = 0,85 \quad \text{et} \quad k'' = 0,90 \quad (154)$$

Cette relation va nous permettre de proportionner judicieusement les différents types en considérant ε comme variable indépendante.

§ 2. — Tracé du profil des types de turbines.

I. TYPE CENTRIPÈTE PUR. — Il est rare que l'on descende en dessous de la valeur de $\varepsilon = 0,1$ dans les turbines à haute chute, et cela à la fois pour éviter des difficultés d'exécution et des rendements organique et effectif trop faibles ; on peut donc considérer que ε reste compris entre 0,1 et 0,15 pour les roues les plus étroites.

C'est pour cette raison que nous avons adopté pour le tracé du profil de la roue du type centripète pur (fig. 94) la valeur $\varepsilon = 0,125$.

En limitant $\frac{c_s}{u_1}$ à 0,25 environ, c'est-à-dire en se réservant la possibilité d'atteindre des vitesses périphériques de 20 à 25 m. (30 m. à l'extrême maximum), nous pourrions adopter d'après la relation (153) pour $\varepsilon = 0,125$ et $k''' = 0,90$

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,45$$

Avec cette valeur de $\frac{D_s}{2r_1}$, il sera possible de conserver le type centripète pur, c'est-à-dire de choisir $2r_2$ sensiblement égal à D_s de façon à éviter le gauchissement des aubes à l'ouïe.

Le type centripète pur ainsi proportionné sera caractérisé par

$$\varepsilon = 0,125 \quad m = \frac{r_2}{r_1} = 0,45 \quad \frac{D_s}{2r_1} = 0,45.$$

Quant à la valeur de $v = \frac{l_2}{l_1}$, elle n'est pas arbitraire, car on ne peut concevoir une vitesse à sortie de l'aubage qui irait ralentissant sensiblement de la section à largeur l_2 à la section droite de l'ouïe : cela implique dans ces conditions, la relation

$$k''' \frac{\pi D_s^2}{4} = 2 \pi r_2 l_2 = 2 \pi \frac{r_2 l_2 l_1}{r_1 l_1 r_1} \cdot r_1^2$$

ou

$$\frac{1}{2} k''' \left(\frac{D_s}{2r_1}\right)^2 = \varepsilon m v \quad (155)$$

de laquelle nous pouvons tirer $v = 1,6$.

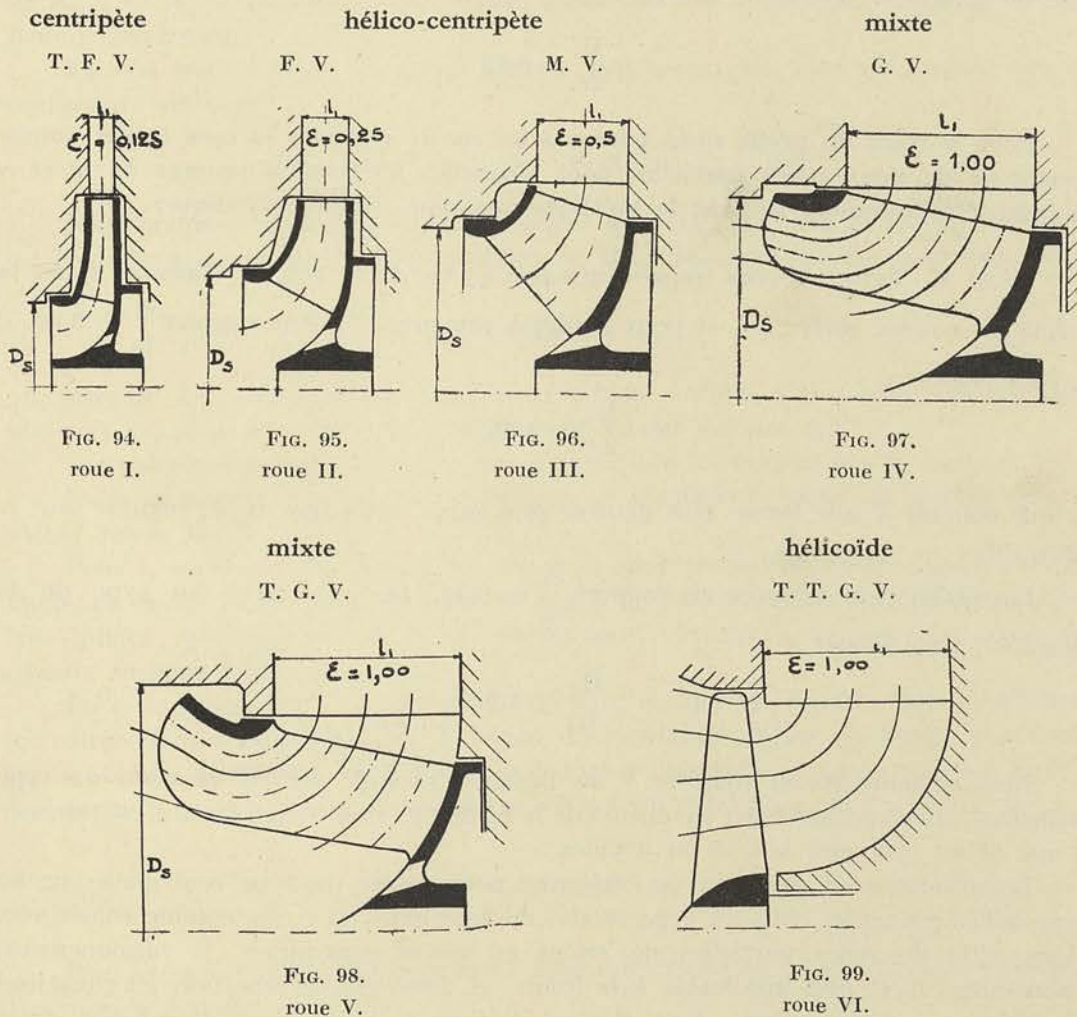
II. — TYPE HÉLICO-CENTRIPÈTE ÉTROIT (fig. 95). — En doublant la valeur de ε , c'est-à-dire en adoptant 0,250 et en limitant $\frac{c_s}{u_1}$ à 0,30, c'est-à-dire en limitant l'emploi

du type à des vitesses périphériques à 18 ou 20 m (25 m à l'extrême limite), nous trouverons k''' étant pris ici égal à 1

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,60$$

Pour le tracé du profil, nous pourrions décomposer la roue en deux roues partielles de largeur telle que $\epsilon = 0,125$ pour chacune d'elles.

Profils des roues des turbines hydrauliques à réaction.



Dans ces conditions, le rayon r_2 de la première pourra atteindre $0,52 r_1$, le rayon de la seconde $0,44 r_1$. Pour le calcul de v relatif à chacune des turbines partielles, on pourra adopter la relation (155) transformée comme suit

$$\frac{1}{2} k''' \left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 = \epsilon \times \frac{m' v' + m'' v''}{2} \tag{156}$$

afin de tenir compte de ce que la section de sortie de l'aubage est la somme des sections

de sortie des roues partielles. On arrivera ainsi aux proportions suivantes pour le type hélico-centripète étroit

$$\varepsilon = 0,250 \qquad \frac{D_s}{2r_1} = 0,6$$

$$m = \begin{cases} 0,52 \\ 0,44 \end{cases} \qquad v = \begin{cases} 1,6 \\ 1,6 \end{cases} \text{ avec } k''' = 1,00$$

III. TYPE HÉLICO-CENTRIPÈTE LARGE (fig. 96). — Avec ce type $\varepsilon = 0,5$ et en gardant $\frac{c_s}{u_1}$ égal à 0,30, $k''' = 1,00$, on obtiendra

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,85$$

Pour le tracé du profil, nous pourrions ici encore regarder la roue totale comme constituée de deux roues partielles pour lesquelles les valeurs propres de m et v devront être calculées suivant la méthode que nous venons d'indiquer.

IV et V. TYPES MIXTES (représentés par les fig. 97 et 98). — Dans ces roues la valeur de ε a été portée à 1 et pour garder à peu près le même rapport $\frac{c_s}{u_1} = 0,30$, il a fallu réaliser

$$\frac{D_s}{2r_1} = 1,25$$

ce qui conduit à une forme très gauchie des aubes, telle que celle réalisée sur la figure 98.

Lorsqu'on peut adopter un rapport $\frac{c_s}{u_1} = 0,40$, on s'en tient au type de la figure 97, pour lequel

$$\frac{D_s}{2r_1} = 1,05$$

Nous reviendrons au chapitre V du présent fascicule sur la question du type hélicoïdal pur représenté par le schéma de la figure 99, dans lequel la roue est ramenée à une hélice ordinaire à 4, 6 ou 8 pales.

Le raisonnement que nous avons suivi pour passer du type centripète pur au type hélico-centripète puis au type mixte, en regardant les roues comme constituées d'une série de roues partielles de moins en moins centripètes, le raisonnement, disons-nous, n'est plus applicable à la limite, et force est de reprendre les équations générales pour les appliquer à un élément de roue de rayon r et d'épaisseur dr et d'intégrer ensuite entre les rayons extrêmes r_2 et r_1 .

Nous exposerons plus loin le problème ainsi traité.

§ 3. — Classification proprement dite.

Cette détermination rationnelle des types en partant des valeurs arbitraires de ε égale à 0,125, 0,250, 0,500 et 1,00, est justifiée par le fait qu'il s'agit de réaliser toutes les valeurs de R possible depuis un minimum (qui sera fixé par la condition

de ne pas descendre en dessous d'un rendement de 0,80 par exemple), jusqu'à un maximum atteint avec le type hélicoïde.

En passant d'une valeur ε à une valeur double 2ε pour le type suivant, nous avons eu en vue :

1° de faire correspondre la valeur maximum de R de l'un des types avec la valeur minimum du type immédiatement supérieur, les rendements restant comparables dans les 2 cas ;

2° de faire en sorte que l'on puisse toujours remplacer un type quelconque par le type immédiatement inférieur, réalisé en double ouïe.

Le problème revient à présent, à déterminer pour chacun des types les valeurs de $R_{\max.}$ et $R_{\min.}$ réalisables, sans tomber en dehors des limites que l'on peut se fixer pour le rendement.

Faisons tout d'abord le calcul pour le type centripète pur caractérisé par les coefficients suivants :

$$\varepsilon = 0,125 \quad m = 0,45 \quad \nu = 1,6.$$

Nous pourrions rechercher pour les angles $\alpha_1 = 19^\circ, 24^\circ, 30^\circ$ et 36° par exemple, les courbes de rendement et les courbes de R , à la condition de nous imposer la relation

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

qui permet de conserver un degré de réaction normal à peu près constant quel que soit α_1 , pour la valeur du coefficient de vitesse normal x_1 .

Les calculs supposent toutefois que l'on se fixe les coefficients de perte.

Nous prendrons pour φ ainsi que pour φ_2 , coefficient relatif au distributeur, la valeur limite 0,975.

Pour k_1 coefficient de choc à l'entrée nous adopterons 0,05 chiffre également très faible, en raison de ce que pour les roues à grande vitesse, on est conduit à des aubes très plates qui suppriment tout changement brusque de direction dans les canaux formant l'aubage mobile.

En ce qui concerne le coefficient ψ_1 qui tient compte de la perte dans le diffuseur (constitué dans les turbines par le tuyau d'évacuation auquel on donne une forme évasée vers le bas), nous ne pouvons qu'adopter un chiffre moyen correspondant à une perte % souvent indiquée comme résultant d'expériences, 25 % c'est-à-dire

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

Pour le coefficient d'encombrement k' nous admettons qu'il varie avec $\sin \alpha_1$ comme l'indique la formule ci-dessous

$$k' = \frac{s}{s + \frac{e}{\sin \alpha_1}} = \frac{120}{120 + \frac{7}{\sin \alpha_1}} \quad (157)$$

qui correspond à une épaisseur d'aube de 7 mm. et à une distance entre deux aubes voisines mesurée suivant l'arc à la périphérie, égale à 120 mm.

En ce qui concerne le coefficient de contraction k'' nous adopterons la valeur invariable 0,90, bien que celui-ci doive dépendre dans une certaine mesure, de l'angle α_1 .

Nous avons adopté d'autre part pour le calcul du rendement organique :

$$\frac{d}{2r_1} = 0,18 \quad \delta = 1000 \quad g = 9,81 \quad k = 0,00010$$

Comme nous manquons de base pour évaluer le coefficient qui tient compte des frottements de l'arbre dans les paliers et dans les bourrages, nous avons admis comme normal, pour $H' = 7m50$, $\alpha_1 = 20^\circ$, $x = 1,4$, $\varepsilon = 0,5$, la valeur $\eta_0 = 0,97$; nous en avons déduit $K = 1100$ que nous avons conservé pour tous nos calculs.

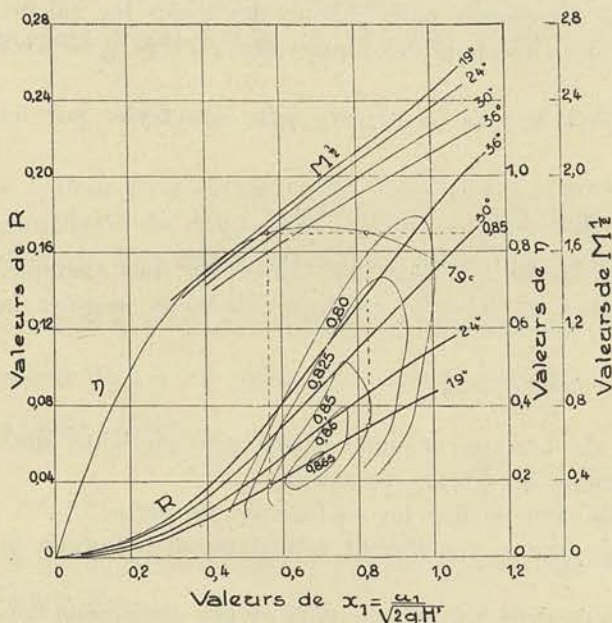


FIG. 100.

de x_1 plus favorables au point de vue du rendement, qu'il convient de choisir pour le calcul des dimensions de la turbine envisagée.

On voit qu'avec le type centripète pur la valeur de R peut passer de 0,04 à 0,125, sans que le rendement tombe à une valeur inférieure à 0,80, les valeurs de x_1 restant comprises entre 0,6 et 0,8 pour fixer les idées.

Pour le type hélico-centripète étroit représenté figure 95, nous avons vu que nous pouvions le considérer comme résultant de l'association en parallèle de deux roues caractérisées chacune par

$$\varepsilon = 0,125 \quad v = 1,6 \quad m = 0,52 \text{ et } 0,44$$

La valeur de R pour la roue totale représentera la somme des valeurs partielles, et si traçant la courbe des rendements moyens nous opérons comme ci-dessus pour le type centripète pur, nous pourrions fixer à nouveau les valeurs extrêmes de R et de x_1 .

On trouvera les courbes se rapportant à ce type de turbine au 4^{me} fascicule, figure 114.

Le tracé des courbes d'égal rendement montre que pour réaliser avec ce type, la valeur de $R_{\min.}$ de 0,125 (que représente le maximum du type précédent), il suffit de choisir la valeur de x_1 voisine de 0,70, l'angle α_1 correspondant étant de 19° . En

Nous avons donc déterminé sur les bases indiquées ci-dessus, le rendement effectif η_e et le coefficient caractéristique R en fonction du coefficient de vitesse x_1 pour les valeurs de α_1

$$19^\circ \quad 24^\circ \quad 30^\circ \quad 36^\circ$$

En traçant, figure 100, des horizontales passant par les ordonnées correspondant aux rendements de 0,85, 0,80, 0,75, etc., nous avons pu fixer sur les courbes de R correspondant aux différents angles envisagés, les points d'égal rendement.

En réunissant tous ces points nous avons obtenu une succession de courbes concentriques montrant qu'il existe un angle α_1 et une valeur

portant x_1 à 0,80 et la valeur de α_1 à 30° , il sera possible de réaliser $R = 0,250$, tout en conservant un rendement supérieur à 0,85.

Des calculs analogues, mais de plus en plus compliqués et de moins en moins rigoureux peuvent être faits pour rechercher dans les mêmes conditions, l'angle α_1 et le coefficient de vitesse x_1 , qui conduisent aux valeurs de R limites, correspondant aux types mixtes représentés par les figures 97 et 98.

Pour le type hélicoïde, les calculs que nous effectuerons plus loin montreront que l'on peut atteindre avec lui des valeurs de R comprises entre 2 et 3 même 5, sans descendre en dessous d'un rendement de l'ordre de 0,80.

L'ensemble de ces résultats conduit au tableau de classification ci-après :

TABLEAU IV.

Classification des Turbines hydrauliques à réaction.

DÉSIGNATION			TURBINES HYDRAULIQUES				OBSERVATIONS
N ^o	Roue	Fig.	Type	ε	R	η_e	
1	I	94	Centripète T. F. V.	0,125	0,04 0,125	0,80 0,80 ⁽¹⁾	(1) Ces rendements supposent que la turbine est utilisée sous une faible chute et que partant le rendement organique est relativement mauvais.
2	II	95	Hélico-centripète (étroit) F. V.	0,250	0,125 0,250	0,84 ⁽¹⁾ 0,84	
3	III	96	Hélico-centripète (large) M. V.	0,500	0,250 0,500	0,87 0,87	
4	IV	97	Mixte G. V.	1,000	0,500 1,000	0,88 0,88	
5	V	98	Mixte T. G. V.	1,000	1,000 2,000	0,88 0,825	
6	VI	99	Hélicoïde T. T. G. V.	1,000	2,000 4,000	0,850 0,750	

Nous avons adopté les notations suivantes pour leur désignation :

Roue I	très faible vitesse : T F V	type centripète pur
Roue II	faible vitesse : F V;	type hélico-centripète (étroit).
Roue III	moyenne vitesse : M V;	type hélico-centripète (large).
Roue IV	grande vitesse : G V;	type mixte (étroit).
Roue V	très grande vitesse : T G V;	type mixte (large).
Roue VI	très très grande vitesse : T T G V;	type hélicoïde pur.

Ces notations reposent sur l'observation suivante : pour une même hauteur de chute H et une même puissance N_i à réaliser, les différents types conduisent à des vitesses de rotation croissantes, qu'indiquent la formule

$$N = \left[\frac{\delta(2g)^{3/2}H^{5/2}}{N_i} \right]^{1/2} \times \sqrt{R} \quad (158)$$

C'est ainsi que le nombre de tours maximum étant N pour la roue I le nombre de tours admissible pour les autres sera :

Pour la roue I	égal à N ,
Pour la roue II	égal à $1,4 N$,
Pour la roue III	égal à $2,00 N$,
Pour la roue IV	égal à $2,83 N$,
Pour la roue V	égal à $4,00 N$,
Pour la roue VI	égal à $5,65 N$.

§ 4. — Conclusions.

Tous les chiffres cités sont déduits de la théorie et sont établis en adoptant des coefficients de frottement et de choc *invariables* pour toutes les roues.

Ces chiffres, qui cadrent d'une façon très satisfaisante avec ceux déduits des données expérimentales, ne sont donc pas la conséquence d'un choix *judicieux* des coefficients, mais bien le résultat de calculs rigoureux tirés de la théorie que nous venons d'exposer.

Cette théorie ne permet donc pas seulement d'expliquer les lois de similitude que nous avons énoncées, mais encore de fixer les limites d'utilisation de chacun des types et de fonder une classification rationnelle de ceux-ci.

Pour cela la notion que nous avons introduite du coefficient caractéristique R s'est révélée fondamentale.

On pourrait nous faire remarquer que cette notion correspond à celle connue depuis longtemps de la *vitesse spécifique*, dont nous dirons un mot dans la remarque ci-dessous ; mais il ne faut pas perdre de vue, pour se faire une opinion juste à ce sujet, que si la connaissance du nombre de tours spécifique (qui est lié à R par la relation $N_s = 295 \sqrt{R}$) implique l'idée de similitude, et partant la conclusion que toutes les turbines d'un même type ont même rendement, cette connaissance est impuissante à faire comprendre sur quels éléments il faut agir logiquement pour réaliser des valeurs croissantes de N_s , et partant pour établir une classification rationnelle.

REMARQUE AU SUJET DE NOMBRE DE TOURS SPÉCIFIQUE.

Dans un rapport présenté au Congrès International de Mécanique, à Stockholm, de 1930, M. Germani, professeur à Bucarest, a exposé une théorie générale de la similitude qui permet de définir rationnellement ce que l'on doit entendre par nombre de tours spécifique d'une turbine.

D'une manière générale, on peut définir la *mesure spécifique* d'un phénomène quelconque : la mesure que l'on obtient lorsqu'on prend comme unités, les paramètres fondamentaux dont dépend le phénomène envisagé.

Si par exemple, un phénomène peut être représenté comme une fonction E des paramètres A, B, C appartenant à trois grandeurs qui peuvent constituer un système d'unités fondamentales, nous pourrions poser d'une manière générale

$$E = k A^\alpha B^\beta C^\gamma, \quad (159)$$

les grandeurs fondamentales dans les phénomènes relevant de la mécanique, étant généralement au nombre de trois.

Nous dirons que la *mesure spécifique* de E sera obtenue lorsque nous choisirons les paramètres A, B, C comme *unités*.

Nous pourrions écrire dans ce cas :

$$E_s = k$$

ou bien en vertu de (159) :

$$E_s = E A^{-\alpha} B^{-\beta} C^{-\gamma} \quad (160)$$

Ceci étant établi, on peut définir la loi de similitude de deux ensembles géométriquement semblables relativement à un phénomène déterminé qui se présente dans ces ensembles, comme la loi exprimant l'égalité des mesures spécifiques du phénomène, effectuées dans chacun des ensembles.

Dans l'exemple envisagé ci-dessus cela signifie que la similitude des deux ensembles relativement au phénomène exprimé par la fonction (159), exigerait que le coefficient k restât le même dans les deux ensembles.

Cette condition sera évidemment toujours réalisée si la fonction E ne dépend que des paramètres fondamentaux A, B, C . Mais si en dehors des paramètres fondamentaux, E dépend encore d'autres paramètres a, b, \dots que l'on désigne sous le nom de paramètres supplémentaires, nous pourrons toujours représenter E sous la forme (159), à la condition d'adopter pour coefficient k non plus une constante, mais une fonction de a, b, \dots

En choisissant de nouveau A, B, C comme unités, nous pourrons écrire pour la mesure spécifique de E

$$E_s = k = f(A, B, C, a, b, \dots) = \varphi(a_s, b_s, \dots) \quad (161)$$

puisque

$$A = B = C = 1.$$

On voit dans ce cas que l'égalité de k dans les deux systèmes, condition pour que la similitude existe, entraînera les égalités

$$\begin{aligned} a_s' &= a_s'' \\ b_s' &= b_s'', \text{ etc.} \end{aligned}$$

c'est-à-dire l'égalité des mesures spécifiques des paramètres supplémentaires. Il y aura donc autant de lois de similitude que de paramètres supplémentaires.

Envisageons à la lumière de cet exposé général, le cas spécial des turbines hydrauliques. Nous pourrons choisir comme paramètres fondamentaux la densité ρ , la charge Z représentée par $Z = gH$, où H est la différence entre les niveaux amont et aval, et le débit Q .

La puissance utile recueillie sur l'arbre de la turbine est évidemment fonction de ces paramètres fondamentaux ρ, Z et Q ; mais elle dépend en plus du paramètre supplémentaire N , nombre de tours de la turbine, car nous avons vu que le rendement varie avec N .

Posons donc

$$N_e = f(\rho, Z, Q, N);$$

nous pouvons écrire également :

$$N_e = k f(\rho, Z, Q)$$

le coefficient k étant dans ce cas une fonction du nombre de tours spécifique N_s :

$$k = \varphi(N_s).$$

On dira qu'il y a similitude pour deux turbines géométriquement semblables si leurs puissances spécifiques sont les mêmes, c'est-à-dire si pour les mêmes valeurs particulières $\rho = 1, Z = 1, Q = 1$ on obtient une même puissance utile ou, ce qui revient au même, un rendement identique.

La condition $N_{es} = c^{te}$ implique $k = c^{te}$ ou $N_s = c^{te}$, c'est-à-dire qu'il n'y aura similitude que si le nombre de tours spécifique est constant.

Pour rendre explicite la valeur de N_s nous établirons l'équation aux dimensions du du nombre de tours N .

Nous pouvons écrire à cet effet :

$$N = k' \rho^\alpha Z^\beta Q^\gamma$$

ce qui se traduira dans le système des unités habituelles par

$$|T^{-1}| = |ML^{-3}|^\alpha \cdot |L^2 T^{-2}|^\beta \cdot |L^3 T^{-1}|^\gamma$$

En identifiant les exposants des grandeurs L, M et T, nous en déduisons

$$\alpha = 0; \quad \beta = 3/4 \quad \text{et} \quad \gamma = -1/2$$

et partant

$$N = k' Z^{3/4} Q^{-1/2} \quad (162)$$

Comme ce que nous appelons N_s n'est autre chose que k' , nous pourrions finalement écrire en vertu de la relation (160) :

$$N_s = N \cdot (gH)^{-3/4} Q^{1/2} \quad (163)$$

En comparant cette dernière relation avec l'équation (XX), on voit qu'entre le nombre de tours spécifique et le coefficient caractéristique R' existe la relation

$$N_s = 0,028 \sqrt{R'} \quad (164)$$

Si nous avons choisi un autre système fondamental ρ , Z et N_i par exemple, N_i représentant la puissance indiquée de la turbine la condition de similitude $N_s = c^{te}$ aurait conduit, vu l'équation aux dimensions obtenue par la même méthode,

$$|N| = |\rho|^{1/2} |Z|^{5/4} |N_i|^{-1/2},$$

à la relation

$$N_s = N \rho^{-1/2} (gH)^{-5/4} N_i^{1/2} \quad (165)$$

Comparée à la relation (XIX) l'équation (165) donnera

$$N_s = 0,243 \sqrt{R} \quad (166)$$

Dans la littérature technique, on adopte généralement pour N_s la forme simplifiée

$$N_s = N \cdot H^{-5/4} N_i^{1/2} \quad (167)$$

N étant le nombre de tours par minute et N la puissance indiquée en H.P.

Dans ce cas, entre N_s et le coefficient caractéristique R donné par l'équation (XIX) il existe la relation

$$N_s = 295 \sqrt{R} \quad (168)$$

CHAPITRE V

THÉORIE DES TURBINES HÉLICOÏDES ⁽¹⁾

Dans ce type, la partie mobile reçoit quelquefois aujourd'hui la forme d'une hélice marine, à 4 ou 6 pales; M. KAPLAN, son promoteur, propose même la construction de la roue à 3 pales orientables sous l'action du régulateur.

On employait autrefois des roues à aubes très rapprochées reliées à la périphérie par une couronne capable d'en assurer la rigidité.

Quel que soit le type de roue, à faible ou à grand nombre d'aubes, le distributeur est toujours du type radial centripète à aubes orientables ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Voir l'article de M. A. JADOT dans les Mémoires de la Section de Mécanique du Congrès Scientifique, 1922, organisé par l'Association des Ingénieurs de Liège.

⁽²⁾ La maison Piccard et Pictet adopte quelquefois un distributeur dont les axes de commande des aubes sont inclinés sur l'axe de la turbine; ce distributeur permet d'assurer une meilleure orientation des filets à l'entrée de la roue et d'atteindre aisément le rendement de 0,80. Voir à ce sujet le n° du 25 août 1923 de la Schweizerische Bauzeitung.

Les particules liquides sortent de celui-ci avec une vitesse qui n'a pratiquement pas de composante axiale, tendant ainsi à décrire des spirales dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation de la roue. Leur vitesse perd ensuite graduellement sa composante radiale, tandis qu'une composante axiale prend naissance; quand elles abordent la roue, ces particules tendent donc à décrire des hélices concentriques.

La réaction des pales a pour effet de diminuer le pas de ces hélices et de réduire la vitesse absolue de sortie; celle-ci reste toutefois relativement élevée et, pour obtenir un rendement acceptable, il importe de transformer, au moyen d'un tube de succion approprié, la plus grande partie de l'énergie cinétique disponible, en énergie potentielle.

§ 1. — Calcul du coefficient de puissance

Pour établir une théorie, force est de faire les hypothèses simplificatrices suivantes :

1° A l'entrée de la roue, tous les éléments fluides ont même vitesse c_1 , le vecteur représentatif de celle-ci étant incliné sur un plan perpendiculaire à l'axe, d'un angle α_1 constant pour tous les éléments;

2° Ces éléments ne subissent pas de déplacement radial en traversant la roue, eu égard à la faible épaisseur de celle-ci;

3 A une même distance r de l'axe, tous les éléments ont mêmes vitesses absolue et relative, ce qui ne serait rigoureusement exact que si le nombre de pales était très grand;

4° La face active des pales est constituée par un hélicoïde à plan directeur dont le pas est égal à p .

Examinons ce qui se passe, à la distance r mètres de l'axe, pour une couche cylindrique de largeur dr .

Nous pouvons tracer immédiatement le triangle des vitesses à l'entrée de la roue (fig. 101) connaissant c_1, α_1, u_1 .

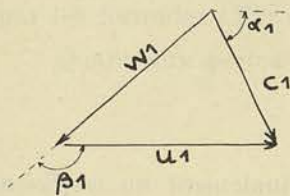


FIG. 101.

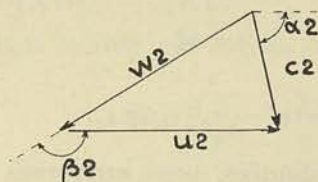


FIG. 102.

Le débit, en m³/sec., de la couche considérée est égal à

$$dQ = 2 \pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 = 2 \pi r dr \times w_1 \sin \beta_1$$

Le fluide est alors dévié par un élément de pale, de largeur

dr , faisant avec u_1 et u_2 un angle β_2 tel que :

$$- \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2 \pi r} \tag{169}$$

Le triangle des vitesses à la sortie sera défini complètement par la condition suivante (fig. 102) :

$$u_1 = u_2 = u = \omega r \tag{170}$$

puisque nous avons fait l'hypothèse que le fluide ne subit pas de déplacement radial en traversant la roue, et par la relation exprimant la continuité du débit :

$$2 \pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 = 2 \pi r dr \times c_2 \sin \alpha_2$$

de laquelle nous tirons :

$$c_1 \sin \alpha_1 = w_1 \sin \beta_1 = c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2 \quad (171)$$

La puissance transmise à la roue par la couche élémentaire considérée est égale en chevaux à :

$$dN_i = \frac{1}{g} \frac{\delta \times dQ}{75} u (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2)$$

Du triangle des vitesses à la sortie et de la relation (171), nous tirons successivement :

$$\begin{aligned} c_2 \cos \alpha_2 &= u + w_2 \cos \beta_2 \\ &= u + c_1 \frac{\sin \alpha_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \end{aligned}$$

d'où

$$dN_i = \frac{1}{g} \frac{\delta}{75} 2\pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1 \times \omega r \left(c_1 \cos \alpha_1 - \omega r - c_1 \frac{\sin \alpha_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (172)$$

expression où les seules variables sont r et β_2 , β_2 étant d'ailleurs donné par la formule

$$- \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2\pi r}$$

Dès lors, si nous représentons par r_0 et r_1 les rayons intérieur et extérieur de la roue, nous trouverons, par simple intégration la puissance de la turbine :

$$N_i = \int_{r_0}^{r_1} dN_i$$

Le travail moyen par kg. de fluide débité et par seconde est égal à :

$$T^i = \frac{75 N_i}{\delta Q}$$

avec

$$Q = \pi (r_1^2 - r_0^2) c_1 \sin \alpha_1.$$

En effectuant les opérations indiquées, nous arriverons finalement au *coefficient de puissance*

$$P = \frac{g T^i}{c_1^2}$$

En employant les notations :

$$\frac{r_0}{r_1} = n \quad (173)$$

$$\frac{p}{2\pi r_1} = m \quad (174)$$

(les coefficients n et m définissant les proportions de la roue), il vient successivement :

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{r_1^2 (1 - n^2) c_1^2} \left[\omega c_1 \cos \alpha_1 \int_{r_0}^{r_1} r^2 dr - \omega^2 \int_{r_0}^{r_1} r^3 dr + \frac{2\pi \omega c_1 \sin \alpha_1}{p} \int_{r_0}^{r_1} r^3 dr \right] = \\ &= \frac{2}{1 - n^2} \left[\frac{1}{3} \frac{\omega r_1}{c_1} \cos \alpha_1 (1 - n^3) - \frac{1}{4} \frac{\omega^2 r_1^2}{c_1^2} (1 - n^4) + \frac{1}{4} \frac{\omega r_1}{c_1} \sin \alpha_1 \frac{1}{m} (1 - n^4) \right] \end{aligned}$$

En posant :

$$\frac{\omega r_1}{c_1} = z \quad (175)$$

on trouve :

$$P = z (a - bz) \quad (176)$$

avec

$$a = \frac{2}{3} \cos \alpha_1 \frac{1 - n^3}{1 - n^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{m} \sin \alpha_1 (1 + n^2) \quad (177)$$

$$b = \frac{1 + n^2}{2} \quad (178)$$

les coefficients a et b étant indépendants des dimensions de la turbine.

§ 2. — Calcul du coefficient manométrique

Reprenons l'équation (VIII) donnant la hauteur manométrique :

$$H' = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (\omega_1^2 - \omega_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_1 + T_2 + T_f$$

Dans notre cas particulier :

$$u_1 = u_2$$

d'où :

$$H' = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (\omega_1^2 - \omega_2^2) + T_1 + T_2 + T_f$$

Les pertes dans le distributeur et le tube de succion sont données respectivement par les formules (XI) et (XII).

Quant aux pertes dans la roue elle-même, nous admettons :

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{\omega_2^2}{2g}$$

quitte à donner au coefficient $\frac{1}{\varphi^2}$ une valeur fictive pour tenir compte du second terme négligé (voir formule X).

Il vient donc :

$$H' = \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} - \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \frac{c_2^2}{2g} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\omega_2^2}{2g} - \frac{\omega_1^2}{2g} \quad (179)$$

Mais en écrivant l'équation sous cette forme, nous supposons implicitement que, à l'entrée de la roue, tous les éléments fluides ont mêmes vitesses absolue c_1 et relative ω_1 ; de même à la sortie pour ω_2 et c_2 . Or, s'il peut en être ainsi pour c_1 , on voit au contraire que ω_1 , ω_2 , c_2 , varient avec le rayon r .

A la sortie de la roue, pour un élément fluide situé à la distance r de l'axe de rotation, l'énergie cinétique correspondant à la vitesse absolue, rapportée au kg. de fluide évoluant, est égale à $\frac{c_2^2}{2g}$, c_2 étant fonction de r .

L'énergie cinétique de la couche élémentaire cylindrique de largeur dr considérée précédemment est égale à :

$$\frac{c_2^2}{2g} \times \delta \times dQ$$

En intégrant, nous obtiendrons l'énergie cinétique totale du fluide à la sortie de de la roue, soit :

$$\frac{1}{2g} \delta \int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times dQ$$

En divisant par Q , nous obtiendrons l'expression de l'énergie cinétique rapportée au kg. de fluide évoluant, soit, en remplaçant dQ et Q par leur valeur :

$$\frac{1}{2g} \times \frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times 2\pi r dr \times c_1 \sin \alpha_1}{\pi (r_1^2 - r_0^2) \times c_1 \sin \alpha_1} = \frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 \times r dr}{g (r_1^2 - r_0^2)} \quad (180)$$

C'est par cette expression qu'il faut remplacer le facteur $\frac{c_2^2}{2g}$ dans la formule (179); la même transformation doit être faite pour $\frac{w_1^2}{2g}$ et $\frac{w_2^2}{2g}$.

L'équation de continuité nous donne :

$$w_2 \sin \beta_2 = c_1 \sin \alpha_1$$

D'autre part, nous avons posé :

$$\text{tg } \beta_2 = -\frac{p}{2\pi r}$$

D'où :

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}; \quad w_2^2 = c_1^2 \sin^2 \alpha_1 \frac{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}$$

Dans l'équation (179), il faut donc remplacer $\frac{w_2^2}{2g}$ par

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{g(r_1^2 - r_0^2)} \left[\int_{r_0}^{r_1} \frac{r^3 dr}{(p/2\pi)^2} + \int_{r_0}^{r_1} r dr \right] \quad (181)$$

En intégrant et en ayant égard aux notations

$$\frac{r_0}{r_1} = n, \quad \frac{p}{2\pi r_1} = m,$$

on trouve finalement :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{g r_1^2 (1 - n^2)} \left[\frac{r_1^2 (1 - n^4)}{4 m^2} + \frac{r_1^2 (1 - n^2)}{2} \right] = \frac{c_1^2}{2g} \sin^2 \alpha_1 \left[\frac{1 + n^2}{2 m^2} + 1 \right] \quad (182)$$

Le triangle des vitesses à l'entrée nous donne :

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1 = \omega^2 r^2 + c_1^2 - 2 \omega r c_1 \cos \alpha_1$$

En conduisant les calculs comme précédemment, on a successivement :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} w_1^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{1}{g r_1^2 (1 - n^2)} \left[\frac{\omega^2 r_1^4 (1 - n^4)}{4} + \frac{c_1^2 (1 - n^2) r_1^2}{2} - \frac{2 \omega r_1^3 c_1 \cos \alpha_1 (1 - n^3)}{3} \right] = \frac{c_1^2}{2g} \left[\frac{1 + n^2}{2} z^2 + 1 - \frac{4}{3} z \cos \alpha_1 \frac{1 - n^3}{1 - n^2} \right] \quad (183)$$

en posant

$$\frac{\omega r_1}{c_1} = z$$

Du triangle des vitesses à la sortie nous déduisons :

$$c_2^2 = u_2^2 + w_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2$$

En substituant :

$$u_2 = \omega r; \quad w_2 = \frac{c_1 \sin \alpha_1}{\sin \beta_2}; \quad \sin \beta_2 = \frac{\frac{p}{2\pi}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}}$$

$$c_2^2 = \frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1 \left[r^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 \right]}{\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} + \omega^2 r^2 - 2 \omega r c_1 \frac{2\pi r}{p} \sin \alpha_1$$

En intégrant :

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{c_1^2}{2g} \left[\frac{(1 + n^2) \sin^2 \alpha_1}{2 m^2} + \sin^2 \alpha_1 + \frac{1 + n^2}{2} z^2 - \frac{(1 + n^2) \sin \alpha_1}{m} z \right] \quad (184)$$

Nous pouvons maintenant transporter dans l'équation (179) les valeurs trouvées, simplifier, puis diviser par $\frac{c_1^2}{2g}$; nous obtiendrons :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bz + Cz^2 \quad (185)$$

avec

$$A = \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{(1 + n^2) \sin^2 \alpha_1}{2 m^2} \left(\frac{1}{\psi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2 \right) + \sin^2 \alpha_1 \left(\frac{1}{\psi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2 \right) - 1 \quad (186)$$

$$B = \frac{4}{3} \cos \alpha_1 \frac{1 - n^2}{1 - n^2} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \frac{\sin \alpha_1 (1 + n^2)}{m} \quad (187)$$

$$C = -\frac{1}{2} (1 + n^2) \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \quad (188)$$

§ 3. — Calcul du rendement indiqué et du coefficient caractéristique R

Nous trouvons immédiatement comme rendement indiqué :

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = \frac{\frac{P c_1^2}{g}}{\frac{M c_1^2}{2g}} = \frac{2P}{M} \quad (189)$$

La puissance en chevaux de la turbine étant égale à :

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75}$$

nous pourrions remplacer Q et T_i par leurs valeurs :

$$Q = \pi r_1^2 (1 - n^2) c_1 \sin \alpha_1$$

$$T_i = \frac{P c_1^2}{g}$$

D'où :

$$N_i = \frac{\delta \pi r_1^2 (1 - n^2) c_1^3 \sin \alpha_1 \times P}{75 g}$$

D'autre part, si N est le nombre de tours par minute de la turbine :

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = \omega r_1 = z c_1;$$

nous en tirons r_1 , et partant :

$$N_i = \frac{60^2}{75} \times \frac{\delta}{g} \times \frac{1}{4\pi} \times \frac{\sin \alpha_1 \times P z^2 c_1^5 (1 - n^2)}{N^2} \quad (190)$$

Enfin, si nous déduisons c_1 de

$$M = \frac{2 g H'}{c_1^2}$$

nous trouvons, toutes réductions faites, en groupant les termes qui constituent les données mêmes :

$$R = \frac{N_i \times N^2}{\delta \times (2g)^{3/2} \times H'^{5/2}} = \frac{60^2}{75} \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1 - n^2}{2} \sin \alpha_1 \frac{z^2 P}{M^{5/2}} \quad (191)$$

expression de la même forme que celle obtenue pour les turbines centrifètes.

§ 4. — Calcul du degré de réaction

On a défini sous le nom de degré de réaction r le rapport de l'énergie potentielle de pression utilisée dans la roue à l'énergie potentielle de pression disponible :

$$r = \frac{\int_2^1 v dp}{\int_s^e v dp}$$

et l'on a trouvé (formule 127), pour autant que l'on puisse admettre $c_s = c_e$:

$$r = \frac{H' - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)}{H'}$$

Dans cette formule, nous remplacerons comme précédemment $\frac{c_2^2}{2g}$ par

$$\frac{\int_{r_0}^{r_1} c_2^2 r dr}{g(r_1^2 - r_0^2)}$$

puis nous diviserons haut et bas par $\frac{c_1^2}{2g}$; il viendra : $r = \frac{M'}{M}$

avec

$$M' = A' + B'z + C'z^2 \quad (192)$$

$$A' = \frac{1}{\varphi^2} \frac{(1 + n^2) \sin^2 \alpha_1}{2 m^2} + \frac{1}{\varphi^2} \sin^2 \alpha_1 - 1 \quad (193)$$

$$B' = \frac{4}{3} \cos \alpha_1 \frac{1 - n^3}{1 - n^2} \quad (194)$$

$$C' = - \frac{1 + n^2}{2} \quad (195)$$

§ 5. — Tracé des courbes caractéristiques

On peut admettre pour n la valeur :

$$n = \frac{r_0}{r_1} = 0,3$$

d'autant plus que l'influence d'une variation de ce rapport est extrêmement faible aux environs d'une valeur telle que 0,3.

D'autre part, nous pouvons admettre dans nos calculs comme coefficients de pertes :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,3$$

ce qui correspond à un rendement du tube de suction :

$$\frac{\frac{c_2^2}{2g} - T_2}{\frac{c_2^2}{2g}} = 1 - \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = 2 - \frac{1}{\psi_1^2} = 0,7$$

valeur un peu plus faible que celle admise dans les calculs antérieurs, en raison de ce que c_2 a une composante tangentielle prépondérante pour laquelle la récupération d'énergie paraît moins bonne que pour la composante axiale.

Comme dans les turbines hélicoïdes, les pertes dans la roue doivent être très réduites en raison du faible nombre d'aubes (2 à 4), nous adopterons comme vraisemblable :

$$T_f = 0,10 \frac{w_2^2}{2g}, \text{ soit } \frac{1}{\phi^2} = 1,1.$$

Avec ces coefficients nous avons pu tracer les courbes de η_i et R en fonction du coefficient de vitesse $\frac{\omega r_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{z}{M^{1/2}}$ pour différents types de roues (fig. 103 et 104); nous avons réuni tous les points des courbes de R, qui correspondent au même rendement indiqué, qui représente, dans le cas étudié ici, d'une turbine hélicoïde à axe vertical, très sensiblement le rendement effectif, car les pertes

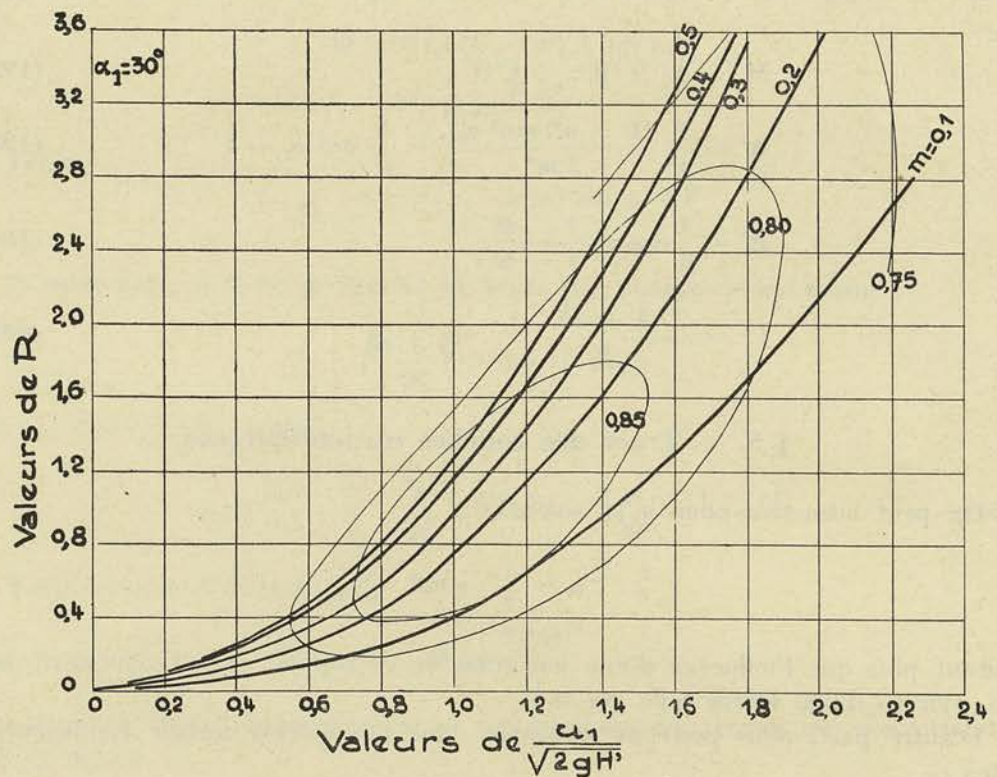


FIG. 103

externes se réduisent à celles provenant du frottement de l'arbre dans son bourrage, ses buselures de guidage et son palier de soutien, pertes proportionnellement très faibles pour une turbine de moyenne puissance.

En comparant les courbes obtenues pour un même angle α_1 (30°) et pour des valeurs de $m = \frac{p}{2\pi r_1}$ différentes ($m = 0,1, m = 0,2$, etc.) (fig. 103), on constate immédiatement que c'est aux environs de 0,2 que se trouve la valeur de m la plus favorable, c'est-à-dire celle qui permet, pour un rendement donné, d'atteindre les valeurs de R les plus élevées : pour une chute H' donnée, dont on veut recueillir une puissance de N_i chevaux avec un rendement imposé, une turbine dont le pas $p = 0,2 \times 2\pi r_1$ pourra, en effet, fonctionner avec une vitesse angulaire plus élevée.

En comparant les courbes obtenues pour un même coefficient m et différents angles α_1 (fig. 104), on constate que c'est aux environs de 30° que se trouve la valeur la plus favorable de α_1 .

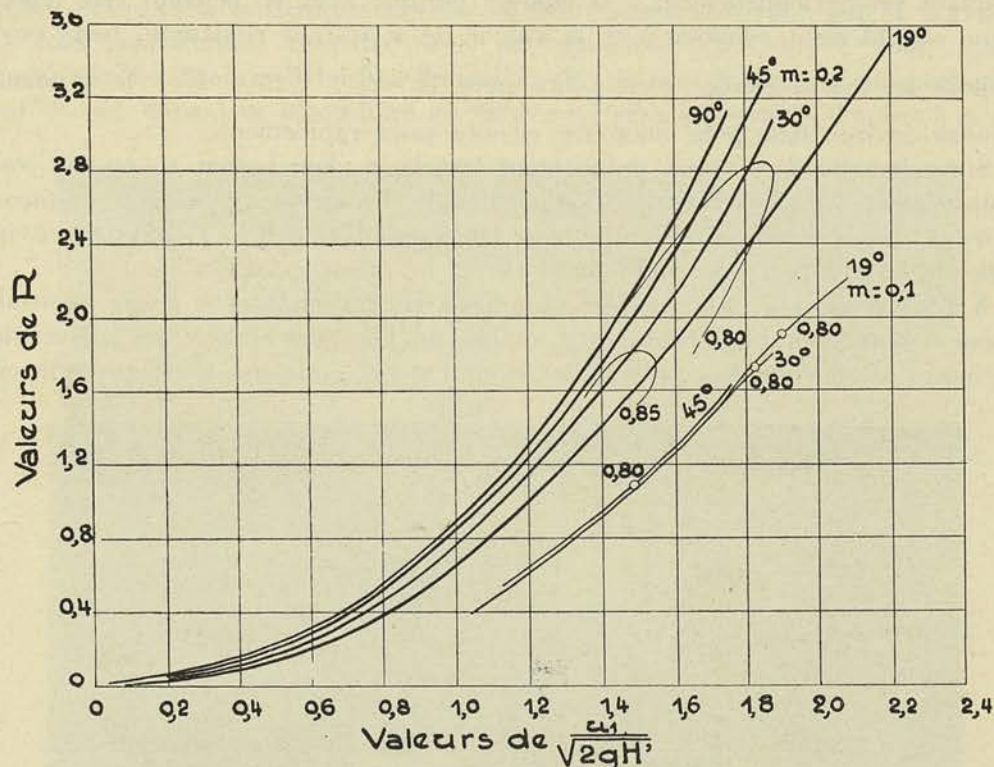


FIG. 104

§ 6. — Conclusions.

Si l'on admet un rendement $\eta_i = 0,75$, pour un angle $\alpha_1 = 30^\circ$ et un coefficient m compris entre 0,2 et 0,3, on peut atteindre la valeur $R = 4$; dans ces conditions, le degré de réaction r est légèrement inférieur à 0,75.

Quelles que soient les objections que l'on puisse élever contre les hypothèses simplificatrices mises à la base de cette théorie, on reconnaîtra que les conclusions auxquelles elle conduit cadrent avec les résultats signalés dans la littérature technique très sobre de détails il est vrai, sur ce type relativement récent.

Les chiffres cités par M. KAPLAN pour les turbines de son système à 2 et 4 pales, paraissent toutefois plus favorables : c'est ainsi que la valeur $R = 4$ serait atteinte et dépassée pour un rendement qui ne serait pas inférieur à 0,80. Ce résultat signifie que les pertes dans la roue et dans le tube de succion sont moindres que celles supposées.

Non seulement le rendement maximum atteint et dépasse 0,80, mais grâce à l'utilisation d'aubes motrices orientables, M. KAPLAN a pu construire des turbines ayant une courbe de rendement en fonction de la charge sensiblement horizontale jusqu'à la moitié de la charge. L'étude des courbes de la fig. 104 permet de se rendre compte de la supériorité des aubes motrices orientables, à ce point de vue.

Nous voyons, en effet, que les courbes tracées pour $m = 0,1$ et les angles de distribution de 19° , 30° et 45° , se superposent sensiblement et que le rendement 0,80 est atteint pour $\alpha_1 = 1,82$ avec l'angle 30° et $\alpha_1 = 1,90$ avec l'angle de 19° .

Si nous considérons une roue tracée avec $m = 0,2$ et fonctionnant à pleine charge sous un angle de distribution de 30° , la vitesse périphérique étant telle que $x_1 = 1,90$, R atteindra $3,25$ et le rendement sera d'environ $0,78$. La valeur R diminuant proportionnellement à la charge (puisque N et H' peuvent être regardés comme sensiblement constants) et la valeur de x_1 restant constante, nous voyons que pour les $3/4$ de charge, c'est-à-dire pour $R = \frac{3}{4} \times 3,25 = 2,44$ le rendement atteindra environ $0,80$ pour décroître ensuite assez rapidement.

Si au lieu de faire varier uniquement l'angle de distribution x_1 , on fait varier simultanément l'angle de distribution et l'angle des aubes de la roue de façon à réduire m , on obtiendra jusqu'à mi-charge (correspondant à $R = 1,625$) $0,80$ environ, l'angle de distribution atteignant alors 19° et la valeur m , $0,1$.

À l'heure actuelle, les résultats obtenus avec des turbines à aubes orientables paraissent plus favorables encore, et il semble que l'on peut réaliser des valeurs de R supérieures à celles que fait prévoir la théorie exposée ci-dessus. C'est que celle-ci en

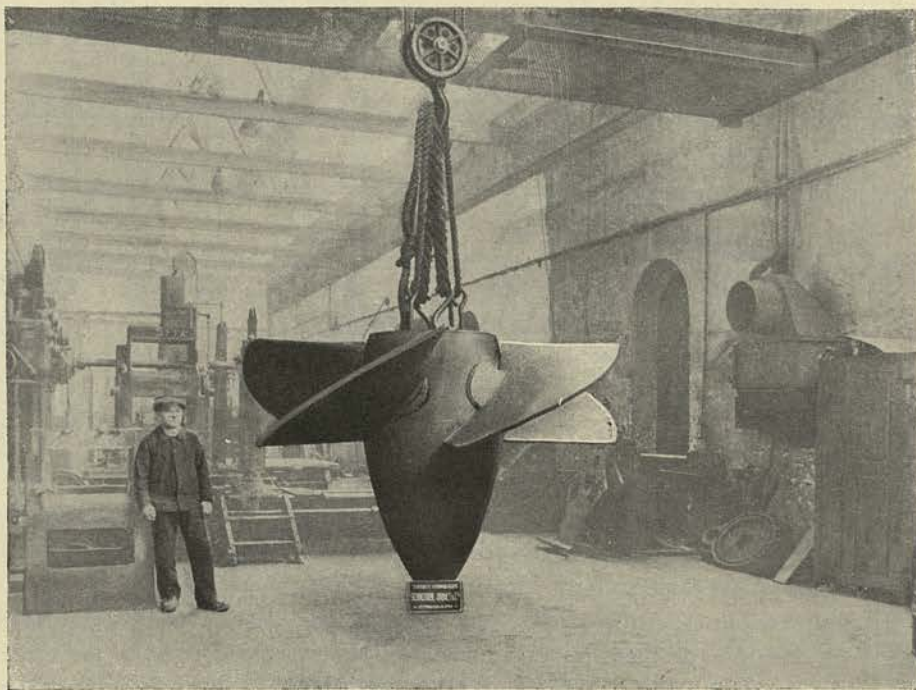


FIG. 105

réalité ne s'applique rigoureusement qu'au cas limite, où le nombre d'aubes serait relativement très grand, et l'expérience a montré que cette solution conduisait à des résultats moins satisfaisants au point de vue du rendement et du nombre de tours spécifique.

Il semble que l'on se rapprocherait davantage de chiffres relevés dans les essais en basant la théorie des turbines hélicoïdes à faible nombre d'aubes, sur des considérations analogues à celles que nous avons utilisées dans la théorie des hélices.

Nous reviendrons sur cette question en appendice, ce que nous en avons dit dans ce chapitre, étant suffisant pour faire saisir l'intérêt très grand que présente ce type pour les applications aux basses chutes, où le problème qui se pose est toujours de réaliser la plus grande valeur possible de R sans descendre en dessous d'un rendement acceptable de $0,85$, pour fixer les idées. Les recherches expérimentales poussées

dans cette voie, ont conduit les constructeurs à adopter ce type pour des hauteurs de chute de 8 m. et plus, avec des courbes de rendement très plates jusqu'à la mi-charge, courbes presque toujours situées au-dessus de 0,90, grâce à l'emploi d'aubes orientables construites suivant les idées mises en avant par M. KAPLAN.

Nous reproduisons ci-contre deux photographies (fig. 105 et 106), communiquées par les Ateliers Schneider-Jaquet & C^{ie}, de Strasbourg, qui ont particulièrement étudié dans leur laboratoire les formes les plus appropriées d'aubes à ce genre

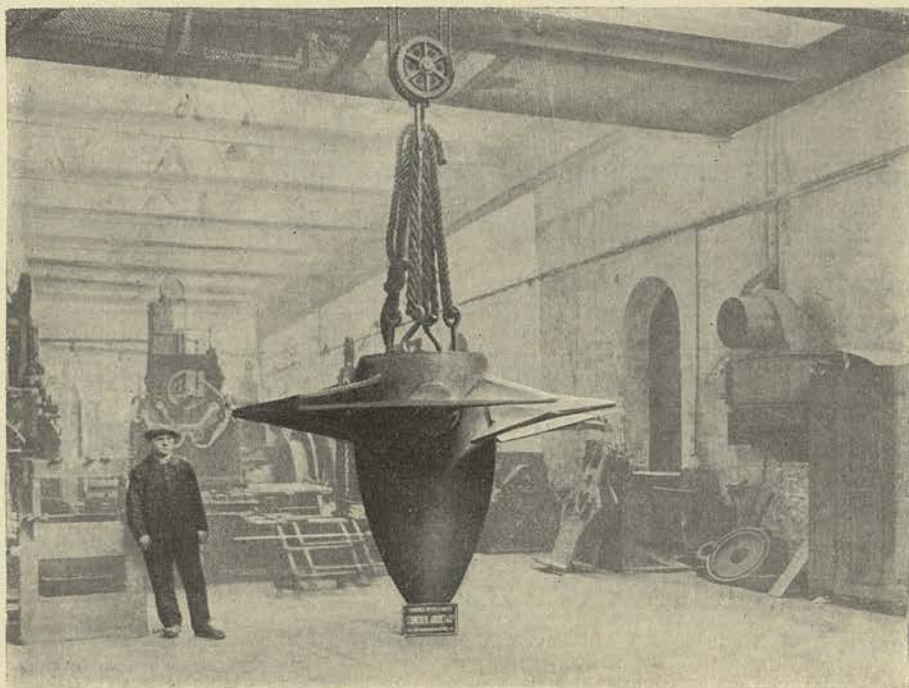


FIG. 106

de turbines; ces photographies montrent d'une manière particulièrement nette, pour une roue de dimensions moyennes, la forme que prennent les canaux constitués par les aubes voisines, dans les positions extrêmes qu'elles peuvent occuper autour de leur axe de rotation.

CHAPITRE VI

COURBES CARACTÉRISTIQUES

DES DIFFÉRENTS TYPES DE TURBINES HYDRAULIQUES D'ACTION

§ 1. — Application des formules

de la théorie générale au cas particulier des turbines d'action.

Nous avons établi d'une manière absolument générale les valeurs des coefficients M , P , M' et du degré de réaction r , en fonction de

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Ces fonctions sont utilisables pour le cas particulier des *turbines d'action* si l'on y introduit l'équation de condition résultant de la définition même de ce genre de

turbine. On désigne sous le nom de *turbines d'action* des turbo-machines dans lesquelles la pression à la sortie de l'aubage mobile est égale à la pression à l'entrée.

Comme nous avons défini r le degré de réaction par le rapport

$$r = \frac{v(p_1 - p_2)}{v(p_e - p_s)},$$

on peut donc dire qu'une turbine d'action est caractérisée par un degré de réaction nul.

Or, nous avons établi que

$$r = \frac{M'}{M}$$

L'équation de condition peut donc s'exprimer ainsi

$$M' = A' + B'x + C'x^2 = 0.$$

Explicitement, nous aurons donc

$$\frac{n^2}{\varphi^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) + 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 x + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 - m^2\right) x^2 = 0. \quad (196)$$

Comme $\frac{1}{\psi^2}$ est une fonction de x , il y aura lieu de remplacer $\frac{1}{\psi^2}$ dans cette équation, par sa valeur tirée de la relation (119). On obtiendra, toutes réductions faites, en groupant les termes en n^2 et n

$$n^2 + (1 - \varphi^2) \sqrt{B''} n - B'' \times C'' + \varphi^2 (1 - m^2) x^2 = 0 \quad (197)$$

et en posant

$$1 - 2x \cos \alpha_1 + x^2 = B'' \quad (198)$$

$$2\varphi^2 - 1 - \varphi^2 k_1 = C'' \quad (199)$$

Cette équation de condition montre qu'à chaque valeur de x doit correspondre une valeur bien déterminée de n . Pour déterminer comme nous l'avons fait antérieurement, les courbes caractéristiques en fonction de x , puis de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}},$$

nous aurons donc à calculer tout d'abord n , au moyen de l'équation (197), puis à introduire n et x dans les relations donnant M , P , η_i , η_o , η_e et R .

Ces relations se simplifient toutefois, car les roues d'action fonctionnant nécessairement *non noyées*, toute l'énergie cinétique contenue dans le fluide à la sortie est perdue, ce qui conduit à poser

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 2.$$

En introduisant cette condition dans l'équation (XIII), dont les coefficients ont été préalablement explicités, on obtient après un groupement convenable des termes :

$$M = M' + \frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} \quad (200)$$

(puisque $M' = 0$).

Ainsi, le *coefficient manométrique est constant et voisin de l'unité*, ce qui est évident, si l'on remarque que toute l'énergie disponible par kg., c'est-à-dire H' kgm, est transformée en énergie cinétique dans le distributeur, et que cette énergie est égale en tenant compte des pertes par frottement, à :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{2g} c_1^2.$$

Remplaçons M par sa valeur dans les équations donnant η_i et R ; il viendra :

$$\eta_i = 2 \varphi_1^2 P \quad (201)$$

$$R = \frac{60^2}{75} \frac{1}{\pi} k'k'' \varepsilon \sin \alpha_1 \varphi_1^5 x^2 P \quad (202)$$

Quant au coefficient de vitesse, il reste ici proportionnel à x , puisque

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M^{1/2}} = \varphi_1 x \quad (203)$$

Comme les turbines d'action peuvent fonctionner avec une *injection partielle*, la valeur de R donnée par l'équation (202) représente la valeur maximum réalisable, c'est-à-dire celle qui correspond à l'injection totale; il est possible bien entendu de réduire la valeur de R pour un type donné, en diminuant le *degré d'injection*.

En ce qui concerne le rendement organique, nous ferons remarquer que la roue tournant *non noyée*, la valeur de N_o se ramène à N_f'' , et le rendement organique à :

$$\eta_o = 1 - \frac{N_o}{N_i}$$

avec

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{1}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{K}{2\pi \delta} \left(\frac{d}{2r_1} \right) x \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{2H'} \frac{1}{P} \quad (204)$$

Le rendement organique des turbines d'action est donc, toutes choses égales, plus élevé que le rendement organique des turbines à réaction, et le rendement total est égal au rendement effectif, puisque, pour ces turbines, la différence des pressions au joint, ($p_1 - p_2$) étant nulle, les fuites sont également nulles.

Les turbines d'action peuvent se construire suivant :

- 1° Le type axial;
- 2° Le type centripète;
- 3° Le type centrifuge.

Recherchons les courbes caractéristiques de ces trois types dans le cas limite d'un degré d'injection égal à l'unité.

§ 2. — Turbine axiale.

La figure 107 donne le schéma d'une telle turbine.

Pour étudier les courbes caractéristiques de cette turbine, il suffit d'introduire dans la relation (197) la valeur $m = 1$.

L'équation de condition devient :

$$n^2 + (1 - \varphi^2) n \sqrt{B''} - B'' \times C'' = 0 \quad (205)$$

PREMIÈRE HYPOTHÈSE : TURBINE AXIALE SANS FROTTEMENT. — Il peut être intéressant, pour pénétrer le sens physique des formules, d'examiner ce qu'elles deviennent pour le cas limite d'une *turbine axiale fonctionnant sans frottement et sans chocs*; cette hypothèse correspond à :

$$\varphi = 1 \quad k_1 = 0,$$

ce qui donne, pour n , la valeur :

$$n = \sqrt{B''} \quad (206)$$

Or, n a pour valeur, d'après la relation (118) :

$$n = \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{B''}$$

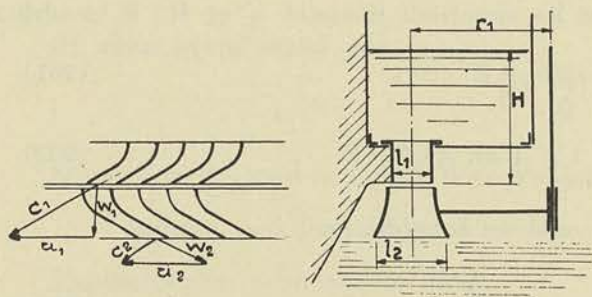


FIG. 107

ce qui implique $\omega_2 = \omega_1$.

Ainsi, dans les turbines axiales, la condition à réaliser pour obtenir le fonctionnement par action si l'on fait abstraction de l'influence des frottements, est l'égalité des vitesses relatives d'entrée et de sortie dans l'aubage mobile, ou, ce qui revient au même, l'égalité des sections d'entrée et de sortie de celui-ci.

Pour les turbines centripètes ou centrifuges, la condition à réaliser pour obtenir le fonctionnement par action, même en faisant abstraction de l'influence des frottements, ne peut s'exprimer d'une façon aussi simple, en raison de l'intervention de la force centrifuge dans les conditions d'écoulement du fluide à travers l'aubage.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE : TURBINE AXIALE AVEC FROTTEMENT. — L'équation de condition (197) peut se simplifier, le terme en n étant négligeable pour la valeur du coefficient φ que l'on est conduit à adopter dans la pratique.

On peut donc en déduire :

$$n = \sqrt{B'' \times C''} \quad (207)$$

Cette valeur de n étant introduite dans la valeur de P , on obtient une fonction en x ne contenant plus que les coefficients de φ et k_1 qui tiennent compte des frottements et des remous à l'entrée, et les angles α_1 et β_2 .

L'angle α_1 doit être choisi aussi faible que possible, car on peut montrer que le rendement augmente quand α_1 diminue. Pratiquement α_1 ne peut descendre en dessous de 14° .

L'angle β_2 reste donc indéterminé. Il faut donc s'imposer une des conditions supplémentaires suivantes : *premier cas* : $180^\circ - \beta_2 = \alpha_1$; *deuxième cas* : $\frac{1}{v} = c^{te}$; *troisième cas* : $180 - \beta_2 = \beta_1$; et examiner par la comparaison des courbes caractéristiques, l'influence sur le rendement et sur les formes de l'aubage de chacune de ces conditions.

Nous ferons tous nos calculs en admettant, comme précédemment :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} = 1,05,$$

et nous adopterons, en raison de la forte courbure des aubes motrices que l'on est conduit à utiliser avec les turbines d'action, un coefficient de choc relativement très élevé, $k_1 = 0,2$, chiffre indiqué par *Rateau*.

Nous tracerons les courbes caractéristiques en adoptant $k' = 0,85$, $k'' = 0,95$ et pour la courbe de R nous choisirons $\epsilon = 0,25$ dans les trois cas.

Premier cas : $180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 = 19^\circ$. — Cette condition conduit à

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \sin \beta_2 \\ \cos \alpha_1 &= -\cos \beta_2 \end{aligned}$$

et partant, d'après la formule (XIV) :

$$P = x \{ \cos \alpha_1 [1 + \sqrt{C'' \sqrt{B''}}] - x \} \quad (208)$$

Les formules (201) et (202) permettent de calculer η_i et R. La courbe 1 de la figure 108 donne le rendement en fonction de x_1 ; ce rendement atteint 0,83 pour $x_1 = 0,5$ environ.

La courbe 1'' donne la valeur de R, qui atteint environ 0,10 pour $x_1 = 0,5$.

La courbe 1' donne, en fonction de x_1 , la valeur de $\frac{1}{v}$ tirée des relations (116) et (207) combinées :

$$n = \frac{1}{v} = \sqrt{B'' \times C''}, \quad (209)$$

$$(\delta_1 = \delta_2 \text{ et } m = 1).$$

On voit que v , c'est-à-dire le rapport de la largeur l_2 de sortie de l'aubage à la largeur l_1 d'entrée, croît avec x_1 et atteint, pour $x_1 = 0,5$:

$$v = \frac{1}{0,45} = 2,22.$$

Le profil de l'aubage qui en résulte est indiqué figure 108, OO' correspondant à l'axe de rotation, r_1 représentant le rayon moyen de l'aubage.

Deuxième cas : $\frac{1}{v} = C^{te} = 0,6$. — Des relations (116) et (207) combinées, on tire :

$$n = \frac{1 \sin \alpha_1}{v \sin \beta_2} = \sqrt{B'' \times C''}; \quad (210)$$

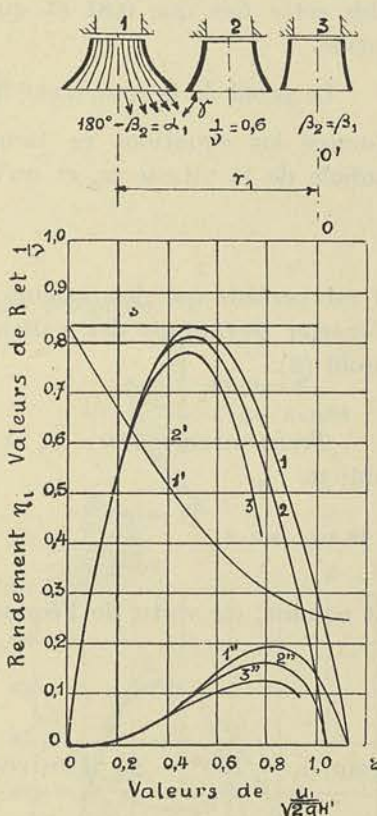


FIG. 108

d'où la valeur de $\sin \beta_2$ en fonction de $\sin \alpha_1$ et de $\frac{1}{v}$. On en déduira $\cos \beta_2$, puis $mn \cos \beta_2$ et enfin :

$$P = (\cos \alpha_1 - x)x + n \sqrt{B'' \times C'' - \left(\frac{1}{v} \sin \alpha_1\right)^2} \quad (211)$$

Les valeurs de η_i et de R obtenues au moyen de ces formules sont données par les courbes 2 et 2'' de la figure 108. On voit que le maximum de rendement n'atteint plus cette fois que 0,81 et que la valeur de x_1 correspondante est sensiblement la même.

Le profil de la roue tracé figure 108 pour $\frac{1}{v} = 0,6$ est beaucoup moins divergent. Comme les équations ne tiennent pas compte de la variation de la composante radiale de la vitesse w_2 et qu'elles supposent implicitement pour chacun d'eux

$$u_2 = u_1,$$

il est certain que les valeurs réelles du rendement et du coefficient R tendent à s'écarter davantage des valeurs calculées, lorsqu'on emploie le profil (1) au lieu du profil (2).

Troisième cas: $180 - \beta_2 = \beta_1$. — En utilisant les relations (118) et (207), on obtient :

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{n}{\sqrt{B''}} = \sqrt{C''} \quad (212)$$

et comme, en vertu de l'équation de continuité du débit, on peut dire que

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{1 \sin \beta_1}{v \sin \beta_2} = \frac{1}{v}$$

pour $\beta_1 = 180^\circ - \beta_2$, il en résulte que

$$\frac{1}{v} = \sqrt{C''} \quad (213)$$

et

$$P = (\cos \alpha_1 - x)x + x \sqrt{C'' \sqrt{B''} - \sin^2 \alpha_1} \quad (214)$$

Nous avons tracé sur la figure 108, courbes 3 et 3'', les valeurs de η_i et de R . On voit que η_i ne dépasse pas 0,78 qui est atteint par une valeur de x_1 légèrement inférieure à 0,5; quant à la valeur de R correspondant au rendement maximum, elle tombe à 0,08 environ.

La valeur v égale ici à $\frac{1}{0,83}$, ce qui conduit à un profil très peu divergent.

La conclusion que l'on peut tirer immédiatement de la comparaison de ces courbes et des profils tracés pour les valeurs de x_1 conduisant au maximum de rendement, c'est qu'il n'y a pas lieu d'adopter la condition

$$180 - \beta_2 = \beta_1$$

qui conduit à un rendement inférieur, mais qu'il convient de se rapprocher de la condition :

$$180^\circ - \beta_2 = \alpha_1$$

sans atteindre toutefois cette valeur, pour laquelle le profil de l'aubage est trop divergent.

Avec la condition $\frac{1}{v} = C^{te}$, on est conduit à une valeur de β_2 donnée par la relation (210) en fonction de α_1 et de x . Pour $x = 0,5$ correspondant au maximum de rendement, on obtient :

$$\sin \beta_2 = \frac{1}{v} \times 2,17 \sin \alpha_1,$$

soit, pour

$$\frac{1}{v} = 0,6$$

$$\sin \beta_2 = 1,3 \sin \alpha_1$$

et $180 - \beta_2 = 25^\circ$, pour $\alpha_1 = 19^\circ$, valeurs fréquemment adoptées.

§ 3. — Turbine centripète.

Nous avons appliqué la formule générale (197) pour rechercher, pour chacune des valeurs de x envisagées, la valeur de n correspondante, dans les conditions suivantes :

$$\alpha_1 = 19^\circ \quad (180^\circ - \beta_2) = \alpha_1 \quad m = 0,8$$

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad k_1 = 0,2.$$

Connaissant n , nous avons calculé P, R et η_i et enfin $\frac{1}{v}$. Les résultats obtenus ont été portés dans le diagramme figure 109. Les courbes 1, 1', 1'' donnent respectivement :

$$\eta_i, \quad \frac{1}{v}, \quad R,$$

pour la turbine axiale déjà étudiée.

Les courbes 2, 2', 2'', donnent ces mêmes quantités pour la turbine centripète.

Les courbes 1'' et 2'' se superposent sensiblement; quant au rendement, on peut constater que la turbine centripète donne $2\frac{1}{2}\%$ environ de plus que la turbine axiale pour une valeur de α_1 légèrement inférieure à $0,50$.

Il y a lieu toutefois de faire remarquer que, pour cette valeur de α_1 correspondant au rendement maximum, $\frac{1}{v}$ devient tellement faible qu'il est impossible de réaliser le profil de la roue.

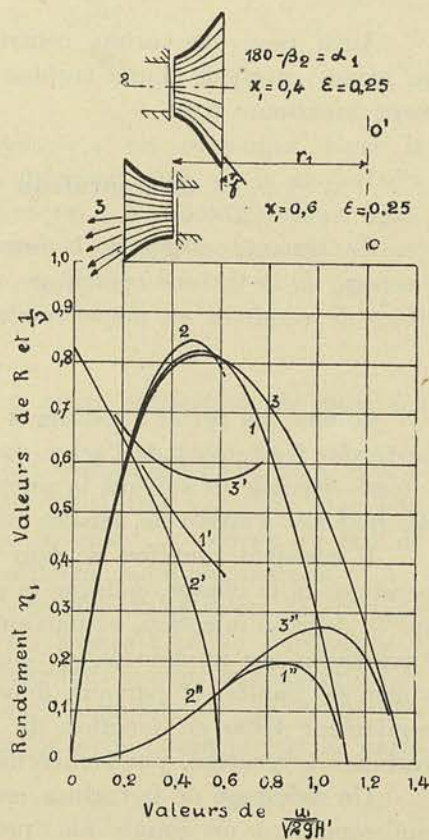


FIG. 109

Pour $x_1 = 0,4$, on obtient $v = 2,64$ et si l'on tient compte de la réduction de section pour les filets extérieurs, par suite de l'inclinaison sur le plan de la roue, cette valeur de v passe à 3 environ. C'est avec ce rapport $v = \frac{l_2}{l_1}$ que le profil de l'aubage centripète indiqué (figure 109) a été tracé.

Pratiquement, il convient donc de comparer la turbine centripète construite pour $x_1 = 0,4$ à la turbine axiale construite pour $x_1 = 0,5$ et, dès lors, on peut conclure que les deux turbines sont sensiblement équivalentes.

§ 4. — Turbine centrifuge.

Avec les mêmes hypothèses que celles que nous avons adoptées précédemment mais en admettant

$$m = 1,2,$$

nous avons trouvé les courbes 3, 3', 3'' pour représenter respectivement :

$$\eta_i, \quad \frac{1}{v}, \quad R.$$

Ainsi, pour une turbine centrifuge dont le rayon intérieur de l'aubage serait égal au rayon extérieur d'une turbine centripète (fig. 109), nous obtiendrions un rendement maximum 0,82.

§ 5. — Comparaison des trois types de turbines d'action.

En tenant compte de la remarque que nous avons faite au sujet du tracé de l'aubage de la turbine centrifuge, on peut conclure que les trois turbines sont susceptibles de conduire au même rendement indiqué maximum que nous pouvons fixer à

$$\eta_i = 0,82 \text{ à } 0,83.$$

Comme les pertes extérieures se ramènent dans le cas des turbines d'action à la perte par frottement de l'arbre dans ses tourillons qui est de l'ordre de 1 à 2 %, à la vitesse normale et suivant la puissance, on peut dire que le *rendement total maximum des turbines d'action* ne dépasse pas 0,80 *contre* 0,875 *pour les turbines à réaction*.

Il convient toutefois de faire ressortir que le rendement indiqué η_i est ici indépendant de la charge, puisque la régularisation de la vitesse peut se faire en agissant sur le degré d'injection, et partant, sans rien modifier aux éléments qui entrent dans l'expression du rendement η_i ; comme d'autre part le rendement organique est très voisin de l'unité, et partant, dépend peu de la charge, on conçoit que la courbe du rendement total en fonction de x_1 soit plus favorable que celle obtenue avec les turbines à réaction, particulièrement en dessous de $\frac{1}{2}$ charge.

Un avantage de la turbine centripète sur la turbine axiale, c'est que la vitesse u_1 qui conduit à un couple nul, pour une hauteur de chute constante, c'est-à-dire la *vitesse d'emballlement limite à vide*, est notablement plus faible pour la première; la vitesse théorique que peut atteindre la turbine, si la charge devenait nulle, et si le régulateur venait à faire défaut, est en effet donnée par l'abscisse correspondant au rendement indiqué nul; or l'on voit que la courbe 2 (que nous n'avons pas prolongée parce que le fonctionnement par action devient impossible pour les valeurs de x_1 supérieures à 0,6), couperait l'axe des abscisses en un point beaucoup plus rapproché de l'origine que ne le fait la courbe 1 (fig. 109).

La vitesse réelle d'emballlement est plus faible, dans un cas comme dans l'autre, du fait de l'influence grandissante des pertes externes avec la vitesse de rotation, et aussi de ce que, pour la turbine centripète tout au moins, le degré de réaction cesse d'être nul à partir de la vitesse pour laquelle elle a été calculée.

Un avantage commun au type centripète ou centrifuge est que l'accélération centripète, qui est contenue dans le plan de la trajectoire des éléments, — pour ceux voisins de l'axe tout au moins, — ne provoque aucune perturbation dans l'écoulement comme cela se produit dans le type axial : avec ce dernier, en effet, les filets tendent à s'infléchir vers l'extérieur et à déterminer une réaction sur la couronne extérieure de l'aubage.

Pour rendre cette action nulle, on a quelquefois donné à l'aubage, un profil dissymétrique (fig. 110), l'excentrement e étant calculé de façon qu'un élément pris à l'entrée en 1 sur l'axe, puisse sortir en 2, sans subir de déviation radiale.

Bien que l'on ne réalise que rarement cette forme dissymétrique, nous indiquerons comment on peut déterminer la valeur de e . On trace la trajectoire du mouvement absolu I II, dans le plan tangent, et l'on mesure le déplacement en rotation correspondant, en reportant la distance I'II' = s , sur la circonférence de rayon r_1 ; on obtiendra ainsi le point 2', qui correspond au point de sortie. On observera que si la trajectoire devait être contenue dans la surface cylindrique de rayon r_1 la déviation serait égale à $22'$; pour la rendre nulle, il suffira donc de désaxer l'aubage à la sortie d'une valeur e égale à $22'$.

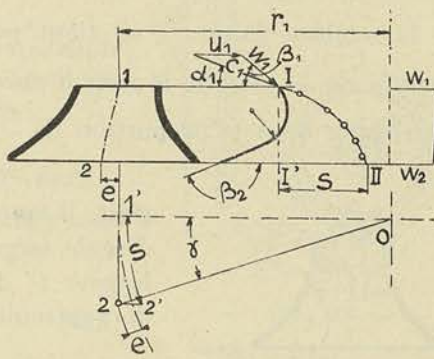


Fig. 110.

Les turbines du type axial d'action ne sont plus guère employées que pour les basses chutes et les faibles puissances.

Toujours construites avec l'axe vertical, elles sont particulièrement bien appropriées pour des chutes de très faible hauteur et des débits très variables, car leur courbe de rendement reste presque horizontale jusqu'au quart de charge du fait de leur rendement organique très élevé et de leur rendement indiqué constant.

Les turbines du type centrifuge représentées schématiquement figure 31 (turbine Girard), ont été utilisées pendant longtemps pour les hautes chutes; construites à axe horizontal et à injection partielle, elles étaient appropriées pour la réalisation de vitesses périphériques élevées. Aujourd'hui, elles sont abandonnées au profit des turbines du type tangentiel (turbine Pelton) auxquelles nous consacrerons le paragraphe 6.

Remarque I. — Dans toutes les équations, x_1 désigne une valeur moyenne correspondant à la vitesse u_1 de l'axe de l'aubage. Il est évident que pour des valeurs de ϵ supérieures à 0,20 ou 0,25, il conviendrait de décomposer la largeur de l'aubage en un certain nombre de parties égales, et de rechercher pour chacune de ces turbines partielles la valeur de x_1 moyen : en utilisant les diagrammes des figures 108 et 109, on déterminerait ensuite le rendement η_i et le coefficient caractéristique R pour chacune d'elles, de façon à évaluer leur valeur moyenne pour l'ensemble de l'aubage.

Remarque II. — Pour calculer la section de sortie de l'aubage mobile connaissant la section d'entrée, nous avons déterminé dans chaque cas envisagé, la valeur de

$$v = \frac{l_2}{l_1}$$

rapport de largeur de sortie à la largeur d'entrée.

Pour éviter que, par suite d'un léger déplacement relatif du distributeur par rapport à l'aubage moteur, les jets sortant du premier ne viennent frapper les parois limitant le second, on donne à l'entrée de ce dernier une largeur l'_1 légèrement supérieure à l_1 (fig. 111). En ce qui concerne l_2 , nous ferons remarquer que la valeur déduite de la relation fixant $\frac{1}{v}$, ne tient pas compte de ce que les filets extérieurs sont inclinés sur le plan de la roue d'un angle γ et que, de ce fait, la section d'écoulement est réduite dans la proportion de $\frac{\sin \gamma}{1}$.

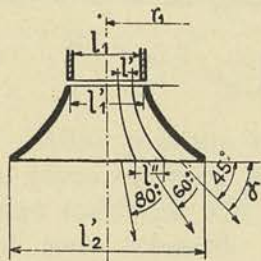


FIG. 111.

Pour être exact, si l'on a affaire à un aubage très divergent, il conviendra donc de décomposer la section en filets d'égale largeur l' à l'entrée (fig. 111) et de déterminer la largeur l'' de chacun d'eux à la sortie en écrivant l'équation de continuité sous la forme suivante :

$$2 \pi r_1 l' \sin \alpha_1 c_1 = 2 \pi r_2 l'' \sin \beta_2 \sin \gamma w_2,$$

de laquelle on tire :

$$l'' = l' \frac{\sin \alpha_1 c_1}{\sin \beta_2 w_2} \frac{1}{\sin \gamma} = l' \frac{v}{\sin \gamma} \quad (215)$$

En partant du filet moyen et en adoptant pour γ l'angle que fait la surface limitant le filet précédent avec le plan de la roue on pourra déterminer de proche en proche, la largeur l'' à la sortie des différents filets.

§ 6. — Théorie des turbines d'action tangentielles (type Pelton).

Ce type utilisé à l'exclusion de tout autre, pour les très hautes chutes, diffère totalement comme aspect extérieur des types étudiés jusqu'à présent. Il comporte, comme nous l'avons vu figure 32, un aubage symétrique constitué par des augets en forme de cuillers doubles, disposées symétriquement par rapport au plan médian du disque sur lequel ils sont fixés. La forme de ces augets doit être telle que le jet ne subisse sur l'arête d'entrée qu'un choc minimum, et que l'eau soit rejetée dans l'enveloppe avec la plus petite vitesse possible.

Les équations de la théorie précédente basées sur les relations (VI) et (X) ne peuvent s'appliquer directement ici, φ et ψ tels qu'ils ont été définis n'ayant plus de signification : le jet sortant de la tuyère ne s'écoule plus en effet dans des canaux formés par les aubes comme dans les turbines d'action, et si l'on peut encore parler de pertes par choc et frottement, on ne peut les évaluer en fonction du chemin parcouru dans l'aubage. Tout ce qu'on peut admettre, c'est que ces pertes croissent comme le carré de la vitesse, et que la vitesse à la sortie n'est qu'une fraction de la vitesse d'entrée ; nous poserons donc :

$$w_2 = \psi w_1 \quad (216)$$

ψ étant un coefficient plus petit que l'unité, à déduire des résultats d'expériences.

Pour mieux faire saisir le sens des équations antérieurement établies, nous reprendrons l'étude complète de la turbine *Pelton* alimentée par une chute de hauteur H (fig. 112), en utilisant le théorème de *Bernouilli* successivement à la conduite d'alimentation et à la tuyère.

Représentons par T'_f la perte de charge dans la tuyauterie d'alimentation, par p la pression atmosphérique, par p_0 la pression à l'entrée de la tuyère, par c_0 la vitesse correspondante ; nous aurons :

$$\frac{1}{2g} (0 - c_0^2) + v(p - p_0) + H - T'_f = 0, \quad (217)$$

Par définition, nous appelons hauteur manométrique H' la valeur de la hauteur géométrique H diminuée de la perte de charge T'_f :

$$H' = H - T'_f$$

Appliquons l'équation de *Bernouilli* à la tuyère ; nous obtiendrons :

$$\frac{1}{2g} (c_0^2 - c_1^2) + v(p_0 - p) - T_1 = 0 \quad (218)$$

en designant par T_1 la perte de charge dans celle-ci.

Pour calculer T_1 , nous pourrons utiliser la relation (XI) ; en ajoutant membre à membre cette relation (XI) avec les deux équations précédentes, nous obtiendrons :

$$H' = \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g}$$

D'où :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} \quad (219)$$

et

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} \quad (220)$$

La vitesse à la sortie de la tuyère étant connue, nous pourrons déterminer la vitesse relative w_1 par rapport à l'arête d'entrée :

$$w_1 = c_1 - u_1$$

puis w_2 par la relation (216) ci-dessus.

De l'équation (III'), nous déduisons ensuite :

$$P = \frac{gT_i}{c_1^2} = \left(x - x \frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2 \right) \quad (221)$$

puisque α_1 est dans le cas examiné égal à 0° et que, par définition :

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Cherchons à éliminer $\frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2$ en fonction de u_1 et de β_2 . Pour cela, projetons sur

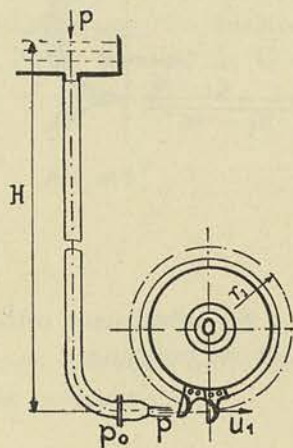


FIG. 112.

le plan de la roue, la vitesse c_2 résultant du tracé du triangle des vitesses à la sortie ; il viendra (fig. 113) :

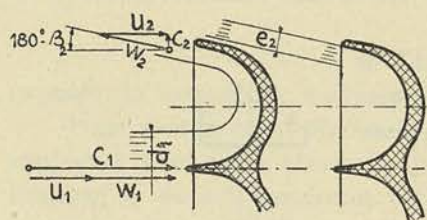


FIG. 113.

$$c_2 \cos (180^\circ - \alpha_2) = w_2 \cos (180^\circ - \beta_2) - u_2$$

ou

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2.$$

En divisant par c_1 , et en remplaçant u_2 par u_1 , w_2 par ψw_1 , et w_1 par $(c_1 - u_1)$, nous obtiendrons :

$$\frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_2 = \psi \cos \beta_2 + (1 - \psi \cos \beta_2) x.$$

En substituant cette valeur dans la relation (221), nous aurons, pour P, coefficient de puissance :

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2} = x(1 - \psi \cos \beta_2)(1 - x) \quad (222)$$

La valeur de η_i pourra se déduire directement de celle de P, puisque :

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = 2 \frac{P}{M} = 2 \varphi_1^2 x (1 - \psi \cos \beta_2) (1 - x) \quad (223)$$

Comme on le voit, η_i passe par un maximum qui est atteint pour $x = \frac{1}{2}$, et ce maximum a pour valeur :

$$\eta_i = \frac{1}{2} \varphi_1^2 (1 - \psi \cos \beta_2). \quad (224)$$

Les expériences de *Reichel* et *Wagenbach* ont montré que φ_1 est compris entre 0,95 et 0,975. Quant à ψ , il peut être pris en moyenne égal à 0,85, valeur trouvée pour les turbines axiales d'action (formules 118 et 207 combinées).

En ce qui concerne β_2 , on descend rarement en dessous de 12° , pour l'angle de sortie latéral, et de 15° pour l'angle supérieur ou inférieur de la paroi de l'auget ; l'eau sortant sur toute la périphérie, il convient de prendre un angle moyen, soit :

$$\beta_2 = 180^\circ - 14^\circ.$$

Avec ces chiffres, on trouve, pour rendement indiqué maximum :

$$\eta_i = 0,867 \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = 0,975,$$

ou

$$\eta_i = 0,825 \quad \text{avec} \quad \varphi_1 = 0,950.$$

En comptant sur un rendement organique de 0,97, on voit que l'on peut réaliser un rendement effectif :

$$\eta_e = 0,80 \quad \text{à} \quad 0,84.$$

la valeur la plus élevée étant réalisée couramment avec les turbines de grande puissance.

Ce rendement effectif est égal au rendement total η puisqu'il n'y a pas de fuite à considérer, et il est atteint pour une valeur de x inférieure à 0,5 voisine de 0,45 à 0,46.

VALEUR DE R LIMITE POUR LES TURBINES PELTON. — Il peut être intéressant de rechercher la valeur maximum du coefficient caractéristique R pour les turbines *Pelton*. Pour cela, nous partirons de la relation qui donne N_i en fonction de Q et de T_i :

$$N_i = \frac{\delta Q T}{75} = \frac{\delta Q}{g} \frac{Q}{75} c_1^2 P$$

et nous y remplacerons Q par sa valeur

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \times c_1,$$

d_1 désignant le diamètre du jet. Comme on ne peut descendre en dessous d'un certain rapport entre le rayon de la roue et le diamètre du jet, nous poserons :

$$\frac{r_1}{d_1} = k$$

et, substituant r_1 à d_1 dans la relation précédente, nous obtiendrons :

$$N_i = \frac{\delta}{g} \frac{\pi}{4} \frac{1}{75} \frac{1}{k^2} r_1^2 c_1^3 P.$$

Remplaçons r_1 en fonction de u_1 et de N, puis u_1 par xc_1 et enfin c_1^5 par

$$c_1^5 = \frac{(2gH')^{5/2}}{M^{5/2}},$$

nous obtiendrons une relation contenant les trois données Q, H' et N. En groupant ces valeurs ainsi que δ et $(2g)^{3/2}$ dans le premier membre, il ne restera plus dans le second que des quantités indépendantes des dimensions; nous obtiendrons pour le coefficient R que nous avons défini antérieurement (formule XIX) :

$$R = \frac{60^2}{75} \frac{1}{8\pi} \frac{1}{k^2} \varphi_1^5 x^2 P. \quad (225)$$

Cette formule est analogue à celle que nous avons établie pour les turbines à réaction; le second membre doit être *multiplié par 2 pour les turbines à deux tuyères*.

La valeur k ne pouvant descendre en dessous de 3, la valeur de R maximum sera donnée en fonction de x par la relation :

$$R = 0,18 x^2 P = 0,18 x^3 (1 - \psi \cos \beta_2) (1 - x). \quad (226)$$

En faisant fonctionner la turbine avec une valeur de x supérieure à celle qui conduit au rendement maximum, 0,55 par exemple, nous obtiendrons :

$$R = 0,18 \times 0,55^3 [1 - 0,85 \cos (180^\circ - 14^\circ)] (1 - 0,55) = 0,18 \times 0,137 = 0,025.$$

Cette valeur doit être considérée comme une limite supérieure, car il est difficile de réaliser un rapport $k = 3$, et il convient de ne pas dépasser le rapport $x = 0,5$.

Si on s'en tient à $k = 4$, $\alpha = 0,5$, on trouve :

$$R = 0,012. \quad (227)$$

Nous avons vu qu'avec les turbines à réaction, on pouvait résoudre les problèmes conduisant à des valeurs de R égales ou supérieures à 0,04; pour des données conduisant à des valeurs de R inférieures à 0,04, on a recours à la turbine Pelton. Toutefois, d'après ce que nous venons de voir, il faut pour réaliser des valeurs voisines de 0,04, adopter une turbine à deux tuyères, ou une turbine double, c'est-à-dire à deux roues logées dans la même enveloppe et à deux tuyères par roue si l'on veut faire fonctionner ces roues au rendement maximum.

QUATRIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES A RÉACTION

§ 1. — Calcul des dimensions générales d'une turbine centripète ou hélico-centripète étroite.

Nous avons déjà indiqué au § 3 chapitre III troisième fascicule, comment le problème de la détermination des dimensions pouvait se résoudre très simplement lorsque les courbes caractéristiques et le coefficient caractéristique sont connus en fonction du coefficient de vitesse α_1 .

Nous préciserons davantage encore la méthode en l'appliquant à un exemple numérique. Soit donc à résoudre le problème suivant :

Déterminer les dimensions d'une turbine à réaction répondant aux données suivantes :

$$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

$$H' = 50 \text{ m.}$$

$$N = 250 \text{ t/m.}$$

de manière que cette turbine réalise le rendement maximum possible.

Nous établirons tout d'abord la valeur du coefficient R tel qu'il résulte des données. Pour cela nous déterminerons N_i en adoptant pour η_i une valeur moyenne égale à 0,93.

Nous trouvons ainsi $N_i = 3720$ et par application de la formule (XIX)

$$R = 0,152.$$

valeur qui nous conduit au type F V d'après la classification du tableau IV.

Utilisant la coupe de la roue de ce type, nous voyons qu'on peut considérer cette

roue comme constituée de deux roues partielles répondant aux coefficients de proportionnalité suivants :

$$\text{élément n}^\circ 1 \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0,125 \\ m = 0,44 \\ \nu = 1,6 \end{array} \right. \quad \text{élément n}^\circ 2 \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0,125 \\ m = 0,52 \\ \nu = 1,6 \end{array} \right.$$

A défaut de renseignements expérimentaux plus précis, nous adopterons pour la détermination de ces fonctions, les valeurs

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975 \quad k_1 = 0,05$$

et

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$$

utilisées au chapitre IV du troisième fascicule, et qui peuvent être considérées comme des valeurs normales pour les turbines d'assez grandes dimensions.

Nous admettrons également que k' est donné par la formule (157) et que $k'' = 0,95$.

Enfin, pour le calcul du rendement organique nous choisirons, quitte à le vérifier lors de l'exécution du tracé, le rapport du diamètre de l'arbre au diamètre de la roue, $\frac{d}{2r_1}$ égal à 0,18.

Pour ce qui concerne k et K , coefficients relatifs au frottement des flasques dans le fluide et de l'arbre dans ses paliers et bourrages, nous conserverons les chiffres que nous avons admis antérieurement :

$$k = 0,00010 \text{ et } K = 1100.$$

Ces chiffres, qui peuvent être considérés comme des chiffres normaux, étant admis, nous pouvons déterminer les valeurs de M , P , R , η_i , η_o , η_e pour α_1 égal à

$$19^\circ \quad 24^\circ \quad 30^\circ \quad 36^\circ$$

et cela successivement pour l'élément n° 1 et l'élément n° 2.

Nous admettrons pour ne pas être conduit à un degré de réaction trop élevé

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1.$$

Les courbes de la figure 114 donnent les valeurs moyennes de P , $M^{1/2}$ et R pour l'ensemble des deux éléments, en fonction de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}.$$

Nous trouvons ainsi les valeurs de x_1 et de α_1 qui correspondent à une valeur de R .

Ayant réuni par des courbes tous les points des diagrammes de R qui correspondent au même rendement effectif, nous pouvons nous rendre compte que les valeurs de

$$x_1 = 0,740 \text{ et } \alpha_1 = 22^\circ.$$

conduisent au rendement maximum 0,875.

Pour ces valeurs de x_1 et de α_1 , la valeur de $M^{1/2}$ est égale à 1,780 ; nous pouvons donc calculer

$$x = x_1 M^{1/2} = 1,78 \times 0,740 = 1,31$$

et en déduire par le tracé du triangle des vitesses à l'entrée, la valeur de β_1 .

La valeur de β_2 est donnée en fonction de α_1 par

$$\beta_2 = 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$$

Quant à la valeur de u_1 , elle se déduit directement de la valeur de x_1

$$u_1 = x_1 \sqrt{2gH'} = 0,740 \times 31,3 = 23,15$$

et r_1 de la relation

$$r_1 = \frac{60 u_1}{2\pi N} = 0^m,885$$

Connaissant r_1 et les coefficients de proportionnalité admis, on en déduira les autres dimensions

$$l_1 = \varepsilon r_1 = 0^m,221$$

$$l_2 = \nu l_2 = 1,55 \times 0,221 = 0^m,343$$

$$r_2 = 0^m,486 \text{ (moyenne)}$$

x étant connu et u_1 également, nous en déduisons

$$c_1 = 17^m,70$$

$$\text{puis } w_2 = n c_1 = 20^m,75,$$

n ayant pour valeur

$$n = \frac{1}{m} \times \frac{1}{\nu} \times \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{1}{0,55} \times \frac{1}{1,55} = 1,175.$$

Ces dimensions étant connues, on peut passer au tracé de la roue et de l'aubage ; nous résoudrons ce problème dans le § 3 ci-après.

La puissance effective de la turbine calculée en tenant compte du rendement effectif 0,875 a pour valeur.

$$N_e = \eta_e N_u = 0,875 \frac{1000 \times 6 \times 50}{75} = 3500 \text{ HP.}$$

§ 2. — Calcul des dimensions d'une turbine hélico-centripète large ou mixte.

Lorsqu'il s'agit d'une turbine relativement large, il n'est plus possible de calculer des valeurs moyennes pour les coefficients :

$$M^{1/2}, \quad P, \quad R,$$

et l'on ne peut plus procéder que par approximations successives.

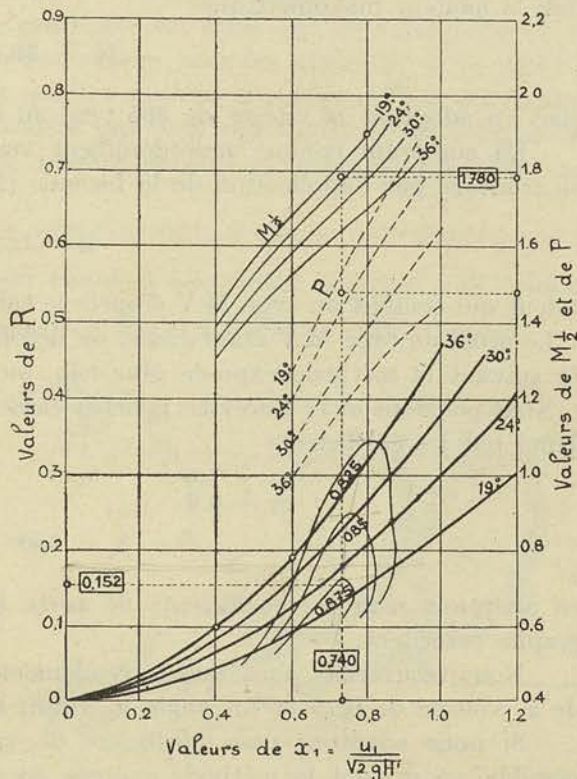


FIG. 114

Reprenons l'exemple précédent du calcul d'une turbine capable de débiter

$$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

sous la hauteur manométrique

$$H' = 50 \text{ m.},$$

mais en adoptant la vitesse de 385 t/m, au lieu de 250, utilisée précédemment.

En comptant comme précédemment sur une puissance indiquée $N_i = 3720$, on trouvera par l'application de la formule (XIX)

$$R = 0,36$$

valeur qui conduit au type M V d'après le tableau IV.

Le profil du type M V étant tracé, on décomposera l'ensemble en turbines partielles en suivant la méthode exposée plus loin, au § 4.

Nous pourrions alors tracer les courbes caractéristiques correspondant au filet moyen défini par les coefficients

$$m = 0,6 \qquad \nu = 1,2$$

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1.$$

en adoptant pour les coefficients de perte les valeurs moyennes utilisées au paragraphe précédent.

Nous trouverons ainsi que le rendement maximum est réalisé pour une valeur de α_1 voisine de $0,75$ et un angle α_1 voisin de 24° .

Si nous adoptons pour coefficient de vitesse $0,75$ et pour α_1 , 24° , il nous sera possible, en suivant la méthode exposée au paragraphe précédent, de déterminer les valeurs de

$$u_1 \text{ et } r_1$$

pour le rayon moyen de la roue.

Utilisant provisoirement ces valeurs de α_1 , a_1 et r_1 pour le filet moyen, nous pourrions procéder au tracé des aubes de la roue en suivant l'exposé du § 4.

Nous vérifierons ensuite si la valeur réelle de R, en tenant compte des valeurs de $M^{1/2}$ et de a_1 variables pour chacune des turbines partielles, ne diffère pas de la valeur trouvée ci-dessus en partant du filet moyen.

Dans le cas où l'écart entre la valeur de R ainsi trouvée et la valeur correspondant au filet moyen serait important, on partirait de cette nouvelle valeur de R pour déterminer les dimensions définitives.

§ 3. — Tracé des aubes mobiles des turbines centripètes.

La théorie des turbo-machines permet, ainsi que nous venons de le voir, de déterminer quand on se fixe un rendement limite, les dimensions de la roue d'une turbine hydraulique à réaction partielle répondant aux trois données :

$$Q \quad H' \quad N.$$

Ce calcul des dimensions conduit aux valeurs numériques suivantes :

- 1° Rayons r_1 et r_2 extérieur et intérieur ;
- 2° Largeurs l_1 et l_2 de l'entrée et de la sortie ;

3° Angles β_1 et β_2 que font les aubes avec les tangentes menées respectivement à la périphérie de la roue et au cercle intérieur de l'aubage.

TRACÉ DES AUBES PAR ARC DE CERCLE. — *Premier exemple* : La première condition à réaliser dans le tracé d'une roue centripète est donc que les aubes coupent les circonférences extérieures et intérieures de l'aubage, sous les angles β_1 et β_2 calculés.

La seconde condition à réaliser est que les sections normales à l'axe des canaux formés par deux aubes voisines, ne croissent pas trop rapidement et ne varient pas trop brusquement en direction, afin de réduire autant que possible les pertes par tourbillonnements.

Il est aisé de se rendre compte que cette condition implique tout d'abord que le rapport $\frac{s}{e}$ de la longueur s développée du canal, à l'épaisseur moyenne e de celui-ci, atteigne une certaine valeur que l'on peut fixer égale à 4 comme chiffre moyen.

Pour simplifier, supposons tout d'abord que les rayons r_1 et r_2 soient relativement grands par rapport à $(r_1 - r_2)$; nous pourrions rectifier l'arc compris entre deux aubes suivant la tangente et porter les angles β_1 et β_2 résultant du calcul, sur la figure 115, suivant les directions 11', 22'.

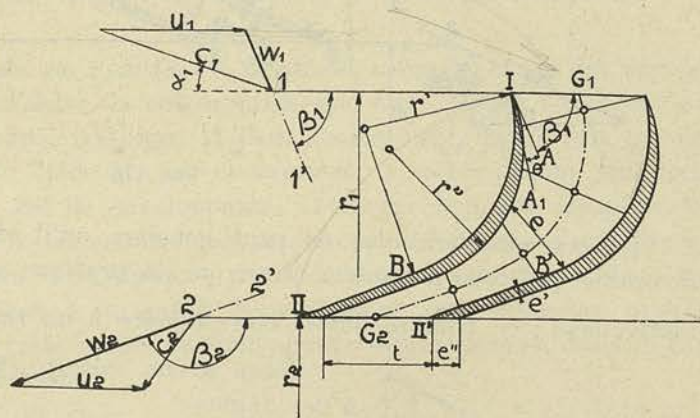


FIG. 115.

L'aube ayant une certaine épaisseur, nous l'amincirons à l'entrée de façon que la tangente au dos soit orientée suivant 11', et que la tangente

à la face active détermine avec la première un angle θ aussi petit que possible, pratiquement 6 à 8°.

L'aube devant être plane à la sortie sur une certaine longueur de façon que l'orientation des filets soit bien assurée suivant l'angle prévu β_2 , nous aurons à compléter le tracé par un arc de cercle tangent à la direction IA₁, d'une part, à la direction IIB d'autre part.

Le point B étant indéterminé, nous pourrions réaliser plusieurs tracés et, en dessinant deux aubes voisines identiques, nous pourrions comparer la valeur relative de ceux-ci au point de vue de la variation des sections successives et de la longueur développée du canal formé par ces aubes.

Avec une distance moyenne e comprise entre 1/4 et 1/5 de la longueur développée de l'axe G₁G₂ du canal, et un point B situé sur la perpendiculaire élevée en II', sur la direction de l'aube II'B', on obtient un tracé d'aubage qui paraît satisfaisant.

En écartant davantage les aubes, on compromettrait de plus en plus l'orientation des filets, ce qui entraînerait un accroissement de pertes par tourbillonnements; en les rapprochant, on ferait croître les pertes par frottement, puisque celles-ci sont

fonction du rapport $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$ dont la valeur est donnée par :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m = \frac{2(l+e)}{l \times e}$$

l désignant la largeur moyenne de l'aubage.

La multiplication du nombre d'aubes aurait pour autre inconvénient d'accroître les pertes à l'entrée : par suite, en effet, de la variation brusque de section qui se présente au moment du passage des aubes mobiles en face des aubes fixes, des perturbations dans l'écoulement se produisent, dont l'importance et la fréquence sont évidemment d'autant plus grandes que le nombre d'aubes est plus élevé.

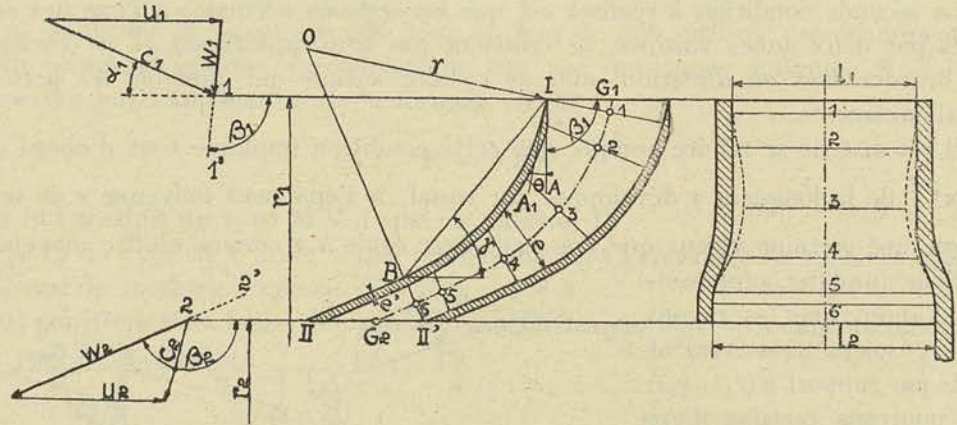


FIG. 116.

De ces considérations, on peut conclure qu'il existe un nombre d'aubes plus favorable que tous les autres, mais que la pratique seule peut déterminer approximativement ; ce nombre paraît correspondre à un rapport $\frac{e}{s}$ compris entre 4 et 5.

Nous avons exécuté (fig. 116) le tracé correspondant à des angles :

$$\beta_1 = 95^\circ$$

$$\beta_2 = 155^\circ$$

plus voisins l'un de l'autre que dans le tracé de la figure 115 et qui se rapprochent davantage des angles généralement adoptés pour les turbines à réaction. Comme on peut le constater, les sections varient beaucoup moins brusquement à la fois en valeur et en direction.

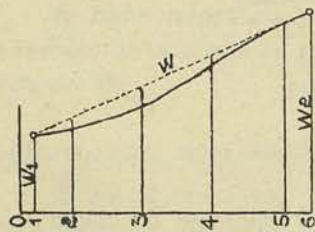


FIG. 116B

Nous avons indiqué (fig. 116) la méthode géométrique permettant de tracer un arc de cercle tangent au point B à la direction II B et coupant le bord d'entrée sous l'angle $(\beta_1 + \theta)$. Le centre O de cet arc de cercle se trouve à l'intersection des perpendiculaires élevées en B sur la direction II B et en I sur la direction IA₁, le point I ayant été déterminé en traçant la droite BI faisant avec l'horizontale l'angle γ

$$\gamma = 180^\circ - \frac{\beta_2 + (\beta_1 + \theta)}{2} \quad (228)$$

PROFIL DE LA ROUE. — Le tracé des aubes étant réalisé comme nous venons de l'indiquer, il reste à déterminer le profil de l'aubage, c'est-à-dire la variation de la largeur l avec r , depuis l_1 jusqu'à l_2 correspondant au rayon intérieur. Il est logique de déterminer l de manière que la *vitesse relative moyenne aille croissant ou décroissant progressivement* suivant une loi se rapprochant par exemple de

$$w = w_1 + k_1 s \quad (229)$$

s désignant la longueur de l'axe développé à partir de G₁.

En s'imposant la loi de variation linéaire indiquée en pointillé sur la figure 116B, on aboutit au profil convergent divergent indiqué en pointillé; il suffit d'écrire l'équation de continuité :

$$w \times e \times l = w_1 \times e_1 \times l_1$$

pour obtenir la valeur de l en chacun des points 1, 2, 3 de l'axe $G_1 G_2$:

$$l = \frac{w_1 \times e_1 \times l_1}{e \times w} \quad (230)$$

En adoptant le profil hachuré, on s'écarte un peu de la loi représentée par la formule (229), mais on évite à la fois une complication de forme et un profil trop divergent qui pourrait entraîner le décollement de la veine et la formation de remous.

★ TRACÉ DES AUBES PAR ARCS DE CERCLE. — *Deuxième exemple* : Avec des rayons r_1 et r_2 très différents l'un de l'autre, la construction que nous venons d'indiquer se modifie nécessairement. A la partie rectiligne II B de l'aube tracée figure 116, qui ne détermine aucune déviation du fluide et, par conséquent, ne subit aucune réaction, on substitue généralement un arc de développante. Cette développante remplace la spirale logarithmique qui est la trajectoire que prennent les éléments d'une masse fluide s'écoulant librement entre deux flasques parallèles; pour autant que l'arc de développante puisse se substituer à la spirale logarithmique sans différence appréciable, on peut donc dire que cette partie de l'aubage ne subira, comme dans le cas précédent, aucune réaction du fluide.

Pour calculer le rayon r_2' du cercle passant par le point de tangence des deux courbes IB et BII (fig. 117), imposons-nous la condition que l'aube II' I' ait son origine II' au point d'intersection de la normale commune avec la circonférence de rayon r_2 ; dans cette hypothèse, nous aurons les relations suivantes, en désignant par r le rayon du cercle tangent à la normale BC et, par n' , le nombre d'aubes

$$r = r_2' \sin (180^\circ - \beta_2) \quad (231)$$

$$B II' = \frac{2 \pi r}{n'} \quad (232)$$

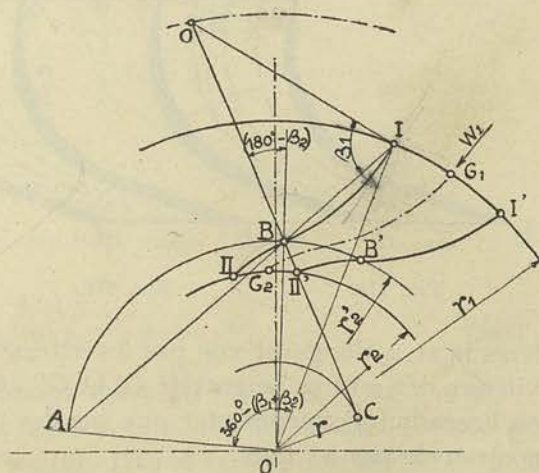


FIG. 117.

cette dernière constituant une propriété des courbes développantes II B, II' B' engendrées par le roulement sur le cercle OC de la droite CII'B. Si nous ajoutons cette troisième

$$B II' = \frac{r_2' - r_2}{\cos (180^\circ - \beta_2)} \quad (233)$$

nous voyons que nous pourrions déterminer r et r_2' , en nous imposant un nombre d'aubes n' .

Nous pourrions vérifier si le nombre d'aubes choisi conduit à un rapport $\frac{s}{e} = 4$ environ.

L'arc de développante IIB est remplacé par l'arc de cercle du rayon CB. Quant à l'autre partie BI de l'aube, nous pourrions la tracer d'un seul arc de cercle, le centre O étant choisi pour qu'il coupe les circonférences de rayon r_2' et r_1 respectivement sous les angles β_2 et β_1 .

Pour trouver le centre O, on tracera l'angle au centre AO'I égal à $360^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$, puis la droite AI; au point d'intersection B, avec le cercle de rayon r_2' , on mènera la droite BO faisant avec le rayon O'B l'angle $(180^\circ - \beta_2)$ et, au point I, on mènera IO faisant, avec IB, l'angle β_1 .

En ce qui concerne le profil de la roue, on pourra suivre le même raisonnement que ci-dessus en faisant appel à l'équation de continuité (230).

Remarque. — Il est à remarquer que nous ne pouvons parler dans ce calcul que de *vitesse moyenne*, car même en faisant abstraction de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois, on ne peut admettre que la vitesse soit constante pour tous les points d'une même section normale, en raison de la courbure prononcée de l'axe du canal.

Le calcul des largeurs l de la roue basé sur l'équation de continuité (230) et sur la notion de la vitesse moyenne w , ne constitue donc qu'une méthode relativement grossière de proportionner l'aubage. On peut même contester la valeur de l'hypothèse

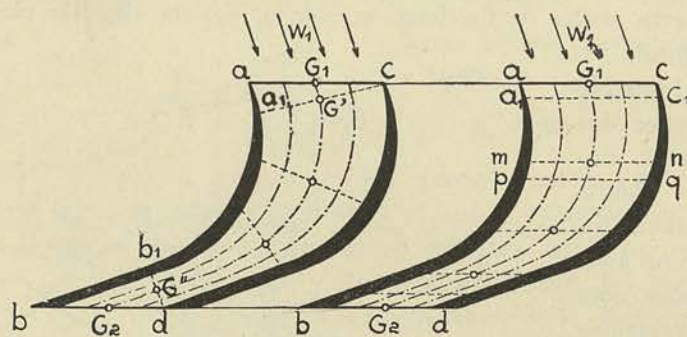


FIG. 118.

FIG. 119.

initiale que comporte ce calcul, à savoir que les filets fluides orientés suivant w_1 (fig. 118) ne sont déviés par les aubes que dans la section normale à l'axe ($a_1 c$) et cessent d'être influencés par ces aubes quel que soit leur tracé dans la partie $G_2 G''$, à partir de la section (db_1) , car supposer cela, c'est admettre implicitement que, dans les formules théoriques, les va-

leurs u_1 et u_2 désignent non pas les vitesses des extrémités des aubes, mais bien les vitesses des centres de gravité G' et G'' et nous pouvons dire, bien que nous n'ayons eu l'occasion d'expérimenter que sur des pompes centrifuges, que cette conclusion est controuvée par les faits.

Si, en effet, u_1 devait désigner la vitesse du centre de gravité G' , de la section (ca_1) , cette vitesse irait se rapprochant de la vitesse périphérique de l'aubage, à mesure que le nombre d'aubes irait croissant; en opérant avec des nombres d'aubes de plus en plus grands, toutes les autres proportions restant inchangées, on devrait ainsi constater que la hauteur d'élévation H' et le travail T_i absorbé par kg. de fluide débité, augmentent comme les valeurs de u_1^2 . Or, il n'en est rien; tandis que H' augmente très peu, T_i augmente proportionnellement beaucoup plus et ni l'un ni l'autre ne croissent comme u_1^2 .

Il est donc permis de dire que la manière de schématiser le phénomène de l'écoulement du fluide que nous avons admise dans ce qui précède, est aussi éloignée, si pas davantage, de la réalité que cette autre qui consiste à regarder les éléments d'une

tranche ($ac a_1c_1$) (fig. 119), comme étant tous déviés dès leur entrée et comme cheminant avec la même vitesse le long de leur trajectoire, ce qui revient à supposer un déplacement par tranches concentriques (parallèles dans l'hypothèse d'un rayon infini).

TRACÉ DES AUBES DANS L'HYPOTHÈSE D'UN DÉPLACEMENT DU FLUIDE PAR TRANCHES PARALLÈLES. — Il est donc extrêmement intéressant de rechercher, en faisant abstraction des perturbations apportées par la viscosité du fluide et la rugosité des parois, la condition à réaliser pour que tous les éléments d'une même tranche aient la même vitesse w , c'est-à-dire pour que (fig. 120) :

$$w_a = w_1 = w_c \quad (234)$$

$$w_m = w = w_n \quad (235)$$

$$w_b = w_2 = w_d \quad (236)$$

En vertu de la formule II appliquée à un fluide incompressible, cette condition revient à

$$p_a - p_c = p_b - p_d = p_m - p_n$$

En effet, nous pouvons faire abstraction du terme T_f puisque nous négligeons dans cette étude l'influence des frottements, et du terme en z généralement très faible par rapport aux autres; d'autre part

$$u_a = u_c = u_1$$

$$u_b = u_d = u_2$$

Partant

$$p_a - p_b = p_c - p_d = p_1 - p_2$$

et

$$p_a - p_c = p_b - p_d = p_m - p_n = c^{te} \quad (237)$$

puisque on peut appliquer également l'équation entre les points a et m , c et n .

Cherchons à exprimer cette condition en fonction des accélérations. Pour cela considérons un élément d'une tranche $m n p q$ (fig. 120) et faisons abstraction du poids et des frottements; nous voyons que cet élément est soumis dans la direction du rayon, d'une part à une pression p , et d'autre part, à une pression $(p + dp)$, et qu'il est animé d'une vitesse absolue c .

En appliquant l'équation fondamentale

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi}$$

et en ne considérant que la projection des forces normales au rayon r , nous aurons :

$$ldr p = \frac{\delta}{g} (ldr ds) \varphi_p$$

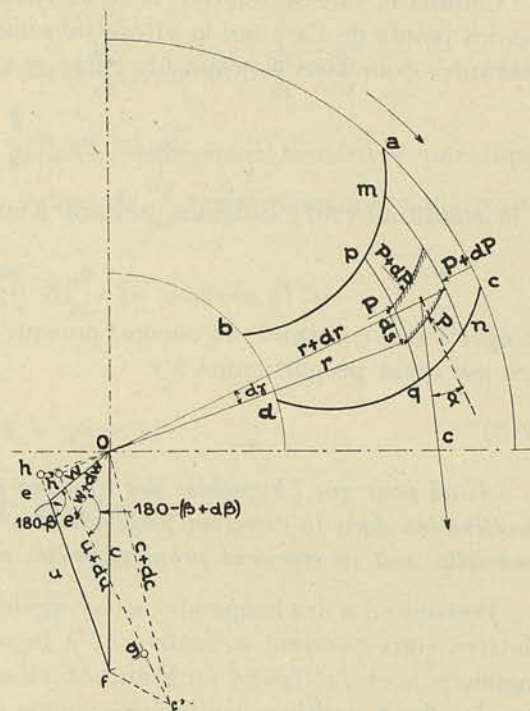


FIG. 120.

l désignant la largeur de la roue,

ds la longueur de l'élément,

φ_p la composante de l'accélération totale suivant la direction normale au rayon.

En divisant par dr et en intégrant entre m et n , il viendra

$$\int_n^m dp = p_m - p_n = \int_n^m \frac{\delta}{g} \varphi_p ds \quad (238)$$

Comme la vitesse relative w et la vitesse d'entraînement u sont les mêmes pour tous les points de l'arc mn la vitesse absolue c et par conséquent l'accélération φ sont constantes pour tous les éléments entre m et n . Donc,

$$p_m - p_n = \frac{\delta}{g} \varphi_p \times \text{arc } mn \quad (239)$$

et la condition (237) ci-dessus, revient à exprimer que

$$\varphi_p \times \text{arc } mn$$

est égal à une constante ou encore, puisque abstraction faite de l'épaisseur des aubes, l'arc mn étant proportionnel à r ,

$$\varphi_p \times r = k' \quad (240)$$

Ainsi pour que l'hypothèse des tranches parallèles soit réalisée, il faut et il suffit que l'accélération dans la direction perpendiculaire au rayon, c'est-à-dire l'accélération circonférentielle, soit inversement proportionnelle au rayon.

Portons en o des longueurs oe oe' égales en grandeur et en direction aux vitesses relatives correspondant à l'entrée et à la sortie de la tranche envisagée. Traçons les longueurs fe et $f'e'$ égales en grandeur et en direction aux vitesses d'entraînement u pour les deux positions considérées; nous déterminerons ainsi les deux triangles des vitesses $o'f'e'$ et ofe .

Par définition, on appelle accélération totale, la grandeur vectorielle ff' divisée par le temps Δt que met l'élément à passer de la première position à la seconde, infiniment voisine.

La projection gf' de ff' sur la direction de la vitesse d'entraînement, divisée par Δt , donnera donc l'accélération circonférentielle :

$$\varphi_p = \lim \frac{gf'}{\Delta t}$$

Exprimons gf' en fonction des vitesses u et w ; pour cela observons que

$$gf' = h'f' - h'g$$

et que $h'g$ est égal à la projection de la ligne brisée ohf sur la direction gf' ; nous aurons :

$$gf' = h'f' - hf \cos(d\gamma) + oh \sin(d\gamma);$$

en remplaçant les différentes longueurs par leurs valeurs en fonction des vitesses et des angles, et en remarquant que à la limite,

$$\cos(d\gamma) = 1, \sin(d\gamma) = d\gamma, \cos(\beta + d\beta) = \cos \beta - \sin \beta d\beta$$

il viendra :

$$\lim gf' = [(u + du) + (w + dw) \cos (\beta + d\beta)] - (u + w \cos \beta) + w \sin \beta d\gamma$$

ou encore, après simplifications,

$$\lim gf' = du + dw \cos \beta - w \sin \beta d\beta + w \sin \beta d\gamma$$

La condition du parallélisme des tranches devient donc

$$\varphi_p = \frac{du}{dt} + \frac{dw}{dt} \cos \beta - w \sin \beta \frac{d\beta}{dt} + w \sin \beta \frac{d\gamma}{dt} = \frac{k'}{r} \quad (241)$$

Remarquons que les trois premiers termes représentent la dérivée par rapport au temps t de $(u + w \cos \beta)$. Quant à la valeur de $\frac{d\gamma}{dt}$ remarquons que nous pouvons écrire

$$r\Delta\gamma = c \cos \alpha \Delta t = fh \times \Delta t = (u + w \cos \beta) \Delta t,$$

et en tirant, en passant à la limite,

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{r} (u + w \cos \beta) \quad (242)$$

Comme d'autre part $w \sin \beta dt = dr$, la relation

$$\varphi_p = \frac{k'}{r}$$

donnera lieu à l'équation différentielle

$$rd(u + w \cos \beta) + (u + w \cos \beta) dr = k' dt$$

ou encore

$$d[r(u + w \cos \beta)] = k' \frac{dr}{w \sin \beta} \quad (243)$$

Cette relation est susceptible d'une intégration graphique, si l'on s'impose à priori une loi de variation de $w \sin \beta$ en fonction de r . Nous l'appliquerons à la recherche du tracé de l'aube d'une turbine centripète caractérisée par les dimensions suivantes :

$$\begin{array}{llll} r_1 = 0 \text{ m. } 885 & l_1 = 0 \text{ m. } 220 & r_2 = 0 \text{ m. } 480 & l_2 = 0 \text{ m. } 340, \\ \alpha_1 = 24^\circ & & 180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 = 24^\circ. & \end{array}$$

et fonctionnant à la vitesse

$$N = 250$$

avec un coefficient

$$x = \frac{u_1}{c_1} = 1,31.$$

Nous pouvons déduire de ces données

$$u_1 = 23 \text{ m } 15 \qquad c_1 = \frac{u_1}{x} = 17 \text{ m } 70.$$

$$n = \frac{1}{m} \times \frac{1 \sin \alpha_1}{v \sin \beta_2} = \frac{1}{0,55} \times \frac{1}{1,55} = 1,175$$

$$w_2 = nc_1 = 20 \text{ m. } 75$$

et tracer le triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie de façon à en déduire :

$$w_1 \sin \beta_1 = 6,60$$

$$w_2 \sin \beta_2 = 7,70.$$

Ces valeurs étant connues, nous porterons à partir de OY (fig. 121) les valeurs des rayons r_1 et r_2 , puis en ordonnées à partir de ox , $w_1 \sin \beta_1$ et $w_2 \sin \beta_2$.

En nous fixant ensuite une loi de variation de $w \sin \beta$ en fonction de r telle que celle représentée par la courbe (a), nous pourrions effectuer l'intégration graphique :

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{w \sin \beta}$$

La loi choisie arbitrairement devra conduire tout calcul fait, à une variation de w en fonction de s se rapprochant de celle donnée par l'équation :

$$w = w_1 + k_1 s.$$

En modifiant éventuellement la forme de la courbe (a), on pourra toujours faire qu'il en soit ainsi.

En vue d'effectuer l'intégration graphique, divisons la longueur ($r_1 - r_2$) en 8 parties égales et rabattons sur la direction ox les valeurs de $w \sin \beta$ mesurées aux différents points de division. Choisissons un pôle p et joignons ce pôle aux différents points ainsi trouvés, s et t correspondant aux valeurs extrêmes $w_1 \sin \beta_1$ et $w_2 \sin \beta_2$.

Si, par o , nous menons une parallèle à $p s$, nous obtiendrons, à l'intersection avec l'ordonnée passant par 1, une longueur Δy telle que

$$\frac{\Delta y}{\Delta r} = \frac{a}{w \sin \beta}$$

soit :

$$\Delta y = a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

Pour la division (1, 2), nous obtiendrons de la même manière la valeur correspondante Δy , si bien que l'ordonnée totale (88') représentera

$$\sum_{r_1}^{r_2} a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

et à la limite

$$\int_{r_1}^{r_2} a \frac{dr}{w \sin \beta}$$

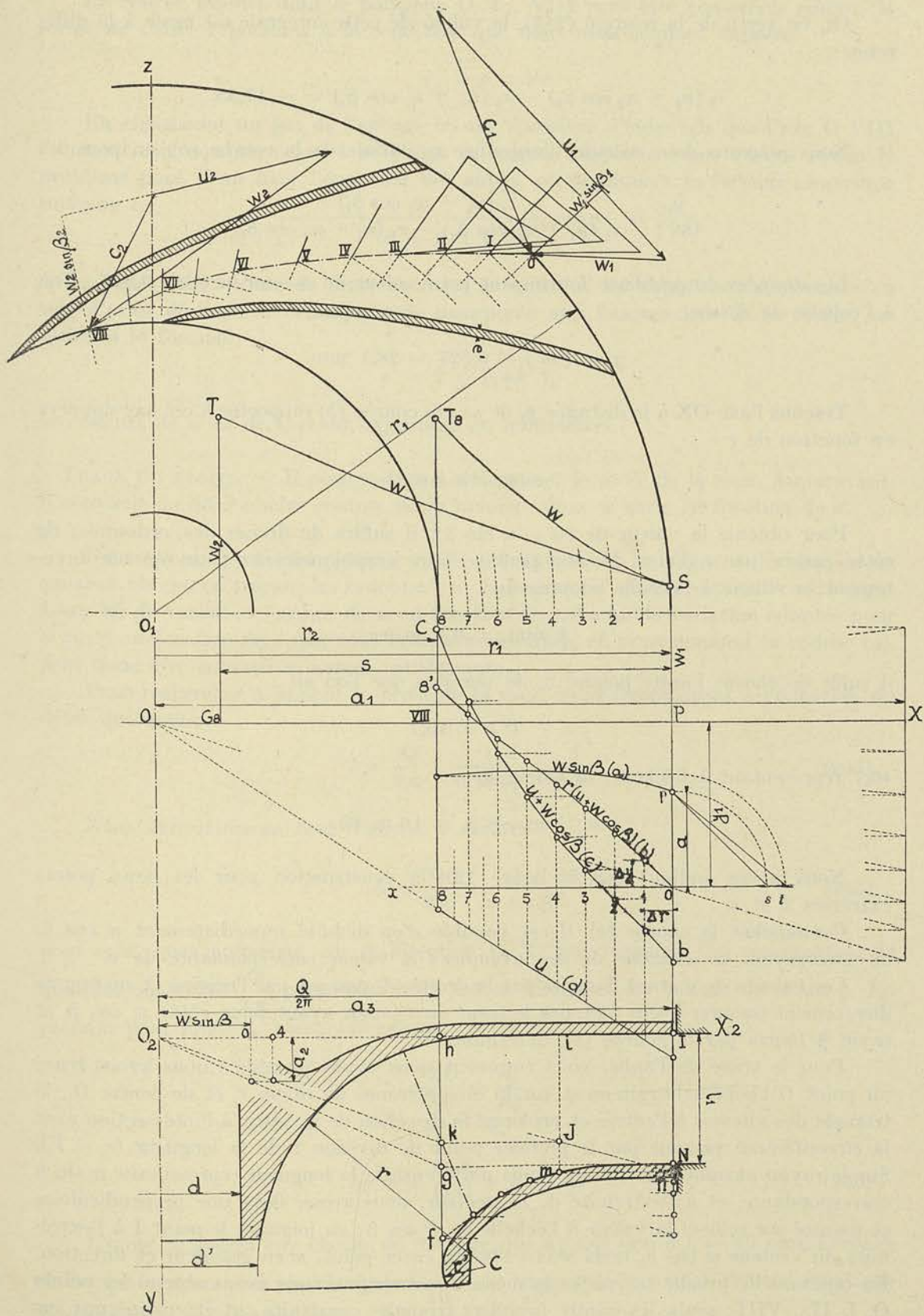


FIG. 121

Or, en vertu de la relation (243), la valeur de cette intégrale est égale à la différence :

$$r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1) = -17,55.$$

Nous pouvons donc calculer l'ordonnée y_1 initiale de la courbe (b), en posant :

$$\frac{y_1}{(88')} = \frac{r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}{r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}$$

Les données du problème fournissent pour valeur du second membre 0,827; d'où à l'échelle du dessin :

$$y_1 = (88') \times 0,827 = 28,1 \text{ mm.}$$

Traçons l'axe OX à la distance y_1 de ox ; la courbe (b) rapportée à cet axe donnera en fonction de r :

$$r (u - w \cos \beta)$$

Pour obtenir la valeur de $(u - w \cos \beta)$, il suffira de diviser les ordonnées de cette courbe par r . Cette division peut se faire graphiquement; pour obtenir directement la vitesse à l'échelle adoptée de

$$1 \text{ mm.} = 0,4 \text{ m/sec,}$$

il suffit de choisir l'unité polaire a_1 de manière que l'on ait :

$$P b = 40,7$$

40,7 représentant à l'échelle, la valeur de :

$$u_1 + w_1 \cos \beta_1 = 16 \text{ m. } 30.$$

Nous avons indiqué sur la figure 121 la construction pour les deux points extrêmes b et c .

Connaissant la courbe (c), il est possible d'en déduire immédiatement $w \cos \beta$, en soustrayant de chacune de ses ordonnées la valeur correspondante de u .

Ces valeurs de u étant données par la droite (d) passant par l'origine O, on pourra directement mesurer $w \cos \beta$ et, par le tracé du triangle ayant pour côtés $w \cos \beta$ et $w \sin \beta$ fourni par la courbe (a), déterminer w .

Pour le tracé de l'aube, voici comment nous avons procédé : nous avons tracé au point O choisi arbitrairement sur la circonférence de rayon r_1 et de centre O_1 , le triangle des vitesses à l'entrée et prolongé la direction de w_1 jusqu'à l'intersection avec la circonférence passant par le premier point de division 1 de la longueur $(r_1 - r_2)$. Sur le rayon passant par I, nous avons porté ensuite la longueur représentant $w \sin \beta$ correspondante, et à l'extrémité de ce vecteur, nous avons élevé une perpendiculaire et mesuré sur celle-ci la valeur à l'échelle de $w \cos \beta$; en joignant le point I à l'extrémité du vecteur $w \cos \beta$, nous avons obtenu en ce point, w en grandeur et direction. En répétant de proche en proche la même construction, nous avons obtenu les points O, I, II... VIII; seuls, les quatre premiers triangles construits ont été maintenus sur la figure 121.

La courbe inscrite dans le polygone O, I... VIII peut être considérée comme la forme de l'aube répondant à la condition que nous nous sommes imposée

$$\varphi_p \times r = e^{te}$$

En choisissant un pas de l'aubage et une épaisseur d'aube tels que l'axe O VIII du canal soit compris entre 4 et 5 fois la largeur moyenne, nous aurons résolu le problème posé. Pour fixer l'épaisseur des aubes, on appliquera la formule empirique suivante :

$$e' = 3 + 0,7 \sqrt{l_1}$$

si les aubes sont venues de fonte avec les flasques ; si les aubes sont construites en tôle d'acier découpé et estampé, puis incorporée aux flasques lors de la coulée, on utilisera la formule

$$e' = 2 + 0,4 \sqrt{l_1}$$

les valeurs de e' et de l_1 étant exprimées en millimètres.

TRACÉ DU PROFIL. — Il nous restera à déterminer le profil de la roue. Auparavant, il convient de nous rendre compte de la manière dont w varie en fonction de s .

Nous avons, à cet effet, porté sur OP, à partir de P, la longueur développée du canal et obtenu en traçant les ordonnées w , la courbe ST qui correspond sensiblement à une loi de variation linéaire de w en fonction de s . La loi de variation adoptée pour $w \sin \beta$ en fonction de r que nous nous sommes fixée, en nous donnant la courbe (a), peut donc être considérée comme satisfaisante.

Pour rechercher à présent le profil de la roue, nous ferons appel à l'équation du débit qui donne

$$l = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{1}{r k'} \quad (244)$$

Nous déterminerons tout d'abord le facteur :

$$A = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} ; \quad (245)$$

pour cela, nous porterons, sur la direction $O_2 X_2$ une longueur $O_2 h$ représentant la quantité constante $\frac{Q}{2\pi}$, puis, dans cette même direction, les valeurs de $w \sin \beta$. En prenant pour unité a_2 , nous obtiendrons

$$\frac{O_2 O}{O_2 h} = \frac{a_2}{hg}$$

ou

$$hg = a_2 \frac{O_2 h}{O_2 O} = a_2 \times A. \quad (246)$$

L'unité a_2 pourra être choisie de manière que hg soit égal à $l_1 = 22$ mm, l'échelle de longueur ayant été choisie égale à $\frac{1}{10}$ et la largeur de la roue à l'entrée étant par hypothèse égale à 0,^m220.

Pour déterminer l , il restera à multiplier A par $\frac{1}{k'r}$, k' étant un coefficient d'encombrement résultant de l'épaisseur des aubes et que nous supposons constant pour simplifier le calcul.

Cherchons la valeur de l dans la section passant par 4; nous avons obtenu pour cette section :

$$hk = a_2 \frac{O_2 \bar{h}}{O_2 4} = a_2 \times A \quad (247)$$

Projetons hk sur la droite ij située à la distance r_4 de l'axe; nous aurons :

$$\frac{ij}{r_4} = \frac{In}{a_3}$$

D'où :

$$In = (a_2 \times A) \frac{a_3}{r_4} = a_2 \times a_3 \times \frac{A}{r_4} \quad (248)$$

Nous pourrions choisir a_3 de façon que In mesure l_4 en vraie grandeur.

Il suffira de choisir a_3 égal à r_1 ; en effet, si nous répétons la construction que nous venons d'indiquer, pour le rayon r_1 , nous devons trouver IN égal à hg puisque nous avons choisi a_2 de façon à obtenir $hg = l_1$; or, cela ne peut se réaliser que pour la valeur $a_3 = r_1$. En projetant le point n sur la droite ij , nous obtiendrons le point m limitant le profil, à la distance r_4 de l'axe. La construction répétée pour les différents points de 0 à 8 donne le profil Nj . On complétera en traçant du centre C un arc de cercle de rayon r tangent à la paroi Ih d'une part, au moyeu de diamètre d d'autre part, et un second de rayon r' tangent au profil.

Ainsi qu'on peut s'en rendre compte, on arrive par cette méthode à un profil satisfaisant, tant pour les flasques que pour les aubes.

Le profil obtenu pour les aubes ne s'éloigne pas beaucoup pour les angles β_1 peu différents de β_2 , d'un profil en arc de cercle dont le centre serait choisi pour couper les circonférences extérieure et intérieure sous les angles imposés β_1 et β_2 .

§ 4. — Tracé des aubes mobiles des turbines hélico-centripètes larges.

La détermination des dimensions d'une roue de turbine hydraulique à réaction ne peut se faire d'une façon mathématique, que pour des données conduisant au type centripète. Lorsque ces données correspondent à un type hélico-centripète ou à un type mixte, le problème est plus complexe et n'est susceptible d'être résolu que par approximations successives, en regardant la roue comme constituée d'un certain nombre de roues partielles juxtaposées, fonctionnant en parallèle.

On conçoit combien délicate est la question du tracé des aubes de ces roues hélico-centripète ou mixte dont chacune des roues partielles doit être dessinée pour donner autant que possible le même degré de réaction à la même vitesse de rotation N et sous la même hauteur de chute H' .

Nous examinerons ici comment, en partant des équations générales, il est possible d'arriver par tâtonnements, à la solution de cette question.

Ces turbines étant construites en vue de réaliser des vitesses spécifiques élevées ou, ce qui revient au même, de grandes valeurs du coefficient R , leur fonctionnement normal correspond à des coefficients de vitesse de l'ordre de 0,75 à 0,80, et partant, à des angles β_1 très grands, voisins de β_2 .

Nous venons de voir que, pour des angles β_1 peu différents de β_2 , le tracé des aubes pouvait être effectué par arc de cercle.

Abstraction faite du problème de la représentation des aubes dans l'espace qui est du ressort de la géométrie descriptive, nous pouvons donc dire que le problème du tracé des aubes sera résolu lorsque nous aurons pu déterminer pour chacune des turbines partielles, les rayons r_1 et r_2 , les largeurs l_1 et l_2 , ainsi que les angles β_1 et β_2 correspondant respectivement à l'arête d'entrée et l'arête de sortie des aubes. Toutes les roues fonctionnant sous le même angle α_1 de distribution et toutes les turbines étant supposées avoir la même largeur à l'entrée (fig. 122), la question revient à déterminer pour chacune d'elles :

$$m, v, \beta_1, \beta_2$$

en fonction de r_1 .

Nous considérons comme des données résultant des calculs effectués en partant des courbes caractéristiques relatives au filet moyen, le rayon moyen r_m , la largeur totale l_1 , le rayon r_2 à l'ouïe, pour ce même filet moyen.

Nous admettons également que le rayon r_3 du tuyau d'évacuation est déterminé en fonction de la vitesse c_s de sortie, que l'on se fixe de façon à ne pas dépasser une valeur limite admissible.

PROFIL DE LA ROUE. — Dans la représentation que nous donnons du profil de la roue, nous supposons par convention que les points des arêtes d'entrée et de sortie des aubes sont ramenés dans le plan de projection, de façon que les distances de ces points à l'axe OO_1 donnent en vraie grandeur, les rayons correspondants.

Nous nous imposons, pour l'arête d'entrée ainsi définie, une droite inclinée d'un certain angle γ sur l'axe, quitte à vérifier l'influence plus ou moins heureuse sur la forme des aubes, d'une plus ou moins grande inclinaison de cette droite.

Pour le profil des flasques, nous adopterons les plus *grands rayons possibles*, l'un tangent à la génératrice du cylindre de rayon r_3 , l'autre tangent à l'axe même de la roue.

La division en turbines partielles peut être conduite d'une manière rationnelle, en raisonnant de la façon suivante :

Dans une section $O_1 O_2$ du tuyau d'évacuation plus ou moins éloignée de l'ouïe de la roue, nous pourrions admettre, comme première approximation tout au moins, que la vitesse axiale du fluide est la même en tous les points du rayon. (Nous négligeons ici l'influence de la rugosité des parois et de la viscosité du fluide.)

Comme en tous les points I, II... V de la section d'entrée des turbines partielles, nous pouvons admettre également que la vitesse est constante, les rayons r' , r'' , des

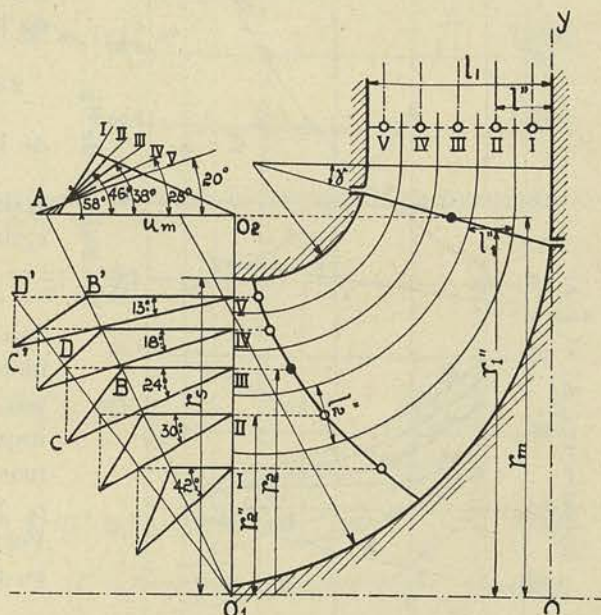


FIG. 122.

cylindres fictifs qui entourent le fluide passant respectivement par la turbine I, par l'ensemble des turbines I et II, etc., seront déterminés en fonction de r_s par les relations suivantes :

$$\frac{1}{5} \pi r_s^2 = \pi r'^2 \quad 2 (\pi r'^2) = \pi r''^2, \dots$$

desquelles nous tirons :

$$r' = \frac{1}{\sqrt{5}} r_s \quad r'' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} r_s, \dots \quad (249)$$

En réunissant par des arcs de cercle tangents, les parois fictives limitant les turbines partielles dans le distributeur, aux cylindres fictifs limitant le flux correspondant à chacune d'elles, dans le tuyau d'évacuation, nous partagerons la roue en 5 roues partielles fonctionnant en parallèle et ayant chacune le même débit. Nous pourrions rectifier légèrement ce premier tracé, en observant que, dans l'hypothèse où nous nous

sommes placés, d'une composante axiale de la vitesse de sortie constante pour toutes les turbines partielles, on doit avoir, le long de l'arête de sortie

$$2 \pi r_2'' l_2'' c_2 \sin \alpha_2 = 2 \pi r_1'' l_1'' c_1 \sin \alpha_1$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \alpha_1} = \frac{r_1''}{r_2''} \times \frac{l_1''}{l_2''} = \frac{1}{m''} \times \frac{1}{v''} = C^{to} \quad (250)$$

En traçant tout d'abord cette arête de façon qu'elle coupe les axes des différents filets à peu près orthogonalement et passe par le point de rayon r_2 , qui nous est imposé pour le filet moyen, nous pourrions mesurer les différentes valeurs de l_2 et de r_2 pour chacune des turbines partielles. Portant en abscisse l'' , distance de la paroi au point II, ou mieux (fig. 123) :

$$z = \frac{l''}{l_1} \quad (251)$$

nous pourrions figurer en ordonnées

$$\frac{r_1''}{r_m}, \quad \frac{r_2''}{r_m}, \quad \frac{l_2''}{l_1''}$$

En posant :

$$\frac{r_1''}{r_m} = f_1(z) \quad (252), \quad \frac{r_2''}{r_m} = f_2(z) \quad (253), \quad \frac{l_2''}{l_1''} = \varphi(z) \quad (254)$$

la condition exprimée par la relation (250) donne lieu à la relation :

$$\frac{f_1(z)}{f_2(z)} \times \frac{1}{\varphi(z)} = C \quad (255)$$

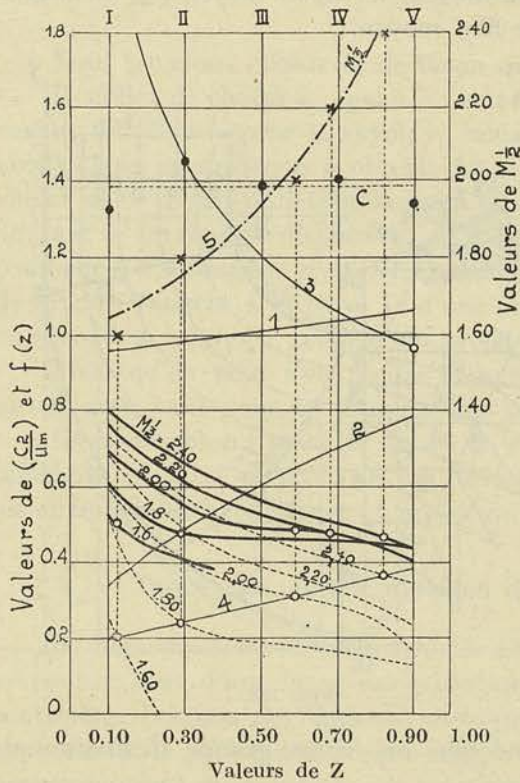


FIG. 123

Les points noirs du diagramme figure 123 indiquent les valeurs de la constante C , fournies par le calcul, après une première rectification; cette constante C correspond par conséquent à une moyenne de 1,38 environ que nous conserverons dans nos calculs ultérieurs.

Les courbes (1) (2) donnent respectivement les valeurs en fonction de z , de

$$f_1(z), \quad f_2(z)$$

trouvée en relevant les valeurs des r_1 et r_2 pour chacune des turbines partielles (fig. 122); de la relation (255), nous pourrions déduire la valeur de $\varphi(z)$ (courbe 3).

ÉTUDE DU TRACÉ DES AUBES. — Pour analyser les conditions de fonctionnement de chacune des turbines ainsi définies, et déduire par le calcul les valeurs des angles β_1 et β_2 correspondant à chacune d'elles, cherchons à exprimer en fonction de z les valeurs de coefficients :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (256)$$

$$M' = A' + B'x + C'x^2 \quad (257)$$

$$r = \frac{M'}{M} \quad (258)$$

Remarquons tout d'abord que nous pouvons écrire les équations en fonction de :

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

en utilisant la relation (123) :

$$x = x_1 \times M^{1/2};$$

elles deviennent alors :

$$A + Bx_1M^{1/2} + (Cx_1^2 - 1)M = 0 \quad (259)$$

$$A' + B'x_1M^{1/2} + (C'x_1^2 - r)M = 0 \quad (260)$$

En y remplaçant x_1 par $x_m f_1(z)$ et les coefficients m , n , $\cos \beta_2$ calculés en fonction de z , et contenus dans les valeurs explicites de A , B , C , etc., nous obtiendrons deux relations en z capables de fixer β_2 en fonction de β_1 à la condition toutefois de s'imposer une condition supplémentaire à réaliser, ainsi que nous le montrerons plus loin.

Pour exprimer m , n , $\cos \beta_2$ en fonction de z , cherchons à établir les relations qui existent nécessairement entre les angles et les vitesses.

Rabattons pour cela le plan perpendiculaire à l'axe contenant la vitesse d'entraînement u au point de sortie, autour du rayon passant par ce point (fig. 122).

Transportons la charnière de rotation du plan considéré en O_1O_2 . La vitesse u allant en croissant proportionnellement au rayon, nous obtiendrons cette vitesse pour un filet quelconque tel que III, en mesurant le vecteur III B compris entre l'axe O_1O_2 et la droite O_1A tracée de telle sorte que

$$O_2A = u_m.$$

Si nous faisons tourner maintenant autour de III B le triangle des vitesses contenu dans le plan passant par u et tangent à l'axe du filet III, au point III, nous obtiendrons en vraie grandeur les angles

$$180^\circ - \beta_2 = \text{B III C} \qquad 180^\circ - \alpha_2 = \text{D B C.}$$

Les composantes axiales et tangentielles de la vitesse absolue de sortie seront représentées par D C et B D et nous pourrons poser :

$$\text{B D} = c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z) \qquad (261)$$

et calculer $c_2 \sin \alpha_2$ en fonction de z et de $\frac{c_2}{u_m}$

$$\text{D C} = c_2 \sin \alpha_2 = u_m \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \qquad (262)$$

Entre $\sin \beta_1$ et $\sin \alpha_2$, nous avons, d'autre part :

$$c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2$$

de telle sorte que n défini par la relation :

$$n = \frac{w_2}{c_1}$$

peut être calculé en fonction de z , $\frac{c_2}{u_m}$ et $\sin \beta_2$

$$n = \frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \beta_2} = \frac{u_m}{\sqrt{2gH'}} \frac{\sqrt{2gH'}}{c_1} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2}$$

ou encore :

$$n = x_m M^{1/2} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2} \qquad (263)$$

Comme n a également pour valeur, d'après l'équation de continuité :

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{v} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2}$$

on peut en déduire la valeur de

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \text{ en fonction de } z \text{ et de } M^{1/2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} \frac{1}{\varphi(z)} \frac{1}{x_m} \frac{1}{M^{1/2}} \sin \alpha_1 = K_1 \qquad (264)$$

K_1 étant un coefficient dont la valeur est connue en fonction de z , de M et de x_m .

Pour pouvoir éliminer de l'équation (259) le terme $mn \cos \beta_2$, remplaçons dans celui-ci le terme n par sa valeur ci-dessus; nous trouverons :

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{1/2} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \quad (265)$$

Cherchons à déterminer $\operatorname{tg} \beta_2$ et $\sin \beta_2$ en fonction de $\frac{c_2}{u_m}$ et de $f(z)$. Dans le triangle des vitesses à la sortie nous avons la relation :

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2 = u_m f(z)$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{\operatorname{tg} \beta_2} + u_2 = u_m f(z)$$

puis

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}}{f(z) - f_2(z)} \quad (266)$$

et enfin :

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}{f^2(z) - 2 f(z) f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2} \quad (267)$$

Dans ces conditions :

$$n^2 = x_m^2 \left(M^{1/2}\right)^2 \left[f^2(z) - 2 f(z) f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 \right] \quad (268)$$

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{1/2} [f(z) - f_2(z)] \quad (269)$$

En les substituant dans l'équation (256), après avoir rendu explicites les valeurs de A, B, C, on obtient toutes réductions faites :

$$\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 + 2 \frac{1}{\varphi^2} f(z) f_2(z) = \frac{1}{M} \frac{1}{x_m^2} \left[\frac{1}{\varphi_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \right] + \quad (270)$$

$$2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 f_1(z) \frac{1}{M^{1/2}} \frac{1}{x_m} - \left\{ \frac{1}{x_m^2} + \left[\left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - 1 \right] f_1^2(z) + \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) f_2^2(z) \right\} = K_2$$

Nous représenterons le second membre par K_2 , sa valeur pouvant être déterminée en fonction de z , de M et de x_m .

Remplaçons dans le premier membre de cette équation, $f(z)$ par sa valeur tirée de l'équation (264) :

$$f(z) = \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - K_1^2} \quad (271)$$

en isolant $\frac{2}{\varphi^2} f(z) f_2(z)$ et en élevant au carré les deux membres, nous obtiendrons une équation du 4^e degré en $\frac{c_2}{u_m}$ qui nous permettra de déterminer

$$y = \left(\frac{c_2}{u_m} \right)^2$$

pour chaque valeur de $M^{1/2}$:

$$\begin{aligned} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right)^2 y^2 - 2 \left[\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) K_2 + \frac{2}{\varphi^2} \times \frac{1}{\varphi^2} f_2^2(z) \right] y + \\ + \left[K_2^2 + K_1^2 \left(\frac{2}{\varphi^2} \right)^2 f_2^2(z) \right] = 0. \end{aligned} \quad (272)$$

De l'ensemble des deux équations (257) et (258), on peut tirer la valeur de r en fonction de M et de $\left(\frac{c_2}{u_m} \right)$; on y arrive plus simplement en partant de la relation suivante :

$$r = \frac{M - \frac{1}{\varphi_1^2} + \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right)}{M}$$

de laquelle on déduit directement :

$$r = 1 - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{M} + \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \left(\frac{c_2}{u_m} \right)^2 \frac{x_m^2}{M} \quad (273)$$

Nous avons dressé le tableau V pour $\alpha_1 = 24^\circ$, $x_m = 0,75$ et

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,18 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

valeurs antérieurement admises comme représentant des chiffres moyens normaux,

Les quatre premières colonnes donnent, pour les différentes turbines partielles, les valeurs des fonctions :

$$f_1(z) \quad f_1^2(z) \quad f_2(z) \quad f_2^2(z) \quad \text{et} \quad \varphi(z)$$

La sixième colonne donne la valeur de

$$A'' = \frac{f_1^2(z)}{f_2^2(z)} \times \frac{1}{\varphi^2(z)} \frac{\sin^2 \alpha_1}{x_m^2}$$

qui, divisée, par M fournira K_1^2 .

La septième colonne indique la valeur de :

$$C'' = \frac{1}{x_m^2} + \left[\left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) - 1 \right] f_1^2(z) + \left(1 - \frac{1}{\varphi^2} \right) f_2^2(z)$$

Les colonnes suivantes donnent des valeurs dépendant de M pour $M^{1/2} = 2,00$

$$B'' = 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \cos \alpha_1 \frac{1}{x_m} f_1(z) \frac{1}{M^{1/2}}$$

K_2 et K_1^2 .

Ces quantités étant connues, il suffit de les introduire dans l'équation (272) de la forme :

$$ay^2 - 2by + c = 0 \quad (274)$$

pour pouvoir déterminer :

$$b = -0,3 K_2 + 2,20 f_2^2(z)$$

$$c = K_2^2 + 4,4 K_1^2 f_2^2(z)$$

et en tirant y , puis :

$$\frac{c_2}{u_m} \quad \text{et} \quad f(z)$$

En portant en ordonnées les deux dernières valeurs dans le diagramme figure 123, on obtient les courbes en trait plein pour la première, en trait pointillé pour la seconde, et cela pour chacune des valeurs de $M^{1/2}$ envisagées.

Nous sommes donc en mesure de déterminer les valeurs de c_2 et de

$$c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z),$$

pour chacune des turbines partielles, *si nous nous imposons une condition supplémentaire.*

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. — Si nous nous plaçons au point de vue du bon fonctionnement du tube de suction, nous pourrions chercher à faire en sorte que tous les filets aient une direction axiale à la sortie. Cette condition peut se traduire analytiquement par $f(z) = 0$ pour toutes les valeurs de z ; mais elle est irréalisable avec les valeurs utilisées pour x_m , la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie ne pouvant être annulée.

A défaut de pouvoir rendre axiale la vitesse c_2 de sortie, on peut s'imposer la condition que la vitesse de giration des filets varie comme le rayon, cette condition étant de nature à réduire les remous entre les différentes couches concentriques voisines formées par les différents filets; analytiquement cela implique la relation

$$f(z) = K_3 r_2''$$

Pour nous fixer la valeur de K_3 , nous devons avoir recours à l'équation (259), qui nous a servi à établir la courbe caractéristique de $M^{1/2}$ en fonction de x , pour le filet moyen. Si nous admettons que, pour ce filet moyen :

$$\beta_2 = 180^\circ - 24^\circ,$$

on trouve, pour $x_1 = 0,75$

$$M^{1/2} = 1,875 \quad x = 1,405$$

$$w_2 = nc_1 = 1,39 \quad c_1 = 1,39 \frac{u_m}{x} = 0,99 u_m$$

ce qui permet de fixer le tracé du triangle des vitesses à la sortie et de mesurer c_2 : on trouve :

$$c_2 = 0,50 u_m \quad c_2 \cos \alpha_2 = 0,29 u_m$$

soit $f(z) = 0,29$ pour $z = 0,50$; portons (fig. 122) BD égal à 0,29 de la longueur O_2A qui représente u_m ; joignons O_1B , puis O_1D et prolongeons jusqu'en $D'B'$; $D'B'$ représentera à la même échelle, $c_2 \cos \alpha_2$ pour $z = 0,95$ (turbine V); nous en déduirons $f(z)$ correspondant, que nous trouvons égal à 0,38. Nous pourrions donc tracer la droite (4) (fig. 123) pour représenter $f(z)$; nous trouverons ainsi aux points d'intersection de cette droite avec les courbes pointillées donnant $f(z)$ pour $M^{1/2} = C^{te}$, les différentes valeurs $M^{1/2}$ correspondantes, de même que les valeurs de $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$.

En portant en ordonnées les valeurs de $M^{1/2}$, nous obtiendrons la courbe de $M^{1/2}$ en fonction de z .

La valeur de $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ varie peu, comme on le voit.

Si nous construisons les triangles des vitesses à la sortie connaissant $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ et $f(z)$ pour les différentes turbines partielles, nous obtiendrons les angles $(180^\circ - \beta_2)$ à réaliser à la sortie pour obtenir le fonctionnement prévu. Ces angles sont indiqués sur la figure 122.

Pour déterminer les angles β_1 , nous aurons à calculer c_1

$$c_1 = \frac{\sqrt{2gH'}}{M^{1/2}}$$

$M^{1/2}$ étant donné pour chacune des turbines partielles, par la courbe (5) et $\sqrt{2gH'}$ pouvant être déterminé en fonction de u_m par la relation :

$$x_{1m} = \frac{u_m}{\sqrt{2gH'}} = 0,75.$$

On trouve ainsi, pour $u_m = 50$, les valeurs renseignées au tableau VI.

Pour le calcul de u_1 , on utilisera la relation :

$$u_1 = u_m f(z)$$

Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée qui résulte de ces deux valeurs u_1 et c_1 , est indiqué sur la figure 122 et donne les angles $(180^\circ - \beta_1)$ correspondant à chacune des turbines partielles.

Avec la condition que nous nous sommes imposée, nous voyons donc que l'on aboutit à une variation progressive des angles $(180^\circ - \beta_1)$ et $(180^\circ - \beta_2)$ depuis une valeur maximum pour la turbine I jusqu'à une valeur minimum pour la turbine V, ce qui conduit à des aubes gauches très inclinées sur le rayon près de la flasque extérieure, relativement peu inclinées le long de la flasque intérieure. La variation de $M^{1/2}$, et partant de c_1 , conduit toutefois à une très forte variation de pression à l'entrée de la roue, qui pourrait avoir pour effet de créer des remous préjudiciables au bon fonctionnement.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. — On peut utilement se demander ce que deviendrait le tracé si, se préoccupant d'éviter ces remous à l'entrée, on pose comme condition :

$$M^{1/2} = C^{te} = 1,80.$$

par exemple.

Cette condition $M^{1/2} = C^{te}$ entraîne, en effet, comme conséquence,

$$c_1 \text{ constant et, partant, } p_1 \text{ constant.}$$

En recherchant sur la figure 123 les valeurs de $f(z)$ et de $\frac{c_2}{u_m}$ correspondant à $M^{1/2} = 1,80$, on peut dresser le tableau VII et tracer les triangles des vitesses à la sortie. On arrive ainsi aux valeurs indiquées figure 124 pour l'angle $(180^\circ - \beta_2)$, sauf en ce qui concerne l'angle de la turbine I.

Pour celle-ci on obtient, en effet, $(180^\circ - \beta_2) = 23^\circ$, et une composante tangentielle très importante, en s'imposant $M^{1/2} = 1,80$.

Si l'on accepte pour cette turbine 1,68 au lieu de 1,80, c'est-à-dire $c_1 = 39,70$ au lieu de 37,00, on aboutit au tracé de la figure 124, c'est-à-dire à un angle $(180^\circ - \beta_2)$ variant de 24° à 32° , avec une vitesse c_1 et, partant, une pression p_1 presque constantes. Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée donne pour l'angle $(180^\circ - \beta_1)$ une valeur variant de 53° pour la turbine I, à 37° pour la turbine V.

Bien qu'ici la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie aille croissant à mesure que le rayon diminue, nous pouvons considérer comme plus rationnel, le tracé de la figure 124, qui maintient à l'entrée de la roue, une pression presque constante.

Avec les dispositions adoptées aujourd'hui pour le tube de suction, il est possible, en effet, de récupérer à peu près dans la même mesure l'énergie correspondant à la composante tangentielle et l'énergie correspondant à la composante axiale. Dans ces conditions, le fait de la variation proportionnelle avec le rayon de la composante tangentielle ne paraît pas de nature à améliorer notablement le rendement, tandis que la variation dans de fortes limites, de c_1 , et partant de p_1 , doit avoir pour effet de créer des remous importants à l'entrée de la roue.

Remarque. — En remarquant que ε a pour valeur pour la deuxième turbine partielle :

$$\frac{l_1''}{r_1''} = \frac{l'' - l'}{r_m f_1(z)} = \frac{l_1}{r_m f_1(z)} = \varepsilon_1 \frac{\Delta z}{f_1(z)}$$

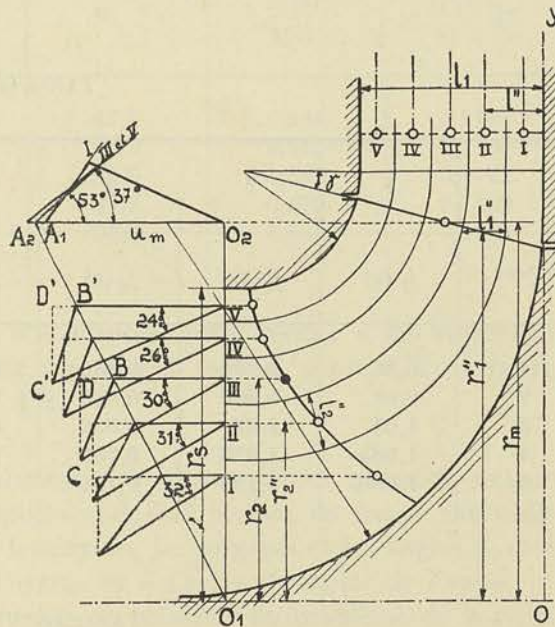


FIG. 124.

nous pourrons écrire pour l'ensemble des turbines partielles :

$$\Sigma R' = \frac{60^2}{2\pi} k' k'' \sin \alpha_1 w_{1m}^2 \varepsilon_i \Sigma \frac{f_1(z) \Delta z}{M^{1/2}} \quad (275)$$

Connaissant R' , il est possible d'en déduire une valeur approximative de R ; en effet :

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = \frac{\delta Q H'}{75} \eta_i N^2 = \frac{\eta_i Q N^2}{75 (2g)^{3/2} H'^{3/2}}$$

ou :

$$R = \frac{\eta_i}{75} R'. \quad (276)$$

TABLEAU V

	1	2	3	4	5	6	7
N ^{os}	$f_1(z)$	$f_1^2(z)$	$f_2(z)$	$f_2^2(z)$	$\varphi(z)$	A''	C''
1	0,95	0,900	0,340	0,116	2,00	0,566	1,613
2	0,98	0,960	0,485	0,235	1,45	0,566	1,596
3	1,01	1,02	0,600	0,360	1,21	0,566	1,578
4	1,035	1,073	0,700	0,490	1,075	0,566	1,563
5	1,060	1,125	0,790	0,625	0,965	0,566	1,547

TABLEAU V (suite)

	8	9	10	11	12	13	14
$M^{1/2} = 2,00$							
N ^{os}	B''	K_2	K_1^2	b	c	$\frac{c_2}{u_m}$	$f(z)$
1	0,95	-0,562	0,140	0,422	0,384	0,693	0,584
2	0,98	-0,515	0,140	0,673	0,403	0,539	0,387
3	1,01	-0,467	0,140	0,930	0,429	0,492	0,323
4	1,035	-0,427	0,140	1,106	0,469	0,471	0,286
5	1,060	-0,386	0,140	1,491	0,515	0,407	0,161

TABLEAU VI

Turbine	$M^{1/2}$	c_1	u_1	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}} \Delta z$
1	1,66	40,2	47,7	0,572	0,1144
2	1,77	37,7	49,2	0,552	0,1104
3	1,92	34,7	50,5	0,527	0,1054
4	2,20	30,3	51,7	0,472	0,0944
5	2,55	26,2	53,0	0,416	0,0832

TABLEAU VII

Turbine	$M^{1/2}$	c_1	u_1	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{1/2}} \Delta z$
1	1,68	39,70	47,7	0,566	0,1131
2	1,80	37,00	49,2	0,545	0,1103
3	1,80	37,00	50,5	0,562	0,1122
4	1,80	37,00	51,7	0,575	0,1150
5	1,80	37,00	53,0	0,589	0,1177

Les formules (275) et (276) pourront être utilisées pour vérifier si les dimensions provisoires de la roue fixées en raisonnant sur le filet moyen, peuvent être maintenues ainsi que nous l'avons expliqué au § 2.

MÉTHODE DE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES AUBES D'UNE TURBINE HÉLICO-CENTRIPÈTE OU MIXTE. — La théorie exposée ci-dessus permet de tracer rationnellement le profil de la roue et de déterminer les rayons, les largeurs et les angles β_1 et β_2 correspondant respectivement à l'arête d'entrée et à l'arête de sortie de l'aube.

Ces grandeurs étant connues, on se trouve en présence du problème de la représentation des aubes dans l'espace, dont la solution n'est pas simple vu qu'il s'agit d'arriver à donner au modelleur les éléments nécessaires pour la réalisation pratique de la boîte à noyau. Les méthodes employées à cette fin peuvent d'ailleurs différer d'un constructeur à l'autre.

Dans les turbines très larges du type mixte, on est souvent obligé de profiler les aubes en les découpant dans une tôle d'acier, et en les plaçant ensuite dans le moule de la roue de façon à les incorporer dans la fonte des flasques. Ce procédé simplifie dans une certaine mesure le problème de la réalisation de la roue, mais il n'en exige pas moins la détermination préalable de calibres permettant de créer les matrices d'estampage.

La figure 125 montre un exemple de fabrication d'une telle roue du type mixte réalisée par les Ateliers Schneider, Jacquet & C^{ie}, à Strasbourg.

Que l'on utilise le procédé des aubes en tôle d'acier incorporée dans le moule en fonderie, ou le procédé des roues coulées en une pièce avec les aubes, il importe de pouvoir fournir des calibres pour profiler correctement les aubes.

Nous allons donner ci-dessous un procédé qui permet de résoudre ce problème de première importance, procédé que nous avons appliqué pour fixer les formes de la roue de la turbine d'essai du Laboratoire de Construction de Machines de l'Université de Liège.

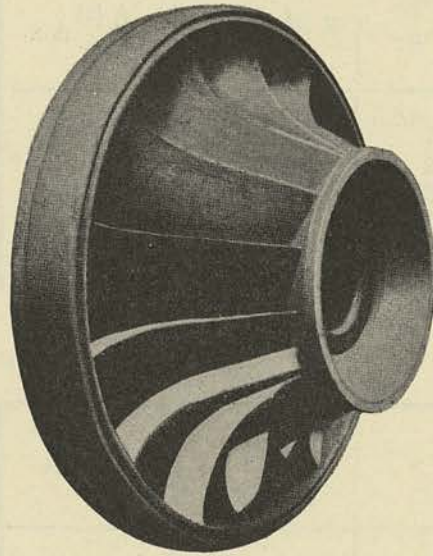


FIG. 125.

Cette roue a été établie pour réaliser des valeurs de R de l'ordre

$$R = 0,34$$

lorsque l'angle α_1 est égal à 25° .

C'est donc une roue du type MV représenté par la figure 96. Le diamètre moyen, a été fixé à $2r_{1m} = 300$ et la largeur à l'entrée à $l_1 = 75$.

La figure 126, donne le tracé du profil de la roue avec la division en cinq turbines partielles, telle qu'elle résulte de l'application de la méthode exposée plus haut. L'arête d'entrée et de sortie des aubes étant fixée, nous avons pu établir les courbes caractéristiques du filet moyen en adoptant $\alpha_1 = 25^\circ$, $180 - \beta_2 = 25^\circ$

$$m = 0,6 \quad \nu = 1,1$$

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05; \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,18; \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$$

Nous avons ensuite appliqué la théorie exposée ci-dessus pour la détermination des angles β_1 et β_2 de chacune des turbines partielles en partant de l'hypothèse $M^{1/2} = 2,04$, valeur constante pour toutes les turbines partielles. Nous sommes arrivés ainsi à tracer les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie tels qu'ils sont figurés sur la figure 126. Nous en avons déduit les valeurs de β_1 et β_2 indiquées dans le tableau suivant :

TABLEAU VIII

Turbine partielle	$180 - \beta_1$	$180 - \beta_2$
I	$31^\circ 30'$	21°
II	31°	22°
III	30°	25°
IV	$29^\circ 30'$	26°
V	$28^\circ 30'$	25°

Connaissant les angles β_1 et β_2 ainsi que les rayons r_1 et r_2 de chacune des turbines partielles, nous avons cherché à fixer le tracé des différents filets par un ou deux arcs de cercle coupant les circonférences extrêmes sous les angles voulus.

Comme ce tracé représente une projection sur le plan vertical de filets obliques par rapport à celui-ci, le tracé doit être fait en tenant compte des angles apparents β_1' et β_2' et non des

angles réels β_1 et β_2 . Ces angles apparents peuvent être calculés de la manière suivante, en prenant, pour exemple, le filet passant par b , contenu dans un plan faisant un angle δ (fig. 126), avec le plan vertical.

$b'b$ représentant la vitesse relative w_2 (fig. 126B), $b''b$ représentera la projection dans le plan vertical du vecteur w_2 , et l'angle $e' b b'$, qui représente l'angle $180^\circ - \beta_2$

deviendra dans la projection $b'' b e' = 180 - \beta_2'$. En construisant l'angle du dièdre $b' e'' b''$, on pourra déduire du triangle $b' e'' b''$

$$w_2' \sin \beta_2' = w_2 \sin \beta_2 \cos \delta \quad (277)$$

Comme d'autre part

$$b' b'' = w_2 \sin \beta_2 \sin \delta$$

on pourra écrire en envisageant le triangle $b' b'' b$

$$w_2' = \sqrt{w_2^2 - w_2^2 \sin^2 \beta_2 \sin^2 \delta} = w_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta_2 \sin^2 \delta} \quad (278)$$

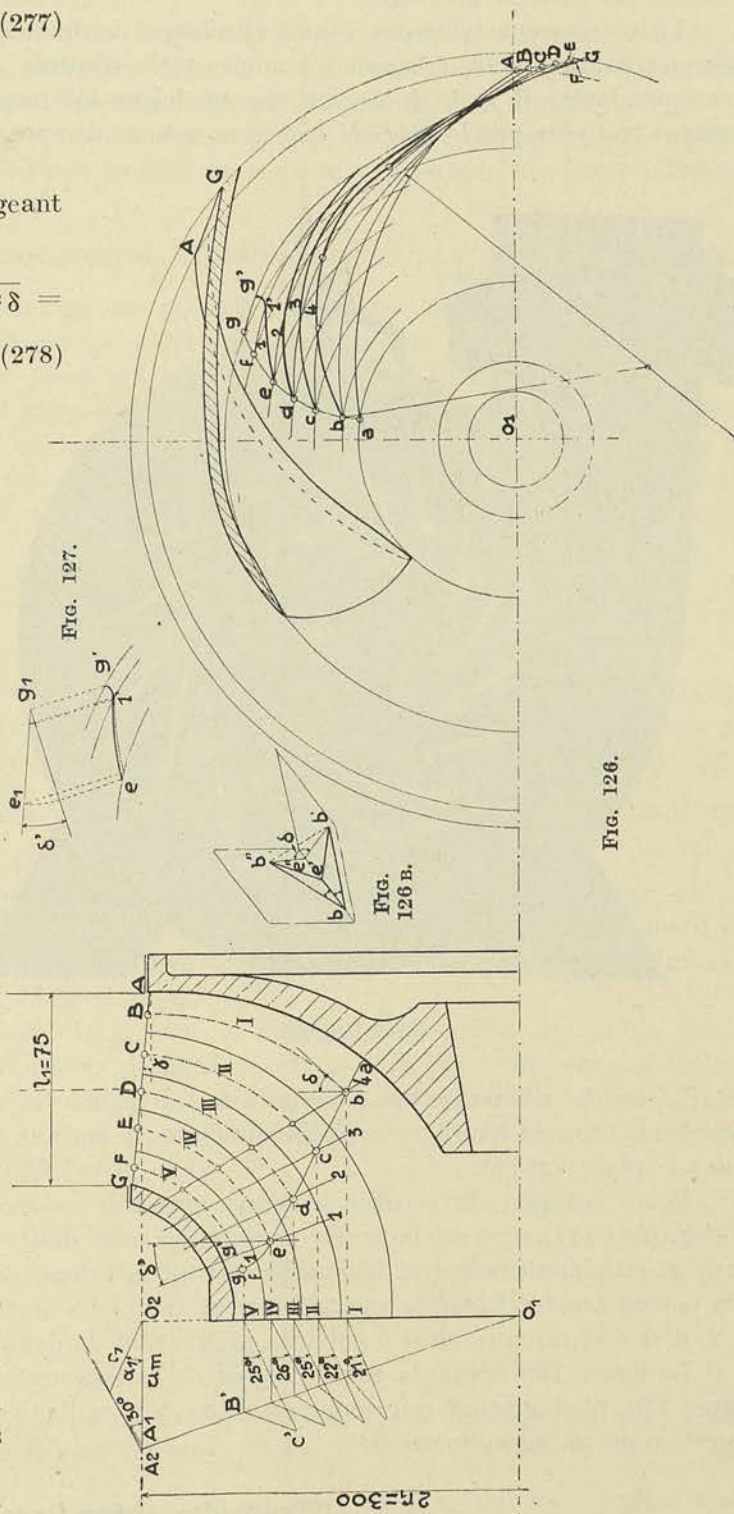
Les relations (277) et (278) combinées fourniront la valeur de l'angle β_2'

$$\sin \beta_2' = \frac{\sin \beta_2 \cos \delta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta_2 \sin^2 \delta}} \quad (279)$$

Tenant compte des relations ci-dessus, nous avons appliqué la méthode du tracé par arc de cercle, de façon qu'au point b l'angle β_2' soit réalisé, tandis qu'au point B on trouve β_1' . En opérant de la sorte pour les différents filets, nous avons obtenu le faisceau d'arcs indiqués sur la projection en élévation aA, bB , etc.

Pour pouvoir obtenir un tracé moins gauchi à l'entrée, nous avons pris pour arête $A G$ de sortie, une droite oblique par rapport à l'axe ; quant à l'arête d'entrée dans la projection de profil, elle résulte des calculs antérieurs, qui fixent r_2 pour chacune des turbines partielles.

Pour fixer dans l'espace les points tels que $a, b... g$ de l'arête d'entrée, nous avons choisi ces points dans la projection en élévation, sur les arcs correspondant aux rayons fixés par la projection fictive de profil de manière



à réaliser des développements $gG \dots aA$ à peu près équivalents. Il est possible de tâtonner sur les positions de ces points $a, b \dots g$ de façon à obtenir une forme satisfaisante des canaux à l'entrée.

Toutes ces constructions étant effectuées de manière à respecter les données fournies par le calcul, à savoir les angles réels d'entrée et de sortie et les rayons correspondants, il reste à fournir au modelleur les moyens de réaliser les formes exactes trouvées par le procédé que nous venons d'exposer.

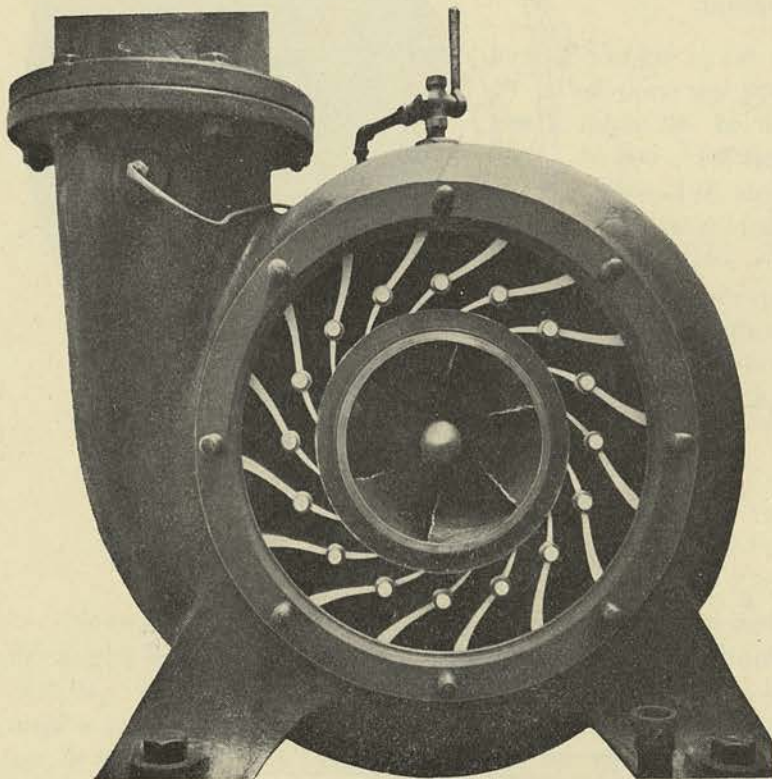


FIG. 128.

Pour cela nous avons estimé que la meilleure méthode consistait à fournir des gabarits en vraie grandeur fixant des sections faites suivant des plans, plus ou moins normaux aux filets, convenablement repérés par rapport à l'arête d'entrée, tel ce plan 1 passant par g' et par e (projection de profil). Pour trouver la projection en élévation de cette section, il suffira de tracer des arcs de cercle dont les rayons seront fixés par des points tels que g' et $1'$ de la projection de profil et de noter le point d'intersection avec les arcs correspondants gG, fF , qui représentent les projections dans le plan en élévation, des différents filets.

La courbe d'intersection obtenue ainsi est figurée suivant $e1'g'$; en réalité, elle représente non la courbe en vraies dimensions, mais la projection de cette courbe dans le plan vertical.

Pour connaître la courbe en vraie grandeur nous avons reproduit la courbe $e1'g'$ (fig. 127), que nous avons projeté sur une droite inclinée de l'angle δ' par rapport au plan de la coupe. La courbe en trait fort donne la coupe 1 en vraie grandeur. On pourra répéter la même opération pour toutes les sections faites suivant les plans 1, 2, 3 et 4 et on aura ainsi 4 gabarits permettant de donner à l'aube la forme exacte.

La figure 128 donne la photographie de la roue exécutée suivant le tracé de la figure 126, photographie qui donne en même temps, l'aubage distributeur dont il sera question au paragraphe suivant.

§ 5. — Tracé des aubes fixes.

Comme nous l'avons déjà dit, toutes les turbines à réaction construites à l'heure actuelle sont du type centripète hélico-centripète ou mixte :

1° Parce que la disposition du distributeur extérieur à la roue permet de résoudre très simplement d'une manière très « mécanique » le problème de la régularisation de la vitesse avec la charge, par l'action d'un régulateur à servo-moteur *agissant sur l'orientation des aubes distributrices* ;

2° Parce que l'adjonction d'un simple tuyau d'évacuation *divergent* disposé à l'ouïe de la roue, permet de récupérer dans de bonnes conditions et sans augmenter l'encombrement de la turbine l'énergie cinétique disponible à la sortie.

Nous ne nous occuperons en conséquence que du tracé des aubes orientables connues sous le nom de aubes *Fink*, du nom du promoteur de ce système *universellement employé aujourd'hui*.

En se reportant aux diagrammes de R en fonction $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$ il est possible de se rendre compte de l'avantage que possède cet aubage, de donner une courbe du rendement en fonction de la charge extrêmement favorable.

La vitesse de la turbine étant pratiquement constante, lorsqu'elle est en régime, la hauteur de chute H' étant supposée invariable, on voit que le coefficient de vitesse x_1 garde une valeur constante quelle que soit la charge. R, par contre, diminue avec la charge, on pourrait même dire proportionnellement à la charge, si le rendement η_0 pouvait être regardé comme constant, puisque :

$$R = \frac{\frac{N_e}{\eta_0} \times N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}}$$

Si, sur les diagrammes donnant la valeur de R en fonction de x_1 pour différents angles α_1 , on trace une verticale d'abscisse x_1 correspondant à la vitesse de régime de la turbine, et si on porte sur cette verticale les valeurs de R correspondant aux différentes valeurs $\frac{N_e}{\eta_0}$, on obtiendra par interpolation les valeurs de l'angle α_1 du distributeur et du rendement η_e pour les charges N_e correspondantes.

On peut se rendre compte que, par un choix convenable de x_1 , il est possible de faire en sorte que le rendement au lieu de décroître avec la charge, aille d'abord en croissant de quelques % jusqu'aux environs des 2/3 de charge, pour ne diminuer sensiblement qu'à partir de la demi-charge.

Pour réaliser la variation de α_1 avec la charge, *Fink* utilise des aubes distributrices mobiles entre deux parois parallèles, autour d'un point O_1 convenablement choisi (fig. 129). Ce point est déterminé de façon que l'orientation du flux reste assurée dans des conditions normales pour les différents angles réalisés à l'extrémité, depuis le maximum α_1 jusqu'à l'angle nul.

Nous décrirons plus loin les deux mécanismes utilisés pour mettre en mouvement simultanément toutes les aubes. Bornons-nous pour l'instant à en donner le tracé. Pour préciser, nous supposons qu'il s'agisse de la turbine calculée au § 1, pour laquelle :

$$r_1 = 0,885 \qquad l_1 = 0,221 \qquad \alpha_1 = 22^\circ$$

Nous adopterons tout d'abord un rayon intérieur r_1' de l'aubage fixe plus grand que le rayon extérieur r_1 de la roue tel que :

$$r_1' = O I' = 1,03 \text{ à } 1,06 r_1,$$

de façon à atténuer l'influence de la discontinuité qui se présente dans la section

d'écoulement, au moment du passage des aubes mobiles en face des aubes fixes; en amincissant l'extrémité des aubes fixes et en les écartant des aubes mobiles, on permet aux différents flux sortant des canaux distributeurs, de se rejoindre, avant leur rentrée dans l'aubage mobile.

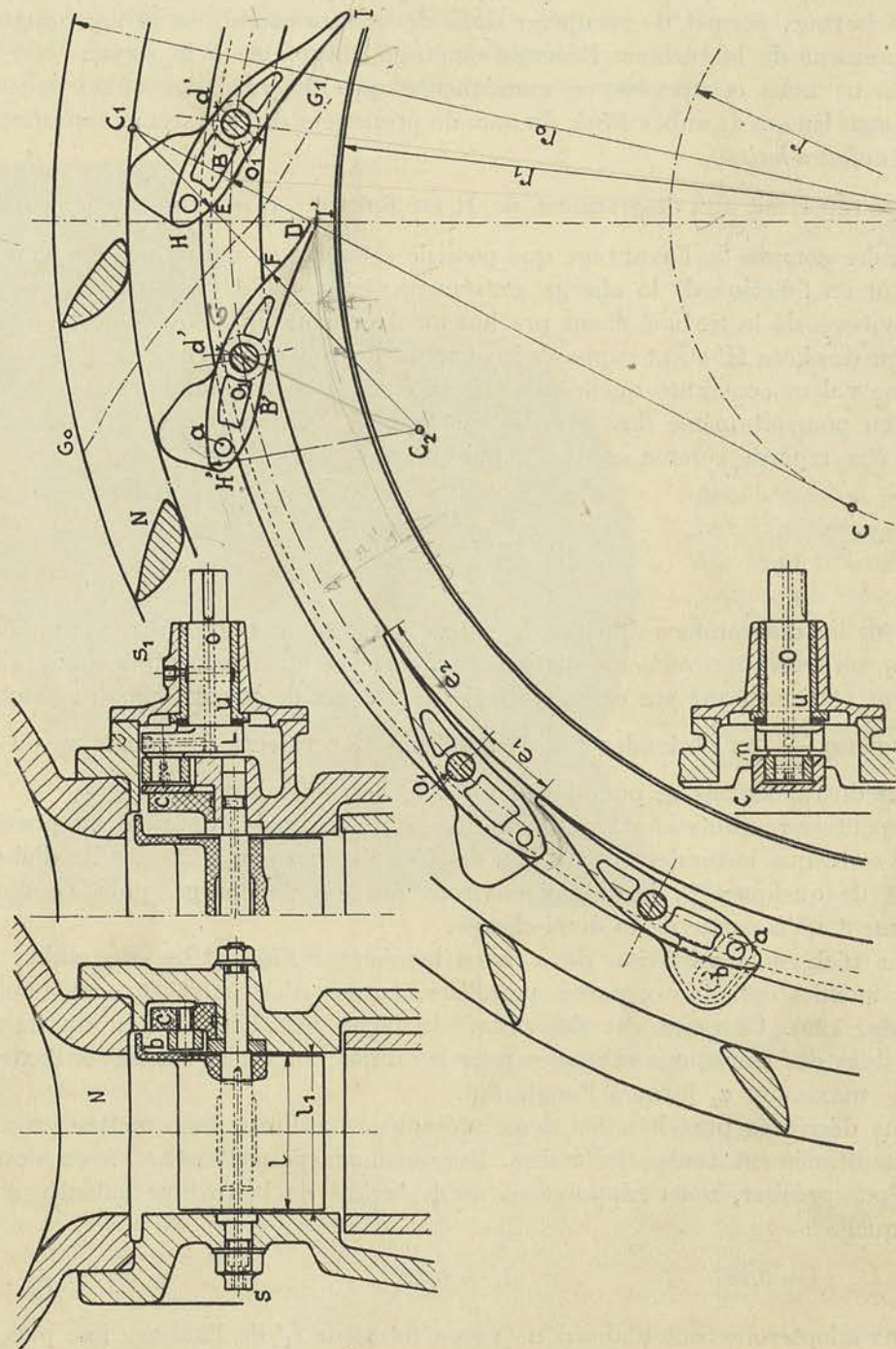


FIG. 129.

Pour assurer l'orientation des différents filets d'un même flux, suivant l'angle α_1 , il faut, comme nous l'avons vu à propos du tracé par arcs de cercle des aubes mobiles, profiler l'extrémité suivant une spirale logarithmique.

Dans la pratique, on remplace cette spirale logarithmique par un arc de déve-

loppante que les trois équations (231), (232) et (233) déterminent complètement en fonction du nombre d'aubes n' . En remplaçant, en effet, dans ces équations, r_2 par r_1' , r_2' par r_1'' , $\sin(180^\circ - \beta_2)$ par $\sin \alpha_1$, $\cos(180^\circ - \beta_2)$ par $\cos \alpha_1$, nous obtiendrons (fig. 129) :

$$r = OB \sin \alpha = r_1'' \sin \alpha_1 \quad (280)$$

$$BI' = \frac{2\pi r}{n'} = \frac{r_1'' - r_1'}{\cos \alpha_1} \quad (281)$$

Nous ferons les calculs pour $\alpha_1 = 24^\circ$, de façon à pouvoir dépasser légèrement la charge normale, et nous adopterons pour n' , un nombre d'aubes plus grand que celui admis pour la roue qui était de 16, soit :

$$n' = 20.$$

En remplaçant r dans la seconde relation par sa valeur tirée de la première, nous obtiendrons :

$$\frac{2\pi r_1'' \sin \alpha_1}{n'} = \frac{r_1'' - r_1'}{\cos \alpha_1};$$

d'où :

$$r_1'' = r_1' \times \frac{n'}{n' - \pi \sin 2\alpha_1} = 0,920 \frac{20}{20 - \pi \times 0,743} = 1^m,035 \quad (282)$$

puis :

$$r = r_1'' \sin \alpha_1 = 0^m,435$$

et enfin :

$$BC = r_1'' \cos \alpha_1 = 0^m,985.$$

Ces valeurs étant connues, il sera possible de tracer les arcs IB pour chacune de ces aubes.

Pour déterminer le point de rotation O_1 des aubes, il faudra opérer par tâtonnements; on s'arrêtera à un centre tel que, pour les positions voisines de la fermeture complète du distributeur, les sections faites normalement à l'axe des canaux formés par les aubes, conservent des valeurs progressivement décroissantes. On sera ainsi conduit à prendre O_1 à droite de B (fig. 129); et on pourra fixer O_1 par rapport à la paroi BI en traçant un cercle tangent de diamètre d' plus grand que d diamètre du pivot de commande.

En choisissant C_1 comme centre du flanc BH, nous serons amené à adopter pour dos de l'aube, la portion d'arc DF de centre C_1 .

Prolongeant C_1F , nous choisirons pour compléter ce tracé un centre C_2 sur la droite C_1F et un rayon tel que l'arc de rayon C_2F soit tangent au cercle du centre O_1 et de diamètre d' . En faisant décrire aux aubes autour de O_1 un angle de 24° , on réalisera la fermeture complète du distributeur, ainsi que le montre la figure 129.

Le centre O_1 ayant été choisi plus ou moins arbitrairement, on s'assurera que la forme générale de l'aube tout en conduisant à des sections normales progressivement décroissantes pour les différents angles de sortie, ne donne pas une distance e_2 (de l'axe O_1 à l'extrémité de l'aube dans la position de fermeture complète) très notablement supérieure à la longueur e_1 . C'est de la différence ($e_2 - e_1$) que dépend, en effet, ainsi que nous allons le montrer, le couple résistant à la fermeture de l'aube, et l'on conçoit qu'il y ait lieu de le rendre aussi faible que possible, au point de vue du régulateur.

Le couple de torsion auquel est soumis l'axe de commande, prend sa valeur maximum lorsque les aubes se trouvent dans la position correspondant à la fermeture complète du distributeur et que la roue est immobile; dans ce cas, le plus défavorable que l'on puisse envisager, la pression totale p_1 appliquée à l'aubage, est égale à δH et la contre pression est égale à la pression atmosphérique p . Ces pressions, qui s'exercent de part et d'autre de chacun des éléments, étant connues, il est possible d'évaluer très simplement le couple résultant des forces agissant de part et d'autre du point O_1 de rotation et, partant, le couple de torsion M_t appliqué à l'axe de commande; approximativement tout au moins, on peut écrire :

$$M_t = \left[(e_2 l_1) \frac{e_2}{2} - (e_1 l_1) \frac{e_1}{2} \right] (p_1 - p) = \frac{l_1}{2} (e_2^2 - e_1^2) (p_1 - p) \quad (283)$$

l_1 désignant la largeur des aubes.

On voit que pour réduire M_t , il importe de rendre e_1 aussi peu différent que possible de e_2 .

Comme le couple diminue rapidement avec l'ouverture, la différence ($p_1 - p$) tendant à devenir nulle, on pourra admettre, pour le calcul du diamètre d de l'axe, un coefficient de résistance R assez élevé (6 kg/mm² pour l'acier coulé), le taux de travail dans les conditions normales de fonctionnement étant beaucoup plus faible. Pour cette même raison on pourra déterminer les longueurs des buselures portant l'axe, en adoptant des pressions spécifiques p de l'ordre de 40 à 45 kg/cm².

Le diamètre auquel on est généralement conduit avec de fortes pressions, rend nécessaire l'exécution en une seule pièce coulée ou forgée, des aubes et de l'axe.

Entre les aubes et les parois de l'enveloppe on maintient généralement un jeu de l'ordre de $\frac{1}{2}$ millimètre.

On complète généralement l'aubage mobile du distributeur par des aubes fixes appartenant à l'enveloppe, et qui ont surtout pour but de renforcer celle-ci; leur tracé doit être effectué de façon à prolonger rationnellement le canal $G_1 G_0$ constitué par deux aubes voisines. Nous désignerons par r_0 le diamètre extérieur de cet aubage fixe.

Au point de vue du mode de commande du distributeur, on peut distinguer deux systèmes :

1° Pour les basses pressions, on préfère, quelquefois en vue de réduire le prix de revient, laisser les aubes libres sur leur axe, et les entraîner par un mécanisme situé à l'intérieur de l'enveloppe (fig. 129).

2° Pour les moyennes et hautes pressions, on établit une liaison entre l'axe et l'aube capable de résister au couple de torsion provoqué par la pression du fluide agissant de part et d'autre de celle-ci et on prolonge l'axe à l'extérieur de l'enveloppe, de façon à l'attaquer par un mécanisme placé à vue que l'on peut lubrifier, surveiller et entretenir d'une façon satisfaisante (fig. 130).

Premier système (fig. 129). — Dans ce système, les aubes sont mobiles autour de l'axe fixe O_1 , qui n'est plus ainsi soumis à la torsion, mais au cisaillement.

Le diamètre de l'axe peut être choisi de façon que la pression spécifique ne dépasse pas, dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour la fermeture complète et la roue immobile, 40 à 45 kg/cm². Il est nécessaire, pour pouvoir établir l'effort appliqué à l'axe, de tenir compte ici de la force exercée par la bielle b de commande, qui, logée dans l'enveloppe, établit la liaison entre l'aube et le cercle de commande c .

Les biellettes et les articulations sont soustraites autant que possible au flux qui traverse l'aubage :

- 1° Pour éviter des remous dans l'aubage, que leur présence entraînerait fatalement, et qui seraient préjudiciables au bon rendement de la turbine ;
- 2° Pour réduire l'influence néfaste qu'ont les matières tenues en suspension dans l'eau d'alimentation, sur l'usure des axes et buselures de ces articulations.

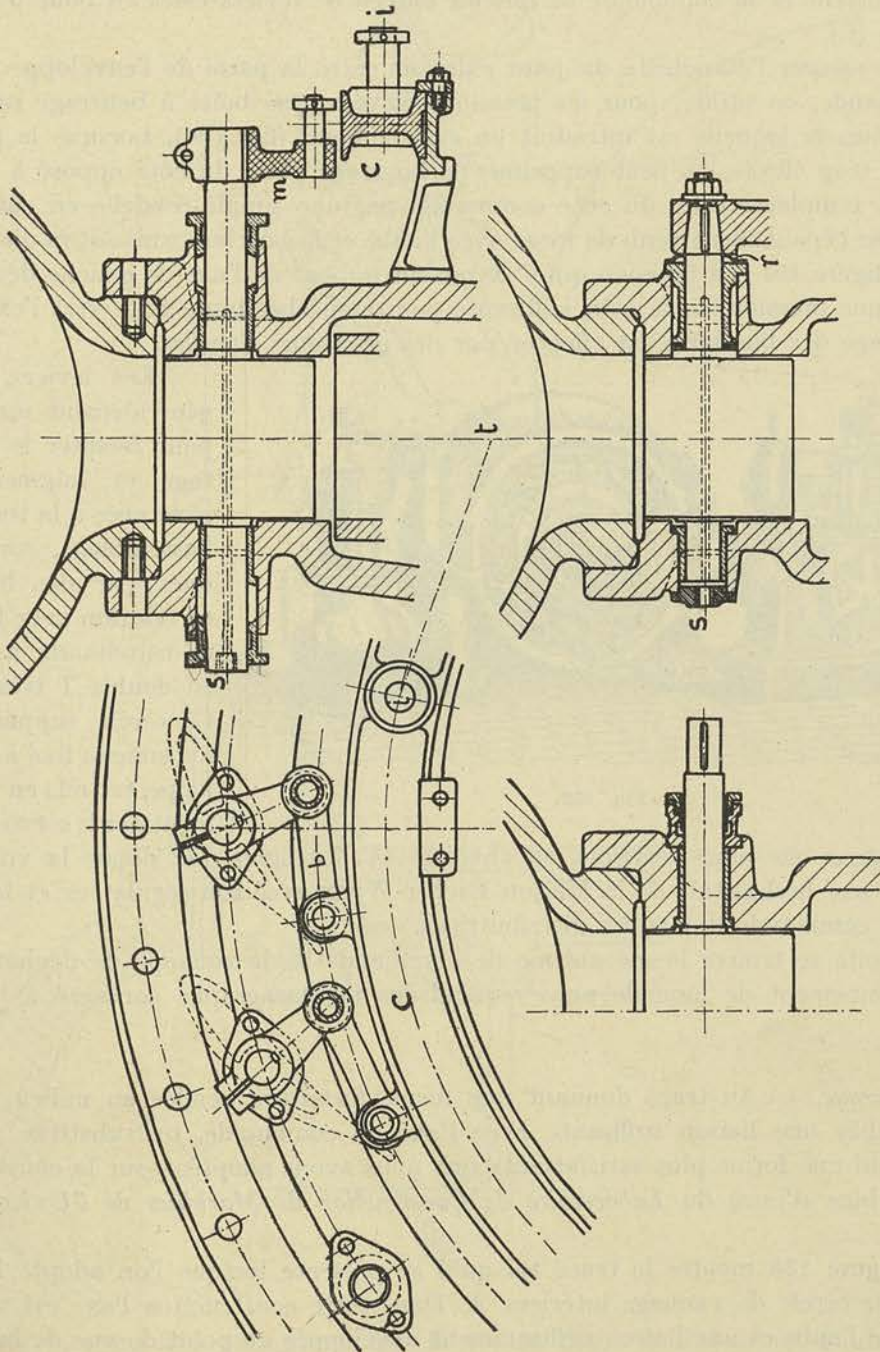


Fig. 131.

Fig. 130.

Pour mettre en mouvement le cercle *c*, on peut utiliser deux leviers tels que *L* venus de forge avec l'axe *O*, et disposés à 180° l'un de l'autre.

Ces leviers agissent par l'intermédiaire de pivots en porte à faux, sur des coussinets *k* coulissant entre deux joues *n* rapportées sur le cercle. Le déplacement des leviers *L* est obtenu par l'action de leviers extérieurs non dessinés (calés sur l'axe *O*)

en relation avec le servo-moteur du régulateur, par des tringles de commande (voir § 1 chapitre IV).

Deuxième système (fig. 130). — Dans ce système, les aubes sont solidaires de l'axe qui les portent et la commande se fait au moyen de leviers calés en bout d'axe par un cercle (C).

Pour assurer l'étanchéité du joint existant entre la paroi de l'enveloppe et l'axe de commande, on utilise, pour les pressions élevées, une boîte à bourrage rapportée à l'intérieur de laquelle est introduit un cuir embouti (fig. 130). Lorsque la pression n'est pas trop élevée, on peut supprimer le bourrage placé du côté opposé à la commande et remplacer celui du côté commande par une simple rondelle en cuir introduite entre l'épaulement venu de forge avec l'aube et la buselure, suivant la disposition indiquée figure 131. La pression qui s'exerce sur le bout de l'axe de gauche détermine, en effet, une pression sur le cuir, suffisante pour empêcher toute fuite vers l'extérieur. Le graissage des buselures est effectué par des graisseurs *Stauffer*.

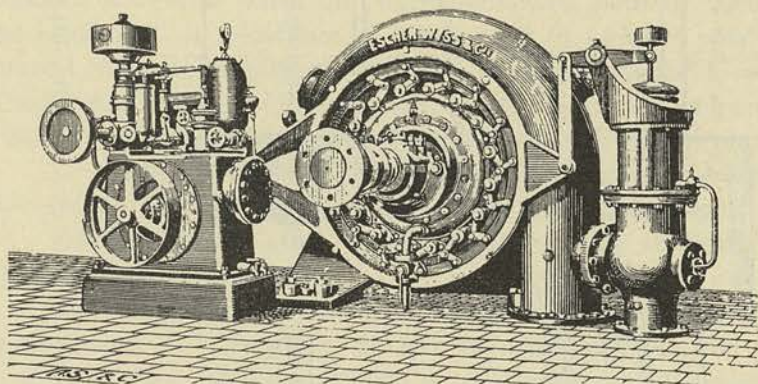


FIG. 132.

Les leviers, pincés généralement sur l'arbre pour faciliter le démontage et augmenter la résistance à la torsion de l'assemblage, sont attaqués par des biellettes en relation avec le cercle de commande à section en double T très rigide. Ce cercle supporté par un anneau fixé à l'enveloppe, est mis en mouvement par le servo-moteur

du régulateur que nous décrirons au chapitre IV. La figure 132 donne la vue d'une turbine à axe horizontale de la Maison Escher-Wyss, avec son régulateur et le mécanisme de commande des aubes distributrices.

A droite se trouve le mécanisme de commande de la soupape de décharge, sur le fonctionnement de laquelle nous reviendrons au paragraphe consacré à la régulation.

Remarque. — Au tracé donnant une forme fortement renflée au milieu dans le but d'établir une liaison suffisante avec l'axe de commande, on substitue souvent aujourd'hui une forme plus satisfaisante que nous avons adoptée pour la construction de la turbine d'essai du *Laboratoire de Construction de Machines de l'Université de Liège*.

La figure 133 montre le tracé tel qu'il se présente lorsque l'on adopte la commande par cercle de vannage intérieur A. Dans cette construction l'axe est venu de fonte avec l'aube et une liaison suffisamment développée au point de vue de la flexion et de la torsion est assurée de chaque côté de l'aube par la présence d'une flasque circulaire.

Nous avons conservé pour le tracé, l'arc C' B', tel que nous l'avions déterminé précédemment, mais nous l'avons prolongé au delà de la limite définie par le tracé de la figure 129 et nous avons adopté cet arc pour la face convexe, et non pour la face concave. Pour réduire les remous à la sortie, nous avons choisi pour le tracé de cette

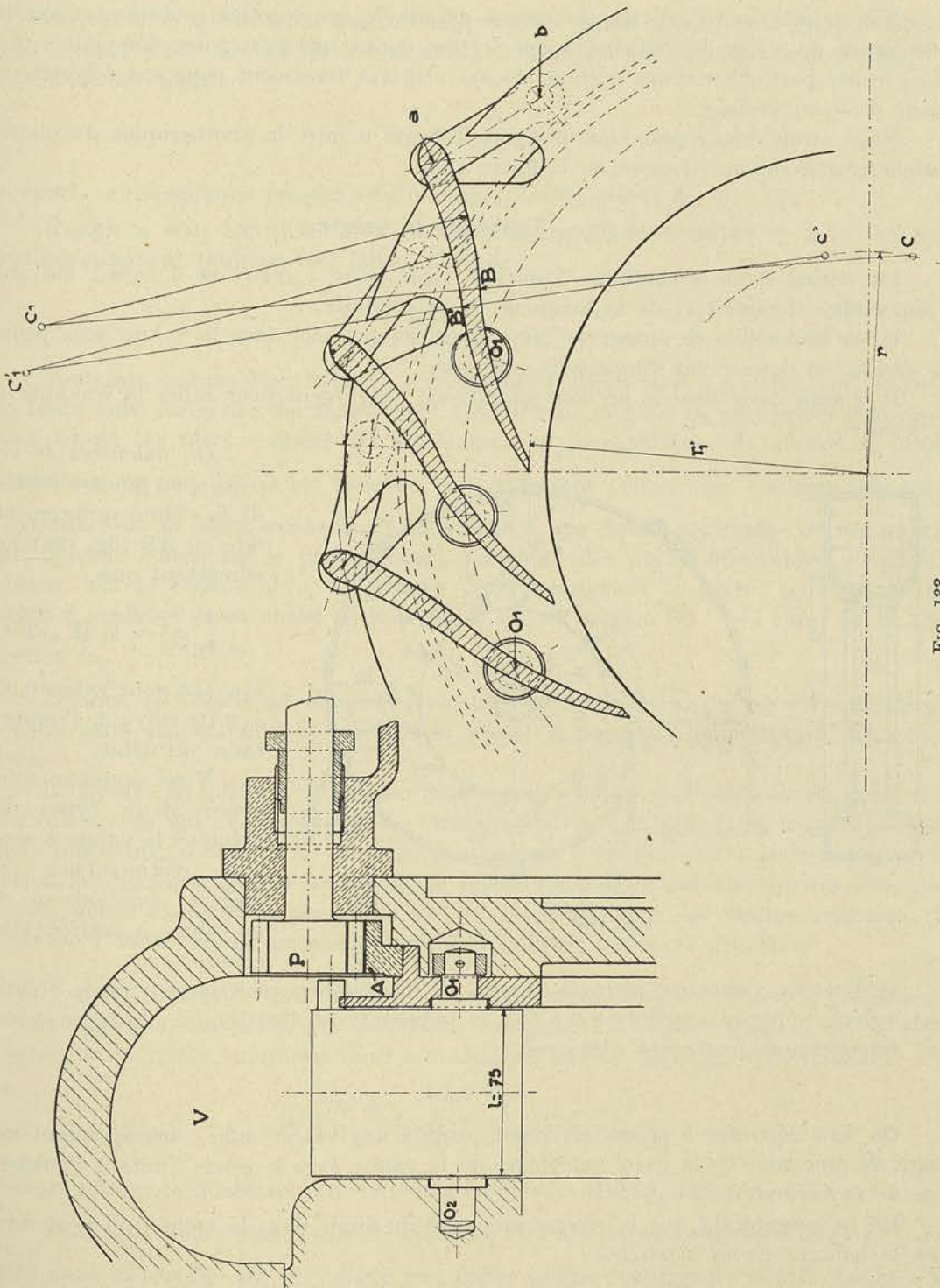


FIG. 188.

dernière un rayon BC plus grand que $B'C'$, de façon à obtenir un amincissement progressif des aubes à l'extrémité.

Ce tracé a été complété par deux arcs de cercle BC_1 et $B'C'_1$ tangents aux premiers, réalisant la réduction progressive des sections de l'entrée à la sortie.

On se rend compte que par cette disposition, on arrive à des formes de canaux beaucoup plus satisfaisantes non seulement pour la pleine ouverture, mais pour les ouvertures moyennes.

Nous n'insisterons pas sur les autres détails de construction, notamment sur la commande du cercle de vannage A par secteur denté, qui n'est guère défendable que dans le cas particulier d'une turbine d'essai utilisant forcément pour son fonctionnement de l'eau propre.

Nous avons donné plus haut la figure 128 qui montre la photographie du distributeur réalisé suivant le tracé de la figure 133.

§ 6. — Tracé de la volute.

La vitesse dans la conduite d'aménée varie entre 1 mètre et 3 m/sec, suivant l'importance du débit et de la longueur de la conduite.

Il est impossible de conserver une vitesse aussi faible dans la volute sous peine de devoir lui donner des dimensions exagérées.

Il y aura donc lieu de prévoir un raccord convergent pour relier la conduite à la volute.

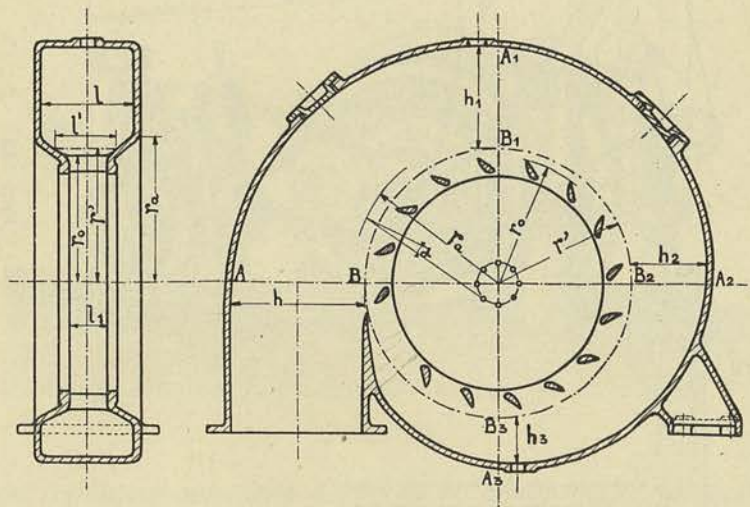


FIG. 134.

a) VOLUTE A SECTION RECTANGULAIRE. — On choisira pour largeur de la volute une valeur comprise entre 2 et 2,5 fois la largeur l_1 du distributeur, de façon à ne pas dépasser une hauteur h d'environ

$$h = 1,5 l.$$

On fera décroître h progressivement jusqu'à une valeur nulle, correspondant au point de rencontre de la paroi extérieure de la volute avec le cercle limitant l'aubage fixe de rayon extérieur r_0 .

En ne considérant que la vitesse moyenne du fluide dans la volute, on peut dire que la hauteur devra atteindre :

$$A_1 B_1 = \frac{3}{4} h$$

dans la section faite à 90° de la section d'entrée AB;

$$A_2 B_2 = \frac{1}{2} h$$

dans la section diamétralement opposée à la section d'entrée AB.

On calculera la vitesse c_e au point d'entrée de la volute proprement dite en AB (fig. 134), en admettant que :

$$\frac{1}{2g} c_e^2 = k_2 H' \quad (284)$$

k_2 ayant pour valeur 0,05 à 0,10 suivant l'importance du débit.

Nous pouvons concevoir deux types de volutes : la volute à section rectangulaire de largeur constante l_1 et la volute à section circulaire.

On voit que si l'on trace une développante de cercle commençant en A et ayant pour circonférence développée la valeur h , c'est-à-dire par conséquent pour rayon r du cercle développé :

$$r = \frac{h}{2\pi},$$

la courbe ainsi obtenue passera sensiblement par les points A_1, A_2, A_3

L'angle α sous lequel les filets abordent la partie convergente de la volute est malheureusement toujours très faible, puisque :

$$\sin \alpha = \frac{r}{r_a}.$$

Toutefois, comme dans la partie convergente le fluide tend à prendre, en l'absence de toute aube directrice, un mouvement spiraliforme de plus en plus radial (l'angle α sous lequel les filets coupent les circonférences concentriques de centre o , étant donné par $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l}$), il est possible, en ne faisant commencer l'aubage fixe qu'à l'extrémité de la partie convergente, d'arriver à une forme appropriée de ces aubes, qui doivent constituer le prolongement rationnel des aubes orientables du distributeur. En procédant ainsi, on pourra faire commencer la partie convergente au rayon r_a , celui-ci étant choisi de telle façon que la section $(r_a - r')$ l soit égale à la section $(r_a - r_o) \frac{l + l_1}{2}$.

Lorsque la volute est construite en tôle et cornières rivées, il est difficile de réaliser sans discontinuité la paroi de la volute A_3B jusqu'à la naissance des aubes fixes.

Il importe en tout cas de réduire autant que possible cet intervalle où, par suite des différences qui existent entre les vitesses des filets extérieurs et les vitesses des filets intérieurs, il tend à se produire des remous préjudiciables à la bonne alimentation du distributeur. Les conditions de sollicitation des parois des volutes à section rectangulaire excluent la possibilité de les employer pour les hautes pressions. Il faut alors avoir recours nécessairement aux volutes à section circulaire.

b) VOLUTE A SECTION CIRCULAIRE. — Le tracé de la courbe limitant le profil de la volute à section circulaire, est obtenu en calculant les diamètres d_1, d_2, d_3 de telle façon que la vitesse moyenne dans ces sections soit la même, ce qui donne

$$d_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} d, \quad d_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} d, \quad d_3 = \frac{1}{2} d$$

d représentant le diamètre dans la section d'entrée AB (fig. 135).

Pour la dernière partie, dont le diamètre devrait passer progressivement de $\frac{1}{2} d$ à zéro dans la section AB, on adopte une forme moins convergente afin de faciliter le raccordement de la paroi extérieure avec les faces dressées qui servent à la fixation des brides des couvercles.

On pourra conserver sans qu'il en résulte une perturbation appréciable dans l'écoulement du fluide un diamètre minimum d' tel que :

$$d' = l_1 + 2 e$$

à la largeur de la volute entre les brides des couvercles.

La volute devra être munie à la partie supérieure d'un robinet de purge d'air et à la partie inférieure d'un robinet de vidange.

Les courbes de raccordement entre les parois circulaires et les faces parallèles du distributeur seront choisies de façon à obtenir une décroissance progressive des sections normales à l'axe des canaux formés par les aubes fixes de la volute.

Ces aubes devront être calculées pour que la section totale qu'elles offrent à la rupture soit suffisante pour résister à l'effort provenant de l'action de la pression sur les couvercles et sur la moitié de la surface projetée de la volute.

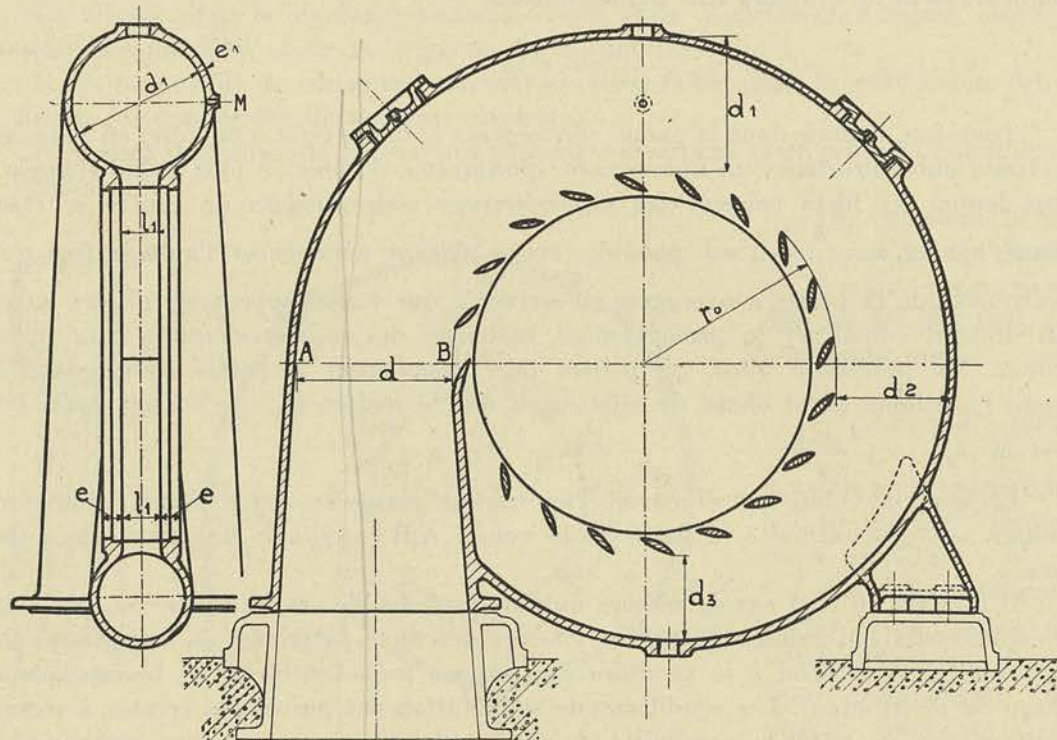


FIG. 135.

Avec de fortes pressions, il est impossible de réaliser une section suffisante, et l'on est forcé d'établir une liaison entre les parois latérales de la volute, au moyen de six, huit ou dix forts boulons passant à travers des douilles réunissant ces parois.

§ 7. — Tracé du tube de succion ou diffuseur.

Nous avons vu que le rôle du tube de succion, qui remplace le diffuseur dans les turbines centripètes, était de ramener progressivement la vitesse c_2 que possède le fluide à la sortie, à une valeur plus faible, de façon à transformer en énergie potentielle de pression, la plus grande partie de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2g} c_2^2$$

Lorsque la vitesse c_2 est radiale, c'est-à-dire que α_2 est égal à 90° pour les différents filets, et que, d'autre part, on a affaire à une turbine à axe vertical, il suffit de donner au tube de succion la forme d'un tronc de cône assez long pour que

l'inclinaison des génératrices sur l'axe ne dépasse pas $3\frac{1}{2}$ à 4° . Si l'on adopte un profil sensiblement plus divergent, la veine fluide en mouvement cesse de rester en contact avec la paroi, et les remous qui se forment entre celle-ci et la veine tendent à le rendre inefficace, comme transformateur d'énergie. Entre le diamètre D_s à l'ouïe de la roue, le diamètre D à la sortie du tuyau de succion et la longueur L de celui-ci, on a donc généralement la relation (fig. 136) :

$$\frac{D - D_s}{2} = L \operatorname{tg} 4^\circ$$

ou :

$$\frac{D - D_s}{L} = 2 \operatorname{tg} 4^\circ = 2 \times 0,07 = \frac{1}{7} \quad (285)$$

Lorsque la vitesse c_2 à la sortie de la roue est relativement élevée, 5 à 6 mètres par exemple, et que l'on veut ramener cette vitesse à une valeur voisine de 2 à 2^m50 , on voit que D doit atteindre 1,4 à 1,7 D_s , et partant, que L doit être compris entre :

$$3 \text{ à } 5 D_s.$$

Pour les turbines puissantes à très basse chute, il est impossible d'atteindre des valeurs de L aussi élevées, car la hauteur de charge au-dessus de l'aubage de la turbine ne peut être inférieure à $0^m,80$ à 1 mètre. Pour les turbines à basse chute et à chute moyenne, la hauteur totale du tube de succion, n'est plus limitée par cette considération mais par le fait qu'elle ne peut être qu'une fraction de la hauteur qui correspondrait à la pression atmosphérique la plus faible du lieu d'installation, pratiquement $6^m,50$ à 7 mètres dans les conditions normales.

La solution si simple du tube de succion divergent ne peut donc convenir dans toutes les applications, d'autant plus qu'avec les turbines puissantes à grande vitesse spécifique, la vitesse c_2 n'est pas radiale, mais possède une composante tangentielle ainsi que nous l'avons montré dans le paragraphe consacré au tracé des aubes. Comme le tube de succion ne peut provoquer une réduction de cette composante tangentielle, il en résulte qu'une fraction relativement importante de l'énergie totale disponible à la sortie de la roue ne peut être récupérée.

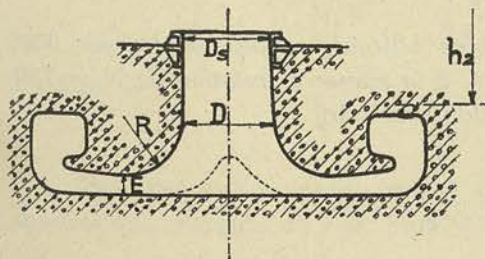


FIG. 137.

En vue de permettre la récupération de l'énergie correspondant à la composante tangentielle, on utilise aujourd'hui une sorte de diffuseur horizontal qui fait suite au tuyau d'évacuation vertical et dont la longueur est alors généralement très réduite (fig. 137). Les filets, en frappant la surface horizontale, sont déviés de 90° , et le flux s'étale en une nappe circulaire dont les éléments sont animés d'un mouvement de

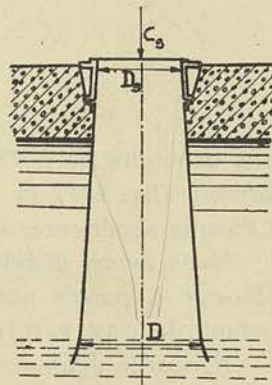


FIG. 136.

giration d'autant plus rapide que la composante tangentielle de la vitesse c_2 à la sortie de la roue, est plus importante.

Nous montrerons dans le 6^e fascicule que la vitesse d'un élément pris dans la masse fluide qui s'écoule entre deux parois parallèles, va en diminuant, comme $\frac{1}{r}$, r désignant la distance à l'axe de l'élément considéré.

Le diffuseur ainsi constitué provoque donc la transformation de l'énergie cinétique totale $\frac{1}{2g} c_2^2$ disponible à la sortie, en énergie potentielle de pression.

Pour les très grands débits, on peut faire suivre le diffuseur d'un canal collecteur en volute, dessiné figure 137, chargé de recueillir le fluide à la sortie du diffuseur et de le faire passer au canal de fuite.

Différentes formes de tuyau et de diffuseur ont été étudiées expérimentalement par M. W. White (1). De ces expériences, il résulte notamment que le rendement du diffuseur à parois parallèles, c'est-à-dire le rapport

$$\frac{\frac{1}{2g} c_2^2 - T_2}{\frac{1}{2g} c_2^2}$$

peut atteindre 70 à 78% lorsque la distance E comprise entre les deux flasques du diffuseur (fig. 137), et le rayon R du raccord entre la paroi du tuyau et la paroi de la flasque supérieure, sont bien choisis.

Nous avons déduit des chiffres indiqués dans cette étude que le rendement du diffuseur à parois parallèles restait sensiblement constant pour les valeurs de E variant de 0,12 à 0,16 D, le rayon de raccordement R ayant pour valeur 0,7 D.

Il résulte également de ces expériences que la forme indiquée en pointillé pour la paroi inférieure du diffuseur conduit à une diminution du rendement de 1 à 2%. Bien que les expériences n'aient pas porté sur l'influence de la divergence plus ou moins accentuée des parois du diffuseur, nous croyons que la forme adoptée dans le dessin de la figure 137 se montrerait plus avantageuse au point de vue rendement que celle correspondant au diffuseur à parois parallèles.

CHAPITRE II

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES D'UNE TURBINE HÉLICOÏDE

Nous traiterons, pour préciser davantage les conclusions de la théorie exposée au chapitre V du 3^e fascicule l'exemple suivant :

Calculer les dimensions générales d'une turbine hélicoïde capable de fournir 3500 chevaux effectifs sous une hauteur de chute de 9 m. à la vitesse de rotation de N = 150.

Il ressort des données que la valeur de R doit atteindre

$$R = \frac{3600 \times \sqrt{150}^2}{1000 \times (2g)^{3/2} \times 9^{5/2}} = 3,85$$

si l'on admet pour $N_i = 3600$, ce qui correspond à 3% de pertes externes.

(1) Voir « The Hydraucone Regainer », *Engineering*, 19 août 1921.

En se reportant à la figure 103, on voit que la valeur la plus favorable de m , c'est-à-dire celle qui correspond au plus haut rendement pour $R = 3,85$, est très voisine de $m = 0,2$ avec $\alpha_1 = 30^\circ$, qui constitue, comme nous l'avons vu, l'angle le plus favorable.

En adoptant

$$\alpha_1 = 30^\circ \quad m = 0,22 \quad n = 0,3$$

et les coefficients de pertes indiquées au chapitre V du 3^e fascicule, nous pourrons calculer les valeurs de M , M' , P et R en fonction de z .

Nous trouverons alors que z doit être pris égal à 2,925 pour réaliser $R = 3,85$. Transportant cette valeur de z dans la valeur de M , nous obtiendrons

$$M = \frac{2g H'}{c_1^2} = 2,645$$

D'où

$$c_1 = 9^{\text{m}},30$$

Comme on peut calculer u_1 par la relation

$$u_1 = z \times c_1 = 27^{\text{m}},20$$

on obtiendra le diamètre $2 r_1$ de la roue

$$2 r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 3^{\text{m}},50$$

La hauteur l_1 du distributeur pourra se calculer par la relation

$$2 \pi r_1' \times l_1 k' k'' \sin \alpha_1 c_1 = Q$$

où r_1' désigne un rayon plus faible que r_1 , le distributeur pouvant déborder légèrement sur l'extrémité des pales. En adoptant $2 r_1' = 3,30$, on trouve

$$l_1 = \frac{38}{3,30 \times \pi \times 0,95 \times 0,90 \times 0,5 \times 9,30} = 0^{\text{m}},95$$

La valeur de m étant connue, il est possible d'en déduire le pas, puisque

$$\frac{p}{2 \pi r_1} = m = 0,22;$$

on tire de là

$$p = 2^{\text{m}},42$$

Avec des aubes nombreuses et minces, on peut tracer le profil dans une section quelconque distante de r de l'axe, en posant

$$- \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{p}{2 \pi r},$$

et en déduisant de là β_2 ; pour l'angle d'entrée β_1 , on peut le déduire du triangle des

vitesse à l'entrée, c_1 étant connu (et égal à 9^m30 dans notre cas), u étant égal à

$$u = \frac{2 \pi r N}{60};$$

les angles β_1 et β_2 étant ainsi déterminés, le profil est lui aussi défini.

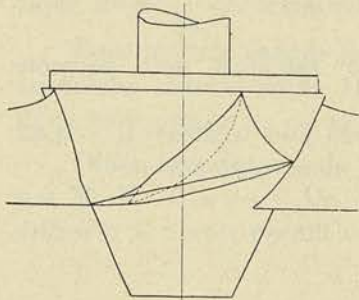


FIG. 138.

Avec le type de roue en forme d'hélice, le pas p détermine la corde du profil adopté; celui-ci est généralement constitué par un segment de faible épaisseur, tel que celui représenté sur la fig. 138, qui donne la projection du moyeu et de la pale de la turbine envisagée ci-dessus.

Pour les sections assez éloignées de la périphérie, il est nécessaire en vue d'assurer la résistance des pales de faire croître l'épaisseur; dès lors, l'angle de sortie des filets cesse de coïncider avec l'angle de la corde. Il résulte des expériences faites en aérodynamique, que l'angle réel β_2 de sortie est plus grand que l'angle β_2' de la corde, de $\Delta = 3^\circ$ à 6° , suivant la courbure du dos, de telle sorte que l'on peut poser

$$- \operatorname{tg} (\beta_2' + \Delta) = \frac{p}{2 \pi r}$$

La question du nombre de pales et de l'angle au centre des pales, ne peut être résolue sans le secours de l'expérience. Il est possible toutefois en s'appuyant sur les résultats observés en aérodynamique, de fixer une limite inférieure.

On peut, en effet, calculer que l'épaisseur du flux influencé par une pale, atteint 1,5 à 2,5 la valeur de profondeur a ⁽¹⁾; si on adopte le rapport minimum 1,5, on est conduit à la relation

$$1,5 a = \frac{2 \pi r}{n} \times \sin \beta_2$$

ou

$$a = \frac{1}{1,5} \times \frac{2 \pi r}{n} \times m$$

en confondant le sinus avec la tangente (n désigne ici le nombre de pales).

Avec 4 pales, on trouve pour notre exemple

$$a \geq 0^m,400$$

Nous avons adopté pour la valeur de a à la périphérie

$$a = 0^m,600$$

Il n'est pas possible de faire décroître a proportionnellement à r ; pour obtenir une section suffisante au moyeu, on est forcé de conserver a presque constant. En adoptant une arête tangente au moyeu pour limiter la partie inférieure de l'hélice, on arrive au profil de la figure 138.

(1) Voir à ce sujet « Les hélices aériennes », de l'auteur (Edition Béranger).

Nous croyons nécessaire de faire observer à nouveau que la théorie que nous avons exposée ne s'applique qu'assez imparfaitement aux roues hélicoïdes à pales peu nombreuses et qu'il convient de regarder les dimensions ainsi trouvées comme une première approximation, le secours de l'expérimentation étant plus qu'ailleurs indispensable pour faire connaître les courbes caractéristiques vraies.

CHAPITRE III

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES TURBINES D'ACTION

§ 1. — Turbine d'action à injection totale du type axial.

Nous traiterons, pour fixer complètement la méthode, l'exemple suivant :

Déterminer les dimensions d'une turbine d'action du type axial répondant aux données suivantes :

$$N_e = 425 \text{ chevaux,}$$

$$H' = 12 \text{ m. } 50,$$

$$N = 123.,$$

et représentée schématiquement figure 107.

Nous déduisons de la valeur de N_e , celle de N_i en adoptant $\eta_o = 0,97$:

$$N_i = \frac{425}{0,97} = 440,$$

et nous calculerons R

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{3/2} H'^{5/2}} = 0,138.$$

Avec $k' = 0,95$, $k'' = 0,85$, $\varepsilon = 0,25$, $\frac{1}{\phi^2} = \frac{1}{\phi_1^2} = 1,05$ et $\alpha_1 = 19^\circ$, nous avons obtenu (fig. 108 courbe 1) une valeur de R égale à 0,139, pour $x_1 = 0,6$.

En faisant fonctionner la turbine au delà du rendement maximum, on peut donc réaliser les conditions imposées. Adoptons donc :

$$\alpha_1 = 19^\circ \qquad \varepsilon = 0,25$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 19^\circ \qquad x_1 = 0,6.$$

On déduira directement de x_1 , la valeur de u_1 et $2r_1$

$$u_1 = 0,6 \sqrt{2g H'} = 9 \text{ m } 40 \qquad 2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 1,46.$$

puis :

$$l_1 = 0,25 r_1 = 0 \text{ m. } 182$$

$$l_2 = \frac{l_1}{1/\nu} = \frac{l_1}{0,4} = 0,450 \text{ (courbe 1')}.$$

Le rendement indiqué serait, dans ces conditions, de 0,815 et le rendement total

$$\eta = 0,79.$$

Pour ne pas avoir un aubage aussi divergent, il conviendrait de choisir un angle de sortie β_2 plus grand.

Avec $180^\circ - \beta_2 = 21^\circ$, la largeur de sortie serait égale à :

$$l_2 = 0,450 \times \frac{\sin 19^\circ}{\sin 21^\circ} = 0,405$$

ce qui est admissible.

§ 2. — Turbine d'action à injection partielle du type centrifuge ou centripète.

Nous traiterons l'exemple suivant :

Déterminer les dimensions d'une turbine d'action centrifuge répondant aux données suivantes :

$$N_e = 1000 \text{ chevaux vapeur,}$$

$$H' = 180,$$

$$N = 200,$$

et représentée schématiquement figure 31.

Si nous adoptons les angles et les coefficients suivants :

$$\alpha_1 = 19^\circ$$

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

$$m = 1,2$$

$$\varphi_1 = \varphi = 0,975,$$

les valeurs caractéristiques de η_i et de R correspondant à ce type seront données par les courbes de la figure 109 ; la courbe 3'' donnant la valeur de R ne représente plus qu'une limite supérieure, puisque nous n'avons affaire ici qu'à une turbine à injection partielle.

Pour réaliser le rendement maximum effectif nous devons choisir une valeur x_1 inférieure à 0,50, le rendement maximum *indiqué* étant atteint comme on le voit pour $x_1 = 0,5$.

Adoptons $x_1 = 0,45$ pour laquelle $\eta_i = 0,805$ et $\frac{1}{v} = 0,58$. Nous pourrions calculer :

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} = 57 \text{ m } 80$$

$$u_1 = 0,45 \sqrt{2gH'} = 26 \text{ m } 70$$

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 2 \text{ m } 55$$

$$2r_2 = 1,2 \times 2 r_1 = 3 \text{ m. } 05$$

$$l_2 = \frac{l_1}{1/v} = 1,72 l_1.$$

Pour déterminer l_1 , il faut déterminer les dimensions de la tuyère d'injection.

Admettons pour rendement organique 0,97, le rendement total aura pour valeur 0,78 et le débit Q pourra se calculer en écrivant :

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} = \frac{N_e}{\eta_c} = \frac{1000}{0,78}$$

On tire de cette relation :

$$Q = 0,535 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

et partant :

$$s = \frac{Q}{c_1} = \frac{0,535}{57,80} = 0 \text{ m}^2 0092.$$

Si l'on admet un coefficient de contraction de 0,95, on devra calculer les dimensions de la tuyère de façon que :

$$l_1 \times e_1 = 0 \text{ m}^2 0097,$$

e_1 représentant la hauteur de sa section droite.

Nous choisirons :

$$l_1 = 100 \text{ mm.} \qquad e_1 = 105 \text{ mm.}$$

pour permettre de réaliser une surcharge de 10% environ.

Nous sommes ainsi en possession de toutes les dimensions de la roue et des aubages moteur et distributeur. Il nous restera à tracer l'aubage moteur, en suivant la même méthode que précédemment; nous nous assurerons tout d'abord que la hauteur de l'aubage mobile

$$(r_2 - r_1) = 0 \text{ m. } 250,$$

résultant du choix arbitraire que nous avons fait du rapport $m = \frac{r_2}{r_1} = 1,20$, pour le tracé préalable des courbes caractéristiques n'est pas exagéré.

Cette hauteur doit être telle qu'elle évite un profil trop divergent de la roue. On pourra la réduire, au besoin, après avoir effectué le tracé et, reprendre le calcul de $\frac{1}{v}$ avec la nouvelle valeur du rapport $\frac{r_2}{r_1}$.

Remarque. — Cette turbine conduit à un aubage compliqué de réalisation, les vitesses périphériques atteintes exigeant l'emploi de frettes latérales; de plus, la tuyère rectangulaire qu'il convient d'employer ici, a un rendement moindre que les tuyères à section circulaire utilisées dans les turbines tangentielles et le dispositif d'obturation, placé sous le contrôle du régulateur, est, de plus, beaucoup moins mécanique que le dispositif à aiguille utilisé avec ces dernières.

Aussi, ce type de turbine construit par *Girard* est-il abandonné aujourd'hui au profit de la turbine tangentielle.

§ 3. — Tracé des aubes fixes et mobiles des turbines d'action.

La figure 139 donne le tracé de l'aubage de la turbine d'action du type axial calculée ci-dessus. Ce tracé est effectué en partant des angles :

$$\alpha_1 = 19^\circ$$

$$180^\circ - \beta_2 = 21^\circ$$

et en appliquant la méthode exposée au chapitre I, relative aux turbines à réaction.

Pour déterminer β_1 , il suffit de tracer le triangle des vitesses à l'entrée; nous connaissons, en effet, dans ce triangle, l'angle α_1 et les deux côtés u_1 et c_1 , c_1 étant donné par la relation

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} = 15 \text{ m } 30.$$

L'angle β_1 étant connu, nous avons adopté, pour orienter le premier élément de l'aube, l'angle $(\beta_1 + \theta)$, θ étant pris égal à 10° .

Nous avons choisi :

1° La hauteur h d'après le diamètre $2r_1$ de la roue en utilisant la formule empirique

$$h = 0,25 \text{ à } 0,30 r_1 \quad (286)$$

2° Le pas t_1 de l'aubage mobile, de façon à réaliser un rapport entre la largeur moyenne du canal et la longueur développée de l'axe de celui-ci, égal à 4 environ.

L'épaisseur des aubes peut être calculée par l'une des deux formules

$$e' = 3 + 0,7\sqrt{l_1} \quad \text{ou} \quad e' = 2 + 0,4\sqrt{l_1} \quad (287)$$

suivant qu'il s'agit d'aubes en fonte coulée avec les flasques, ou d'aubes en tôle d'acier noyée dans les flasques, lors du moulage de la roue.

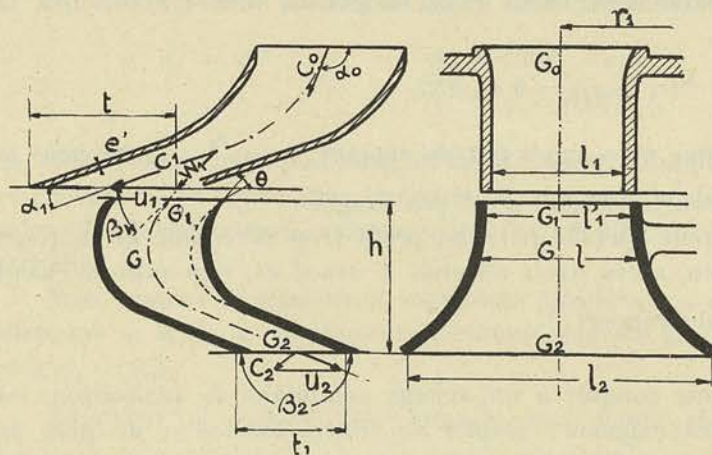


FIG. 139.

Le pas t de l'aubage directeur mesuré sur le rayon moyen $2r_1$ est généralement pris plus grand que le pas t_1 de l'aubage moteur; on peut admettre

$$t = 1,25 t_1 \quad (288)$$

et adopter, pour épaisseur des aubes, les valeurs données par les formules ci-dessus.

On aura soin de vérifier si la valeur de k' provisoirement admise (0,85

dans les calculs ci-dessus), est bien réalisée, k' étant égal, avec nos notations actuelles,

$$k' = \frac{e'}{\sin \alpha_1 t} \quad (289)$$

Pour le tracé de l'aubage directeur, on pourra admettre un angle à l'entrée α_2 plus grand que 90° .

Quant au profil de l'aubage moteur, nous adopterons :

$$l_1' = 1,05 \text{ à } 1,1 l_1; \quad (290)$$

nous déterminerons l en écrivant que :

$$l \times e \times w = l_1 \times e_1 \times w_1,$$

et en admettant que w décroisse progressivement depuis w_1 jusque w_2 suivant une loi linéaire.

Pour fixer cette loi, il nous faut donc connaître w_2 ; or, w_2 peut se déduire des relations (118) et (207) combinées :

$$\frac{w_2}{w_1} = \sqrt{2\varphi^2 - \varphi^2 k_1 - 1} \quad (291)$$

w_2 diffère donc peu de w_1 . Avec les coefficients adoptés dans tous nos calculs,

$$\varphi = 0,975, \quad k_1 = 0,2,$$

on aura :

$$\frac{w_2}{w_1} = 0,842.$$

En conservant une épaisseur constante aux aubes, on est conduit à un profil convergent divergent, qui ne peut être adopté.

Avec le profil progressivement divergent que nous avons dessiné figure 139, la veine fluide prend la forme délimitée par le trait pointillé, laissant un espace mort où se produisent nécessairement des remous.

On peut *mouler la veine* en adoptant pour profil des aubes celui dessiné figure 140.

Il n'est pas d'ailleurs démontré que ce profil soit supérieur au profil à épaisseur constante de la figure 139, la perte supplémentaire provoquée par le frottement du fluide contre le dos de l'aube compensant dans une certaine mesure celle provenant des remous qui se produisent au coude, entre la veine et l'aube. En vue de réduire les pertes par frottement, on donne souvent à l'aubage une largeur l_2 supérieure à la valeur calculée au moyen de l'équation de continuité ci-dessus; la veine fluide s'étale dès lors sur la face active de l'aube, sans remplir l'espace compris entre les aubes; la turbine est dite alors à *libre déviation*.

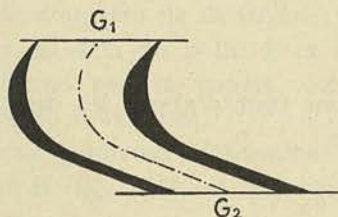


FIG. 140.

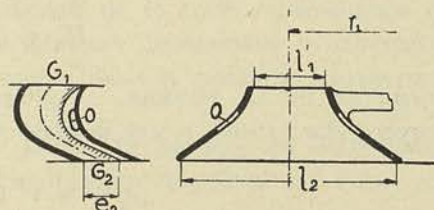


FIG. 141

Pour assurer ce mode de fonctionnement d'une façon tout à fait sûre, on pratique des ouvertures O dans les parois latérales de l'aubage, de manière que la pression atmosphérique s'établisse dans l'aubage même, entre la veine et le dos de l'aube (fig. 141).

Le fonctionnement par action exige que la roue tourne hors de l'eau.

Le plan d'eau aval est donc maintenu en dessous du plan inférieur limitant l'aubage, aussi près que possible de celui-ci, pour éviter une diminution de la hauteur de chute utilisée. Pour les très basses chutes, on a proposé, en vue de réduire cette perte, de refouler l'air sous le plafond de la chambre dans laquelle tourne la roue (fig. 142), de façon à maintenir le niveau de l'eau dans celle-ci, strictement au niveau de la face inférieure de l'aubage.

On a pu, par ce procédé, utiliser des hauteurs de chute H extrêmement faibles; l'installation se complique toutefois d'une pompe à air qui absorbe une partie de

l'énergie disponible, puisque l'air en se dissolvant dans l'eau, est entraîné avec elle, et doit par conséquent être renouvelé.

Lorsque, pour assurer la constance de la vitesse, on doit modifier le couple moteur, on agit sur le degré d'injection. Le réglage de celui-ci se fait souvent à la main; un bras *b* (fig. 143) soulève successivement, en se déplaçant en rotation, les

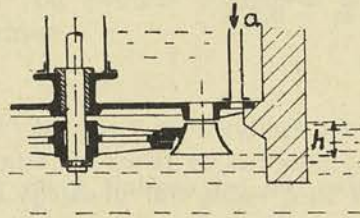


FIG. 142.

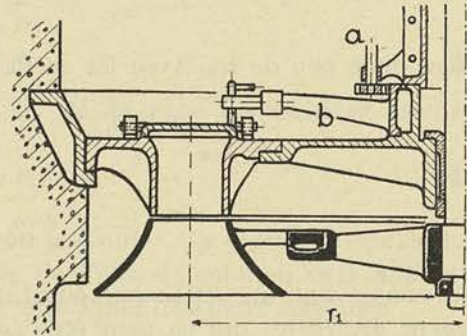


FIG. 143.

clapets commandant l'entrée de chacun des canaux du distributeur, ou bien encore ce même bras *b* enroule ou déroule autour du tambour, fixé à son extrémité, une bande souple, en cuir par exemple, qui obture progressivement l'entrée des canaux du distributeur.

§ 4. — Calcul des dimensions d'une turbine d'action tangentielle.

Soit à calculer une turbine *Pelton* répondant aux données :

$$\begin{aligned} N_e &= 7000 \text{ HP} \\ N &= 300 \text{ t/min.} \\ H' &= 320 \text{ m.} \end{aligned}$$

DIAMÈTRE DE LA TUYÈRE. — Nous déterminerons tout d'abord les dimensions de la tuyère. La vitesse c_1 est donnée par la relation

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH'} = 77 \text{ m s.}$$

avec

$$\varphi_1 = 0,975.$$

Le débit peut être déduit de la relation

$$N_e = \frac{\delta Q H'}{75} \times \eta_e$$

en adoptant pour η_e la valeur maximum 0,83, on trouve

$$Q = 2,12 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

Connaissant Q et la vitesse c_1 , nous pourrions déduire le diamètre du jet

$$\frac{\pi d_1^2}{4} \times c_1 = Q$$

d'où : $d_1 = 0 \text{ m. } 187.$

Pour pouvoir réaliser une surcharge de 15%, nous admettrons comme diamètre du jet

$$d_1 = 0 \text{ m. } 200.$$

Dans les tuyères des turbines *Pelton*, le débit est réglé par l'action du servo-moteur du régulateur sur une aiguille *bien centrée*, qui peut se déplacer axialement.

La figure 144 donne la forme de la tuyère et de l'aiguille normales. Leurs surfaces internes sont parfaitement polies et les matériaux sont choisis pour résister au mieux à l'érosion provoquée par les particules solides entraînées à grande vitesse avec l'eau.

C'est en vue de pouvoir assurer l'entretien dans des conditions aussi peu onéreuses que possible, que la tuyère proprement dite et le bout de l'aiguille sont formés par des organes *rapportés en matériaux de choix*. Pour le tracé, l'angle θ le plus favorable paraît être de 29° environ ; le profil de l'aiguille est déterminé de façon à réaliser des sections progressivement décroissantes, pour les

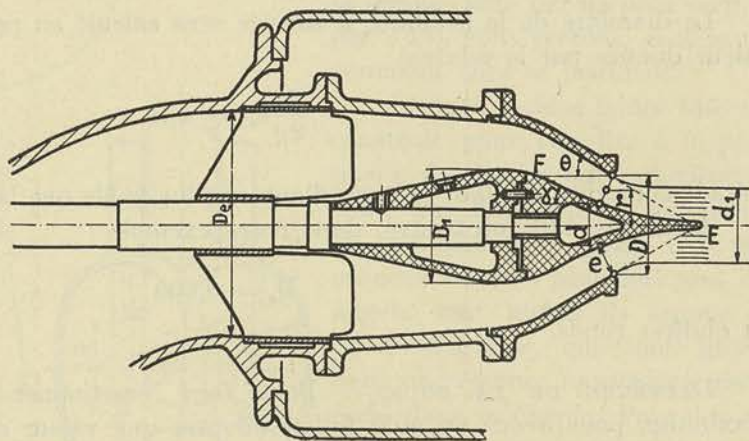


FIG. 144.

différentes positions qu'elle peut occuper ; quant à l'angle γ , il est généralement pris égal à 23° . Le diamètre D_1 maximum de l'aiguille doit être pris égal à $1,20 D$, D étant le diamètre de la tuyère ; le point d'inflexion de la courbe méridienne doit se trouver au delà du point F et la pointe doit dépasser légèrement le sommet E du cône formé par la tuyère, lorsqu'elle se trouve dans la position correspondant à l'ouverture maximum.

Nous pourrions déterminer le diamètre D de la tuyère, en admettant que $d = 0,6 D$ (fig. 144), et que l'angle moyen d'inclinaison des filets sur l'axe, est égal à $\frac{\theta + \gamma}{2}$. Désignons, en effet, par e la distance entre les génératrices des deux cônes ; la section libre aura pour valeur $2\pi r e$ et le débit sera donné par la relation

$$Q = 2 \pi r e c_s = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \quad (292)$$

c_s désignant la vitesse à la sortie de la tuyère, vitesse qui est plus faible que c_1 , la détente n'étant pas encore complète à cet endroit du jet. On peut admettre que c_s est comprise entre $0,8$ et $0,9 c_1$.

Entre r , e et le diamètre D cherché, nous pouvons donc établir les relations suivantes :

$$2r = \frac{d + D}{2} = 0,8 D \quad ; \quad e = \frac{D - d}{2} \frac{1}{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}} = \frac{0,2}{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}} D$$

et en remplaçant r et e dans la relation (292), nous obtiendrons :

$$D = d_1 \sqrt{\frac{\cos \frac{\theta + \gamma}{2}}{4 \times 0,2 \times 0,8}} \times \frac{c_1}{c_s}; \quad (293)$$

Avec $\theta = 29^\circ$, $\gamma = 23^\circ$, $\cos \frac{\theta + \gamma}{2} = \cos 26^\circ = 0,9$; si nous adoptons à présent $\frac{c_1}{c_s} = \frac{1}{0,85}$, il viendra :

$$D = 1,29 d_1.$$

Le diamètre de la conduite d'amenée sera calculé en prenant pour vitesse c_e la valeur donnée par la relation

$$\frac{1}{2g} c_e^2 = k H \quad (294)$$

k étant compris entre 0,01 et 0,02, d'autant plus faible que la hauteur est plus grande.

Avec $k = 0,01$, on trouve, dans notre exemple :

$$D_e = 0,600$$

en chiffres ronds.

DIAMÈTRE DE LA ROUE. — Pour faire fonctionner la roue au rendement maximum, nous avons vu qu'il fallait adopter une valeur de x voisine de 0,46.

Avec cette valeur

$$u_1 = 0,46 \times 77,3 = 35 \text{ m. } 3$$

et le diamètre $2r_1$ atteint

$$2r_1 = \frac{60 u_1}{\pi N} = 2 \text{ m. } 25.$$

Dans la turbine *Escher Wyss* construite pour répondre aux données ci-dessus, le diamètre adopté pour la roue est de 2 m. 50, mais cette turbine était établie pour fonctionner à des vitesses variant entre 273 tours et 300 tours. Le diamètre $2r_1$ a donc été calculé pour donner $x = 0,46$, à 273 tours.

§ 5. — Dimensions et nombre des augets d'une turbine d'action tangentielle.

La figure 145 donne une forme courante d'un auget; les proportions principales en fonction du diamètre d_1 du jet sont généralement les suivantes :

$$(n + 2r') = 3,3 d_1 \text{ à } 3,5 d_1$$

$$r = 0,75 d_1$$

$$e = 4 + 0,10 d_1$$

$$h = (l + 2r') = 2,8 d_1 \text{ à } 3,0 d_1$$

$$l_1 = 0,9 d_1$$

$$l_2 = 0,7 d_1.$$

L'angle γ des faces qui constituent l'arête d'entrée est pris aussi petit que possible, 10 à 12°. L'angle de sortie latéral ($180^\circ - \beta_2$) descend à 12° et même moins, tandis que l'angle de sortie ($180^\circ - \beta$) inférieur et supérieur (fig. 145B) est pris souvent un peu plus grand.

Comme pour les turbines d'action que nous venons d'étudier, la théorie montre que le rendement est d'autant meilleur que l'angle des aubes, à la sortie, est plus petit. On est limité naturellement, dans cette voie, par la nécessité d'éviter que la nappe fluide sortant d'une aube ne soit rejetée sur l'aube qui précède (voir fig. 113).

Pour ce qui concerne l'échancre pratiquée dans la partie inférieure et la forme dissymétrique de la section faite par un plan vertical (fig. 145), nous verrons, ci-dessous, comment elles se justifient.

L'auget dessiné figure 145, est construit pour être fixé à la périphérie du disque qui constitue la roue, par des boulons travaillant au cisaillement ; pour les très grandes vitesses périphériques, ces augets sont munis de tenons en queue d'aronde, qui sont glissés dans une rainure appropriée pratiquée dans le disque. Pour les vitesses moyennes, ces augets peuvent

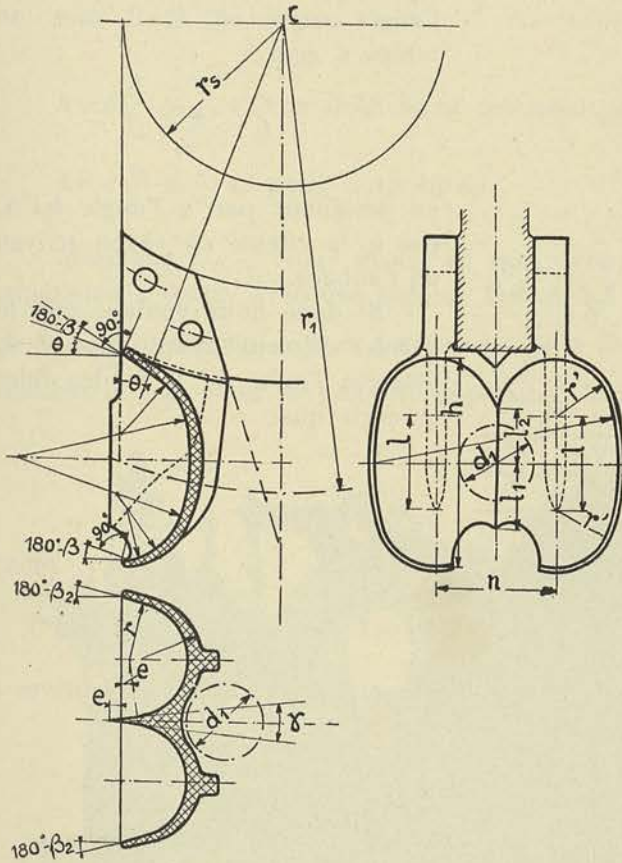


FIG. 145.

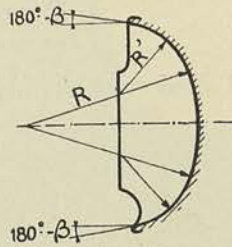


FIG. 145 B.

être coulés en acier ou en bronze ; ce n'est que pour les très grandes vitesses périphériques que l'on utilisera l'acier estampé. Les surfaces internes de ces augets doivent être dans tous les cas, polies aussi parfaitement que possible, de façon à réduire les pertes par frottement au minimum.

Le calcul des dimensions des augets peut se faire en partant des proportions indiquées ci-dessus et en introduisant dans les relations le diamètre d_1 du jet, soit 0 m. 200 dans l'exemple que nous traitons ici.

La détermination du nombre d'augets se fait en s'imposant la condition qu'aucune parcelle d'eau débitée par la tuyère ne puisse sortir de la zone d'action de l'aubage, sans avoir touché un élément de celui-ci.

Si nous considérons deux aubes consécutives a_1 et a_2 (fig. 146), nous voyons que, dès l'instant où l'arête k_2 a coupé la génératrice inférieure du jet, plus aucune goutte d'eau ne dépasse cet auget ; le dernier élément qui a dépassé la pointe k_2 doit atteindre

l'aube a_1 avant que l'extrémité k_1 n'ait atteint le point A, sans quoi cet élément ne rencontrera pas l'aubage dans sa trajectoire, et ne pourra céder son énergie à celui-ci.

Si L désigne la distance du point k_2 au point A, et si c_1 est la vitesse des éléments du jet, nous pouvons dire que t_1 , le temps employé par l'élément pour franchir L, est égal à

$$t_1 = \frac{L}{c_1}.$$

Or, pour que l'extrémité k_1 de l'auget arrive en A, il faut un temps t_2 égal à

$$t_2 = \frac{\alpha r_1}{u_1},$$

en désignant par α l'angle k_1CA , par u_1 la vitesse au rayon moyen de l'aubage.

Si donc nous voulons que le dernier élément ayant dépassé k_2 atteigne l'aube k_1 , il faudra faire en sorte que

$$t_1 \leq t_2$$

ou

$$t_1 = k t_2 \quad (295)$$

avec k égal ou plus petit que 1.

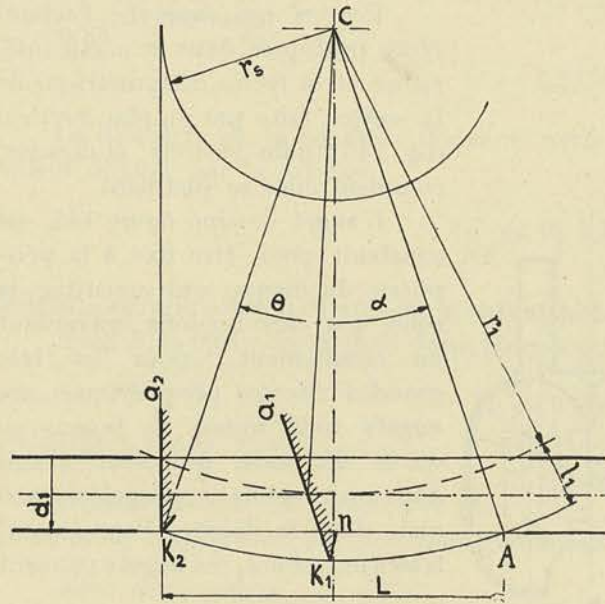


FIG. 146.

Calculons L en fonction de α et de l'angle θ séparant deux aubes consécutives :

$$L = 2 (r_1 + l_1) \sin \frac{\theta + \alpha}{2}.$$

En vertu de la relation (295), nous pourrions donc écrire :

$$2 (r_1 + l_1) \sin \frac{\theta + \alpha}{2} = k \frac{c_1}{u_1} \alpha r_1. \quad (296)$$

Entre θ , α et les dimensions r_1 et l_1 , nous pouvons écrire une seconde relation

$$(r_1 + l_1) \cos \frac{\theta + \alpha}{2} = r_1 + \frac{d_1}{2}, \quad (297)$$

d_1 désignant le diamètre du jet.

Les équations (296) et (297) déterminent donc θ et α en fonction de r_1 et de l_1 qui sont connus.

Le nombre n' d'aubes est donc connu, puisque

$$n' = \frac{2\pi}{\theta}.$$

Dans les conditions normales $\frac{u_1}{c_1} = 0,45$ environ, $l_1 = 0,9 d_1$ et si nous adoptons $k = 1$:

$$\alpha = 0,9 \left(1 + 0,9 \frac{d_1}{r_1} \right) \sin \frac{\theta + \alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\theta + \alpha}{2} = \frac{1 + 0,5 \frac{d_1}{r_1}}{1 + 0,9 \frac{d_1}{r_1}}$$

Avec $\frac{d_1}{r_1} = \frac{1}{3}$, valeur strictement minimum, on trouve $n' = 16$ aubes.

Avec $\frac{d_1}{r_1} = \frac{1}{6}$, n' passe à 19 aubes.

Remarque I. — Nous avons vu que, pour pouvoir réaliser des valeurs de R supérieures à 0,012, avec une turbine Pelton à 1 tuyère, il fallait choisir des valeurs de $k = \frac{r_1}{d_1}$ inférieures à 4 et des valeurs de α supérieures à 0,5, deux conditions qui rendent difficile pour ne pas dire impossible, le tracé des augets.

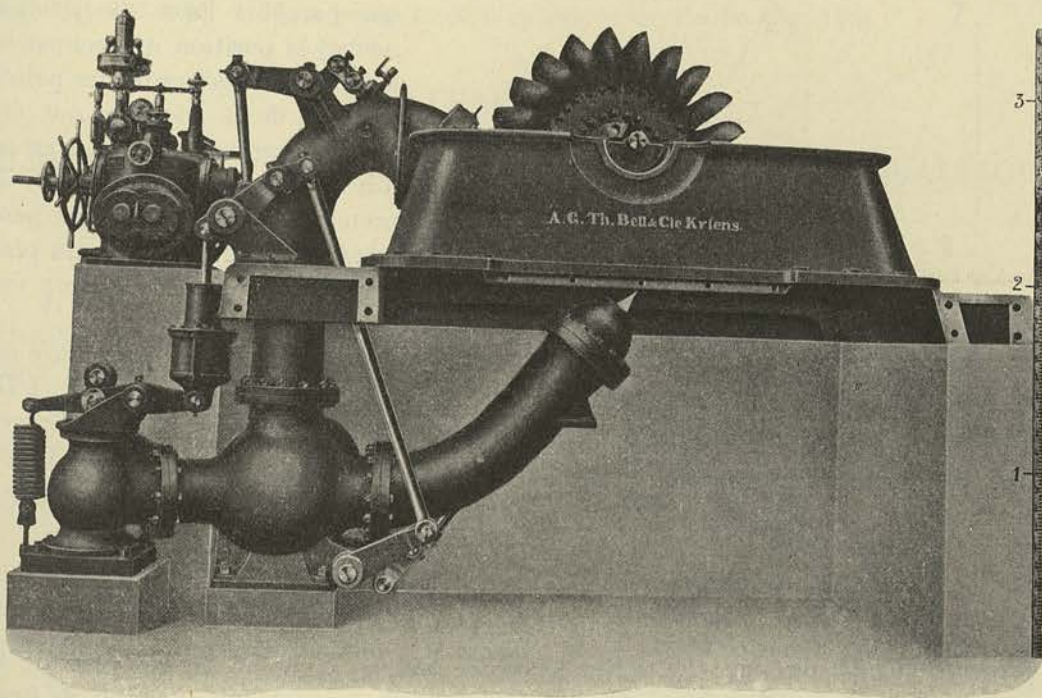


FIG. 147.

Pratiquement, lorsqu'on veut réaliser la valeur $R = 0,02$, il faut avoir recours à la turbine à 2 tuyères, dont la photographie (fig. 147) donne la disposition classique.

Pour des données conduisant à des valeurs de R comprises entre 0,02 et 0,04 (0,04 étant le minimum de ce que l'on peut réaliser avec ces turbines du type à réaction d'après ce que nous avons vu), on a recours à des turbines Pelton, à 2 roues calées sur un même arbre, chacune des roues fonctionnant avec 2 tuyères.

Le nombre de tuyères par roue est, en effet, pratiquement limité à deux, et voici pourquoi : les tuyères doivent être disposées à une distance l'une de l'autre suffisante pour qu'aucun auget ne puisse recevoir de l'eau d'une tuyère, alors qu'il ne serait pas encore libéré des dernières particules fournies par la tuyère précédente ; comme d'autre part, il importe que la première tuyère soit placée de telle façon que l'eau sortant de l'aubage ne retombe pas sur le jet de la tuyère inférieure et que tout le mécanisme de commande des aiguilles doit être maintenu sous le contrôle d'un même servo-moteur, on conçoit que la difficulté soit telle que l'on renonce à prévoir plus de deux tuyères. Seule, la solution à axe verticale, rarement adoptée, permet de réaliser pratiquement la turbine Pelton à 3 et même à 4 tuyères.

Remarque II. — Il peut être intéressant de rechercher la trajectoire du mouvement relatif du jet par rapport à l'aubage, en vue de fixer la forme du dos de l'auget, dont la surface doit être choisie de façon qu'aucun élément du jet ne puisse venir en contact avec elle ; s'il en était autrement, on conçoit qu'il en résulterait une diminution du rendement du fait de l'action du jet en sens inverse du déplacement de la surface.

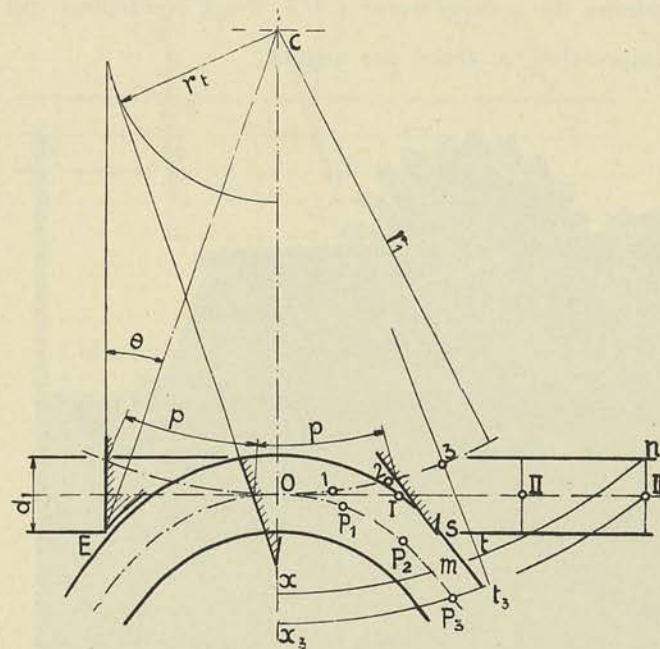


FIG. 148.

Le problème revient à rechercher pour un élément quelconque du jet (nous choisirons pour fixer la méthode l'élément qui parcourt l'axe du jet lui-même) la position qu'occupaient à un instant déterminé les points du plan de la roue qui ont été touchés par cet élément, c'est-à-dire la trajectoire que devrait prendre l'élément considéré pour toucher les mêmes points du plan de la roue, si celle-ci était immobile.

Partageons la trajectoire du jet en parties égales O I, I II, etc. (fig. 148), et la circonférence décrite par O de centre C, en parties égales O I, I II, etc., telles que

$$\frac{OI}{OI} = \frac{I II}{I II} = \dots = \frac{u_1}{c_1}$$

Nous pourrions dire que la particule qui se trouve au point III du plan de la roue a passé en O au même instant que le point 3 ; il nous est donc possible de fixer la position qu'occupait le point III du plan de la roue au moment où la particule passait en O : il suffit, en effet, de remarquer que dans le temps qu'a mis la roue pour décrire l'angle O C 3, un point tel que III a décrit un arc égal à P₃ III égal à $\alpha_3 t_3$. Le point P₃ représente donc la position qu'occupait le point III à l'instant où la particule passait en O.

Par une construction analogue, nous pourrions rechercher la position P₂ qu'occupait dans le plan, le point II (touché par la particule) à l'instant où cette particule passait en O.

Les points P_1 , P_2 , P_3 représentent donc les points du plan de la roue qui sont touchés par la particule envisagée, ramenés dans la position qu'ils occupaient à l'instant unique où cette particule passait en O; la succession de ces points fournit par définition la trajectoire du mouvement relatif, c'est-à-dire la forme que devrait avoir l'axe du jet pour toucher les mêmes points du plan de la roue, celle-ci étant supposée immobile.

Cette recherche permet de se rendre compte exactement de la manière dont l'aube entre dans le jet et dont le fluide s'écoule dans l'auget pendant l'intervalle de temps qui sépare son entrée en E de sa sortie en S.

En étudiant cet écoulement, on se rend compte de l'utilité de l'échanerure pratiquée à la partie inférieure (fig. 145) et de la raison d'être du biseautage du dos, qui est effectué, comme on le voit à présent, en suivant la trajectoire du mouvement relatif dans la position la plus défavorable de l'auget à ce point de vue. Pour ne pas déformer la paroi, on est obligé d'incliner l'auget tout entier, de façon que la direction de l'arête d'entrée, au lieu de passer par le centre C, soit tangente à un cercle de rayon r_i (fig. 148).

Cette inclinaison de l'arête sur le rayon d'un angle θ conduit à donner une forme dissymétrique à la section représentée figure 145B. L'angle $(180^\circ - \beta)$ représente, en effet, l'angle de la tangente au dernier élément de l'aube avec la tangente à la circonférence au point de sortie, et pour réaliser cet angle, il faut que la tangente à l'aube fasse, avec l'horizontale, un angle $[(180^\circ - \beta) + \theta]$ au point le plus intérieur et un angle $[(180^\circ - \beta) - \theta]$ au point le plus extérieur de l'aube (fig. 145).

CHAPITRE IV

ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBINES HYDRAULIQUES

§ 1. — Régulateur.

L'étude du régulateur à action directe, puis du régulateur à action indirecte, constitue un chapitre particulièrement important et intéressant du cours de mécanique appliquée.

On pourra consulter sur l'application du servo-moteur à la régularisation de la vitesse des turbines hydrauliques, la belle étude de Rateau ⁽¹⁾.

Nous nous bornerons à indiquer ici la nature complexe du problème, et à décrire un des régulateurs à *servo-moteur asservi*, couramment employé.

On entend par régulateur à servo-moteur asservi, un régulateur dont le mécanisme de distribution du servo-moteur est à la fois sous la dépendance du manchon du tachymètre et du piston moteur actionnant le vannage, de façon que, à chaque position de celui-ci, corresponde *une position et une seule* du manchon du tachymètre.

Le but de l'*asservissement* est d'assurer la stabilité de fonctionnement du système tachymètre-servo-moteur, en évitant les oscillations à longue période de durée indéfinie qui tendent à se produire avec les régulateurs à action indirecte.

Le problème se complique toutefois dans les applications aux turbines hydrauliques par suite de la nécessité d'éviter que, par une action trop brusque du servo-moteur sur le vannage, des coups de bélier importants ne se produisent dans les conduites d'aménée.

⁽¹⁾ *Revue de Mécanique*, t. VI, avril 1900.

On peut montrer par une analyse complète de la question que, pour assurer la stabilité de fonctionnement du régulateur à servo-moteur asservi, dans le cas où la rapidité d'action du servo-moteur doit être limitée, il faut tolérer une différence entre la vitesse de marche à vide et la vitesse de marche en charge relativement grande.

Comme cette différence ne peut dépasser dans les stations centrales modernes 2 à 3 % de la vitesse moyenne, on est forcé d'introduire dans le mécanisme d'asservissement une liaison *déformable* qui disparaît lentement pendant le réglage.

La figure 149 représente le régulateur à servo-moteur type *Escher-Wyss*, avec son tachymètre (13) agissant par l'intermédiaire du manchon (14) et du levier (11), sur le distributeur équilibré (7) du servo-moteur, au moyen de la tige (12).

Le servo-moteur constitué par l'ensemble des deux pistons (2) et (3) et du balancier (4) agissant sur l'axe (5) de renvoi au vannage, est alimenté par une pompe rotative ou une pompe à pistons multiples oscillants (6), fournissant l'huile à une pression de 12 à 15 kg/cm², dans des réservoirs sous pression non dessinés.

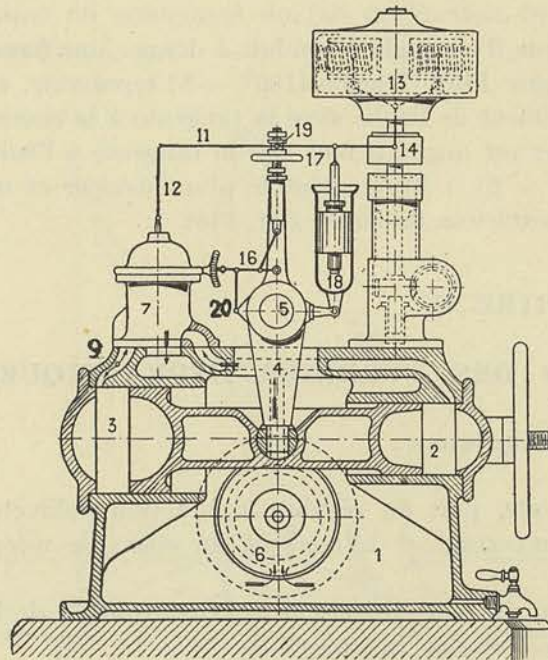


FIG. 149.

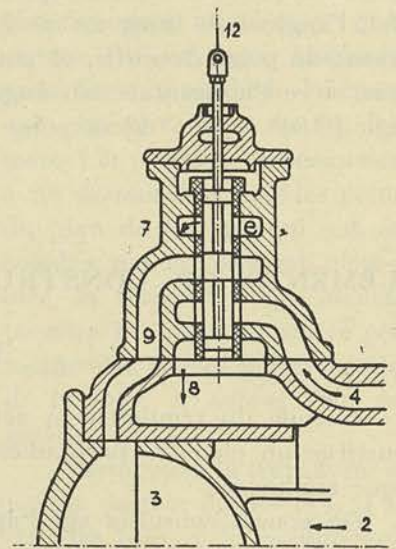


FIG. 150.

Supposons, pour nous rendre compte du fonctionnement, qu'une décharge brusque vienne à se produire ; la turbine va accélérer, et le manchon (14) va se déplacer vers le haut. Le point (19) lié à l'axe (5) par le dispositif (16-20) d'asservissement, étant fixe, le piston distributeur attaqué par la tige (12) (fig. 150) va descendre et mettre en communication le conduit (9) avec l'espace (8) et le bac de décharge, par l'ouverture (e) et le canal (e-8) non figuré ; le piston différentiel (2-3) se déplacera en conséquence vers la gauche sous l'action de la pression qui règne dans le cylindre de droite, en relation directe et permanente avec la conduite d'alimentation partant de la pompe et des réservoirs non dessinés.

Par l'intermédiaire du balancier (4) articulé en (5) (fig. 149) le servo-moteur agira sur le vannage pour fermer celui-ci ; mais en même temps, au moyen de la tringle (20) et du levier (16), le balancier (4) provoquera le déplacement vers le haut du point (19), partant du distributeur, qui reprendra sa position moyenne indiquée figure 150.

Un frein à huile (18) dont le piston est relié élastiquement au levier (14-11) établit une liaison déformable et momentanée qui permet au régulateur de fonctionner d'une façon satisfaisante avec un écart de vitesse ou *décroissance* relativement faible. Cet asservissement élastique, qui n'entre en action que pendant la période de réglage, ne modifie nullement la position finale du manchon du tachymètre. Lors d'une décharge brusque, le cylindre du frein (18) (fig. 151) relié au balancier (4) se déplace vers le bas et tire à lui les pistons (21) qui, comprimant plus ou moins le ressort (22), entraînent le manchon du tachymètre vers le bas, ou plus exactement s'opposent à un déplacement trop important de celui-ci vers le haut.

Cette action n'est toutefois que temporaire parce que le ressort (22) se détend peu à peu, et ramène le piston (21) vers le haut ; lorsque le régime normal est rétabli, celui-ci s'est déplacé par rapport au cylindre (18), tandis que le ressort est revenu à sa tension initiale, ses deux extrémités s'appuyant de nouveau sur les épaulements de la tige (23). Cette action temporaire du frein (18) introduit donc un asservissement élastique pendant la période de réglage, asservissement qui permet d'amortir les oscillations qui tendent à se produire lorsque les tringles d'asservissement (20-16) et les dimensions du tachymètre sont proportionnées en vue d'assurer à l'ensemble un faible décroissance.

Le régulateur est muni d'un dispositif de sûreté qui ferme automatiquement la turbine lorsque la pression d'huile tend à devenir trop faible pour pouvoir mettre le vannage en mouvement ; un autre dispositif assure la fermeture du vannage en cas de rupture de la commande du tachymètre.

Pour les grandes unités, la pompe à huile peut être mise en mouvement avantageusement par une turbine spéciale ; la mise en marche du groupe est alors facilitée puisque l'on peut disposer d'huile sous pression pour agir sur le servo-moteur et déterminer l'ouverture du vannage.

Dans le cas ordinaire où la commande de la pompe est faite par la turbine elle-même, on doit prévoir un dispositif de manœuvre à la main. Le volant dessiné sur la figure 149 sert à la commande de celui-ci.

Pour les régulateurs importants utilisant de fortes pressions, le distributeur, qui est constitué par des pistons en acier trempé et rectifié, se déplaçant avec un jeu minimum, dans une gaine également en acier, réclame, quoique équilibré lorsqu'il se trouve dans sa position moyenne, un effort de déplacement relativement considérable, du fait des différences de pression qui s'établissent de part et d'autre des faces des pistons, durant l'écoulement du fluide moteur ; on est ainsi amené à employer pour faire fonctionner le distributeur, un petit servo-moteur placé sous la dépendance du tachymètre par l'intermédiaire de la tige (12) ; nous n'entrerons pas dans la description de ces détails qui nous éloigneraient du sujet traité ici : le calcul et la construction des turbo-machines.

Lorsqu'il s'agit de régulateurs devant assurer le réglage de turbines marchant en parallèle, un problème important se présente : celui de la répartition des charges entre les différents groupes. Cette répartition dépend du décroissance des régulateurs placés sur les différents groupes (1). Lorsqu'on veut modifier la charge de l'un des

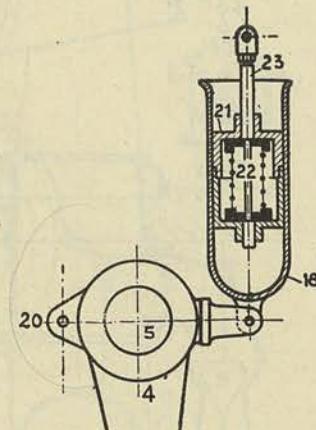


FIG. 151.

(1) Voir à ce sujet une étude de D. Eydoux et M. Gariel dans les Mémoires du Congrès scientifique de 1922, organisé par l'Association des Ingénieurs sortis de l'Ecole de Liège.

groupes, on peut agir sur le volant (17) (fig. 149), soit à la main, soit par l'intermédiaire d'un petit moteur électrique commandé du tableau de distribution.

En abaissant le point d'oscillation du levier (14-11) au moyen du volant commandant l'écrou (19) solidaire de celui-ci, on déplace le distributeur et partant le vannage, sans que la position du manchon du tachymètre soit modifiée.

La figure 152 montre comment le régulateur par l'intermédiaire de l'arbre (5), agit sur le cercle de vannage lorsqu'il est extérieur à l'enveloppe comme nous l'avons représenté figure 130. Lorsque le cercle est intérieur, les tringles *t* sont reliées à deux leviers extérieurs qui agissent sur le cercle par l'intermédiaire de manivelles *L* (fig. 129.)

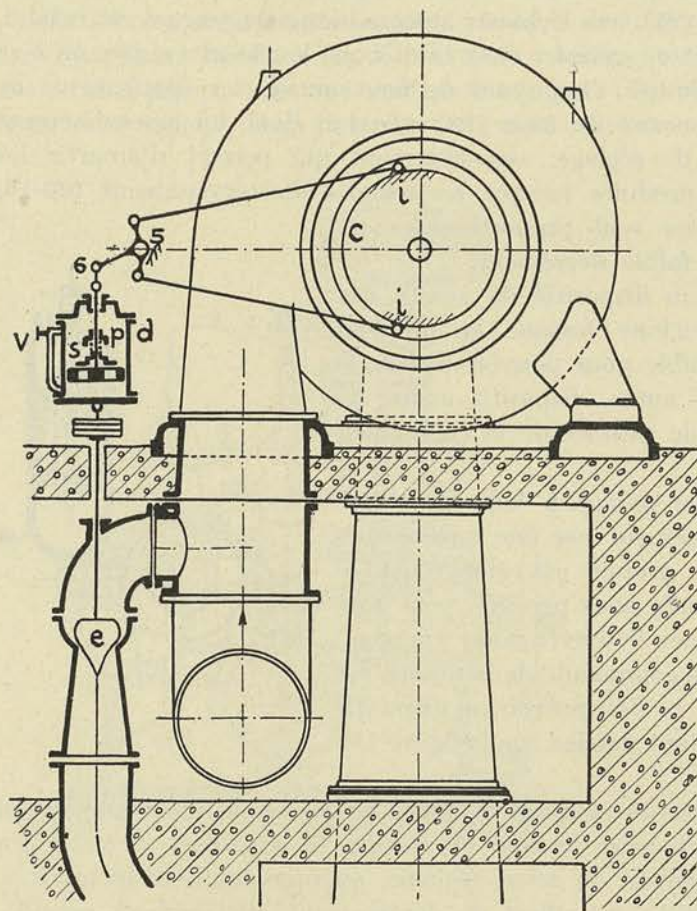


FIG. 152.

défavorable, devient telle que l'on ne pourrait donner au volant des dimensions suffisantes. On tourne la difficulté en utilisant un *déchargeur* qui, en évacuant pendant un certain temps une partie du débit de la conduite d'alimentation dans le canal d'évacuation, permet à égalité de durée d'action du régulateur, de réduire la rapidité de la variation de vitesse de l'eau dans la conduite, ou à égalité de surpression dans la conduite de réduire la durée d'action du régulateur.

La figure 152 donne la disposition du déchargeur généralement adopté dans les turbines à réaction. Au moment d'une décharge brusque, l'axe (5) commandé par le servo-moteur du régulateur est entraîné dans le sens des aiguilles d'une montre; par l'intermédiaire du levier (5-6), il déplace vers le haut le piston *p* d'un dash-pot *d*; la soupape (*s*) empêchant l'huile de passer librement de la partie supérieure à la partie

Forcé d'une part de limiter la rapidité d'action du régulateur pour éviter des coups de bélier dans la conduite d'amenée, et d'autre part de réduire l'écart de vitesse maximum qui se présente au moment d'une décharge brusque, pour limiter les perturbations dans le fonctionnement des générateurs électriques, le constructeur a recours généralement à un volant; celui-ci absorbe avec la masse en rotation de la turbine et de la génératrice, la différence entre l'énergie produite par la turbine et l'énergie absorbée par la génératrice depuis l'instant où se produit la décharge jusqu'à l'instant où le régulateur rétablit l'égalité des couples. Pour les hautes chutes, la durée d'action du régulateur calculée pour limiter à une valeur admissible la surpression dans la conduite, dans l'hypothèse la plus

inférieure du cylindre, celui-ci est entraîné vers le haut et avec lui la soupape de décharge *e*.

L'huile du dash-pot en s'écoulant lentement par le conduit latéral réglé au moyen de la vis *v*, permet au cylindre *d*, et partant à la soupape *e*, de revenir sur son siège, par l'action de son propre poids et de la pression de l'eau.

On remarquera que lors d'une ouverture brusque du vannage le déchargeur n'intervient pas; grâce à la soupape *s* qui rend libre le passage de l'huile de la partie inférieure à la partie supérieure du cylindre, le déplacement du piston *p* et du levier (5-6) est lui-même entièrement libre.

Pour la turbine *Pelton*, on emploie au lieu du déchargeur, un *défecteur* manœuvré par le servo-moteur du régulateur. La figure 153 donne le schéma du dispositif adopté par la maison *Piccard et Pictet*. L'axe (5) commandé par le servo-moteur du régulateur met en mouvement, au moyen du levier (7-8-9), l'écran *e*. Si nous supposons une décharge brusque, le levier (5-6) entraîné dans le sens indiqué par la flèche, relève l'écran *e*, qui dévie une partie du jet vers le bas et rétablit ainsi, approximativement tout au moins, l'égalité entre le couple moteur et le couple résistant, sans provoquer de variation de débit dans la conduite d'alimentation.

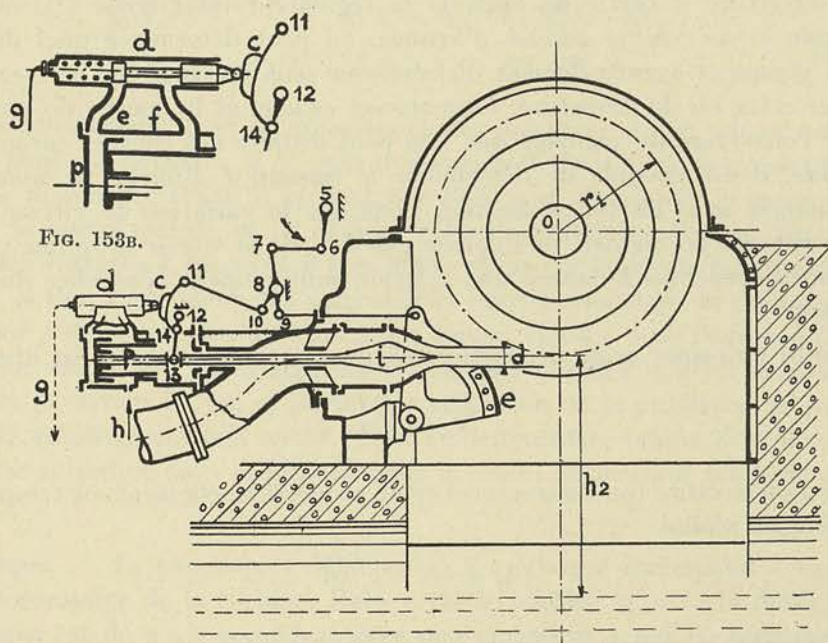


FIG. 153.

En même temps que se produit le déplacement de l'écran *e*, on voit que, par l'intermédiaire du levier (8-10) et de la tringle (10-11), le servo-moteur agit sur le distributeur *d* d'un second servo-moteur chargé de manœuvrer l'aiguille du réglage. La figure 153B donne la disposition du distributeur qui, poussé vers la gauche, découvre le conduit *e* et met en communication la face de gauche du piston différentiel *p*, avec la face de droite constamment en relation par le conduit *h*, avec le réservoir d'huile sous pression.

Le déplacement du piston *p* vers la droite qui en résulte, détermine la fermeture plus ou moins prononcée de l'aiguille *i*.

L'arrêt du piston est déterminé par le levier (12-13), qui, articulé en (12), agit sur la came *c* par la liaison (14); cette came *c* en s'effaçant, permet au distributeur

de se déplacer vers la droite sous l'action d'un ressort de rappel ; son profil est calculé de telle façon que l'aiguille ayant atteint la position nouvelle qui assure à la turbine l'égalité des couples moteur et résistant, le distributeur d revienne dans sa position moyenne dessinée figure 153B ; le piston p et l'aiguille i sont ainsi immobilisés et le diamètre d du jet est réduit au point que l'écran e devient tangent à celui-ci.

On pourrait examiner comment les choses se passent dans le cas d'une mise en charge brusque, cas beaucoup moins dangereux au point de vue des coups de bélier. Le déflecteur, comme on peut s'en rendre compte aisément, n'intervient plus, et le distributeur d , en se déplaçant vers la droite, permet à l'huile de s'échapper par le conduit d'évacuation g , et à l'aiguille i d'ouvrir davantage la tuyère.

La rapidité de fermeture et d'ouverture est réglée par les dimensions des conduits d'alimentation du servo-moteur de l'aiguille, et l'on peut grâce au déflecteur porter la durée de la manœuvre à plusieurs dizaines de secondes.

§ 2. — Le Volant.

La loi de fermeture étant fixée de façon à ne provoquer dans la conduite, quelle que soit l'ouverture à partir de laquelle le régulateur intervienne ⁽¹⁾, qu'une surpression égale à une valeur admise d'avance, on peut déterminer quel doit être le débit de la pompe et éventuellement du réservoir sous pression que celle-ci alimente, pour réaliser cette loi de fermeture. Connaissant celle-ci et la courbe de puissance en fonction de l'ouverture du vannage que l'on peut déduire des courbes caractéristiques de la turbine, il est possible de déterminer *le moment I d'inertie de toute la partie mobile y compris celui du volant éventuel*, pour que la variation de vitesse angulaire pendant la période de réglage, ne dépasse pas $\Delta \%$ de la vitesse moyenne.

Nous nous bornerons à donner une solution suffisamment approchée du problème en admettant :

1° Que la puissance croît proportionnellement à l'ouverture α du distributeur :

$$N_e = k \alpha \quad (298)$$

2° Que la fermeture (ou l'ouverture) croît proportionnellement au temps t , ce qui est généralement réalisé

$$d \alpha = -k_1 dt \quad (299)$$

N_e' désignant la puissance au moment où le régulateur entre en action, N_e la puissance à un instant t quelconque, compté à partir du commencement de la perturbation, c'est-à-dire de l'instant où la puissance demandée est passée de N_e' à N_e'' , on pourra écrire, en s'appuyant sur le principe des forces vives :

$$I \omega d \omega = 75 (N_e - N_e'') dt = -\frac{75 k}{k_1} (\alpha - \alpha_2) d \alpha \quad (300)$$

En effet, la puissance absorbée étant N_e'' , la puissance instantanée au temps t étant N_e , le nombre de kgm transformée en force vive pendant le temps dt , sera égal à $75 (N_e - N_e'') dt$.

⁽¹⁾ Voir à ce sujet : Etude théorique et expérimentale des coups de bélier, par Ch. Camichel, D. Eydoux et M. Gariel. (Editeur : H. Dunod, Paris.)

Appelons ω la vitesse angulaire normale qui existait au début de la perturbation, ω_2 la vitesse maximum atteinte ; en intégrant entre ces limites, nous obtiendrons

$$\frac{I}{2} \omega^2 \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{75}{k_1} k \left[-\alpha_2 \alpha + \frac{\alpha^2}{2} \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

ou

$$\frac{I}{2} \omega^2 \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{75}{k_1} k \left[\alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \right] \quad (301)$$

Si $(N_e' - N_e'')$ représente $p\%$ de la puissance normale N_e de la turbine, T le temps mis par le régulateur pour faire passer le vannage de sa position initiale à sa position finale, Δ la variation de vitesse angulaire, en $\%$ de sa valeur moyenne, nous pourrions écrire :

$$\begin{aligned} \omega_2 - \omega &= \Delta \omega \\ \frac{1}{k_1} (\alpha_2 - \alpha_1) &= -T \\ N_e' - N_e'' &= pN_e \\ \alpha_1 k &= N_e', \quad \alpha_2 k = N_e'' = N_e' - pN_e \\ I \omega^2 [(1 + \Delta)^2 - 1] &= 75 p N_e T \end{aligned} \quad (302)$$

Dans cette formule, ω et N_e constituent des données ; si l'on admet que l'accroissement ne peut pas dépasser $\Delta \%$ pour une variation de $p \%$ de la puissance normale, la durée de manœuvre étant T , on voit que l'on peut déterminer le moment d'inertie total I de la partie mobile, et en déduire celui du volant à caler sur l'arbre.

Pour les turbines à haute et à très haute chute, la durée de manœuvre doit être très élevée si l'on veut éviter des surpressions importantes dans la conduite d'alimentation ; pour réduire le poids du volant, on utilise, comme nous l'avons dit plus haut, un déflecteur manœuvré par le régulateur qui, sans modifier le débit dans la conduite, provoque la déviation du jet, et partant la réduction de la puissance de N_e' à N_e'' en un temps T' , relativement très réduit ; c'est évidemment ce temps T' et non le temps T qui doit être introduit dans la formule pour le calcul du moment d'inertie de la partie mobile.

Remarque. — Le cas le plus défavorable à envisager correspond à une décharge brusque et complète de la turbine. Dans cette hypothèse $p = 1$; la durée T d'action du régulateur est de 4 à 6 secondes, avec une variation Δ qui ne peut dépasser 15 à 20%.

On est conduit dans ces conditions à une valeur de $\frac{I \omega^2}{N_e}$ comprise entre

$$\frac{75 \times 4}{(1,15^2 - 1)} = 920 \text{ kgm}$$

et

$$\frac{75 \times 6}{(1,20^2 - 1)} = 1020 \text{ kgm}$$

soit une force vive $\frac{I \omega^2}{2}$ de 460 kgm à 510 kgm par cheval, pour l'ensemble de la partie mobile.

Le chiffre de 500 kgm par cheval conduit, avec les alternateurs modernes, à des conditions de fonctionnement conciliables avec une bonne marche en parallèle.

§ 3. — Etude des principaux détails de construction des turbines.

A) CALCUL ET TRACÉ DE L'ARBRE.

On connaît la puissance transmise N_e et le nombre de tours N de l'arbre.

S'il s'agit d'une turbine verticale, on peut négliger la tension résultant du poids de la roue, et calculer l'arbre à la torsion simple.

M_t étant connu en fonction de N_e et N

$$M_t = \frac{75 \times 60}{2\pi} 10^3 \frac{N_e}{N} = 716.000 \frac{N_e}{N} \text{ kg. mm,} \quad (303)$$

on pourra appliquer la formule

$$\frac{M_t}{R} = \frac{\pi d^3}{16},$$

et en tirer d .

On adoptera pour R , 4 à 5 kg/mm² pour l'acier demi-dur courant.

Pour une turbine à axe horizontal, il y aura lieu de faire intervenir dans le calcul le poids de la roue et de l'eau qui y est contenue, et éventuellement le poids de l'arbre.

Si l'arbre de la turbine est isolé de l'arbre de la génératrice par un accouplement souple, on aura affaire à un solide reposant librement sur deux appuis, et le calcul des réactions aux points d'appui sera aisé. On en déduira immédiatement le moment M_f maximum et par la formule

$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} \sqrt{M_f^2 + M_t^2},$$

on calculera le moment idéal M_i .

On appliquera ensuite la formule

$$\frac{M_i}{R} = \frac{\pi d^3}{32}$$

en adoptant pour R une tension de 5 à 6 kg/mm² pour de l'acier demi-dur courant.

On pourra, s'il s'agit d'un arbre important, déterminer le solide d'égale résistance, puis tracer l'arbre en se tenant constamment en dehors de ce solide, et en n'utilisant que des formes simples (surfaces cylindriques et coniques). (Voir à ce sujet le cours sur les *Eléments des machines*.)

Pour le calcul du tourillon côté commande, on adoptera le diamètre d du solide d'égale résistance, et un rapport $\frac{l}{d}$ compris entre 2 et 3 suivant la vitesse.

La réaction au point d'appui R_c étant connue, on vérifiera ensuite, si la pression spécifique p

$$p = \frac{R_c}{l \times d}$$

ne dépasse pas une valeur admissible, 12 à 15 kg/cm², par exemple, et ensuite si le

produit pv est inférieur à 20 kgm/cm²/sec (v désignant la vitesse périphérique du tourillon en m/sec).

Cette dernière condition limite presque toujours la pression spécifique à une valeur très inférieure à 15 kg/cm².

Si le produit pv dépassait nettement la valeur ci-dessus, il y aurait lieu de prévoir une circulation d'eau dans les paliers, ou une circulation forcée de l'huile, avec refroidissement par un serpentin placé dans la bêche d'alimentation de la pompe de circulation. Pour le calcul du tourillon, côté opposé à la commande, qui n'est soumis qu'à la flexion, on adopte généralement pour éviter d'arriver à des dimensions trop faibles qui tendraient à faire croître considérablement la flèche de flexion de l'arbre, une valeur de la tension R égale à la moitié de la valeur normale.

Dans ces conditions, R_c étant la réaction, l et d les dimensions, on pourra écrire :

$$\frac{R_c \times \frac{l}{2}}{\frac{R}{2}} = \frac{\pi d^3}{32} \quad (304) \qquad \frac{l}{d} = n \quad (305)$$

avec n compris entre 2 et 3.

l et d étant déterminés, on pourra vérifier comme ci-dessus si la pression spécifique p et le produit pv ne dépassent pas les valeurs admises.

Remarque. — Pour les turbines à grande vitesse de rotation, il y aura lieu de s'assurer que le calcul que nous venons d'indiquer ne conduit pas à des dimensions trop faibles qui auraient pour conséquence une déformation importante de l'arbre de nature à compromettre la répartition uniforme des pressions sur les coussinets et à provoquer l'échauffement des paliers.

On admet généralement que la tangente dans les paliers ne doit pas dépasser $\frac{1}{1200}$.

Si l'on accepte ce chiffre, une vérification est possible, en s'aidant du calcul graphique.

Il est aisé, en effet, par ce procédé, de rechercher la flèche de flexion et la tangente dans les paliers, pour un arbre d'un tracé quelconque supporté en deux ou plusieurs points.

Si l'on peut assimiler l'arbre à un solide à section constante, reposant librement sur ses appuis, et chargé d'un poids total P , en un point distant de l_1 et l_2 de ceux-ci, il est possible de déterminer par la formule

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{P}{6 EI} \frac{l_1 l_2 (2 l_1 + l_2)}{l_1 + l_2} \quad (306)$$

la valeur de la tangente à la fibre moyenne sur l'appui (2), le plus rapproché de la force P ; cette valeur étant limitée à $\frac{1}{1200}$, on peut en déduire directement le moment d'inertie, et partant d , I étant égal à

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

B) CALAGE DE LA ROUE SUR L'ARBRE.

Lorsque la volute est construite en deux parties séparées par un plan horizontal (pour une turbine à axe horizontal bien entendu), l'arbre peut s'enlever avec la roue

et il n'y a aucune précaution particulière à prendre pour faciliter au cours du démontage de la turbine, le décalage de la roue. Dans ce cas, et dans quelques autres se rapportant à des turbines de faible puissance, le mode de calage par cale chassée peut être utilisé sans inconvénient. La figure 154 donne une représentation de ce mode de calage pour une roue à double ouïe ; le diamètre de la portée est choisi pour que la cale n'entame pas ou peu l'arbre, dans la partie non renforcée ; on utilise pour raccorder la portée de calage au diamètre normal des congés à très grand rayon dans le but de réduire la variation brusque de section qui se présente à la sortie de la roue, dans le plan de l'ouïe.

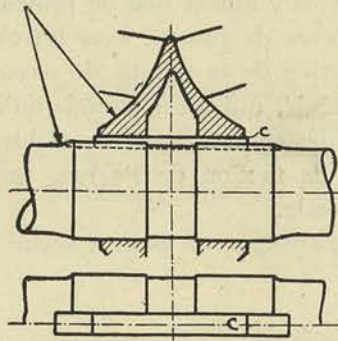


FIG. 154.

Pour une roue en porte-à-faux, qui, lors d'un démontage doit pouvoir être enlevée sans toucher à l'arbre, il y a lieu d'employer une cale fixe ; la roue est alors placée à frottement assez dur sur une portée cylindrique, ou pressée au moyen d'un écrou sur une portée conique.

La figure 155 indique l'un des dispositifs employés pour maintenir la roue en place lorsqu'on utilise le calage sur portée cylindrique : une bague *b* en deux pièces, est dimensionnée de manière à ne pouvoir être introduite dans son logement que par un serrage radial énergique, serrage qui détermine une pression axiale sur le moyeu de la roue ; pour éviter le desserrage, la bague *b* est bloquée dans les rainures par un chapeau *c* qui l'emboîte exactement, et qui est lui-même tenu en place au moyen de trois vis disposées radialement.

La figure 156 donne un exemple de calage par cale fixe sur portée conique ; cette disposition est d'une exécution plus difficile et plus coûteuse, mais assure un centrage parfait et facilite encore le démontage : la roue est bloquée au moyen d'un écrou spécial *e* en bronze, fileté en sens inverse du sens de rotation de la roue afin de rendre plus improbable un desserrage en marche. On peut d'ailleurs en vue d'obtenir une sécurité absolue, forer après la mise en place un trou de quelques millimètres de diamètre à la fois dans l'écrou et dans le moyeu, et y introduire une goupille *g* repliée latéralement dans une petite rainure pratiquée à cet effet, dans l'écrou (fig. 156B).

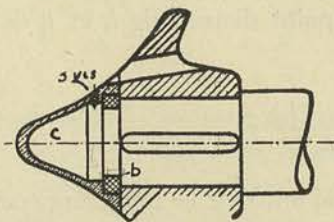


FIG. 155.

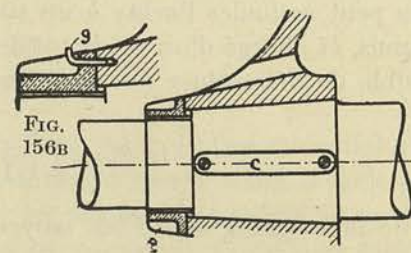


FIG. 156.

La figure 157 donne la disposition adoptée pour le calage par cale chassée, d'une roue de moyenne puissance d'une turbine à axe vertical ; la roue introduite à frottement doux sur l'arbre, est soulevée suffisamment haut pour qu'on puisse introduire dans une rainure appropriée, une bague *b* en deux pièces ; elle est ensuite descendue de façon que le moyeu recouvre la bague et la maintienne dans son logement.

La bague étant rainurée, on peut chasser ensuite la cale et établir ainsi la liaison entre la roue et l'arbre.

Un talon est prévu à la cale pour permettre le démontage.

Dans les turbines de grande puissance, particulièrement lorsque l'axe est vertical, on utilise pour assurer la liaison entre l'arbre et le moyeu de la roue, un plateau venu de forge avec l'arbre, centré dans l'alésage du moyeu et boulonné à celui-ci par des goujons dont les écrous sont noyés.

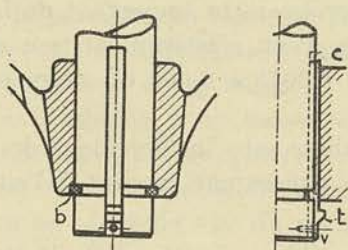


FIG. 157.

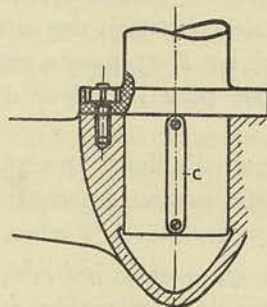


FIG. 158.

Pour éviter de faire travailler les boulons au cisaillement, on peut prolonger le bout servant au centrage d'une longueur suffisante pour le placement d'une ou de deux cales fixes (fig. 158), ou placer une cale radiale entre le plateau et le moyeu (fig. 183).

C) ROUES ET BUSELURES D'ÉTANCHÉITÉ DES TURBINES A RÉACTION

Les aubes de la roue sont généralement venues de fonte avec les flasques (fig. 159) ; pour les roues larges des types hélico-centripètes et mixtes, on utilise assez souvent des aubes en tôle, matricées, qui sont introduites dans le moule à la fonderie et qui sont ainsi incorporées aux flasques par leurs bords dentelés (fig. 160). Les roues sont généralement exécutées en fonte ; pour les chutes moyennes et les hautes chutes qui

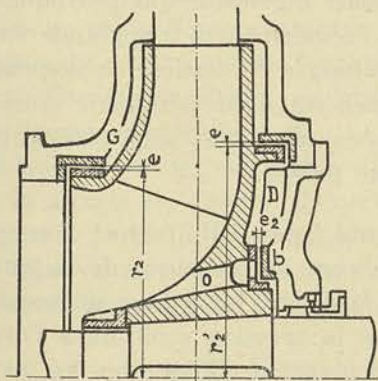


FIG. 159.

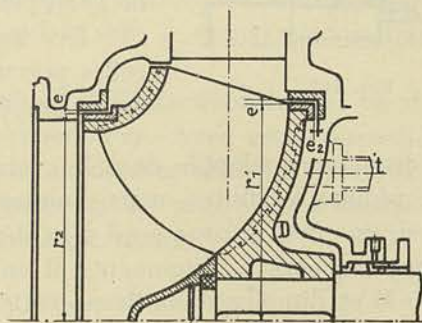


FIG. 160.

conduisent à d'assez grandes vitesses périphériques, on peut utiliser l'acier coulé et, lorsque les eaux sont acides, le bronze ; dans ce dernier cas, en vue de réduire le poids de matière employée, on rapporte sur un moyeu en acier coulé, la couronne constituant l'aubage.

Le système de la couronne rapportée sur le moyeu se justifie encore dans la construction des roues larges de grandes dimensions, par la nécessité d'éviter des tensions importantes provoquées par le retrait dans la partie des aubes en contact avec la masse du moyeu.

Quel que soit le mode de construction adopté, des dispositions doivent être prises, dans les turbines à réaction, pour réduire les fuites entre la roue et l'enveloppe, ainsi que pour assurer l'équilibrage aussi complet que possible de la poussée axiale.

On ne peut réduire le jeu entre la partie fixe et la partie mobile à une valeur telle qu'un contact puisse se produire entre les deux, car tout contact prolongé provoquerait une détérioration des surfaces et un accroissement important de la puissance absorbée par les frottements externes. Avec de l'eau relativement peu chargée, on peut descendre pour la valeur du jeu e , jusque 0,0015 à 0,002 du rayon extérieur de la roue.

On conçoit d'ailleurs que pour pouvoir réaliser sans inconvénient des jeux aussi faibles, il faille assurer un centrage parfait des paliers par rapport à l'enveloppe, et une rigidité suffisante de l'arbre.

Si faible que soit le jeu adopté, on peut se rendre compte que les fuites sont loin de jouer un rôle négligeable au point de vue du rendement total de la turbine, surtout s'il s'agit de turbines à hautes chutes. Dans celles-ci, en effet, $\varepsilon \sin \alpha_1$ est relativement très faible et la valeur de $\frac{f}{Q}$ augmente proportionnellement à $\frac{1}{\varepsilon \sin \alpha_1}$, ainsi que le montre la formule XVIII.

Le seul moyen en définitive, de réduire $\frac{f}{Q}$, lorsque la valeur adoptée pour $\frac{e}{r_1}$ peut être considérée comme une limite inférieure, est de faire décroître le coefficient k_2 , qui tient compte de la perte de charge au joint (1). Pour cela on peut allonger le joint

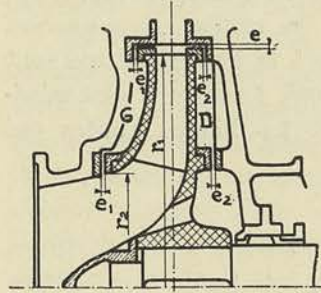


FIG. 161.

et provoquer des changements de direction du flux qui absorbent la plus grande partie de l'énergie cinétique acquise; la figure 161 donne la construction d'une roue pour haute chute (150 m. pour fixer les idées), avec bague d'étanchéité en bronze rapportée à sa périphérie. L'enveloppe est munie d'une garniture aisément amovible afin de pouvoir parer à l'usure inévitable que provoque à la sortie du distributeur, l'écoulement à très grande vitesse de l'eau plus ou moins chargée de matière en suspension.

Les bagues d'étanchéité à la périphérie ainsi que celles prévues à la hauteur de l'ouïe, sont généralement fixées par des vis à tête fraisée.

La disposition adoptée dans le système représenté figure 161, permet non seulement de réduire les fuites, mais d'amener un équilibrage automatique de la poussée axiale: si, en effet, la roue tend à se déplacer vers la droite, les jeux e_1 augmentent, tandis que les jeux e_2 diminuent; il en résulte que la pression croît dans l'espace annulaire D et diminue dans l'espace G, ce qui tend à ramener l'équilibre un instant rompu.

Nous avons donné, figure 159, une disposition possible d'équilibrage automatique pour une roue hélico-centripète étroite. Le joint de droite se trouve avoir un diamètre r'_2 sensiblement plus grand que r_2 , de façon que la différence des efforts appliqués de part et d'autre de la roue, tende à être orientée vers la droite lorsque la pression en D est voisine de celle qui règne à l'ouïe; la roue ayant une tendance dans ces conditions, à se déplacer vers la droite, l'ouverture O qui fait communiquer l'espace D avec l'ouïe, sera obturée de plus en plus par la bague b, et la contrepression s'élèvera en D

(1) Voir appendice: Calcul de la perte de charge aux joints.

jusqu'à assurer l'équilibrage de la poussée. Nous avons utilisé cette disposition avec succès, dans l'équilibrage de la poussée axiale des pompes centrifuges.

La figure 160 donne la disposition des joints pour une turbine hélico-centripète large ; l'espace D est mis en relation par le conduit *t* avec le tuyau de suction et par la manœuvre d'un robinet placé sur ce conduit, on peut régler la section d'écoulement et, partant, la pression qui règne en D ; on arrive de cette façon à réduire la poussée axiale à une valeur suffisamment faible aux différentes charges pour qu'on puisse l'équilibrer au moyen d'une butée.

Dans les turbines pour basses et très basses chutes, les couronnes assurant l'étanchéité ne sont pas rapportées : l'usure est en effet, beaucoup moins rapide, en raison des vitesses d'écoulement plus faibles, et les fuites ont beaucoup moins d'importance au point de vue du rendement.

On trouvera dans les ensembles décrits plus loin, des roues ainsi construites.

En vue de réduire les dangers de grippement lorsque les eaux utilisées sont relativement chargées, on peut pratiquer dans les couronnes d'étanchéité des rainures peu profondes dans lesquelles les particules entraînées à l'entrée du joint viennent s'amasser et se désagréger ; les remous qui se forment dans ces rainures ont d'ailleurs pour conséquence d'accroître la perte de charge totale créée par le joint, et partant de réduire les fuites.

D) DISTRIBUTEURS DES TURBINES A RÉACTION.

La question du tracé du distributeur a fait l'objet d'une étude au chapitre I ; nous n'y reviendrons pas, mais nous rappellerons qu'au point de vue réalisation, nous avons distingué deux systèmes nettement différents : l'un dans lequel la commande des aubes se fait *par l'extérieur* de l'enveloppe, l'autre dans lequel la commande se fait *par l'intérieur*.

Les figures 129 et 130 donnent des détails de construction de ces deux systèmes.

Avec le type de turbine à bêche ouverte, on peut réaliser la commande d'une manière un peu différente ; dans le système qui en résulte, et qui est dessiné figure 171, chaque aube est venue de fonte avec un bras dont l'extrémité est munie de deux pivots : l'un transmettant par bielle à l'aube qui la suit, le mouvement communiqué par celle qui la précède.

L'une des aubes est munie d'un bras renforcé à l'extrémité duquel vient s'articuler la tringle de l'arbre actionné par le servo-moteur. Avec cette disposition, on supprime le cercle de vannage qui peut opposer au déplacement, un effort de frottement relativement considérable, surtout si le graissage ne peut en être assuré convenablement, comme c'est le cas avec la commande intérieure.

E) ENVELOPPE DES TURBINES A RÉACTION.

Nous avons indiqué au § 6 du Chapitre I le tracé de l'enveloppe en volute utilisée pour les moyennes et hautes chutes.

Il reste à examiner ici les dispositions les plus courantes des tuyauteries d'alimentation et d'évacuation, dispositions qui fixent l'orientation des tubulures par rapport aux pattes d'attaches.

Si la conduite d'alimentation peut être installée en dehors de la centrale à un *niveau supérieur à celui du plancher* de celle-ci, la tubulure de la volute sera disposée horizontalement au-dessus de l'axe, ou à 45° vers le haut (fig. 162 et 163).

Si la conduite d'alimentation passe à un *niveau inférieur* à celui du plancher, plusieurs dispositions sont possibles.

La figure 184 donne celle qu'il convient d'adopter lorsque les dimensions de l'enveloppe exigent qu'une partie de celle-ci soit logée sous le plancher de façon à abaisser l'axe de la turbine à un niveau suffisamment bas pour que la surveillance des paliers et des organes de la distribution soit aisée. On voit que l'orientation de la tubulure est d'environ 45° vers le bas, de telle façon qu'on puisse la raccorder à la tuyauterie d'alimentation par l'intermédiaire d'une vanne de mise en marche, sans descendre l'axe de celle-ci au dessous d'une valeur admissible.

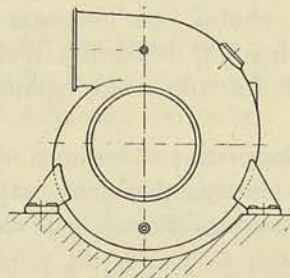


FIG. 162.

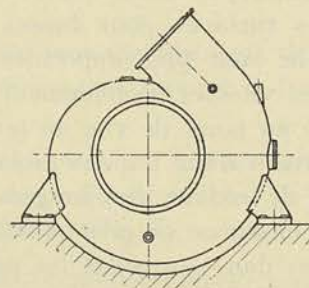


FIG. 163.

Avec la disposition de la figure 186, l'axe de la turbine ne peut être amené aussi bas, mais l'exécution de la volute se trouve simplifiée.

Lorsque la volute est coupée en deux par un plan horizontal pour faciliter le démontage de la roue (fig. 188), on peut noyer la partie inférieure dans le massif de la fondation, en même temps que la partie de la tuyauterie d'alimentation qui va de la turbine à la conduite générale, orientée dans ce cas perpendiculairement à l'axe des groupes.

Dans les applications aux basses chutes, on utilise fréquemment les turbines à axe vertical avec volute en tôles d'acier rivées, à section rectangulaire et quelquefois circulaire (fig. 181).

La volute repose alors sur la fondation par l'intermédiaire du couvercle inférieur et par des supports appliqués en trois ou quatre points également distants, répartis sur la ligne axiale de la volute.

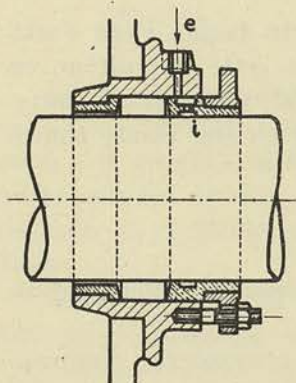


FIG. 164.

Pour simplifier la construction on utilise parfois au lieu d'une volute, une simple bache cylindrique dans laquelle se trouve logée la turbine proprement dite. La figure 178 donne un exemple d'application de la bache cylindrique à une turbine double à axe horizontal. L'enveloppe est en tôle d'acier rivée avec fond en acier coulé, renforcé par des tirants.

F) BOITES A BOURRAGE.

Les boîtes à bourrage destinées à assurer l'étanchéité de l'enveloppe aux points de sortie de l'arbre, sont construites généralement en une pièce rapportée sur l'enveloppe (fig. 164). Elles comportent une buselure de fond en bronze et un presse étoupe garni d'une buselure également en bronze; dans cette buselure est ménagée une rainure *i*, par laquelle l'huile sortant d'un graisseur compte-gouttes appliqué en *e*, est amenée d'une façon régulière sur l'arbre, en vue d'assurer le graissage de l'étoupe.

Cette étoupe constituée par des anneaux en corde de coton suiffé, légèrement pressés les uns contre les autres par le presse-étoupe, empêche les rentrées d'air dans le tube de succion.

Lorsque l'arbre possède des parties renflées aux deux extrémités, la boîte à bourrage doit être construite nécessairement en deux pièces; nous avons représenté cette disposition figure 165; les boulons *t* servent à l'assemblage du presse-étoupe, tandis que les boulons *s* assurent l'assemblage de la boîte proprement dite. La buselure de fond assurant la circulation autour de l'arbre, de l'eau amenée en *e* sous pression, est fixée par moitié, à la demi-boîte correspondante, au moyen de deux vis *v*.

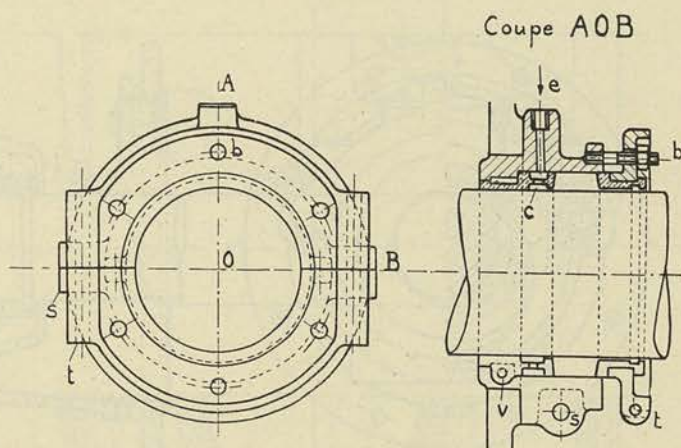


FIG. 165.

La figure 166 représente une boîte à bourrage rapportée pour très haute pression avec cuir embouti; elle est utilisée pour assurer l'étanchéité des couvercles au point de sortie des tiges de commande des aubes distributrices. L'organe destiné à presser le cuir dans la boîte est muni d'une bride ovale à deux boulons.

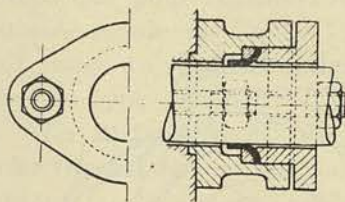


FIG. 166.

G) PALIERS ET BUTÉES.

Lorsque la pression spécifique ne dépasse pas 5 à 6 kg/cm², la vitesse périphérique 4 à 5 m/sec., et partant que le produit *pv* reste compris entre 20 et 30 kgm/sec. et par cm², on peut utiliser sans crainte, des paliers de support à graissage par bagues mobiles, sans refroidissement du bain d'huile.

Lorsque les dispositions d'ensemble le permettent, il est rationnel de construire les paliers avec une collerette permettant de centrer sur l'enveloppe et de réunir à celle-ci, le support de l'arbre.

La figure 167 donne les détails de construction d'un palier de support à deux bagues de graissage de ce type. L'arbre est supposé muni d'embases rapportées destinées à empêcher son déplacement axial sous l'action de la poussée résiduelle agissant sur la roue; ces embases sont constituées par des bagues en une pièce glissant sur l'arbre à frottement doux, et s'appuyant sur des bagues en deux pièces encastrées dans l'arbre, les premières emboîtant les secondes; une vis de pression (ou deux à 120°) empêche la rotation des bagues. Grâce à cette disposition qui rend les embases aisément amovibles, il est possible d'éviter la construction des bourrages en deux pièces. Les coussinets en deux pièces, sont garnis de métal antifricition.

On trouvera figure 184 le dessin d'un palier analogue, mais pour un diamètre d'arbre plus important avec butée en bout. Le graissage du pivot est assuré par un plateau vissé sur l'arbre qui ramène l'huile à la partie supérieure, d'où elle est raclée et dirigée sur les surfaces frottantes. Le grain est réglable au moyen d'une vis munie d'un écrou de serrage, de manière à rendre possible le réglage axial de la roue.

Nous donnons figure 168 le plan d'un palier de support et de butée combiné, à graissage par *bague centrale fixe*, destiné à être centré et fixé également sur l'enveloppe; par une bague en fonte emboîtant la canelure centrale, l'huile est ramenée du

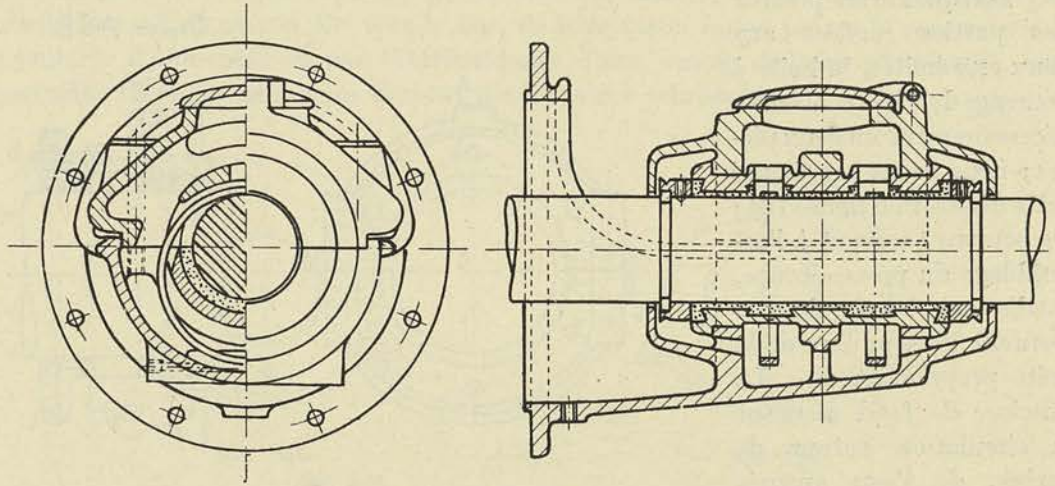


FIG. 167.

fond du palier à la partie supérieure; de là, elle est raelée et dirigée dans des canaux latéraux qui débitent dans l'axe de chacune des canelures de butée. Des conduits forés dans la partie inférieure du coussinet ramènent l'huile dans le réservoir.

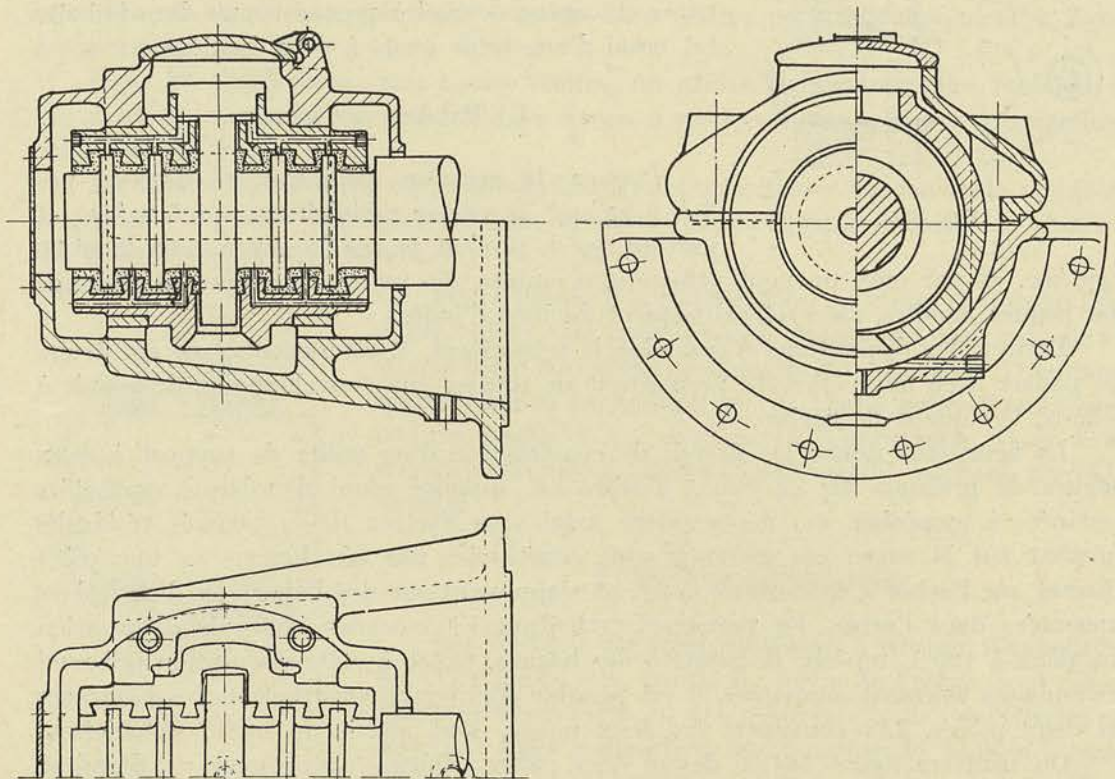


FIG. 168.

Pour les paliers de grandes dimensions, lorsque les dispositions d'ensemble ne permettent pas de rattacher les supports de l'arbre à l'enveloppe, on utilise la

construction représentée figure 169, à 2 ou à 3 bagues de graissage suivant la longueur du coussinet.

Lorsque le produit pv dépasse 25 ou 30 kgm/sec.cm^2 , il est nécessaire de prévoir une circulation d'eau dans le palier, ou une circulation forcée de l'huile, refroidie alors dans un serpentin extérieur.

La figure 169 donne la représentation d'un palier à 2 bagues de graissage avec refroidissement par circulation d'eau, celle-ci traversant une chambre ménagée entre les deux bagues; lorsque le palier comporte trois bagues, on fait entrer l'eau par l'une des chambres ménagées entre deux bagues voisines, et on la fait sortir par l'autre.

Pour supporter le poids des pièces mobiles dans les types à axe vertical, en même temps que pour équilibrer la poussée axiale résiduelle, on fait usage aujourd'hui de butées du type *Mitchell*.

La surface frottante en acier trempé du plateau constituant le support de l'arbre, repose sur des *blocs articulés* qui s'orientent automatiquement lors de la mise en marche, et prennent une inclinaison sur le plan horizontal de façon à donner lieu sous chacun d'eux, à un véritable « coin » d'huile : on peut montrer ⁽¹⁾, en s'appuyant sur la théorie de l'écoulement des fluides visqueux, que la pression de l'huile peut atteindre dans ces conditions, des pressions de 200 kg/cm^2 et plus, sans que la lame d'huile cesse d'exister.

On peut adopter avec ce système des pressions moyennes extrêmement élevées de 70 kg/cm^2 et plus, avec des vitesses de 10 et 12 m. par seconde, pour autant qu'un dispositif soit employé pour

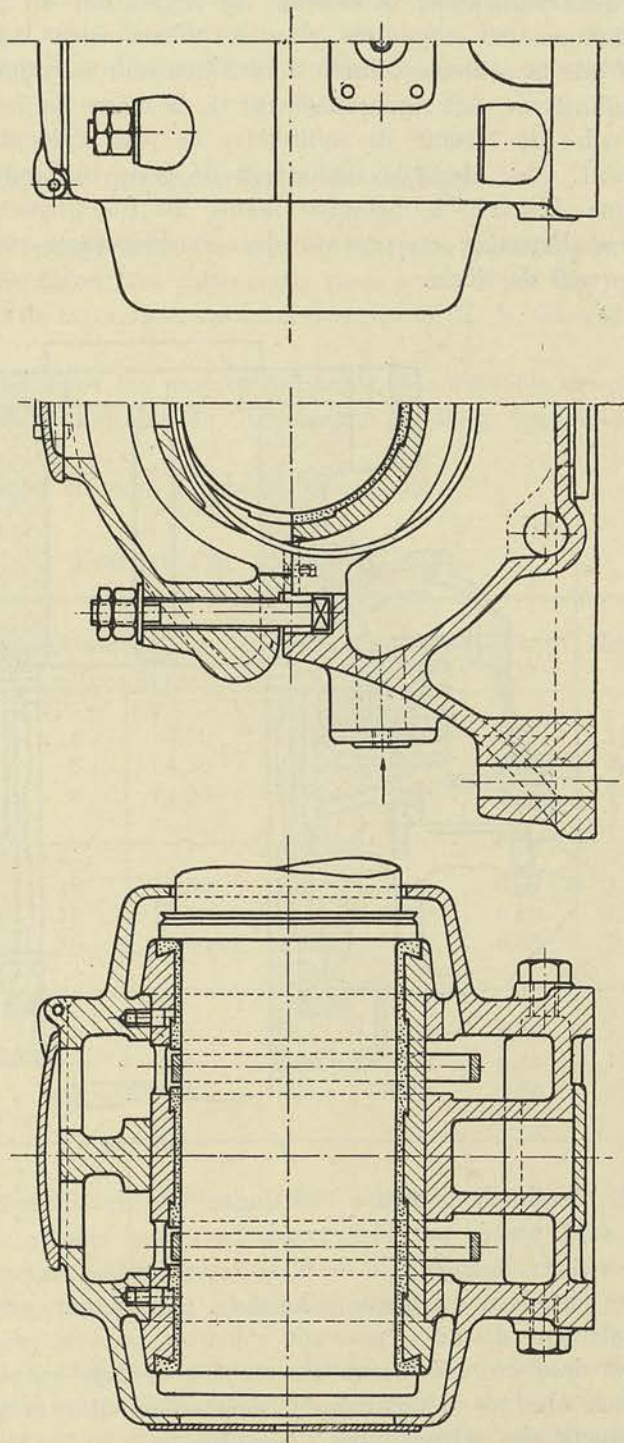


FIG. 169.

⁽¹⁾ Voir le mémoire de l'auteur dans la *Revue Universelle des Mines* du 1^{er} août 1929.

maintenir l'huile de graissage à une température moyenne suffisamment basse (45 à 50° pour fixer les idées).

Ces paliers de butées remplacent aujourd'hui les paliers à canelures qui étaient d'un fonctionnement si délicat; la réalisation du principe sur lequel repose leur fonctionnement, exige que tous les blocs *soient exactement à la même hauteur*, de façon que la pellicule d'huile dont l'épaisseur moyenne descend à quelques centièmes de millimètres, soit rigoureusement de la même forme sous tous les blocs. Un réglage de l'ordre de $1/1000^e$ de millimètre ne peut évidemment être obtenu qu'automatiquement. C'est dans la réalisation de cette automaticité que réside l'invention du système *Mitchell*, le principe même du fonctionnement ayant été découvert par *Osborne Reynolds*, en partant des considérations purement théoriques, il y a plus d'un quart de siècle.

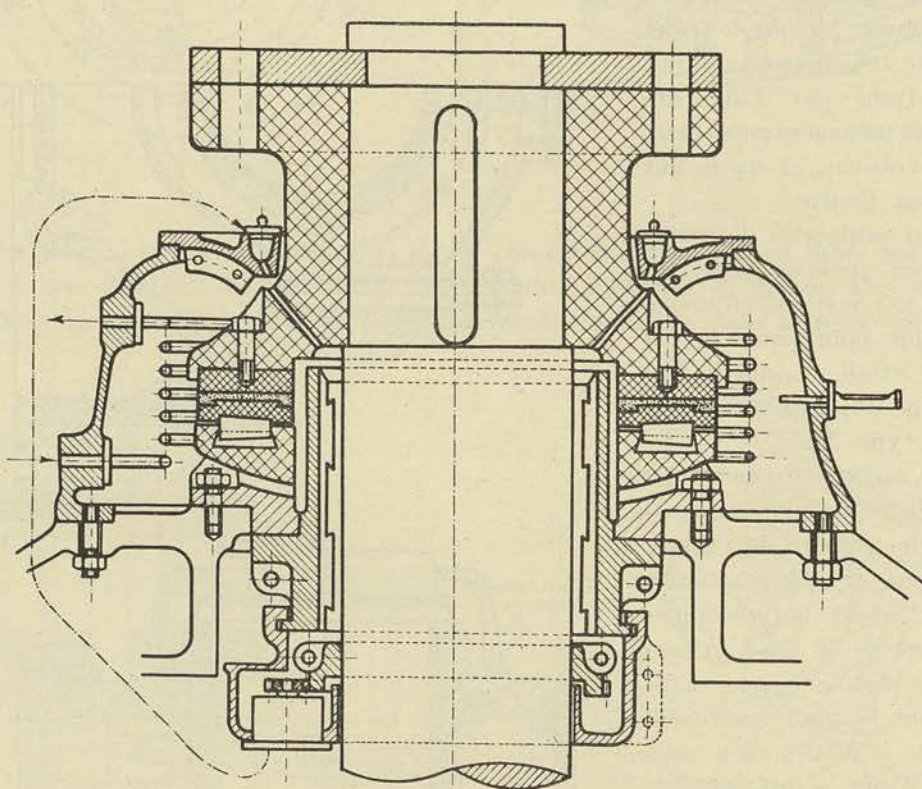


FIG. 170.

Le dessin de la figure 170 donne une des dispositions adoptées à cette fin. Les blocs sont portés par l'intermédiaire d'une calotte sphérique en acier trempé dur, sur des faces inclinées de deux secteurs voisins engagés à frottement doux dans une rainure circulaire en queue d'hironde. Ces secteurs en nombre égal à ceux des blocs, et également distants, peuvent s'écarter sous la pression exercée par ceux-ci : on conçoit dans ces conditions comment le réglage automatique peut s'opérer, les blocs les plus chargés déterminant l'écartement des secteurs voisins et le relèvement subséquent des autres blocs.

La surface de glissement des blocs est garnie de métal blanc, l'anneau porteur est en acier trempé. Tout l'ensemble de la partie fixe repose sur une surface sphérique et est baigné par l'huile refroidie au moyen d'un serpentín. Le système dessiné se rapporte au cas particulier d'une butée de soutien munie d'une buselure de guidage.

Le graissage de celle-ci est assuré par une pompe reprenant l'huile en dessous du coussinet et la refoulant à la partie supérieure de l'anneau porteur.

Le plus souvent cette buselure de guidage est indépendante du palier de butée; elle est alors remplacée par une tubulure de faible épaisseur, distante de l'arbre de quelques millimètres et n'ayant d'autre fonction que de maintenir dans le réservoir d'huile, un niveau suffisant pour que les surfaces frottantes soient constamment baignées par le lubrifiant.

§ 4. — Description de quelques types de turbines.

En vue de rendre plus intéressante cette description des principaux types et de permettre leur comparaison d'une façon plus saisissante, nous avons réuni dix projets répondant à des données choisies de façon que, *des trois éléments Q, H, N, un seul varie* en passant de l'un à l'autre.

Les figures 171 à 192 reproduisent les projets remaniés et complétés des élèves mécaniciens de la quatrième année d'études de l'Université de Liège (année académique 1922-1923).

Les projets peuvent se grouper suivant le tableau ci-dessous :

TABLEAU IX

Type de turbine	Figure	Q m ³ /sec.	H' _m	N t/min.	N _e HP	R	Echelle
Très basses chutes, à bêche ouverte.	171	3	4,50	250	140	2,5	1/25
	173	3	4,50	250	140	2,5	1/25
	175	6	4,50	250	280	5,0	1/25
Basses chutes à bêche fermée ou à enveloppe.	178	18	17,50	150	3500	0,80	1/25
	181	18	17,50	150	3500	0,80	1/25
	183	36	9,00	150	3500	3,85	1/25
Chutes moyennes à enveloppe.	184	6	50	250	3500	0,15	1/25
	186	6	50	375	3500	0,35	1/25
	188	6	50	500	3500	0,60	1/25
Très haute chute, type <i>Pelton</i> .	191	2,12	320	300	7000	0,0021	1/25

A) TURBINES POUR TRÈS BASSES CHUTES.

Pour les très basses chutes, on utilise la turbine à bêche ouverte à axe horizontal ou vertical. Le type à axe vertical est particulièrement approprié pour les très faibles hauteurs et pour les grands débits car on évite avec lui le coude du tuyau d'évacuation et les pertes par tourbillonnement qui résultent de sa présence à l'entrée du tuyau de suction.

Les projets de ce groupe se rapportent à des turbines d'assez faible puissance (140 et 280 chevaux), qui peuvent être exécutées aussi bien dans le type vertical

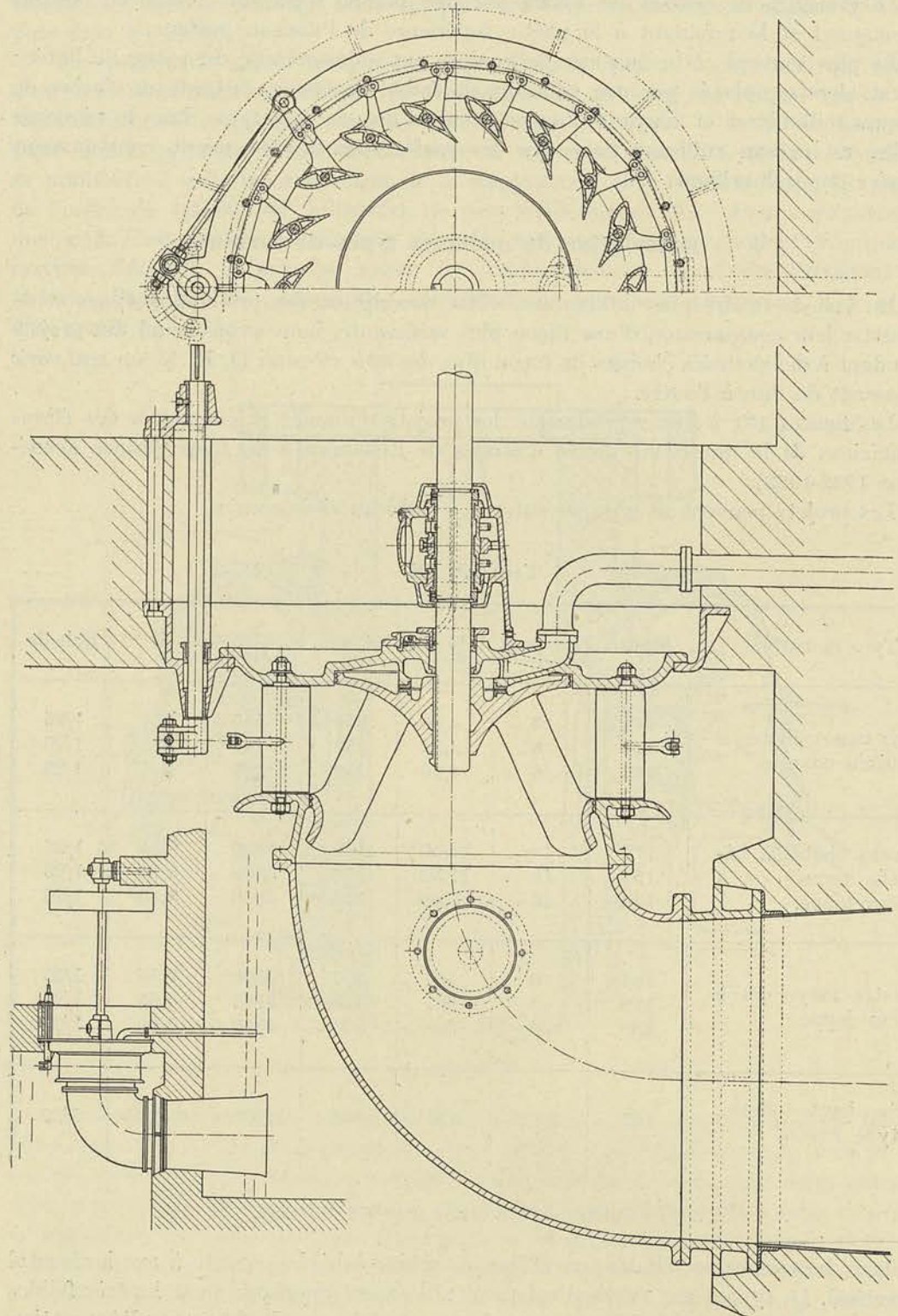


Fig. 172. (Echelle 1/125).

Fig. 171. (Echelle 1/25).

que dans le type horizontal. Elles sont étudiées pour faire partie d'une série, de manière qu'il soit possible de les employer pour des chutes comprises entre 2 et 8 m, pour autant que les données Q , H et N conduisent à des valeurs du coefficient R comprises entre 2 et 2,5, c'est-à-dire des valeurs dépassant quelque peu celles que nous nous

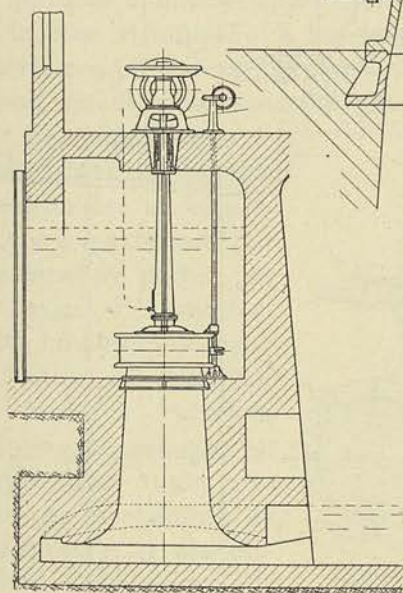
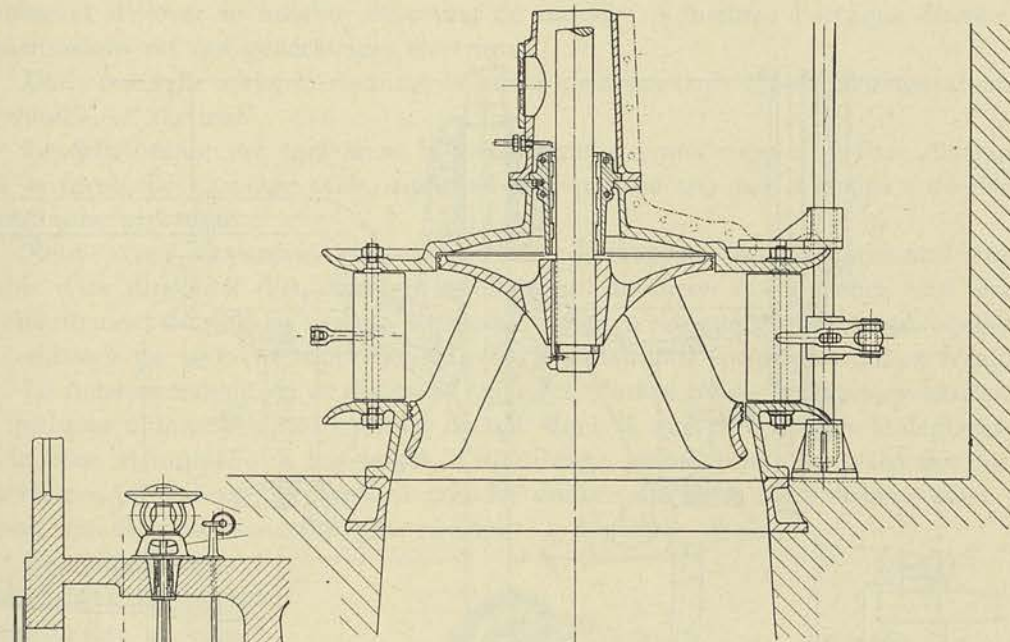


FIG. 174.
(Echelle 1/125).

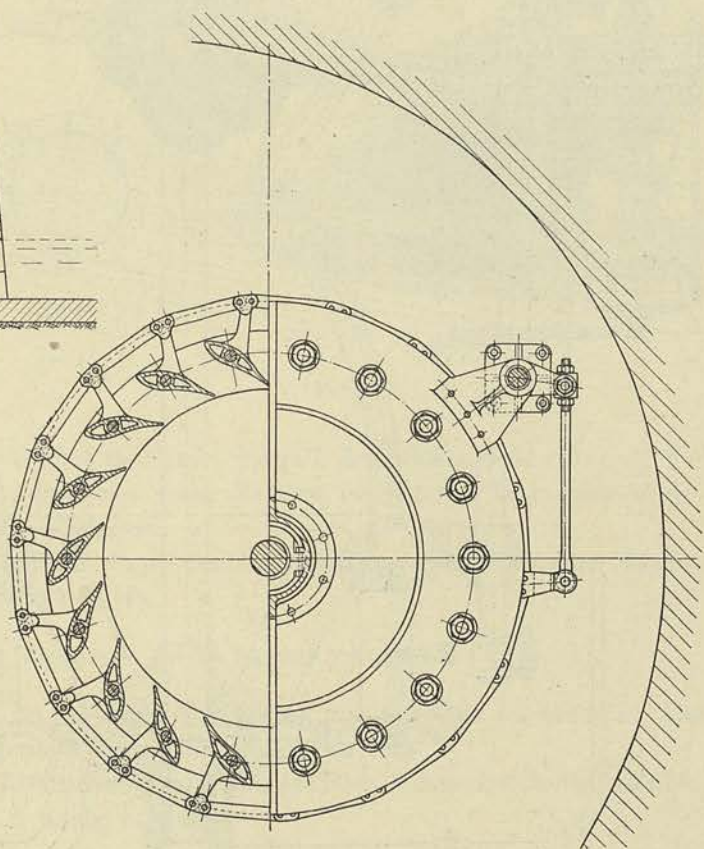


FIG. 173. (Echelle 1/25).

étions fixées comme limite du type mixte large. Avec ces valeurs élevées de R , on ne peut guère tabler que sur un rendement compris entre 0,75 et 0,80, mais on est conduit à des dimensions minima qui permettent d'abaisser le prix de revient de la

Fig. 176. (Echelle 1/125).

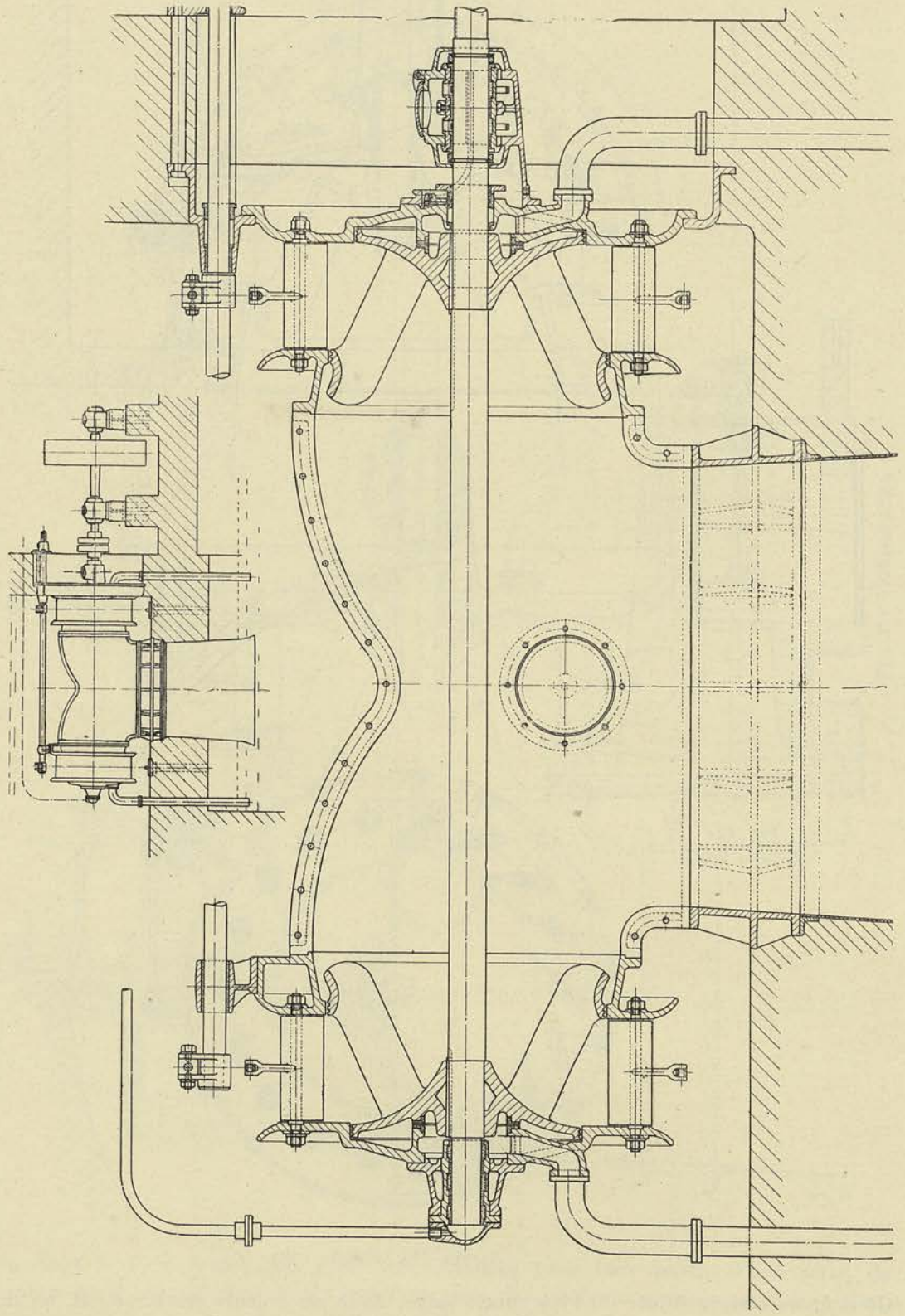


Fig. 175. (Echelle 1/25).

turbine et d'élever le nombre de tours, de manière à faciliter l'attaque directe des transmissions ou des génératrices électriques.

Dans une telle série, la roue est la même pour les trois types : horizontal simple ou double, et vertical.

Le distributeur est également le même : nous avons supposé à titre d'exemple, que le cercle de vannage était supprimé et remplacé par une « chaîne » décrite au paragraphe précédent.

Nous avons également supposé que les deux types à axe horizontal étaient munis d'un dispositif d'équilibrage automatique de façon à supprimer tout danger d'échauffement du palier : lorsque la poussée axiale n'est que partiellement équilibrée, les embases ne peuvent supporter, en effet, les pressions spécifiques qui en résultent.

Le fonctionnement de ce dispositif exige que l'arbre puisse se déplacer axialement de quelques millimètres ; les embases ne sont donc là que pour limiter le déplacement de la roue et suppléer à un défaut d'équilibrage momentané. Le tracé des formes extérieures est exécuté de façon à pouvoir donner au fond une courbure assez prononcée qui le rend beaucoup plus résistant, à épaisseur égale.

On peut éviter le porte-à-faux en prolongeant l'arbre et en soutenant son extrémité par une buselure portée par le tuyau d'évacuation. Cette buselure soustraite à l'action de l'eau par un couvercle extérieur étanche est graissée au moyen d'un tuyau venant de la chambre de transmission et aboutissant à celui-ci, ainsi que cela est indiqué dans le dessin de la fig. 175 pour le type à deux roues.

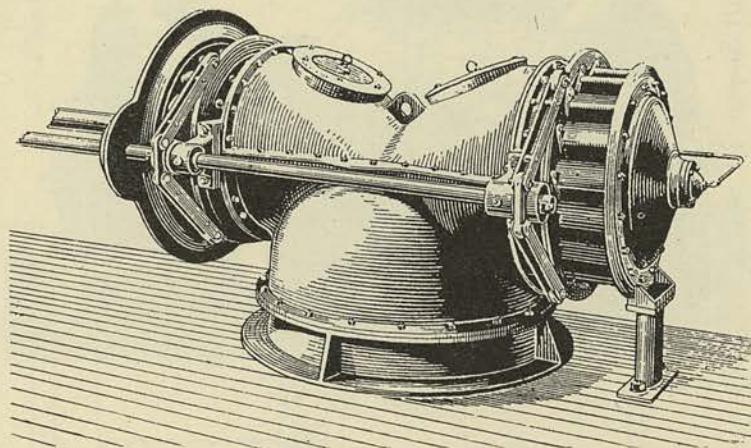


FIG. 177.

Avec le type vertical, on peut descendre jusqu'à des hauteurs de chute de 1 m 50 et moins, même pour des puissances assez élevées, en logeant la turbine dans une chambre spéciale alimentée en syphon.

La figure 177 donne la vue d'une turbine identique à celle dessinée figure 175, construite par la maison Escher-Wyss.

B) TURBINES POUR BASSES CHUTES.

Pour les basses chutes on est forcé d'employer une chambre en béton et, lorsque les hauteurs dépassent nettement 10 m., une huche en tôle.

Nous donnons figure 178 l'ensemble d'une turbine à axe horizontal double, de 3500 chevaux à 150 tours, à huche en tôle.

Les données :

$$\begin{aligned} N_e &= 3500 \text{ chevaux} & H &= 17 \text{ m. } 50 \\ N &= 150 \end{aligned}$$

conduisent à une valeur de R égale à 0,400 si on dédouble la turbine.

L'enveloppe en tôle est rivée à des couronnes en acier coulé sur lesquelles viennent se boulonner les couvercles. Le diamètre de ceux-ci est déterminé par les dimensions du double coude faisant communiquer l'ouïe des roues avec le tube de succion ; ce

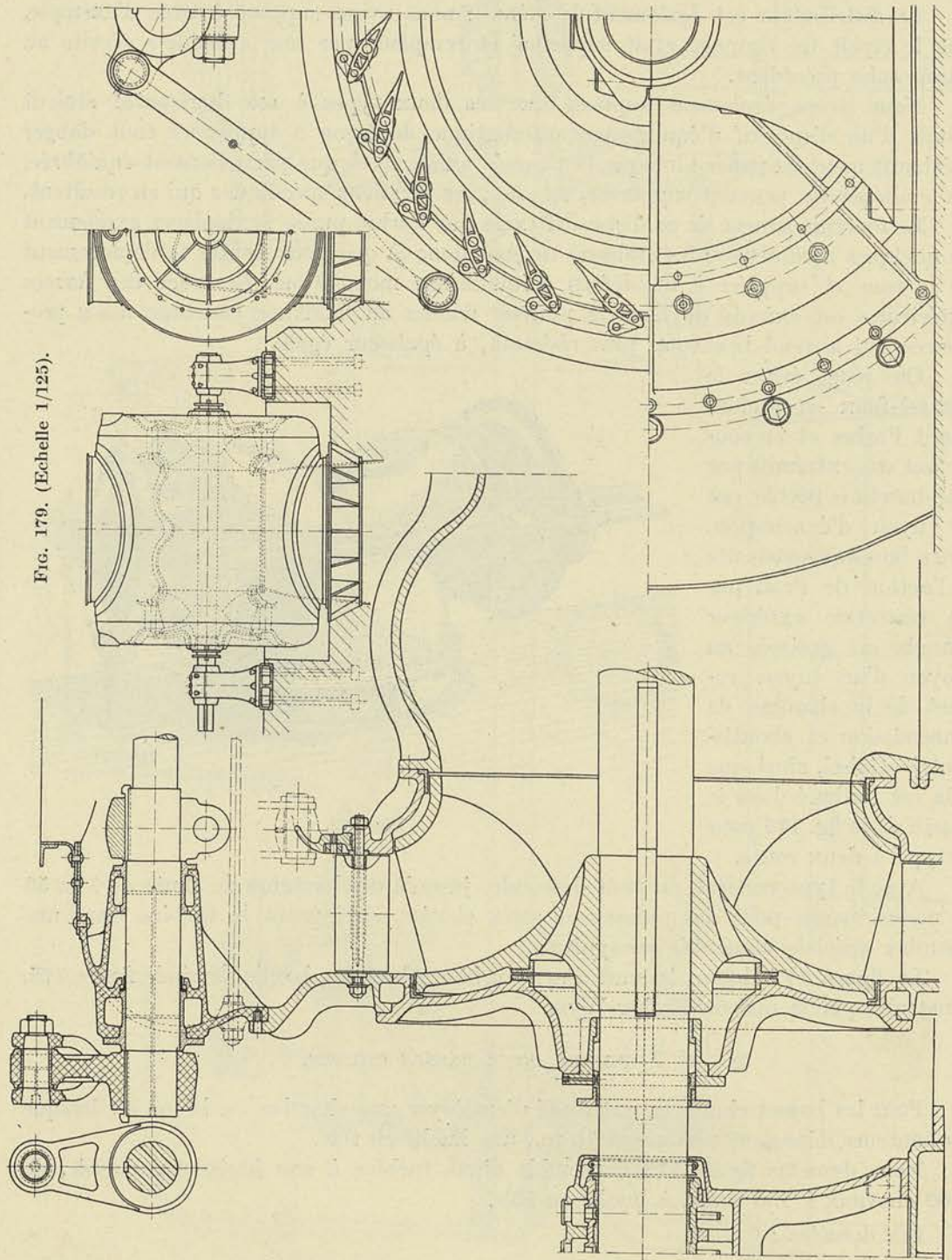


FIG. 179. (Echelle 1/125).

FIG. 178. (Echelle 1/25).

double coude supposé en une pièce, doit pouvoir être introduit en le faisant glisser axialement, le collet inférieur de liaison avec le tube de succion étant relevé à un niveau légèrement inférieur à l'axe.

Le démontage des roues peut s'effectuer en les décalant de l'arbre, et en les faisant glisser vers l'extérieur, de part et d'autre de l'enveloppe.

Les cercles de vannage intérieurs sont actionnés par des tringles, rattachées à des doubles leviers calés sur un arbre parallèle à l'axe de la turbine; cet arbre porté aux deux extrémités sur les fonds, est commandé extérieurement par un levier en relation avec le servo-moteur du régulateur.

Ici encore nous avons supposé qu'un dispositif d'équilibrage automatique était réalisé, malgré la présence des roues à ouïes opposées qui tendent à s'équilibrer d'elles-mêmes.

Les paliers sont ici isolés de l'enveloppe et s'appuient sur la fondation par l'intermédiaire de socles isolés; le montage est de ce fait rendu plus délicat, car il s'agit d'orienter ces paliers par rapport à l'enveloppe, de façon à faire coïncider rigoureusement l'axe passant par le centre des bourrages, avec l'axe passant par le centre des paliers.

La figure 180 donne la vue d'une turbine de plus faible puissance mais d'une forme analogue, construite par la maison Escher-Wyss.

Le deuxième projet de ce groupe répond aux mêmes données, mais il utilise le type vertical. Sous peine d'être conduit à des complications qui ne sont plus admises aujourd'hui, on doit rejeter le type à deux

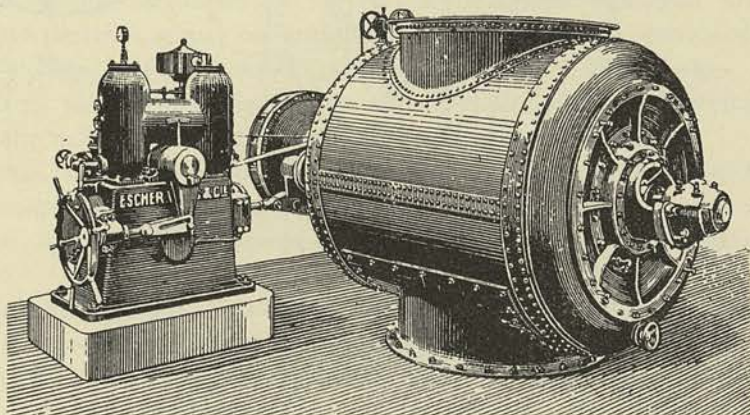


FIG. 180.

roues; dans ces conditions, les données correspondent à $R = 0,800$ environ, c'est-à-dire à une roue du type mixte.

Nous avons supposé (fig. 181) que la volute était construite à section rectangulaire en tôles d'acier rivées sur cornières, les parois étant renforcées par des traverses en double T.

Les couvercles de l'enveloppe sont boulonnés sur des couronnes en acier coulé, rivées sur la volute en tôle, et reliées entre elles par des nervures capables de supporter toute la charge appliquée sur les fonds et sur la moitié de la surface projetée de la volute. L'arbre est guidé dans une longue buselure, garnie de métal blanc et graissée d'une manière continue à la partie supérieure; l'absence de bourrage à la partie inférieure rend difficile la récupération de cette huile, qui a une tendance à être aspirée par la dépression régnant à l'ouïe de la roue.

L'arbre est supposé soutenu par une butée du genre *Mitchell*, non dessinée, placée à la partie supérieure de l'alternateur qu'il commande.

L'attaque des aubes distributrices est faite par un anneau extérieur dont la forme est étudiée de façon à supporter rationnellement les axes des biellettes et les deux axes des tringles du servo-moteur, tout en présentant un grand moment d'inertie transversal.

Le troisième projet du groupe envisagé, correspond à une valeur de R voisine de 4 :

$$N_e = 3500 \text{ chevaux} \quad H = 9 \text{ m.} \quad N = 150 ;$$

c'est dire qu'il utilise un type relativement courant aujourd'hui.

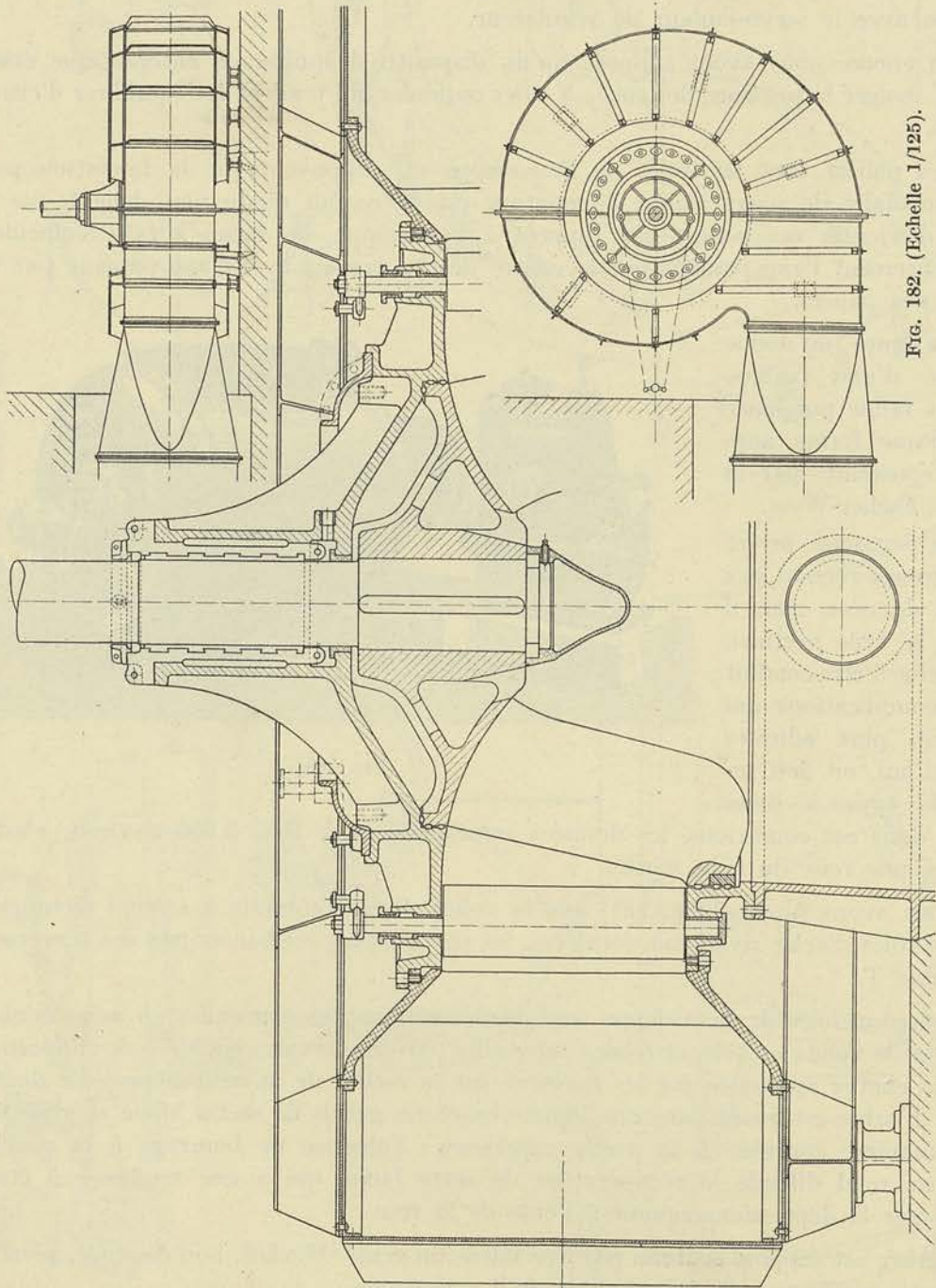


Fig. 182. (Echelle 1/125).

Fig. 181. (Echelle 1/25).

Nous avons adopté la roue du type en hélice, avec support de butée faisant corps avec la turbine (fig. 183, Pl. I).

Les dimensions considérables du fond exigent une construction de deux pièces au moins, assemblées par boulons; des ouvertures ménagées à la partie supérieure

permettent le serrage de ces boulons et l'accès du presse-étoupe ainsi que de la pompe de circulation d'huile du coussinet de guidage.

L'arbre venu de forge avec un plateau est boulonné sur le moyeu de l'hélice par des boulons d'assemblage ne travaillant pas au cisaillement, l'effort de torsion étant transmis par une cale enclavée dans le plateau.

La détermination de la section à l'encastrement de l'hélice repose sur la connaissance de la poussée axiale due à l'hélice. Il serait possible en suivant une voie analogue à celle que nous avons adoptée dans l'étude des hélices aériennes ⁽¹⁾, de déterminer la poussée axiale théorique; les calculs auxquels on serait conduit sont toutefois relativement compliqués et il ne nous a pas été possible d'adopter une méthode aussi rigoureuse; des calculs sommaires basés sur cette hypothèse que la résultante de la poussée axiale et de l'effort tangentiel est approximativement bissectrice de l'angle formé par les directions définies par les angles β_1 et β_2 , il résulte que cette poussée atteint, dans l'exemple traité, une valeur supérieure à 8000 kg.

Pour équilibrer cette poussée relativement élevée, on pourrait faire venir de fonderie avec la roue, une flasque rattachée au moyeu; cette flasque formerait une sorte de piston hydraulique derrière lequel on maintiendrait une pression voisine de la pression de sortie de l'aubage, par le procédé indiqué sur la figure 183 Pl. 1.

A moins de donner à ce plateau des dimensions considérables, il n'est toutefois pas possible de compter sur celui-ci pour équilibrer la poussée.

Nous nous sommes donc borné à faire tomber à une valeur voisine de la pression d'émission, la pression agissant derrière la couronne formée par le moyeu proprement dit, et à prévoir une butée spéciale faisant corps avec la turbine et non avec l'alternateur.

Un couvercle en deux pièces portant le bourrage, donne accès à ces boulons pour le démontage de la roue; la buselure de guidage est portée dans un manchon en deux pièces qui, enlevé, permet de livrer passage au plateau venu de forge avec l'arbre.

Le graissage de la buselure est assuré par une pompe rotative à palette logée dans le réservoir suspendu au manchon; cette pompe est commandée par une roue dentée faisant corps avec un plateau calé sur l'arbre et formant coupe-huile; cette pompe reprend l'huile au réservoir, et la refoule à la partie supérieure de la buselure.

Un mode de graissage identique est adopté pour la buselure supérieure; en ce qui concerne les détails du palier de butée, nous renvoyons le lecteur au paragraphe précédent.

La commande des aubes distributrices est extérieure; l'arbre d'attaque actionné par le servo-moteur, est vertical et est soutenu par la paroi de la cuve qui limite la volute. Celle-ci est réalisée dans le massif de béton armé et renforcée par des tirants reliant les couronnes venues de fonte avec la cuve.

c) TURBINES POUR CHUTES MOYENNES.

Pour les turbines à chute moyenne dont le débit ne dépasse pas 6 à 7 m³ par seconde, les types à axe horizontal sont généralement préférés, étant donné la plus grande accessibilité des différents organes de la distribution, leur facilité de surveillance et d'entretien.

Pour des débits plus élevés les dimensions d'encombrement de la volute et du tuyau coudé d'évacuation conduisent presque inévitablement à l'adoption du type vertical. Nous avons choisi pour faire ressortir l'influence du nombre de tours, une

(1) Voir à ce sujet « Les hélices aériennes », de l'auteur (Edition Béranger).

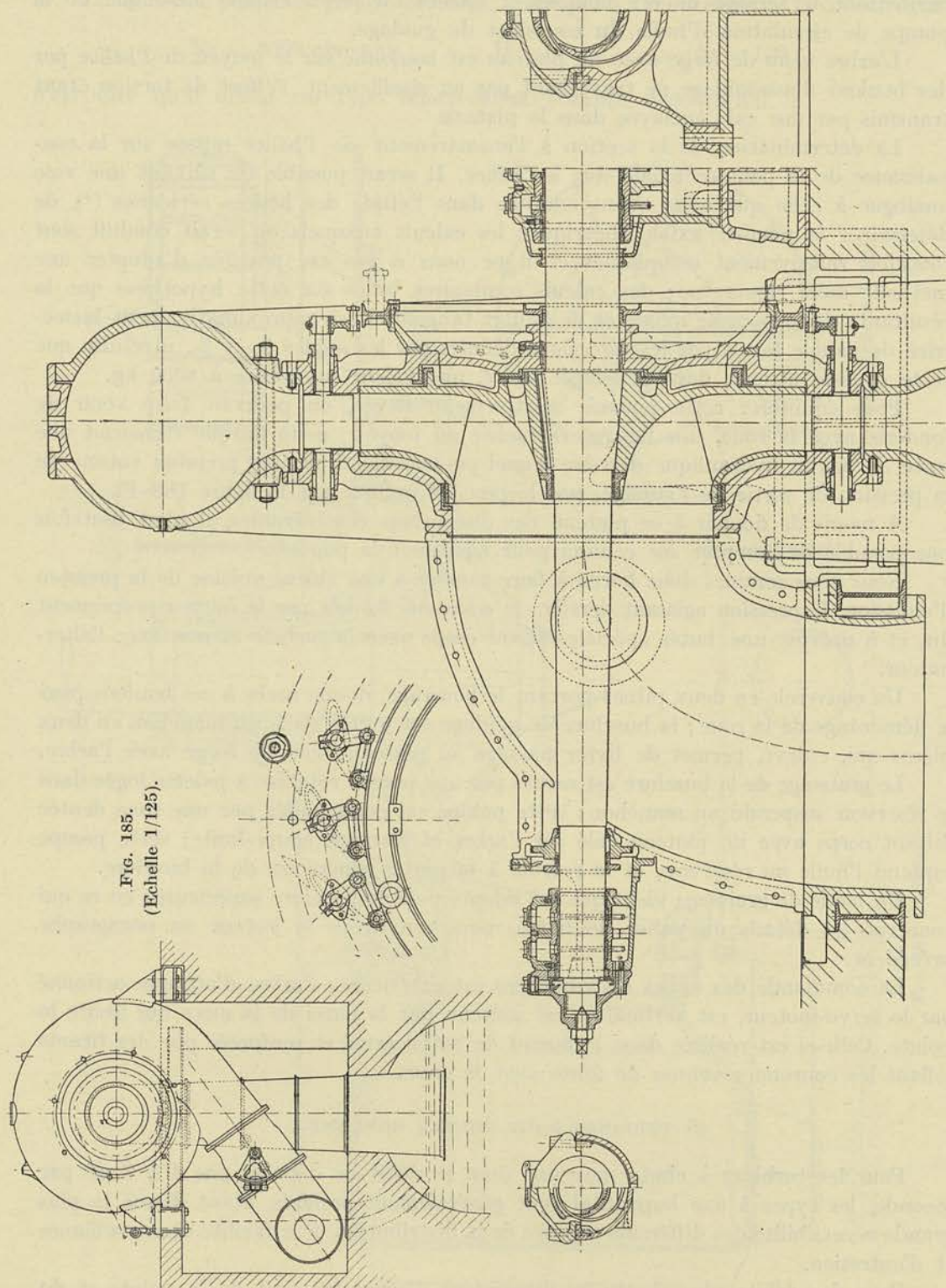


FIG. 185.
(Echelle 1/125).

FIG. 184. (Echelle 1/25).

hauteur de chute de 50 m. et une puissance de 3500 chevaux effectifs, et nous nous sommes imposé successivement les vitesses de 250, 375, 500 tours par minute.

Le nombre de tours de 250 est manifestement inférieur à celui adopté par les constructeurs qui, pour réduire les dimensions et le prix de revient du groupe

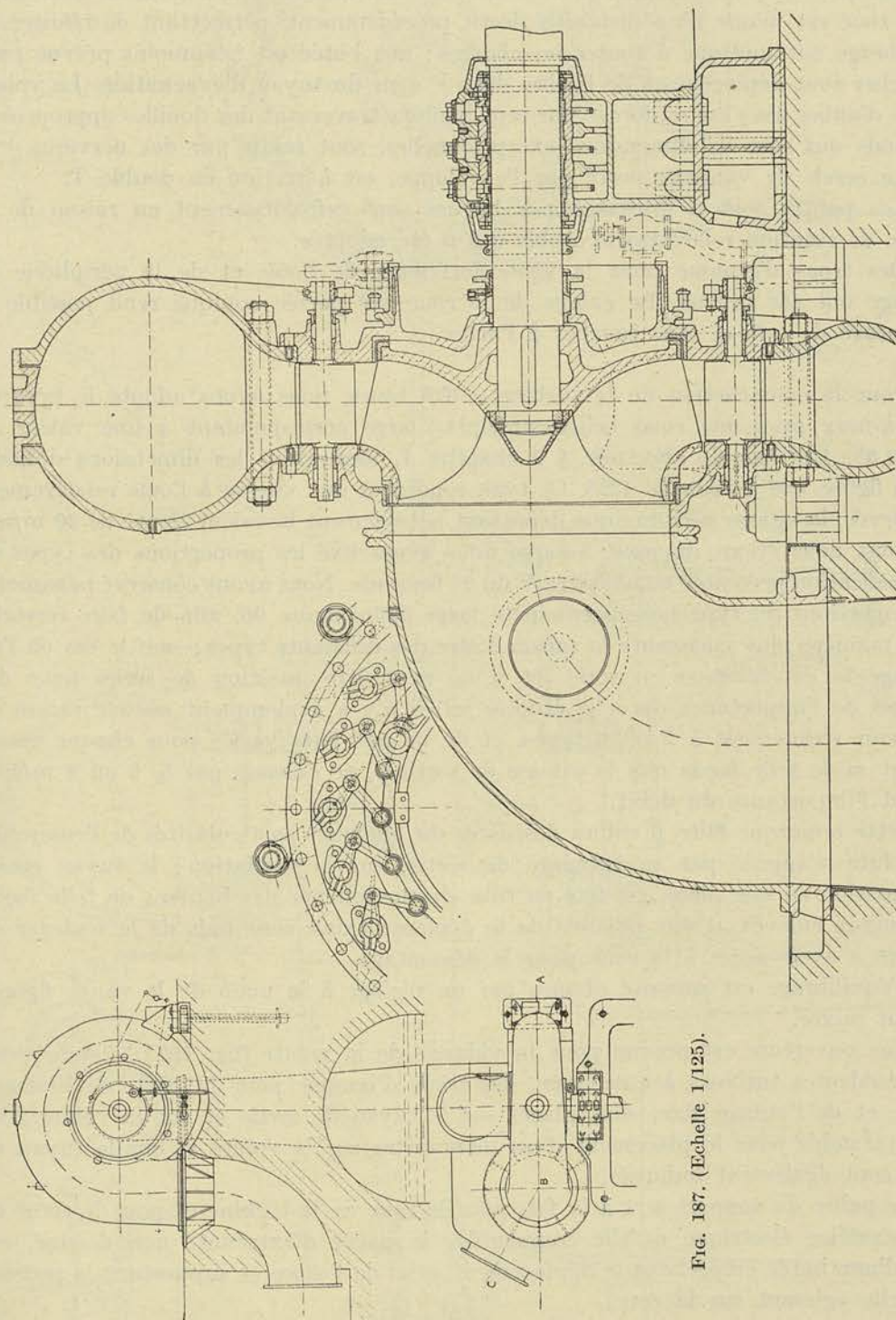


FIG. 186. (Echelle 1/25).

FIG. 187. (Echelle 1/125).

turbine-alternateur, choisissent une valeur de N aussi élevée que possible, de manière à utiliser le type hélico-centripète large ou le type mixte étroit.

Avec $N = 250$ les calculs effectués au chapitre I, 4^e fascicule, conduisent au type hélico-centripète étroit. L'étude du tracé des aubes mobiles a été faite au § 3 du chapitre I, 4^e fascicule, celle du tracé des aubes fixes au § 5 du même chapitre.

La volute est supposée en une pièce (fig. 184), le tuyau d'évacuation en deux pièces séparées par un joint vertical. Cette disposition rend la roue relativement accessible. Cette roue est munie d'un dispositif décrit précédemment, permettant de réaliser un équilibrage automatique à toutes les charges; une butée est néanmoins prévue pour empêcher tout déplacement de l'arbre dans le sens du tuyau d'évacuation. La volute munie d'aubes fixes est renforcée par sept boulons traversant des douilles appropriées; les fonds qui sont de dimensions exceptionnelles, sont raidis par des nervures.

Le cercle de vannage porté par l'enveloppe, est à section en double T.

Les paliers sont à graissage par bagues sans refroidissement en raison de la vitesse de rotation relativement faible qui a été adoptée.

Des trous d'homme pour la visite intérieure de l'ouïe et de la périphérie de l'aubage ont été prévus. Le calage de la roue sur portée conique rend possible le démontage de celle-ci sans toucher à l'arbre.

Pour la construction de la turbine à 375 tours, nous avons adopté le type en porte-à-faux avec une roue hélico-centripète large correspondant à une valeur de $R = 0,35$. Les calculs effectués § 2 chapitre I, fournissent les dimensions données par la figure 186 à l'échelle 1/25. Ce type conduit à une vitesse à l'ouïe relativement très élevée, la vitesse périphérique dépassant notablement la valeur limite de 20 m/sec. que nous nous étions imposée, lorsque nous avons fixé les proportions des types de la classification présentée au chapitre V du 2^e fascicule. Nous avons conservé néanmoins les proportions du type hélico-centripète large défini figure 96, afin de faire ressortir d'une manière plus saisissante la raison d'être des différents types; sauf le cas où l'on envisage la construction en série (et il ne peut être question de séries pour des turbines de l'importance de celle étudiée ici) il n'y a évidemment aucune raison de s'en tenir strictement à 5 ou 6 types, et de ne pas faire varier pour chaque cas le rapport m de telle façon que la vitesse de sortie c_s ne dépasse pas 5, 6 ou 8 m/sec., suivant l'importance du débit.

Cette remarque faite, il suffira d'insister sur quelques particularités de l'ensemble. La volute s'appuie par sa tubulure de sortie, sur la fondation; le tuyau coudé d'évacuation en une pièce, est fixé au tube de succion par des boulons de telle façon que ceux-ci enlevés, il soit possible de le déplacer axialement puis de le soulever de manière à avoir accès à la roue pour le démontage.

L'équilibrage est supposé obtenu par un réglage à la main de la vanne figurée en trait mixte.

Une ouverture est prévue pour la vidange de la volute (fig. 187); comme pour les précédentes turbines à enveloppe, des trous d'homme pour la visite de l'aubage mobile et de l'aubage fixe, sont placés sur le tuyau de sortie et sur la volute. Des trous taraudés pour le placement d'un manomètre sur la volute et sur le tuyau de sortie sont également indiqués.

Le palier du support sert à la fois pour la roue de la turbine et pour le rotor de la génératrice électrique qu'elle commande; le palier d'extrémité non dessiné, est muni d'une butée empêchant le déplacement axial de l'arbre et supportant la poussée résiduelle agissant sur la roue.

En ce qui concerne la turbine à 500 tours, nous avons adopté le type mixte étroit à double ouïe, la valeur de R atteignant dans ce cas 0,6 pour l'ensemble.

Nous avons adopté la construction avec volute coupée en deux par un plan horizontal, de manière à faciliter le démontage de la roue (fig. 189). Celle-ci est calée

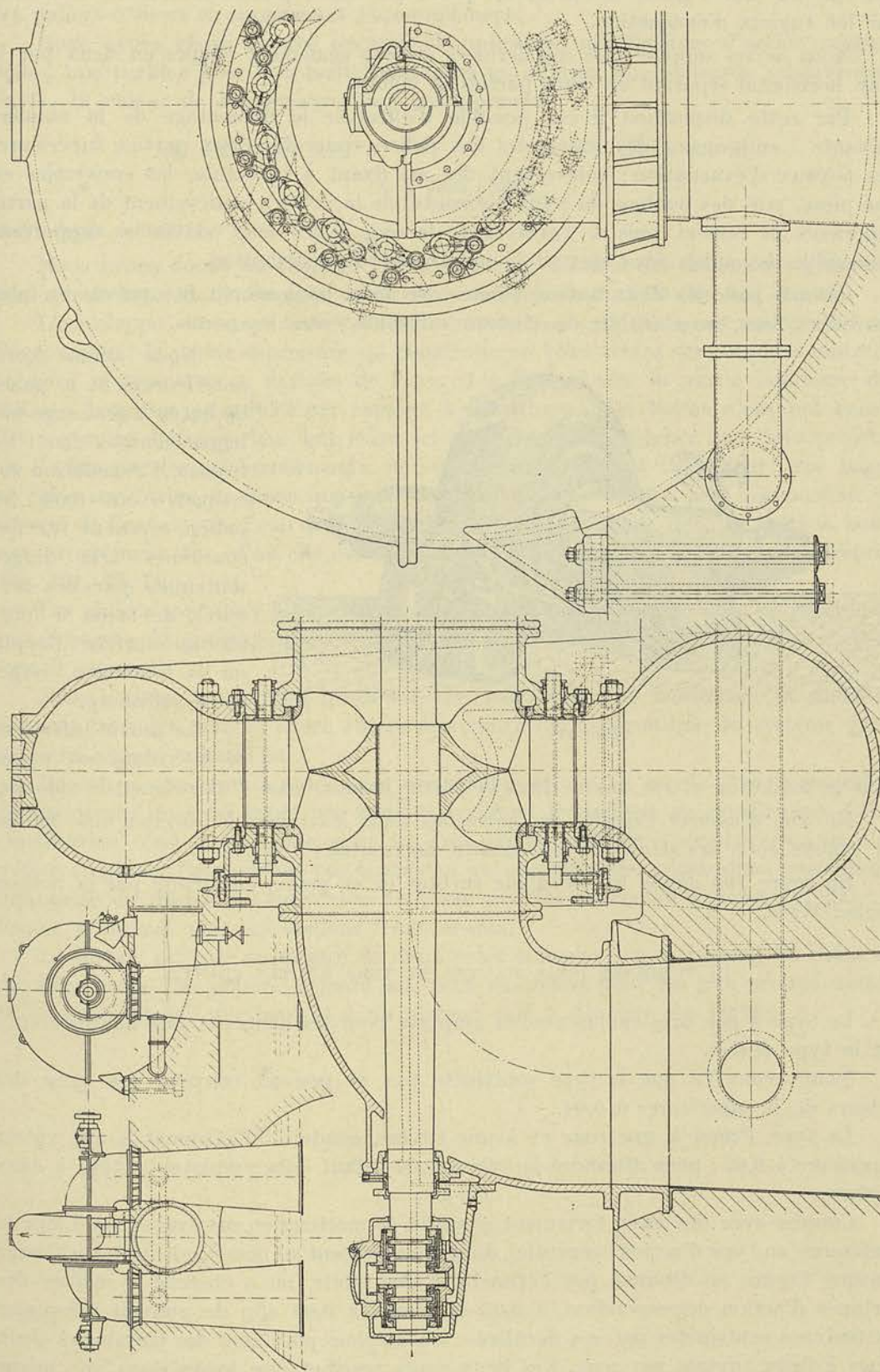


FIG. 189. (Echelle 1/125).

FIG. 188. (Echelle 1/25).

par cale fixe sur l'arbre, et l'arbre est porté par deux paliers centrés et boulonnés sur les tuyaux d'évacuation.

Nous avons supposé que ces derniers étaient également coupés en deux par le plan horizontal séparant en deux parties la volute.

Par cette disposition il est possible d'effectuer le démontage de la manière suivante : enlèvement des couvercles des paliers, puis des deux parties supérieures des tuyaux d'évacuation ; enlèvement des vis fixant à la volute, les couvercles en une pièce, puis des boulons du joint horizontal de la volute ; soulèvement de la partie supérieure de celle-ci, puis de l'arbre avec la roue et les deux couvercles supportant l'ensemble des aubes fixes et tout le mécanisme de distribution.

Comme pour les deux autres volutes, de forts boulons ont été prévus en plus des aubes fixes, pour établir une liaison suffisante entre les parois.

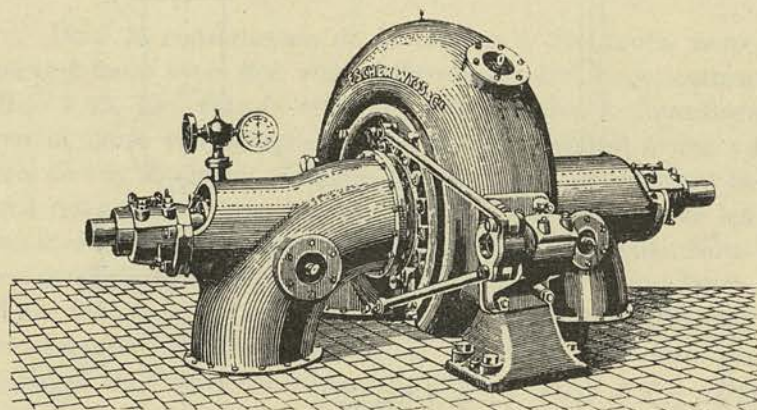


FIG. 190.

Nous avons décrit antérieurement le palier de butée à graissage par bague centrale fixe ; les tuyaux d'évacuation sur lesquels sont fixés les paliers reposent sur des couronnes très larges soutenues par des nervures, de façon à fournir une surface d'appui sur la fondation, largement suffisante.

La partie inférieure de la volute est noyée

dans la fondation et est munie dans la partie la plus basse d'un robinet de vidange.

En vue d'assurer l'égalité des pressions dans les tubes de succion, une liaison est établie entre les deux par un conduit horizontal.

La figure 190 donne la vue d'une turbine de ce genre, construite par la maison Escher-Wyss.

D) TURBINES POUR HAUTES ET TRÈS HAUTES CHUTES.

Le type à peu près exclusivement employé pour les hautes et très hautes chutes est le type *Pelton*.

Nous avons vu que le type centripète pur ne pouvait convenir que pour des valeurs de R supérieures à 0,04.

Le type *Pelton* à une roue et à une tuyère, conduit difficilement à une valeur supérieure à 0,02 ; pour atteindre la valeur 0,04 il faut donc employer le type à deux tuyères.

Comme avec des eaux fortement chargées de matières en suspension, on donne la préférence au type d'action tangentiel, dont le rendement se maintient mieux à l'usage puisque l'usure ne diminue pas l'étanchéité des joints, on a cherché à réaliser des turbines d'action correspondant à 0,06 et même à 0,08 afin de pouvoir remplacer les turbines centripètes par ces dernières ; on emploie pour cela des turbines à deux roues à deux tuyères par roue. Ces deux roues peuvent être logées dans une même bache, mais on préfère aujourd'hui en vue de réduire le prix de revient du groupe,

les caler en porte-à-faux de part et d'autre de l'alternateur, réduisant ainsi le nombre des paliers à deux et supprimant l'accouplement.

Nous avons choisi comme exemple d'application des turbines d'action tangentielle, une turbine pour très haute chute 300 m. et pour une puissance relativement élevée, la valeur de R correspondant aux données :

$$Q = 2,12 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

$$H = 320 \text{ m}$$

$$N = 300 \text{ t/min}$$

étant égale à 0,0021.

Nous avons donné au chapitre III, 4^e fascicule, le calcul des dimensions générales ainsi que le tracé de l'aubage et de la tuyère à l'échelle de 1/20 (fig. 144 et 145).

L'enveloppe est constituée par un soubassement en fonte entourant la fosse d'évacuation; la partie supérieure est construite en tôles rivées sur cornières cintrées. Le joint se trouvant en dessous de l'axe, il a fallu rendre la partie inférieure des boîtes à bourrage amovibles par rapport à l'enveloppe. Ces boîtes n'ont pas besoin d'être garnies d'étoupe, leur but étant ici simplement d'empêcher que l'eau projetée sur l'arbre par les éclaboussements, ne suive celui-ci jusqu'à l'extérieur; une bague est calée sur l'arbre de façon que l'une des faces se trouve aussi près que possible de la paroi de l'enveloppe; l'eau qui suit l'arbre est ainsi projetée dans la boîte à bourrage proprement dite, d'où elle est évacuée dans la fosse, par un tuyau approprié. (Fig. 191, Pl. I).

Les paliers sont fixés au soubassement par des boulons et broches de repère; ils sont à bagues de graissage avec refroidissement du bain d'huile par circulation d'eau dans le support.

Nous n'avons pas précisé les détails de construction du mécanisme de distribution; on trouvera dans la figure 153 la représentation schématique du système généralement adopté aujourd'hui.

En ce qui concerne la roue, nous avons supposé que les augets étaient assemblés sur un disque en acier coulé par boulons coniques travaillant au cisaillement. Cette construction n'est pas utilisée pour les très grandes vitesses périphériques où l'on préfère employer l'assemblage par tenons en queue d'hironde, glissés dans une rainure appropriée du disque, ou maintenus en place par des couronnes s'encastant dans le disque, et reliées par des boulons transversaux.

Le disque est calé au moyen de deux cales chassées; en se plaçant au point de vue démontage, on préfère aujourd'hui, tout au moins pour les très grosses unités, assembler le disque par boulons à un plateau calé à demeure sur l'arbre.

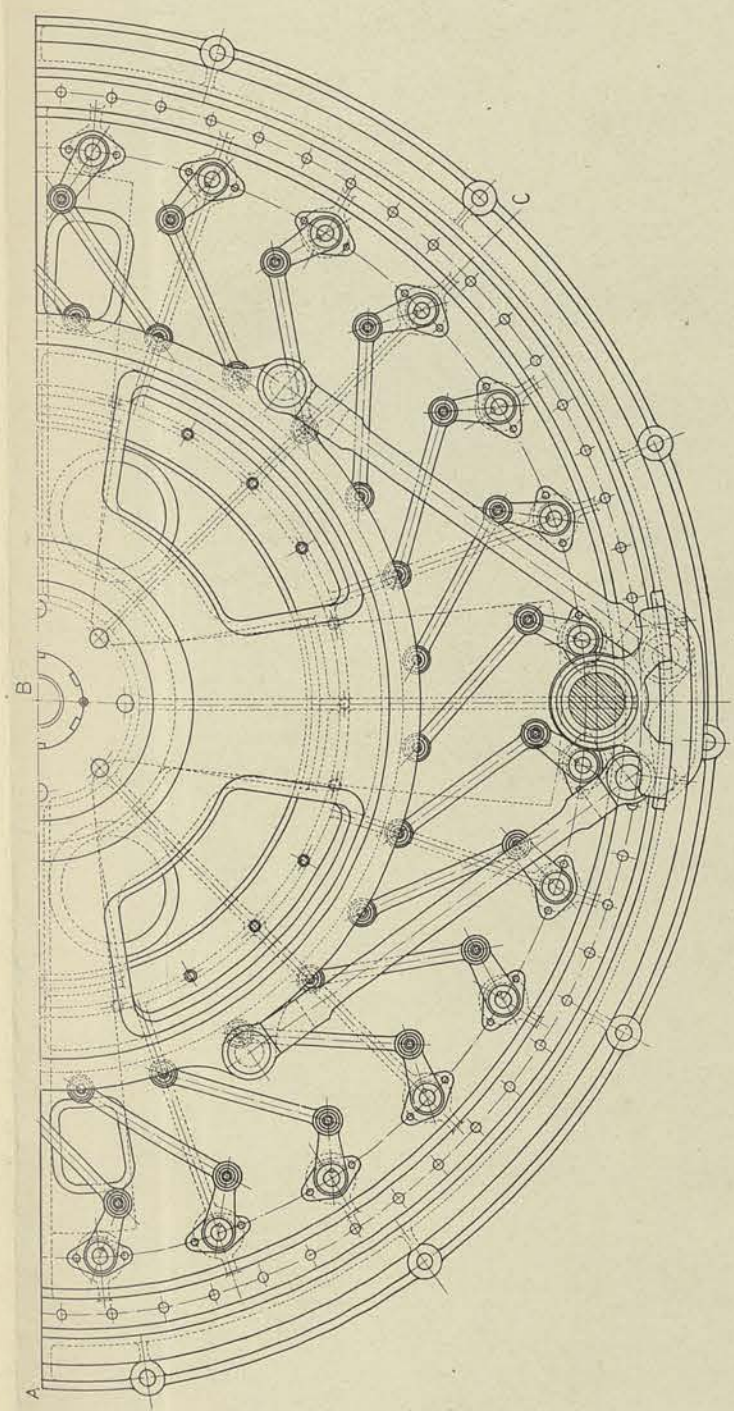
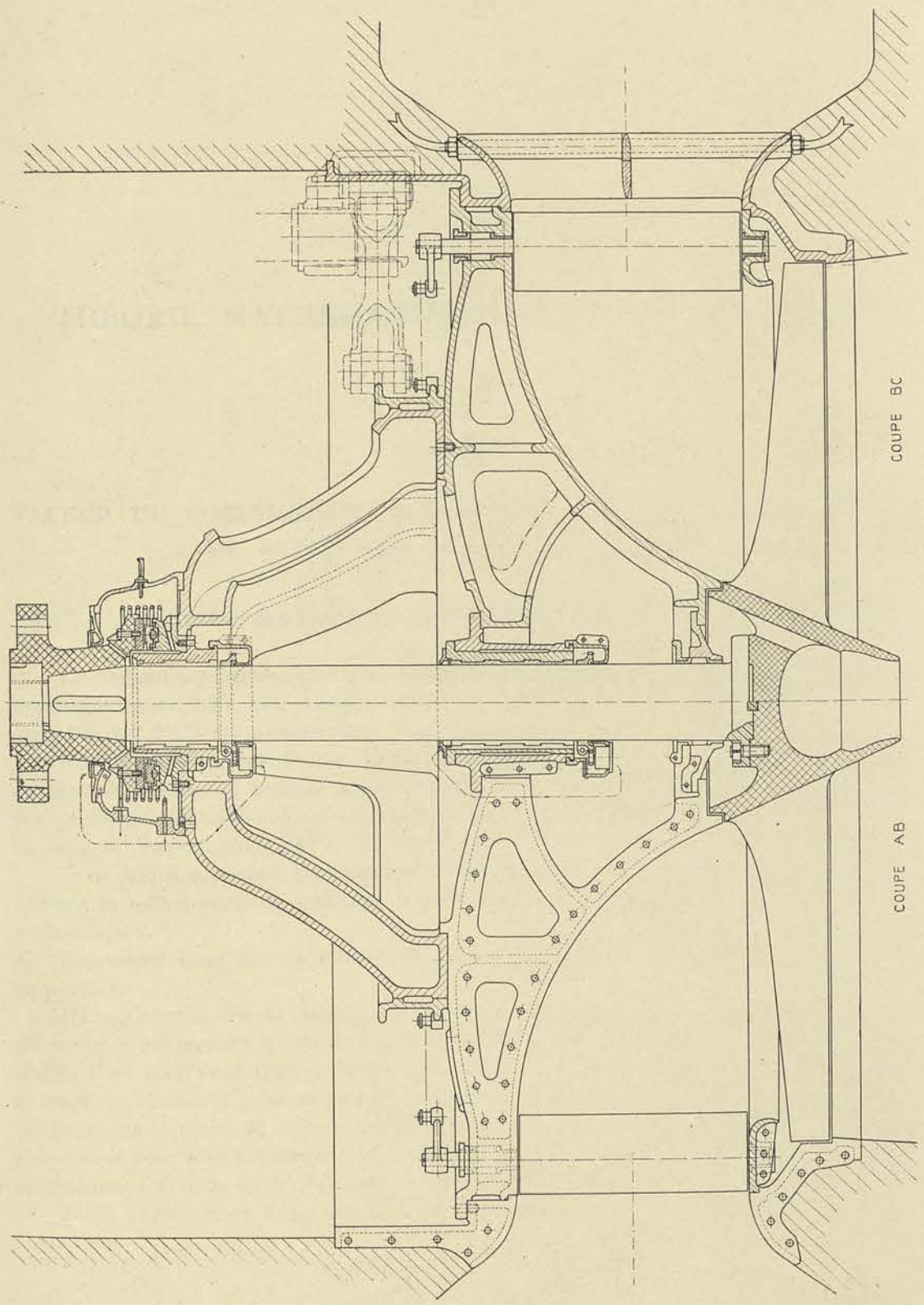
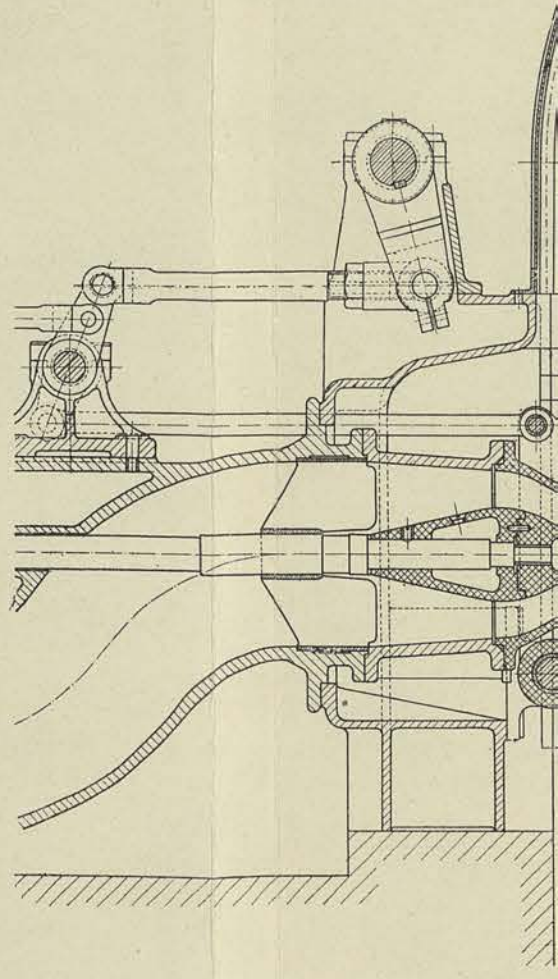


FIG. 183. (Echelle 1/25).



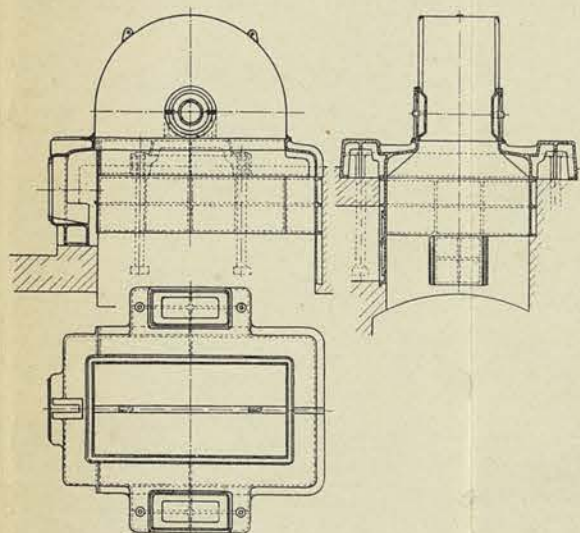
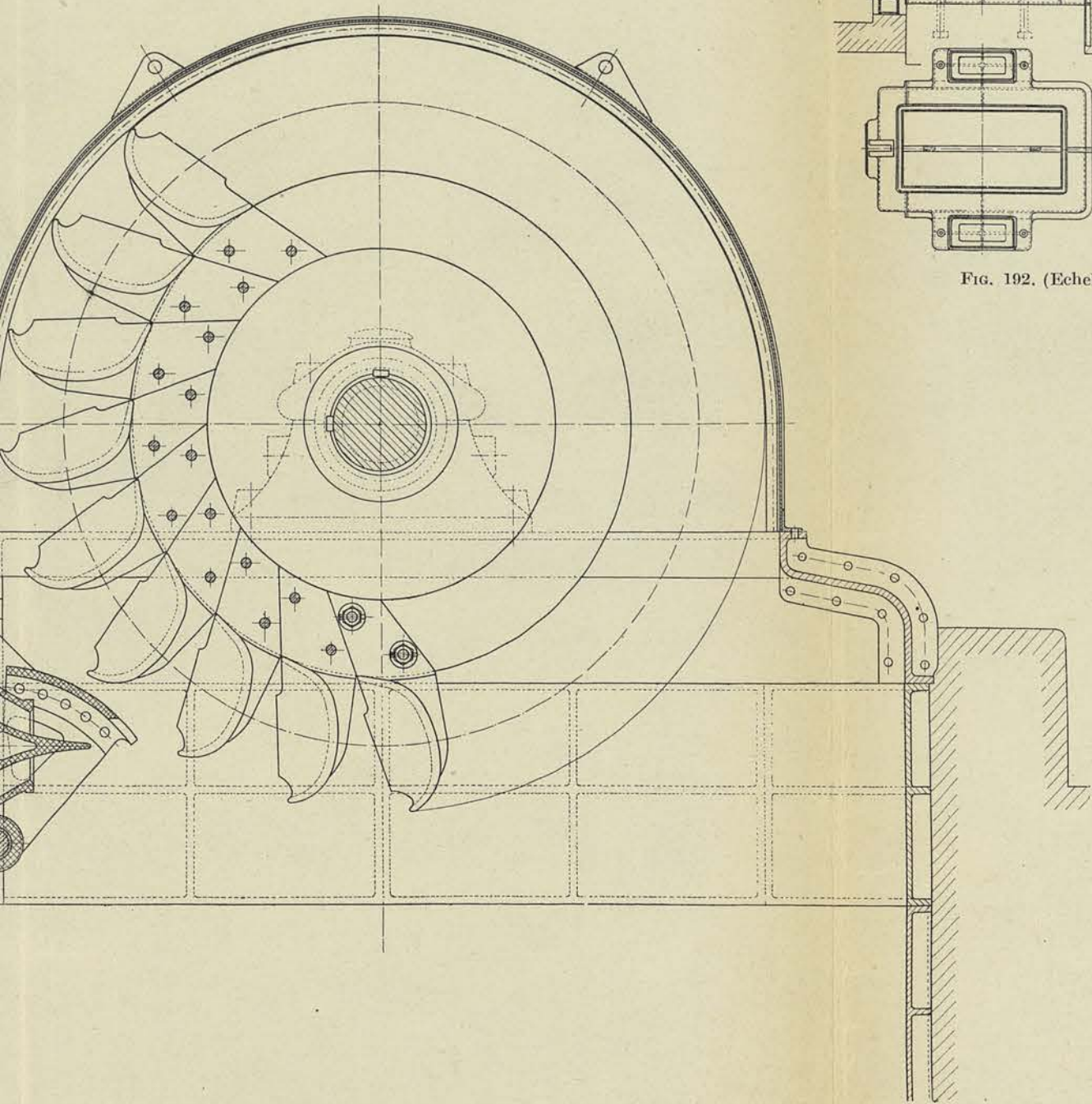


FIG. 192. (Echelle 1/125).

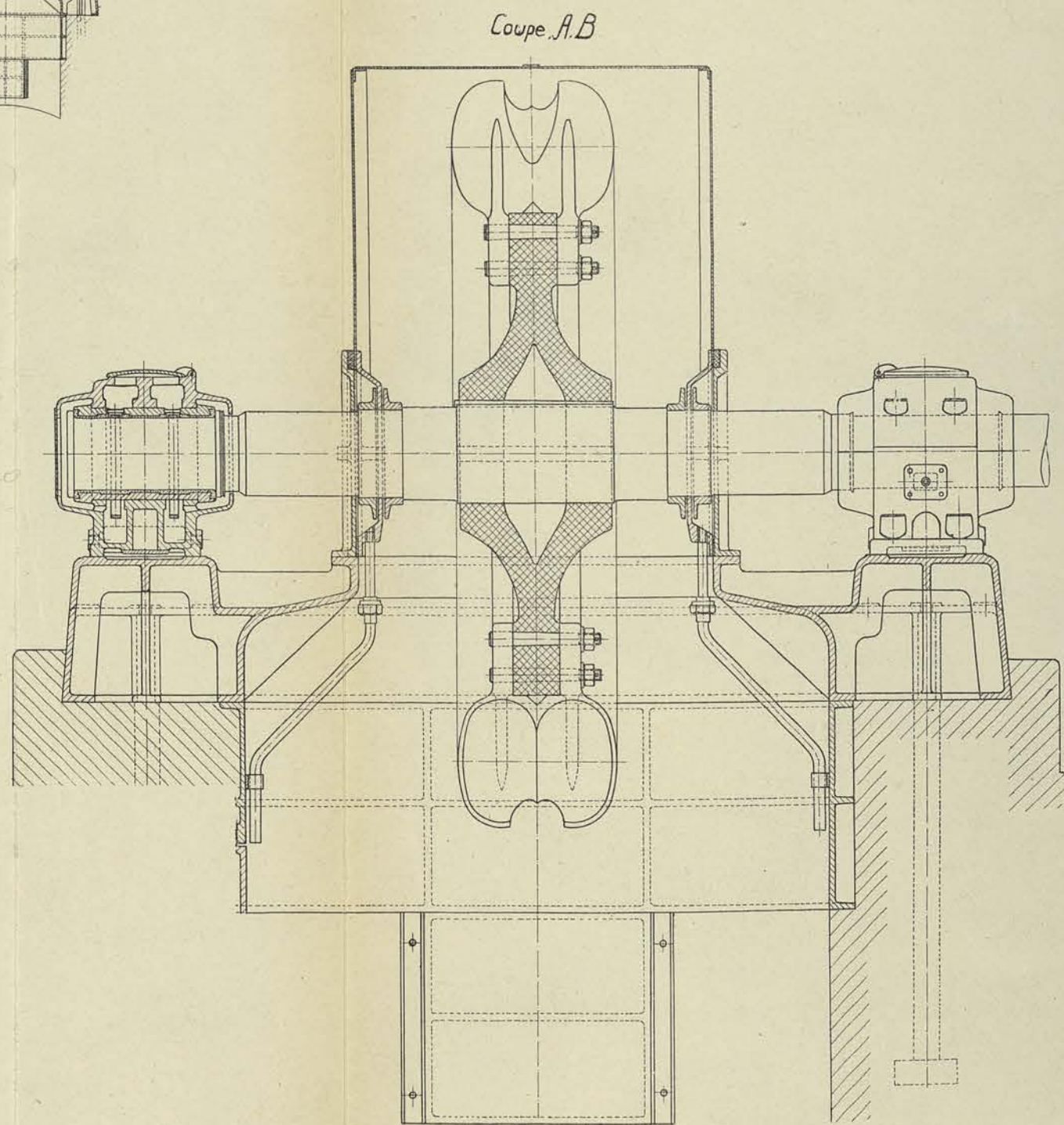
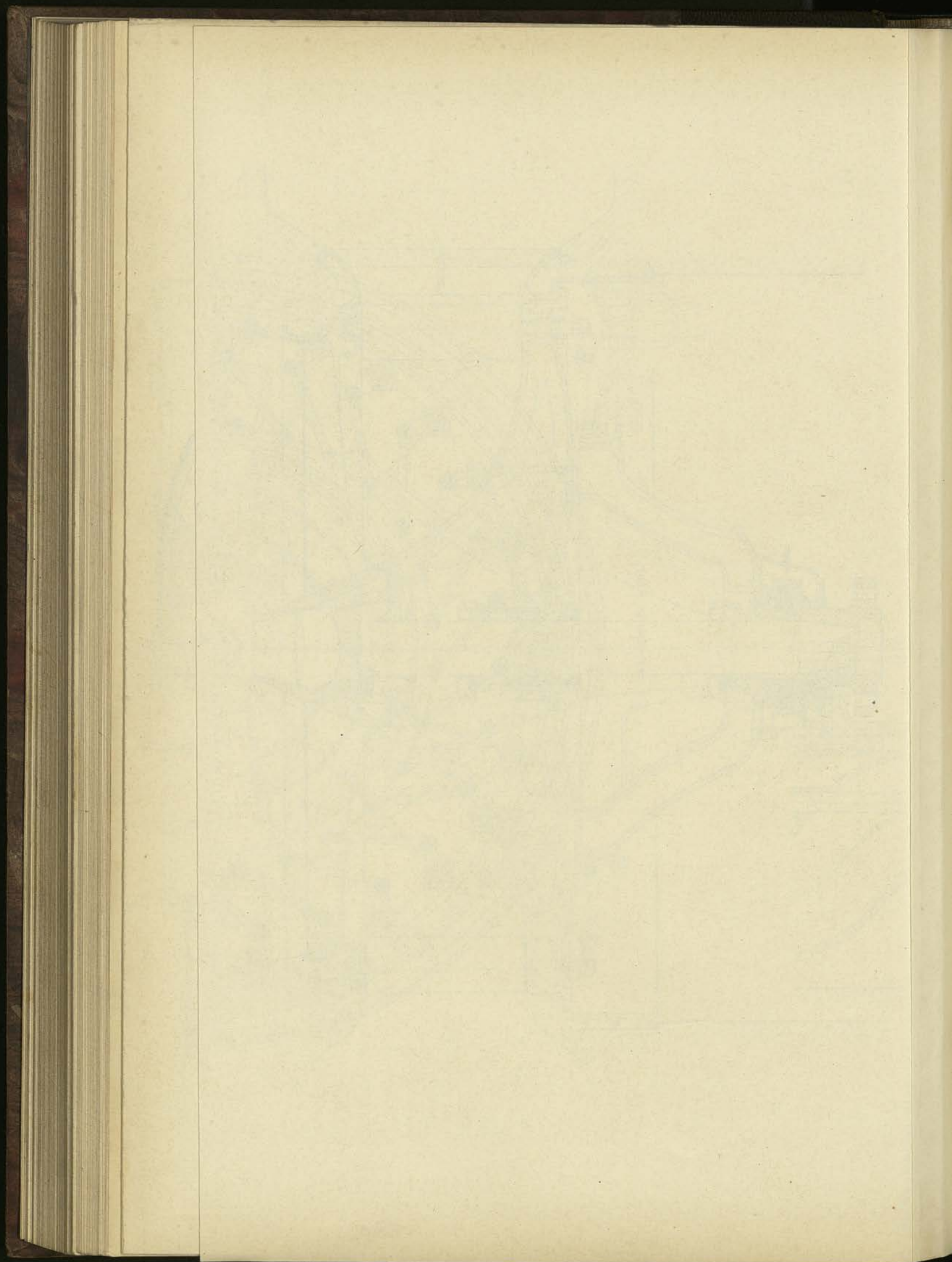


FIG. 191. (Echelle 1/25).



CINQUIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE DES TURBO-POMPES

CHAPITRE I

VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE ET DU COEFFICIENT DE PUISSANCE DES TURBO-POMPES

§ 1. — Application des formules générales à la théorie des turbo-pompes.

Les formules générales que nous avons établies au chapitre I du 2^e fascicule sont applicables aussi bien aux pompes centrifuges qu'aux turbines hydrauliques, comme nous l'avons d'ailleurs montré dans l'exposé de ces formules.

Nous avons montré d'autre part, au chapitre II du même fascicule, comment on peut déterminer la hauteur manométrique H' d'une pompe centrifuge en fonction des pressions (formule 105) et en fonction des vitesses (formule VIII ou 109 dans laquelle H' est remplacé par $-H'$ et T_i par $-T_i$).

Nous allons reprendre maintenant la théorie mathématique des turbo-pompes en suivant la même méthode qui nous a guidé dans l'exposé de la théorie des turbines hydrauliques.

Cependant nous devons auparavant, faire une remarque au sujet des notations employées.

Dans l'exposé du 2^e fascicule l'indice 1 avait été réservé pour désigner les éléments se rapportant à l'entrée de la roue, l'indice 2 pour les éléments relatifs à la sortie. Pour nous conformer à des notations que nous avons adoptées antérieurement et réserver l'indice 1 pour ce qui se rapporte à la périphérie, nous avons adopté les notations de la figure 68 dans la théorie des pompes. L'indice 0, comme on le voit, a été réservé pour les éléments se rapportant à l'ouïe, tandis que l'indice 1 était conservé, comme nous venons de le dire, pour les éléments se rapportant à la sortie de la roue.

Nous aurons donc à remplacer dans les formules générales établies,

- a) l'indice 1 par l'indice 0;
- b) l'indice 2 par l'indice 1.

Les relations générales donnant H' et T_i ayant été démontrées en raisonnant sur le schéma d'une turbine hydraulique, il nous suffira, pour obtenir les valeurs corres-

pondantes se rapportant au cas des turbo-pompes, de remplacer, ainsi que nous avons déjà eu l'occasion de le faire ressortir,

$$c) H' \text{ par } -H';$$

$$d) T_i \text{ par } -T_i.$$

§ 2. — Recherche du coefficient manométrique.

Nous appellerons coefficient manométrique M , le coefficient défini par la relation

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} \quad (307)$$

u_1 représentant la vitesse périphérique à la sortie de la roue. Ce coefficient ainsi défini est, comme nous allons le démontrer, une fonction du *coefficient de débit* $x = \frac{w_1}{u_1}$, x étant proportionnel *au débit* si la turbo-pompe fonctionne sous un nombre de tours constant, puisque l'on peut poser :

$$\delta_1 Q = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \delta_1 \quad (308)$$

Nous supposons que la pompe est munie d'un diffuseur à aubes orientables de façon à pouvoir faire varier l'angle α_1 avec le débit, les filets liquides à l'entrée du diffuseur restant ainsi toujours tangents au dos de l'aube.

Les angles β_1, β_0 par contre, sont implicitement supposés invariables.

Si nous partons de la formule (VIII), nous pourrions écrire en tenant compte des remarques faites au § 1 :

$$H' = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_0^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_0^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_0^2) - T_1 - T_f - T_2 \quad (309)$$

et partant

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = \left[\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 \right] - \left[\left(\frac{w_1}{u_1} \right)^2 - \frac{w_0^2}{u_1^2} \right] + \left[1 - \left(\frac{u_0}{u_1} \right)^2 \right] - 2g \left[\frac{T_1}{u_1^2} + \frac{T_f}{u_1^2} + \frac{T_2}{u_1^2} \right] \quad (310)$$

En désignant par m, ε, ν les coefficients de proportionnalité, constants pour toute les roues géométriquement semblables et *caractérisant ainsi entièrement un type donné*

$$m = \frac{r_0}{r_1}, \quad \varepsilon = \frac{l_1}{r_1}, \quad \nu = \frac{l_0}{l_1} \quad (311)$$

nous pourrions déterminer les rapports des vitesses en fonction du coefficient de débit x .

La relation de continuité donne en effet :

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \delta_1 = 2 \pi r_0 l_0 \sin \beta_0 w_0 \delta_0$$

de laquelle nous tirons :

$$\frac{w_0}{w_1} = \frac{\delta_1}{\delta_0} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{v} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} = n \quad (312)$$

n étant constant pour toutes les roues géométriquement semblables si l'on néglige la faible variation du rapport $\frac{\delta_1}{\delta_0}$ dans les applications aux pompes à *fluide compressible*.

On pourra ainsi écrire :

$$\frac{w_0}{u_1} = \frac{w_0}{w_1} \cdot \frac{w_1}{u_1} = n x; \quad \frac{u_0}{u_1} = m \quad (313)$$

D'autre part, le triangle des vitesses à la sortie nous donne

$$c_1^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2 u_1 w_1 \cos \beta_1 = u_1^2 (1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1)$$

d'où

$$\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 = 1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1; \quad (314)$$

et le triangle des vitesses à l'entrée donne à son tour

$$c_0^2 = u_0^2 + w_0^2 + 2 u_0 w_0 \cos \beta_0$$

d'où

$$\left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 = m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_0. \quad (315)$$

En ce qui concerne les pertes, nous pourrions poser comme dans le cas des turbines

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g} \quad (316)$$

avec ψ défini par la relation

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) + k_1 \quad (317)$$

k_1 désignant le coefficient de choc à l'entrée de la roue.

Les valeurs de T_1 et T_2 pourront être fixées de la même manière en négligeant les vitesses à l'entrée de la tubulure d'aspiration et à la sortie du diffuseur. Nous supposons également, comme dans la théorie des turbines, que nous faisons entrer la perte propre à la volute, dans le terme T_2 :

$$T_1 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1\right) \frac{c_0^2}{2g} \quad T_2 = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (318)$$

En substituant les valeurs ainsi obtenues dans l'équation (310), nous pourrions écrire, toutes simplifications faites :

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (319)$$

A, B et C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité m , ν , n , des angles β_1 , β_0 , et des coefficients φ , ψ , φ_1 et ψ_1 dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée de la roue et du diffuseur :

$$A = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - m^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right) \quad (320)$$

$$B = 2 \left[\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \cos \beta_1 - \frac{1}{\varphi_1^2} mn \cos \beta_0 \right] \quad (321)$$

$$C = \left(2 - \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2\right) n^2 \quad (322)$$

On peut déduire de la relation (319) que le coefficient manométrique est une fonction du coefficient de débit $x = \frac{w_1}{u_1}$ absolument caractéristique d'un type donné, indépendante des dimensions de ce type, abstraction faite de la variation, d'ailleurs faible, avec les dimensions des coefficients φ , ψ , φ_1 , ψ_1 , qui ne dépendent que du coefficient de résistance k et du coefficient de choc k_1 .

§ 3. — Recherche du coefficient de puissance.

Nous avons désigné par T_i le travail absorbé par la roue, par kg. de fluide débité dans l'hypothèse où les frottements externes pourraient être négligés.

Nous appellerons *coefficient de puissance* le coefficient défini par la relation

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} \quad (323)$$

et nous montrerons qu'on peut représenter P comme une fonction du coefficient de débit $x = \frac{w_1}{u_1}$ et des coefficients de proportionnalité m , n , ν définis par les relations (311) et (312).

La relation III appliquée à une turbo-réceptrice donnera, en effet,

$$T = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_0^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_0^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_0^2) \quad (324)$$

en négligeant les termes en z .

De cette relation nous pouvons déduire directement

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 - \left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 \right] - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{w_1}{u_1}\right)^2 - \left(\frac{w_0}{u_1}\right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{u_0}{u_1}\right)^2 \right]$$

En remplaçant les rapports figurant dans cette relation par les valeurs correspondantes établies ci-dessus (équations (313), (314) et (315)), nous obtiendrons, toutes réductions faites :

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = a + bx \quad (325)$$

avec

$$a = 1 - m^2 \quad (326)$$

$$b = \cos \beta_1 - m n \cos \beta_0 \quad (327)$$

Nous pouvons donc conclure comme précédemment que *le coefficient P est une fonction du coefficient de débit, indépendante des dimensions, entièrement déterminée lorsqu'on connaît les proportions*. Cette fonction est donc également caractéristique d'un type donné.

CHAPITRE II

VALEURS DU DEGRÉ DE RÉACTION ET DU RENDEMENT DES TURBO-POMPES

§ 1. — Evaluation du degré de réaction r.

Nous désignerons sous le nom de *degré de réaction r* le rapport de l'énergie potentielle de pression produite par la roue à l'énergie potentielle totale

$$r = \frac{\int_0^1 v dp}{\int_e^s v dp} \quad (328)$$

La relation (110) établie dans l'hypothèse où $c_e = c_s$ donnera pour le cas d'une turbo-pompe

$$r = \frac{H' - \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_0^2) + T_1 + T_2}{H'} \quad (329)$$

qui, en vertu de (318), deviendra

$$r = \frac{H' + \frac{1}{\phi_1^2} \frac{c_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 2 \right) \frac{c_1^2}{2g}}{H'} \quad (330)$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par $\frac{n_1^2}{2g}$ et en remplaçant les rapports $\frac{c_1}{u_1}$ et $\frac{c_0}{u_1}$ par leurs valeurs données par les relations (314) et (315), nous obtiendrons

$$r = \frac{M'}{M} \quad (331)$$

M' désignant une fonction de second degré en x

$$M' = A' + B'x + C'x^2 \quad (332)$$

avec

$$A' = (1 - m^2) \quad (333)$$

$$B' = 0 \quad (334)$$

$$C' = \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right)n^2 - \frac{1}{\phi^2} \quad (335)$$

Ainsi, comme on le voit, r est une fonction de x indépendante des dimensions de la machine, abstraction faite de la faible variation des coefficients des pertes ϕ , ψ , ϕ_1 , ψ_1 avec les dimensions.

§ 2. — Evaluation du rendement indiqué η_i , du rendement organique η_o et du rendement effectif η_e .

Nous désignons sous le nom de *rendement indiqué* η_i d'une *turbo-réceptrice* le rapport de la puissance utile disponible à la sortie, à la puissance qui aurait dû être fournie sur l'axe, s'il n'y avait d'autres pertes que les pertes internes :

$$\eta_i = \frac{N_u}{N_i} \quad (336)$$

Si Q représente le débit en volume du fluide utilisé et H' , l'énergie disponible par kg. débité, N_u sera égal à

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (337)$$

D'autre part, T_i désignant le travail absorbé par kg. de fluide débité

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} \quad (338)$$

Partant

$$\eta_i = \frac{H'}{T_i} = \frac{1}{2} \frac{2g H' / u_1^2}{g T_i / u_1^2} = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (339)$$

Nous désignerons par *rendement organique* d'une *turbo-réceptrice*, le rapport de la puissance indiquée à la puissance réellement fournie sur l'axe

$$\eta_o = \frac{N_i}{N_e} = \frac{N_i}{N_i + N_o} = \frac{1}{1 + \left(\frac{N_o}{N_i}\right)} \quad (340)$$

en représentant par N_o la puissance absorbée par les frottements externes comme dans l'étude des turbines hydrauliques.

Le *rendement effectif* est le rapport de la puissance utile, disponible à la sortie, à la puissance absorbée sur l'axe

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_e} \quad (341)$$

On pourra donc écrire

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} = \eta_i \times \eta_o ; \quad (342)$$

le rendement effectif est égal au produit des deux rendements organique et indiqué.

Comme dans le cas d'une turbine le rendement effectif ainsi défini diffère de ce que nous appellerons *rendement total* η , du fait des *fuites internes*. Nous avons, en effet, désigné par Q le débit qui traverse la roue, alors que si nous désignons par f la fuite totale par les joints qui séparent la périphérie de l'ouïe (fig. 89), le débit extérieur, réellement fourni par la pompe, n'est que $Q - f$; nous aurions donc dû écrire pour évaluer le rendement réel,¹

$$\eta = \eta_o \frac{\delta(Q - f) H'}{75 N_i} = \eta_o \times \eta_i \left(1 - \frac{f}{Q}\right) \quad (343)$$

On voit d'après cette relation, qu'il est possible de calculer le rendement total η d'une turbo-réceptrice en fonction d'une variable indépendante, comme le coefficient de débit, à la condition toutefois de pouvoir établir que les rapports $\frac{N_o}{N_i}$ et $\frac{f}{Q}$ sont des fonctions de ce coefficient.

Ce sera l'objet des deux paragraphes suivants.

§ 3. — Évaluation de $\frac{N_o}{N_i}$

Comme dans le cas d'une turbine N_o , puissance absorbée par les frottements externes, comprend deux termes :

1° La puissance N_f' absorbée par les frottements des flasques de la roue tournant dans le fluide remplissant l'enveloppe ;

2° La puissance N_f'' absorbée par le frottement de l'arbre dans les paliers et bourrages.

Le calcul de N_f' et N_f'' est absolument identique à celui exposé pour le cas d'une turbine hydraulique, les valeurs respectives étant données par les formules (139) et (143).

La valeur de $\frac{N_o}{N_i}$ sera alors donnée par (144), dans laquelle nous remplacerons

$$T_i \text{ par } u_1^2 \frac{P}{g}$$

$$Q \text{ par } 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

$$u_1^2 \text{ par } \frac{2gH'}{M}$$

Nous obtiendrons, toutes simplifications faites,

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} \frac{g}{\delta} \frac{K}{(2r_1)} \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} kg}{\varepsilon \sin \beta_1} \cdot \frac{1}{xP} \quad (344)$$

La valeur de $\frac{N_o}{N_i}$ dépend donc de H' et le rendement organique, et partant le rendement effectif, ne sont donc pas tout à fait indépendants des dimensions : ils ont une tendance à s'améliorer quand l'énergie disponible à la sortie de la machine augmente.

§ 4. — Évaluation de $\frac{f}{Q}$

En désignant par c la vitesse moyenne à travers le joint (fig. 89), nous pourrions poser comme dans le cas des turbines

$$f = 2\pi r'_2 e c$$

et déterminer c au moyen de la formule (IVB)

$$v(p_1 - p_0) - \frac{c^2}{2g} - T_f = 0 \quad (345)$$

dans laquelle nous négligeons la vitesse initiale.

T_f représente la perte de charge et nous donnerons en appendice le moyen de calculer ce terme. Pour le moment, comme dans le cas des turbines, nous nous bornerons à calculer c comme si les frottements étaient nuls, quitte à multiplier la valeur trouvée par un coefficient de réduction k_2 .

$$c = k_2 \sqrt{2g v(p_1 - p_0)}$$

En remplaçant $v(p_1 - p_0)$ par $r v(p_s - p_e)$ et en multipliant par 2 la valeur ci-dessus, pour tenir compte de ce qu'il y a généralement deux joints de fuite à la même distance de l'axe, nous aurons

$$\frac{f}{Q} = 2 \left(\frac{r'_2}{r_1} \right) \left(\frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\varepsilon x \sin \beta_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (346)$$

Le rapport $\frac{f}{Q}$ est donc indépendant des dimensions si le jeu croît proportionnellement au diamètre de la roue.

§ 5. — Calcul du rendement de l'installation.

Variation du rendement en fonction du nombre de tours
pour une hauteur d'élévation constante H.

Dans les installations de pompage utilisant une source de courant dont la périodicité varie constamment de 2 à 3 %, on note des variations de débit considérables, qui peuvent être préjudiciables non seulement au rendement moyen de l'installation, mais encore au bon fonctionnement et à la sécurité de marche.

Il importe donc d'examiner dans un paragraphe spécial comment varie le rendement en fonction du nombre de tours pour une installation donnée.

Pour cela, remarquons qu'entre la hauteur géométrique d'élévation H, et la hauteur manométrique H', nous avons, par définition, la relation suivante :

$$H = H' - T_f' - T_f''$$

relation dans laquelle T_f' et T_f'' représentent les pertes de charge dans la tuyauterie d'aspiration et la tuyauterie de refoulement.

Désignons par h la perte de charge totale :

$$h = T_f' + T_f''$$

pour le débit normal Q.

Comme la perte dans les accessoires est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne dans la conduite, et que la perte dans la partie rectiligne pour les valeurs courantes du coefficient de Reynolds, se rapproche elle aussi d'une perte proportionnelle au carré de la vitesse moyenne ⁽¹⁾, nous pourrions poser pour l'ensemble des pertes :

$$h_x = k Q_x^2 \quad (347)$$

Q_x étant un débit quelconque.

Comme pour le débit normal Q, la perte de charge est représentée par h , d'après les notations ci-dessus, nous pourrions écrire :

$$h_x = h \left(\frac{Q_x}{Q} \right)^2 \quad (348)$$

Cette relation permet de fixer, pour un débit quelconque Q_x , la valeur de H_x' :

$$H_x' = H + h_x = H + h \left(\frac{Q_x}{Q} \right)^2 \quad (349)$$

et de tracer la courbe Z en fonction de Q_x (fig. 193). La distance entre cette courbe Z et l'horizontale passant par l'ordonnée H correspond à la perte de charge : elle mesure en quelque sorte la résistance de la conduite.

Cette courbe étant tracée, il nous sera possible de connaître immédiatement le débit Q_x qui sera fourni par la pompe à la vitesse de rotation N_x .

⁽¹⁾ Voir appendice.

Connaissant, en effet, la courbe du coefficient manométrique de cette pompe, nous pourrions en déduire pour le nombre de tours N_x la valeur de

$$H' = f(Q)$$

et tracer la courbe correspondante. A l'intersection de cette courbe avec la courbe de Z , nous obtiendrions le point de fonctionnement dont l'abscisse fera connaître Q_x .

En répétant cette construction pour différents nombres de tours plus grands et plus petits que le nombre de tours normal N , nous obtiendrions une succession de débits Q_1, Q_2, \dots , correspondant respectivement à des nombres de tours N_1, N_2, \dots , et nous pourrions tracer en fonction de N la courbe des débits Q atteints par la pompe lorsque celle-ci fonctionne sur la canalisation caractérisée par la courbe Z .

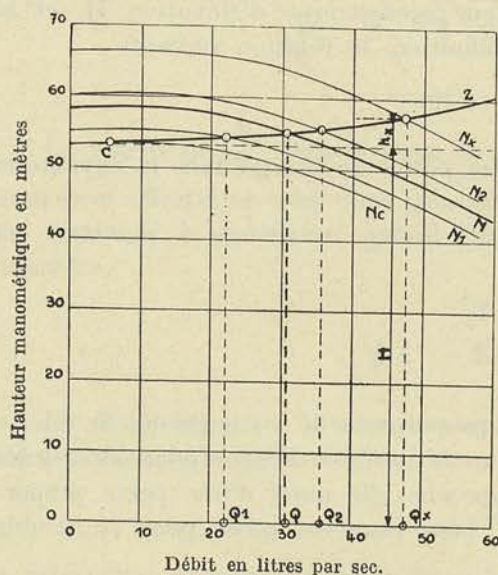


FIG. 193.

Ce débit va décroissant rapidement avec N d'après ce que l'on peut voir, sur la courbe de la figure 195. Le débit tombe, en effet, à zéro lorsque la vitesse de rotation est telle que la courbe de hauteur manométrique devient *tangente à la courbe de Z* . On peut se rendre compte pourquoi l'allure de la courbe de débit en fonction du nombre de tours, est fortement influencée par l'allure de la courbe du coefficient manométrique : quand on a affaire à une courbe manométrique présentant un maximum très prononcé, le point C de tangence s'écarte fortement de l'axe des ordonnées, et le débit correspondant Q_c se rapproche du débit Q normal.

On conçoit tout l'intérêt qu'il peut y avoir à réaliser un aussi grand écart que possible entre Q_c et Q , puisque une varia-

tion de N à N_c suffit pour faire passer le rendement de la valeur normale à la valeur nulle.

Nous sommes conduit, comme on le voit par cet exposé, à donner une certaine importance à l'étude du rendement de l'installation en fonction du nombre de tours N et pour cela à procéder comme nous l'avons fait jusqu'à présent en raisonnant sur les courbes caractéristiques.

Définissons tout d'abord le *rendement de l'installation* η' : nous désignerons par η' le rapport de la puissance réellement utilisable à la sortie de la tuyauterie de refoulement

$$N_{u'} = \frac{\delta Q H}{75} \quad (350)$$

à la puissance absorbée par la pompe N_e , soit

$$\eta' = \frac{N_{u'}}{N_e} = \frac{N_u}{N_e} \cdot \frac{N_{u'}}{N_u} = \eta \frac{H}{H'} = \eta \frac{H}{H + h} \quad (351)$$

Le rendement de l'installation ainsi défini est égal, comme on le voit, au rendement total de la pompe, multiplié par le rapport de la hauteur statique à la hauteur manométrique correspondante.

La formule (92) permet de calculer le terme h : si c désigne la vitesse admise dans la conduite, d le diamètre et l la longueur totale

$$h = T' + T'' = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) c^2 l = k \frac{4}{d} c^2 l, \quad (352)$$

abstraction faite des pertes propres à la crépine et au clapet de pied, de même que de celles relatives à la vanne et au clapet de refoulement ; toutefois, comme ces pertes croissent proportionnellement au carré de vitesse moyenne du fluide à travers ces organes, nous pouvons en tenir compte en supposant qu'ils sont remplacés par un tronçon de conduite de longueur l' , calculée de façon que sa résistance propre soit égale à la résistance engendrée par les organes accessoires.

Nous admettrons que dans les conditions les plus favorables la longueur l de la conduite soit égale à 1,25 H et que la valeur $(l + l')$ atteigne 1,5 H.

Dans ces conditions, la relation (351) donnera pour le rendement total de l'installation, pour les conditions les plus favorables :

$$\eta' = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q} \right) \frac{1}{1 + 1,5 k \frac{4}{d} c^2} \quad (353)$$

Proposons-nous de rechercher la loi de variation du rendement η' et du débit extérieur $Q - f$ en fonction du nombre de tours N, pour une hauteur H d'élévation fixée.

Calculons c en fonction de x par la relation du débit ; nous aurons successivement :

$$Q - f = \frac{\pi d^2}{4} c \quad (354)$$

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 \quad (355)$$

dans laquelle k' désigne le coefficient d'encombrement de la section de sortie de la roue, k'' le coefficient de contraction de la veine limitée par deux aubes voisines. Nous en déduisons

$$2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 \left(1 - \frac{f}{Q} \right) = \frac{\pi d^2}{4} c$$

D'où

$$c = \left(1 - \frac{f}{Q} \right) 8 \left(\frac{r_1}{d} \right)^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' x u_1 = K_1 \left(1 - \frac{f}{Q} \right) x u_1 \quad (356)$$

En vertu de l'équation (352), nous pourrions écrire :

$$H = H' - 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 \left(1 - \frac{f}{Q} \right)^2 x^2 u_1^2 H \quad (357)$$

Faisons passer le dernier terme du second membre dans le premier membre ; multiplions tous les termes par $2g$ et divisons par u_1^2 ; nous obtiendrons :

$$\frac{2gH}{u_1^2} \left[1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 \left(1 - \frac{f}{Q} \right)^2 x^2 u_1^2 \right] = M \quad (358)$$

D'après la formule (346) :

$$\frac{f}{Q} = K_2 \frac{1}{x} \sqrt{Mr}, \quad 1 - \frac{f}{Q} = (x - K_2 \sqrt{Mr}) \frac{1}{x} \quad (359)$$

et partant :

$$\frac{2gH}{u_1^2} \left[1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 (x - K_2 \sqrt{Mr})^2 u_1^2 \right] = M \quad (360)$$

Cette équation en x permet de déterminer x lorsqu'on se donne u_1 ; connaissant x et u_1 , on peut en déduire le débit $(Q - f)$, et enfin, le rendement η' .

Pour résoudre l'équation, nous tracerons la courbe de M en fonction de x pour le type de pompe envisagé, puis la courbe de

$$Z = \frac{2gH}{u_1^2} \left[1 + 1,5 k \frac{4}{d} K_1^2 (x - K_2 \sqrt{Mr})^2 u_1^2 \right] \quad (361)$$

A l'intersection de la courbe de Z avec la courbe M nous obtiendrons la valeur de x cherchée.

Appliquons les équations qui précèdent au cas particulier suivant :

Exemple. — Une roue de 200 mm. de diamètre et de 10 m/m de largeur tourne normalement à 2900 tours; la pompe a été calculée pour fonctionner au voisinage du rendement maximum, c'est-à-dire avec un débit tel que la valeur de x atteigne 0,4.

Supposons que le coefficient manométrique de la pompe soit donné par la courbe de la figure 194. La hauteur manométrique a pour valeur, dans ces conditions :

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} \times M = \frac{30,36^2}{19,62} \times 1,18 = 55,40 \text{ m.}$$

Admettons encore que le débit Q soit égal à 0,0325 m³/sec. pour $x = 0,4$, correspondant à un débit réel extérieur de

$$(Q - f) = Q \left(1 - \frac{f}{Q} \right) = 0,0308 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

Supposons que le diamètre adopté pour la conduite soit de 150 mm.; la vitesse dans la conduite atteindra 1 m. 72 et la valeur de k sera égale à 0,00027, ainsi que cela résulte des calculs effectués en appendice.

La hauteur géométrique ne devra donc pas dépasser

$$H = \frac{55,40}{1 + 1,5 k \frac{4}{0,150} 1,72^2} = 53,50$$

(pour une conduite de longueur de 1,25 H dont les organes accessoires présentent une résistance correspondant à une longueur supplémentaire $l' = 0,25 H$).

Pour les coefficients K_1 et K_2 donnés par les relations

$$K_1 = 8 \left(\frac{r_1}{d}\right)^2 \varepsilon \sin \beta_1 k' k'' \tag{362}$$

$$K_2 = 2 \left(\frac{r_2'}{r_1}\right) \left(\frac{e}{r_1}\right) \frac{1}{\varepsilon \sin \beta_1} k_2 \tag{363}$$

nous admettrons les valeurs respectives $K_1 = 0,152$ et $K_2 = 0,028$, valeurs normales pour une pompe de ce genre.

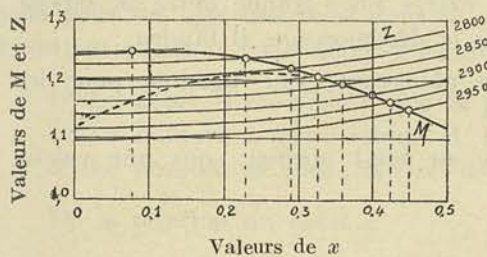


FIG. 194.

Calculons Z en fonction de x , pour des vitesses de 2950, 2925, 2875, 2850, 2825, 2800 tours par minute, correspondant à des vitesses périphériques u_1 , respectivement de 30,89, 30,62, 30,10, 29,84, 29,60, 29,32.

Les courbes de Z pour ces différentes valeurs de N sont tracées sur la figure 194. On pourra relever ainsi sur la figure, pour chacune des valeurs de N , une valeur de x . Introduisant cette valeur de x dans l'équa-

tion (355), on en déduira Q , puis $Q \left(1 - \frac{f}{Q}\right)$ (équation 359), et enfin η' par la relation (353).

Nous avons tracé figure 195 le diagramme résultant de ces calculs, donnant $(Q - f)$ et η' en fonction de N .

On voit que le rendement diminue très peu jusqu'à 2800 tours, descend brusquement à partir de 2800; le désamorçage se produit pour la vitesse qui correspond au point de tangence de la courbe Z avec la courbe M , point qui correspond à 2780 tours environ.

Comme nous le verrons plus loin, la courbe réelle du coefficient M s'écarte de la courbe donnée par l'équation (319) pour les faibles valeurs de x en se rapprochant de la courbe dessinée en pointillé.

Analysons le phénomène de l'amorçage de la pompe dans l'hypothèse où la courbe réelle de M serait représentée par cette courbe pointillée.

L'amorçage ne peut se produire que si M est plus grand que Z pour la valeur de x qui correspond au débit Q égal à f , c'est-à-dire pour une valeur de x que nous pouvons pratiquement confondre avec zéro.

Pour une valeur de la vitesse inférieure à 2925, on voit que M est plus petit que Z : ce qui veut dire que l'eau atteindra dans le tuyau de refoulement, pour cette vitesse, une hauteur plus faible que la hauteur d'élévation, et que l'écoulement ne pourra se produire.

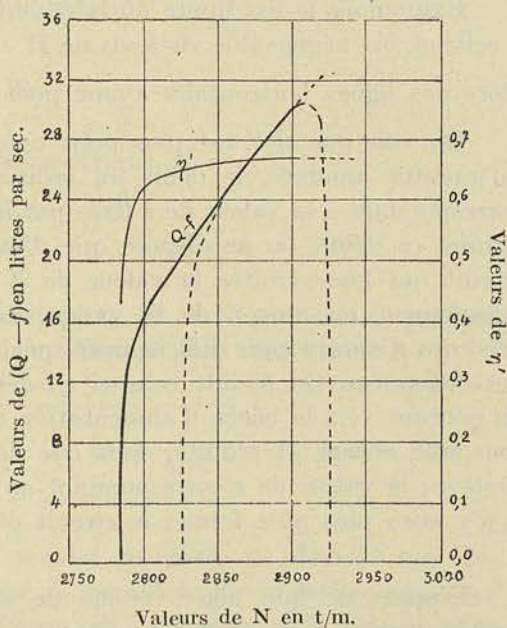


FIG. 195.

Si le moteur prend à charge réduite une vitesse plus grande que 2925, l'amorçage se produira et le débit ira croissant.

La vitesse du moteur allant en diminuant à mesure que la charge augmente (admettons qu'elle passe de 2925 à 2900 à pleine charge), le débit normal atteindra dans ces conditions une valeur égale à celle prévue (30,8 l/sec.). Si la vitesse tend à diminuer par suite des variations de charge des machines motrices qui fournissent le courant, le débit ira décroissant suivant la loi indiquée par la courbe pointillée et le désamorçage se produira pour la vitesse 2825, qui correspond au point de tangence de la courbe de Z avec la courbe M (courbe pointillée fig. 194).

On voit que si l'on veut se ménager une marge plus grande entre la vitesse normale de la pompe et la vitesse qui provoque le désamorçage, il faudra :

1° Chercher à rendre la courbe aussi peu plongeante que possible pour les valeurs faibles de x ;

2° Faire en sorte que la pompe fonctionne au débit normal, sous une valeur de x supérieure si possible à 0,4.

Au point de vue de l'amorçage, il importe d'examiner particulièrement le cas suivant :

La pompe au lieu de refouler l'eau dans un réservoir situé à une hauteur H au-dessus du niveau de la bêche d'alimentation, refoule l'eau dans un réservoir situé à une hauteur nulle au-dessus du niveau d'aval, mais la pression qui règne dans le réservoir est égale à δH : ce cas se présente dans la pratique, lors de l'utilisation de la pompe à l'alimentation de chaudières.

Examinons le cas limite où la conduite étant très courte, la perte de charge due à celle-ci, est négligeable vis-à-vis de H : les courbes donnant Z en fonction de x sont alors des lignes horizontales ayant pour ordonnée $\frac{2gH}{u_1^2}$.

On voit que si Z est plus petit que M, pour $x = 0$, la pompe s'amorcera, mais qu'aussitôt amorcée, le débit ira croissant jusqu'à prendre une valeur très élevée correspondant à la valeur de x fixée par le point d'intersection des deux courbes ; pour réduire ce débit, on ne dispose que d'un moyen : introduire une résistance dans le circuit qui fasse croître la valeur de Z avec x , c'est-à-dire obturer la conduite de refoulement au moyen de la vanne, dans une mesure appropriée. L'amorçage se produira d'autant plus difficilement que la courbe de M sera moins plongeante vers l'axe des ordonnées. On facilite celui-ci en dérivant pendant un certain temps une partie du courant vers la bêche d'alimentation et en permettant ainsi à la pompe de débiter sous une charge H réduite, sans que le clapet de refoulement de la chaudière se soulève ; la valeur de x correspondant au maximum de la courbe de M étant atteinte, il n'y aura plus qu'à fermer le circuit de dérivation.

D'après ce que nous venons de dire, on conçoit combien il est important lorsqu'on veut associer deux pompes en parallèle, d'avoir la même courbe caractéristique M pour les deux ; s'il n'en est pas ainsi, en effet, la courbe Z coupera les courbes M en des points différents, et partant la valeur de x correspondant à chacune d'elles, ne sera pas la même ; c'est dire que si l'une fonctionne au rendement maximum, l'autre fonctionnera certainement dans des conditions plus défavorables, et que la puissance absorbée par la seconde sera différente de celle absorbée par la première.

CHAPITRE III

VALEUR DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE DES TURBO-POMPES
LOIS DE SIMILITUDE

§ 1. — Valeur du coefficient caractéristique.

Nous montrerons maintenant qu'il est possible d'établir un *coefficient caractéristique pour un type déterminé* dont la valeur peut être calculée en fonction des trois quantités qui sont généralement les données du problème :

- 1° Le débit Q en $m^3/sec.$ que la pompe doit fournir ;
- 2° La hauteur manométrique H' m. demandée par l'installation ;
- 3° Le nombre de tours N t/m. de la machine.

De la relation du débit :

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1 w_1 \quad (364)$$

(dans laquelle k' désigne le coefficient d'encombrement de la section de sortie de la roue, k'' le coefficient de contraction de la veine limitée par deux aubes voisines) ; on peut déduire, en effet,

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 x u_1.$$

En remplaçant r_1 par sa valeur tirée de la relation :

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1,$$

et u_1^3 par sa valeur déduite du coefficient manométrique M :

$$u_1^3 = \frac{(2gH')^{3/2}}{M^{3/2}}$$

on obtient une relation dans laquelle les quantités Q , H' et N peuvent se grouper dans le premier membre pour donner lieu à un coefficient sans dimensions :

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H'^{3/2}} = \frac{60^2}{2 \pi} \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 \frac{x}{M^{3/2}} \quad (365)$$

La valeur de R , ainsi que l'indique le second membre, ne dépend que des proportions et de x , et partant, *si l'on s'impose la condition que la turbo-pompe soit construite pour fonctionner au rendement maximum*, on peut dire qu'à chaque type correspond une valeur de R et une seule, celle calculée pour la valeur de x , qui conduit au rendement maximum.

Pour pouvoir donner une solution à tout problème posé, dans lequel les trois quantités Q , H' et N sont des données, il ne suffira donc pas de faire varier les dimensions, il faudra également faire varier les proportions de la pompe, c'est-à-dire le type. Comme aux environs du maximum, le rendement varie peu, il est pratiquement possible de

réaliser avec un même type des valeurs de R comprises entre des limites assez étendues, que la classification indiquée au chapitre suivant fixe d'une manière rationnelle.

En tolérant une variation de rendement comprise entre des limites de 0,70 et 0,78, 6 types suffisent pour obtenir des valeurs de R comprises entre 4 et 400, comme nous le verrons plus loin.

§ 2. — Énoncé des lois de similitude.

En faisant abstraction de la variation avec les dimensions, des coefficients de pertes et du rapport $\frac{N_o}{N_i}$ entrant dans l'expression du rendement organique η_o , on peut énoncer des *lois de similitude* analogues à celles fournies par les turbines hydrauliques :

1° *Toutes les turbo-pompes d'un même type ont même rendement si l'on fait croître la vitesse périphérique u_1 proportionnellement à $\sqrt{H'}$ et le quotient $\frac{Q}{r_1^2}$ proportionnellement à la vitesse périphérique u_1 ;*

2° *Le rendement d'une turbo-pompe donnée reste invariable quelle que soit la hauteur sous laquelle elle fonctionne si l'on fait croître le nombre de tours N comme $\sqrt{H'}$ et le débit proportionnellement à N .*

Cet énoncé ressort de l'examen des courbes caractéristiques tracées en fonction du coefficient de débit. On voit, en effet, que pour maintenir le rendement constant, il faut conserver la même valeur de x , c'est-à-dire faire varier w_1 , ou le quotient $\frac{Q}{r_1^2}$, proportionnellement à u_1 . Comme le coefficient manométrique $\frac{2gH'}{u_1^2}$ a une valeur unique pour une même valeur de x , il en résulte que l'on doit faire varier u_1 comme $\sqrt{H'}$.

Remarque I. — Au point de vue de la vérification expérimentale de la théorie nous devons faire remarquer que, comme dans la théorie des turbines hydrauliques, les courbes déduites des équations trouvées, **ne peuvent coïncider avec les courbes expérimentales** que dans la région correspondant au fonctionnement normal pour lequel la machine a été calculée.

Nous avons admis, en effet, pour établir ces équations que l'angle d'entrée du diffuseur α_1 variait avec x , ce qui ne peut être le cas dans la pratique.

Les courbes théoriques correspondraient donc au cas du diffuseur à *aubes orientables*, dont on ferait varier automatiquement l'angle α_1 avec le débit, de façon que les filets fluides à l'entrée du diffuseur restent constamment tangents au dos de l'aube. On conçoit que l'on ne puisse réaliser expérimentalement cette condition, mais on peut atteindre ce résultat en expérimentant avec une roue unique et des diffuseurs d'angles α_1 croissants : **la courbe théorique constituera alors la courbe enveloppe des courbes expérimentales.**

C'est par ce procédé que nous avons obtenu les résultats que nous rappellerons au 9^e fascicule.

De cette étude il y a lieu de retenir dès à présent que l'angle β_1 des filets fluides à la sortie de la roue est toujours plus petit que l'angle des aubes, le nombre d'aubes

que nous avons supposé infini dans la théorie étant nécessairement limité, et même très faible dans la pratique.

Nous aurons à tenir compte de ce fait dans la construction; au point de vue de la théorie et des calculs, il est bien évident que l'angle β_1 que nous envisagerons, sera l'angle que font réellement les filets fluides et *non celui qui est mesuré sur le tracé de la roue.*

Remarque II. — Dans la littérature technique de langue allemande, la notion si féconde des courbes caractéristiques introduites par *Rateau* dans l'étude des turbomachines, n'a pas encore pénétré d'une manière bien profonde; aussi traduit-on généralement les conclusions que nous avons fait ressortir ci-dessus sous la forme suivante, moins abstraite sans doute, mais aussi beaucoup moins satisfaisante.

On trace, pour une pompe d'un type donné, de dimensions déterminées, les courbes de H' en fonction de Q , pour différentes valeurs de N (fig. 196) en réunissant tous les points de ces différentes courbes qui correspondent au même rendement, on obtient un diagramme fixant la région d'utilisation la plus favorable.

Les courbes de la figure 196 se rapportent à une roue de 200 mm. de diamètre et 10 mm. de largeur: les courbes de rendement constant, 0,55, 0,60, 0,65 et 0,70, tracées en trait plein, correspondent aux valeurs de η calculées au moyen des formules théoriques; celles tracées en pointillé se rapportent aux valeurs relevées expérimentalement.

Tandis que les premières se prolongent indéfiniment vers le haut, les secondes se ferment et déterminent les valeurs du nombre de tours et du débit qui conduisent au rendement maximum possible pour une roue de dimensions déterminées.

La théorie exposée ici ne permet pas d'expliquer convenablement cette divergence entre les deux conclusions. La différence entre le rendement réel et le rendement calculé, pour la région d'utilisation la plus favorable et dans les limites de vitesses pratiquement utilisées, ne dépasse pas toutefois 2 à 3 %.

Nous reviendrons sur cette question.

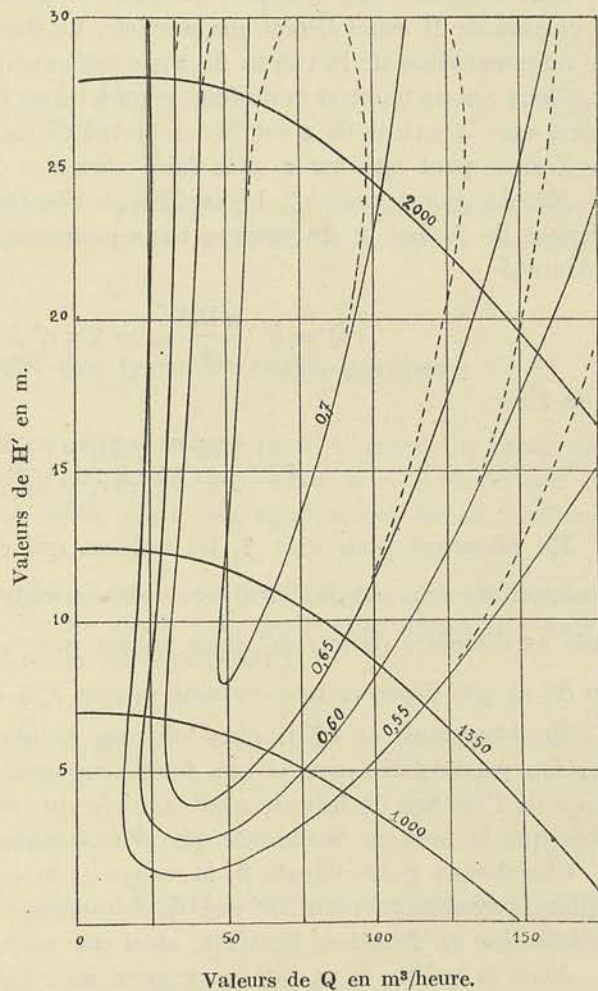


FIG. 196.

CHAPITRE IV

CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE TURBO-POMPES

§ 1. — Relations nécessaires

entre les coefficients de proportionnalité et les angles.

Dans le cas des turbo-pompes le problème se présente généralement de la manière suivante :

Réaliser le plus grand débit possible pour une pression donnée et pour un nombre de tours donné.

Cela revient à dire que pour résoudre le problème posé, il faut chercher à réaliser les valeurs de R aussi élevées que possible. La formule (365) fait voir que c'est surtout une augmentation de la valeur de ε qui est susceptible de faire croître la valeur de R .

Nous allons montrer toutefois, comme nous l'avons fait pour les turbines hydrauliques, que la valeur de ε est liée à la valeur du diamètre à l'ouïe D_s , de telle façon que l'on ne peut agir sur ε , sans faire varier ce diamètre.

En désignant par k''' le coefficient d'encombrement à l'ouïe, résultant de la présence de l'arbre et du moyeu, nous pourrons, en effet, poser comme condition de continuité

$$Q = k''' \frac{\pi D_s^2}{4} c_o = 2 \pi r_1^2 k' k'' \varepsilon \sin \beta_1 x u_1 \quad (366)$$

et en tirer

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{k'''}{k' k''} \left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 \left(\frac{c_o}{u_1} \right) \frac{1}{\sin \beta_1} \cdot \frac{1}{x} \quad (367)$$

En adoptant pour x et β_1 les valeurs qui conduisent au rendement maximum-maximum, nous aurons ainsi une relation entre ε et le rapport $\frac{D_s}{2r_1}$ du diamètre à l'ouïe au diamètre de la roue, pour autant que l'on s'impose une limite du rapport $\frac{c_o}{u_1}$, afin de ne pas dépasser une certaine vitesse c_o à l'ouïe.

Nous verrons, en effet, plus loin que la question de la vitesse à l'ouïe est une question primordiale pour le bon fonctionnement de la pompe, que la bonne alimentation de l'aubage de la roue n'est assurée que si la vitesse à l'ouïe est d'autant plus faible que la hauteur manométrique d'aspiration est plus élevée.

Choisissons pour l'angle β_1 la valeur $(180 - \beta_1) = 30^\circ$, qui paraît être la valeur la plus favorable au point de vue de l'amorçage et de la courbe du rendement η' de l'installation en fonction du débit, ainsi que nous le montrerons plus loin.

Avec la valeur de x , qui correspond au rendement maximum, soit environ 0,30, et les valeurs normales des coefficients k' , k''

$$k' = 0,90 \quad k'' = 0,85,$$

nous pourrons déduire, en vertu de la relation (367)

$$\left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 = 0,23 \frac{1}{k'''} \frac{\varepsilon}{c_o/u_1} \quad (368)$$

Exprimons maintenant la condition de continuité entre l'entrée de la roue à l'ouïe et l'entrée de l'aubage proprement dit dans la roue au rayon intérieur $2r_o$. On devra écrire :

$$k''' \frac{\pi D_s^2}{4} = 2 \pi r_o l_o \quad (369)$$

puisque l'on peut admettre que la vitesse ne pourrait varier sensiblement entre le point d'entrée dans la roue et le point d'entrée dans l'aubage.

En remplaçant :

$$r_o \text{ par } m r_1, \quad l_o \text{ par } v l_1, \quad l_1 \text{ par } \varepsilon r_1,$$

on trouve ainsi :

$$m v \varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 k''' \quad (370)$$

Les deux relations (368) et (370) nous permettront de proportionner rationnellement les différents types de turbo-pompes en considérant ε comme la variable indépendante.

§ 2. — Tracé du profil des types de turbo-pompes.

I. TYPE CENTRIFUGE PUR. — Nous avons adopté pour le tracé du profil de la roue du type centrifuge pur (fig. 197) $\varepsilon = 0,125$, la valeur $\varepsilon = 0,10$ devant être considérée comme une valeur plutôt faible pour des applications où le rendement doit garder une valeur élevée.

En limitant le rapport c_o/u_1 à 0,15 environ, de façon à pouvoir atteindre des vitesses périphériques à la roue de l'ordre de 30 m., pour une vitesse à l'ouïe de 4,50 m/sec., nous trouverons à l'aide de la relation (368) :

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,45,$$

le coefficient k''' étant pris égal à 0,90.

Pour éviter le gauchissement des aubes à l'entrée, nous serons conduits à adopter $2r_o = D_s$, et partant $m = 0,45$.

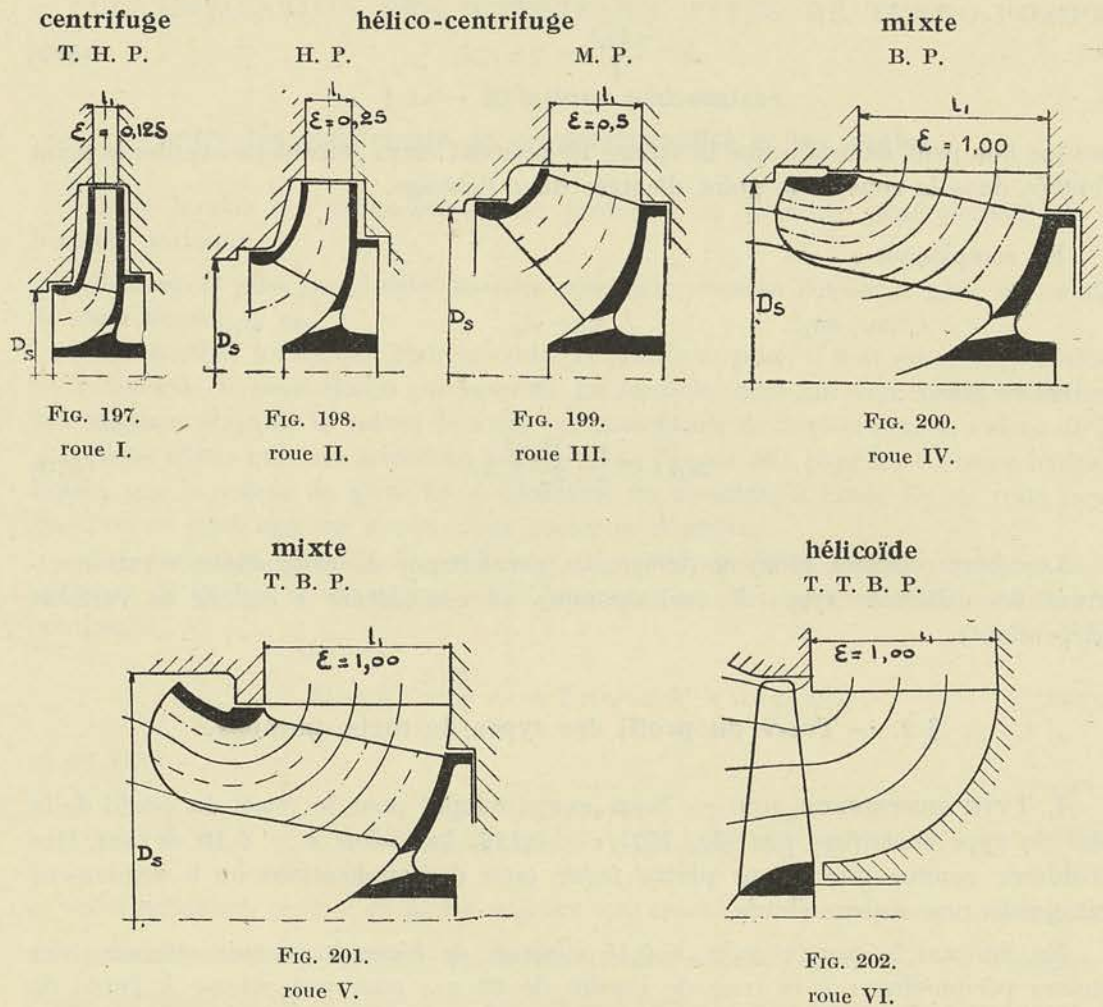
L'application de la formule (370) fournira dans ces conditions

$$v = 1,6$$

Le type *centrifuge pur* ainsi proportionné sera donc caractérisé par

$$\varepsilon = 0,125; \quad m = 0,45; \quad v = 1,6; \quad \frac{D_s}{2r_1} = 0,45$$

Profils des roues de turbo-pompes



II. TYPE HÉLICO-CENTRIFUGE ÉTROIT (fig. 198). — En doublant la valeur de ε , c'est-à-dire en adoptant $\varepsilon = 0,25$ et en limitant le rapport c_0/u_1 à 0,16, de façon à pouvoir atteindre des vitesses périphériques d'environ 25 m/sec., pour une vitesse à l'ouïe de 4 m/sec., nous pourrons fixer le rapport $D_s/2r_1$ à

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,60$$

le coefficient k''' étant considéré ici comme égal à 1,0.

Pour le tracé du profil de la roue, nous la décomposerons en deux roues partielles, en suivant la même méthode que dans le cas des turbines hydrauliques.

La valeur de ε atteindra pour chacune des roues $\varepsilon = 0,125$, tandis que le rapport $m = \frac{r_0}{r_1}$ pourra atteindre 0,52 pour la première roue partielle et 0,44 pour la seconde.

Pour calculer les valeurs de v respectives il faudra évidemment tenir compte de ce que la section d'entrée de l'aubage est la somme des sections d'entrée des roues partielles et transformer la relation (370) en

$$\varepsilon \times \frac{m' v' + m'' v''}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_s}{2r_1} \right)^2 k''' \quad (371)$$

On arrive ainsi aux proportions suivantes pour le type hélico-centrifuge étroit :

$$\varepsilon = 0,250 \qquad \frac{D_s}{2r_1} = 0,60$$

$$m = \begin{cases} 0,52 \\ 0,44 \end{cases} \qquad v = \begin{cases} 1,6 \\ 1,6 \end{cases} \qquad \text{avec } k''' = 1,00$$

III. TYPE HÉLICO-CENTRIFUGE LARGE (fig. 199). — Pour ce type la valeur de ε est égale à 0,50, et si l'on garde $\frac{c_0}{u_1} = 0,16$ et $k''' = 1,0$, on trouve, en vertu de (368), la valeur

$$\frac{D_s}{2r_1} = 0,85$$

Pour le tracé du profil, on peut encore diviser la roue en deux roues partielles et déterminer les valeurs respectives de m et de v en suivant la méthode que nous venons d'indiquer.

IV et V. TYPES MIXTES (fig. 200 et 201). — Dans ces roues, la valeur de ε atteint 1,00. Pour le tracé de la figure 200, on a limité le rapport $\frac{c_0}{u_1}$ à 0,20, ce qui conduit à adopter pour diamètre à l'ouïe

$$\frac{D_s}{2r_1} = 1,05$$

Dans le cas de la figure 201, on a, au contraire, gardé la valeur admise pour les types précédents $\frac{c_0}{u_1} = 0,16$ et l'on est arrivé ainsi au rapport

$$\frac{D_s}{2r_1} = 1,25$$

qui conduit à des aubes fortement gauchies à l'entrée et qui peuvent donner lieu, dans les applications aux turbo-pompes, à des tracés délicats de l'aubage et à un fonctionnement défectueux pour les débits inférieurs au débit normal.

VI. TYPE HÉLICOÏDE (fig. 202). — Nous avons reproduit ici le schéma que nous avons donné pour la roue des turbines hélicoïdes. Ce rotor constitué par une série de pales analogues à celles des hélices marines, peut être utilisé dans les

pompes destinées à fournir de grands débits sous de très faibles hauteurs, et peut conduire à des résultats plus ou moins équivalents à ceux fournis par des roues double-ouïe du type mixte.

§ 3. — Classification proprement dite.

Le tracé rationnel des différents types de turbo-pompes que nous venons d'envisager a été conçu en vue de pouvoir réaliser, avec un nombre limité de types, toutes les valeurs de R possibles, depuis une valeur minimum-minimum, compatible avec un bon rendement, jusqu'à la valeur maximum-maximum que l'on peut atteindre avec le type hélicoïde.

Pour que toutes les valeurs de R soient réalisables entre ces deux limites, il est essentiel de faire correspondre la valeur maximum de R de l'un quelconque des types avec la valeur minimum du type immédiatement supérieur, les rendements gardant pour les deux cas des valeurs comparables.

Nous sommes ainsi amené à déterminer pour chacun des types, les valeurs de $R_{\min.}$ et $R_{\max.}$ compatibles avec un bon rendement.

Faisons d'abord les calculs pour le type centrifuge pur, caractérisé par

$$\varepsilon = 0,125; \quad m = 0,45; \quad \nu = 1,6.$$

Nous adopterons pour coefficients de perte de charge dans le distributeur, la roue et le diffuseur, les mêmes valeurs que celles adoptées dans l'étude sur les turbines hydrauliques, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25 \quad k_1 = 0,05$$

$$K = 1100, \quad k'' = 0,90, \quad k' = \frac{90}{90 + \frac{5}{\sin \beta_1}} \quad (372)$$

k' coefficient d'encombrement, étant calculé pour une épaisseur d'aube de 5 mm. et un intervalle de 90 mm. entre deux aubes, mesuré suivant l'arc, à la périphérie.

Pour l'angle de sortie β_1 , nous adoptons la valeur

$$180 - \beta_1 = 30^\circ,$$

et pour l'angle d'entrée

$$180 - \beta_0 = 24^\circ,$$

ces angles étant les plus favorables au point de vue du rendement et du bon fonctionnement, ainsi que nous le montrerons plus loin.

La courbe 1 de la figure 203 donne les valeurs de R en fonction du coefficient de débit $x = \frac{w_1}{u_1}$, pour le type envisagé ici.

Pour les types suivants, nous avons vu que l'on pouvait considérer la roue comme divisée en deux ou plusieurs roues partielles caractérisées par des valeurs de m de plus en plus grandes. La valeur de R pour la roue totale représentera donc la somme des valeurs trouvées pour chacune des roues partielles.

En vue de nous rendre compte de l'influence de m sur la valeur de R , nous avons tracé sur le diagramme de la figure 203 les courbes 2 et 3, se rapportant respectivement

la courbe n° 2 à $m = 0,6$ et $v = 1,5$

la courbe n° 3 à $m = 0,7$ et $v = 1,3$

en faisant l'hypothèse que la valeur de ε reste toujours égale à 0,125 et que les angles et les coefficients de perte gardent les mêmes valeurs que dans les calculs effectués pour la courbe 1. On peut voir ainsi que le coefficient caractéristique R croît avec m pour une même valeur du coefficient de débit.

En traçant les courbes réunissant les points de même rendement, on peut se rendre compte des valeurs limites de R si l'on s'impose un rendement acceptable.

C'est ainsi qu'avec le tracé de la figure 197, c'est-à-dire avec le type centrifuge pur, on peut passer de $R = 4$ à $R = 12,5$, le rendement restant compris entre 0,70 et 0,78, ainsi que le montre le diagramme de la figure 203, courbe 1.

Des calculs analogues peuvent être faits pour fixer les courbes de R de toutes les roues partielles dont sont constituées les roues des différents types.

Nous devons toutefois faire remarquer que pour le type hélico-centrifuge large et, a fortiori, les types mixtes, une difficulté se présente : celle de déterminer pour chacune des roues partielles, les angles β_0 et β_1 , à l'entrée et à la sortie, afin que le degré de réaction soit sensiblement le même pour chacune d'elles. Cette difficulté que nous

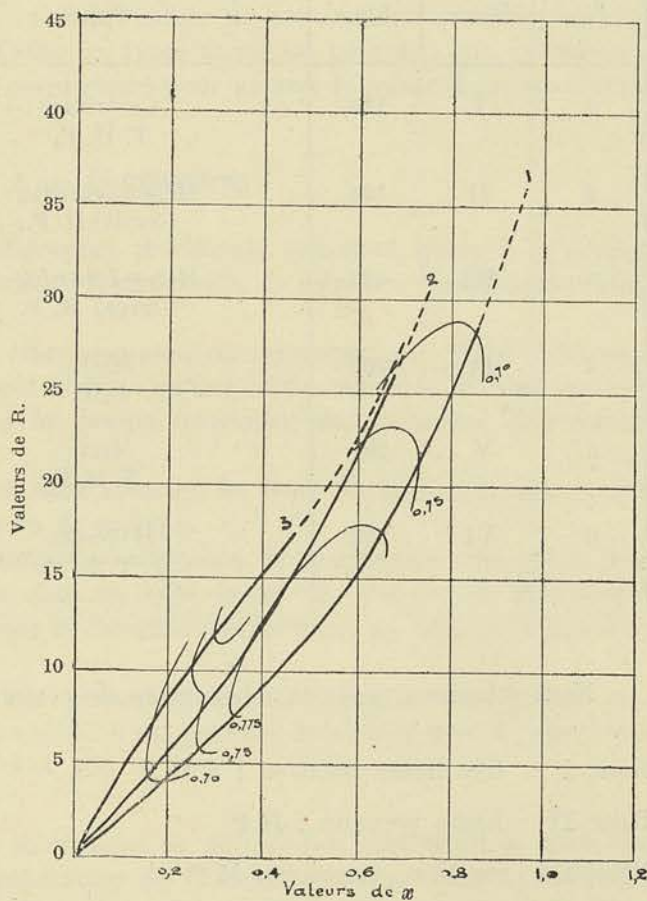


FIG. 203.

avons surmontée dans l'étude des turbines, en proposant une méthode nouvelle pour la détermination du tracé des aubes, est accrue ici par le fait qu'en l'absence de tout distributeur, l'orientation des filets fluides à l'entrée n'est pas bien déterminée. Pour les types centrifuge et hélico-centrifuge étroit, cette indétermination est sans conséquence bien grave : en effet, une différence même notable dans l'évaluation de l'angle réel α_0 n'entraîne dans l'évaluation de T_i , et partant des courbes caractéristiques, qu'une erreur peu appréciable, le terme $u_0 c_0 \cos \alpha_0$ de l'expression de T_i étant relativement faible par rapport au terme $u_1 c_1 \cos \alpha_1$. Il n'en est plus de même pour le type hélico-centrifuge large, et l'on peut dire que la détermination théorique des courbes caractéristiques de celui-ci, reste de ce fait très aléatoire.

On pourra comme première approximation s'en tenir au tableau de classification ci-après :

TABLEAU X.

Classification des Turbo-pompes

Désignation			Turbo-pompes			
N°	Roue	Fig.	Type	ϵ	R	η_e
1	I	197	Centrifuge T. H. P.	0,125	4,0 12,5	0,70 0,78
2	II	198	Hélico-centrifuge (étroit) H. P.	0,250	12,5 25,0	0,75 0,78
3	III	199	Hélico-centrifuge (large) M. P.	0,500	25,0 50,0	0,73 0,78
4	IV	200	Mixte B. P.	1,000	50,0 100,0	0,73 0,77
5	V	201	Mixte T. B. P.	1,000	100,0 200,0	0,75 0,70
6	VI	202	Hélicoïde T. T. B. P.	1,000	200,0 400,0	0,70 0,70

Nous adoptons, pour la désignation de ces six types, les notations suivantes :

Roue I	très haute pression : T H P	type centrifuge pur
Roue II	haute pression : H P	type hélico-centrifuge (étroit)
Roue III	moyenne pression : M P	type hélico-centrifuge (large)
Roue IV	basse pression : B P	type mixte (étroit)
Roue V	très basse pression : T B P	type mixte (large)
Roue VI	très très basse pression : T T B P	type hélicoïde pur

Si l'on compare, en effet, les différents types construits pour fournir le même débit sous le même nombre de tours, on constate d'après la formule

$$H'^{3/2} = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2}} \times \frac{1}{R} \quad (373)$$

que pour la roue I la hauteur maximum étant H' ,

On pourra comme première approximation s'en tenir au tableau de classification ci-après :

TABLEAU X.

Classification des Turbo-pompes

Désignation			Turbo-pompes			
N°	Roue	Fig.	Type	ϵ	R	η_e
1	I	197	Centrifuge T. H. P.	0,125	4,0 12,5	0,70 0,78
2	II	198	Hélico-centrifuge (étroit) H. P.	0,250	12,5 25,0	0,75 0,78
3	III	199	Hélico-centrifuge (large) M. P.	0,500	25,0 50,0	0,73 0,78
4	IV	200	Mixte B. P.	1,000	50,0 100,0	0,73 0,77
5	V	201	Mixte T. B. P.	1,000	100,0 200,0	0,75 0,70
6	VI	202	Hélicoïde T. T. B. P.	1,000	200,0 400,0	0,70 0,70

Nous adoptons, pour la désignation de ces six types, les notations suivantes :

Roue I	très haute pression : T H P	type centrifuge pur
Roue II	haute pression : H P	type hélico-centrifuge (étroit)
Roue III	moyenne pression : M P	type hélico-centrifuge (large)
Roue IV	basse pression : B P	type mixte (étroit)
Roue V	très basse pression : T B P	type mixte (large)
Roue VI	très très basse pression : T T B P	type hélicoïde pur

Si l'on compare, en effet, les différents types construits pour fournir le même débit sous le même nombre de tours, on constate d'après la formule

$$H'^{3/2} = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2}} \times \frac{1}{R} \quad (373)$$

que pour la roue I la hauteur maximum étant H' ,

pour la roue	II	la hauteur maximum sera seulement	0,305	H'
»	»	»	»	»
»	»	»	»	»
»	»	»	»	»
»	»	»	»	»
»	»	»	»	»
»	»	»	»	»

Comme pour les turbines, nous ferons remarquer qu'il est possible de remplacer le type H P par une roue double ouïe du type T H P, de même qu'au type M P, on peut substituer le type H P construit en double ouïe.

Nous ajouterons qu'il est plus aisé de réaliser de bons rendements avec les types centrifuge ou hélico-centrifuge qu'avec les types mixte ou hélicoïde pur, en raison de la difficulté de tracer l'aubage de ces derniers pour assurer le même degré de réaction à tous les filets.

§ 4. — Conclusions.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents, comment, grâce à la connaissance du coefficient caractéristique R, il était possible de faire une classification rationnelle des turbo-pompes.

Les trois données Q, H', N étant connues, on remarque que R est déterminé; or, avec un type donné, on ne peut réaliser qu'une seule valeur de R, *tout au moins si l'on s'impose la condition que la pompe fonctionne au maximum de rendement possible.*

Le type est donc fixé dès que sont connues les trois données ci-dessus, et il ne reste qu'à déterminer les dimensions de ce type.

Toutefois, comme aux environs du maximum, le rendement varie peu, il est pratiquement possible de réaliser avec un type donné des valeurs de R comprises entre des limites assez étendues, que la classification indiquée au tableau X fixe d'une manière rationnelle.

En tolérant une variation de rendement comprise entre des limites assez étendues, 0,78 et 0,70 pour fixer les idées, il est possible de réaliser avec 6 types toutes les valeurs de R comprises entre 4 et 400.

Remarque I. — Il peut être intéressant de déterminer quel serait le rendement d'une pompe centrifuge si la récupération de l'énergie contenue dans le fluide à la sortie de la roue était nulle. Ce cas ne pourrait correspondre strictement qu'à une roue débitant dans l'atmosphère, car dès qu'il existe une enveloppe, une partie de l'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle; mais avec les dispositions adoptées dans la construction des premières pompes centrifuges, la perte d'énergie à la sortie était toutefois assez grande pour que les conditions de fonctionnement réelles fussent plus près du cas théorique que nous allons envisager, que de celui étudié antérieurement.

Recherchons tout d'abord la hauteur manométrique créée par la pompe dans l'hypothèse où le diffuseur aurait un rendement nul, c'est-à-dire dans le cas où les pertes par tourbillonnements et frottements absorberaient toute l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2g} c_1^2$$

Pour exprimer analytiquement cette condition, il suffit de poser :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 2.$$

Le coefficient manométrique prend dans ces conditions la valeur de M_1 :

$$M_1 = A_1 + B_1x + C_1x^2 \quad (374)$$

dans laquelle les coefficients A_1 , B_1 , C_1 ont les valeurs suivantes :

$$A_1 = 1 - m^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right) \quad (375)$$

$$B_1 = 2 \left[-\frac{1}{\varphi_1^2} mn \cos \beta_0 \right] \quad (376)$$

$$C_1 = -\frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2\right)n^2 \quad (377)$$

Connaissant M_1 et la valeur de P , calculée comme précédemment, on pourra déterminer le rendement indiqué η'_i .

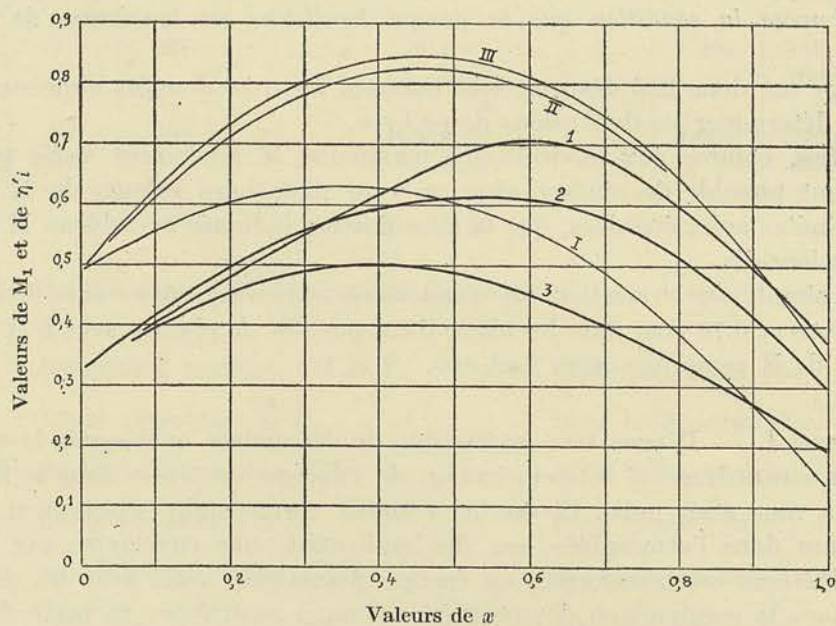


FIG. 204

Nous avons donné dans le diagramme de la figure 204 les résultats du calcul pour la roue du type centrifuge pur, respectivement pour les angles $(180 - \beta_1)$ de :

12°

30°

60°

Les courbes en trait faible donnent les valeurs de M_1 et les courbes en trait fort, celles de η'_i .

On peut voir que plus l'angle $(180^\circ - \beta_1)$ est petit, plus élevé est le rendement indiqué. Sans pouvoir dire qu'il en est de même du rendement total η , le calcul montre en tout cas que celui-ci décroît à partir de $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$.

Nous voyons donc que dans le cas limite d'une récupération nulle à la sortie, l'angle $(180^\circ - \beta_1)$ le plus favorable est un angle inférieur à 30° , et qu'au point de vue du rendement indiqué, cet angle le plus favorable est l'angle minimum. Telle était la conclusion de la théorie classique qui était exposée autrefois dans la plupart des ouvrages de mécanique appliquée, traitant cette question; on y admettait, en effet, que la perte prépondérante était la perte à la sortie, et l'on négligeait toutes les autres pertes vis-à-vis de celle-ci.

Une telle théorie ne pouvait conduire qu'à des conclusions erronées: elle ne tendait à rien moins qu'à établir l'impossibilité d'utiliser les pompes centrifuges pour les fortes pressions, et l'on peut dire qu'elle a contribué à retarder les progrès qui ont été réalisés dans ce domaine.

Remarque II. — Lorsque le fluide s'engage au sortir de la roue entre deux flasques non cloisonnées, les éléments décrivent des trajectoires spiraliformes, que nous étudierons plus loin. La vitesse va décroissant et la récupération d'énergie se produit comme dans un diffuseur à aubes; les chemins parcourus par les éléments sont toutefois relativement plus grands qu'avec ce dernier, pour les faibles valeurs de x , et il en résulte une perte sensiblement plus grande. Aussi la courbe de M en fonction de x est-elle comprise entre celle qui correspond à $\frac{1}{\psi_1^2} = 2$ et celle qui correspond à $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$, et que nous donnerons dans le chapitre réservé au calcul des dimensions des turbo-pompes.

CHAPITRE V

COMPLÉMENTS À LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TURBO-POMPES

§ 1. — Introduction.

La théorie que nous venons d'exposer, basée sur l'hypothèse des tranches parallèles, rend compte d'une manière satisfaisante des faits d'expérience dans la région d'utilisation pour laquelle les tracés de la roue et du diffuseur ont été exécutés, surtout s'il s'agit d'une pompe étroite du type centrifuge pur.

Pour se rendre compte de la raison d'être des écarts que l'on peut observer pour les points situés en dehors du régime normal même pour le type centrifuge pur, entre les valeurs calculées et les valeurs relevées expérimentalement, force est d'examiner de très près le fonctionnement de la roue au point de vue de son alimentation à l'ouïe.

Pour suivre d'une manière précise la trajectoire d'un élément, imaginons tout d'abord le cas idéal d'une pompe qui serait munie d'un distributeur à l'ouïe et d'un diffuseur à la périphérie, constamment appropriés au débit: l'angle α du distributeur devrait être réglé pour chaque débit réalisé, de manière que l'angle β de la vitesse relative à l'entrée avec la vitesse d'entraînement u_0 , soit égal à l'angle d'entrée β_0 de l'aubage, tandis qu'à la sortie de la roue, l'angle d'entrée du diffuseur devrait correspondre à l'angle α_1 que fait la vitesse absolue c_1 avec la vitesse d'entraînement u_1 . Avec ces conditions théoriques de fonctionnement, les pertes relatives à la roue et au diffuseur seraient constamment réduites au minimum, et on pourrait considérer les coefficients φ et ψ qui traduisent les pertes propres à la roue comme constants, ainsi que nous l'avons admis dans les chapitres précédents, tandis que le coefficient ψ_1 qui tient compte des pertes propres au diffuseur, devrait varier avec le tracé de celui-ci suivant une loi qui pourrait être recherchée par la voie expérimentale. Pour utiliser celle-ci, il suffirait

d'exécuter des tracés appropriés à différents angles α_1 d'entrée, et de réaliser ainsi une série de diffuseurs normaux pour des débits croissants ; on exécuterait une série d'essais avec la même roue et les différents diffuseurs, et on pourrait tracer la courbe enveloppe de toutes les courbes obtenues pour le coefficient manométrique. Cette courbe enveloppe représenterait évidemment le résultat qui serait obtenu directement si on avait pu réaliser le cas idéal envisagé ci-dessus, d'un diffuseur approprié constamment au débit, quel que soit celui-ci.

Cette courbe enveloppe étant connue, il serait possible aisément de déterminer la valeur du coefficient ψ_1 en fonction de x , comme nous le montrerons à la fin de ce chapitre.

De cette courbe nous déduirons dans la suite la fonction qu'il faut adopter pour ψ_1 pour obtenir en fonction de x la courbe enveloppe en partant des équations fondamentales.

L'étude expérimentale des phénomènes qui se présentent à l'ouïe est plus délicate parce que dans la pratique, le distributeur est, peut-on dire, toujours absent et que, même si on n'avait en vue que les vérifications de la théorie, il serait difficile d'en introduire un, sans provoquer des perturbations à l'ouïe qui rendraient toutes les déductions très aléatoires au point de vue des applications industrielles.

Demandons-nous donc pour poursuivre le problème expérimental de la recherche de φ et de ψ , comment se comportent les filets à l'entrée de la roue, en l'absence de tout distributeur.

On peut admettre que les filets subissent un certain entraînement dans le sens de la rotation de la roue, par suite de la viscosité de l'eau, cette rotation tendant à rendre minimum les pertes propres à l'entrée par brusque déviation ; on peut admettre aussi que celle-ci perdure tant que le débit reste inférieur à celui pour lequel l'angle β est égal à l'angle β_0 des aubes : cet entraînement des filets dans le sens de la rotation doit provoquer nécessairement une rotation de la masse à l'ouïe mais celle-ci va s'atténuant à mesure que l'on se rapproche du débit normal. Il est légitime de se demander toutefois dans quelle mesure cette manière de voir correspond à la réalité : les expériences de M. Doucet, réalisées avec un tuyau transparent droit d'une longueur suffisamment grande, que nous avons renouvelées dans notre Laboratoire (voir 9^{me} fascicule), ont permis de montrer d'une manière particulièrement frappante l'existence de cette prérotation que l'intuition nous avait d'ailleurs fait prévoir, puisque la théorie que nous présentons ici date de 1919. Lorsque le débit est voisin de zéro, on peut dire que la composante tangentielle de la vitesse à l'ouïe est maximum, mais qu'elle ne peut atteindre toutefois qu'une fraction de la vitesse d'entraînement u_0 , disons $(1 - K') u_0$; cette composante qui va forcément s'atténuant à mesure que le débit grandit, devient sensiblement nulle au voisinage du débit pour lequel β est égal à β_0 . Nous admettons donc que tant que le débit est insuffisant pour amener l'égalité entre β et β_0 , il existe une discontinuité dans la trajectoire à l'entrée, correspondant à une brusque déviation, et que les filets tendent à s'incliner dans le sens de la rotation, de façon que la perte correspondant à cette brusque déviation, soit minimum.

Toute la question lorsqu'on veut donner aux équations de M et de P et partant de η_1 , des valeurs plus exactes en fonction du coefficient de débit, est de pouvoir fixer d'une manière rationnelle la loi de variation du glissement tangentiel en fonction de x .

§ 2. — Relation nécessaire entre β , β_0 et x .

Détermination du coefficient de puissance P.

Les essais systématiques auxquels nous nous sommes livré pendant plus de dix ans sur la pompe du Laboratoire de Construction des Machines, et qui seront relatés dans le 9^e fascicule, ont montré d'une manière indiscutable que le coefficient de puissance P peut être représenté en fonction du coefficient de débit par une équation du premier degré, comme la théorie élémentaire exposée plus haut (formule 325) le faisait prévoir. C'est sur ce fait que nous nous appuyerons pour éliminer l'indétermination créée par la discontinuité dans la trajectoire à l'entrée.

Nous avons désigné par α et β les angles à l'entrée de la roue pour un débit déterminé ; nous admettons que pour un nombre d'aubes nécessairement fini, l'angle réel β_1' de sortie diffère de l'angle β_1 et que cette différence est d'autant plus grande que le nombre d'aubes est plus petit. La section réelle de sortie sera donc

$$2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1'$$

Cherchons à calculer P en fonction de β_1' et β .

Nous avons vu au § 3 du chapitre I, que le coefficient de puissance P peut être donné par la relation :

$$P = \frac{gT_i}{u_1^2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{w_1}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{w_0}{u_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{u_0}{u_1} \right)^2 \right] \quad (378)$$

Remplaçons comme précédemment, dans cette expression les différents rapports par leurs valeurs données par les formules (313), (314) et (315), en ayant soin, toutefois, d'y remplacer l'angle β_1 par l'angle réel β_1' et l'angle β_0 par l'angle β .

Nous éliminerons de ces équations le rapport n donné par la relation (312) en supposant le poids spécifique constant ($\delta_1 = \delta_0$), et en complétant la formule par l'introduction des coefficients de réduction k' et k'' sur la signification desquels il n'y a pas lieu de revenir :

$$n = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{v} \frac{\sin \beta_1'}{\sin \beta} k' k'' = \frac{B}{m \sin \beta} \quad (379)$$

Dans cette valeur de n le coefficient B désigne une quantité que nous supposons constante pour une roue déterminée :

$$B = \frac{1}{v} k' k'' \sin \beta_1' \quad (380)$$

Tous calculs faits, les rapports des vitesses qui entrent dans l'expression de P prennent les valeurs suivantes :

$$\left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 = \frac{1}{m^2} \frac{B^2 x^2}{\sin^2 \beta} + 2 B x \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + m^2 \quad (381)$$

$$\left(\frac{w_0}{u_1} \right)^2 = \frac{B^2 x^2}{m^2 \sin^2 \beta}, \quad \left(\frac{u_0}{u_1} \right)^2 = m^2 \quad (382)$$

$$\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 = 1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1' \quad (383)$$

et, en les substituant dans la valeur de P, on obtient après réduction :

$$P = (1 - m^2) + \left(\cos \beta_1' - \frac{B}{\operatorname{tg} \beta} \right) x \quad (384)$$

Cette valeur résulte des principes de la mécanique, sans autre hypothèse que celle des tranches parallèles. Or, on peut considérer comme établi dans les limites des erreurs expérimentales que P est une fonction linéaire de x ; on peut donc en conclure que la théorie ne saurait rendre compte des faits expérimentaux que si le facteur $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta}$ est de la forme $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta} = a_1 + \frac{b_1}{x}$

ou que

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Bx}{a_1 x + b_1} \quad (385)$$

Le problème revient donc à déterminer les constantes a_1 et b_1 . — Pour le débit nul, c'est-à-dire $x = 0$ ou tout au moins très près de 0, les filets sont déviés tangentiellement d'une quantité telle que l'on peut poser (fig. 205) :

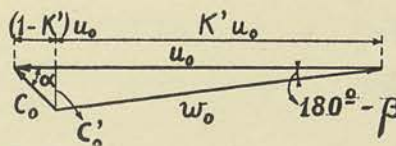


FIG. 205

$$c_0 \cos \alpha = u_0 + w_0 \cos \beta = (1 - K') u_0$$

ce qui donne pour x voisin de 0

$$w_0 \cos \beta = -K'u_0$$

D'où

$$\frac{w_0}{u_0} = \frac{w_0}{u_1} \frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{m^2} \frac{Bx}{\sin \beta} = -\frac{K'}{\cos \beta}$$

et

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{Bx}{K'm^2} \quad (386)$$

Cette dernière relation conduit à $b_1 = -K'm^2$ si l'on veut qu'il y ait identité entre les valeurs (385) et (386) pour $x = 0$.

Pour fixer la valeur de a_1 nous admettrons que pour le débit qui conduit à $\beta = \beta_0$, le glissement est voisin de 0, la seule force qui puisse provoquer le glissement tangentiel à ce moment étant, en effet, exclusivement la viscosité. Cherchant à traduire simplement cette condition, nous avons admis que pour $\beta = \beta_0$, nous réalisons

$$u_0 = w_0$$

ce qui donne à x une valeur assez voisine de 90° pour les angles β_0 généralement employés.

Pour une certaine valeur de $x = x_0$ on pourra donc écrire

$$\frac{w_0}{u_0} = 1 = \frac{1}{m^2} \frac{Bx_0}{\sin \beta_0}$$

et comme pour $x = x_0$

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{Bx_0}{a_1 x_0 - K'm^2}$$

nous pourrions en déduire :

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{m^2 B \sin \beta_0}{a_1 m^2 \sin \beta_0 - K' m^2 B}$$

d'où

$$a_1 = \frac{B}{\sin \beta_0} [\cos \beta_0 + K'] \quad (387)$$

Les coefficients a_1 et b_1 étant ainsi déterminés on peut les remplacer dans l'équation (384) donnant la valeur de P , et en tirer la valeur

$$\frac{B}{\operatorname{tg} \beta} = a_1 + \frac{b_1}{x} = \frac{B}{\sin \beta_0} [\cos \beta_0 + K'] - \frac{K'm^2}{x} \quad (388)$$

puis en déduire

$$P = a + bx$$

avec

$$a = 1 - m^2(1 - K') \quad (389)$$

$$b = \cos \beta'_1 - \frac{k' k''}{v} \frac{\sin \beta'_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') \quad (390)$$

Le coefficient K' étant à la fois fonction de la viscosité et de l'angle β_0 , ne pourra toutefois être déterminé dans l'état actuel de la théorie, que par la voie expérimentale.

§ 3. — Détermination du coefficient manométrique M

Nous pouvons établir maintenant par la même méthode, la valeur du coefficient manométrique M .

Il suffira, en effet, de remplacer les rapports des vitesses qui entrent dans l'expression de M tirée de (310) par leurs valeurs (381) (382) et (383), les termes tenant compte des pertes étant fournis par les relations (316) et (318). On obtient ainsi

$$M = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - m^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right) + 2 \left[\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \cos \beta'_1 - \frac{B}{\operatorname{tg} \beta} \frac{1}{\varphi_1^2} \right] x + \\ + \left[\left(2 - \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - \frac{B^2}{m^2 \sin^2 \beta} \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2\right) \right] x^2 \quad (391)$$

En introduisant maintenant la valeur de $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta}$ donnée par la relation (388), et en remarquant que

$$\frac{B^2}{\sin^2 \beta} = \frac{B^2}{\operatorname{tg}^2 \beta} + B^2,$$

nous aurons pour valeur de M

$$M = A + Bx + Cx^2$$

avec

$$A = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - m^2 \left[1 + \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 - K'^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \right] \quad (392)$$

$$B = 2 \left\{ \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \cos \beta'_1 - \frac{k' k'' \sin \beta'_1}{v \sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') \left[\frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K') + K' \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \right] \right\} \quad (393)$$

$$C = \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) - \left(\frac{k' k'' \sin \beta'_1}{m v \sin \beta_0}\right)^2 (1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2) \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2\right) \quad (394)$$

Remarque I. — Pour retrouver les formules antérieures correspondant au cas d'un distributeur parfait à aubes orientables, il suffira de faire $K'=0$ dans les formules établies ci-dessus.

Si nous voulons obtenir les formules correspondant au cas d'un distributeur à angle constant, il faudra adopter comme autre limite

$$K' = 1.$$

Examinons les résultats fournis pour la valeur particulière $x = 0$, dans les deux cas. Tandis qu'avec la première hypothèse :

$$M = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) - m^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + 1\right), \quad (395)$$

$$P = 1 - m^2, \quad (396)$$

avec la seconde :

$$M = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) + m^2 \left(1 - \frac{1}{\psi^2}\right), \quad (397)$$

$$P = 1. \quad (398)$$

On voit ainsi que, lorsque m prend une valeur dépassant 0,3 ou 0,4, les valeurs calculées pour M et pour P sont très différentes, suivant que l'on adopte une hypothèse ou l'autre.

Comme dans la réalité il n'existe pas de distributeur, les valeurs de M et P se rapprochent davantage de celles fournies par les équations générales lorsqu'on adopte pour K' une valeur assez faible :

$$0,2 \text{ à } 0,3$$

pour fixer les idées.

Nous montrerons plus loin, au 9^e fascicule, comment on peut, en utilisant les courbes expérimentales de P , évaluer la valeur de K' pour une roue donnée.

Remarque II. — Nous avons déterminé plus haut (formules 332 et 374) dans l'exposé de la théorie élémentaire, la valeur :

1^o du coefficient

$$M' = A' + B' x + C' x^2$$

correspondant à la hauteur fournie par la roue seule ;

2^o du coefficient manométrique

$$M_1 = A_1 + B_1 x + C_1 x^2$$

correspondant au cas d'une pompe qui ne serait munie d'aucun diffuseur et pour laquelle on devrait par conséquent poser

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 2.$$

Nous pouvons maintenant calculer les valeurs explicites des coefficients A' , B' , C' et A_1 , B_1 , C_1 en tenant compte du glissement des filets à l'entrée, comme nous venons de le faire pour le coefficient M .

En substituant à n et à $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta}$ leur valeur respective (379) et (388), nous aurons, toutes simplifications faites :

pour le coefficient M' :

$$A' = 1 - m^2 \left[1 - \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) K'^2 \right] \quad (399)$$

$$B' = -2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \frac{k' k''}{\nu} \frac{\sin \beta'_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') K' \quad (400)$$

$$C' = \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \left(\frac{k' k''}{m \nu} \right)^2 \left[1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2 \right] \frac{\sin^2 \beta'_1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\varphi^2} \quad (401)$$

et pour le coefficient M_1 :

$$A_1 = 1 - m^2 \left[\frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 + 1 - K'^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \quad (402)$$

$$B_1 = 2 \left\{ -\frac{k' k''}{\nu} \frac{\sin \beta'_1}{\sin \beta_0} (\cos \beta_0 + K') \left[\frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K') + K' \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \right\} \quad (403)$$

$$C_1 = -\frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{k' k''}{m \nu} \frac{\sin \beta'_1}{\sin \beta_0} \right)^2 \left(1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2 \right) \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \quad (404)$$

Au point de vue de la vérification expérimentale il est utile de faire remarquer que le coefficient M' défini par la relation (332) correspond uniquement à l'énergie *potentielle* fournie par la roue seule tandis que les coefficients M et M_1 se rapportent à l'énergie totale, compte tenu des termes relatifs aux vitesses. On peut, en effet, voir d'après les formules (328) et (330) que le coefficient M' correspond à l'énergie potentielle fournie par la roue, puisque

$$M' = \frac{2g}{u_1^2} \int_0^1 v dp \tag{405}$$

§ 4. — Valeurs du coefficient ψ_1 en fonction de x

La valeur du coefficient manométrique que nous venons de déterminer au paragraphe précédent, suppose un coefficient de perte ψ_1 constant dans le diffuseur, quelle que soit la valeur de x . Or, comme nous l'avons déjà fait remarquer dans l'introduction à ce chapitre, le coefficient ψ_1 ne peut pas être considéré comme constant puisque le tracé du diffuseur varie et que partant, la longueur des trajectoires des filets est fortement influencée par l'angle d'entrée α_1 que fait la vitesse absolue c_1 avec la vitesse d'entraînement u_1 à la sortie de la roue.

La détermination exacte de ψ_1 en fonction de α_1 et partant de x par la voie théorique, n'est guère possible. Pour rechercher cette loi par la voie expérimentale, il faut opérer successivement avec la même roue et avec une série de diffuseurs tracés pour des valeurs de α_1 croissantes.

La *courbe enveloppe* de toutes les courbes expérimentales ainsi obtenues correspond évidemment au cas idéal envisagé dans la théorie, d'un diffuseur constamment approprié au débit.

On trouvera au 9^e fascicule les résultats des essais que nous avons effectués sur la pompe du Laboratoire de l'Université de Liège et qui nous ont permis de tracer les courbes de $\frac{1}{\psi_1^2}$ en fonction de x pour le diffuseur avec et sans aubes.

Pour mieux faire saisir la méthode utilisée nous reproduisons ci-dessous (fig. 206) les courbes caractéristiques obtenues dans les essais effectués récemment sur la roue de 205 mm. de diamètre, 10 mm. de largeur à la périphérie, $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$, $\beta_0 = (180^\circ - 26^\circ)$ essayée successivement avec quatre diffuseurs différents, ainsi qu'avec le diffuseur sans aubes constitué par deux parois parallèles.

L'angle α_1 des diffuseurs à aubes était respectivement de 5° , 12° , 18° et 30° .

Nous avons tracé sur ce diagramme la courbe enveloppe de M qui est tangente aux courbes relevées pour les différents diffuseurs, en des points correspondant à des valeurs de x de plus en plus grandes.

Nous allons montrer maintenant comment on peut, en s'aidant de l'expérience, déterminer les coefficients k' , k'' et l'angle réel de sortie β_1' qui figurent dans les formules théoriques établies plus haut. Il est, en effet, très facile de voir que pour faire coïncider la courbe théorique avec la courbe expérimentale, il faut admettre que K' soit

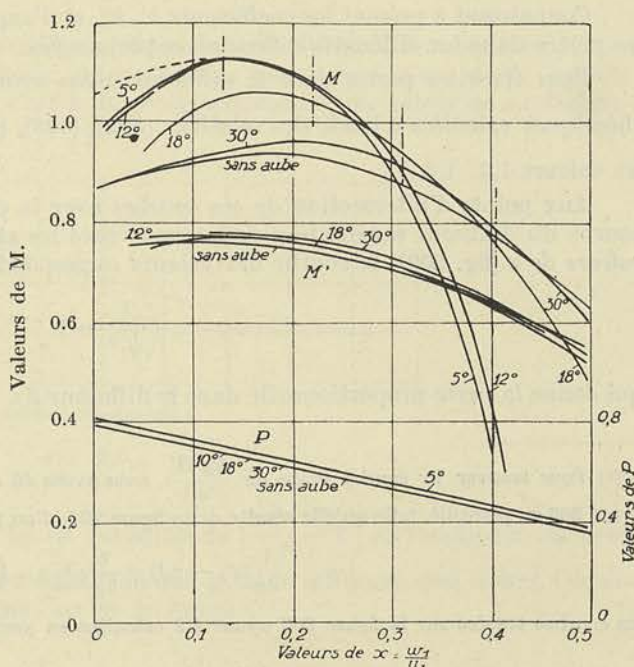


FIG. 206.

égal à 0,12, ce chiffre étant fourni par la condition qu'à la valeur de $x = 0$, doit correspondre

$$P = 1 - m^2(1 - K') = 0,79.$$

En faisant coïncider un second point de la courbe expérimentale, avec la courbe théorique fournie par les équations (389) et (390), dans lesquelles on a remplacé x par

$$x = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_1'} \frac{1}{k''} x_a, \quad (406)$$

pour tenir compte de ce que les valeurs portées en abscisses sont les valeurs *apparentes* (c'est-à-dire calculées en posant provisoirement $k'' = 1,0$ et $\beta_1' = \beta_1$), on obtient

$$k'' \operatorname{tg} \beta_1' = -0,384.$$

Cette relation laisse indéterminé l'angle β_1' , mais une vérification existe tout au moins approximative : il faut, en effet, que l'angle de la vitesse absolue de sortie α_1 , corresponde à l'angle du diffuseur, pour la valeur de x_a qui marque le point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe expérimentale. C'est en effet pour ce point que la perte est minimum et l'on peut admettre que cette perte minimum est réalisée quand le flux sortant de la roue, s'engage dans le diffuseur suivant une trajectoire tangente au dos de l'aube.

En adoptant pour $\beta_1' = 180^\circ - 25^\circ$ on trouve $k'' = 0,825$ et $x = 1,43 x_a$. Les tracés

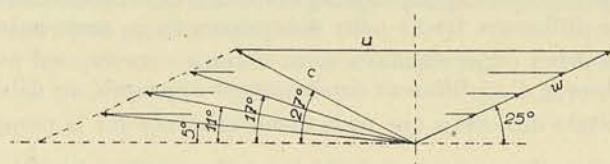


FIG. 207.

des triangles des vitesses à la sortie (fig. 207), correspondent aux valeurs de x relevées sur la courbe enveloppe, pour les points de tangence indiqués figure 206 par des traits mixtes verticaux.

On voit que la correspondance des angles ainsi calculés avec les

angles mesurés sur les diffuseurs, est pour les 4 diffuseurs, satisfaisante.

Connaissant à présent les coefficients k' , k'' et l'angle β_1' nous pouvons chercher à évaluer les pertes dans les différents diffuseurs expérimentés.

Pour fixer les pertes dans le diffuseur, nous avons tracé sur la figure 208 les courbes théoriques calculées à l'aide des relations (392), (393), (394), en donnant successivement à $\frac{1}{\psi_1^2}$ les valeurs 1,2, 1,3...

Aux points d'intersection de ces courbes avec la courbe enveloppe, de même qu'avec la courbe du diffuseur sans aubes, nous avons noté les abscisses et tracé en fonction *des vraies valeurs de x* (fig. 209), la courbe des valeurs correspondantes

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right)$$

qui donne la perte proportionnelle dans le diffuseur (1).

(1) Pour trouver la courbe vraie de $\frac{2g H'}{u_1^2}$, nous avons dû corriger la courbe enveloppe indiquée sur la figure 208 en pointillé, telle qu'elle résulte de la figure 206, d'un terme

$$\frac{1}{2g} (c_s^2 - c_o^2) = \frac{1}{2g} c_s^2 \left[1 - \left(\frac{c_o}{c_s} \right)^2 \right],$$

les courbes tracées sur la figure 206 ayant été calculées en prenant pour $H' = v(p_s - p_o)$ au lieu de

$$H' = v(p_s - p_o) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_o^2)$$

telle qu'elle a été définie par la relation (105).

La courbe tracée en trait fort, pour le diffuseur sans aubes, est la courbe moyenne. La courbe de M' n'a pas été corrigée puisque d'après la formule (405) qui définit M' , les vitesses c_s et c_o n'interviennent pas dans son évaluation.

La courbe 1 se rapporte au diffuseur à aubes et la courbe 2 au diffuseur sans aubes. On voit que $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ avec le diffuseur à aubes est voisin de 0,22 dans la région d'utilisation, que cette valeur n'est réalisée avec le diffuseur sans aubes, que pour de grandes valeurs de x .

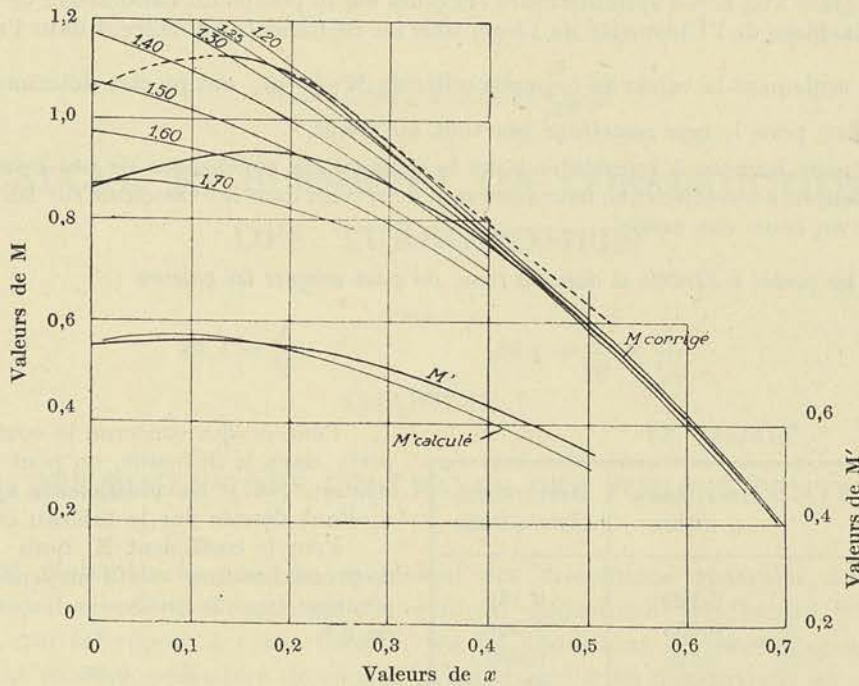


FIG. 208.

La partie tracée en pointillé de la courbe correspondant au diffuseur à aubes, a été déterminée en prolongeant la courbe enveloppe, de sentiment, aucun essai n'ayant été exécuté avec un diffuseur d'angle inférieur à 5°, c'est-à-dire correspondant à une valeur de x inférieure à 0,16.

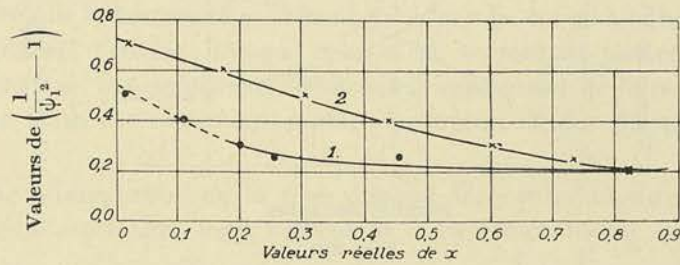


FIG. 209.

Pour exprimer analytiquement la loi de variation de $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ en fonction x , on peut remarquer que pour le diffuseur à aubes aussi bien que pour le diffuseur sans aubes, l'équation de la courbe expérimentale (fig. 209) est de la forme :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = k_3 + \frac{k_4}{x^n + x_0} \tag{407}$$

En l'introduisant dans les valeurs de A, B, C qui fixent le coefficient M, il serait donc possible de trouver l'équation du coefficient manométrique réel en fonction de x .

Nous croyons toutefois qu'il est plus simple, lorsqu'on veut tracer la courbe donnant la valeur réelle de M en fonction de α , de calculer tout d'abord les valeurs $\frac{1}{\psi_1^2}$ pour les abscisses 0,05, 0,1... puis de les introduire dans les relations donnant A, B, C puis M , de façon à trouver les valeurs successives de M pour les valeurs de α adoptées 0,05, 0,1...

Ainsi grâce aux essais systématiques effectués sur la pompe du Laboratoire de Construction des Machines de l'Université de Liège, tous les coefficients qui entrent dans l'expression de M , non seulement la valeur de $\frac{1}{\psi_1^2}$ mais celles de K', k'', β_1' ont pu être déterminées d'une façon précise, pour le *type centrifuge pur* tout au moins.

Nous nous bornons à reproduire pour le moment les conclusions de nos essais concernant la valeur de ces coefficients, nous réservant de revenir dans le 9^e fascicule sur les méthodes employées au cours des essais.

Pour les pertes à l'entrée et dans la roue, on peut adopter les valeurs :

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} = 1,05, \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,15. \quad (408)$$

TABLEAU XI

	DIFFUSEUR A AUBES	DIFFUSEUR SANS AUBES
k_3	0,120	0,150
k_4	0,055	0,050
α_0	0,120	0,080
n	1	2

Pour ce qui concerne le coefficient de perte dans le diffuseur, on peut utiliser la relation (407), les coefficients k_3, k_4, n et α_0 étant donnés par le tableau ci-joint.

Pour le coefficient K' nous proposons de prendre comme valeur moyenne pour les pompes dans lesquelles m est égal à 0,4 ou 0,5

$$K' = 0,26 \quad (409)$$

En ce qui concerne k'' , les chiffres obtenus par l'analyse de nos essais nous ont permis de tracer les courbes (1) et (2) en fonction du nombre d'aubes, pour les deux angles β_1 utilisés dans les essais ($180^\circ - 60^\circ$ et $180^\circ - 30^\circ$).

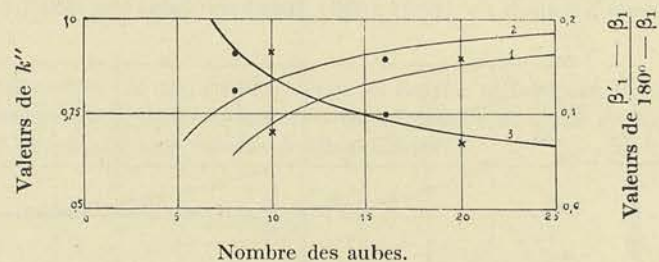


FIG. 210

Quant à l'écart entre l'angle réel β_1' et l'angle mesuré sur l'aubage β_1 , nous avons pu tracer la courbe (3), (fig. 210), qui fixe en fonction du nombre d'aubes le rapport

$$\frac{\beta_1' - \beta_1}{180^\circ - \beta_1}$$

SIXIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-POMPES

CHAPITRE I

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES DES POMPES CENTRIFUGES

Avant d'aborder la question du calcul des dimensions générales des pompes centrifuges, il convient d'examiner d'une façon approfondie l'influence de certains éléments, qui échappent à toute théorie, sur les conditions de fonctionnement de la pompe. Cet examen permettra de choisir judicieusement les dispositions les plus favorables pour la solution d'un problème donné, et de tenir éventuellement compte de l'influence des conditions propres à l'installation étudiée, sur les courbes caractéristiques de la pompe.

§ 1. — Vitesse maximum à l'ouïe

On peut dire que le bon fonctionnement de la pompe est lié à la bonne alimentation de l'aubage mobile à l'entrée; lorsque celui-ci ne se remplit pas complètement il se forme des remous qui, non seulement réduisent le rendement de la pompe, mais encore provoquent une usure extrêmement rapide des aubes et des flasques de la roue et du diffuseur.

Cette bonne alimentation de la roue dépend, bien entendu, du tracé de l'aubage et de la tubulure d'aspiration, mais surtout de la pression absolue qui règne à l'entrée de celle-ci. Lorsque cette pression tombe en-dessous de $\frac{3}{10}$ à $\frac{4}{10}$ de kg/cm^2 pour de l'eau à 10 à 15°, l'air contenu dans l'eau se sépare de celle-ci et, en occupant une partie de la section libre de l'aubage, fait diminuer rapidement le coefficient de contraction que nous avons désigné par k'' dans l'équation du débit (355).

Il s'ensuit que la courbe donnant la hauteur en fonction du débit, à vitesse constante, n'aura plus la même allure que la courbe du coefficient M en fonction de la variable x , celle-ci devenant, d'ailleurs, indéterminée faute de pouvoir évaluer k'' .

Reprenons, pour nous faire comprendre, le diagramme du coefficient manométrique M en fonction du coefficient de débit x , diagramme qui dépend du type et des angles, mais qui, pour un type normal, a l'allure de la fig. 211 (courbe en trait plein).

Lorsqu'on fait un essai à vitesse constante, x est proportionnel à w_1 et partant au débit Q , tandis que M est proportionnel à la hauteur H' . Ce diagramme donne dans ce cas, à une certaine échelle, la loi de variation de H' en fonction de Q .

Si on effectue toutefois une série d'essais avec des hauteurs d'aspiration h_1 croissantes, on constate que, à partir d'un certain débit que nous appellerons *débit critique* Q_c (d'autant plus grand d'ailleurs que h_1 est plus petit) la courbe de H en fonction de Q prend une allure presque parallèle à l'axe des ordonnées (fig. 211).

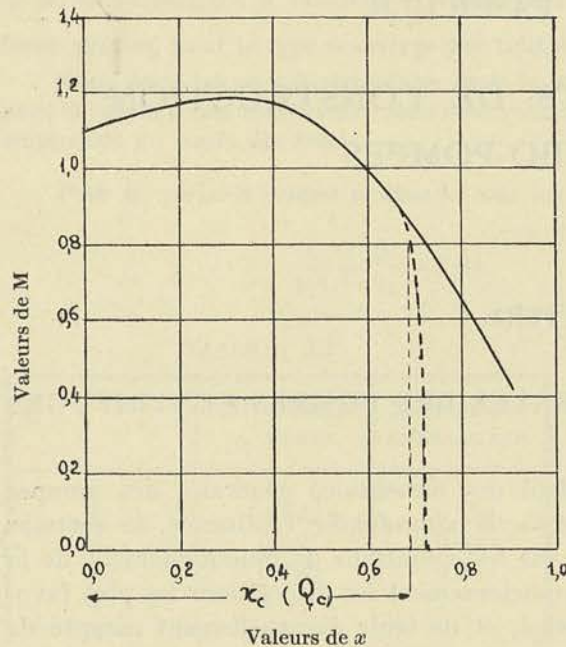


FIG. 211

Pour tracer la courbe du coefficient manométrique en fonction de x au delà de x_c , il faudrait pouvoir déterminer la valeur de k'' en chaque point; on peut admettre que, malgré la présence de remous de nature à réduire le coefficient manométrique, la courbe de ce dernier en fonction de x au delà de x_c n'est pas très inférieure à la courbe normale; avec cette hypothèse il serait possible de déduire des essais la valeur de k'' . Mais au point de vue où nous nous plaçons il importe assez peu de déterminer la variation de k'' , au delà de x_c , la conservation de la pompe et la stabilité du régime, exigeant que l'on reste en-dessous du débit Q_c .

Ce débit dépend de la hauteur d'aspiration, d'après ce que nous venons de voir, et il est aisé de montrer qu'il doit en être ainsi.

Calculons pour cela, la pression p_e (fig. 88) et la pression p_o à l'entrée de la roue.

La pression p_e à l'entrée de la tubulure d'aspiration est donné par la relation :

$$v(p - p_e) - (h_1 - h'') - \frac{1}{2g} c_e^2 - T'_f = 0. \quad (410)$$

En appliquant l'équation de *Bernouilli* à la tubulure d'aspiration, nous obtiendrons :

$$v(p_e - p_o) + [h_1 - (h_1 + h'')] + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_o^2) - T_o = 0 \quad (411)$$

c_o désignant la vitesse dans la section d'entrée et T_o la perte de charge dans la tubulure.

En additionnant membre à membre ces deux équations, nous obtiendrons :

$$vp_o = vp - \left(h_1 + T'_f + T_o + \frac{1}{2g} c_o^2 \right) \quad (412)$$

Les termes T'_f et T_o croissent comme le carré de la vitesse et partant le carré du débit; la valeur de vp_o est donc d'autant plus petite que le débit est plus grand.

Dans des essais que nous rappellerons dans le 9^e fascicule, nous avons trouvé que la perte de charge T_o pouvait atteindre même avec un tracé parfaitement approprié

(pour des roues de petites dimensions il est vrai), 1 fois et même 1,5 fois la valeur du terme $\frac{1}{2g} c_o^2$.

Si nous adoptons cette dernière valeur, nous voyons que :

$$vp_o = vp - (h_1 + T'_f) - 2,5 \frac{c_o^2}{2g} \quad (413)$$

vp représentant la pression atmosphérique à l'altitude où se trouve installée la pompe, cette pression étant exprimée en mètres d'eau.

Pour éviter un dégagement d'air et de vapeur plus ou moins important, nous devons évidemment chercher à maintenir vp_o nettement au-dessus de la tension de la vapeur d'eau à la température de fonctionnement. Si nous désignons par H_t la tension de la vapeur d'eau à la température t , exprimée en mètres d'eau, nous aurons comme condition de bon fonctionnement de la pompe :

$$H_t < vp - (h_1 + T'_f) - 2,5 \frac{c_o^2}{2g} \quad (414)$$

d'où :

$$(h_1 + T'_f) < vp - H_t - 2,5 \frac{c_o^2}{2g} \quad (415)$$

On voit ainsi que la hauteur manométrique d'aspiration admissible pour une pompe donnée sera d'autant plus faible que la vitesse à l'ouïe c_o sera plus élevée, que la température du liquide sera plus élevée et que l'altitude du lieu où est installée la pompe sera plus considérable, le terme vp diminuant, en effet, à mesure que l'altitude augmente.

La tension de la vapeur d'eau H_t peut être évaluée directement à l'aide de tables de la vapeur d'eau ; quant à la pression atmosphérique vp elle pourra être déduite de la formule de Laplace

$$dz = 18405 \lg \frac{vp_a}{vp} \quad (416)$$

dz représentant la dénivellation par rapport au niveau de la mer, exprimée en mètres et vp_a — la pression atmosphérique au niveau de la mer (égale à 10,30 mètres dans les conditions normales).

La formule (415) montre qu'à partir d'un certain moment la hauteur manométrique ($h_1 + T'_f$) peut devenir négative, ce qui veut dire que la hauteur d'aspiration ne doit pas seulement être nulle mais qu'il faut, au contraire, réaliser une certaine charge à l'aspiration pour assurer un fonctionnement satisfaisant.

Nous avons calculé dans le tableau ci-dessous les hauteurs manométriques d'aspiration qu'il ne faut pas dépasser pour diverses températures de l'eau à différentes altitudes. Les valeurs négatives représentent les charges minimum nécessaires pour que la sécurité de marche soit assurée. Ce tableau a été calculé en partant des formules (415) et (416) et en supposant une vitesse à l'ouïe c_o de 3 m/sec ; il suppose en outre une différence positive entre les deux membres de l'équation (415) de 2,50 à 4 mètres, comme marge de sécurité. On voit que si l'on admet des vitesses à l'ouïe de l'ordre de 3 m/sec, il conviendra de ne pas dépasser une hauteur manométrique d'aspiration de 6 m. 50, même avec de l'eau froide.

TABLEAU XII

Hauteur (ou charge) manométrique à l'aspiration en mètres d'eau

ALTITUDE par rapport au niveau de la mer en mètres	TEMPÉRATURE DE L'EAU EN ° C									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	6,50	6,30	5,90	5,20	4,50	3,40	2,00	0	-2,0	-5,0
500	5,90	5,70	5,30	4,60	3,90	2,80	1,40	-0,6	-2,6	-5,6
1000	5,40	5,20	4,80	4,10	3,40	2,30	0,90	-1,1	-3,1	-6,1
2000	4,30	4,10	3,70	3,00	2,30	1,20	-0,2	-2,2	-4,2	-7,2
2500	3,80	3,60	3,20	2,50	1,80	0,70	-0,7	-2,7	-4,7	-7,7
3000	3,30	3,10	2,70	2,00	1,30	0,20	-1,2	-3,2	-5,2	-8,2

§ 2. — Choix de l'angle d'entrée β_0

En ce qui concerne β_0 , on s'impose comme condition que le dos des aubes à l'entrée soit tangent à la direction de la vitesse relative w_0 ; α_0 désignant l'angle de la vitesse absolue avec la tangente, on pourra écrire :

$$w_0 \sin \beta_0 = c_0 \sin \alpha_0 \quad (417) \quad w_0 \cos \beta_0 = c_0 \cos \alpha_0 - u_0 \quad (418)$$

et en tirant :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - \frac{u_0}{c_0 \sin \alpha_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - m^2 v \frac{1}{\sin \beta_1} \frac{1}{x} \quad (419)$$

en vertu de la relation :

$$2 \pi r_0 l_0 \sin \alpha_0 c_0 = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1. \quad (420)$$

Cette relation conduit à la valeur :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - 0,65 \frac{1}{x} \quad (421)$$

pour le type I caractérisé par

$$m = 0,45, \quad v = 1,6, \quad \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ.$$

Pour les pompes à haute pression, x est inférieur à 0,3 ce qui fixe comme valeur minimum de β_0 , la valeur donnée par la relation :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - 2,165. \quad (422)$$

En admettant que le fluide qui entre normalement au plan de l'ouïe de la roue, n'est entraîné que légèrement dans le sens de la rotation, avant son entrée dans l'aubage, on sera amené à poser :

$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

et à constater que $\operatorname{tg} \beta_0$ est au plus égal à

$$\operatorname{tg} \beta_0 = -0,465$$

soit :

$$\beta_0 = 180^\circ - 25^\circ \quad \text{pour} \quad \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$$

Nous adopterons dans les calculs relatifs au type I, qui vont suivre, les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \text{pour } \beta_1 = 180^\circ - 60^\circ, & \quad \beta_0 = 180^\circ - 30^\circ \\ \text{» } \beta_1 = 180^\circ - 30^\circ, & \quad \beta_0 = 180^\circ - 24^\circ \\ \text{» } \beta_1 = 180^\circ - 12^\circ, & \quad \beta_0 = 180^\circ - 18^\circ \text{ au lieu de } 180^\circ - 11^\circ \text{ calculé} \end{aligned}$$

D'une manière générale, il est d'autant plus difficile de réaliser les angles que donne le calcul, que x et l'angle de $180^\circ - \beta_1$ sont plus petits : l'épaisseur des aubes ne peut, en effet, être réduite à moins de $2 \frac{1}{2}$ à 3 mm. dans les petites roues et on arrive rapidement, malgré l'amincissement à l'extrémité, à un coefficient d'encombrement très faible lorsque l'angle est inférieur à 18° , pour fixer les idées.

§ 3. — Angle β_1 le plus favorable dans les types T H P et H P

Nous venons de voir que l'on doit réaliser un angle d'entrée β_0 dont la valeur dépend de l'angle β_1 ; celui-ci jusqu'à présent reste indéterminé.

Nous allons voir que de son choix, dépendent certaines qualités de la pompe.

Le problème qui se pose lorsqu'il s'agit de pompes à très haute pression, notamment, est de réaliser la plus grande hauteur H' possible pour le débit Q imposé, sans dépasser un nombre de tours compatible avec une attaque directe par moteur électrique; le problème revient donc à *déterminer la condition à réaliser pour atteindre avec le rendement maximum possible, la valeur minimum de R.*

Pour nous rendre compte de l'influence de β_1 , faisons varier β_1 , et recherchons pour chacune des valeurs :

$$180^\circ - 19^\circ,$$

$$180^\circ - 30^\circ,$$

$$180^\circ - 60^\circ$$

les courbes caractéristiques, notamment les courbes de R et de η en fonction de x .

En réunissant tous les points des courbes de R correspondant au même rendement, on pourra déduire par interpolation les valeurs de β_1 et de x qui conduisent au minimum de R pour un rendement donné.

Nous ferons ces calculs pour le type T H P défini par les coefficients de proportionnalité :

$$m = 0,45$$

$$v = 1,6$$

et

$$\varepsilon = 0,100$$

en supposant que les coefficients de perte, et les coefficients d'encombrement et de contraction, aient les valeurs précédemment admises.

Avec des valeurs ε sensiblement inférieures à 0,100, il est impossible d'atteindre un rendement suffisamment élevé, à moins qu'il ne s'agisse de pompes de grandes dimensions pour lesquelles le rendement organique et le coefficient $\left(1 - \frac{f}{Q}\right)$ sont relativement élevés. D'autre part, pour les valeurs de ε supérieures à 0,100, les valeurs de x que l'on est conduit à adopter pour satisfaire à l'équation du débit (355), sont relativement trop faibles au point de vue de la stabilité de marche ainsi que nous l'avons fait ressortir au chapitre II du 5^e fascicule, en traçant la courbe du débit ($Q - f$) en fonction du nombre de tours N .

Avec des pompes centrifuges étroites, il est nécessaire de tenir compte de la perte par fuite et de distinguer le rendement total η du rendement effectif, l'un étant lié à l'autre par la relation :

$$\eta = \eta_e \left(1 - \frac{f}{Q}\right)$$

Nous adopterons pour le calcul de $\frac{f}{Q}$

$$\frac{e}{r_1} = 0,002 \quad \text{et} \quad k_2 = 0,7$$

chiffres normaux.

Les résultats du calcul sont portés en diagramme fig. 212, les courbes 1, 2, 3 donnant les valeurs de R en fonction de x , les courbes I, II, III donnant les valeurs du coefficient manométrique M , pour les angles $180^\circ - \beta_1$ de :

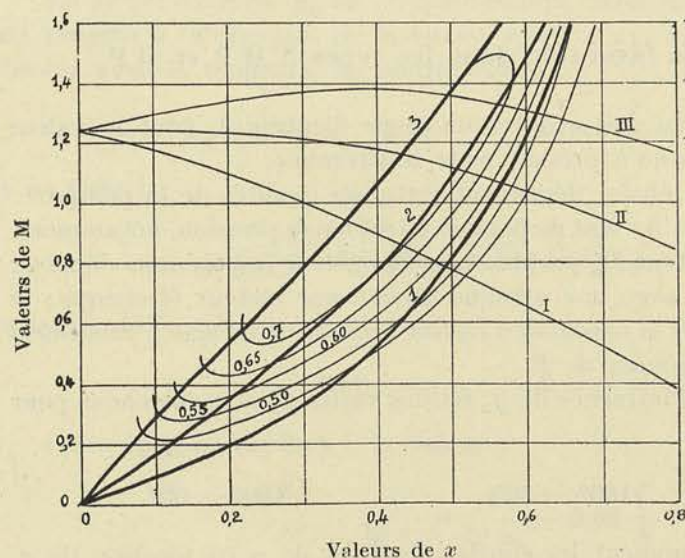


FIG. 212

($180^\circ - \beta_1$) supérieur à 30° (compris entre 30° et 40° pour fixer les idées) d'autant plus voisin de 30° que le rendement que l'on s'impose est plus faible :

pour $\eta = 0,50$,	$R = 2,1$,	$x = 0,125$, ($180^\circ - \beta_1$) = 30°
= 0,60,	$R = 3,4$,	$x = 0,160$, ($180^\circ - \beta_1$) = 40°
= 0,65,	$R = 4,3$,	$x = 0,200$, " "
= 0,70,	$R = 5,2$,	$x = 0,250$, " "

19°, 30°, 60°.

En traçant les courbes du rendement total η , nous avons recherché sur les courbes de R les points correspondant successivement aux rendements 0,50, 0,55, 0,60, 0,65, 0,70. Les courbes reliant tous les points de même rendement sont indiquées en trait faible.

On peut se rendre compte par le tracé de ces dernières courbes, que la valeur minimum de R est réalisée pour un angle

Mais nous avons vu, lors de l'étude du rendement de l'installation, au chapitre II du 5^e fascicule, qu'une courbe manométrique d'une allure trop plate peut compromettre la stabilité de marche de la pompe, même si la vitesse de rotation n'est sujette qu'à des variations relativement peu importantes; une allure trop plate peut aussi amener des difficultés lors de l'amorçage de la pompe, surtout lorsque la perte de charge de l'installation est faible vis-à-vis de la hauteur statique de refoulement. Or, le diagramme de la fig. 212 montre que la courbe du coefficient manométrique M devient de plus en plus plate à mesure que l'angle $(180^\circ - \beta_1)$ grandit. De plus, pour une même valeur de R , on voit que la valeur de x décroît quand on fait grandir l'angle $(180^\circ - \beta_1)$, ce qui aggrave encore la difficulté d'assurer à la pompe une stabilité de débit suffisante.

Pour toutes ces raisons, on comprend que dans la pratique on s'en tienne à des angles $(180^\circ - \beta_1)$ inférieurs à 30° , disons compris entre 25° et 30° .

Remarque. — Il convient, si l'on veut comparer les valeurs de R que nous venons d'indiquer, avec celles que nous avons déduites du diagramme de la fig. 203, de remarquer que le rendement renseigné ici est le rendement total obtenu en tenant compte des fuites et pour une valeur de ϵ de 0,100, au lieu de 0,125 que nous avons adoptée pour les courbes de la figure 203; or, avec des roues étroites et les valeurs faibles de x utilisées normalement dans les pompes à très haute pression, les pertes par fuite atteignent 5 à 6% et plus. Nous avons tracé, fig. 213, les courbes caractéristiques correspondant à l'angle de $180^\circ - \beta_1 = 30^\circ$ et $\epsilon = 0,100$, de manière à faire ressortir comment les pertes se décomposent pour le maximum de rendement :

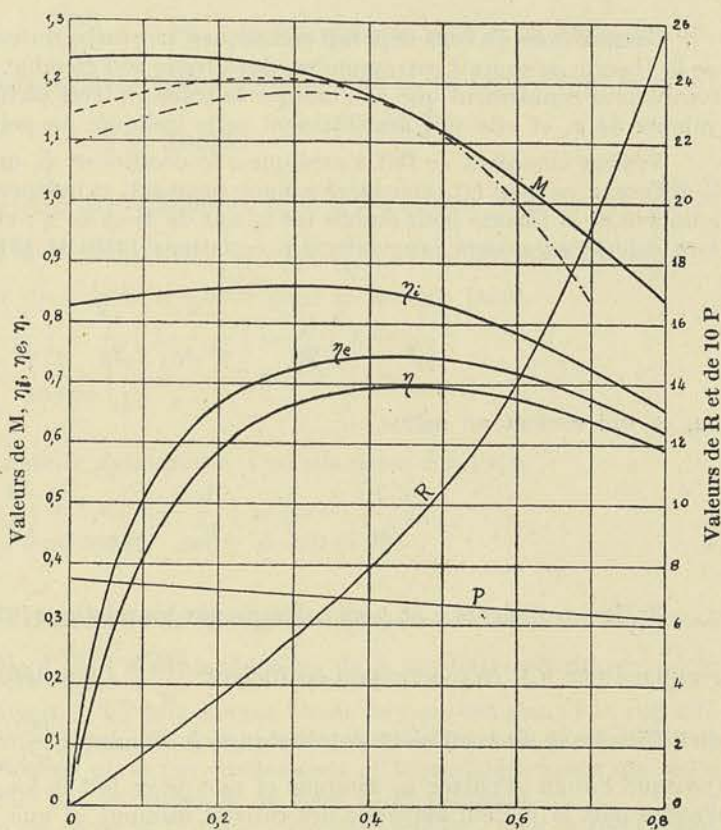


FIG. 213

Nous avons tracé, fig. 213, les courbes caractéristiques correspondant à l'angle de $180^\circ - \beta_1 = 30^\circ$ et $\epsilon = 0,100$, de manière à faire ressortir comment les pertes se décomposent pour le maximum de rendement :

pertes hydrauliques :	15 %	$\eta_i = 0,850$
pertes par frottements externes :	12 %	$\eta_e = 0,85 \times 0,88 = 0,747$
pertes par fuites :	7 %	$\eta = 0,747 \times 0,93 = 0,695$

Ces valeurs se confondent sensiblement avec celles que nous avons trouvées expérimentalement sur une roue de 0 m. 200 de diamètre, ayant très approximativement les proportions du type calculé ici (voir 9^e fascicule).

§ 4. — Influence des dimensions sur les courbes caractéristiques

Avec des roues de plus grandes dimensions, les pertes hydrauliques diminuent ainsi que nous l'avons déjà fait observer, lors du calcul du coefficient φ , page 81 et suivantes. Mettons en relief l'influence des dimensions sur la valeur du coefficient manométrique, sur le rendement indiqué et le rendement total, en calculant les courbes caractéristiques pour 3 numéros du type T H P d'angle β_1 égal à $(180^\circ - 30^\circ)$; nous adopterons pour ces calculs, les valeurs des coefficients φ , φ_1 , ψ , ψ_1 , qui correspondent aux trois dimensions $2r_1$

0 m 100,

0 m 200,

0 m 400.

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, la courbe du coefficient manométrique déduite de la théorie ne saurait correspondre, dans toute son étendue, à la courbe réelle : cette courbe tombe plus rapidement que ne l'indique le tracé en trait plein de la fig. 213, pour les petites valeurs de x , et elle suit sensiblement celle indiquée en pointillé.

Voyons comment ce fait s'explique : le coefficient ψ_1 qui tient compte des pertes dans le diffuseur ne peut être considéré comme constant, et indépendant de x ainsi que nous l'avons admis dans la théorie pour établir les valeurs de M et de η : en effet, ce coefficient ψ_1 pourrait être calculé en posant, en vertu des équations (316) et (318) :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_2^2}{2g} = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{c_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (423)$$

ou, ce qui revient au même,

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) n_1^2 + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \quad (424)$$

Or, les coefficients φ et ψ sont donnés par les relations (97) et (317), (dans laquelle $\frac{1}{n}$ est remplacé par n_1), en fonction du coefficient $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s$ qui dépend des proportions des canaux du diffuseur, et du coefficient de résistance k . Comme $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s$ augmente lorsque x diminue, (puisque l'angle d'entrée α_1 diminue et que de ce fait la longueur du canal grandit), comme d'autre part la section moyenne des canaux diminue et que k dépend de la valeur de cette section moyenne, on peut conclure que ψ_1 diminue avec x , c'est-à-dire $\frac{1}{\psi_1^2}$ augmente, et que partant M décroît plus rapidement que ne l'indique la courbe calculée en supposant $\frac{1}{\psi_1^2}$ constant et égal à 1,25.

Cette remarque faite, demandons-nous à présent comment la valeur de ψ_1 normale peut varier avec les dimensions ; pour cela assimilons, au point de vue de la perte de charge, le canal à section rectangulaire et à axe courbe, formé par les flasques et deux aubes voisines, à un canal rectiligne à section circulaire et déterminons quelle devrait être la rugosité de ce dernier pour que l'énergie absorbée par les frottements et tourbillonnements soit la même qu'avec le premier.

La concordance entre les résultats du calcul et les résultats d'expérience que nous avons signalés plus haut pour une roue de 0 m. 200 de diamètre, nous permet d'admettre que les valeurs des coefficients :

$$\varphi = \varphi_1 = 0,975 \quad \psi_1 = 0,895 \left(\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25\right)$$

correspondent à une roue et à un diffuseur en bronze, à parois entièrement parachevées, dont les tracés peuvent être caractérisés par les chiffres suivants : (voir pour les notations page 81)

$$k'' = \frac{s}{e} = 3,3, \quad k''' = \frac{l}{e} = 0,345, \quad \sigma = 0 \text{ m}^2 \text{ 00029},$$

pour la roue ;

$$k'' = \frac{s}{e} = 3,4, \quad k''' = \frac{l}{e} = 0,34, \quad \sigma = 0 \text{ m}^2 \text{ 00029}$$

pour le diffuseur.

Ces proportions conduisent à $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = 26$ à la fois pour la roue et le diffuseur. En utilisant la formule (97) dans laquelle on remplace φ par sa valeur, on trouve pour la roue :

$$k = 0,0003$$

Pour le diffuseur, en admettant $k = 0,0006$ et $k_1 = 0,10$ (valeurs doubles des précédentes) on trouve au moyen de la relation (424) $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25$ (n_1 peut être pris égal à $\frac{1}{3}$).

Si on introduit cette valeur de k égale à 0,0003 dans la formule (100),

$$k = \frac{1}{40.000} \left(\frac{e \cdot 10^2}{\sqrt[3]{\alpha}} + 2,4 + b' \right) \quad (1)$$

en assimilant le canal à une conduite cylindrique d'un diamètre d tel que

$$\frac{\pi d^2}{4} = 0 \text{ m}^2 \text{ 00029}, \quad \text{soit} \quad d = 0 \text{ m } 02,.$$

on peut en déduire b' coefficient dépendant de la rugosité. Comme ce coefficient est donné par une fonction exponentielle de $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$, d étant le diamètre de la conduite cylindrique, $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ le rapport entre la rugosité d'un tuyau en fer pris comme terme de comparaison, et la rugosité du tuyau considéré, on pourra en fin de compte fixer ε , la rugosité fictive de la paroi du tuyau cylindrique qui provoquerait la même perte par frottements et tourbillonnements que celle provoquée par le canal réel formé par les aubes de la roue et du diffuseur.

En adoptant pour $d = 0 \text{ m. } 02$, pour w (vitesse moyenne) 6 m/sec, pour μ (coefficient de viscosité) 0,0131, on trouve $\sqrt[3]{\alpha} = 45$ et finalement $\varepsilon = 0,11 \varepsilon_1$ en ce qui concerne la roue.

Pour le diffuseur, en adoptant également pour $d = 0 \text{ m. } 02$, pour w (vitesse moyenne) 20 m/sec. pour $\eta = 0,0131$ on trouve $\sqrt[3]{\alpha} = 66,7$ et $\varepsilon = 7 \varepsilon_1$.

Conservant ces valeurs de ε pour les canaux de la roue d'une part, pour les canaux du diffuseur d'autre part, nous avons recherché, en utilisant les formules expérimentales exposées en appendice, les valeurs de φ , ψ , ψ_1 pour une roue de 0 m. 100 de diamètre, puis pour une roue de 0 m. 400.

Nous avons trouvé :

pour $2r_1 = 0,100$	$\frac{1}{\varphi^2} = 1,068$	$\frac{1}{\psi^2} = 1,225$	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,38$
pour $2r_1 = 0,400$	$\frac{1}{\varphi^2} = 1,040$	$\frac{1}{\psi^2} = 1,152$	$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,200.$

(1) Voir appendice.

En introduisant ces valeurs dans les formules donnant M , M' , P , etc. nous avons obtenu les courbes caractéristiques tracées fig. 214.

On voit que le rendement varie avec les dimensions pour un même type, d'au moins 10% en passant du plus petit diamètre au plus grand.

Il y a lieu de faire observer que le rendement de 0,625 pour une roue de 0 m. 100, suppose des pertes externes relativement très faibles; ce chiffre étant considéré comme une limite supérieure, on voit que l'écart des rendements entre les deux dimensions 0 m. 100

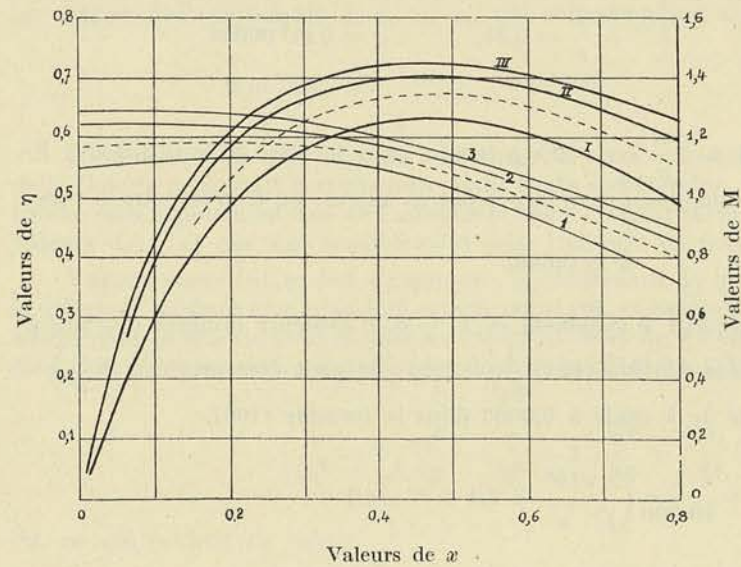


FIG. 214

et 0 m. 400, est nettement supérieur à 10%. En ce qui concerne le coefficient manométrique, la variation n'atteint pas 10%; mais tandis que la chute du coefficient manométrique est de 6 1/2% en passant de 0 m. 200 à 0 m. 100, elle n'est que de 2 1/2% en passant de 0 m. 400 à 0 m. 200, tout au moins dans la région des valeurs de x voisines de celles qui conduisent au rendement maximum.

Bien que ces déductions soient tirées de considérations assez hasardées au sujet de l'évaluation des coefficients de pertes φ , ψ et ψ_1 , nous pouvons dire que les chiffres cités sont très voisins de la réalité, pour des roues entiè-

rement parachevées en bronze, et que la théorie donne, ici encore, d'une manière nette, l'ordre de grandeur des valeurs observées.

§ 5. — Calcul des pompes à très haute pression et à haute pression

Premier exemple. — Proposons-nous de résoudre le problème numérique suivant : Déterminer les dimensions générales d'une pompe capable de refouler $(Q - f) = 75 \text{ m}^3/\text{heure}$ à la hauteur manométrique d'élevation $H' = 55 \text{ mm.}$, le nombre de tours par minute du moteur destiné à actionner la pompe par accouplement direct, étant de :

$$N = 2920.$$

En admettant une fuite f de 6%, le débit Q de la roue sera de :

$$Q = 0,022 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

ce qui donne à R la valeur de :

$$R = \frac{0,022 \times 2920^2}{(2g)^{3/2} \times 55^{3/2}} = 5,30.$$

La pompe qui répond aux conditions envisagées est donc du type I à très haute pression.

Si nous nous reportons aux courbes de la figure 213, nous voyons qu'il est possible de réaliser cette valeur de R sans descendre en-dessous d'un rendement de 0,68 et pour une valeur de $x = 0,30$.

Représentons par $f(x)$, la courbe réelle de M dessinée en pointillé, courbe qui s'écarte de la courbe théorique en trait plein pour les faibles valeurs de x ; nous pourrions poser :

$$Q = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta'_1 k' k'' x u_1 \quad (425)$$

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = f(x) \quad (426)$$

et enfin :

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1. \quad (427)$$

Ces trois équations dans lesquelles entrent les trois données Q, H' et N ne contiennent que trois inconnues :

$$x, \quad u_1, \quad r_1$$

du moment où nous adoptons à priori $\varepsilon = 0,100$ et $180 - \beta'_1 = 30^\circ$.

Nous pourrions résoudre le problème par tâtonnements connaissant la courbe donnant $f(x)$.

Il suffira de choisir arbitrairement x , d'en déduire $f(x)$ puis u_1 et enfin r_1 , et de vérifier si ces trois valeurs introduites dans la première équation conduisent au débit imposé Q.

Lorsqu'on possède la courbe R tracée pour le type envisagé, en tenant compte des vraies valeurs de M, il suffit de prendre pour x l'abscisse qui correspond à l'ordonnée R, calculée en fonction des données.

En adoptant $k'' = 0,85$, $k' = 0,90$,

$$Q = 0,24 r_1^2 x u_1 = 0,022$$

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = \frac{1080}{u_1^2} = f(x)$$

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1 = 306 r_1.$$

Les valeurs qui satisfont aux équations sont les suivantes :

$$x = 0,30 \quad u_1 = 30 \text{ m. } 50 \quad 2 r_1 = 0 \text{ m. } 200.$$

Connaissant le diamètre $2 r_1$, nous pourrions déterminer les autres dimensions :

$$m = \frac{r_0}{r_1} = 0,45 \quad 2 r_0 = 0 \text{ m. } 090$$

$$\varepsilon = \frac{l_1}{r_1} = 0,1 \quad l_1 = 0 \text{ m. } 010$$

$$v = \frac{l_0}{l_1} = 1,6 \quad l_0 = 0 \text{ m. } 016$$

La valeur de w_1 peut être déterminée connaissant x et u_1 :

$$w_1 = x u_1 = 0,30 \times 30,60 = 9 \text{ m. } 18.$$

et, partant, le triangle de vitesse à la sortie de la roue peut être tracé; ce triangle donnera la valeur de c_1 et de l'angle α_1 à l'entrée du diffuseur.

On remarquera que pour le tracé de la roue, on devra prendre non l'angle réel β_1 des filets fluides, mais cet angle augmenté de 4 à 5°, puisque, ainsi que nous l'avons fait remarquer, pour un faible nombre d'aubes (8 à 10), il existe un écart entre l'angle du tracé et l'angle des filets de cette importance.

Une vérification s'impose : celle de la vitesse à l'entrée; nous savons que

$$Q = \pi r_0^2 \times k''' \times c_0$$

r_0 désignant le rayon de l'ouïe. On déduit de cette relation la valeur acceptable :

$$c_0 = 3,86$$

avec

$$k''' = 0,90.$$

Le rendement η a pour valeur 0,68 et la puissance absorbée sur l'axe atteint donc :

$$N_e = \frac{\delta (Q - f) H'}{75} \times \frac{1}{\eta} = 22,5 \text{ chev.}$$

On trouvera figure 236, à l'échelle de 1/5, l'ensemble de la pompe répondant à ces données.

Nous fixerons aux § 7 et 9 le tracé des aubes de la roue et du diffuseur correspondant à ce type de pompe.

En ce qui concerne les diamètres des tubulures d'aspiration et de refoulement, on pourra en faire le calcul en adoptant une vitesse de 2 m. à 3 m. pour l'aspiration, 3 m. à 4 m. pour le refoulement, suivant l'importance du débit. On arrondira les chiffres trouvés de manière à n'adopter que des diamètres correspondant à des tuyaux du commerce qui varient en diamètre de 10 à 10 mm. jusque 100 mm., puis de 25 en 25 à partir de 100 mm. En tenant compte de cette remarque, nous avons admis pour la tubulure d'aspiration 0,100 m., et pour celle du refoulement, 0,090 m. dans l'exemple que nous venons de traiter.

Deuxième exemple. — Traitons comme deuxième exemple, le calcul des dimensions d'une pompe capable de refouler $(Q - f) = 75 \text{ m}^3/\text{heure}$, comme dans l'exemple précédent, mais à une hauteur d'élévation $H' = 110 \text{ m.}$ le nombre de tours étant conservé.

$$N = 2920.$$

Si on calcule la valeur de R, on trouve une valeur inférieure à la valeur minimum admise. Force est donc de recourir à une pompe comportant 2 roues en tension.

Nous obtiendrons les mêmes conditions de fonctionnement que dans l'exemple précédent, en adoptant 2 roues de 0,200 m. de diamètre. Il est inutile de reprendre le calcul des dimensions; les diamètres de conduites d'aspiration et de refoulement pourront également être conservés; seul le tracé de la pièce intercalaire faisant communiquer le diffuseur de la première roue avec l'ouïe de la seconde, demandera une étude spéciale sur laquelle nous reviendrons au paragraphe traitant du tracé des aubes.

On peut considérer que le rendement restera sensiblement le même que pour la pompe à une roue, l'accroissement du rendement organique étant compensé par une

augmentation de la perte par fuite (provenant de la présence d'une buselure centrale dans la pièce intercalaire) et par l'accroissement des pertes internes résultant du passage du fluide à travers les canaux de la pièce intercalaire.

La puissance absorbée pourra donc être évaluée au double de la précédente, soit 45 chevaux.

La figure 257 donne la représentation, à l'échelle 1/5, de la pompe à deux roues dont il est question ici.

Troisième exemple. — Proposons-nous à présent de calculer une pompe capable de refouler $(Q - f) = 150 \text{ m}^3$ par heure (au lieu de 75 m^3) à la hauteur manométrique de 55 m. comme dans le premier exemple, le nombre de tours N étant conservé.

Nous obtiendrons immédiatement la solution en associant deux roues de 0,200 m. en parallèle. Cette disposition est représentée figure 246 à l'échelle 1/5.

Le rendement est ici amélioré, les fuites f et la puissance N_0 étant les mêmes que pour une roue à simple ouïe.

On pourra donc calculer le rendement η en adoptant pour $\frac{N_0}{N_i}$ et $\frac{f}{Q}$ des valeurs moitié moindres; on trouve ainsi :

$$\eta = 0,865 \times 0,925 \times 0,960 = 0,77.$$

La puissance absorbée pourra, dans ces conditions, être évaluée à 40 chevaux.

Pour des tubulures d'aspiration et de refoulement on pourra adopter respectivement 0,150 m. et 0,125 m., correspondant à des vitesses voisines des valeurs limites admises.

La fig. 246 représente à l'échelle 1/5 la pompe correspondant aux données ci-dessus.

Quatrième exemple. — Calculer les dimensions d'une pompe d'alimentation pour une batterie de chaudières timbrées à 15 kg. cm^2 capable de débiter $25 \text{ m}^3/\text{heure}$, la pompe étant commandée par un moteur à courant triphasé 50 périodes.

En adoptant le nombre de tours le plus grand possible compatible avec la nature du courant, soit 2920 tours, et en acceptant une perte de charge totale pour la conduite, les accessoires et le réchauffeur d'eau, de 8%, et une perte par fuite de 10%, on pourra fixer les trois quantités Q , H' , N comme suit :

$$Q = 0,0076 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$H' = 162 \text{ m.}$$

$$N = 2920 \text{ tours/minute.}$$

Si on introduit ces trois quantités dans l'expression de R , on trouve une valeur très inférieure à la valeur que nous avons admises comme minimum. Ce résultat indique que le problème ne peut être résolu qu'au moyen d'une pompe à plusieurs roues.

Désignons par n le nombre de roues nécessaires pour que R atteigne pour chaque roue la valeur 5.

$$\frac{0,0076}{(2g)^{3/2}} \times \frac{2920^2}{\left(\frac{162}{n}\right)^{3/2}} = 5.$$

On trouve ainsi :

$$n = 5,8$$

Adoptons 6 roues en tension, et déterminons, comme nous l'avons fait dans le premier exemple, les dimensions de la roue répondant aux données :

$$Q = 0,0076 \text{ m}^3/\text{sec} \quad H' = 27 \text{ m.} \quad N = 2920 \text{ t/m}$$

Avec ces valeurs $R = 5,3$.

En utilisant les courbes de M et de R de la figure 213, nous obtiendrons :

$$x = 0,50 \quad u_1 = 21,40 \quad 2r_1 = 0 \text{ m. } 140$$

et partant :

$$m = \frac{r_0}{r_1} = 0,45 \quad 2r_0 = 0 \text{ m. } 063$$

$$\varepsilon = \frac{l_1}{r_1} = 0,1 \quad l_1 = 0 \text{ m. } 007$$

$$v = \frac{l_0}{l_1} = 1,6 \quad l_0 = 0 \text{ m. } 0112$$

$$w_1 = 6 \text{ m. } 42.$$

Le coefficient d'encombrement de la section à l'ouïe est ici plus élevé, étant donné que l'arbre a un diamètre proportionnellement plus fort ; si nous adoptons 0,80, nous trouvons :

$$c_0 = 3,04 \text{ m/sec.}$$

Pour le calcul de la puissance, nous utiliserons la valeur du rendement relevé sur le diagramme, soit 0,68, diminué de 2 à 3% pour tenir compte de ce que les dimensions étant plus faibles, les rendements indiqué et organique tendent à être moins élevés.

$$N_e = \frac{\delta (Q - f) H'}{75} \times \frac{1}{\eta} = 23,0 \text{ chevaux.}$$

En admettant les vitesses respectives de 1,50 m. et de 2 m. pour l'aspiration et le refoulement, on trouvera :

$$d = 0 \text{ m. } 080 \text{ à l'aspiration ;}$$

$$d = 0 \text{ m. } 070 \text{ au refoulement.}$$

La figure 254 représente, à l'échelle de 1/5, la pompe multicellulaire répondant à ces données ; nous reviendrons dans la suite sur la description de celle-ci.

Cinquième exemple. — Proposons-nous maintenant de déterminer les dimensions d'une pompe destinée à l'alimentation d'une distribution d'eau, capable de fournir 2500 m³ par heure à la hauteur $H' = 150 \text{ m.}$, en conservant le même nombre de tours :

$$N = 2920.$$

Ce nombre de tours est extrêmement élevé pour une pompe qui doit fournir un débit aussi considérable ; il s'impose toutefois dans le cas d'attaque directe par turbine à vapeur, le rendement de cette dernière croissant avec la vitesse angulaire. Le seul moyen de se tirer d'affaire est d'associer en parallèle un assez grand nombre de roues, pour que la vitesse à l'ouïe de chacune d'elles ne dépasse pas une valeur maximum, valeur que nous fixerons à 5 m./sec.

Avec 2 roues en parallèle, R atteint pour chacune :

$$R = \frac{0,348 \times 2920^2}{(2g)^{3/2} (150)^{3/2}} = 18,6$$

ce qui semblerait montrer que le type II hélico-centrifuge étroit est possible ; mais il ne faut pas perdre de vue que la vitesse périphérique doit atteindre ici une valeur égale à plus du double de celle que nous avons fixée comme limite, pour ce même type II.

Force est donc de recourir à un type à 4 roues en parallèle.

Déterminons, dans cette hypothèse, le rapport m à réaliser pour que la vitesse $c_0 = 5$ m./sec. ne soit pas dépassée.

Appliquons la formule (367) avec :

$$k' = 0,90 \quad k'' = 0,85 \quad k''' = 0,75$$

$$\epsilon = 0,1 \quad \sin \beta_1 = \sin 25^\circ = 0,423$$

$$x = 0,4 ;$$

On trouve ainsi pour $\frac{D_s}{2r_1}$, et partant pour m , une valeur supérieure à 0,60. Adoptons $m = 0,65$.

Nous ne reprendrons pas les calculs théoriques du coefficient manométrique pour cette valeur de m ; nous admettrons que la courbe (1) de la figure 215 traduit les résultats d'essai sur une roue centrifuge tracée avec $m = 0,65$.

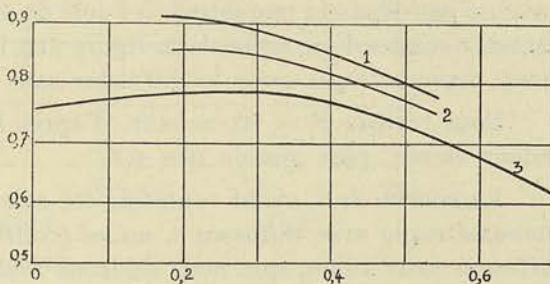


FIG. 215

En résolvant par tâtonnements les trois équations (425), (426), (427), le débit étant pris égal à $\frac{Q}{4} = 0,174$ m³/sec., on obtient :

$$2 r_1 = 0 \text{ m. } 390$$

$$u_1 = 59 \text{ m. } 5$$

$$x = 0,40.$$

Pour $2 r_0$ il viendra donc :

$$2 r_0 = 0 \text{ m. } 250$$

ce qui permet d'évaluer :

$$c_0 = \frac{Q}{4} \frac{1}{\pi r_0^2} \frac{1}{k'''} = 4,75 \text{ m/sec.}$$

En adoptant pour vitesse dans le tuyau d'aspiration la vitesse limite 2,50 m., nous obtiendrons 0,600 m. comme diamètre. En fixant à 0,75 le rendement de la pompe, la puissance absorbée sera de :

$$N_e = 1860 \text{ chevaux.}$$

La figure 264 représente, à l'échelle 1/10, la pompe que nous venons de calculer ; nous insisterons au chapitre III sur les particularités de cette pompe, au point de vue construction.

Sixième exemple. — Proposons-nous à présent de calculer une pompe capable de fournir une hauteur manométrique H' de 50 m., comme dans le premier exemple, mais pour un débit de 500 m³/heure, avec un nombre de tours moitié moindre, soit :

$$N = 1450.$$

En adoptant $\frac{f}{Q} = 0,05$, le débit devra atteindre 0,145 m³/sec. et le coefficient caractéristique R aura pour valeur 10.

Le type I peut donc convenir, pour autant que la vitesse à l'ouïe ne dépasse pas une valeur admissible.

Si nous adoptons une roue centrifuge caractérisée par :

$$m = 0,5 \quad v = 1,80 \quad \beta'_1 = 180^\circ - 25^\circ \quad \varepsilon = 0,1$$

pour ne pas dépasser une vitesse à l'ouïe de 4,75 m/sec., nous obtiendrons, pour courbes caractéristiques, les courbes de la figure 216, la courbe M_0 donnant les valeurs du coefficient manométrique pour le diffuseur sans aubes.

Pour réaliser $R = 10$, on voit, d'après la courbe de R , que x doit atteindre une valeur élevée, plus grande que 0,4.

La courbe de R , ayant toutefois été calculée en partant des valeurs du coefficient manométrique avec diffuseur à aubes (courbe M), n'est pas valable pour la pompe à diffuseur sans aubes, que nous désirons réaliser ici.

Pour trouver la valeur de x , nous procéderons par tâtonnements comme nous l'avons fait dans l'exemple précédent.

On obtient, de cette manière :

$$x = 0,42 \quad u_1 = 32 \text{ m. } 50 \quad 2r_1 = 0 \text{ m. } 426$$

et partant :

$$2r_0 = 0 \text{ m. } 213 \quad l_1 = 0 \text{ m. } 022 \quad l_0 = 0 \text{ m. } 038 \quad w_1 = 13 \text{ m. } 65$$

Nous pouvons admettre pour rendement une valeur légèrement plus élevée que celle indiquée par la courbe de la figure 216, le rendement indiqué s'améliorant à mesure que les dimensions de la roue croissent. Avec $\eta = 0,72$ la puissance absorbée par la pompe serait de :

$$N_e = 129 \text{ chevaux}$$

Pour les tubulures d'aspiration et de refoulement, on trouve comme diamètres, en adoptant des vitesses voisines des valeurs limites, 0 m. 275 et 0 m. 250. Quant à la vitesse c_0 , on peut calculer qu'elle atteint 4,75 mètres/sec. avec le coefficient d'encombrement de la section d'entrée de 0,85.

Une telle solution ne convient donc que pour une installation ne comportant qu'une faible hauteur d'aspiration.

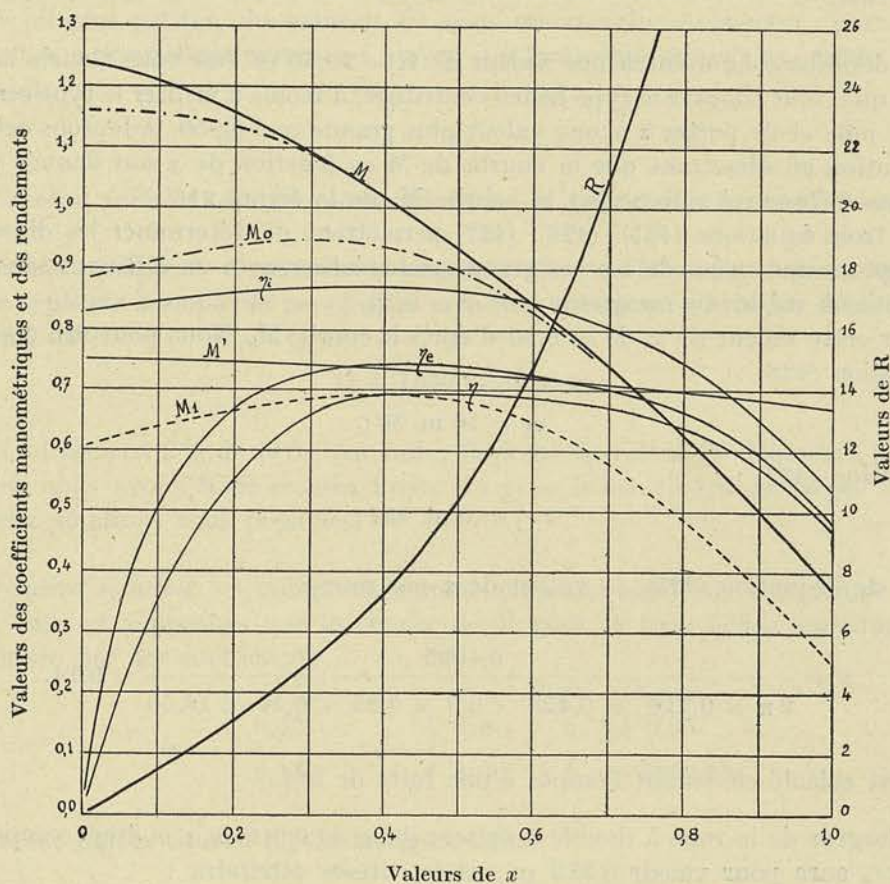


FIG. 216

Nous avons représenté (fig. 237) la pompe que nous venons de calculer.

Si les conditions d'application excluent la possibilité d'utiliser une aussi grande vitesse à l'ouïe, on pourra avoir recours à une pompe à double ouïe dont la largeur l_1 à la périphérie restera égale à $0,1 r_1$.

On peut admettre, comme première approximation, que les pertes internes et externes d'une roue à double ouïe, dont la largeur l_1 reste égale à $0,1 r_1$, sont sensiblement les mêmes que pour la roue à simple ouïe précédente.

Les pertes étant les mêmes, les courbes caractéristiques resteront identiques et, partant, les dimensions résultant du calcul pour les données ci-dessus, seront comme pour la pompe à simple ouïe :

$$2 r_1 = 0 \text{ m. } 426$$

$$2 r_0 = 0 \text{ m. } 213$$

$$l_1 = 0 \text{ m. } 022$$

La figure 248 représente la pompe à double ouïe répondant aux données ci-dessus.

Comme la vitesse à l'ouïe est ici très notablement en-dessous de la valeur limite, il est possible, si l'on ne doit pas envisager l'utilisation de vitesses périphériques supé-

rieures à 30 ou 35 m./sec., de réduire la valeur de m et de la ramener à 0,4 par exemple. Si on diminuait m on ferait croître légèrement le coefficient manométrique, ce qui permettrait de réduire quelque peu le diamètre de la roue.

Septième exemple. — Proposons-nous maintenant de calculer une pompe capable de refouler 750 m³/heure à la hauteur manométrique de 12,50 m., le nombre de tours imposé étant de 730.

Ces données conduisent à une valeur de $R = 29,50$ et l'on voit, d'après la classification, qu'il faut adopter le type hélico-centrifuge, à moins d'utiliser le type centrifuge à double ouïe et de porter ε à une valeur plus grande que 0,250. Adoptons cette dernière solution et admettons que la courbe de M en fonction de x soit donnée pour ce type, sans diffuseur à aubes, par la courbe M_0 de la figure 216.

Les trois équations (425), (426), (427) permettent de déterminer les dimensions.

Adoptons une valeur de x assez grande pour réaliser, avec un diffuseur sans aubes, un rendement voisin du maximum soit $x = 0,50$.

Pour cette valeur de x , $M = 0,90$ d'après la courbe M_0 . Nous pouvons donc tirer de l'équation (426) :

$$u_1 = 16 \text{ m. } 50 ;$$

de l'équation (427) :

$$2 r_1 = 0 \text{ m. } 432 ;$$

et enfin de l'équation (425), la valeur de ε par roue :

$$\varepsilon = \frac{0,1095}{2\pi \times 0,216^2 \times 0,423 \times 0,9 \times 0,85 \times 0,50 \times 16,50} = 0,14.$$

$\frac{Q}{2}$ étant calculé en tenant compte d'une fuite de 5%.

La largeur de la roue à double ouïe sera donc de 0,060 m. ; m étant supposé égal à 0,5, $2 r_0$ aura pour valeur 0,216 m., et la vitesse atteindra :

$$c_0 = \frac{0,1095}{0,0365 \times 0,75} = 4 \text{ m.}$$

Avec un rendement de 0,75, la puissance absorbée sera de 46,5 chevaux.

Remarque. — Pour une pompe destinée à travailler avec une forte dépression, il conviendrait de choisir un rapport m plus grand de façon à diminuer la vitesse à l'ouïe.

La figure 251 représente, à l'échelle de 1/10, la pompe dont nous venons de déterminer les dimensions générales, les tubulures d'aspiration et de refoulement ayant été calculées pour une vitesse de 2,75 m.

§ 6. — Calcul des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression

Il n'est plus possible de compter sur la théorie exposée jusqu'ici pour prédéterminer les courbes caractéristiques des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression, et nous avons dit pourquoi.

Les calculs doivent donc s'appuyer sur la connaissance de la courbe du coefficient manométrique établie expérimentalement, d'après des essais sur un modèle réduit.

Comme nous savons que ces pompes sont toujours construites avec un diffuseur sans aubes, et partant qu'elles sont calculées de façon que x atteigne ou dépasse 0,45, il nous suffira de connaître $M = f(x)$ pour la région d'utilisation correspondant à des valeurs de x comprises entre 0,40 et 0,60. Connaissant $M = f(x)$ pour la valeur de ε normale, nous pourrions admettre que la fonction est valable pour des valeurs ε plus grandes ou plus petites, du moment où nous maintenons v constant; partant, nous imposant ε , nous déterminerons au moyen des trois équations (425), (426), (427), les valeurs de :

$$x, \quad u_1, \quad r_1.$$

Si x était inférieur à 0,40, nous réduirions la valeur de ε en conséquence.

Premier exemple. — Conservons la hauteur 12,50 m. et le nombre de tours 730 par minute du septième exemple du paragraphe précédent, et imposons-nous un débit double du précédent, soit :

$$Q = 1500 \text{ m}^3/\text{heure.}$$

En admettant 2% de perte par fuite, R prend la valeur 59 dépassant légèrement celle que nous avons fixée comme limite du type hélico-centrifuge large.

Deux solutions sont possibles.

Première solution. — Adoptons comme première solution, une pompe du type double ouïe, et supposons que la courbe de M pour la roue hélico-centrifuge étroite caractérisée par les coefficients :

$$m = \begin{cases} 0,52 \\ 0,44 \end{cases} \quad v = \begin{cases} 1,6 \\ 1,6 \end{cases} \quad \begin{cases} \varepsilon = 0,25 \\ \beta'_1 = 180^\circ - 25^\circ \end{cases}$$

soit donnée par la courbe (2) de la figure 215.

En procédant comme nous l'avons fait antérieurement, on trouve :

$$x = 0,46 \quad u_1 = 17 \text{ m. } 62 \quad r_1 = 0 \text{ m. } 232$$

$$2 l_1 = 0,50 r_1 = 0 \text{ m. } 116 \text{ (pour la roue double)}$$

$$l_0 = 1,6 l_1 = 0,093.$$

La figure 250 donne la représentation, à l'échelle de 1/10, de la pompe répondant aux données ci-dessus.

La vitesse à l'ouïe ne dépasse pas, avec le tracé adopté :

$$c_0 = \frac{0,2125}{\pi \times 0,155^2 \times 0,8} = 3 \text{ m. } 50.$$

Les diamètres des tubulures d'aspiration et de refoulement ont été calculés pour permettre de porter le débit à 2000 m³, débit qui serait atteint pour une vitesse périphérique de $u_1 = 20,6 \text{ m.}$, un nombre de tours $N = 860$, et une valeur de x égale à 0,50.

En tablant sur un rendement de 0,75, la puissance absorbée par une telle pompe serait de 93 chevaux et avec les limites que nous venons d'indiquer, 167 chevaux.

Deuxième solution. — Le type hélico-centrifuge large à simple ouïe fournira également une solution.

Supposons que la courbe de M soit donnée par la courbe (3) de la figure 215 pour les coefficients de proportionnalité suivants :

valeur moyenne de $m = 0,6$;

valeur moyenne de $\varepsilon = 0,5$;

angle moyen $\beta'_1 = 180^\circ - 25^\circ$;

en procédant par tâtonnements comme précédemment, on trouve :

$$x = 0,43$$

$$u_1 = 18 \text{ m. } 03$$

$$2 r_1 = 0 \text{ m. } 470$$

$$l_1 = 0,5 r_1 = 0 \text{ m. } 115$$

Le tracé de la roue du type hélico-centrifuge large permet de réaliser un diamètre D_s à l'ouïe tel que $\frac{D_s}{2 r_1} = 0,85$, soit :

$$D_s = 0 \text{ m. } 400$$

En adoptant une vitesse de 3,75 m. au refoulement, le diamètre de la tubulure de sortie atteindra :

$$d = 0 \text{ m. } 375.$$

La figure 239 donne, à l'échelle de 1/10, la représentation de la pompe hélico-centrifuge répondant à ces données.

Deuxième exemple. — Dans les problèmes d'irrigation, on est conduit à de plus faibles hauteurs d'élévation que celles envisagées jusqu'à présent, alors que les débits à réaliser par unité dépassent généralement 2000 et 3000 m³ par heure.

Pour assurer la circulation d'eau dans les condenseurs par surface de grande puissance, on rencontre également de faibles hauteurs d'élévation avec des débits du même ordre.

Traitons comme exemple d'application, le cas suivant :

$$H' = 6 \text{ m. } 50 ;$$

$$Q = 6000 \text{ m}^3/\text{heure} ;$$

$$N = 585 \text{ tours minute.}$$

Ces données conduisent à $R = 400$.

La classification montre qu'il faut avoir recours au type hélicoïde pur ou au type mixte à double ouïe.

Première solution. — Adoptons tout d'abord ce dernier et supposons connue la courbe M pour le type mixte (courbe (3), fig. 215).

En procédant par tâtonnements, on obtient :

$$\begin{aligned} x &= 0,58 & u_1 &= 13 \text{ m. } 65 & 2 r_1 &= 0 \text{ m. } 445 \\ l_1 &= 1,0 r_1 & & & &= 0 \text{ m. } 223. \end{aligned}$$

Avec le tracé du type mixte étroit qui permet de réaliser plus aisément le même degré de réaction pour tous les éléments, condition essentielle à un bon fonctionnement, on peut admettre :

$$D_s = 1,07 \times (2r_1) = 0 \text{ m. } 475$$

diamètre qui conduit à une vitesse à l'ouïe encore acceptable (4,65 m.).

Le diamètre de la tubulure de refoulement pourra être calculé en adoptant une vitesse limite de 3,50 m.; on trouvera ainsi $d = 0,800 \text{ m.}$

Nous avons donné, figure 253, la représentation à l'échelle de 1/25 de la pompe répondant à ces données; nous reviendrons plus loin sur des détails de construction de cette pompe.

Deuxième solution. — On peut, d'après la classification que nous avons établie, résoudre le même problème au moyen d'une pompe hélicoïde pure. En appliquant aux pompes la théorie que nous avons exposée pour les turbines hélicoïdes, il serait possible de trouver les bases du calcul de ce type.

Nous n'avons pu, jusqu'à présent, nous attacher à l'étude de cette question, mais des chiffres indiqués pour la pompe hélicoïde d'assèchement décrite dans le numéro du 10 septembre 1921 de la revue *De l'Ingenieur*, permettent de calculer que, pour la valeur de R envisagée ici, M atteint la valeur 0,25.

Si nous acceptons ce coefficient manométrique pour exemple d'application, nous trouverons :

$$\begin{aligned} u_1 &= 22 \text{ m. } 50 \\ 2 r_1 &= 0 \text{ m. } 740 \end{aligned}$$

C'est en utilisant cette dernière valeur que nous avons tracé, figure 241, la pompe hélicoïde capable de répondre aux données ci-dessus.

Remarque. — Nous avons dessiné, figure 242 (échelle 1/50), la pompe hélicoïde décrite sommairement dans l'article signalé ci-dessus, pompe construite sur les données suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= 60.000 \text{ m}^3/\text{heure}; \\ H' &= 1,20 \text{ m.} \\ N &= 54 \text{ tours minute.} \end{aligned}$$

Cette pompe est destinée à être commandée par un moteur électrique tournant à 570 tours avec un réducteur de vitesse par roues dentées ramenant le nombre de tours à 54.

A ces données correspond une valeur de R de 425.

§ 7. — Tracé des aubes mobiles des pompes centrifuges

La théorie permet, comme nous venons de nous en rendre compte, de déterminer les dimensions de la roue d'une pompe centrifuge ou hélico-centrifuge étroite en fonction des données

$$Q, \quad H', \quad N.$$

Les dimensions résultant du calcul sont les suivantes :

- 1° rayons r_0 et r_1 à l'ouïe et à la périphérie ;
- 2° largeurs l_0 et l_1 correspondantes ;
- 3° angles β_0 et β_1 que font les aubes avec les tangentes menées respectivement aux cercles intérieur et extérieur limitant l'aubage de la roue.

En partant de ces quantités connues, il est possible d'effectuer le tracé de l'aubage.

A. — TRACÉ PAR ARC DE CERCLE

Tout ce qui a été dit au sujet du tracé par arc de cercle à propos des turbines centripètes, est entièrement applicable ici.

Avec les angles $(180^\circ - \beta_0)$ et $(180^\circ - \beta_1)$ généralement adoptés dans les pompes centrifuges, on peut même se borner à rechercher l'arc de cercle qui coupe les circonférences de diamètre $2r_0$ et $2r_1$, respectivement sous les angles $(180^\circ - \beta_0)$ et $(180^\circ - \beta_1)$.

Pour le tracé du profil, on fera appel à l'équation de continuité.

Nous avons dit tout ce que cette méthode avait d'empirique et comment on peut, en faisant abstraction de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois, aborder l'étude théorique du tracé.

B. — TRACÉ DANS L'HYPOTHÈSE OU L'ON A AFFAIRE A UN FLUIDE PARFAIT
ET A DES PAROIS SANS RUGOSITÉ.

En se plaçant au point de vue théorique on peut admettre qu'il y a intérêt à satisfaire à deux conditions :

La première, réaliser l'hypothèse qui a servi de base à tout l'édifice mathématique, à savoir que le fluide se déplace à travers les canaux par *tranches parallèles*.

La seconde, chercher à réaliser l'égalité des pressions de part et d'autre des aubes à l'entrée, afin d'éviter le plus possible des remous à l'ouïe.

Il est facile de voir que ces deux conditions *ne sont pas compatibles*.

En effet, nous verrons plus loin que la première condition conduit à une différence constante des pressions de part et d'autre de l'aube depuis l'entrée jusqu'à la sortie.

Pour réaliser en même temps la seconde condition, il faudrait donc admettre une différence des pressions nulle tout le long de l'aubage, ce qui est une impossibilité : la différence des pressions étant nulle, l'impulsion donnée à la roue serait nulle, ce qui revient à dire que le travail ne pourrait pas se transmettre de l'arbre au fluide. La réalisation des tranches parallèles aura donc l'inconvénient d'admettre à l'entrée une différence des pressions d'autant plus forte que le nombre d'aubes sera plus faible.

L'étude du tracé rationnel des aubes de pompes centrifuges a été faite par plusieurs auteurs, notamment par Fink ; elle a été reprise et complétée plus tard, par M. Van der

Stegen (1) qui a étudié les tracés correspondant aux deux hypothèses indiquées plus haut. C'est en utilisant les données de cette étude que nous allons exposer la solution du problème. Nous serons toutefois amené à montrer que les conditions supplémentaires, proposées par M. Van der Stegen pour faciliter l'intégration graphique de l'équation différentielle trouvée par lui, ne peuvent pas être admises *a priori* dans tous les cas parce qu'elles conduisent, dans certains cas, à des tracés défectueux qui détermineraient une variation tout à fait inadmissible de la vitesse relative w le long de l'axe moyen du canal formé par deux aubes voisines.

I. — *Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement du fluide par tranches parallèles.*

Recherchons, en faisant abstraction des perturbations apportées par la viscosité du fluide, et la rugosité des parois, la condition à réaliser pour que tous les éléments d'une même tranche aient même vitesse w , c'est-à-dire pour que (fig. 217) :

$$w_a = w_b = w_0$$

$$w_c = w_d = w_1$$

En vertu de la formule II appliquée à un fluide incompressible, cette condition revient à

$$p_a - p_b = p_c - p_d = p_m - p_q$$

En effet, nous pouvons faire abstraction du terme T_f , puisque nous négligeons dans cette étude l'influence des frottements, et du terme en z généralement très faible par rapport aux autres ; d'autre part

$$u_a = u_b = u_0$$

$$u_c = u_d = u_1$$

Partant

$$p_a - p_c = p_b - p_d = p_0 - p_1$$

et

$$p_a - p_b = p_c - p_d = p_m - p_q = c^{te} \tag{428}$$

puisque on peut appliquer également l'équation entre les points a et m , b et q .

Ceci établi, considérons un élément d'une tranche $m n q p$ (fig. 217) et faisons abstraction du poids et des frottements ; nous voyons que cet élément est soumis dans la direction du rayon, d'une part à une pression p , et d'autre part à une pression $(p + dp)$, et qu'il est animé d'une vitesse absolue c .

En appliquant l'équation fondamentale

$$\Sigma \bar{f} = m \bar{\varphi}$$

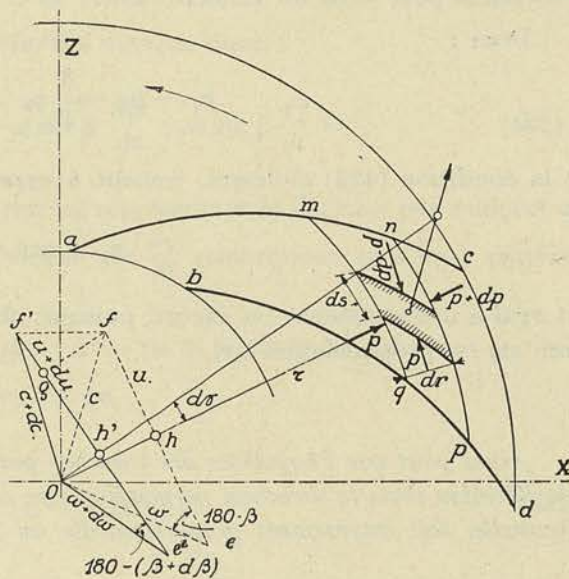


FIG. 217

(1) *Annales de l'Association des Ingénieurs sortis des Ecoles spéciales de Gand*, t. XVI, 3^e livraison, 1893.

et en ne considérant que la projection des forces normales au rayon r , nous aurons :

$$l dr dp = \frac{\delta}{g} (l dr ds) \varphi_p$$

l désignant la largeur de la roue,

ds la longueur de l'élément,

φ_p la composante de l'accélération totale suivant la direction normale au rayon.

En divisant par dr et en intégrant entre m et q , il viendra

$$\int_m^q dp = p_q - p_m = \int_m^q \frac{\delta}{g} \varphi_p ds \quad (429)$$

Comme la vitesse relative w et la vitesse d'entraînement u sont les mêmes pour tous les points de l'arc mq , la vitesse absolue c et par conséquent l'accélération φ sont constantes pour tous les éléments entre m et q .

Donc :

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \times \text{arc } mq \quad (430)$$

et la condition (428) ci-dessus, revient à exprimer que

$$\varphi_p \times \text{arc } mq$$

est égal à une constante ou encore, puisque, abstraction faite de l'épaisseur des aubes, l'arc mq est proportionnel à r ,

$$\varphi_p \times r = k \quad (431)$$

Ainsi pour que l'hypothèse des tranches parallèles soit réalisée, il faut et il suffit que l'accélération dans la direction perpendiculaire au rayon, c'est-à-dire l'accélération circonférentielle, soit inversement proportionnelle au rayon.

Portons en o des longueurs of et of' égales en grandeur et en direction aux vitesses absolues de l'élément, considéré dans deux positions infiniment voisines. Traçons les longueurs fe et $f'e'$ égales en grandeur et en direction aux vitesses d'entraînement u pour les deux positions considérées; nous déterminerons ainsi les deux triangles des vitesses $o'f'e'$ et ofe .

Par définition, on appelle accélération totale, la grandeur vectorielle ff' divisée par le temps Δt que met l'élément à passer de la première position à la seconde, infiniment voisine.

La projection gf' de ff' sur la direction de la vitesse d'entraînement, divisée par Δt , donnera donc l'accélération circonférentielle :

$$\varphi_p = \lim \frac{gf'}{\Delta t}$$

Exprimons gf' en fonction des vitesses u et w ; pour cela observons que

$$gf' = h'j' - h'g$$

et que $h'g$ est égal à la projection de la ligne brisée ohf sur la direction gf' ; nous aurons :

$$gf' = h'f' - hf \cos(d\gamma) + oh \sin(d\gamma) ;$$

en remplaçant les différentes longueurs par leurs valeurs en fonction des vitesses et des angles, et en remarquant que, à la limite,

$$\cos(d\gamma) = 1, \sin(d\gamma) = d\gamma, \cos(\beta + d\beta) = \cos \beta - \sin \beta d\beta$$

il viendra :

$$\lim gf' = [(u + du) + (w + dw) \cos(\beta + d\beta)] - (u + w \cos \beta) + w \sin \beta d\gamma$$

ou encore, après simplifications :

$$\lim gf' = du + dw \cos \beta - w \sin \beta d\beta + w \sin \beta d\gamma$$

La condition du parallélisme des tranches devient donc :

$$\varphi_p = \frac{du}{dt} + \frac{dw}{dt} \cos \beta - w \sin \beta \frac{d\beta}{dt} + w \sin \beta \frac{d\gamma}{dt} = \frac{k}{r} \quad (432)$$

Remarquons que les trois premiers termes représentent la dérivée par rapport au temps t de $(u + w \cos \beta)$. Quant à la valeur de $\frac{d\gamma}{dt}$ remarquons que nous pouvons écrire :

$$r \Delta \gamma = c \cos \alpha \Delta t = fh \times \Delta t = (u + w \cos \beta) \Delta t,$$

et en tirant, en passant à la limite. :

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{r} (u + w \cos \beta) \quad (433)$$

Comme d'autre part $w \sin \beta dt = dr$, la relation

$$\varphi_p = \frac{k}{r}$$

donnera lieu à l'équation différentielle :

$$rd(u + w \cos \beta) + (u + w \cos \beta) dr = kdt$$

ou encore :

$$d[r(u + w \cos \beta)] = k \frac{dr}{w \sin \beta} \quad (434)$$

Nous retrouverons ainsi l'équation (243) que nous avons établie dans la recherche du tracé d'une aube de turbine centripète.

Exemple. — Proposons-nous de résoudre le problème suivant :

Déterminer la forme des aubes et le profil de la roue du type centrifuge répondant aux données suivantes :

$$\begin{array}{llll} r_0 = 50 \text{ mm.} & \beta_0 = 180 - 26^\circ & l_0 = 18 \text{ mm.} & k'_0 = 0,82 \\ r_1 = 100 \text{ mm.} & \beta_1 = 180 - 30^\circ & l_1 = 10 \text{ mm.} & k'_1 = 0,86 \end{array}$$

correspondant sensiblement aux dimensions de la pompe calculée dans le premier exemple du § 5. Nous exécuterons le tracé pour

$$Q = 0,0166 \text{ m}^3/\text{sec. soit } 60 \text{ m}^3 \text{ à l'heure.}$$

$$N = 2000 \text{ tours par minute.}$$

Adoptons pour coefficient d'encombrement à l'ouïe $k'_0 = 0,82$ et à la périphérie $k'_1 = 0,86$ et supposons que cette valeur aille croissant régulièrement avec le rayon de 0,82 à 0,86. Admettons, à défaut de pouvoir en déterminer la valeur en fonction de r , que le coefficient de contraction k'' soit égal à l'unité.

Nous pourrions calculer

$$w_0 \sin \beta_0 = \frac{Q}{2 \pi r_0 l_0 k'' k'_0} = 3 \text{ m. } 58$$

$$w_1 \sin \beta_1 = \frac{Q}{2 \pi r_1 l_1 k'' k'_1} = 3 \text{ m. } 07$$

A partir de l'axe O Y sur la droite (1, x) de la figure 218, portons r_0 et r_1 en abscisse, $w_0 \sin \beta_0$ et $w_1 \sin \beta_1$ en ordonnée.

Proposons-nous de rechercher le tracé des aubes et du profil de la roue, en nous imposant comme condition supplémentaire que la composante axiale de la vitesse relative $w \sin \beta$ aille décroissant progressivement de $w_0 \sin \beta_0$ jusqu'à $w_1 \sin \beta_1$.

Divisons la droite 1, 6 en 5 parties égales ; élevons des perpendiculaires en chacun de ces derniers points ; à l'intersection avec la droite donnant $w \sin \beta$, nous obtiendrons les valeurs de la composante axiale de la vitesse relative.

Par des arcs de cercle, rabattons sur la direction 1, 2, les longueurs des ordonnées représentant ces dernières : les valeurs extrêmes seront données par les longueurs (1, s) et (1, t).

Choisissons un pôle p et joignons p au point s . En menant par 1 une parallèle à ps , nous obtiendrons à l'intersection avec l'ordonnée passant par 2, une longueur Δy telle que

$$\frac{\Delta y}{a} = \frac{\Delta r}{1s};$$

d'où

$$\Delta y = a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

Pour la division (2, 3), nous obtiendrons en procédant de la même manière, la valeur de Δy correspondante ; l'ordonnée totale (6, 6') représentera donc en passant à la limite, par approximation :

$$\sum_{r_0}^{r_1} a \frac{\Delta r}{w \sin \beta} = \int_{r_0}^{r_1} a \frac{dr}{w \sin \beta}$$

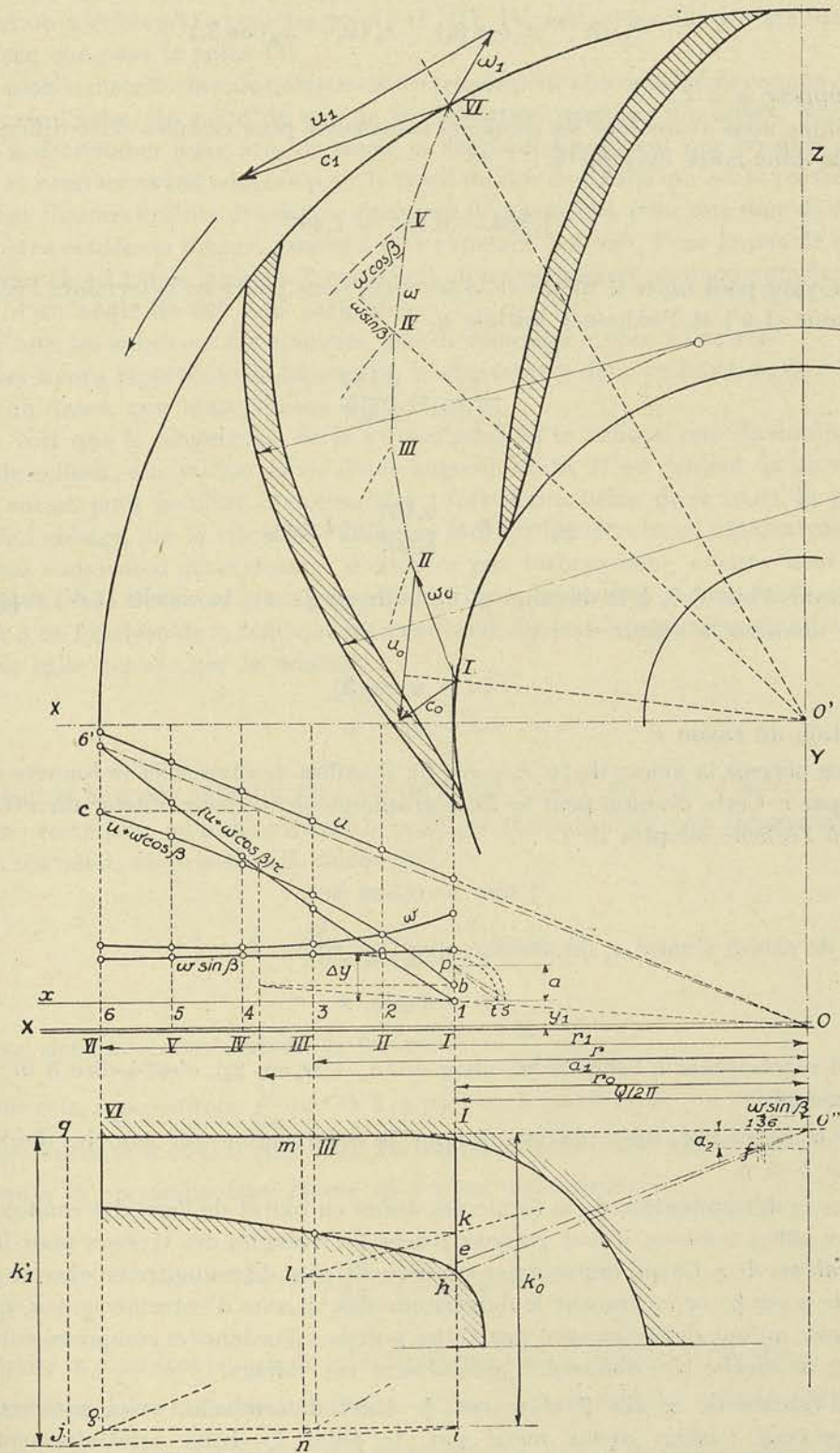


FIG. 218.

Or, en vertu de la relation (434), la valeur de l'intégrale ci-dessus est égale à la différence :

$$r_1(u_1 + w_1 \cos \beta_1) - r_0(u_0 + w_0 \cos \beta_0)$$

si on suppose $a = k$.

Comme nous avons tous les éléments nécessaires pour calculer cette différence qui est égale dans notre exemple à :

$$1,564 - 0,157 = 1,407$$

en employant pour unité le mètre et la seconde, nous pourrions déterminer l'échelle du diagramme (1,6') et l'ordonnée initiale y_1 :

$$\frac{y_1}{(6,6')} = \frac{0,157}{1,407}$$

d'où :

$$y_1 = 36 \times \frac{0,157}{1,407} = 4 \text{ mm.}$$

Traçons l'axe O X à la distance y_1 de la droite (1, x) ; la courbe (1,6') rapportée à cet axe donnera la valeur de :

$$r(u + w \cos \beta)$$

en fonction du rayon r .

Pour obtenir la valeur de $(u + w \cos \beta)$, il suffira de diviser les ordonnées de cette courbe par r . Cette division peut se faire graphiquement ; pour obtenir directement la vitesse à l'échelle adoptée de :

$$1 \text{ mm.} = 0,5 \text{ m./sec.}$$

il suffit de choisir l'unité a_1 de manière que l'on ait :

$$I b = 6 \text{ mm, } 3$$

6 mm, 3 représentant à l'échelle la valeur de $(u_0 + w_0 \cos \beta_0)$, c'est-à-dire 3 m. 15 dans notre exemple.

Sur la figure 218, nous n'avons indiqué la construction que pour les deux points extrêmes b et c .

Pour la détermination de la forme des aubes ou plutôt de l'axe des canaux formés par deux aubes voisines, il faut pouvoir tracer les triangles des vitesses pour les différentes valeurs de r . Ce qui importe par conséquent, c'est de connaître en chaque point la valeur de $w \cos \beta$; or en traçant le diagramme des vitesses d'entraînement u , qui n'est autre chose qu'une droite passant par O, les portions d'ordonnées comprises entre cette droite et la courbe (bc) donneront précisément ces valeurs.

Les valeurs de $w \sin \beta$ et $w \cos \beta$ étant déterminées, voici comment nous avons procédé : nous avons mené par le point I, choisi arbitrairement (axes O'X, O'Z) figure 218, une droite passant par le centre et porté sur celle-ci, à partir du point considéré, une longueur égale à la valeur correspondante de $w \sin \beta$; à l'extrémité de cette portion de rayon, nous avons élevé

une perpendiculaire et mesuré sur celle-ci la valeur de $w \cos \beta$; en joignant le point initial au point ainsi trouvé, nous avons obtenu w en grandeur et en direction. Cette construction a été répétée pour les points II, III, IV, etc., mais elle n'a été maintenue sur l'épure que pour le point IV.

La courbe inscrite dans le polygone ainsi trouvé peut être considérée comme donnant la forme de l'aube. Au point de vue de la réalisation pratique des aubes, nous avons cherché à déterminer deux arcs de cercle se rapprochant autant que possible de cette courbe, et nous les avons adoptés pour le tracé du dos de l'aube qui est la partie active. Nous nous sommes ensuite donné une épaisseur de 4 mm. qui, pour une roue de 200 mm. de diamètre coulée en bronze, pourrait être ramenée à 3 mm. Pour le pas de l'aubage nous avons choisi $1/8$ de la circonférence, huit aubes paraissant un maximum dans le cas présent d'un angle de 30° à la périphérie.

A l'ouïe, les aubes ont été amincies, afin de diminuer le choc à l'entrée.

Nous avons reporté sur la figure 218, le diagramme de w en fonction de r tel qu'il résulte du tracé que nous venons d'effectuer.

On voit que le diagramme de la vitesse relative w indique une diminution assez rapide de celle-ci, diminution suivie d'une augmentation. Il est évident qu'un tel tracé d'aube aurait pour résultat d'amener des tourbillonnements dans toute la première partie de l'aubage, car la vitesse du fluide ne saurait décroître aussi rapidement.

Aussi convient-il généralement d'adopter par tâtonnement, comme nous l'avons fait pour le tracé des roues centripètes des turbines hydrauliques, une loi de variation de $w \sin \beta$ en fonction de r , telle que les calculs conduisent à une valeur de w se rapprochant de celle donnée par la relation :

$$w = w_0 + k_1 s$$

s désignant la longueur mesurée sur l'axe du canal à partir du point d'entrée.

Il ne reste plus qu'à déterminer le profil de la roue. Pour cela faisons appel à la relation du débit, et tirons-en la valeur de l :

$$l = \frac{Q}{2\pi w \sin \beta} \times \frac{1}{k'r} = A \frac{1}{k'r}$$

Nous déterminerons d'abord le facteur $A = \frac{Q}{2\pi w \sin \beta}$.

Pour cela, représentons $\frac{Q}{2\pi}$ par $O'I$ et portons à partir de O'' les valeurs de $w \sin \beta$ comprises entre $O''6$ et $O''1$ (fig. 218). En adoptant pour unité polaire a_2 et en traçant $o''f$ jusqu'à la perpendiculaire élevée en I nous obtiendrons :

$$Ie = a_2 \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} = a_2 \times A.$$

L'unité a_2 peut être choisie de telle façon que Ie soit égal à $l_0 = 18$ mm.

Pour déterminer l , il reste à multiplier A par $\frac{1}{k'r}$; comme nous voulons tenir compte de ce que k' varie avec r depuis $k'_0 = 0,82$ pour $r = r_0$ jusqu'à $k'_1 = 0,86$ pour $r = r_1$, nous devons tout d'abord fixer la valeur de k' en fonction de r . Nous admettrons que k' varie comme les ordonnées de la droite ij .

En menant la parallèle ig à $O''VI$, nous pouvons, pour un rayon tel que r , écrire que :

$$\frac{O''m}{O''III} = \frac{mn}{k'_0}$$

D'où :

$$O''m = \frac{r k'}{k'_0}$$

La même construction appliquée au rayon r_1 donnera :

$$O''q = \frac{r_1 k'_1}{k'_0}$$

En appliquant la construction ci-dessus pour le rayon r correspondant au point 3, on pourra trouver, $O''3$ étant égal à $w \sin \beta$ pour le point 3 :

$$\frac{Ih}{a_2} = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{w \sin \beta}$$

D'où :

$$Ih = a_2 \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} \quad (435)$$

En portant $ml = Ih$ sur la droite mn , nous pourrons, pour les triangles $O''Ik$ et $O''ml$, écrire :

$$\frac{Ik}{ml} = \frac{r_0}{o''m} \quad (435)$$

D'où, en remplaçant ml par Ih et Ih par sa valeur (435) :

$$Ik = a_2 \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{k'_0 \times r_0}{k' \times r}$$

Comme nous avons choisi a_2 de telle façon que :

$$Ie = a_2 \times \Lambda = l_0$$

et que d'autre part :

$$l_0 = \Lambda \times \frac{1}{k'_0 \times r_0}$$

on peut dire que :

$$a_2 = \frac{1}{k'_0 r_0}$$

ce qui implique :

$$Ik = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{1}{k' r} = l.$$

La construction pourra se répéter pour un point quelconque compris entre I et VI de telle façon que le profil de la roue soit entièrement déterminé.

II. — *Tracé des aubes dans l'hypothèse de l'égalité des pressions de part et d'autre de chacune des aubes, à l'entrée.*

Nous avons établi (formule 430) que :

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \times \text{arc } mq = \frac{\delta}{g} \varphi_p \frac{2\pi r}{n} \quad (436)$$

n étant le nombre d'aubes.

Dire que nous voulons réaliser une différence des pressions nulle à l'entrée de part et d'autre des aubes, c'est admettre qu'à l'entrée $(p_b - p_a) = 0$ et implicitement que $(p_q - p)$ doit varier avec r comme les ordonnées y d'une certaine courbe partant de zéro pour le rayon r_0 .

Cette condition conduit, en vertu de la relation (436), à :

$$\varphi_p \times r = (p_q - p_m) \frac{g}{\delta} \frac{n}{2\pi} = y \quad (437)$$

En poursuivant le raisonnement comme nous l'avons fait dans l'exemple précédent, nous voyons que l'équation différentielle résultant de cette condition pourra s'écrire :

$$d[r(u + w \cos \beta)] = \frac{y \, dr}{w \sin \beta} \quad (438)$$

M. Van der Stegen adopte une loi elliptique ou circulaire pour y en fonction de r , de façon à avoir à l'entrée et à la sortie égalité des pressions de part et d'autre de l'aube. L'aube que l'on obtient ainsi diffère peu d'une aube réalisant le parallélisme des tranches pour les mêmes données, et pourtant la différence des vitesses des éléments d'une même tranche se présente comme considérable. Nous voyons ainsi que les deux hypothèses, limites en quelque sorte, que l'on pourrait admettre pour établir, par la théorie, un tracé rationnel des aubes, conduisent à des variations des vitesses le long des filets ou à des variations de pressions de part et d'autre des aubes qui pourraient être très nuisibles au bon fonctionnement de la pompe.

Dans les nombreuses applications que nous avons eu l'occasion de réaliser, nous avons été amené, en partant de ces conclusions, à adopter une solution intermédiaire.

Le calcul des dimensions, comme nous l'avons exposé antérieurement, nous a fait connaître les valeurs r_1 et r_0 , l_1 et l_0 , β_1 et β_0 . Nous pouvons donc exécuter le tracé de l'aube par un ou deux arcs de cercle réalisant, à l'entrée et à la sortie, les directions fixées par les angles $(180^\circ - \beta_0)$ et $(180^\circ - \beta_1)$. Le choix des arcs sera fait de façon à obtenir des canaux de forme rationnelle au point de vue de la variation progressive des sections.

En nous imposant une loi linéaire pour la variation de la vitesse moyenne w en fonction de r , nous pourrions déterminer le profil de la roue par le procédé graphique indiqué plus haut.

Il nous restera à vérifier comment varient les pressions et les vitesses aux différents points du canal, de façon à nous assurer que ces variations ne sont pas exagérées.

Pour cela il suffira de substituer des différences finies aux accroissements infiniment petits dans l'équation (438) qui deviendra :

$$\frac{\Delta [r(u + w \cos \beta)]}{\Delta r} = \frac{y}{w \sin \beta} \quad (439)$$

et de déterminer y comme une 4^e proportionnelle des mêmes valeurs $w \sin \beta$, Δr , et $\Delta[r(u + w \cos \beta)]$ que l'on peut déduire des courbes a , b , c trouvées en appliquant l'équation de continuité le long de l'axe moyen du canal G_0G_1 (fig. 219).

La courbe de y étant connue, l'équation (437) fera connaître la variation de $(p_q - p_m)$ avec le rayon.

On verra dans l'exemple traité ci-après, que pour un tracé correct, les valeurs de y diminuent vers l'entrée, de sorte qu'on peut dire qu'à l'entrée de l'aubage on a $y = 0$ et partant $p_a = p_b$.

Pour trouver l'échelle de la courbe des y , nous utilisons la relation (437) :

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \frac{2 \pi r}{n} = \frac{2 \pi \delta}{n g} y \quad (440)$$

n étant le nombre d'aubes.

L'échelle des y sera connue si nous pouvons trouver la valeur de φ_p pour $r = r_1$ par exemple.

Or, en traçant les triangles des vitesses pour $r = r_1$ et pour un rayon très voisin r'_1 , nous pourrons trouver les vitesses absolues c_1 et c'_1 et partant l'accélération totale φ .

La composante tangentielle de cette accélération nous donnera φ_p pour $r = r_1$ et dès lors l'échelle des y sera connue.

On verra que cette méthode conduit à une différence des pressions à la sortie de la roue $p_q - p_m$ qui n'est pas grande, si le nombre d'aubes est bien choisi. Dans le cas où la pompe est munie d'un diffuseur à aubes il convient de laisser une certaine distance entre les aubes fixes et mobiles pour que les pressions puissent s'uniformiser avant l'entrée dans l'aubage fixe.

Connaissant la loi de $(p_q - p_m)$, nous pouvons en déduire la variation de la vitesse relative des éléments d'une même tranche.

La formule fondamentale II nous donne, en effet :

$$\frac{p_c - p_a}{\delta} = \frac{1}{2g} (w_a^2 - w_c^2) - \frac{1}{2g} (u_0^2 - u_1^2)$$

$$\frac{p_d - p_b}{\delta} = \frac{1}{2g} (w_b^2 - w_d^2) - \frac{1}{2g} (u_0^2 - u_1^2)$$

lorsqu'on néglige les termes en z et le terme T_f . En soustrayant les deux équations, on trouve :

$$(p_c - p_a) - (p_d - p_b) = \frac{\delta}{2g} [(w_a^2 - w_c^2) - (w_b^2 - w_d^2)] \quad (441)$$

Avec $p_a = p_b$ et partant $w_a = w_b$, on aura :

$$p_c - p_d = \frac{\delta}{2g} (w_d^2 - w_c^2)$$

ou en général :

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{2g} (w_m^2 - w_q^2) \quad (442)$$

ce qui nous permettra de voir comment varie la vitesse le long de l'arc ac .

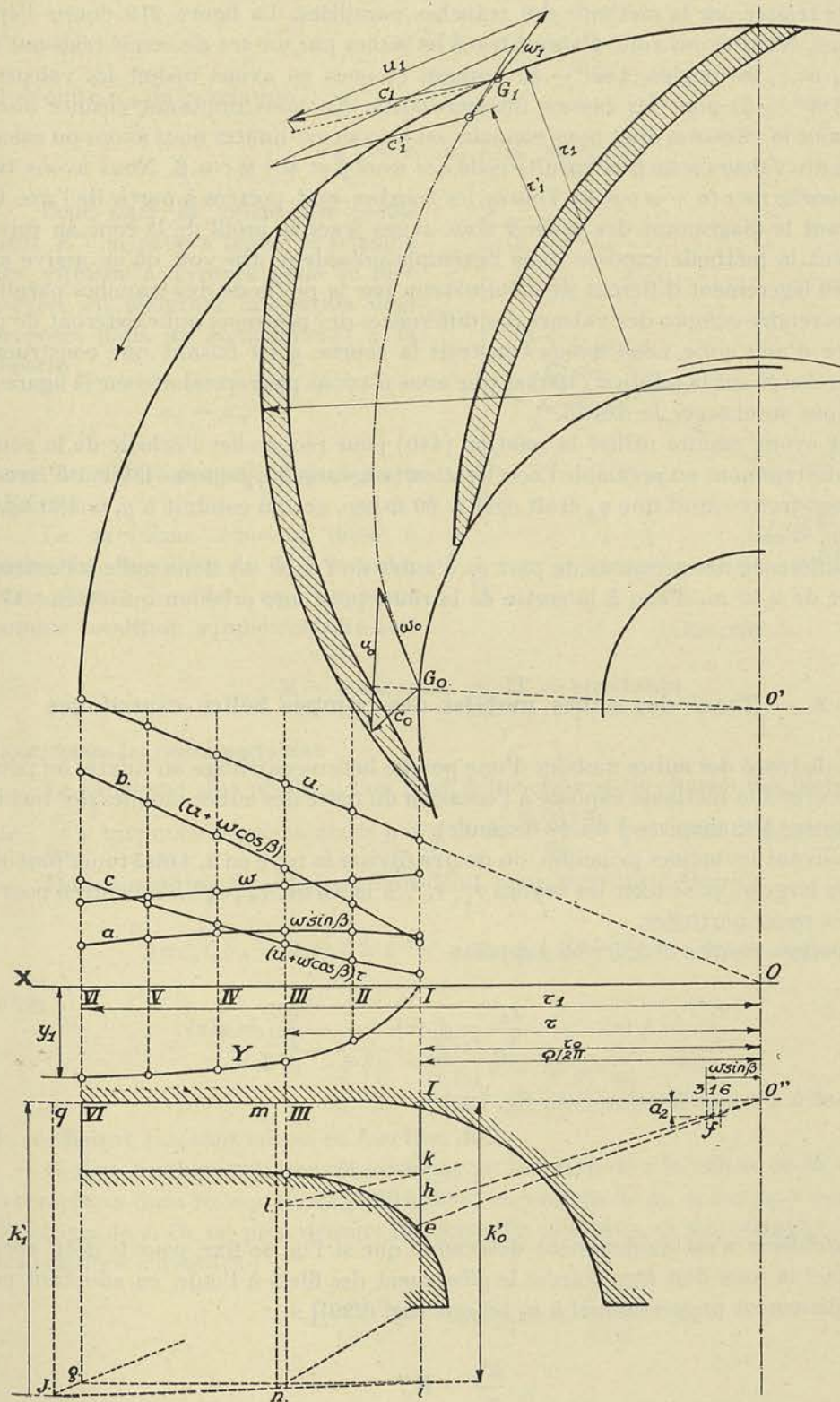


FIG. 219.

Exemple. — Nous appliquerons la méthode exposée ci-dessus à l'exemple que nous venons de traiter par la méthode des tranches parallèles. La figure 219 donne l'épure de ce tracé. Nous avons tout d'abord tracé les aubes par un arc de cercle réalisant aux rayons r_0 et r_1 les angles $(180^\circ - \beta)$ imposés et nous en avons déduit les valeurs de l'angle $(180^\circ - \beta)$ pour les rayons intermédiaires. En nous imposant ensuite une loi linéaire pour la vitesse w dont nous connaissons les valeurs-limites nous avons pu calculer la courbe des valeurs $w \sin \beta$ et ensuite celle des $w \cos \beta$ et $u + w \cos \beta$. Nous avons tracé alors la courbe de $r(u + w \cos \beta)$. Toutes les courbes sont portées à partir de l'axe OX. Connaissant le diagramme des $w \sin \beta$ nous avons tracé le profil de la roue en suivant exactement la méthode exposée dans l'exemple précédent. On voit qu'on arrive ainsi à un profil légèrement différent de celui obtenu par la méthode des tranches parallèles. Pour nous rendre compte des valeurs des différences des pressions qui existeront de part et d'autre d'une aube, nous avons construit la courbe y en faisant une construction graphique basée sur la relation (439) et que nous n'avons pas reproduite sur la figure 219 pour ne pas surcharger le dessin.

Nous avons ensuite utilisé la relation (440) pour rechercher l'échelle de la courbe des y , en déterminant au préalable l'accélération tangentielle φ_p comme il vient d'être dit. Nous avons trouvé ainsi que φ_p était égal à 60 m/sec. ce qui conduit à $y_1 = 480 \text{ kg./m}^2 = 0,48 \text{ m. d'eau}$,

La différence des pressions de part et d'autre de l'aube est donc nulle à l'entrée et de l'ordre de 0,50 m. d'eau à la sortie de la roue, pour une pression qui atteint 17 m. environ.

§ 8. — Tracé des aubes mobiles des pompes hélico-centrifuges

Pour le tracé des aubes mobiles d'une pompe hélico-centrifuge ou mixte, on pourra s'en rapporter à la méthode exposée à l'occasion du tracé des aubes mobiles des turbines hydrauliques (§ 4, chapitre I du 4^e fascicule).

En suivant les mêmes principes, on pourra diviser la roue en 2, 4 ou 5 roues partielles suivant la largeur, et se fixer les rayons $r_1', r_1''..$ à la sortie, $r_0', r_0''..$ à l'entrée pour les différentes roues partielles.

On pourra ensuite déduire les rapports

$$\frac{r_1''}{r_m} = f_1(z) \quad \frac{r_0''}{r_m} = f_2(z) \quad \frac{l_0''}{l_1''} = \varphi(z)$$

en donnant à z la signification (voir fig. 122) :

$$z = \frac{l''}{l_1}$$

Le problème n'est évidemment déterminé que si l'on se fixe *pour le débit normal* (pour lequel la roue doit être tracée) le glissement des filets à l'ouïe, en adoptant pour tous un glissement proportionnel à u_0 tel que [fig. (220)] :

$$\frac{u'_0}{u_0} = K''$$

et une valeur c_0' de la composante radiale de la vitesse absolue, *constante pour tous les filets*.

Nous pourrons, en effet, dans ces conditions, calculer c'_0 en écrivant que :

$$Q = 2 \pi r_0 l_0 c'_0$$

et déduire u'_0 de la relation :

$$u'_0 = K'' u_0 = K'' u_m f_2(z)$$

Pour fixer la valeur du coefficient K'' on pourra tracer le triangle des vitesses à l'entrée pour le filet moyen, en adoptant la relation déjà proposée dans les compléments à la théorie

$$u_0 = w_0$$

pour le débit normal auquel on a affaire ici.

Le problème consiste donc à rechercher la valeur de β_1 à la sortie pour chacun des filets, en s'imposant comme condition supplémentaire soit

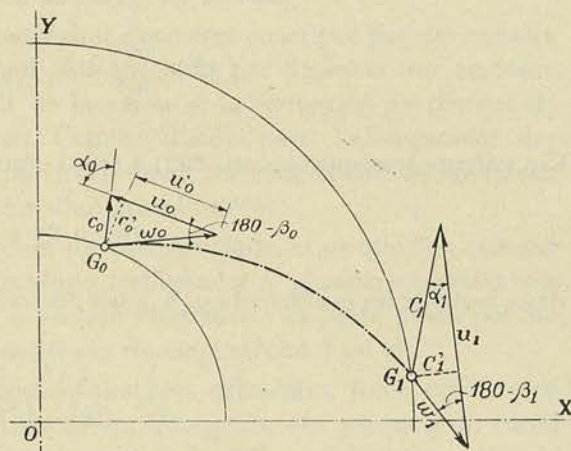


FIG. 220.

$$M = \text{constante, ou } H' = \text{constante}$$

pour toutes les roues partielles.

Le problème sera résolu si l'on peut déterminer pour chacun des filets les valeurs de $\left(\frac{c_1}{u_m}\right)^2$ que nous représenterons par y et de $\frac{c_1 \cos \alpha_1}{u_m}$ que nous désignerons par $f(z)$.

De la condition de continuité du débit nous pouvons déduire :

$$2 \pi r_0 l_0 c'_0 = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' c'_1 = 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sqrt{c_1^2 - (c_1 \cos \alpha_1)^2};$$

d'où :

$$\sqrt{y - f^2(z)} = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} \varphi(z) \frac{1}{k' k''} \frac{c'_0}{u_m} = K_1 \tag{443}$$

le coefficient K_1 étant connu en fonction de z .

Si nous voulons maintenant exprimer en fonction de z la valeur de M , nous aurons à remplacer dans les équations (392) à (394) les valeurs de m , n , $\cos \beta_0$ et $\cos \beta'_1$ par des fonctions de z . Or on peut déduire des formules ci-dessus, et des triangles des vitesses, les relations suivantes :

$$m^2 = \frac{f_2^2(z)}{f_1^2(z)}; \quad \cos \beta'_1 x = \frac{f(z)}{f_1(z)} - 1;$$

$$\begin{aligned} m n (\cos \beta_0 + K') x &= \frac{f_2(z)}{f_1^2(z) \cdot u_m} (-u'_0 + w_0 K') = \\ &= \frac{f_2(z)}{f_1^2(z) u_m} \left[-K'' u_m f_2(z) + K' \sqrt{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2} \right]; \end{aligned}$$

et :

$$n^2(1 + 2 K' \cos \beta_0 + K'^2) x^2 = \frac{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2}{f_1^2(z) u_m^2} \left[1 - 2 K' \frac{K'' u_m f_2(z)}{\sqrt{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2}} + K'^2 \right],$$

la valeur de x^2 étant donnée par :

$$x^2 = \frac{w_1^2}{u_1^2} = 1 + \frac{y}{f_1^2(z)} - 2 \frac{f(z)}{f_1(z)}$$

Ces valeurs transportées en (392) à (394) donneront finalement :

$$a y^2 - 2 b y + c = 0 \quad (444)$$

dans laquelle les coefficients a , b , c ont les valeurs suivantes :

$$a = \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right)^2 \frac{1}{f_1^4(z)} \quad (445)$$

$$b = 2 \left(\frac{1}{\varphi^2} \right)^2 \frac{1}{f_1^2(z)} + K_2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) \frac{1}{f_1^2(z)} \quad (446)$$

et :

$$c = K_2^2 + 4 \left(\frac{1}{\varphi^2} \right)^2 \frac{K_1^2}{f_1^2(z)} \quad (447)$$

le coefficient K_1 étant donné par (443) et le coefficient K_2 étant égal à :

$$K_2 = M - \left(1 - \frac{1}{\varphi^2} \right) + A'' + B'' + C'' \quad (448)$$

avec :

$$A'' = \frac{f_2^2(z)}{f_1^2(z)} \left[1 + \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K')^2 - K'^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \quad (449)$$

$$B'' = 2 \frac{f_2(z)}{f_1^2(z)} \cdot \frac{1}{u_m} \left[-K'' u_m f_2(z) + K' \sqrt{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2} \right] \times \left[\frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K') + K' \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \quad (450)$$

$$C'' = \frac{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2}{f_1^2(z) \cdot u_m^2} \left[1 - 2 K' \frac{K'' u_m f_2(z)}{\sqrt{[K'' u_m f_2(z)]^2 + c'_0{}^2}} + K'^2 \right] \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \quad (451)$$

Les triangles des vitesses étant ainsi déterminés à l'entrée comme à la sortie, on pourra exécuter le tracé des aubes par la méthode déjà exposée à propos des turbines hydrauliques.

§ 9. — Tracé des aubes du diffuseur des pompes centrifuges

Le tracé des aubes du diffuseur peut avoir une grande influence sur la valeur du coefficient manométrique et sur le rendement de la pompe.

Le diffuseur a pour but, comme nous l'avons vu, de provoquer un ralentissement progressif du fluide de façon à amener une transformation en énergie potentielle de pression, de l'énergie cinétique disponible à la sortie de la roue.

Pour qu'il puisse jouer un rôle, le diffuseur doit donc être constitué par des canaux divergents, mais la divergence des parois ne doit toutefois pas dépasser une certaine valeur sous peine d'amener un décollement de la veine et la formation de remous de nature à nuire au rendement de l'appareil. Comme, d'autre part, l'allongement des canaux a pour effet d'accroître les pertes par frottement, on conçoit que la recherche de la divergence limite constitue un problème d'un grand intérêt.

Celui-ci n'a jamais pu être abordé au point de vue théorique, et ce que l'on sait sur cette question résulte d'expériences systématiques effectuées à plusieurs reprises sur des tuyaux divergents à axe rectiligne et à section circulaire : la perte passe par un minimum, lorsque l'angle formé par les génératrices du cône atteint 7 ou 8°.

Faute de données théoriques ou expérimentales plus complètes, force est de s'en remettre au sentiment pour la détermination de la divergence des parois d'un canal courbe : on choisira le rayon extérieur r_2 et la largeur l_2 du diffuseur de façon qu'après le tracé des aubes, la divergence des canaux n'apparaisse pas comme exagérée. L'angle α_1 étant connu par le tracé du triangle des vitesses à la sortie de la roue, l'angle α_2 étant choisi de façon que la vitesse à la sortie du diffuseur ne dépasse pas une valeur de l'ordre de $1/3$ de la vitesse c_1 , (r_2 et l_2 étant adoptés provisoirement), on voit que le problème du tracé du diffuseur se présente de la même manière que celui du tracé des aubes de la roue.

En raisonnant comme nous l'avons fait antérieurement, nous arriverons à cette conclusion que pour obtenir un écoulement par tranches parallèles à travers le diffuseur, il faut satisfaire à la relation différentielle :

$$d [rc \cos \alpha] = k_1 \frac{dr}{c \sin \alpha} \quad (452)$$

En s'imposant, par tâtonnements, une loi de variation de $c \sin \alpha$ en fonction de r telle que la vitesse c aille décroissant suivant une loi se rapprochant de :

$$c = c_1 - k_1 s$$

il sera possible de trouver graphiquement la valeur de l'intégrale :

$$\int_{r_1}^{r_2} k_1 \frac{dr}{c \sin \alpha}$$

et partant la valeur de $rc \cos \alpha$ puis de $c \cos \alpha$ à une distance r quelconque de l'axe.

$c \cos \alpha$ et $c \sin \alpha$ étant connus, on pourra en déduire c en grandeur et direction, et en procédant de proche en proche, obtenir le tracé de l'axe du canal formé par deux aubes voisines.

On pourra ensuite procéder à la détermination du profil, par la méthode graphique déjà exposée.

Dans l'épure de la figure 221, nous nous sommes borné à rechercher le tracé de l'aube, en nous imposant la condition que la vitesse moyenne c varie comme les ordonnées d'une droite entre la valeur c_1 à l'entrée et la valeur c_2 à la sortie, et en conservant une largeur l constante, comme cela se fait souvent pour éviter des difficultés de parachèvement.

La valeur de la vitesse c_2 a été choisie égale à $1/3$ de la vitesse c_1 et le rayon r_2 égal à 0 m. 142 afin d'obtenir un tracé d'aube conduisant à des canaux peu divergents. En

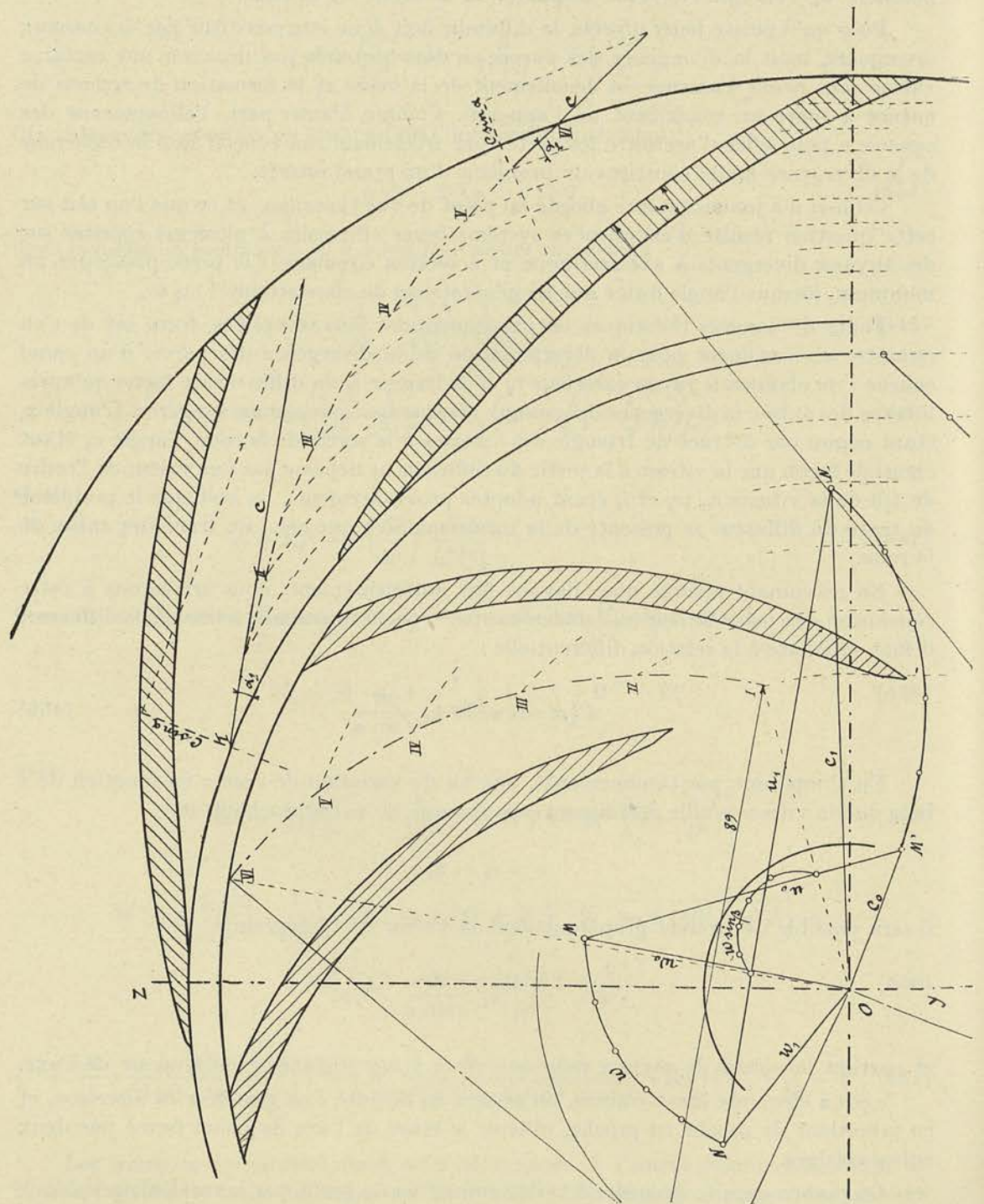


FIG. 221.

possession de ces valeurs c_1 , c_2 , r_1 et r_2 , il est facile de déterminer $c \sin \alpha$ en fonction de r . Les valeurs de c et $c \sin \alpha$ étant connues pour chacune des valeurs de r , il est aisé de comprendre comment on a pu trouver le polygone I, II, III.... (fig. 221).

Par le point I, on mène une droite passant par le centre et on porte dans cette direction la valeur de $c \sin \alpha$; on élève une perpendiculaire à l'extrémité du vecteur $c \sin \alpha$, et avec une ouverture du compas égale à c , on trace un arc de cercle; on obtient ainsi la direction de la vitesse absolue c . On répète cette construction au point où la circonférence passant par la division intermédiaire entre I et II, coupe la direction c , et ainsi de suite. La courbe I, II, III, IV, V, VI est la courbe cherchée.

Nous avons choisi un arc de cercle passant autant que possible par ces différents points, et nous avons adopté cet arc pour le tracé du dos des aubes, supposées au nombre de huit dans le dessin.

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, c'est la partie convexe qui est la paroi active, car en l'absence d'aubes, le fluide prend, comme nous allons le montrer, entre les deux parois du diffuseur, un mouvement spiraliforme tel que chaque filet coupe toutes les circonférences sous un angle constant.

La présence des aubes a donc pour effet de redresser les filets et de diminuer le chemin parcouru dans le diffuseur.

§ 10. — Théorie du diffuseur sans aubes

Reportons-nous à la figure 217, et supposons que celle-ci représente la section d'un diffuseur à aubes, au lieu de représenter la section d'une roue centrifuge.

Nous avons vu que, pour réaliser le mouvement du fluide par tranches parallèles, il fallait faire en sorte que :

$$p_q - p_m = c^2 \epsilon,$$

et nous avons démontré que :

$$p_q - p_m = \frac{\delta}{g} \varphi_p \text{ arc } (mq)$$

φ_p représentant la composante tangentielle de l'accélération dans le mouvement absolu.

En l'absence d'aubes, les surfaces cylindriques et concentriques sont nécessairement des surfaces équipotentiellles ce qui entraîne comme conséquence :

$$p_q = p_m$$

et partant, en vertu de la relation ci-dessus :

$$\varphi_p = 0.$$

En reprenant le raisonnement que nous avons fait précédemment, il est facile de voir que :

$$\varphi_p = \frac{d[rc \cos \alpha]}{dr} \times \frac{c \sin \alpha}{r} \quad (453)$$

et partant la condition $\varphi_p = 0$ revient à :

$$\frac{d[rc \cos \alpha]}{dr} = 0$$

ou :

$$r(c \cos \alpha) = c^{te} \quad (454)$$

Ainsi dans le diffuseur sans aubes à parois parallèles, ou peu divergentes, la vitesse est telle que la composante tangentielle de celle-ci varie en raison inverse du rayon (loi des aires); comme, dans le cas particulier du diffuseur à parois parallèles, la composante radiale de la vitesse absolue varie elle aussi en raison inverse du rayon (condition de continuité du débit), on peut dire que :

$$\frac{c \sin \alpha}{c \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = c^{te}; \quad (455)$$

ainsi l'angle sous lequel les filets fluides coupent les différentes circonférences est constant et les trajectoires figurées par ces filets sont des spirales logarithmiques.

Remarque I. — Ces conclusions doivent être légèrement modifiées lorsqu'on les applique au cas réel de l'écoulement avec frottement : le ralentissement de la vitesse est plus rapide que ne le prévoit le calcul et partant l'accroissement de pression à l'entrée du diffuseur est plus important que ne le fait prévoir la loi énoncée ci-dessus. Nous avons pu mettre ce fait en évidence lors des essais effectués sur la pompe centrifuge du Laboratoire, en relevant la pression aux différents points du diffuseur, et en traçant le diagramme de la pression en fonction de r .

Remarque II. — L'utilisation d'un diffuseur sans aubes à parois divergentes, peut conduire à une diminution un peu plus rapide de la vitesse et partant à une légère amélioration du rendement.

On ne peut toutefois dépasser un certain angle θ de divergence des parois, sous peine d'amener un décollement de la veine et un fonctionnement defectueux du diffuseur.

Cet angle dépend d'ailleurs de l'angle α_1 , sous lequel les filets abordent le diffuseur.

Si nous recherchons, en effet, l'angle de divergence θ_1 , dans le plan tangent au filet fluide à l'entrée, en fonction de θ , l'angle formé par les parois du diffuseur, nous trouvons :

$$\sin \frac{\theta_1}{2} = \sin \frac{\theta}{2} \sin \alpha_1 \quad (456)$$

Or, pour une valeur de $x = 0,5$, et un angle $180^\circ - \beta_1$ égal à 25° , la valeur de α_1 atteint environ 20° .

Introduisons cette valeur de 20° dans la relation (456) et admettons pour θ , la valeur limite 7° ; nous obtiendrons pour l'angle θ adapté aux conditions habituelles d'utilisation de la pompe à diffuseur sans aubes :

$$\theta = 20^\circ.$$

Remarque III. — Ce que nous savons à présent des trajectoires des éléments dans un diffuseur sans aubes, permet de comprendre la supériorité de ce dernier lorsque l'angle de sortie étant égal à 25° ou 30° , les valeurs de x atteignent 0,4 et plus : le chemin parcouru à travers le diffuseur devient de plus en plus court à mesure que x croît et pour un certain angle α_1 d'entrée, il n'y a plus d'intérêt à redresser les filets fluides au moyen d'aubes.

Remarque IV. — Il résulte des considérations ci-dessus que si les éléments d'une nappe fluide limitée par deux parois parallèles ou légèrement divergentes, prennent à la

fois un mouvement de translation et un mouvement de giration, leurs trajectoires sont telles qu'elles coupent les circonférences tracées du centre de giration sous un angle constant.

Lorsque les éléments se rapprochent du centre, au lieu de s'en écarter, *comme c'est le cas dans l'écoulement à travers les pièces intercalaires des pompes centrifuges à haute pression* (voir fig. 257), la vitesse de giration va donc croissant rapidement.

Avec des pièces intercalaires sans aubes, le fluide arriverait à l'ouïe animé d'un mouvement de rotation si important que l'alimentation de la roue se ferait dans de très mauvaises conditions. Force est donc de cloisonner l'intervalle compris entre les flasques de la pièce intercalaire, au moyen d'aubes orientées : 1° à la périphérie suivant la trajectoire des éléments sortants du diffuseur ; 2° à l'ouïe, de façon à imprimer aux filets une direction à peu près radiale.

La figure 222 donne la représentation, à l'échelle 1/5, de la pièce intercalaire de la pompe au Laboratoire de l'Université de Liège ; on y voit figurer, en pointillé, les aubes fixes dont nous venons d'exposer la raison d'être.

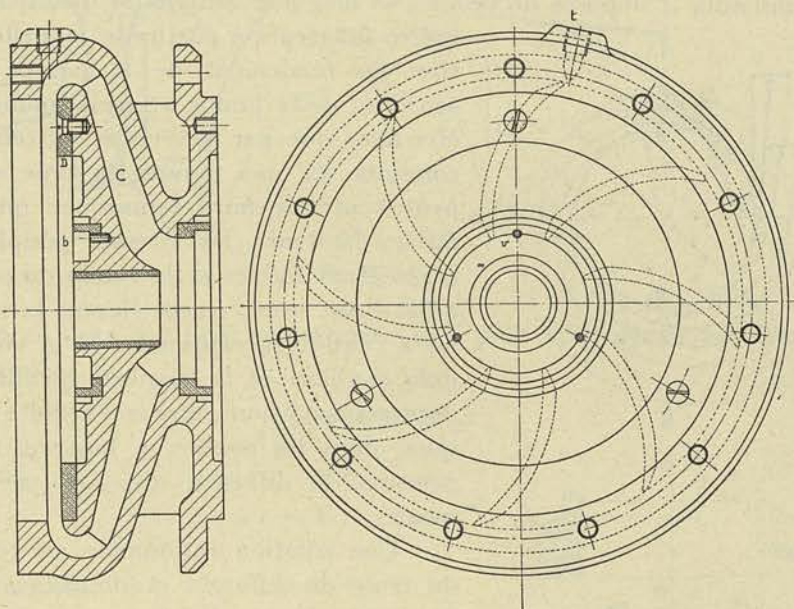


FIG. 222.

§ 11. — Tracé de la volute

Le tracé de la volute peut se faire en appliquant la méthode indiquée au § 6 chapitre I du 4^e fascicule.

La section rectangulaire ne peut guère être utilisée que pour les faibles pressions. La section circulaire conduit, d'autre part, à une exécution coûteuse.

On peut avantageusement employer une solution mixte, en adoptant pour limiter la section de la volute un arc de cercle de rayon constant, dont le centre s'écarte de plus en plus de l'axe de la roue ; les pompes que nous avons dessinées figures 237 et 248 possèdent une volute tracée de cette manière. On ne peut guère réaliser par ce procédé, une diminution aussi rapide de la section que l'imposerait la condition d'une vitesse constante en tous les points de l'axe, pour le dernier quart de la volute tout au moins ; mais la perte supplémentaire qui peut provenir de ce défaut de tracé n'est certainement pas décelable avec les vitesses généralement admises (4 à 5 m/sec. au plus).

La section de la tubulure de sortie étant calculée de façon que la vitesse ne dépasse pas une valeur de 3 m. à 3 m. 50, on donne à la partie droite du tracé, la forme d'un tronç de cône.

Pour ce qui concerne la tuyauterie de refoulement, dont le diamètre est calculé de façon que la perte de charge ne dépasse pas, dans celle-ci, 5 à 10% de la hauteur de refoulement ⁽¹⁾ (suivant la longueur et le débit), il y aura lieu d'utiliser un raccord tronconique entre la pompe et la vanne placée à l'origine de la conduite : la longueur de ce raccord sera choisie pour que l'inclinaison des génératrices sur l'axe ne dépasse pas 3½ à 4°; cette condition conduit à une longueur de raccord d'environ 7 fois la différence des diamètres.

La forme donnée à la volute a peu d'influence sur le rendement si l'on interpose entre la roue et la volute un diffuseur avec aubes ou sans aubes, dimensionné correctement et de telle manière que la vitesse du fluide à la sortie de ce dernier prenne une valeur voisine de la vitesse moyenne réalisée dans la volute.

Comme le problème final consiste toutefois à réaliser la pompe d'encombrement et de poids minimum, il importe de réduire la longueur radiale du diffuseur jusqu'à la

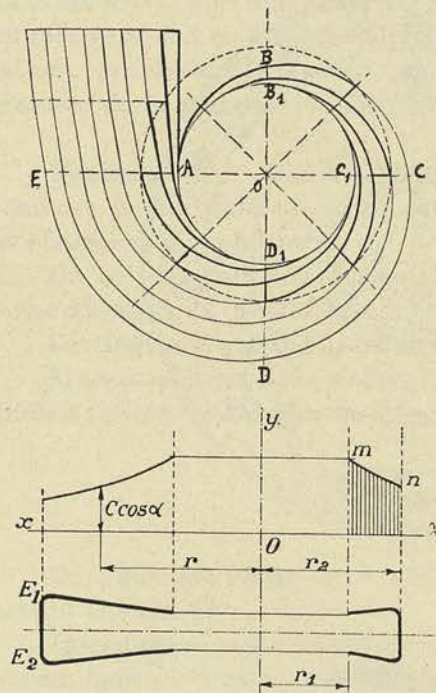


FIG. 223.

limite inférieure à partir de laquelle la diminution du rendement de la pompe deviendrait sensible; cette limite ne peut malheureusement être fixée que par des essais systématiquement conduits sur une pompe du type envisagé. On peut toutefois faire remarquer que, pour les faibles hauteurs, les vitesses périphériques des roues étant faibles et la valeur du coefficient du débit étant relativement élevée, la vitesse absolue à l'entrée se rapproche de la vitesse admise dans la volute et la longueur du diffuseur peut, dans ces conditions, être très réduite; c'est pourquoi, dans les pompes à basse et à très basse pression, le diffuseur disparaît presque totalement.

Une solution rationnelle au point de vue du tracé du diffuseur et de la volute consiste à constituer cette dernière par un prolongement du diffuseur et de constituer celui-ci par deux parois légèrement divergentes : la figure 223 donne la représentation d'une telle solution, les parois du diffuseur constituant les parois latérales de la volute.

Pour fixer la courbe limitant la paroi extérieure de la volute, il suffit de dessiner les spirales logarithmiques correspondant aux différents éléments pris à égale distance l'un de l'autre, sur la périphérie de la roue, et d'adopter la courbe la plus extérieure, tracée par l'élément partant du point A.

Dans la section C_1C , par exemple, le débit devra être égal à la moitié du débit total; pour le vérifier, on tracera la courbe de $c \cos \alpha$ qui est un arc d'hyperbole équilatère rapporté aux axes ox , oy , puisque :

$$r c \cos \alpha = k,$$

⁽¹⁾ Voir à ce sujet l'appendice.

et on effectuera l'intégration graphique de la surface limitée par mn de manière à s'assurer que :

$$k \int_{r_1}^{r_2} l \frac{dr}{r} = q \tag{457}$$

q étant égal ici à $\frac{Q}{2}$.

Pour les volutes à section circulaire il est possible d'effectuer l'intégration par la méthode analytique. Naturellement, on n'a plus affaire ici à une largeur l croissant lentement ou progressivement et l'extension au cas de la volute circulaire, du raisonnement qui a conduit à la formule (454), pourrait être discutée.

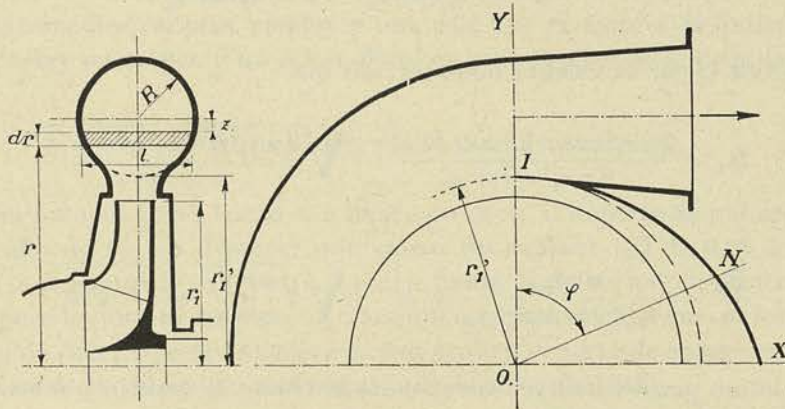


FIG. 223 b.

Cette réserve faite, on peut remarquer que l peut être calculé en fonction de r (fig. 223b) puisque :

$$l = 2 \sqrt{R^2 - z^2} \tag{458}$$

z étant égal à :

$$z = R - (r - r_1')$$

Dans ces conditions :

$$q = 2 k \int_{r_1'}^{r_1' + 2R} \frac{\sqrt{R^2 - [R - (r - r_1')]^2}}{r} dr = Q \frac{\phi}{360} \tag{459}$$

pour une section située à un angle ϕ de la naissance de la volute. En effectuant l'intégration, on trouve :

$$(r_1' + R) - \sqrt{r_1' (r_1' + 2R)} = \frac{\phi}{C} \tag{460}$$

la valeur de C étant égale à :

$$C = \frac{720 \pi k}{Q} \tag{461}$$

On en tire facilement la valeur du rayon R :

$$R = \frac{\phi}{C} + \sqrt{2 r_1' \frac{\phi}{C}} \tag{462}$$

en fonction de φ exprimé en degrés. La détermination de C pourra se faire en prenant pour k la valeur $r_2 c_2 \cos \alpha_2$ correspondant à la sortie du diffuseur qu'il soit construit avec aubes ou sans aubes : dans le cas où il n'y a pas d'aubes nous savons que $\alpha_2 = \alpha_1$.

Si nous appliquons la formule (462) à l'angle $\varphi = 360^\circ$, nous trouvons :

$$R_0 = \frac{Q}{2\pi k} + \sqrt{2 r_1' \frac{Q}{2\pi k}} \quad (463)$$

ou :

$$R_0 = \frac{Q}{2\pi r_1' c_2 \cos \alpha_2} + \sqrt{\frac{Q}{\pi c_2 \cos \alpha_2}} \quad (464)$$

Remplaçons Q par sa valeur ; nous verrons que :

$$R_0 = \frac{2\pi r_1'^2 \varepsilon \sin \beta_1' x u_1 k' k''}{2\pi r_1' c_2 \cos \alpha_2} + \sqrt{\frac{2\pi r_1'^2 \sin \beta_1' \varepsilon x u_1 k' k''}{\pi c_2 \cos \alpha_2}} \quad (465)$$

ou :

$$\frac{R_0}{r_1} = \left(\frac{r_1}{r_1'}\right) \frac{\sin \beta_1'}{\cos \alpha_2} \varepsilon \frac{x u_1 k' k''}{c_2} + \sqrt{2 \frac{\sin \beta_1'}{\cos \alpha_2} \varepsilon \frac{x u_1 k' k''}{c_2}} \quad (466)$$

Cette relation permet de fixer le rayon de la volute à la sortie, c'est-à-dire au pied du cône de raccord formant la tubulure de sortie.

CHAPITRE II

ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-POMPES

§ 1. — Etude des principaux détails de construction des pompes

A. — CALCUL DE L'ARBRE.

Pour les pompes très puissantes et tournant à un nombre de tours relativement faible, on peut se reporter au chapitre IV du 4^e fascicule, consacré à l'étude des turbines hydrauliques. Pour les pompes tournant à un nombre de tours élevé voisin de celui que l'on peut considérer comme une limite, on obtient un diamètre d'arbre acceptable en appliquant la formule :

$$d = 120 \sqrt[3]{\frac{N e}{N}} \quad (467)$$

pour autant, tout au moins, que la distance entre les axes des paliers ne soit pas anormalement grande.

Cette formule suppose que le moment de flexion M_f est égal au 0,7 du moment de torsion M_t et que le coefficient de résistance adopté est de 4 kg. mm².

Il importe de vérifier, pour les pompes multicellulaires notamment, si le diamètre de l'arbre ainsi obtenu est suffisant pour que la vitesse critique soit supérieure à la vitesse normale N, de 25 à 30% ou que la vitesse normale soit égale à 1,3 ou 1,4 fois la

vitesse critique, de façon que dans les deux cas le fonctionnement normal soit situé à bonne distance du phénomène de la vitesse critique.

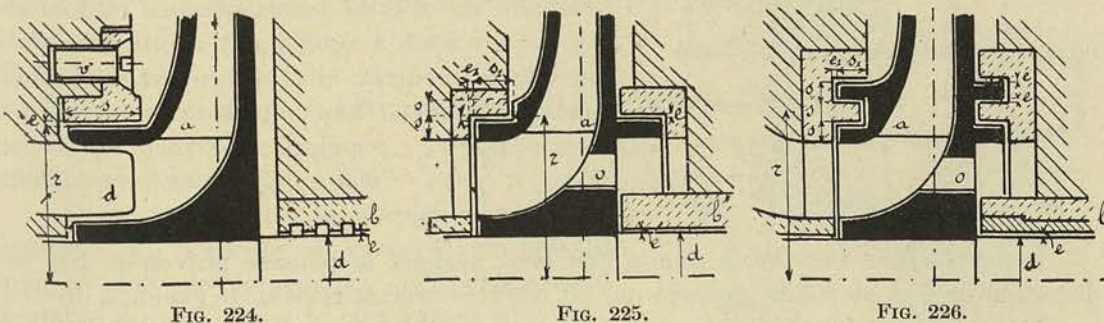
B. — CALAGE DE LA ROUE SUR L'ARBRE.

En vue de réduire le prix de revient, on cherche à conserver à l'arbre une section constante, sauf à ménager une portée de calage sur laquelle on fixe la roue par cale chassée. Le démontage de la roue ne peut se faire, dans ce cas, sur place, et il faut, si l'enveloppe n'est pas coupée en deux par un plan horizontal, enlever le moteur et le plateau d'accouplement calé en bout, pour pouvoir retirer l'arbre et la roue par l'autre extrémité. C'est là incontestablement un inconvénient grave de ce mode de construction.

Pour y remédier, on peut employer une cale fixe et assurer la liaison axiale de la roue avec l'arbre au moyen d'un écrou, fleté en sens inverse de la rotation.

C. — ROUES ET BUSELURES D'ÉTANCHÉITÉ.

Dans les pompes à très haute et à haute pression, il importe de réduire les fuites au minimum, afin de ne pas dépasser une valeur du rapport f/Q de 0,05 à 0,06. Pour y parvenir, il faut réduire le jeu e entre la partie fixe et la partie mobile au strict minimum, et adopter pour les formes du joint, un tracé qui augmente le parcours et les changements de direction du flux ; de cette manière on fait croître la perte de charge et on détermine une réduction de la valeur du coefficient k de la formule (346).



Nous exposerons, en appendice, cette question que nous avons étudiée expérimentalement sur la pompe du Laboratoire de l'Université de Liège, et nous indiquerons alors comment on peut déterminer la valeur du coefficient k_2 pour un joint d'un type déterminé. Nous nous bornerons à indiquer ici les trois types de joint les plus employés dans la construction des pompes à haute pression (fig. 224, 225, 226) et les valeurs de k_2 normales qu'on peut adopter pour ces joints :

fig. 224	$k_2 = 0,45$
fig. 225	$k_2 = 0,40$
fig. 226	$k_2 = 0,30$

Le coefficient k_2 est d'autant plus petit que la longueur du joint est plus grande, que le jeu est plus petit et qu'il y a un plus grand nombre de changements de direction.

On voit l'importance qu'il y a d'augmenter les changements de direction du flux au joint, mais dans la pratique on est limité dans cette voie par les difficultés d'exécution et le prix de revient.

Il est impossible également d'adopter un jeu axial e_1 aussi faible que le jeu radial e , car le réglage de la butée ne peut se faire à 0,1 de mm. près et il faut tenir compte de l'usure inévitable de celle-ci.

On trouvera représentées dans les ensembles que nous avons donnés, les formes pratiques des joints les plus généralement adoptées. Les bagues rapportées sur l'enveloppe doivent être introduites dans leur logement à frottement dur ; elles sont généralement fixées par 3 vis à tête fraisée (fig. 224), ou par des vis appliquées entre « cuir et chair », l'axe des vis étant tangentiel à la surface extérieure de la bague.

D. — DISPOSITIFS D'ÉQUILIBRAGE DES POMPES A 1 ROUE.

Au point de vue de l'équilibrage de la poussée axiale des pompes à 1 roue à simple ouïe, il convient de ne pas utiliser des joints de même diamètre, de part et d'autre de la roue.

En effet, si nous désignons (fig. 225) par d le diamètre de l'arbre, par r le rayon moyen et p_1 la pression moyenne au-dessus du joint, pour la face de gauche, par r' le rayon et p'_1 la pression moyenne au-dessus du joint, pour la face de droite, par p_0 la pression régnant à l'ouïe et p'_0 la pression régnant sur la face opposée à l'ouïe (en relation avec celle-ci par l'ouverture O), nous pourrions établir que la poussée axiale P est égale à :

$$P = \pi \left(r^2 - \frac{d^2}{4} \right) p_0 - \pi \left(r'^2 - \frac{d^2}{4} \right) p'_0 \\ + \pi (r_1^2 - r^2) p_1 - \pi (r_1'^2 - r'^2) p'_1$$

ou :

$$P = \pi r^2 (p_0 - p_1) - \pi r'^2 (p'_0 - p'_1) \\ + \pi r_1^2 (p_1 - p'_1) - \pi \frac{d^2}{4} (p_0 - p'_0). \quad (468)$$

Cette relation n'est vraie que si l'on peut négliger la poussée provoquée par la déviation du flux au coude, poussée qui est orientée nécessairement de gauche à droite.

On remarquera que si l'on peut admettre $p_1 = p'_1$, on ne peut, par contre, supposer $p_0 = p'_0$ car l'écoulement à travers les ouvertures O ne peut se produire qu'à la faveur d'une surpression importante, le flux qui traverse les ouvertures rencontrant à peu près à angle droit le flux principal. On peut donc conclure que pour se rapprocher d'une poussée P nulle, il faut adopter :

$$r' > r$$

Malheureusement le relevé des pressions p_1 et p'_1 de part et d'autre de la roue à la périphérie, montre que p_1 n'est égal à p'_1 que pour un débit donné, et qu'en dessous ou dessus de ce débit, p_1 est différent de p'_1 . Dans ces conditions, si l'équilibrage peut être réalisé au débit normal par le choix convenable de r' , il ne peut être maintenu à tous les débits, à moins d'utiliser un dispositif de réglage automatique de la contrepression p'_0 . Ce dispositif que nous avons appliqué avec succès à des pompes centrifuges à haute pression, nous l'avons décrit dans le paragraphe consacré aux roues et buselures d'étanchéité des turbines ; nous n'y reviendrons pas.

Pour les roues à double ouïe, on peut concevoir que théoriquement l'équilibrage soit assuré à tous les débits, puisque tout est symétrique par rapport au plan moyen de

la roue. En cas de dissymétrie dans les conduits alimentant l'ouïe, ou dans la roue elle-même, le débit de chacune des roues n'est plus strictement le même, et les pressions p_0 et p_1 deviennent différentes des pressions p'_0 et p'_1 . Aussi faut-il prévoir une butée assez importante, ne fût-ce que pour parer aux conséquences d'une obstruction partielle toujours possible, de l'une des ouïes.

On peut chercher à réaliser l'équilibrage automatique des roues à double ouïe en faisant dépendre le débit au joint, de la position de la roue.

Avec le tracé de la figure 264, on peut voir qu'un déplacement vers la gauche du rotor a pour effet de réduire le passage libre entre les faces verticales des joints de gauche, et partant d'amener une diminution de la fuite et une surpression sur les faces correspondantes, suffisante pour rétablir l'équilibre.

E. — DISPOSITIF D'ÉQUILIBRAGE DES POMPES MULTICELLULAIRES.

Il existe un grand nombre de dispositifs possibles pour l'équilibrage automatique de la poussée axiale des pompes multicellulaires.

Nous ne décrivons ici, bien entendu, que celles qui sont couramment utilisées et qui ont fait leurs preuves dans les applications difficiles.

Nous décrivons tout d'abord le système que nous avons appliqué aux pompes construites par les *Ateliers Gilain*. Nous avons été conduit à cette solution par notre étude de la pompe du Laboratoire, en cherchant le moyen de réaliser successivement et avec un minimum de modifications, une pompe à deux roues équilibrées séparément et une pompe à deux roues équilibrées automatiquement. La figure 227 donne les détails du système appliqué à la pompe multicellulaire dessinée figure 260.

L'eau sortant de la dernière roue à la pression p_n , s'écoule axialement, en passant par le joint de largeur e' , automatiquement réglable ainsi que nous le montrerons plus loin, et est évacuée à la pression atmosphérique p par les conduits SS_1 .

Pour se rendre compte d'une façon précise du fonctionnement, désignons par P la poussée axiale résultant de l'action des pressions sur les n roues que comporte la pompe, et qui ne possèdent chacune qu'un joint de fuite, ainsi que l'indique la figure 260. Soient $2r$ le diamètre du joint de gauche de la roue, $2r_1$ le diamètre à la périphérie, d le diamètre du moyeu, p'_0 la pression à l'ouïe, p'_1 la pression à la périphérie de la 1^{re} roue, p''_0 et p''_1 les pressions correspondantes pour la 2^e roue ; nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 P &= \pi \left(r_1^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p'_1 + p''_1 + \dots + p_1^n) - \pi (r_1^2 - r^2) (p'_1 + p''_1 + \dots + p_1^n) - \\
 &\quad - \pi \left(r^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p'_0 + p''_0 + \dots + p_0^n) = \\
 &= \pi \left(r^2 - \frac{d^2}{4} \right) [(p'_1 - p'_0) + (p''_1 - p''_0) + \dots] \quad (469)
 \end{aligned}$$

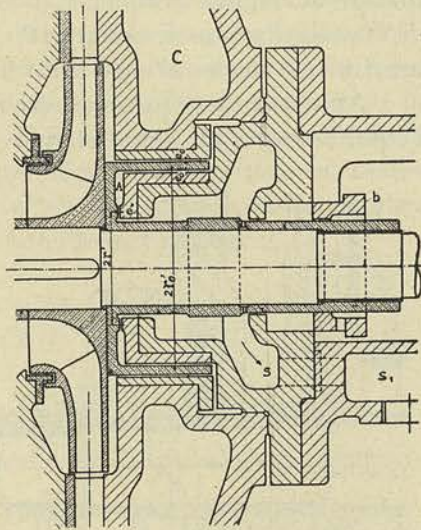


FIG. 227.

La poussée est donc dirigée de droite à gauche, et a pour valeur, si toutes les roues sont identiques :

$$P = \pi \left(r^2 - \frac{d^2}{4} \right) (p_1 - p_0) \times n \quad (470)$$

Cette relation suppose que la pression est la même de part et d'autre de chacune des roues, et que la poussée résultant de la déviation du flux à l'ouïe, est négligeable. Dans la réalité, les pressions de part et d'autre des roues n'étant pas les mêmes, la poussée réelle est tantôt plus grande, tantôt plus petite que P.

Représentons par p_a la pression qui règne dans l'espace A, par $2r'_0$ le rayon moyen de la couronne du piston dont nous négligeons l'épaisseur ; la poussée P' qui s'exerce sur le piston, et qui est dirigée de gauche à droite aura pour valeur :

$$P' = \pi (r'^2_0 - r'^2) (p'_1 - p_a) \quad (471)$$

On voit qu'il est toujours possible de choisir r'_0 et r' pour que $P' = P$, la pression p_a atteignant une valeur très nettement supérieure à la pression atmosphérique p . Supposons maintenant que les dimensions ayant été choisies de façon à réaliser cet équilibre au régime normal, la poussée P diminue : le rotor se déplacera de gauche à droite sous l'action de la force $(P' - P)$ et le jeu e' diminuant, la pression p_a ira croissant au point de rendre P' égal à P.

Ainsi automatiquement, du moment où le rotor est libre de se déplacer axialement, l'équilibre s'établit entre les deux poussées.

Cet équilibre n'est toutefois obtenu qu'en acceptant une certaine perte par fuite que l'on rend d'ailleurs aussi faible que possible en réduisant le jeu e_0 au minimum, et en allongeant le chemin parcouru entre la partie fixe et la partie mobile. A ce point de vue, la disposition adoptée ici est très avantageuse puisqu'elle permet avec une longueur axiale minimum, d'obtenir un joint relativement très long ; elle a cet autre avantage d'assurer, à fuite égale, un jeu e' très supérieur à celui réalisé dans les deux autres systèmes.

Nous reviendrons sur cette question plus loin.

La figure 228 représente la disposition adoptée par la maison Sulzer. En désignant par p_a la pression moyenne sur le piston, nous pourrions calculer approximativement l'effort P' qui s'exerce sur celui-ci, par la relation :

$$P' = (r'^2_0 - r'^2) (p_a - p) \quad (472)$$

p désignant la pression atmosphérique.

Si P' est plus grand que P, le rotor se déplacera vers la droite, et le jeu e augmentant, la valeur de p_a ira diminuant : l'équilibre entre P et P' s'établira donc automatiquement.

On remarquera que, à jeu e' égal entre le moyeu du piston d'équilibrage et la buse fixe, la fuite sera plus faible que dans le type précédent, le diamètre du joint de fuite $2r'$, étant plus petit. Cette fuite ne peut toutefois être maintenue à sa valeur minimum car le jeu e qui devrait s'établir normalement entre le piston et la partie fixe,

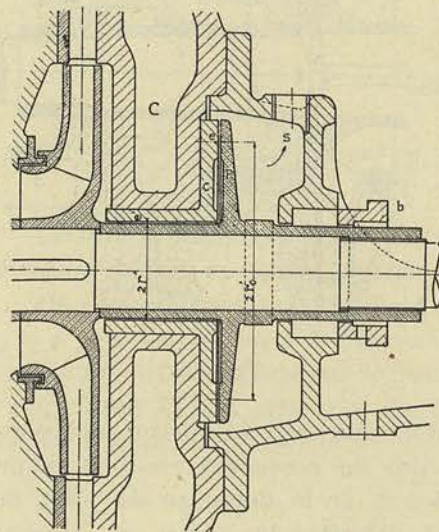


FIG. 228.

deviendrait si faible qu'avec des eaux un peu chargées, un grippage des surfaces se produirait inévitablement.

On peut calculer aisément qu'à débit égal, la valeur e dans ce dernier type, est sensiblement trois fois plus faible que la valeur du jeu e' réalisé dans le système précédent. Aussi pour certaines applications, prend-on soin, avec ce dernier système, de rainurer en hélice le moyeu du piston de façon à augmenter la fuite et assurer une bonne alimentation du piston d'équilibrage.

Nous allons montrer ci-dessous comment on peut établir par le calcul les dimensions à donner aux différents éléments de ce dispositif afin d'assurer l'équilibrage du rotor dans les meilleures conditions possibles. Il s'agit tout d'abord d'évaluer aussi exactement que possible la valeur de la poussée axiale totale qui tend à faire déplacer le rotor de droite à gauche (fig. 228). Pour faire un calcul un peu plus précis que celui exposé plus haut, il y a lieu de tenir compte de la rotation de l'eau dans les espaces compris entre les flasques de la roue et les parois fixes. On peut, en effet, admettre que l'eau adhère parfaitement à la paroi au point que les particules qui sont infiniment près de la paroi mobile, tournent avec elle à la vitesse angulaire ω , tandis que les particules qui se trouvent en contact avec la paroi fixe, restent immobiles. Toutes les particules intermédiaires tournent à des vitesses comprises entre 0 et ω et dont la loi exacte est assez difficile à établir. Pour le calcul qui nous intéresse il suffira d'admettre que toute la masse d'eau comprise entre les deux parois tourne à la vitesse angulaire $\omega/2$.

Il se produira évidemment, de ce fait, une différence de pression due à la force centrifuge et la pression ira en grandissant du rayon intérieur au rayon extérieur de la roue. Nous admettrons que la pression maximum qui règne au rayon r_1 est celle de la sortie de la roue que nous désignerons par h_1 , cette pression étant exprimée en mètres d'eau. Un élément annulaire de rayon r , d'épaisseur dr et de largeur b de la chambre comprise entre la roue et l'enveloppe, donnera lieu à une force centrifuge :

$$dF = 2 \pi r dr \cdot b \cdot \frac{\delta}{g} \times \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 r.$$

puisque nous admettons que ces éléments tournent avec une vitesse angulaire $\frac{\omega}{2}$.

La différence de pression entre deux rayons r et $r + dr$ s'exprime donc par :

$$dh = \frac{dF}{2 \pi r \cdot b \cdot \delta} = \frac{\omega^2}{4 g} r dr \quad (473)$$

et en intégrant entre les limites r_1 et r , nous obtiendrons la pression qui s'établira au rayon r :

$$h_1 - h_r = \frac{\omega^2}{8g} (r_1^2 - r^2) \quad (474)$$

D'où :

$$h_r = h_1 - \frac{\omega^2}{8g} (r_1^2 - r^2) \quad (475)$$

Comme on le voit la pression varie suivant une loi parabolique depuis le moyeu jusqu'à la périphérie de la roue. Si nous admettons que tout se passe de la même manière de part et d'autre de la roue, nous pourrions calculer la poussée axiale qui proviendra uniquement de la différence des pressions totales sur les surfaces comprises entre les rayons r' du moyeu de la roue et r joint de gauche :

$$H_1 = \int_{r'}^r 2\pi r dr \left[h_1 - \frac{\omega^2}{8g} (r_1^2 - r^2) \right] - \pi (r^2 - r'^2) h_0$$

ou :

$$H_1 = \pi (r^2 - r'^2) \left[(h_1 - h_0) - \frac{\omega^2}{8g} \left(r_1^2 - \frac{r^2 + r'^2}{2} \right) \right] \quad (476)$$

La poussée axiale du rotor complet pourra donc s'écrire :

$$H = H_1 \times n \quad (477)$$

n étant le nombre de roues supposées identiques.

Dans tout ce calcul nous n'avons pas tenu compte de légères différences de pression qui existent de part et d'autre des flasques de la roue pour les débits autres que le débit normal, ni des poussées provoquées par la déviation du courant d'eau traversant la roue, la valeur exacte de ces différences ne pouvant être déterminée que par la voie expérimentale.

En général, pour un calcul d'avant projet, on pourra augmenter la valeur de H obtenue par l'application de la relation (477) d'environ 40% en posant :

$$H = 1,4 \times H_1 \times n \quad (478)$$

Nous pouvons maintenant aborder le calcul des pressions dans les différentes chambres du dispositif d'équilibrage (fig. 228).

Soit h_1^n la pression en mètres d'eau à la sortie de la dernière roue ; la pression qui s'établira à l'entrée de la buselure de diamètre $2r'$ sera fournie par la relation (475) :

$$h_{r'} = h_1^n - \frac{\omega^2}{8g} (r_1^2 - r'^2) \quad (479)$$

Désignons par h_x la pression moyenne sur le piston P et admettons que derrière le piston, règne la pression h_a voisine de 0 lorsque la pression atmosphérique y est réalisée ; nous pourrons alors déduire de la condition de continuité du débit de fuite :

$$2\pi r' e' k'_2 \sqrt{2g(h_{r'} - h_x)} = 2\pi r'_0 e k_2 \sqrt{2g(h_x - h_a)} \quad (480)$$

r'_0 étant le rayon moyen du piston, et les coefficients k'_2 et k_2 tenant compte de la perte de charge à travers les espaces annulaires envisagés ici.

On trouvera dans l'appendice la méthode complète pour calculer les valeurs des coefficients k'_2 et k_2 . Nous n'indiquerons ici qu'une valeur moyenne qui est suffisamment exacte pour les buselures généralement adoptées dans les dispositifs d'équilibrage :

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{1,5 + 0,04 l/e}} \quad (481)$$

l étant la longueur du joint annulaire de fuite, et e le jeu axial.

De l'équation (480) nous pourrons donc déduire la valeur de h_x :

$$h_x = h_a + \frac{h_{r'} - h_a}{1 + \left(\frac{r'_0 e k_2}{r' e' k'_2} \right)^2} \quad (482)$$

et comme la condition d'équilibre dans le sens axial peut s'écrire :

$$H = \pi (r'_0{}^2 - r'^2) (h_x - h_a) \quad (483)$$

on voit que l'on pourra déduire la valeur du rapport e/e' et partant e si l'on se donne e' et $2r'_0$.

Pratiquement on pourra conduire les calculs de la manière suivante :

On déterminera tout d'abord la valeur de la poussée axiale en utilisant les formules (476 à 478) et l'on se fixera des dimensions provisoires du diamètre $2r'_0$ du piston, du jeu e' et de la longueur l du joint. On en déduira le coefficient k'_2 de la formule (481) puis la pression h_x nécessaire pour satisfaire à la condition d'équilibre (483), la pression h_a pouvant être considérée provisoirement comme nulle. La relation (482) fournira alors la valeur du produit $e \times k_2$ qui est la seule inconnue dans cette équation. En utilisant de nouveau l'équation (481) appliquée au jeu e du piston, on arrivera à une équation du 3^e degré qui permettra de déterminer la valeur du jeu e .

On pourra vérifier ainsi si les dimensions adoptées ne conduisent pas à un jeu trop faible qui pourrait amener une usure trop rapide du piston, surtout si les eaux sont relativement très chargées. On vérifiera également si le débit de fuite donné par (480) n'est pas exagéré. En général on pourra admettre comme jeu admissible :

$$e = 0,07 \text{ à } 0,10 \text{ mm.}$$

et tolérer une fuite de l'ordre de 1 à 3% du débit de la pompe. La fuite du piston étant ainsi déterminée on pourra se faire une idée de la valeur de la pression h_a et on recommencera le calcul pour corriger la valeur de h_x trouvée précédemment.

La figure 229 donne la disposition d'un piston d'équilibrage adopté par les *Ateliers de Constructions Electriques de Charleroi*, dont le fonctionnement est analogue à celui que nous venons de décrire. Si nous désignons par p_a la pression derrière le piston P en A, nous pourrions calculer la poussée P' qui s'exerce de gauche à droite, par la formule :

$$P' = \pi (r'_0{}^2 - r'^2) (p_1^n - p_a)$$

Or la pression p_a se règle automatiquement : si, en effet, P' était trop élevé, le piston se déplacerait vers la droite et le jeu e augmentant, la pression irait s'élevant en A.

La quantité d'eau qui s'écoule est réglée par la section du joint de fuite dont le diamètre est ici $2r'$ et dont le jeu est e' . Les deux systèmes sont comparables au point de vue du jeu e qui s'établit normalement entre le piston P et la couronne fixe c. On est conduit à donner au jeu e' une valeur assez grande pour que le jeu e garde une valeur acceptable.

On peut toutefois en usinant la buselure centrale avec une bague de fond B, régler le jeu e_1 de manière à réduire la fuite à une valeur aussi faible que le permet la nature des eaux utilisées.

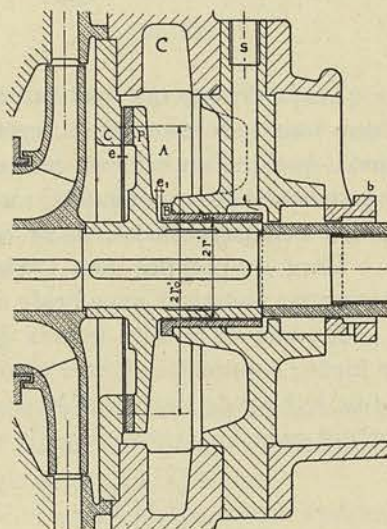


FIG. 229.

F. — BOITES A BOURRAGE ET ACCESSOIRES.

Les boîtes à bourrage sont généralement venues de fonte avec l'enveloppe. Dans une construction soignée, elles sont munies d'une buselure de fond en bronze et d'un presse-étoupe, en bronze ou garni d'une buselure en bronze (fig. 230).

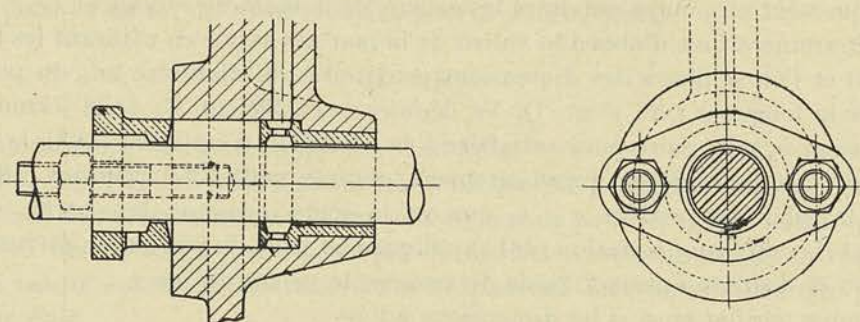


FIG. 230.

Les bourrages qui sont soumis à la dépression provoquée par l'aspiration sont munis d'une bague de circulation, cette bague fait généralement corps avec la buselure de fond; quelquefois elle est introduite entre les anneaux de corde en coton suiffé qui constituent l'étoupe (fig. 231); mais alors la partie située au delà de la bague est difficilement renouvelable et, de ce fait, ce mode de construction est peu recommandable.

Dans les pompes dont l'arbre ne dépasse pas 60 à 70 mm. de diamètre le presse-étoupe est construit avec bride ovale à deux boulons de serrage.

En vue de réduire le prix de revient, ce presse-étoupe est généralement construit en fonte; comme il doit être muni d'une rainure intérieure pour empêcher l'eau qui tend à fuir le long de l'arbre, d'être projetée à l'extérieur, ce presse-étoupe est assez fragile surtout avec les arbres de petit diamètre.

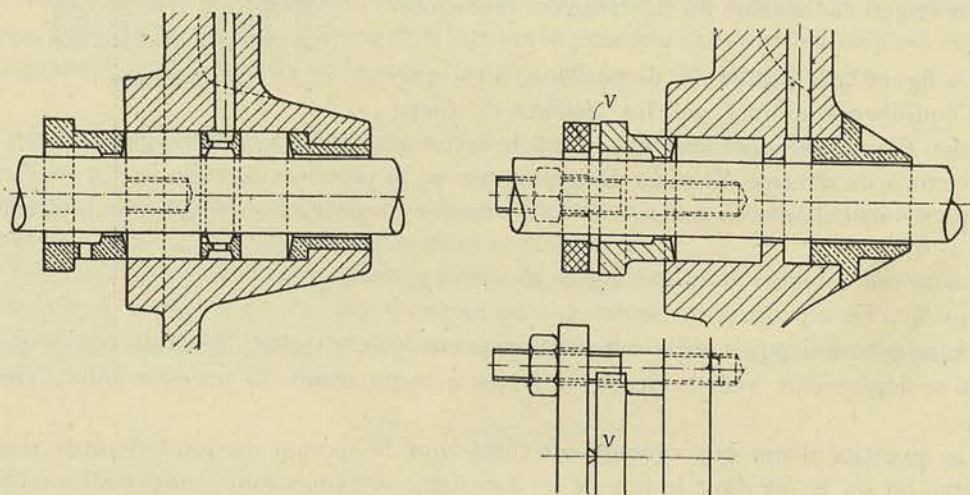


FIG. 231.

FIG. 232.

Malgré le jeu de $\frac{1}{2}$ mm. environ ménagé généralement entre l'alésage intérieur de la buselure et le diamètre extérieur de l'arbre, le serrage doit se faire avec précaution, en agissant simultanément sur les deux boulons. La disposition de la figure 232, avec presse-étoupe pressé au moyen d'une bride par l'intermédiaire de deux V diamétrales-

ment opposés, a l'avantage d'éviter tout coincement en cas de serrage inégal des boulons.

On peut, en vue de faciliter le serrage des presse-étoupe, employer également la disposition avec couvercle vissé, mais cette construction est d'un prix de revient beaucoup plus élevé (fig. 233).

Comme on peut le voir sur les figures représentant les ensembles de pompes reproduits figures 250 et 251, les bourrages sont généralement alimentés en eau sous pression par des conduits forés dans des douilles appropriées, venues de fonte avec les couvercles. Dans certains cas, particulièrement lorsque la pression de refoulement est faible vis-à-vis de la hauteur d'aspiration, il est indispensable de prendre l'eau d'alimentation sur la volute, et dans ce cas les conduits sont rapportés extérieurement.

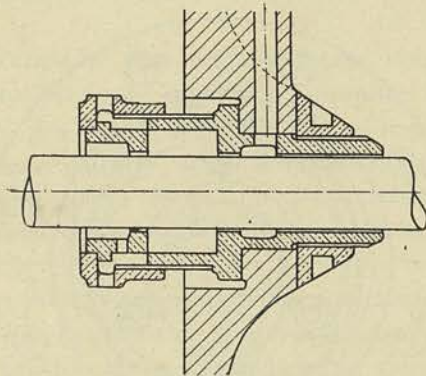


FIG. 233.

Il est nécessaire de prévoir sur les couvercles ou sur la volute, une douille pour le placement soit de l'entonnoir de remplissage, soit dans le cas des très grandes pompes, de l'éjecteur destiné à faire le vide dans le corps de pompe au moment de l'amorçage.

Des robinets de purge d'air doivent en outre être prévus aux points les plus élevés de l'enveloppe et de la volute pour l'évacuation de l'air au moment du remplissage.

Enfin des douilles pour le placement de manomètres doivent être ménagées sur la tubulure d'aspiration et sur la tubulure de refoulement.

G. — PALIERS ET BUTÉE.

Sauf pour les paliers de très petites dimensions pour lesquels en vue d'abaisser le prix de revient on utilise des coussinets en bronze, les paliers des pompes centrifuges sont généralement construits avec coussinets en fonte garnie de métal blanc.

Les paliers décrits au §3, chapitre IV du 4^e fascicule consacré aux turbines hydrauliques, conviennent pour les pompes centrifuges de grandes dimensions. Dans les pompes courantes on donne la préférence, comme étant moins difficiles et moins coûteux à construire, aux coussinets en une pièce, introduits latéralement et tenus en place au moyen de vis ou de goujons (fig. 234 et 235). Le corps du palier est venu de fonte avec une collerette qui en s'emboîtant sur l'enveloppe, assure un centrage parfait du coussinet par rapport au bourrage. Des ouvertures latérales donnent accès à celui-ci, et un conduit fixé à la douille inférieure, permet d'évacuer la légère fuite que l'on maintient volontairement au bourrage, par un serrage approprié du presse-étoupe.

Un couvercle articulé permet de surveiller le bon fonctionnement des bagues; sa largeur doit être telle, — puisque le corps du palier est en une pièce, — que l'introduction par le haut, des bagues de graissage, soit possible.

La figure 234 montre la disposition d'un palier avec butée adopté par la maison *Gilain* pour les pompes dont la poussée axiale est assez importante, et peut s'exercer tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre; cette butée est graissée par l'huile apportée par la bague la plus voisine, au moyen d'une rainure ménagée dans le coussinet; l'huile fait retour au palier par le conduit foré à la partie inférieure du couvercle qui emprisonne et maintient en place le roulement à billes.

Lorsque les poussées sont peu importantes, on peut utiliser des butées plates constituées par de simples bagues fixées sur l'arbre au moyen de vis à 120°, ou bien encore

un simple roulement à gorge profonde comme celui prévu pour les pompes dessinées figures 237 et 248. Lorsqu'il s'agit de pompes à grandes vitesses de rotation on utilise parfois, pour augmenter la sécurité de marche, des paliers à circulation d'eau qui permettent de maintenir le lubrifiant à une température relativement faible. Lorsque les

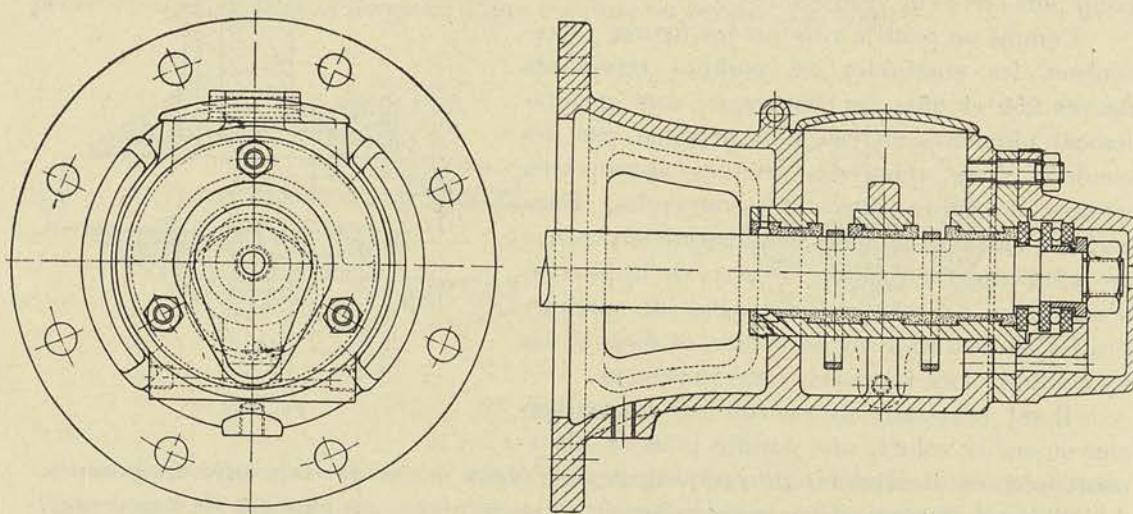


FIG. 234.

liquides pompés ont une température élevée, l'arbre et le corps du palier échauffent le coussinet par conductibilité, et il y a nécessité d'utiliser des paliers refroidis par circulation d'eau. La figure 235 donne un exemple de construction d'un palier de ce type avec coussinet en une pièce; l'eau circule dans la partie inférieure qui se trouve en contact avec le bain d'huile. Le coussinet de ce palier est muni aux deux extrémités de rainures,

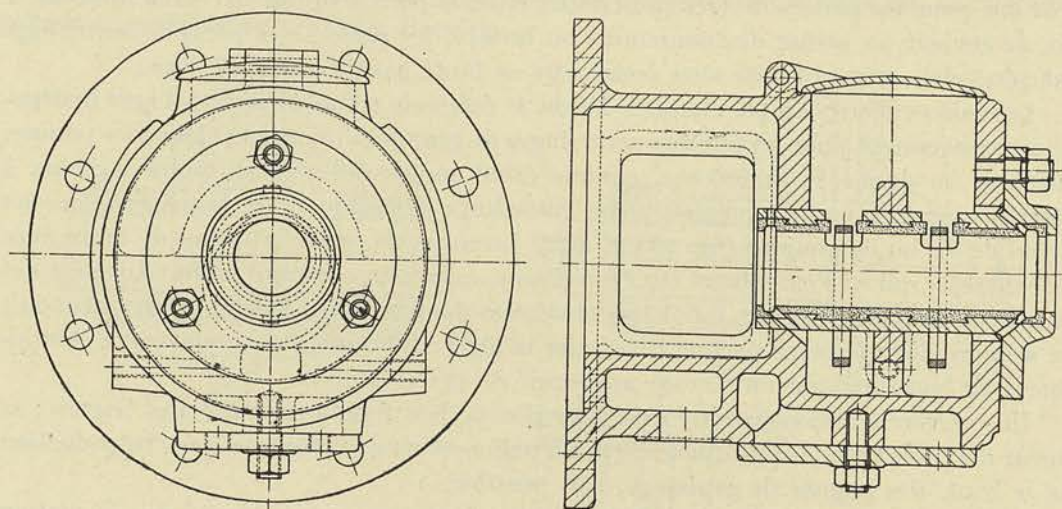


FIG. 235.

dans le but d'empêcher l'huile de suivre l'arbre au delà du coussinet; ces rainures pour être efficaces doivent être munies d'une ouverture percée à la partie supérieure, de manière à permettre à la pression atmosphérique de s'établir à cet endroit, et de déterminer l'écoulement de l'huile vers le bas, par les conduits obliques débouchant dans le réservoir central.

CHAPITRE III

DESCRIPTION DE QUELQUES TYPES DE TURBO-POMPES

Après avoir étudié les principaux organes communs aux turbo-pompes, nous voudrions faire ressortir les particularités essentielles des types calculés au chapitre I. Ces types, que nous avons dessinés en nous inspirant des formes adoptées par les meilleurs constructeurs connus, donnent une idée d'ensemble très nette des possibilités actuelles en matière de construction des turbo-pompes ; leurs tracés nous permettront de faire ressortir la valeur et la raison d'être des différentes dispositions utilisées suivant l'importance du débit et la hauteur de refoulement à réaliser.

Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous, les données correspondant à chacune des pompes dessinées sur les figures 236 à 264, ainsi que la valeur de R correspondant à ces données. Pour les pompes à roues multiples en tension ou en parallèle, nous avons ajouté la valeur de R correspondant à chacune des roues prises isolément. On pourra juger en examinant ce tableau, de l'extrême souplesse des turbo-pompes, les débits pouvant varier de quelques m³/heure à quelques dizaines de milliers de m³/heure, les hauteurs de 1 m. à plusieurs centaines de mètres (800 à 1000 m., pour fixer les idées).

TABLEAU XIII.

TYPE DE POMPE	FIGURE	Q m ³ /h.	H' m.	N t/m.	R par roue	R total	ECHELLE	
Avec une roue à simple ouïe	236	75	55	2920	5,30	5,30	1/5	
	237	500	50	1450	10,00	10,00	1/10	
	239	1.500	12,50	730	59,00	59,00	1/10	
	241	6.000	6,50	585	400,0	400,0	1/25	
	242	60.000	1,20	54	425,0	425,0	1/50	
Avec une roue à double ouïe	246	150	55	2920	5,30	10,60	1/5	
	248	500	50	1450	5,00	10,00	1/10	
	250	1500	12,50	730	29,50	59,00	1/10	
	251	750	12,50	730	14,75	29,50	1/10	
	253	6000	6,50	585	200,0	400,0	1/25	
Multicellulaires :								
	a) en tension	254	25	162	2920	5,30	0,36	1/5
			75	110	2920	5,30	1,87	1/5
b) en parallèle	264	2500	150	2920	9,30	37,20	1/10	

Pour conserver à la pompe un bon rendement, les valeurs de R calculées pour chacune des roues, prises isolément, doivent rester comprises entre 4 et 400. Comme avec les pompes multicellulaires comportant 8 ou 9 roues en tension, la valeur de R pour l'ensemble de la pompe peut descendre à moins de 0,2, on est amené à conclure que *les types dessinés permettent d'apporter une solution à tout problème posé dont les données conduisent à des valeurs de R comprises entre 0,2 et 400.*

§ 1. — Description des pompes à une roue à simple ouïe

Nous décrivons tout d'abord les pompes à simple ouïe. La figure 236 représente la pompe que nous avons calculée dans le premier exemple du § 5, chapitre I.

Dans sa construction normale, ce type de pompe comporte le corps en fonte avec cercles d'étanchéité en bronze (ou en acier spécial lorsqu'il s'agit de déplacer un liquide

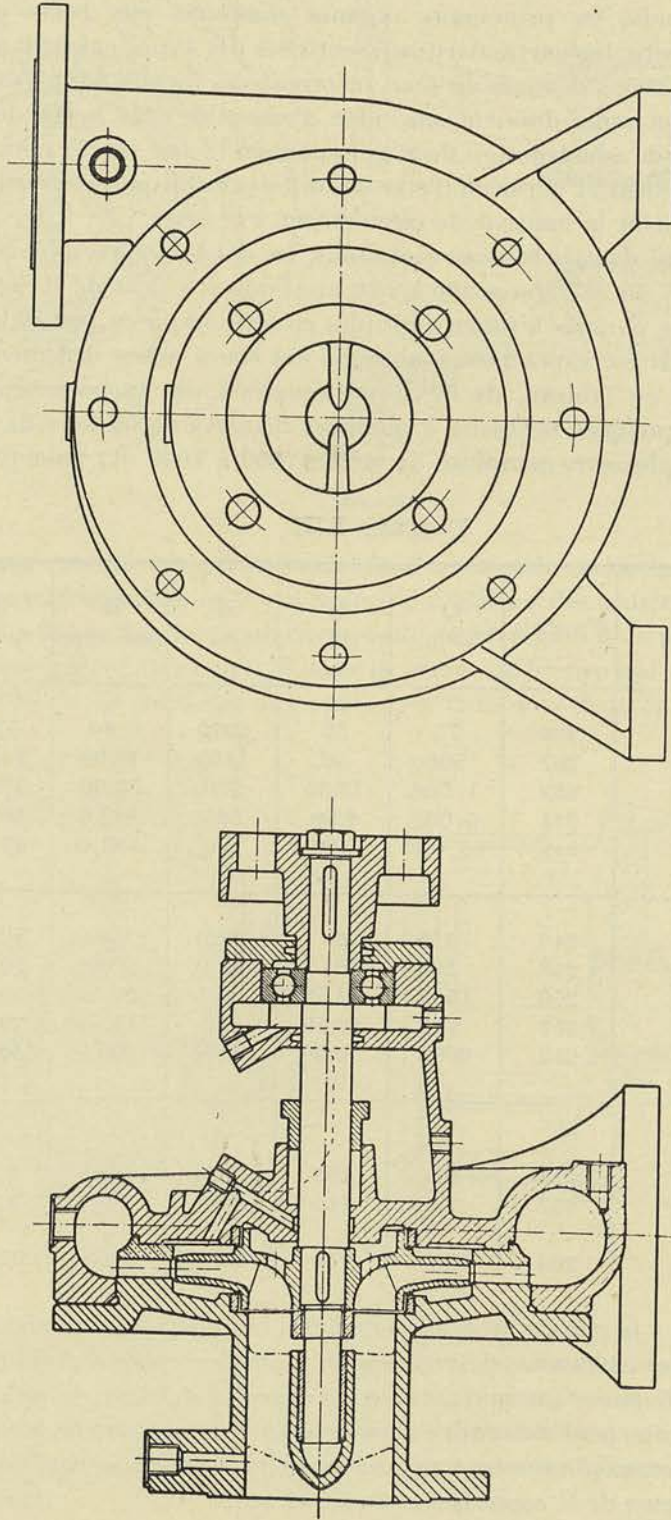


FIG. 236 (Echelle 1/5).

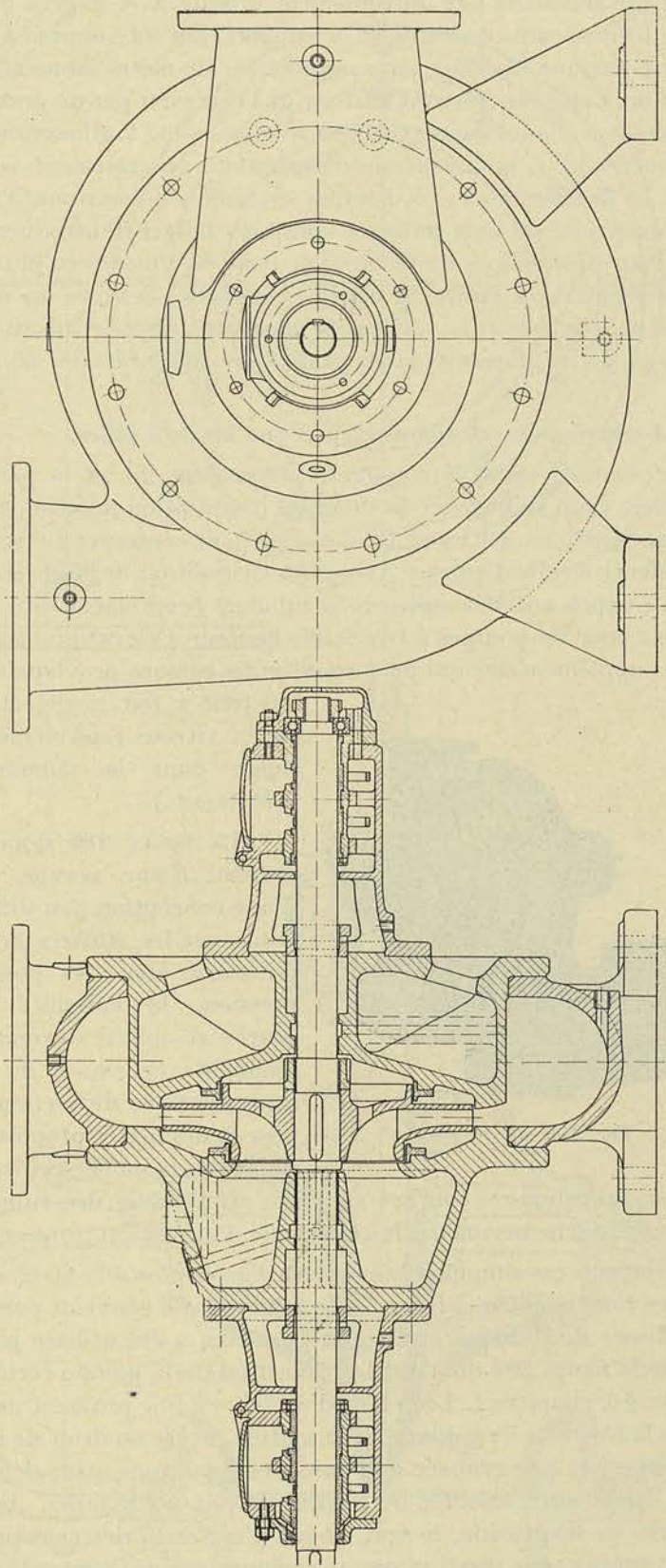


Fig. 237 (Echelle 1/10).

chargé de matières solides en suspension). Le palier côté commande est venu de fonte avec la volute, et est constitué par un roulement à billes avec cage à gorge profonde pouvant servir en même temps de butée et de support. Du côté opposé à la commande l'arbre est supporté par une buselure en bronze garnie de métal blanc et logée dans la tubulure d'aspiration. Cette buselure est graissée de l'extérieur par un graisseur *Stauffer*. La tubulure d'aspiration elle-même est très courte et nécessite l'adjonction d'une courbe normale pour se raccorder à la tuyauterie d'aspiration, généralement verticale. Cette construction peut se justifier pour des pompes de faibles dimensions, d'autant mieux que la buselure d'extrémité est bien protégée contre le danger d'introduction de matières en suspension. Pour des pompes du même type mais de dimensions plus importantes, on adopte généralement deux paliers à bagues graisseuses centrés sur des couvercles latéraux de la pompe, comme on le voit sur la figure 237. Cette réalisation correspond à l'exemple traité au §5 (6^e exemple) pour les données 500 m³/heure, 50 m. 1450 tours par minute.

Le palier côté commande est complété par une butée à billes.

Dans l'espace compris entre le couvercle proprement dit et la paroi portant le bourrage et le palier, vient déboucher la tubulure d'aspiration aplatie pour réduire au minimum la distance entre les deux parois, et élargie pour conserver autant que possible une section équivalente à celle d'entrée. Avec cette disposition, le fluide n'est plus guidé dans son parcours compris entre la sortie de la tubulure proprement dite et l'ouïe de la roue : sauf toutefois pour les pompes à très faible hauteur d'élévation et à grand débit, la perte de charge supplémentaire qui peut résulter des remous provoqués par ce tracé,

est tout à fait négligeable, en raison de la vitesse relativement faible du fluide dans la tubulure (2,50 à 2,75 m/sec.).

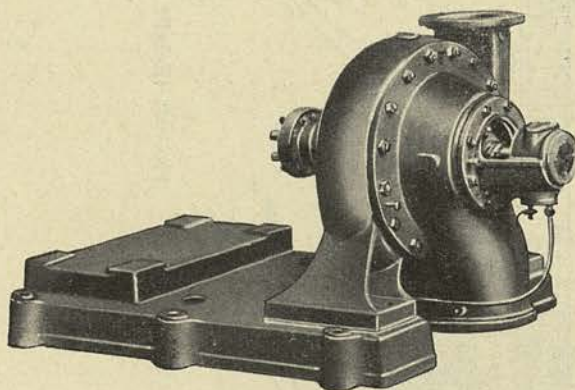


FIG. 238.

La figure 238 donne la photographie d'une pompe de ce type, d'une conception peu différente, construite par les *Ateliers de Construction d'Ensival*. Dans les pompes à basse pression, la tubulure d'aspiration courbe et aplatie devient peu recommandable en raison de l'importance des variations de section qu'elle suppose et des pertes proportionnellement importantes qu'elle provoque. Aussi se

borne-t-on à prévoir des tubulures courbes en forme de tore ou des tubulures droites se raccordant par une courbe normale à la tuyauterie d'aspiration proprement dite.

On peut dans certains cas simplifier la tubulure d'aspiration à l'extrême en adoptant la construction avec roue en porte-à-faux. Cette solution, qui convient particulièrement pour les faibles vitesses de rotation et les grands débits, a été utilisée pour la pompe hélico-centrifuge de la figure 239 donnant la réalisation de la pompe correspondant au premier exemple du §6, chapitre I. Le défaut d'un tel système provient de l'usure relativement rapide de la buselure de guidage et de soutien, située au droit de la roue ; cette buselure ne peut, en effet, être graissée que dans des conditions assez déficientes, au moyen de graisse consistante refoulée de l'extérieur par un *Stauffer*. Avec des eaux chargées de matières en suspension, le seul moyen d'éviter sa détérioration rapide est de refouler de l'eau propre sous pression par une rainure ménagée entre la boîte à bour-

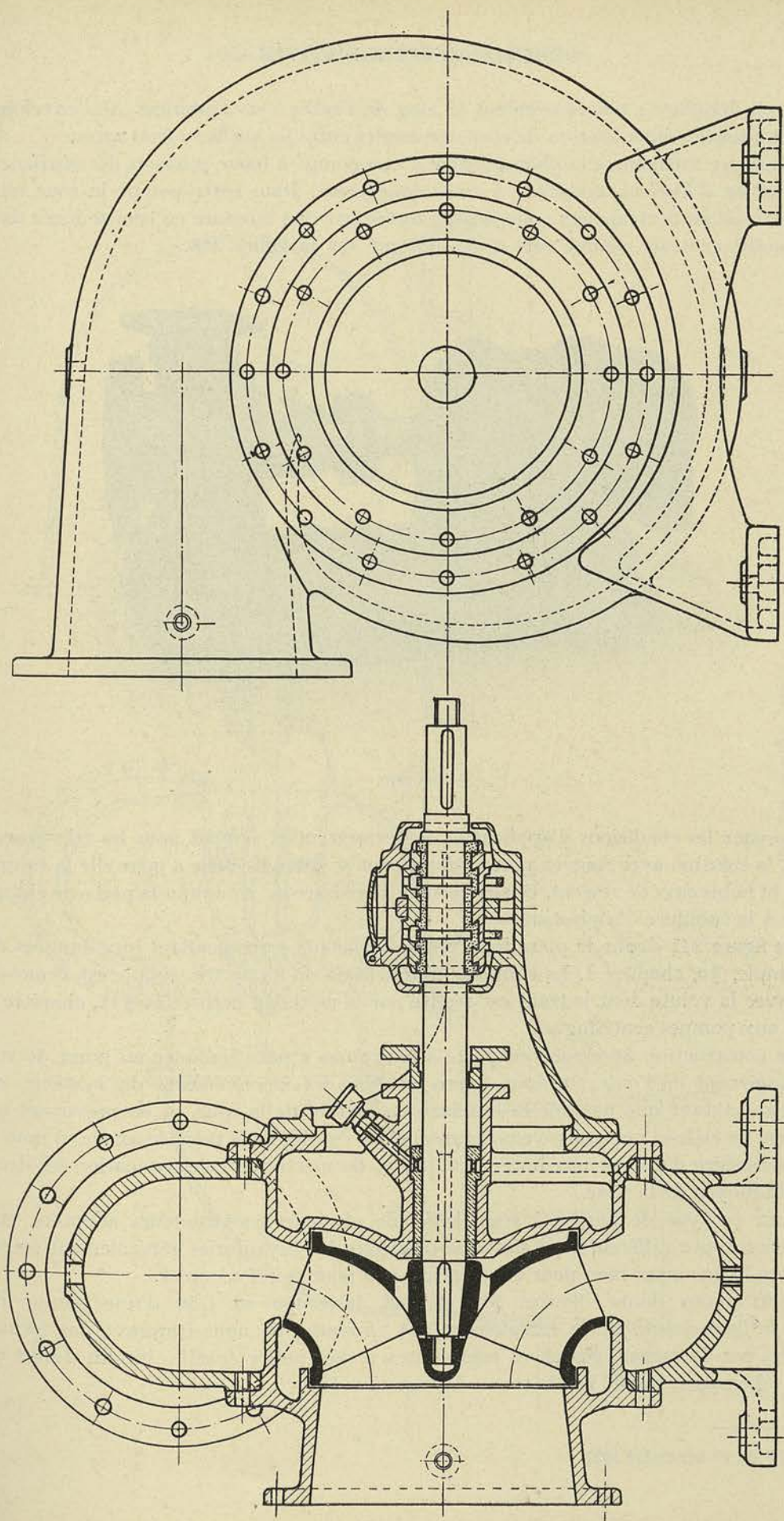


FIG. 239 (Échelle 1/10)

rage et la buselure : son écoulement le long de l'arbre vers l'intérieur de l'enveloppe rend impossible l'introduction de corps étrangers entre les surfaces frottantes.

La figure 240 montre la photographie d'une pompe à basse pression, des *Ateliers de Construction d'Ensival*, répondant à cette conception. Dans cette pompe la roue n'est pas toutefois en porte-à-faux ; elle est supportée par une buselure en bronze logée dans une douille centrale, comme cela a été indiqué sur la figure 236.

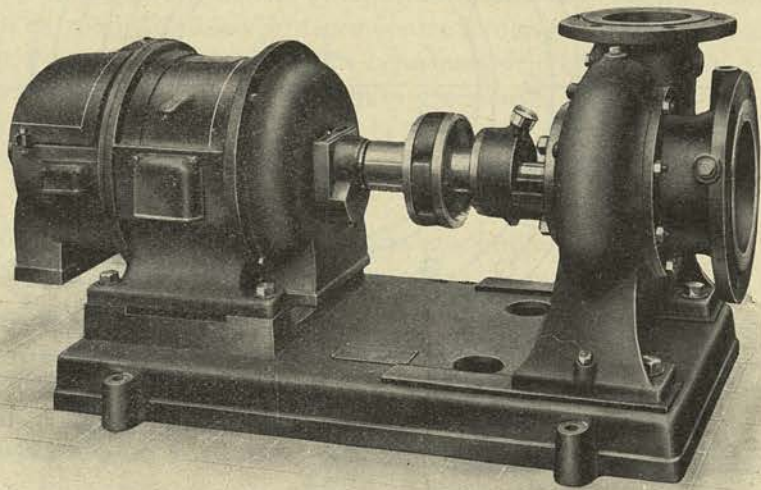


FIG. 240.

Lorsque les conditions d'application le permettent et surtout pour les très grands débits, la solution avec roue en porte-à-faux peut se défendre ; elle a pour elle la simplicité et le faible prix de revient, et elle permet de réduire au minimum la perte de charge propre à la tubulure d'aspiration.

La figure 241 donne le plan de la pompe hélicoïde correspondant aux données du 2^e exemple, § 6, chapitre I. La tubulure d'aspiration de forme très simple est venue de fonte avec la volute dont le tracé est réalisé par la méthode exposée au § 11, chapitre I, relatif aux pompes centrifuges.

La construction avec roue en porte-à-faux nous a paru indiquée au point de vue du dégagement de l'ouïe, et nous avons atténué les inconvénients du système, en allongeant autant que possible la buselure de soutien de la roue, et en prévoyant un graissage de celle-ci par graisse consistante. Pour équilibrer la poussée axiale, il nous a paru nécessaire d'utiliser une butée à billes, et de mettre en communication les deux faces du moyeu de la roue.

Pour ce type de pompe à roue hélicoïde plusieurs constructeurs adoptent une disposition toute différente qui simplifie beaucoup les tuyauteries généralement orientées vers le bas aussi bien pour l'aspiration que pour le refoulement.

Nous avons donné, figures 242 et 243, la coupe au 1/50 d'une pompe de 60.000 m³/heure, 1 m. 20 de refoulement, 54 t/minute, en nous inspirant des formes adoptées par la maison *Storch* et reproduites à très petite échelle, sur un dessin en partie schématisé, publié par la revue *de Ingenieur* (1).

(1) N° du 10 septembre 1921.

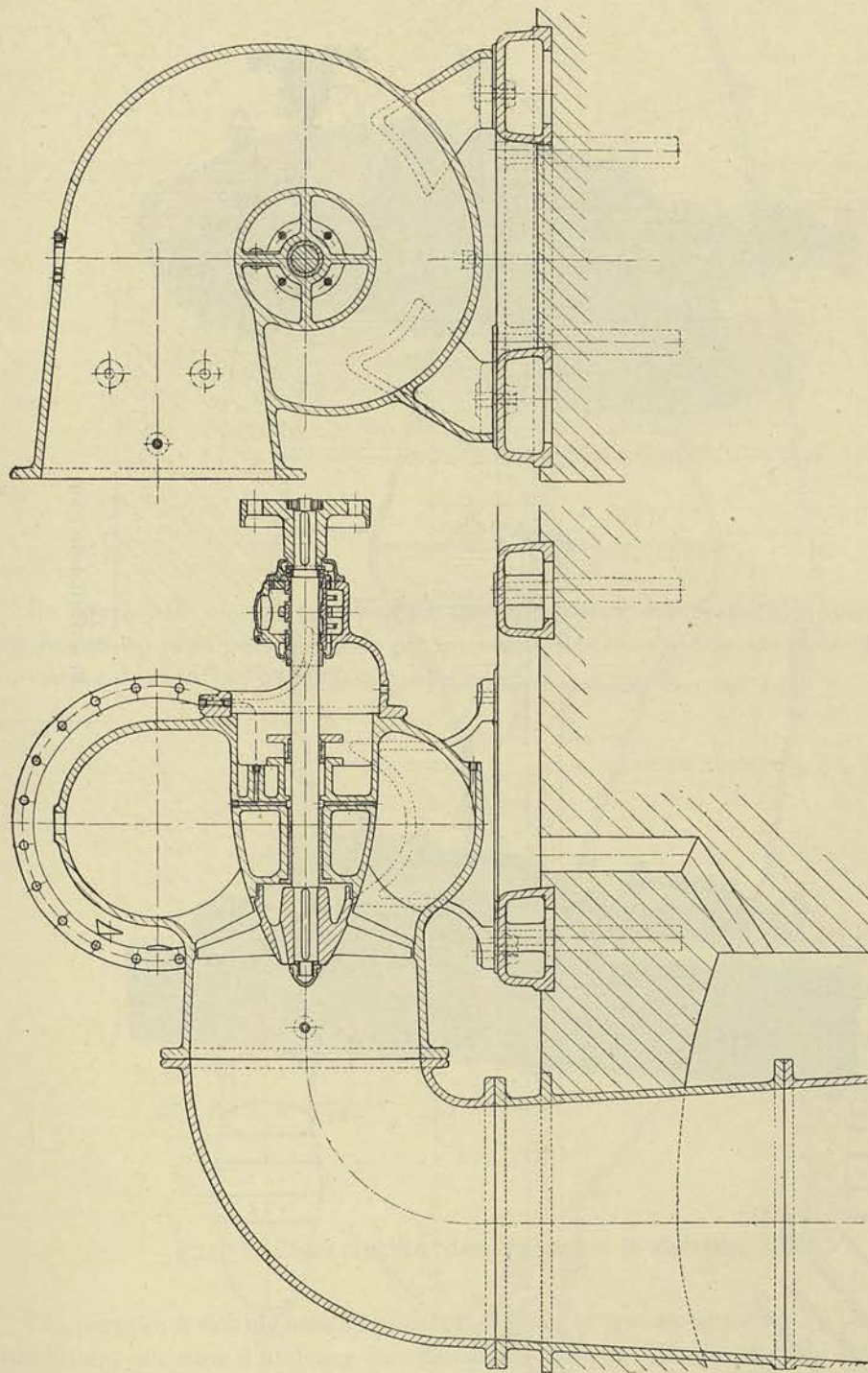


FIG. 241 (Echelle 1/25).

FIG. 243 (Echelle 1/250).

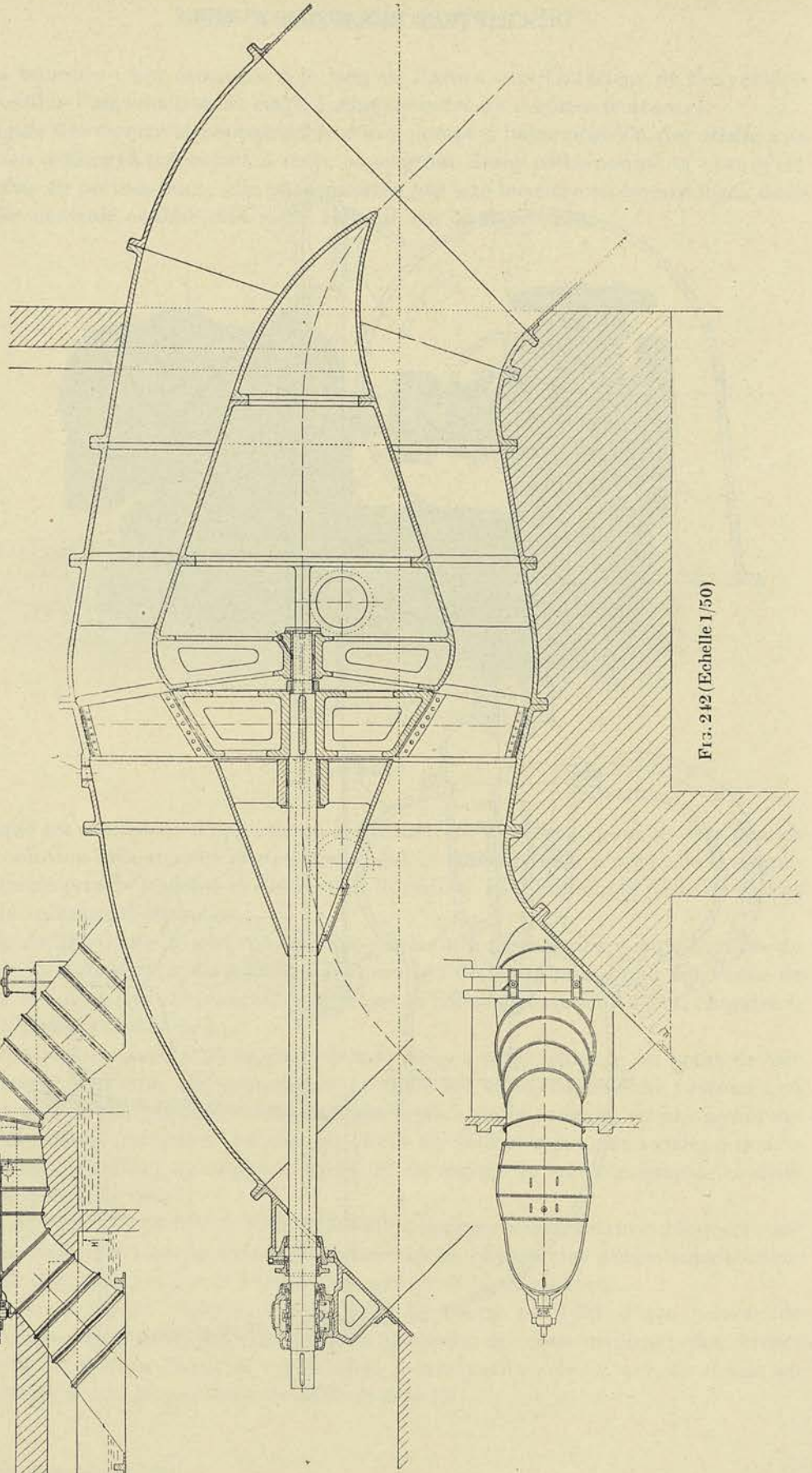
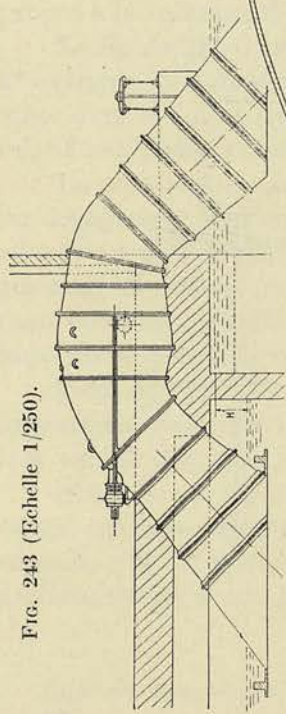


FIG. 242 (Echelle 1/50).

La figure 244 montre la vue d'une pompe de construction analogue des *Ateliers de Construction d'Ensival* réalisant un débit de 4000 m³/heure, à 2 m. 25, à la vitesse de 300 t/minute, l'attaque se faisant directement par machine à vapeur verticale.

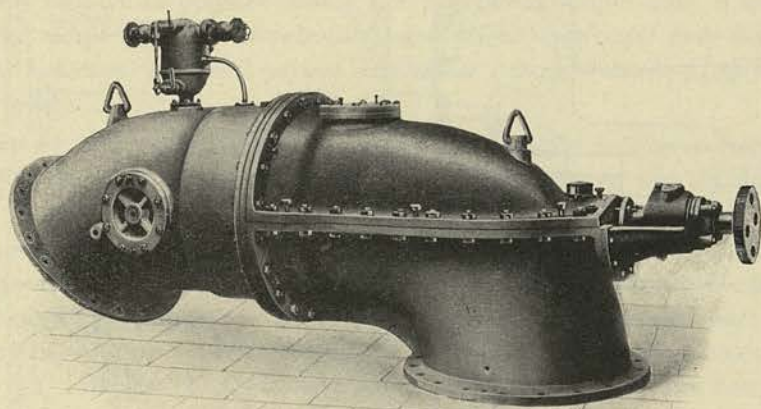


FIG. 244.

La figure 245 montre une pompe analogue de la même maison, mais de dimensions beaucoup plus petites, cette pompe étant destinée à être attaquée par courroie, à la vitesse de rotation de 1200 t/minute.

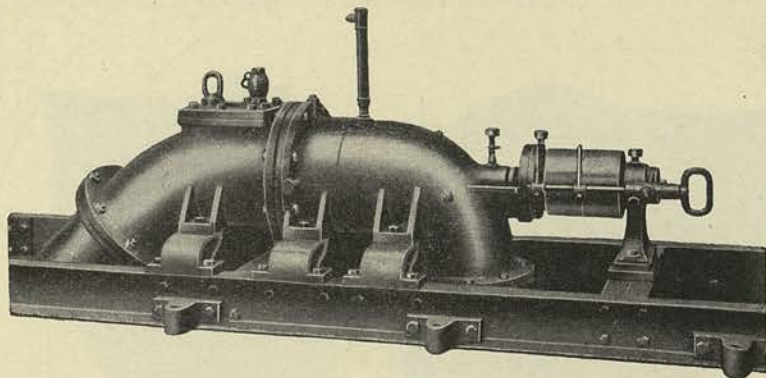


FIG. 245.

§ 2. — Description des pompes à double ouïe

Les pompes à double ouïe s'imposent, d'après ce que nous avons vu, dans certaines applications, en vue d'abaisser la vitesse à l'ouïe et d'augmenter la hauteur limite d'aspiration. Elles peuvent également se justifier lorsque, voulant éviter d'utiliser les types hélico-centripètes, large ou mixte, on préfère associer en parallèle deux roues du type centrifuge ou hélico-centrifuge étroit.

A vrai dire, beaucoup de constructeurs adoptent systématiquement le type à double ouïe, même pour les pompes à très haute pression, parce qu'elles permettent

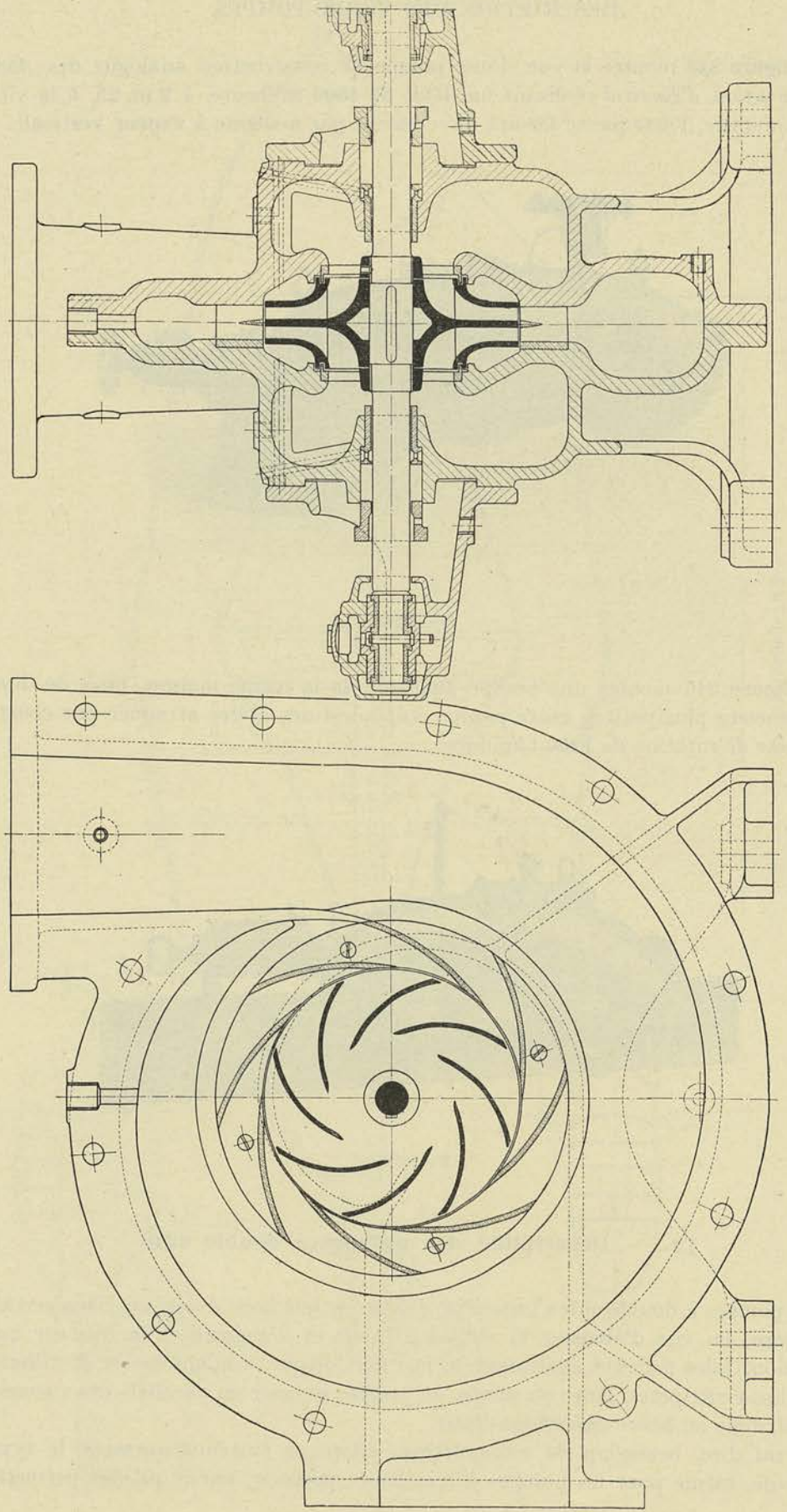


FIG. 246 (Echelle 1/5).

d'équilibrer plus aisément la poussée axiale qui, par raison de symétrie, devrait être nulle, mais *qui, pratiquement, reste assez élevée*. Cet avantage qui avait autrefois le pas sur toutes les autres considérations, est plutôt secondaire à présent que l'on dispose de butées à billes très efficaces, et que par une disposition convenable des joints d'étanchéité on peut réduire la poussée axiale des pompes à simple ouïe, à une valeur très faible. *Le type simple ouïe est incontestablement mieux approprié pour les faibles débits et les grandes hauteurs, puisqu'il permet de réaliser l'angle d'entrée β_0 se rapprochant de l'angle théorique.*

Au point de vue construction, les pompes à double ouïe peuvent se classer en quatre groupes, suivant la disposition d'ensemble adoptée en vue du démontage.

1° *On peut concevoir la pompe comme constituée de deux pièces entièrement symétriques*, comprenant chacune la moitié de la tubulure d'aspiration et la moitié de la volute, le joint d'assemblage se trouvant dans un plan perpendiculaire à l'axe de la pompe : c'est la solution représentée figure 246 donnant la pompe calculée dans le 3^e exemple du § 5, chapitre I. C'est la disposition la plus simple que l'on puisse concevoir, au point de vue du nombre de pièces à parachever et du mode de parachèvement intérieur, celui-ci pouvant se faire entièrement au tour en un seul montage.

Le défaut de ce système est de ne pas permettre d'opérer le démontage de la roue, sans isoler le corps des conduites d'aspiration et de refoulement, ce qui, pour les pompes importantes tout au moins, complique singulièrement l'opération et en augmente la durée ; la forme relativement compliquée du joint est aussi un défaut, d'autant plus qu'on ne peut utiliser la matière obturante que sur une épaisseur très mince (ordinairement une feuille de papier huilé) et cela afin d'éviter que, par un serrage irrégulier des boulons, on ne détermine une déformation des couvercles et partant une orientation oblique l'un par rapport à l'autre, des axes des paliers.

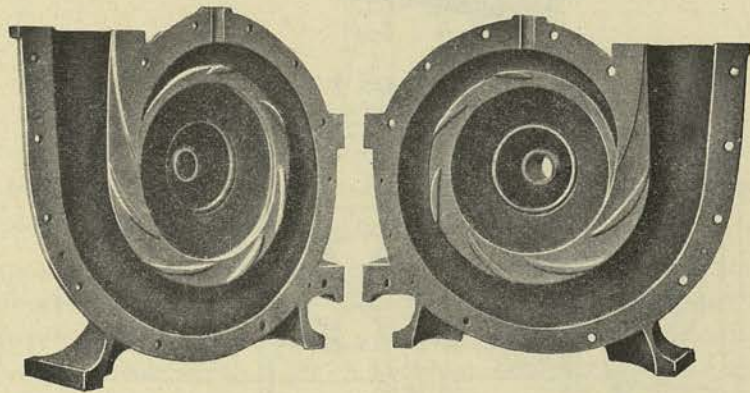


FIG. 247.

La figure 247 donne la photographie des coquilles d'une telle pompe construite par la *Société Rateau*.

2° *La forme donnée aux pompes du 2^e groupe est représentée par la figure 248* (sixième exemple, § 5, ch. I). Cette pompe réunit les avantages d'un démontage facile de la roue, et d'une exécution relativement simple. Elle conduit toutefois à une enveloppe en 3 pièces : deux couvercles et le corps formé par la volute et la tubulure d'aspiration.

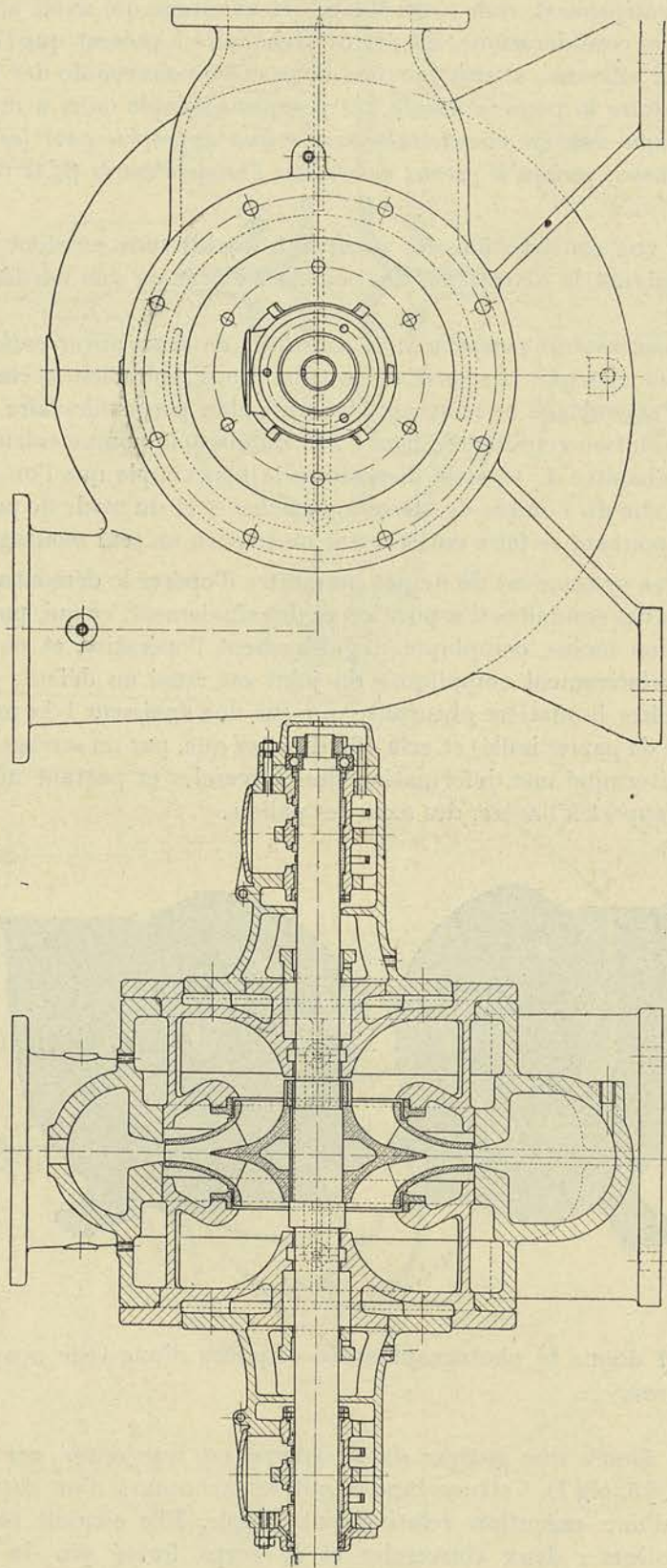


FIG. 248 (Echelle 1/10).

Les couvercles sont à double paroi, la liaison étant établie par quatre nervures, deux dans le plan horizontal prolongeant la nervure axiale de la tubulure d'aspiration, deux aux extrémités du diamètre perpendiculaire, occupant un certain arc figuré en pointillé dans la projection de droite.

L'enlèvement d'un des couvercles, qui peut se faire sans toucher aux tuyauteries, donne accès à la roue. Les joints d'étanchéité circulaires sont constitués par des bagues de caoutchouc, en forme de tore, introduites dans l'angle du couvercle, de façon à venir s'appuyer contre l'arête chanfreinée du collet de l'enveloppe proprement dite. Le parachèvement des surfaces (à part les collets des tubulures) peut se faire entièrement au tour.

Cette disposition est supérieure à la première, pour les hautes et moyennes pressions, tout au moins.

La figure 249 donne la vue d'une pompe de cette catégorie des *Ateliers de Construction d'Ensisval*.

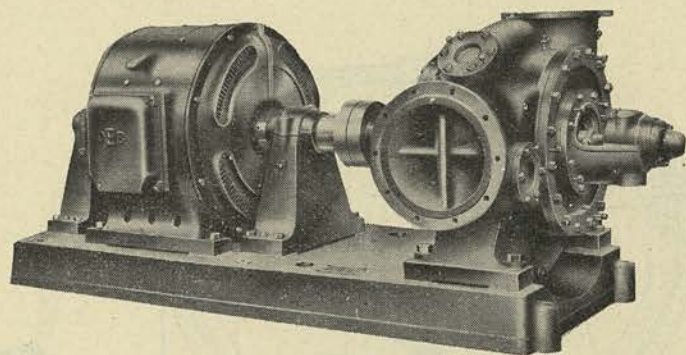


FIG. 249.

3° Dans le troisième groupe, on peut ranger les pompes dont le corps est coupé en deux par un plan horizontal passant par l'axe.

Avec la disposition de la figure 250 (voir premier exemple, § 6, ch. I), on peut démonter la roue avec son arbre et son accouplement sans toucher aux tuyauteries d'aspiration et de refoulement, ce qui est un avantage incontestable ; avec la disposition de la figure 251 (voir septième exemple, § 5, ch. I), il faut détacher la pompe de la conduite de refoulement. Si le joint est ici de forme plus compliquée que dans le système précédent, on peut lui donner une épaisseur plus grande, car les paliers sont appuyés sur la partie inférieure du corps, et leur orientation ne peut dépendre d'un serrage plus ou moins irrégulier des boulons d'assemblage.

En ce qui concerne le parachèvement, il est incontestablement plus coûteux, puisqu'il exige le rabotage ou le fraisage des deux faces étendues, et un alésage intérieur dans des conditions difficiles d'exécution : à moins d'opérer avec un alésoir spécial permettant de guider l'outil avec précision de l'extrémité de l'arbre, on doit régler les lames d'alésage avant la mise en place du couvercle. Cette construction qui, comme la première, permet de réaliser des formes très correctes pour les conduits d'aspiration, et qui avec la première disposition, tout

au moins, permet un démontage extrêmement aisé, est tout indiquée pour les grands débits et les faibles hauteurs.

La figure 252 montre la vue d'une pompe de ce type construite par les *Ateliers de Construction d'Ensival*.

4° Dans le quatrième groupe on peut faire entrer les pompes à très basse pression du type dessiné figure 253.

Nous avons utilisé pour cette pompe qui correspond aux données du deuxième exemple, § 6, chapitre I, les formes que la *maison Sulzer* a adoptées pour les installations d'irrigation de la province d'Alicante en Espagne (1).

La volute est en une pièce munie de deux couvercles de visite, le couvercle inférieur pouvant être utilisé pour l'évacuation des boues qui viendraient à s'accumuler dans le fond de l'enveloppe.

Les tubulures d'aspiration boulonnées à la volute, viennent s'appuyer sur les

(1) Voir à ce sujet n° 3 de la *Revue Sulzer*, 1923.

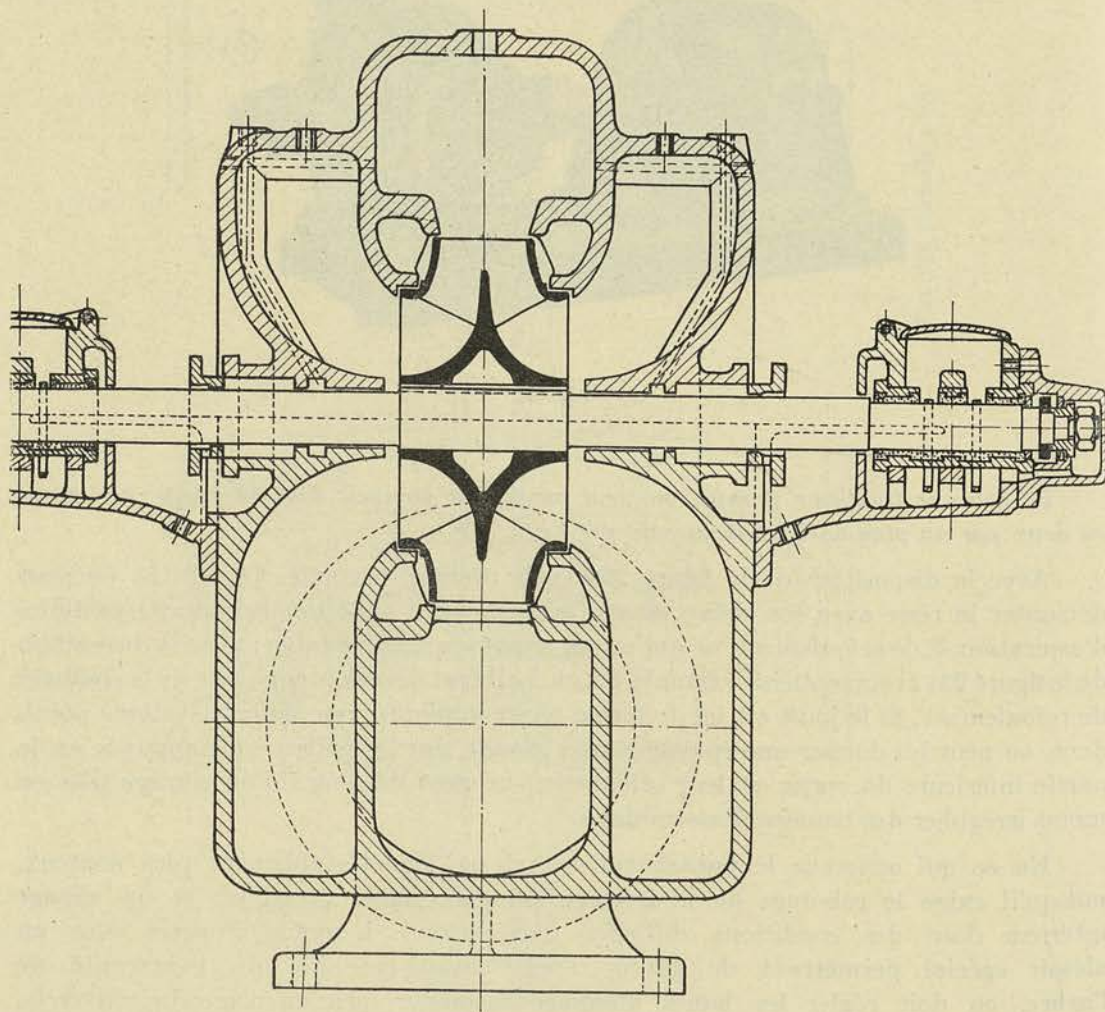


FIG. 250. Coupe en élévation (Echelle 1/10)

tuyauteries verticales noyées dans la fondation. La liaison entre les deux pièces étant faite par boulons et non par goujons, on peut opérer le démontage en faisant glisser axialement les tubulures.

Les paliers centrés sur des collets venus de fonte avec les tubulures, sont à graissage par bagues; les coussinets sont en deux pièces, celui du palier d'extrémité étant muni de canelures de butée suffisantes pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale.

Le mode de calage que nous avons adopté est du type par cale fixe, avec bague de serrage axial en deux pièces. Les bourrages sont alimentés par l'eau prise au refoulement, et les parties de l'arbre engagées dans les bourrages sont protégées par des buselures en bronze, facilement remplaçables.

La pompe qui est conçue pour fournir une hauteur manométrique totale de 6 m. 50, aspire à une profondeur de 4 m. environ, et refoule à une hauteur de 2 m. 50.

Comme il n'est pas prévu de clapet de pied, la mise en régime ne peut se faire qu'en déterminant le vide dans la conduite d'aspiration et dans la volute, au moyen d'un éjecteur placé au point le plus haut de celle-ci.

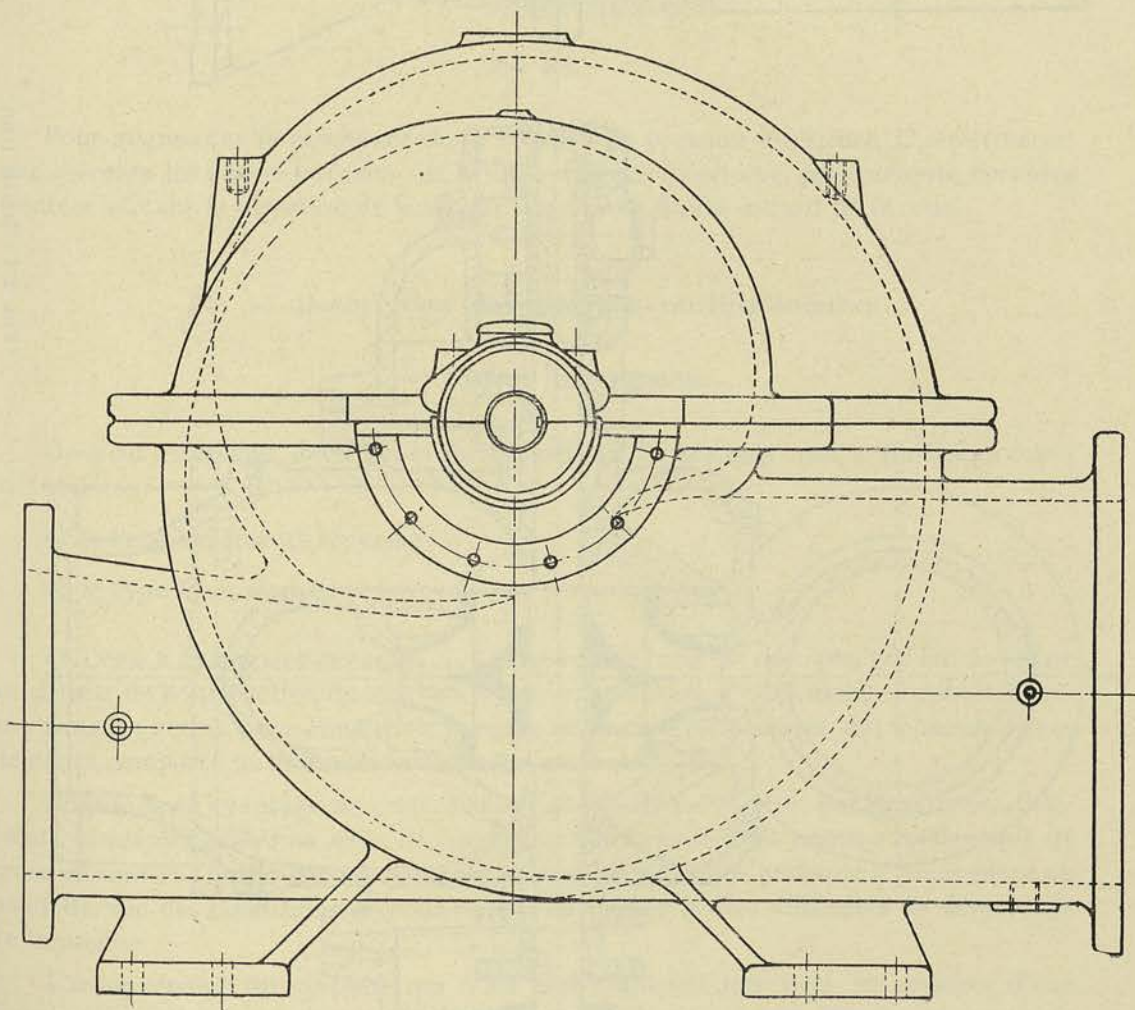


FIG. 250. Vue de profil

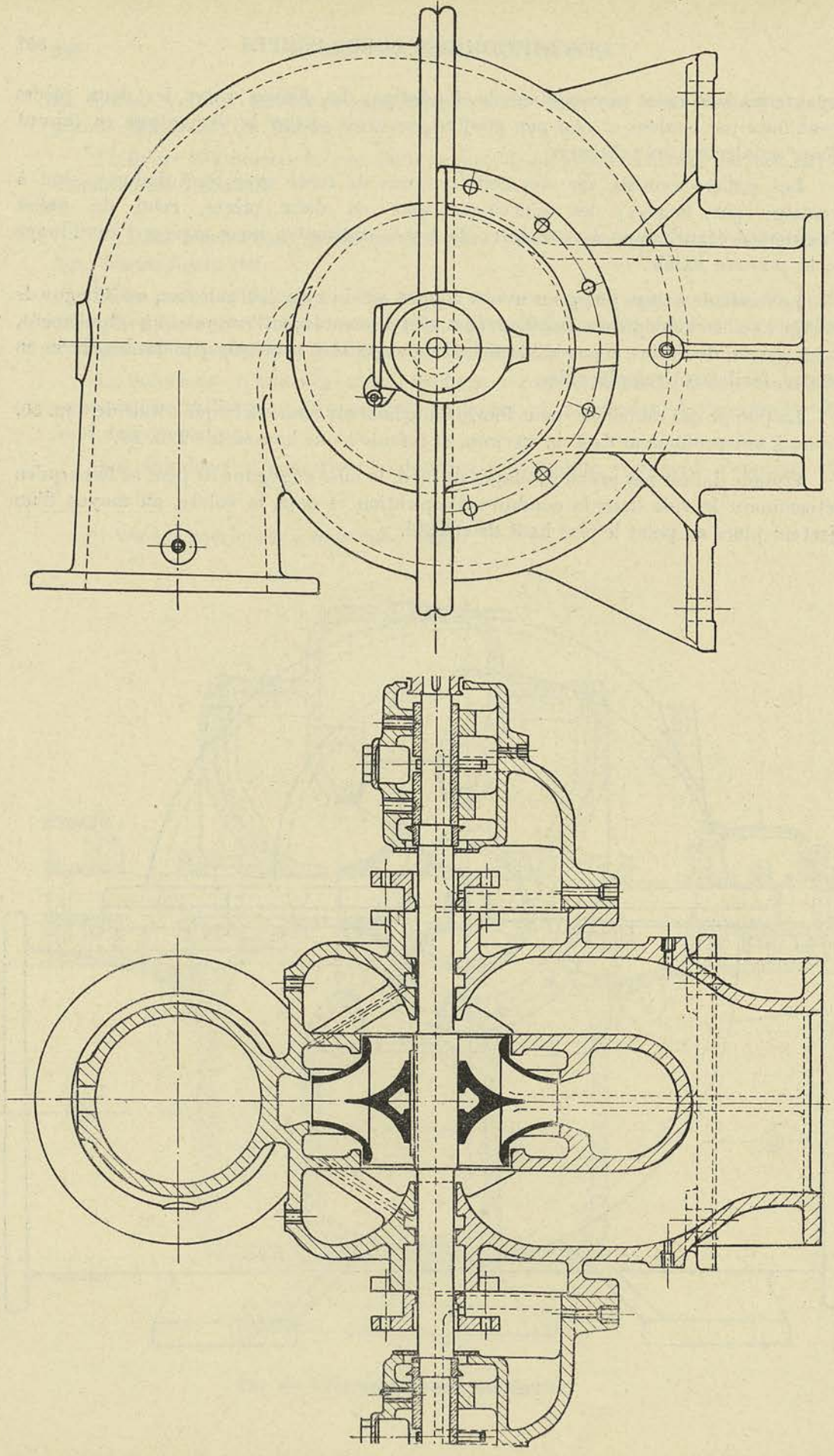


FIG. 251 (Echelle 1/10).

Un tube indicateur placé sur la volute permet de se rendre compte du niveau atteint par l'eau dans la tubulure horizontale, au moment de l'amorçage.

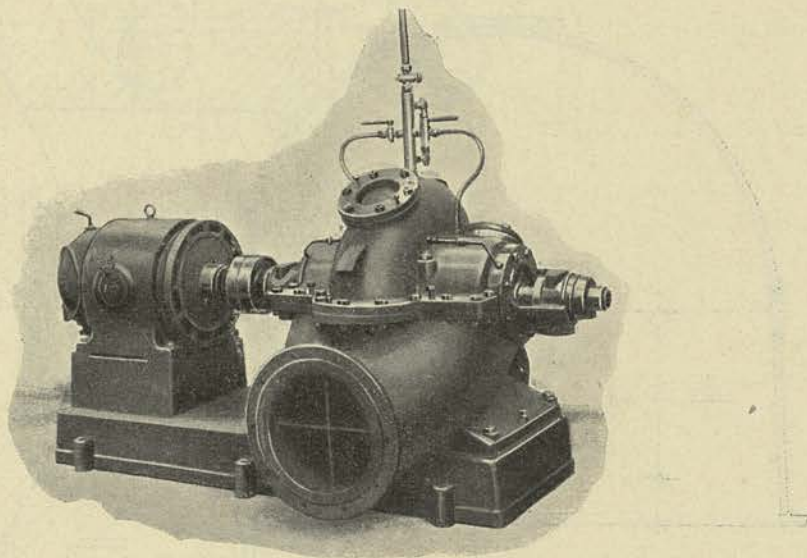


FIG. 252.

Pour augmenter la résistance de la volute à la pression intérieure, il serait nécessaire de relier les parois latérales sur la circonférence intérieure, par quelques nervures orientées suivant la direction de la vitesse absolue du fluide sortant de la roue.

§ 3. — Description des pompes multicellulaires

A. — ROUES EN TENSION.

On peut concevoir deux types fondamentaux de pompes multicellulaires à roues en tension :

- a) le type à éléments séparés ;
- b) le type à enveloppe.

a) **TYPE A ÉLÉMENTS SÉPARÉS.** — La figure 254 (voir 4^e exemple, § 5, ch. I) donne les détails de construction du système à éléments séparés. Ces éléments s'emboîtent les uns dans les autres pour constituer le corps de pompe proprement dit. Chacun de ces éléments comporte un diffuseur et deux flasques.

Le principal avantage de cette disposition est de permettre, par la réunion d'éléments *identiques usinés en série*, de constituer une pompe à un nombre quelconque de roues en tension, huit à dix représentant toutefois une limite pratique si on se place au point de vue des conditions de sollicitation de l'arbre et des difficultés de démontage de la pompe.

L'inconvénient du système, qui n'est réel d'ailleurs que pour les pompes d'une certaine importance, résulte de la nécessité, en cas de démontage, d'isoler la pompe de la conduite de refoulement.

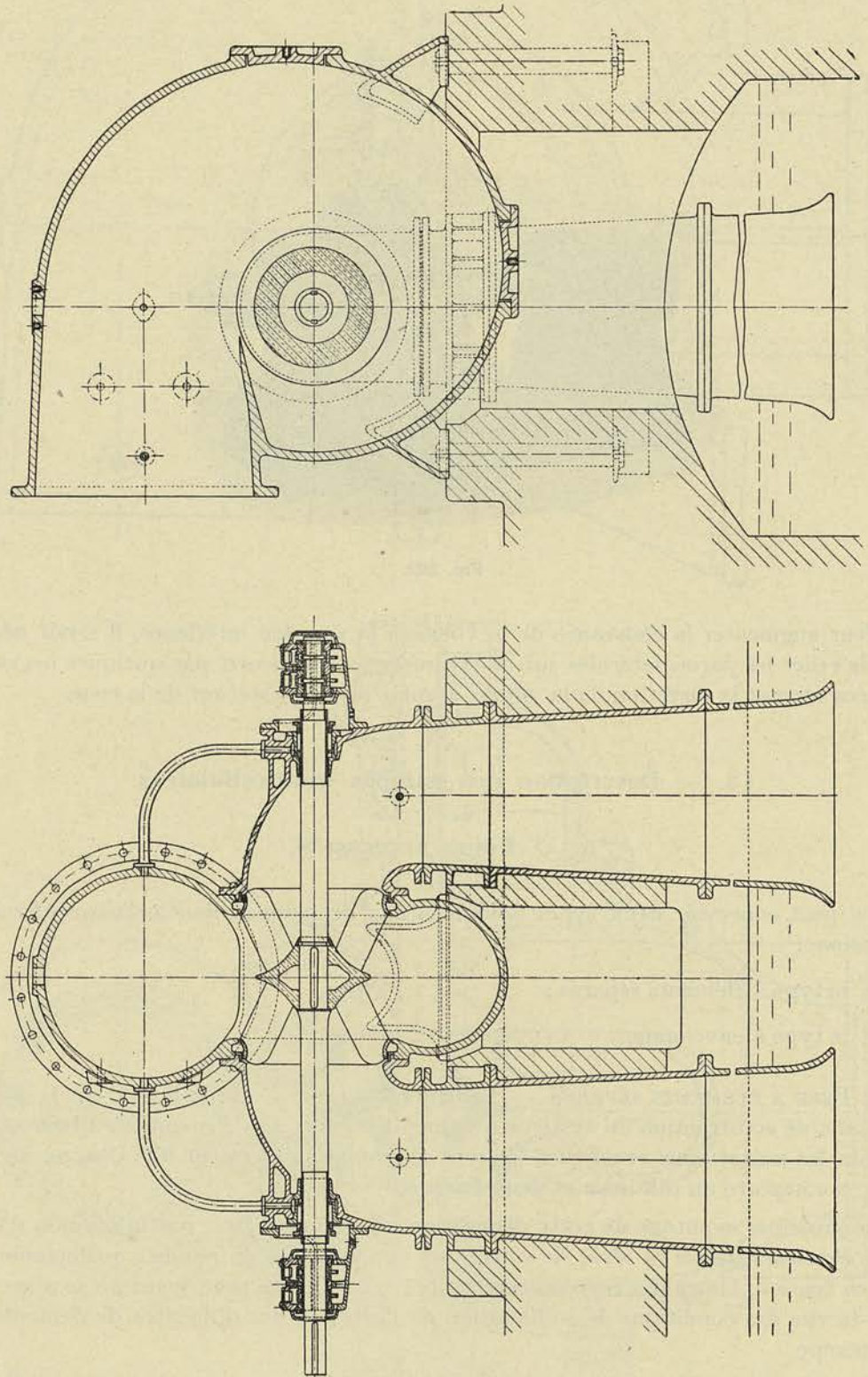


FIG. 253 (Echelle 1/25).

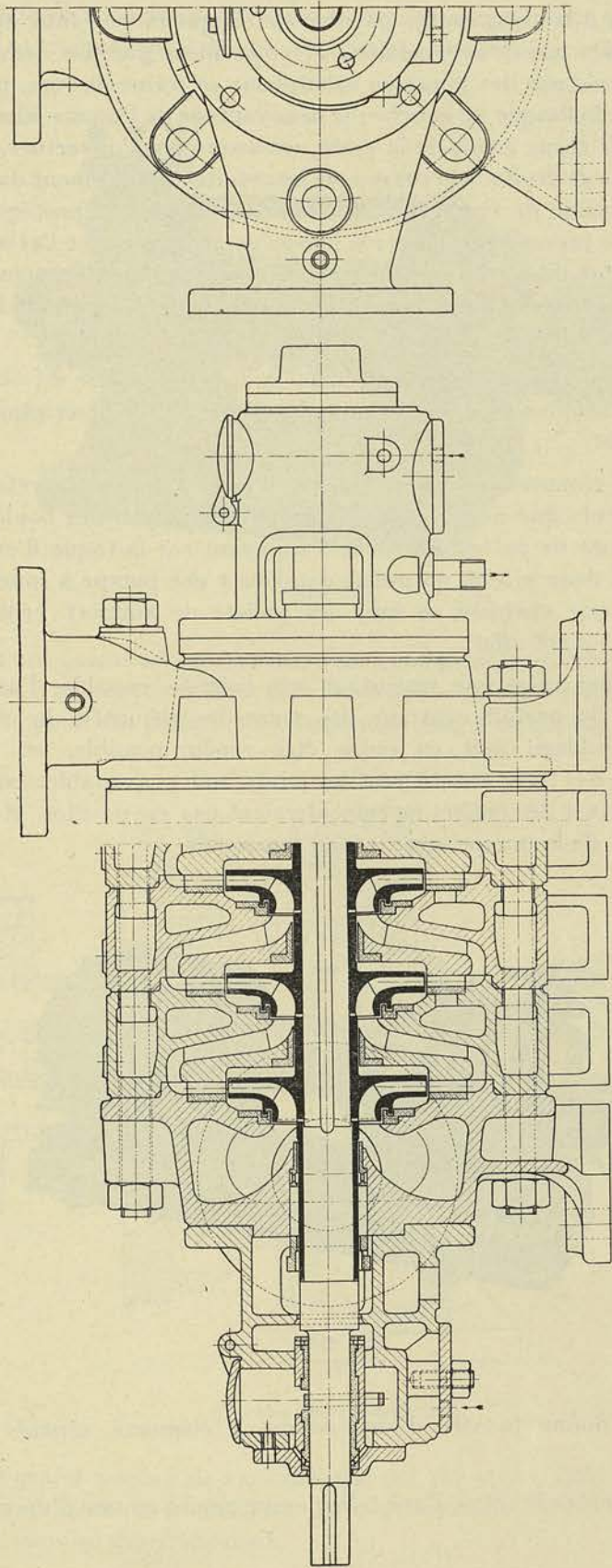


FIG. 254 (Echelle 1/5).

Dans la construction représentée par la figure 254, l'assemblage des éléments est obtenu au moyen de 8 boulons cachés par une enveloppe mince venue de fonte avec la flasque de gauche des pièces intercalaires, et consolidées par des nervures radiales; l'étanchéité est assurée par des joints en caoutchouc en forme de tore, pressés sur une arête chanfreinée de la flasque de gauche; le dénoyautage de l'espace libre entre l'enveloppe extérieure et le corps même de la pièce, est assuré par l'ouverture annulaire pratiquée dans la flasque de droite. Les roues sont introduites à frottement doux sur l'arbre, chaque roue étant venue de fonte avec une busclure destinée à protéger celui-ci et à maintenir la distance prévue entre elles; la liaison entre les roues et l'arbre, au point de vue de la torsion, est établie au moyen d'une cale fixe, tandis qu'au point de vue de la poussée axiale, elle est assurée au moyen d'une bague filetée pressant l'ensemble des moyeux contre un épaulement prévu sur l'arbre.

L'équilibrage de la poussée résultante dans la direction axiale est obtenu, dans les pompes importantes, au moyen d'un piston hydraulique dont la description a été donnée au chapitre précédent.

Les couvercles comprenant les tubulures d'aspiration et de refoulement sont assemblés aux éléments que nous venons de décrire au moyen des boulons traversant ceux-ci; ils sont munis de pattes d'attache s'appuyant sur la taque d'assise, de façon qu'en réunissant ces deux pièces, on puisse constituer une pompe à roue unique. C'est sur ces couvercles que viennent se fixer les paliers de support centrés dans des emboîtements prévus à cet effet.

Cette construction exige une exécution très soignée, capable d'assurer le parfait parallélisme et le parfait centrage des faces des éléments. Le serrage à bloc des boulons d'assemblage doit en outre être rendu possible, et pour cela, il faut que le diamètre des tores constituant les joints, soit convenablement choisi. Sans ces précautions, les axes des paliers ne coïncideraient pas en position et en direction, et le fonctionnement de la pompe serait rendu impossible.

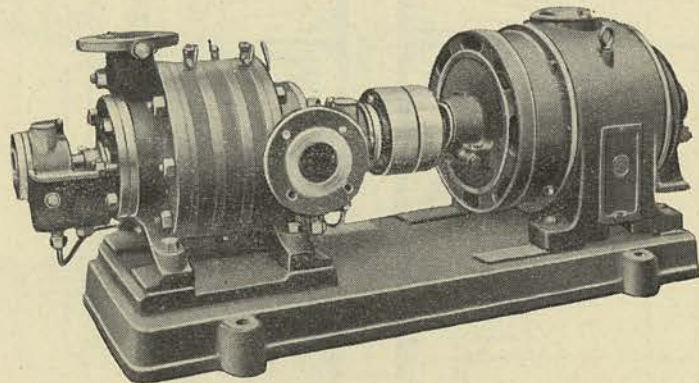


FIG. 255.

La figure 255 donne la vue d'une pompe à éléments séparés des *Ateliers d'Ensival*.

La figure 256 montre le rotor d'une telle pompe monté en vue d'un essai de vitesse critique.

On peut concevoir d'autres dispositions pour l'assemblage des éléments. Celle que nous avons utilisée dans la construction représentée figure 257, qui donne la représentation de la pompe calculée dans le deuxième exemple, § 5, chapitre I, ne peut être

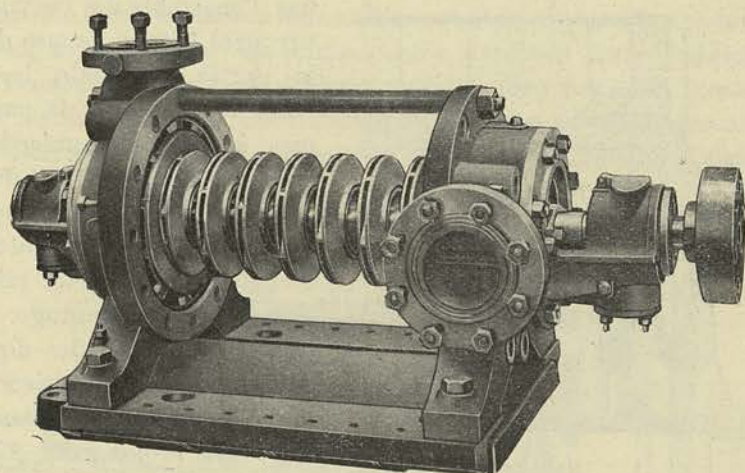


FIG. 256.

adoptée dans une construction courante: elle conduirait à un encombrement plus grand en longueur, et à un prix de revient plus élevé que le système précédent. Cette construction se justifie pour des pompes ne comportant que 2 ou 3 roues.

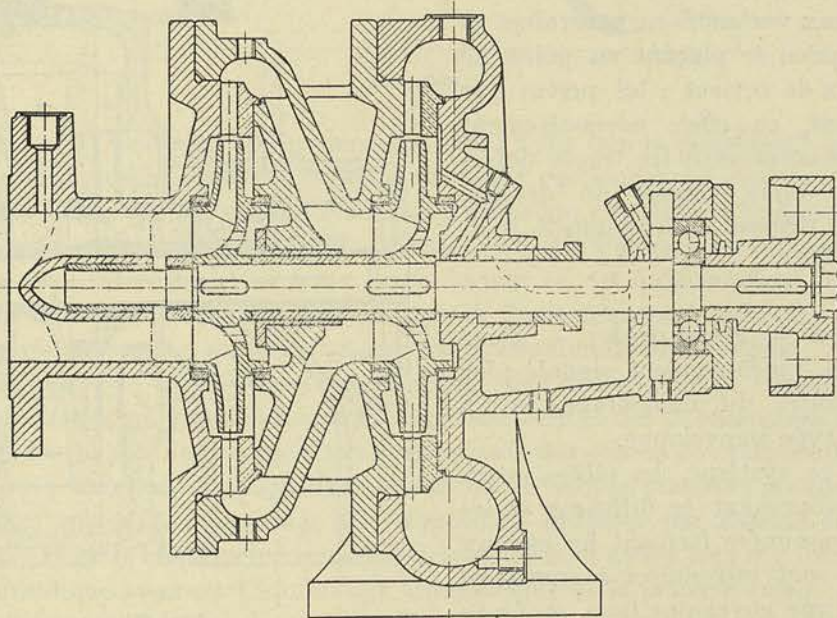


FIG. 257 (Echelle 1/5).

Parmi le grand nombre de variantes qui ont été créées dans le but d'apporter une simplification d'exécution en fonderie, ou une diminution d'encombrement et du prix de la pompe, nous en décrirons deux.

La disposition représentée figure 258 a surtout pour but de simplifier la fabrication de la pièce en supprimant tout noyau : les boulons d'assemblage d'axe *l* sont placés à l'extérieur de l'enveloppe proprement dite, et simplement cachés par une enveloppe en tôle ; les canaux de retour sont formés

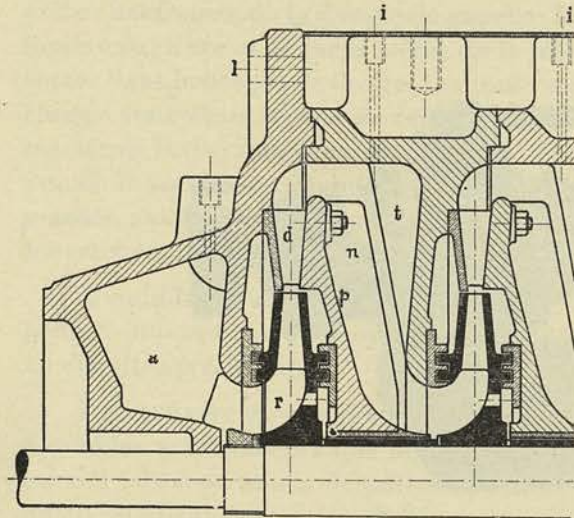


FIG. 258.

se partager à la périphérie en autant de flux distincts qu'il y a de douilles, ce qui n'est pas favorable au bon fonctionnement des canaux de retour.

De plus l'étanchéité autour des douilles des boulons peut ne pas être parfaitement assurée.

Ces deux variantes ne pourraient se défendre qu'en se plaçant au point de vue du prix de revient : les pertes par remous sont, en effet, nécessairement plus importantes avec les tracés défectueux que nous venons de décrire, qu'avec la disposition rationnelle indiquée figure 254.

b) TYPE A ENVELOPPE. — Pour remédier à l'inconvénient signalé plus haut au sujet du démontage, on a recours au type à enveloppe.

Dans ce système, les pièces intercalaires comprenant le diffuseur et les flasques cloisonnées formant les canaux de retour, sont introduites à *frottement doux* dans une enveloppe lisse, en fonte ou en acier coulé suivant la pression.

Cette enveloppe venue de fonte avec la volute, est fermée à l'une des extrémités par un couvercle portant la tubulure d'aspiration et à l'autre, par un couvercle à double paroi dans lequel se trouve logé le dispositif d'équilibrage (fig. 260). En plaçant la commande du côté aspiration, on voit qu'il est possible avec cette disposition, de procéder au démontage des roues et des pièces intercalaires, sans

tôle ; les canaux de retour sont formés par l'ensemble des nervures *t* et *n*, les nervures *t* étant venues de fonte avec la partie principale, les nervures *n* étant coulées avec la paroi *p* et réunies à l'élément précédent par des boulons traversant le diffuseur.

La disposition représentée fig. 259 tend à réduire le diamètre extérieur de l'élément au strict minimum et à simplifier le noyautage. Les boulons passent à travers des douilles ménagées à la paroi intérieure de l'enveloppe, ces douilles formant corps avec des aubes prolongeant celles du diffuseur fortement épaissies à la périphérie. Il résulte de cette disposition que la nappe fluide sortant de la roue doit

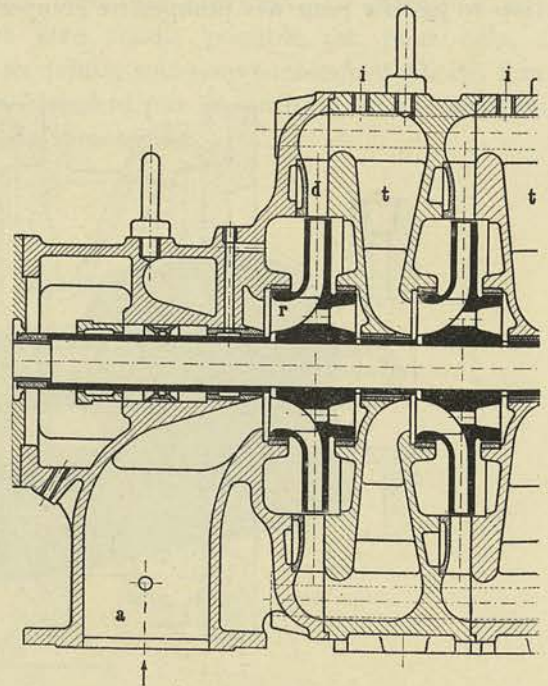


FIG. 259.

toucher ni aux tuyauteries, ni au moteur qui commande la pompe. Les paliers sont centrés sur les couvercles. Au point de vue de la circulation du fluide, on peut dire qu'il n'y a aucune différence entre le système à éléments séparés et le système à enveloppe; il importe toutefois avec ce dernier, d'obtenir un contact aussi parfait que possible entre les pièces intercalaires et l'enveloppe pour réduire les fuites le long de celle-ci, à une valeur minimum; cette précision dans l'emboîtement peut, d'autre part, rendre le démontage difficile, surtout avec des eaux incrustantes; pour remédier à cet inconvénient, on recommande de procéder systématiquement au démontage de tout l'intérieur, à des intervalles assez courts et régulièrement espacés.

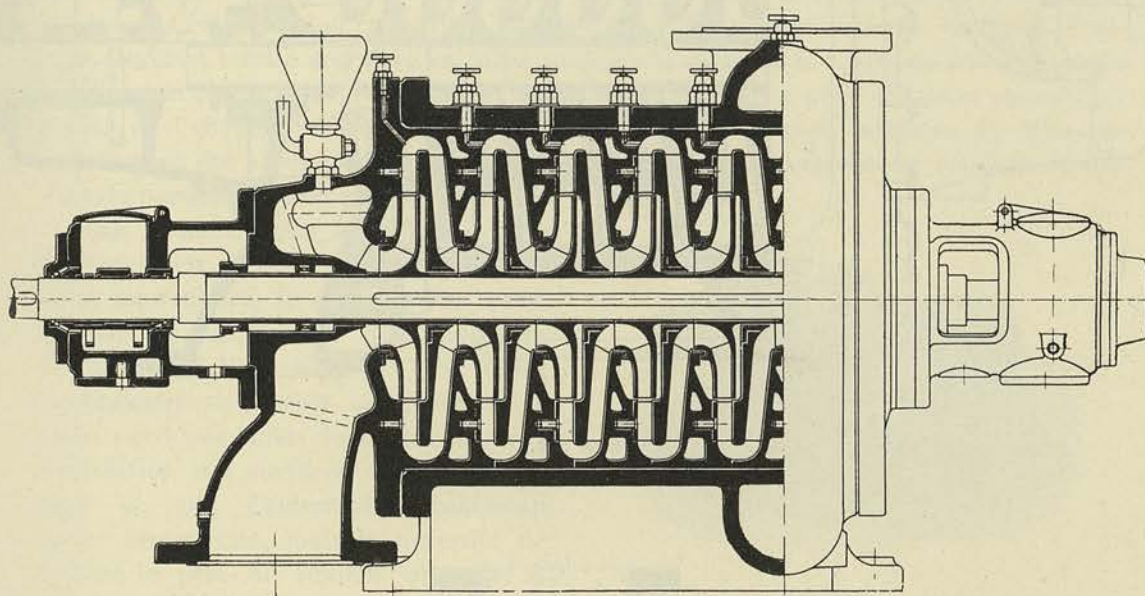


FIG. 260.

La figure 261 reproduit une pompe du même type que la précédente, quant aux dispositions d'ensemble, mais qui présente un tracé particulier des canaux de retour à l'ouïe; le flux limité par deux aubes voisines du diffuseur, est dévié latéralement par une ouverture biseautée dans l'épaisseur de la paroi séparant l'aubage du diffuseur de l'aubage de la pièce intercalaire. Le tracé de ce dernier est tel qu'il imprime au fluide un mouvement hélicoïdal d'abord, radial ensuite, de façon à amener celui-ci à pénétrer à l'ouïe de la roue suivante, avec une vitesse très approximativement axiale.

L'équilibrage de la poussée axiale a donné lieu, à l'origine de l'application des pompes centrifuges aux grandes hauteurs de refoulement, à des tâtonnements nombreux et coûteux. La maison *Sulzer*, après avoir utilisé une disposition compliquée des canaux de retour qui permettait de réunir dans une même enveloppe plusieurs groupes de deux roues à ouïes opposées, s'est ralliée à la disposition proposée par *Rateau*, des roues à ouïe orientée dans le même sens, décrite ci-dessus, mais en ayant soin d'y introduire un piston hydraulique assurant l'équilibrage automatique de la poussée axiale.

Pour les pompes à très grande vitesse angulaire, on peut prévoir utilement des paliers à circulation d'eau, qui en limitant la température de l'huile à environ 45°, assurent à la pompe une complète sécurité de marche.

Nous avons reproduit, figure 262, une pompe multicellulaire à enveloppe présentant quelques particularités de construction intéressantes, mais aujourd'hui abandonnées; cette pompe constitue un type de transition dans l'évolution de la pompe multicellulaire à enveloppe, à roues orientées dans le même sens.

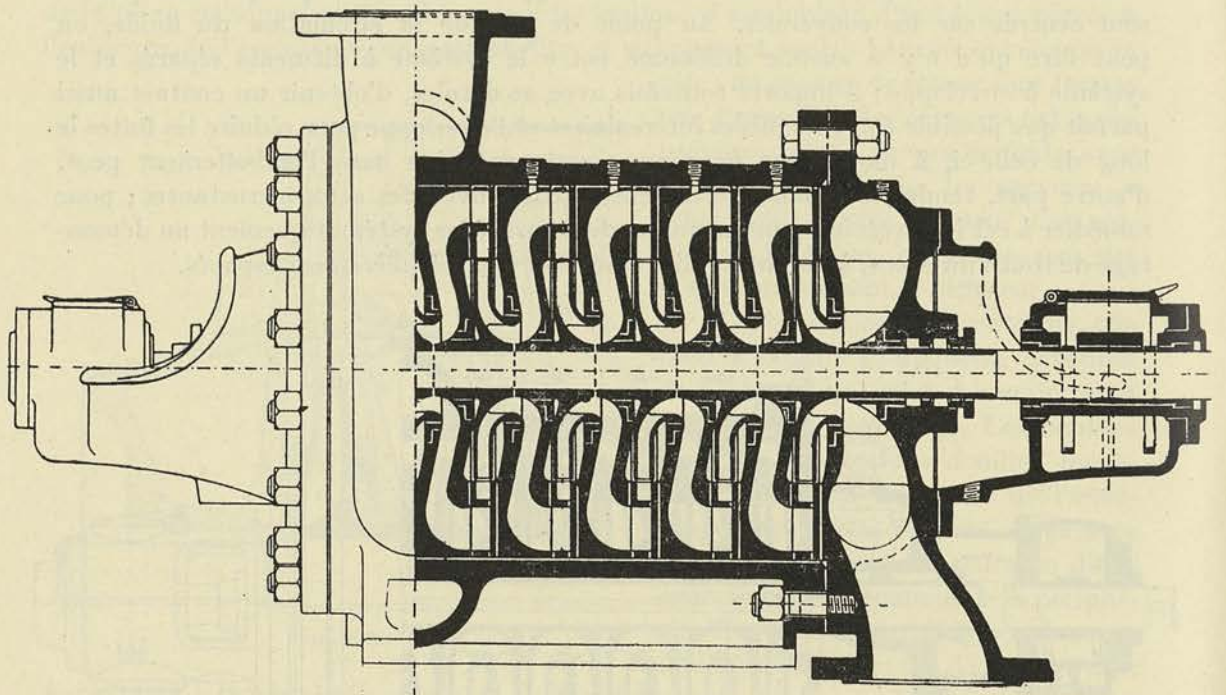


FIG. 261.

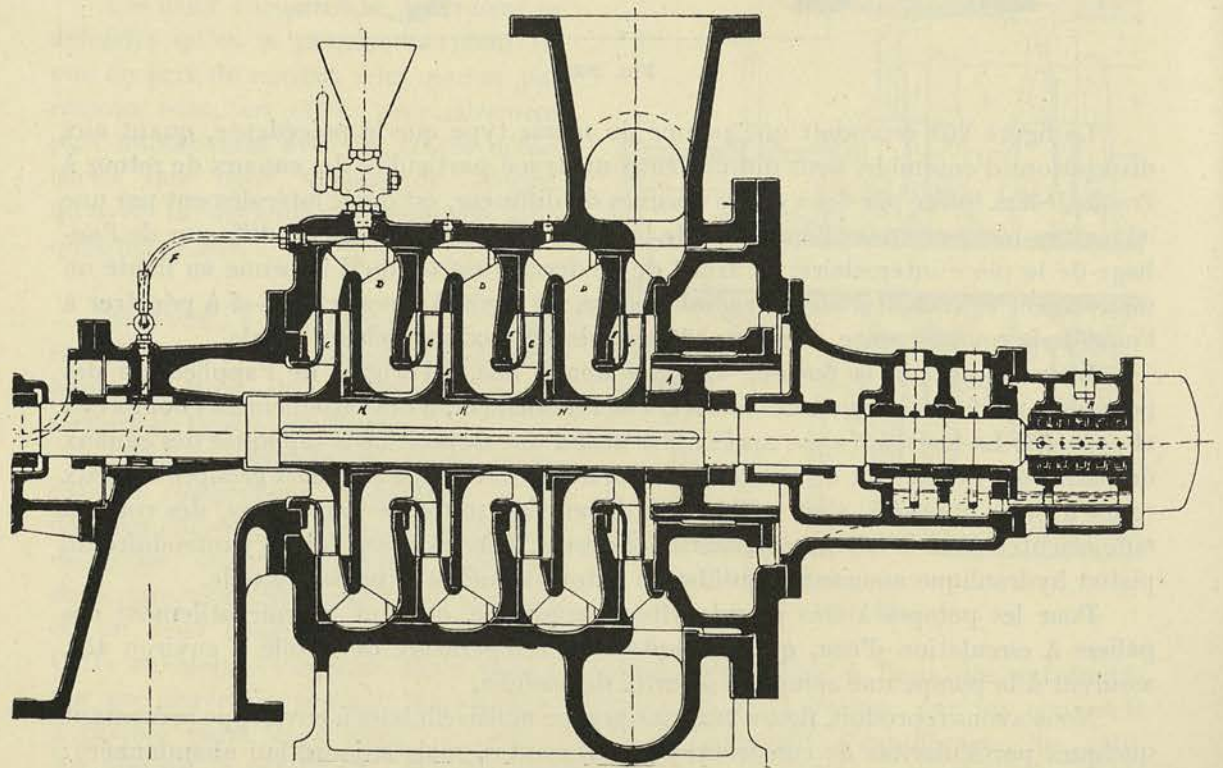


FIG. 262.

L'équilibrage est partiellement assuré par un piston 1 recevant du côté gauche la pression totale de la dernière roue et soumis du côté opposé à une pression voisine de la pression atmosphérique. La section du piston est calculée de manière à équilibrer aussi exactement que possible la somme des poussées partielles supportées par chacune des roues au débit normal, la butée à canelures absorbant la poussée résiduelle.

Cette poussée tend toutefois à devenir considérable en dehors du débit normal, et c'est pourquoi, dans la construction de la figure 262, on a prévu une circulation d'eau dans le palier, l'eau utilisée à cette fin provenant de la fuite du piston d'équilibrage.

Pour réduire quelque peu le diamètre de l'enveloppe, on voit que l'on a ménagé des ondulations sur la paroi intérieure de manière à compléter les coudes des canaux de retour. Cette solution rationnelle au point de vue du tracé, entraîne des frais d'usinage élevés et tend à accroître les fuites puisqu'elle diminue la longueur du contact des pièces intercalaires avec l'enveloppe; elle a été abandonnée pour ces deux raisons, en faveur de l'enveloppe lisse. La divergence donnée aux parois latérales du diffuseur a également été abandonnée parce qu'elle présente l'inconvénient de conduire à des frais de parachèvement plus élevés.

En coulant avec le diffuseur une couronne en bronze enveloppant la pièce intercalaire, le constructeur avait en vue de faciliter le démontage, le contact entre l'enveloppe et les pièces intercalaires se faisant ainsi, non plus fonte sur fonte, mais fonte sur bronze; l'oxydation des surfaces en contact est dans ce cas, évidemment beaucoup moins importante, mais la nécessité de réduire le prix de revient du type à enveloppe a fait abandonner ce mode de construction.

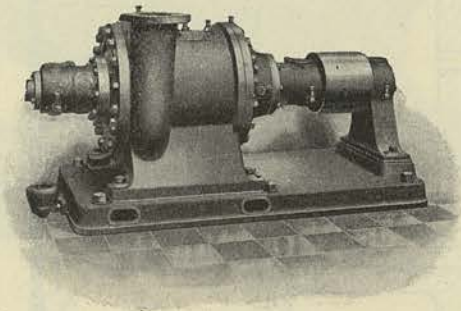


FIG. 263.

La figure 263 donne la vue extérieure d'une pompe multicellulaire à enveloppe sortant des *Ateliers Gilain de Tirlemont*.

B. — ROUES EN PARALLÈLE.

Lorsque la vitesse de rotation imposée par les conditions mêmes d'application, conduit à une valeur de R trop élevée pour qu'il soit possible d'utiliser le type centrifuge pur à double ouïe, on a recours au type multicellulaire à roues en parallèle.

La figure 264 reproduit l'ensemble d'une pompe à quatre roues groupées deux à deux, de manière à constituer un ensemble de deux roues à double ouïe, avec tubulures d'aspiration et de refoulement communes (voir 5^e exemple, § 5, chap. I).

Comme on le voit la pompe comporte une enveloppe à l'intérieur de laquelle une pièce intercalaire spéciale ($a_2 a_3$) complète la tubulure d'aspiration des deux roues intérieures, tandis que deux couvercles c_1 et c_2 reliés par les nervures a_1 et a_2 à deux parois parallèles isolent les roues placées aux extrémités, des conduits d'aspiration.

Les couvercles et pièces intercalaires qui doivent être introduits à frottement doux dans l'enveloppe, sont garnis extérieurement de couronnes en bronze: on évite ainsi un contact direct fonte sur fonte qui, en cas d'oxydation, rend difficile le démontage.

Pour assurer l'étanchéité des pièces engagées à frottement doux dans l'enveloppe, des bagues en caoutchouc ont été introduites entre la pièce intercalaire et les diffuseurs d'une part, entre les couvercles et les diffuseurs d'autre part. L'arbre est entièrement

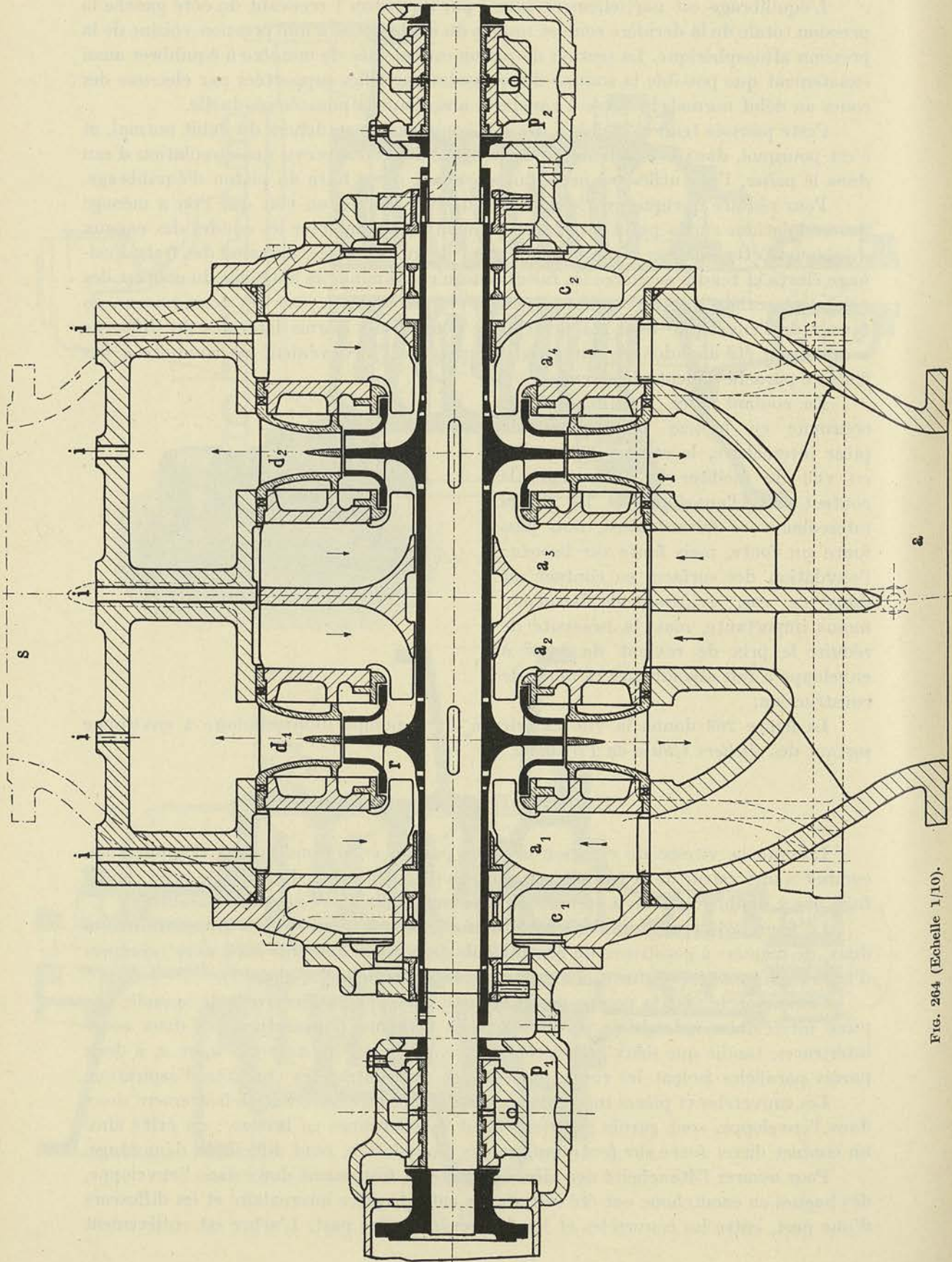


Fig. 264 (Echelle 1/10).

protégé par des buselures en bronze, celles-ci étant pressées contre les moyeux des roues, par des écrous engagés dans des parties filetées aux deux extrémités.

Cette pompe qui est destinée à l'alimentation d'une distribution d'eau, est actionnée par une turbine à vapeur; ses paliers sont à circulation forcée comme ceux de la turbine (1).

C. — ROUES EN TENSION-PARALLÈLE.

Lorsqu'il s'agit de débits relativement élevés et de grandes hauteurs d'élévation, non réalisables en un seul étage, on peut être conduit à construire des pompes en tension-parallèle, comportant deux groupes de roues à ouïes opposées refoulant dans une volute commune, les roues d'un même groupe travaillant en tension.

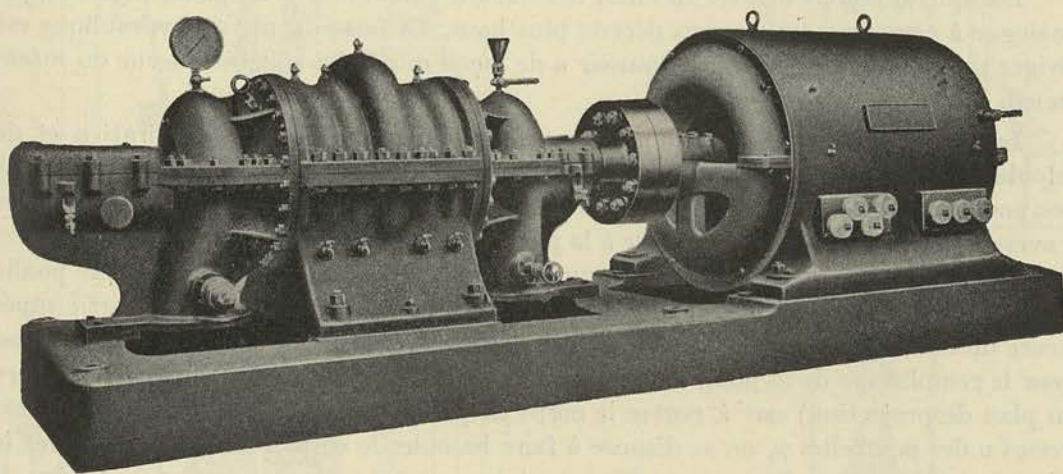


FIG. 265.

La figure 265 donne l'exemple d'une telle réalisation avec corps coupé en deux par un plan horizontal, de la *Société Rateau*.

§ 4. — Description de quelques pompes à axe vertical

Lorsqu'on a affaire à un puits suffisamment large dont le niveau de la nappe d'eau est stable, on peut utiliser pour le pompage une pompe à axe horizontal, ou si l'ouverture du puits ne le permet pas, une pompe à axe vertical. Cette pompe est, dans l'un ou l'autre cas, établie à un niveau suffisamment bas pour que la hauteur d'aspiration ne dépasse en aucun cas, 6 m. 50. Pour la disposition à axe horizontal, aucune particularité de construction intéressante n'est à signaler; pour la pompe à axe vertical, nous pouvons nous borner à dire que les détails importants de construction se retrouvent dans la pompe de fonçage décrite ci-après.

Dans le cas où la nappe d'eau monte ou descend d'une quantité telle que la hauteur d'aspiration ne puisse être maintenue constamment dans les limites pratiques de 6 m. 50 à 7 m., on ne peut avoir recours qu'à une des deux solutions suivantes :

1° Créer un groupe pompe-moteur que l'on puisse descendre au fur et à mesure de l'abaissement du plan d'eau (type de la pompe de fonçage);

(1) Voir à ce sujet *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* du 22 novembre 1913.

2° Réaliser une pompe commandée de la surface par un arbre vertical, d'assez grande longueur pour que la pompe, noyée à certains moments, ne puisse en aucun cas avoir à fournir une hauteur d'aspiration anormale.

Nous donnons figure 266 la coupe d'une pompe multicellulaire de fonçage. Le moteur M (dont on voit sur le dessin, la partie inférieure du stator) attaque la pompe par un accouplement élastique; son arbre est soutenu par une butée à billes et guidé dans deux coussinets tels que C, baignant dans l'huile grâce à la présence d'une buselure centrale qui empêche celle-ci de fuir le long de l'arbre.

Cette disposition est adoptée également pour le coussinet supérieur de l'arbre de la pompe dont la butée à billes, placée à l'extrémité inférieure, ne sert qu'au moment de la mise en marche.

Lorsque la pompe débite, en effet, le rotor est équilibré par un piston hydraulique analogue à ceux que nous avons décrits plus haut. La fuite du piston hydraulique est dirigée par le tuyau *t* dans un entonnoir *a* de façon que le jet soit bien à vue du mécanicien.

La figure 266 donne une coupe passant par l'axe des tuyaux d'aspiration et de refoulement, du corps de pompe; on a figuré toutefois en trait fin sur cette coupe, l'une des poutrelles disposées dans le plan perpendiculaire, poutrelles qui forment avec les traverses, le châssis reliant le moteur à la pompe. Ce châssis peut être manœuvré par un appareil de levage placé au-dessus du puits, et dont le câble est mouflé sur une poulie fixée à la partie supérieure du cadre; une plate-forme également fixée à la partie supérieure du cadre est prévue pour le service, et c'est de celle-ci que part le tuyau utilisé pour le remplissage de la pompe. L'axe *o* (situé également dans le plan perpendiculaire au plan de projection) sert à porter le corps de pompe lorsque, ayant détaché les traverses *v* des poutrelles *p*, on se dispose à faire basculer le corps pour pouvoir opérer le démontage des roues. Cette disposition ingénieuse a été préconisée par les *Ateliers de Constructions électriques de Charleroi*.

En ce qui concerne le second système à commande de la surface, nous reproduisons figure 267, la coupe d'une pompe construite par les *Ateliers Gilain de Tirlemont*.

Le moteur à axe vertical (non dessiné) attaque par un accouplement élastique l'arbre de la pompe.

Cet arbre est suspendu à une butée à billes baignant dans l'huile, et fixée à la partie supérieure d'un bâti tronc-conique porté par des poutrelles mises en travers du puits. Ouvert latéralement pour donner accès au bourrage *b*, ce bâti est venu de fonte avec la tubulure horizontale de refoulement; à sa partie inférieure vient se boulonner la tuyauterie verticale contenant l'arbre de commande de la pompe.

Cet arbre, qui peut avoir une longueur de plusieurs dizaines de mètres, doit être divisé en tronçons d'assez faible longueur, pour faciliter la manutention; il doit être guidé de distance en distance de manière à éviter le *fouettement*, la distance des buselures de guidage étant calculée pour que la vitesse normale de rotation soit très inférieure à la vitesse critique de l'arbre.

Pour soustraire les buselures de guidage à l'action de l'eau et permettre le graissage de celles-ci (point capital pour conserver longtemps un bon fonctionnement de l'arbre), nous avons protégé celui-ci en l'isolant complètement du courant d'eau, au moyen de tubes en fer mandrinés dans des douilles appropriées.

Ces douilles *c* sont venues de fonte avec un croisillon et une couronne emboîtée à la presse aux deux extrémités de chacun des tronçons de la tuyauterie, construite en fer: douilles et collets sont munis de rainures appropriées pour le placement des joints d'étanchéité.

Les différents tronçons de l'arbre sont assemblés au moyen de manchons *m* établissant à la fois la liaison axiale nécessaire à la suspension de la partie mobile de la pompe et la solidarité à la torsion pour la commande de celle-ci.

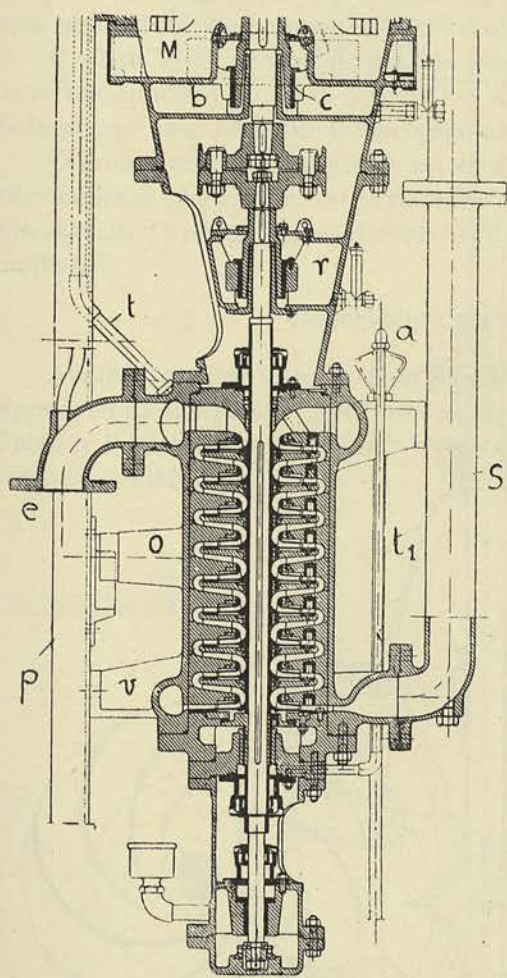


FIG. 266.

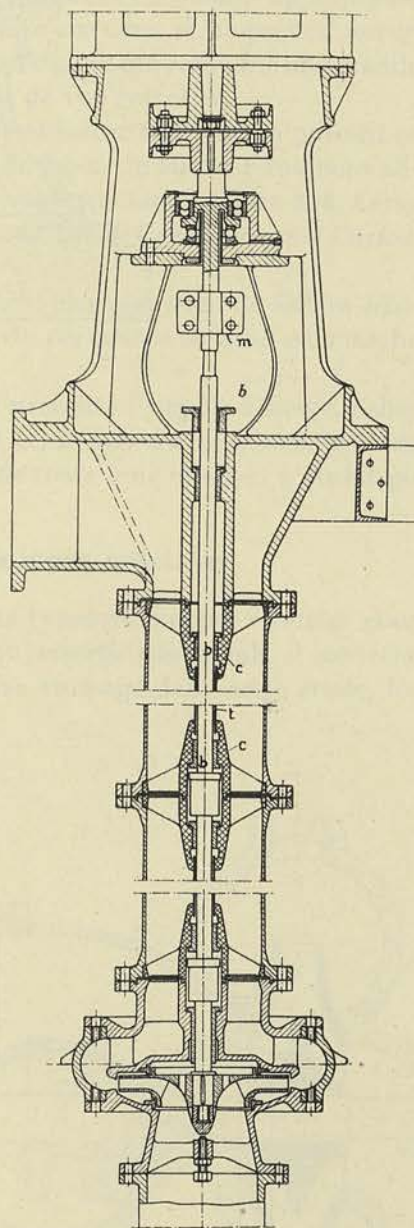


FIG. 267.

Une telle construction demande des soins d'exécution tout particuliers car il importe de réaliser une parfaite rectitude de la colonne de refoulement et de l'arbre de commande.

Des dispositions de détails doivent être prévues pour permettre un montage et un démontage aisés, qui n'exposent pas le monteur à fausser les arbres : un outillage spécial est prévu à cet effet. La pompe proprement dite ne comporte rien de particulier ; le dessin représente une pompe à une roue, mais on peut concevoir une pompe à plusieurs roues, l'extrémité inférieure de l'arbre étant alors guidée dans une buselure appropriée.

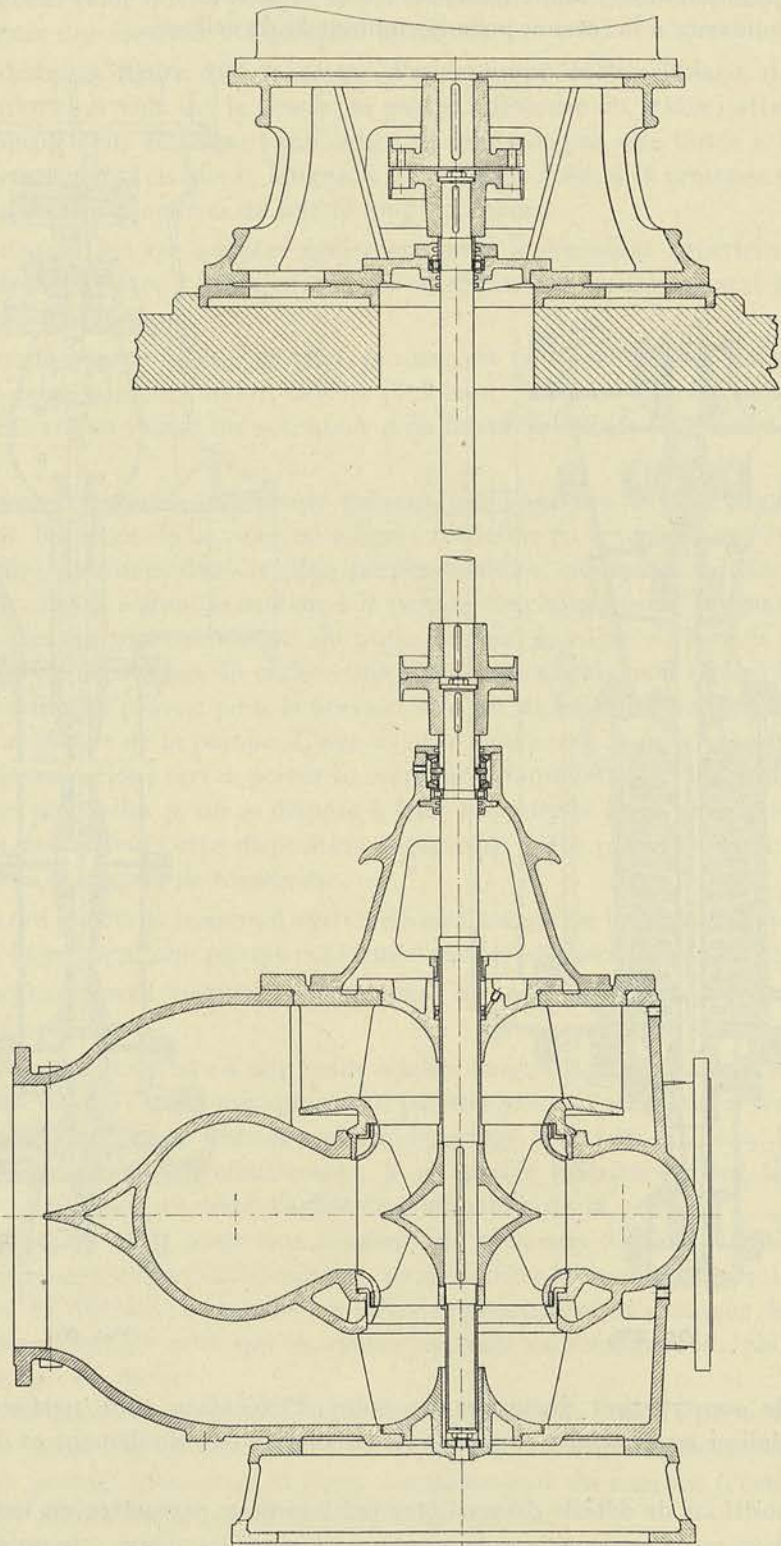


FIG. 268.

Depuis quelque temps on a introduit dans la construction de ces pompes des buselures de guidage en *olivite*, sorte de caoutchouc relativement peu durci qui se comporte remarquablement bien au point de vue *usure* lorsque l'on prend la précaution d'amener entre l'arbre et la buselure un courant d'eau par des rainures hélicoïdales appropriées. Avec cette construction, on peut supprimer une buselure sur deux et ne prévoir aucun dispositif d'isolement de l'arbre par rapport au courant d'eau, ce qui constitue une grande simplification au point de vue construction et au point de vue entretien.

Dans certains cas, la pompe est disposée dans une chambre contiguë au puisard et en contre-bas par rapport à la nappe d'eau normale de façon qu'elle soit toujours alimentée en charge. La pompe prend alors l'aspect de celle représentée figure 268. Cette pompe est celle du type double ouïe construite par les *Ateliers de Constructions d'Ensival* pour une station de pompage des eaux d'égoût.

Il s'agit là de débiter de grands volumes d'eau très chargée, avec de faibles hauteurs manométriques et la disposition a l'avantage de permettre la mise en marche de la pompe sans nécessité d'amorçage préalable.

Comme l'arbre de la pompe est très court, il ne nécessite l'emploi d'aucun palier intermédiaire; la pompe reste accessible normalement et, en cas d'avarie momentanée à la station de pompage, les moteurs restent à l'abri de toute crue que l'on n'aurait pu combattre.

§ 5. — Description de quelques pompes spéciales

Avant d'en finir avec la description des différents types de pompes étudiées pour répondre aux données les plus variées, ainsi que le font ressortir nos calculs, il convient d'attirer l'attention sur ce point que nous n'avons pas envisagé dans cette étude, les pompes spéciales :

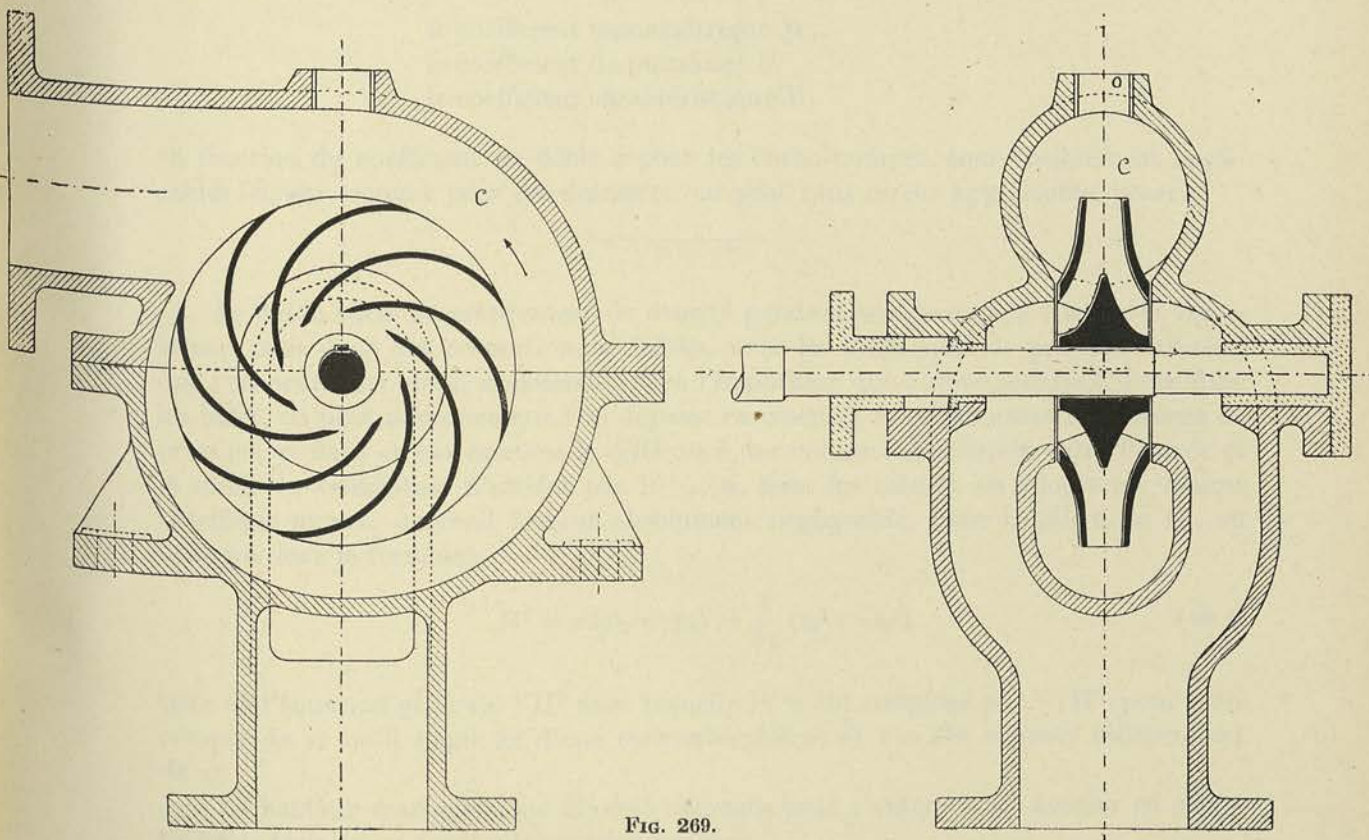


FIG. 269.

1° à très faible débit, pour lesquelles la question du rendement n'est envisagée que très accessoirement et qui sont calculées avec des valeurs de R toujours inférieures à 4 et quelquefois à 2 ;

2° pour des liquides tenant des matières en suspension ;

3° pour des liquides capables d'attaquer la fonte et le bronze et dans lesquelles il faut recourir à un revêtement intérieur de l'enveloppe.

Les pompes pour très faibles débits sont étudiées en vue de réduire le prix de revient au minimum, avec roues en porte-à-faux et sans diffuseur à aubes, généralement.

Les pompes pour liquides chargés doivent être facilement démontables et l'ouïe doit être rendue accessible par des ouvertures pratiquées dans l'enveloppe. Si les eaux peuvent entraîner des corps d'assez gros volume, on remplace la roue normale *par une roue à palettes isolées, rattachées au moyeu par de fortes nervures* ; ces palettes tournent alors entre les deux parois de l'enveloppe en ne laissant qu'un jeu latéral de quelques dixièmes de mm., de manière à réduire les pertes par fuite au minimum.

Nous ne pouvons nous attarder dans cet ouvrage à l'étude détaillée de ces dispositions particulières. Nous donnons figure 269, à titre d'exemple, l'ensemble d'une pompe étudiée en vue de réduire au strict minimum le poids et le prix de revient, et dont le type ne peut se défendre que pour des applications où la question de rendement n'entre pas en ligne de compte.

SEPTIÈME FASCICULE

**CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION
DES TURBO-VENTILATEURS**

CHAPITRE I.

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES

§ 1. — Application des équations générales à la théorie des turbo-ventilateurs

Les équations générales qui donnent :

le coefficient manométrique M,
le coefficient de puissance P,
le coefficient caractéristique R,

en fonction du coefficient de débit x pour les turbo-pompes, sont entièrement applicables ici, car, comme pour ces dernières, on peut sans erreur appréciable, poser :

$$v = c^{te}.$$

Le fluide varie nécessairement de densité pendant son passage à travers le ventilateur, mais dans des proportions si faibles, avec les différences de pression utilisées, que l'on peut sans erreur appréciable faire l'hypothèse que v reste constant. Pour fixer les idées, on peut admettre que l'on dépasse rarement 1 m. d'eau comme différence de pression, et dans ce cas extrême la différence des volumes spécifiques entre l'entrée et la sortie du ventilateur n'atteint pas 10% ; si, pour les calculs, on adopte un volume spécifique moyen, on rend l'erreur absolument négligeable. Pour le calcul de H' , on utilisera donc la formule :

$$H' = v(p_s - p_e) + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) \quad (484)$$

tirée de l'équation générale VII^b dans laquelle H' a été remplacé par $-H'$ (pour tenir compte de ce qu'il s'agit ici d'une turbo-réceptrice) et v a été supposé indépendant de p .

La hauteur manométrique H' doit naturellement s'entendre ici *hauteur en mètres de fluide évoluant, supposé à la pression moyenne.*

VALEUR DE LA HAUTEUR MANOMÉTRIQUE H' .

Nous rechercherons plus loin la relation qui existe entre H' ainsi défini, et la lecture h effectuée au manomètre à eau, placé soit sur l'aspiration, s'il s'agit d'un ventilateur aspirant (cas de la fig. 80), soit sur le refoulement, s'il s'agit d'un ventilateur soufflant.

Mais il importe tout d'abord de faire remarquer que l'équation (105) (identique à l'équation ci-dessus si on supprime le terme $(h' + h'')$ tout à fait négligeable, vis-à-vis des autres, pour l'étude des ventilateurs) a été établie dans l'hypothèse où la disposition de la tuyauterie de refoulement est telle que l'on puisse supposer que la vitesse de sortie va s'amortissant jusqu'à la vitesse nulle. Or, dans l'étude des ventilateurs, cette hypothèse n'est pas admissible. Si, reprenant l'application de la formule de Bernoulli à la tuyauterie de refoulement, on tient compte de ce que cette vitesse de sortie est égale à c_a , on trouve, tout calcul fait :

$$h_1 + h_2 + T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 = v(p_s - p_e) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (485)$$

c_s indiquant la vitesse de refoulement au point de raccordement s du manomètre. Cette équation est identique à celle ci-dessus, si on pose :

$$H' = \dot{H} + T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (486)$$

Pour les ventilateurs, le terme $\frac{1}{2g} c_a^2$ est loin d'être faible vis-à-vis du terme T_f' ; par contre la hauteur H est toujours négligeable quand elle n'est pas nulle, la disposition étant généralement telle que le fluide est rejeté dans l'atmosphère au même niveau qu'au point d'entrée dans le circuit.

Nous désignerons donc par H' , dans l'étude des ventilateurs, la somme des pertes de charge dans le circuit d'aspiration et de refoulement augmentée de la hauteur correspondant au terme $\frac{1}{2g} c_a^2$

$$H' = T_f' + T_f'' + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (487)$$

Remarque. — On peut retrouver cette valeur de H' en appliquant successivement l'équation IV (dans laquelle on néglige le terme $(z_1 - z_2)$ aux différentes portions du circuit parcouru par le fluide.

Prenons comme exemple l'application la plus importante qui est faite de ce genre de turbo-machines : l'application à l'aérage des mines, que la figure 80 représente schématiquement.

Pour la portion du circuit comprise entre l'entrée de puits et l'entrée du ventilateur, comprenant le puits d'extraction, l'ensemble des galeries, le puits de retour d'air et le conduit allant de ce dernier au ventilateur, on peut écrire, si T_f' désigne l'ensemble des pertes de charge pour cette partie :

$$v(p_a - p_e) + \frac{1}{2g} (0 - c_e^2) - T_f' = 0 \quad (488)$$

Pour la partie du convergent conduisant le fluide à l'ouïe de la roue, on peut écrire :

$$v(p_e - p_o) + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_o^2) - T_1 = 0$$

En ce qui concerne la roue, l'équation applicable est l'équation I, et l'on en déduit :

$$v(p_o - p_1) + \frac{1}{2g}(c_o^2 - c_1^2) - T_f + T_i = 0.$$

Pour le diffuseur, on peut reprendre l'équation IV :

$$v(p_1 - p_2) + \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_2 = 0.$$

Enfin, en désignant par c_a la vitesse à la sortie de la cheminée, par T''_f la perte de charge propre à celle-ci, il viendra :

$$v(p_2 - p_a) + \frac{1}{2g}(c_2^2 - c_a^2) - T''_f = 0.$$

En additionnant membre à membre ces différentes relations, on obtient :

$$T_i - (T_1 + T_f + T_2) = H' = T'_f + T''_f + \frac{1}{2g}c_a^2$$

le premier membre représentant l'énergie disponible à la sortie par kg. de fluide qui traverse le ventilateur, et étant par conséquent égal par définition à H' kgm.

Comme nous pouvons négliger T''_f vis-à-vis de T'_f , nous admettrons que H' est donné dans l'étude *du ventilateur aspirant*, par la valeur :

$$H' = T'_f + \frac{1}{2g}c_a^2,$$

T'_f représentant la perte de charge dans le circuit du ventilateur, $\frac{1}{2g}c_a^2$ la hauteur de charge nécessaire pour communiquer à chaque kg. de fluide la vitesse c_a que possède le fluide lorsqu'il est abandonné dans l'atmosphère, à la sortie du ventilateur.

Dans le cas envisagé ici du ventilateur aspirant, la hauteur h , lue au manomètre placé à l'entrée du convergent, donne la valeur $(p_a - p_e)$, puisque :

$$(p_a - p_e) = \delta_e h;$$

comme la formule (484) appliquée entre les points d'entrée en e et de sortie en a , donne :

$$H' = v(p_a - p_e) + \frac{1}{2g}(c_a^2 - c_e^2),$$

on voit que H' a pour valeur, en fonction de h :

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g}(c_a^2 - c_e^2) \quad (489)$$

Pour un ventilateur soufflant, la pression p_s est déterminée au moyen d'un manomètre à eau, placé cette fois à la sortie, de telle sorte que h est lié à la différence ($p_s - p_a$) par la relation :

$$(p_s - p_a) = \delta_e h.$$

Transportons cette valeur dans la relation (484) écrite pour correspondre aux conditions :

$$p_e = p_a, \quad c_e = 0, \quad c_s = c_a$$

puisque l'air puisé dans l'atmosphère à la pression p et à une vitesse nulle, est rejeté à une vitesse c_a ; nous obtiendrons :

$$H' = \frac{\delta_e}{\delta} h + \frac{1}{2g} c_a^2 \quad (490)$$

Le rapport $\frac{\delta_e}{\delta}$ pour de l'air pris à la pression atmosphérique normale et à la température de 15° , est égal à 820, la valeur de h étant exprimée en m. d'eau.

ORIFICE ÉQUIVALENT σ — COEFFICIENT DE RÉSISTANCE K

Comme pour le calcul des pompes, les données fondamentales sont ici encore :

$$H' \quad Q \quad \text{et} \quad N,$$

ces données permettant de déterminer le coefficient caractéristique R , et de faire un choix du type approprié aux conditions du problème envisagé.

Le débit Q est fixé par l'exploitant, le nombre de tours N est donné par l'électricien s'il s'agit d'un ventilateur à attaque directe.

En ce qui concerne H' , la détermination est généralement plus délicate, et dans le cas particulier du ventilateur d'aérage, la connaissance de H' est liée à la connaissance de l'*orifice équivalent* de la mine ou du local à ventiler.

Cherchons à préciser la signification assez délicate de cette notion de l'orifice équivalent.

Si l'on connaissait, comme pour les conduites cylindriques, la valeur du coefficient de résistance k de la formule (V) pour les différentes parties du circuit parcouru par l'air, il serait possible de déterminer T'_f approximativement tout au moins, en faisant une somme de termes de la forme :

$$t_f = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) c^2 l;$$

pour un circuit donné on voit, d'après cette formule, que t_f croît comme le carré de la vitesse dans chacune des parties du circuit, k pouvant être considéré comme sensiblement indépendant de la vitesse. Comme on peut poser $c = c_i \frac{\sigma_i}{\sigma}$, T'_f peut s'écrire :

$$T'_f = \Sigma t_f = \frac{c_i^2}{2g} \Sigma 2gk \left(\frac{m}{\sigma} \right) l \frac{\sigma_i^2}{\sigma^2} = \frac{c_i^2}{2g} \times K \quad (491)$$

c_i représentant la vitesse en un point donné du circuit et ayant pour valeur, en fonction de la section σ_i :

$$c_i = \frac{Q}{\sigma_i} \quad (492)$$

Toute la question se ramène donc à celle de déterminer T'_f pour un débit quelconque, le débit et la vitesse étant liés l'un à l'autre par la relation (492).

On pourrait appeler K le coefficient de résistance du circuit.

La connaissance du coefficient K remplacerait avantageusement celle de l'orifice équivalent, l'un étant lié à l'autre par une relation que nous établirons plus loin ; mais l'habitude prise de parler d'orifice équivalent rend nécessaire l'exposé de cette notion.

Supposons qu'après avoir fait fonctionner le ventilateur sur la mine, et après avoir réalisé un débit Q à une vitesse N , on fasse aspirer le ventilateur dans une chambre de grandes dimensions à l'extrémité de laquelle se trouve un orifice réglable (fig. 80 b).

Pour réaliser, dans les nouvelles conditions de fonctionnement, le même débit Q au même nombre de tours N , il faudra régler l'ouverture de façon à réaliser une certaine section σ ; cet orifice dont la section est σ s'appelle *orifice équivalent* de la mine.

Pour que cette notion ait un sens, il faut toutefois supposer que la chambre, à l'extrémité de laquelle se trouve l'orifice, soit assez spacieuse pour que l'énergie du flux qui traverse celui-ci soit perdue par tourbillonnements, de façon que le ventilateur puise l'air dans cette chambre dans les mêmes conditions que s'il était au repos à la pression p_r .

En effet : appliquons l'équation IV tout d'abord à l'orifice d'entrée ; nous pourrions écrire :

$$v(p_a - p_r) - \frac{1}{2g} c_r^2 = 0 \quad (493)$$

Si l'hypothèse que nous venons de faire est réalisée, et à cette condition seulement, nous pourrions écrire :

$$\frac{1}{2g} c_r^2 - T_r = 0 \quad (494)$$

en désignant par T_r la perte de charge correspondant à l'absorption de toute l'énergie disponible à la sortie de l'orifice.

En appliquant la même formule IV à la portion de convergent, nous pourrions écrire :

$$v(p_r - p_e) + \frac{1}{2g}(o - c_e^2) - T'_f = 0 \quad (495)$$

et en additionnant membre à membre, nous obtiendrons :

$$v(p_a - p_e) - \frac{1}{2g} c_e^2 - T_r = 0 \quad (496)$$

équation identique à l'équation (488) pour autant que :

$$T_r = T'_f$$

Or nous avons supposé que l'orifice avait été réglé pour réaliser les mêmes conditions de fonctionnement et partant le même débit, pour le même nombre de tours, ce

qui suppose la même dépression ; T_r est donc égal à T'_r par hypothèse et la détermination de T_r peut se faire très simplement, puisque :

$$c_r = \frac{Q}{0,65 \sigma} \quad (497)$$

(0,65 étant le coefficient de contraction admis pour un orifice en mince paroi) et que

$$T_r = \frac{1}{2g} c_r^2 \quad (498)$$

en vertu de la relation (494).

Ainsi, si par un moyen quelconque, l'orifice équivalent a été établi dans les conditions que nous venons d'indiquer, la hauteur manométrique H' sera donnée en fonction du débit à réaliser, par la relation :

$$H' = \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{(0,65)^2 \sigma^2} + \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{\sigma_s^2} \quad (499)$$

σ_s désignant la section de sortie de la cheminée d'évacuation.

On adoptera une valeur de σ_s telle que la vitesse à la sortie tombe à 6 à 7 m/sec.

RELATION ENTRE K ET σ . — EVALUATION DE K.

Remarquons qu'entre l'orifice équivalent σ et le coefficient de résistance K, on a une relation en vertu des équations (491), (497) et (498).

$$K \frac{c_i^2}{2g} = \frac{K Q^2}{2g \sigma_i^2} = \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{\sigma^2 \times 0,65^2}$$

ou :

$$K = 2,36 \frac{\sigma_i^2}{\sigma^2}.$$

Comme il est plus facile de déterminer le coefficient de résistance K que l'orifice équivalent, dont la notion est moins tangible et d'ailleurs plus discutable, nous nous en tiendrons à la connaissance du coefficient de résistance K du circuit.

Lorsque, comme c'est le cas dans une mine, il existe un aérage naturel, nous pensons que l'on pourrait déterminer le coefficient K assez simplement par l'évaluation de la différence des températures moyennes entre la colonne d'air descendant par le puits d'extraction et la colonne montant par le puits de retour d'air. En effet, T' et T'' représentant les températures absolues à l'entrée et à la sortie, h la profondeur du puits, nous pourrons écrire, en appliquant l'équation IV successivement au puits d'extraction, à la mine et au puits de retour d'air :

$$v_1 (p_a - p') + h + \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_1^2) - T_1 = 0 \quad (500)$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2} (p' - p'') + \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - T_f = 0 \quad (501)$$

$$v_2 (p'' - p_a) - h + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_s^2) - T_2 = 0 \quad (502)$$

Comme nous pouvons admettre :

$$c_e = 0$$

et poser :

$$T_1 + T_f + T_2 = T'_f,$$

nous obtiendrons en ajoutant membre à membre les 3 équations précédentes :

$$T'_f = p_a(v_1 - v_2) - \frac{1}{2}(p'v_1 - p''v_2) - \frac{1}{2g}c_s^2 \quad (503)$$

Or :

$$v_1 = \frac{R T'}{p'}; \quad v_2 = \frac{R T''}{p''}$$

Donc :

$$T'_f = R p_a \left(\frac{T'}{p'} - \frac{T''}{p''} \right) - \frac{R}{2}(T' - T'') - \frac{1}{2g}c_s^2 \quad (504)$$

Si on connaît le débit par des mesures à l'anémomètre dans la galerie de retour d'air, on pourra calculer le dernier terme $\frac{1}{2g}c_s^2$, la section de sortie σ_s étant connue; les valeurs T' et T'' des températures absolues à l'entrée du puits d'aérage et à la sortie du puits de retour d'air pouvant également être déterminées, on voit que l'on pourra déterminer T'_f et partant K en vertu des relations (491) et (492), car dans une première approximation, on peut prendre pour rapports $\frac{p_a}{p'}$ et $\frac{p_a}{p''}$ l'unité.

§ 2. — Choix de l'angle β'_1 et valeurs des coefficients ψ_1 , K' , k''

Etant donné les conditions que nous venons d'envisager, le problème se pose de rechercher l'angle le plus favorable au point de vue du rendement effectif et de la valeur de R .

Une question préalable toutefois doit être résolue : celle de la détermination des coefficients qui entrent dans les équations fournies par la théorie.

N'ayant pu exécuter sur des ventilateurs des essais systématiques comme ceux dont nous donnerons connaissance dans le fascicule consacré aux essais de pompes centrifuges, nous avons fait appel aux courbes caractéristiques d'un ventilateur Rateau indiquées dans l'ouvrage de J. Boulvin (1), pour contrôler la valeur des déductions tirées de nos expériences sur les pompes. Ces courbes étant tracées en fonction des ouvertures réduites, nous les avons ramenées à une autre échelle, pour pouvoir tracer la courbe du coefficient manométrique :

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2}$$

en fonction des abscisses :

$$x = \frac{w_1}{u_1}$$

(1) Cours de Mécanique appliquée. 7^e fascicule.

Rateau entend par ouverture réduite O , la valeur définie par la relation :

$$O = \frac{Q}{r_1^2 l' g H'} \quad (505)$$

avec nos notations, ce qui permet d'écrire :

$$x = \frac{O \sqrt{M}}{\sqrt{2} 2\pi \varepsilon k' k'' \sin \beta'_1} \quad (506)$$

Pour le ventilateur envisagé, la valeur de ε pouvait être prise égale à 0,18, la valeur de β_1 , mesurée sur la roue, égale à 55° ; nous en avons déduit, au moyen des courbes établies par les expériences sur les pompes (fig. 210), les valeurs de :

k'' (courbes 1, 2) et de β'_1 réel (courbe 3).

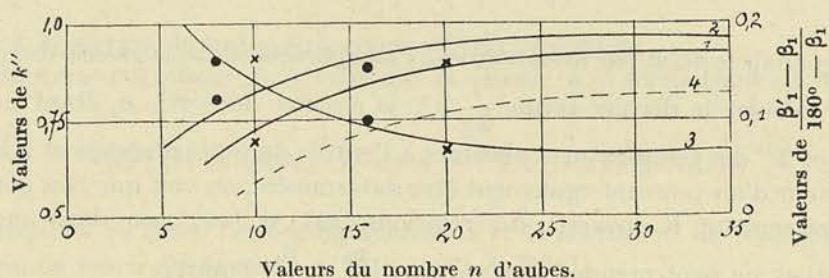


FIG. 270.

Ces courbes sont reproduites figure 270 ; nous les avons prolongées jusqu'à l'abscisse $n = 32$ correspondant au nombre d'aubes du ventilateur, et nous avons trouvé pour β'_1 :

$$\beta'_1 = 63^\circ$$

En ce qui concerne le coefficient k'' nous avons tracé une courbe pointillée pour l'angle de 55° observant que les valeurs de k'' , à nombre d'aubes égal, devaient sensiblement diminuer à mesure que l'angle $(180^\circ - \beta_1)$ grandit, ainsi que le montre d'ailleurs les résultats obtenus pour ces angles $(180^\circ - \beta_1)$ de 30° (courbe 2) et de 60° (courbe 1).

Nous avons reproduit en pointillé sur la figure 271, les courbes expérimentales de η_e et de M en fonction de x , déduites des courbes de *Rateau*; les points indiqués correspondent aux points calculés, en partant des coefficients k'' et β'_1 que nous venons d'indiquer.

En admettant que le rendement organique de ce ventilateur de 4 m. de diamètre soit de 0,97, à la puissance normale c'est-à-dire pour $x = 1$, nous en avons déduit N_o/N_e à la puissance normale, puis :

$$\eta_o = \frac{1}{1 + \frac{N_o}{N_i}} = \frac{1}{1 + \frac{N_o}{N - N_o}}$$

pour les différentes valeurs de $N_e = N'_e$.

N_0 peut, en effet, être considéré comme invariable à vitesse périphérique constante, tandis que N_e est proportionnel au débit, à la hauteur manométrique H' et partant à M , et inversement proportionnel à η_e puisque :

$$N_e = \frac{\delta Q H'}{75 \eta_e}$$

Il est donc possible de déterminer, en fonction de x , le rapport de N'_e/N_e , N'_e désignant la puissance à la valeur de x envisagée, N_e la valeur correspondant à $x = 1$.

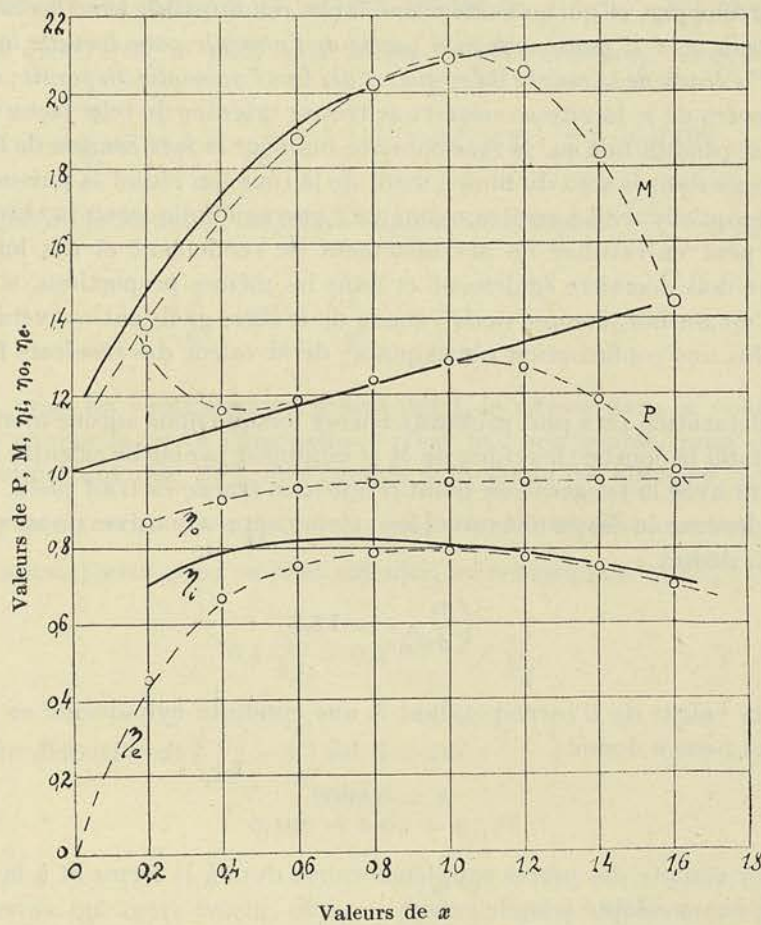


FIG. 271.

La courbe de η_0 ainsi trouvée est indiquée sur la figure 271 ; nous en avons déduit η_i puis P puisque :

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

Comme on le voit, P est donné par une courbe présentant un point d'inflexion et si nous menons la tangente au point d'inflexion, nous trouvons une droite, que nous avons tracée en trait plein et qui passe par l'ordonnée égale à 1 pour $x = 0$.

Ainsi dans le cas des ventilateurs, pour $x = 0$, la valeur de P théorique est égale à l'unité, ce qui revient à dire que la valeur de K' doit être prise égale à l'unité.

Ceci signifie que le glissement des filets dans le sens de la rotation de la roue, au débit nul, doit être considéré comme nul, avec un fluide tel que l'air, de faible densité et de faible viscosité, animé d'une vitesse relativement très considérable à l'ouïe.

On pourrait nous contester, il est vrai, le droit de tracer pour courbe théorique de P, une ligne droite. Que pour les faibles valeurs de x , nous trouvions des valeurs expérimentales supérieures aux valeurs théoriques, cela ne présenterait rien d'anormal puisque, comme nous le verrons au 9^e fascicule, cela s'observe également pour les pompes centrifuges et que l'on peut trouver aisément l'explication de ce fait; mais que, pour les valeurs élevées de x , les valeurs observées de P diminuent rapidement, cela appelle une réserve.

Nous verrons toutefois que la courbe théorique de M, calculée sur les bases que nous allons développer, et qui coïncide d'une façon remarquable avec la courbe observée jusqu'à la valeur $x = 1$, quitte celle-ci à partir de l'abscisse pour laquelle la courbe expérimentale de P s'écarte de la courbe théorique, et dès lors l'anomalie disparaît; en effet, pour les valeurs élevées de x , la vitesse relative se trouve orientée de telle façon que la déviation des jets se produit non sur la face concave mais sur la face *convexe* de l'aube, créant ainsi une poussée dans le sens du mouvement de la roue qui réduit la puissance absorbée et fait en sorte qu'elle tend à croître moins vite que ne l'indiquerait la théorie. Naturellement il ne peut en résulter un accroissement de rendement et dès lors la hauteur manométrique doit décroître également et dans les mêmes proportions, si l'explication est exacte. C'est un fait, comme nous venons de le dire, et il faut convenir qu'il y a là une fois de plus une confirmation remarquable de la valeur des résultats fournis par la théorie.

Cette constatation sera plus probante encore lorsque nous aurons montré comment nous avons établi la courbe théorique de M et comment la courbe calculée de P coïncide rigoureusement avec la tangente au point d'inflexion tracée en trait plein.

Ayant relevé sur le dessin de la roue les valeurs approximatives de m , s et σ moyens, nous en avons déduit :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_s = 12,8$$

puis calculé la valeur de k correspondant à une conduite cylindrique en fer de même section, ce qui nous a donné :

$$k = 0,0002.$$

Pour tenir compte des pertes supplémentaires dues à la forme et à la courbure des canaux, nous avons adopté pour le calcul :

$$k = 0,0003,$$

ce qui nous a conduit à :

$$\frac{1}{\varphi^2} = 1,025.$$

Avec la valeur de $n = 1,32$ correspondant au tracé de la roue pour laquelle :

$$m = 0,45$$

$$v = 2$$

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ$$

$$\beta_1 = 55^\circ$$

nous avons calculé $\frac{1}{\psi^2}$ et nous avons trouvé :

$$\frac{1}{\psi^2} = 1,10.$$

Le diffuseur étant construit sans aubes, la valeur de n pour le diffuseur est égale à :

$$n_1 = \frac{c_2}{c_1} = \frac{r_1}{r_2};$$

nous avons mesuré sur le dessin un rapport moyen de $\frac{r_1}{r_2} = 0,7$. En adoptant pour k_1 , coefficient de choc, 0,05, et pour φ la valeur trouvée ci-dessus, nous avons obtenu :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)(1 + n_1^2 + n_1) + k_1 = 0,105 \quad (507)$$

par application de la formule (424) dans laquelle on remplace $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$ par sa valeur :

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)(1 + n_1) + k_1 \quad (508)$$

Comme, pour les ventilateurs à grand débit, la vitesse dans la volute reste assez considérable et que la perte dans celle-ci n'est pas négligeable, nous en avons tenu compte en admettant que 10% de l'énergie à la sortie du diffuseur, représentée par $\frac{1}{2g} c_2^2$, était perdue, ce qui nous a conduit à ajouter un terme au second membre de la dernière équation, terme que l'on peut calculer, en remarquant que :

$$0,1 \frac{c_2^2}{2g} = 0,1 \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \times \frac{c_1^2}{2g}.$$

La valeur définitive de $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ est donc de :

$$0,105 + 0,05 = 0,155.$$

Nous savons que cette valeur, obtenue pour $\frac{1}{\varphi^2}$ égal à 1,025, ne convient que pour les conditions normales d'écoulement, c'est-à-dire pour une valeur de x voisine de 0,8 à 0,9. L'équation qui donne $\frac{1}{\psi_1^2} - 1$ étant de la forme :

$$\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) = k_3 + \frac{k_4}{x^n + x_0},$$

on obtiendra une courbe de l'allure de la courbe établie expérimentalement pour les pompes centrifuges, en adoptant :

$$k_3 = 0,04$$

$$k_4 = 0,095$$

$$x_0 = 0,05$$

$$n = 1,0$$

La courbe ainsi obtenue est tracée en trait pointillé sur la figure 272, la courbe en trait plein correspondant à la courbe expérimentale pour la pompe centrifuge du Laboratoire dont la roue n'avait que 0 m. 200 de diamètre (voir 9^e fascicule).

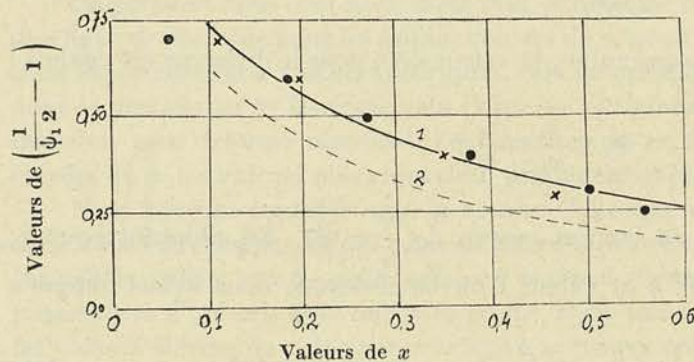


FIG. 272.

(fig. 270), et prolongée jusqu'à un nombre d'aubes plus grand; pour 32 aubes on trouve en effet :

$$\frac{\beta'_1 - \beta_1}{180^\circ - \beta_1} = 0,068;$$

d'où :

$$\begin{aligned} \beta'_1 &= \beta_1 + 125 \times 0,068 \\ &= 55 + 8^\circ = 63^\circ. \end{aligned}$$

Comme on le voit, non seulement la courbe de M quitte la courbe expérimentale au point d'abscisse $x = 1$, pour lequel la courbe de P s'écarte également de la courbe déduite des courbes de *Raleau*, mais la coïncidence de la courbe théorique de P avec la tangente au point d'inflexion est absolument rigoureuse.

Il y a là une vérification extrêmement satisfaisante de la valeur de la théorie, car le seul coefficient qui n'ait pas été déduit strictement mais approximativement des expériences sur la pompe centrifuge de 0,200 de diamètre, est le coefficient k'' ; et l'on peut observer que k'' s'introduisant dans la détermination des points expérimentaux comme dans la détermination des courbes théoriques, une augmentation ou une diminution de 5% de la valeur de k'' n'amène aucun changement dans les résultats, si ce n'est un changement d'échelles des abscisses, tant pour les courbes expérimentales que pour les courbes calculées. Nous sommes donc en droit, pour rechercher les courbes caractéristiques de :

$$M, P, \eta_e$$

par différents ventilateurs, d'appliquer la théorie et les coefficients déduits directement des expériences sur la pompe centrifuge du Laboratoire et fournis par les diagrammes des figures 270 et 272.

C'est en nous appuyant sur ces chiffres que nous avons recherché pour des ventilateurs caractérisés par :

$$m = 0,45 \quad \varepsilon = 0,2 \quad \nu = 2$$

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ$$

les valeurs de M , P , η_e et R pour les angles de sortie β_1 mesurés sur l'aube, et les nombres d'aubes renseignés au tableau ci-dessous,

TABLEAU XIV.

	β_1	n	β_1'
Courbe 1 (Fig. 273)	55°	32	68°
Courbe 2 »	70°	24	77°
Courbe 3 »	90°	20	96°
Courbe 4 »	120°	16	124°

les valeurs de φ , ψ , et des coefficients fixant les valeurs de ψ_1 étant considérées comme constantes. Le nombre d'aubes a été supposé variable de 32 à 16 en passant du 1^{er} au 4^e, ainsi que le justifie un tracé rationnel de l'aubage; dans ces conditions, le coefficient k'' peut être considéré comme sensiblement constant et égal à 0,82.

En utilisant la courbe de la figure 270, nous avons calculé les angles réels β_1' correspondant aux nombres d'aubes et nous les avons indiqués dans le tableau.

Les résultats du calcul pour les courbes caractéristiques sont traduits en diagrammes figure 273.

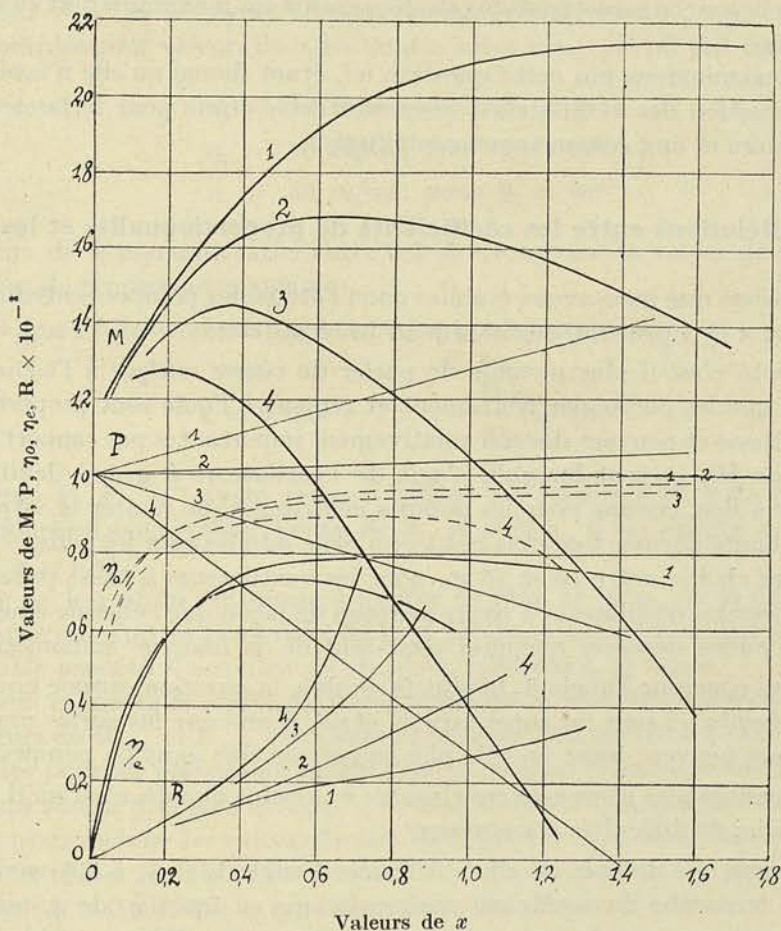


FIG. 273.

On peut se rendre compte à l'examen de ceux-ci, combien le coefficient manométrique grandit rapidement à mesure que l'angle β_1 diminue ; on peut voir également que le rendement effectif est plus élevé pour les valeurs utilisables de x , toujours supérieures à 0,25, quand on emploie des angles β_1 relativement faibles, c'est-à-dire des aubes *recourbées en avant*.

Cette conclusion aurait encore été accentuée, si nous avions choisi pour le calcul du rendement organique une valeur plus élevée de K dans la formule (344), c'est-à-dire si nous avions supposé avoir affaire à des ventilateurs de plus faibles dimensions. La valeur de $K = 220$ utilisée ici, a été déduite, en effet, d'un calcul effectué sur le ventilateur *Rateau* de 4 m. de diamètre, en supposant un rendement organique en marche normale de 0,97.

Les valeurs de R croissent d'autant plus rapidement que les angles β_1 sont plus grands, et l'on peut noter que pour $R = 20$, le rendement atteint 0,79 avec $\beta_1 = 55^\circ$ tandis qu'il n'atteint que 0,69 pour $\beta_1 = 120^\circ$.

Ainsi se justifient les aubes radiales à la périphérie et même les aubes recourbées en avant, que l'on retrouve dans presque tous les ventilateurs modernes destinés à créer une dépression importante, c'est-à-dire à réaliser une valeur de R relativement faible.

Cette pratique ne peut malheureusement être utilisée pour les roues de surpresseurs ou de compresseurs, en raison de l'apparition d'un phénomène perturbateur extrêmement nuisible au bon fonctionnement, connu sous le nom de *pompage*, d'autant plus à craindre que la courbe caractéristique de M présente un maximum plus éloigné de l'axe des ordonnées.

Nous n'examinerons pas cette question ici, étant donné qu'elle n'intéresse pas ou peu la construction des ventilateurs, réservant cette étude pour le fascicule consacré aux surpresseurs et aux compresseurs centrifuges.

§ 3. — Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles

Les relations que nous avons établies dans l'étude des pompes centrifuges entre les coefficients m , ε et ν peuvent subsister pour les ventilateurs.

Sans doute n'est-il plus possible de parler de *vitesse critique* à l'aspiration ; mais étant donné que les pertes par frottement et remous à l'ouïe sont proportionnelles au carré de la vitesse et peuvent devenir relativement importantes par rapport à la hauteur manométrique H' , surtout lorsqu'il s'agit de ventilateurs à grand débit et à faible hauteur, il y a lieu, comme pour les pompes centrifuges, de limiter la vitesse à l'ouïe ; cette valeur limite dépasse toutefois beaucoup celle admise pour les pompes centrifuges. Elle peut être choisie entre 10 et 15 m. pour les ventilateurs à basse pression et entre 20 et 25 m. pour les ventilateurs à haute pression de façon que l'énergie cinétique correspondante ne puisse dépasser quelques pour-cent de la hauteur manométrique totale.

En ce qui concerne l'angle β_1 le plus favorable, la question comme nous venons de le voir se présente ici sous un autre aspect, étant donné que les pertes par fuite et les pertes externes peuvent jouer un rôle plus important que dans les pompes centrifuges.

Ce qui modifie plus encore les conclusions à ce point de vue, c'est qu'il ne peut plus être question ici de difficultés d'amorçage.

Nous avons été amené, en effet, à limiter l'angle $180^\circ - \beta_1$ à 30° environ, en vue d'éviter que la courbe du coefficient manométrique en fonction de x , ne prenne une allure trop concave vers le bas, avec un maximum sensiblement plus élevé que la valeur correspondant à l'abscisse $x = 0$; lorsque pour une pompe, cette dernière

valeur est relativement faible, l'amorçage ne peut se produire : l'eau monte dans la colonne de refoulement à une hauteur H qui correspond à la valeur H' pour le débit nul, mais elle ne dépasse pas l'extrémité de la colonne ; il faut donc faire croître la vitesse momentanément, ou user d'un artifice pour obtenir l'amorçage.

Rien de semblable ne peut être observé ici puisque la hauteur géométrique est toujours négligeable quand elle n'est pas nulle, et partant l'amorçage est toujours assuré à la vitesse normale quelle que soit la forme de la courbe du coefficient manométrique.

La conclusion sera donc que :

1° la vitesse c_0 à l'ouïe peut atteindre des valeurs 3 à 5 fois plus élevées que celles admises couramment dans les pompes centrifuges, ce qui permettra, toutes choses égales, d'utiliser des vitesses limites périphériques 3 à 5 fois plus élevées avec les mêmes profils et le même angle de sortie $180^\circ - \beta_1 = 30^\circ$.

2° l'angle de sortie β_1 pourra être choisi très inférieur à $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, disons pour fixer les idées entre 45° et 120° .

Avec les proportions antérieurement admises pour les différents types, nous serons donc amenés à fixer des limites d'applicabilité plus étendues.

Pour le type I (centrifuge pur) ayant les proportions :

$$m = 0,45 \qquad \varepsilon = 0,125 \qquad \frac{D s}{2r_1} = 0,45$$

les coefficients k' , k'' et k''' ayant respectivement les valeurs 0,90, 0,85 et 0,90, l'équation (367) fournira pour valeurs de u_1 les limites suivantes, c_0 étant pris égal à 25 m/sec. :

$$u_1 = 110 \text{ m/sec. pour } \beta_1 = 45^\circ$$

$$u_1 = 90 \text{ m/sec. pour } \beta_1 = 60^\circ$$

$$u_1 = 80 \text{ m/sec. pour } \beta_1 = 90^\circ$$

la valeur de x pouvant varier entre 0,3 et 0,8 suivant la valeur de β_1 , de façon à se rapprocher du rendement maximum.

Pour le type II (hélico-centrifuge étroit) ayant les proportions :

$$\varepsilon = 0,250 \qquad \frac{D s}{2r_1} = 0,60$$

les coefficients k' , k'' , k''' ayant respectivement les valeurs 0,90, 0,85 et 1,0, l'équation (367) fournira pour valeur limite de u_1 , 50 m/sec., si on adopte $c_0 = 25$ m/sec., $\beta_1 = 90^\circ$ et $x = 0,45$.

Comme on le voit on est amené à limiter de plus en plus bas la vitesse périphérique à mesure que l'on se rapproche du type mixte, d'autant plus que pour les ventilateurs à faible pression il convient de choisir c_0 inférieur à 15 m/sec.

En ce qui concerne le coefficient caractéristique R nous constaterons évidemment que les valeurs de $R_{\min.}$ et $R_{\max.}$ compatibles avec un bon rendement sont différentes de celles établies pour les pompes du même type et cela en raison des valeurs différentes adoptées pour l'angle β_1 et pour x . Ainsi, si nous examinons le diagramme de la figure 273, nous pourrions en déduire les valeurs limites de R pour le type centrifuge pur à la condition de diviser toutes les ordonnées donnant R par 1,60, étant donné que ce diagramme est établi pour $\varepsilon = 0,2$ et que le type centrifuge pur est caractérisé par :

$$\varepsilon = 0,125.$$

On voit qu'avec l'angle $\beta_1 = 55^\circ$, R peut varier entre 6 et 15, le rendement restant compris entre 0,70 et 0,79, tandis qu'avec l'angle $\beta_1 = 120^\circ$, R pourra prendre des valeurs allant de 6 à 30, le rendement variant de 0,60 à 0,735.

Si nous voulons conserver pour ce type un rendement assez élevé, compris par exemple, entre 0,70 et 0,79, nous serons amenés à n'envisager que des angles β_1 compris entre 55 et 90° et à limiter les valeurs de R entre :

$$R_{\min.} = 6 \quad \text{et} \quad R_{\max.} = 20.$$

Des calculs analogues peuvent être faits pour déterminer les valeurs limites de R pour tous les autres types, en traçant les courbes de R pour chacune des roues partielles qui, par leur juxtaposition, peuvent être regardées comme constituant les roues des différents types.

En résumé, nous pourrions conserver pour les ventilateurs le tracé des types représentés par les figures 197 à 202, mais les valeurs limites de R renseignées dans le tableau X pour les différents types devront être quelque peu modifiées, les limites pour un même type étant plus étendues que celles fixées pour les pompes.

§ 4. — Calcul des ventilateurs à haute, moyenne et basse pression

Premier exemple. — *Traçons comme premier exemple le calcul d'un ventilateur de cubilot pouvant donner*

$$Q = 1,83 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

sous une hauteur

$$h = 960 \text{ mm. d'eau,}$$

y compris la hauteur de charge correspondant à la vitesse de sortie [formule (490)], avec un nombre de tours

$$N = 2920 \text{ t/minute.}$$

Des données, nous tirons :

$$H' = 790 \text{ m. d'air}$$

et

$$R = 8$$

Cette valeur conduit au type centrifuge pour lequel nous adopterons ici $\varepsilon = 0,1$.

En effet, si nous nous reportons à la courbe 3 de la figure 273 tracée pour :

$$m = 0,45 \qquad \varepsilon = 0,2 \qquad v = 2$$

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ \qquad \beta_1 = 90^\circ,$$

et que, pour tenir compte de ce que $\varepsilon = 0,1$ dans notre cas, nous divisons toutes les ordonnées donnant R par 2, nous trouvons $R = 8$ pour $x = 0,32$.

Pour cette valeur de x , on constate toutefois que le rendement maximum n'est pas

atteint. En choisissant un angle β_1 plus grand, nous éviterons cet inconvénient. Adop-
tons donc les valeurs suivantes :

$$\beta_1 = 180^\circ - 80^\circ \quad \beta_0 = 180^\circ - 50^\circ$$

$$m = 0,425 \quad \varepsilon = 0,1 \quad v = 2$$

Du diagramme de la figure 270 on déduit $k'' = 0,82$ pour 16 aubes et :

$$\frac{\beta_1' - \beta_1}{180^\circ - \beta_1} = 0,093;$$

d'où :

$$\beta_1' = 107^\circ \frac{1}{2}.$$

Avec ces valeurs nous trouvons pour M, P et η_i , en fonction de x , les courbes qui
sont indiquées sur la figure 274 en trait plein. A titre de comparaison nous avons figuré
en trait pointillé, les mêmes courbes pour le cas où l'angle β_1 serait pris égal à
 $\beta_1 = 180^\circ - 70^\circ$ ($\beta_1' = 116^\circ \frac{1}{2}$) les autres caractéristiques de la roue restant les
mêmes. En résolvant par tâtonnements les 3 équations :

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = M, \quad \frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1, \quad Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1' k' k'' x u_1,$$

on obtient :

$$x = 0,29 \quad M = 1,335 \quad u_1 = 108 \text{ m.}$$

$$2r_1 = 0,710 \text{ m.}$$

$$2r_0 = 0,300 \text{ m.} \quad l_1 = 0,035 \text{ m.}$$

$$l_0 = 0 \text{ m. } 071$$

$$Ds = 0 \text{ m. } 300$$

et pour vitesse à l'ouïe :

$$c_0 = 26 \text{ m/sec.}$$

Le rendement indiqué étant de 0,80, le rendement organique de 0,97, on a
pour rendement total :

$$\eta = 0,775$$

et pour puissance N_e :

$$N_e = 30 \text{ chevaux.}$$

La figure 277 donne l'ensemble de ce ventilateur, à roue en porte-à-faux, à enveloppe

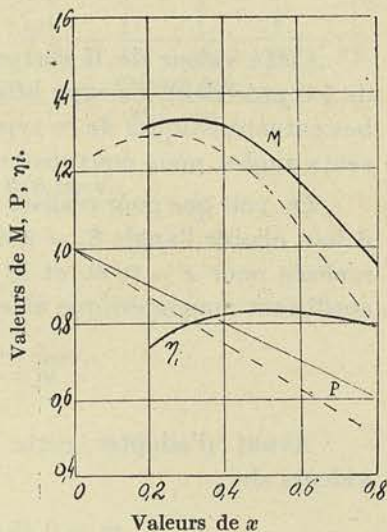


FIG. 274.

en fonte avec diffuseur sans aubes ; pour diminuer les dimensions d'encombrement nous avons logé le diffuseur dans la volute à section circulaire.

Ainsi que l'exécutent de nombreux constructeurs, notamment la *Société Oerlikon*, la roue du ventilateur est fixée sur l'extrémité de l'arbre du moteur électrique qui l'actionne, ce qui réduit à la fois l'encombrement et le prix de revient de l'appareil (voir fig. 279).

Deuxième exemple. — Etudions comme deuxième exemple d'application de la théorie, le ventilateur aspirant de mines, répondant aux données suivantes :

$$Q = 13.000 \text{ m}^3 \text{ par minute}$$

$$h = 240 \text{ mm. d'eau}$$

$$N = 180 \text{ tours par minute.}$$

De la formule (489) nous pouvons tirer H' en fonction des données, c_a pouvant être pris égal ici à 10 m/sec. et c_e à 25 m/sec :

$$H' = 172 \text{ m. d'air}$$

Calculons la valeur de R correspondant aux données :

$$R = \frac{217 \times 32400}{87 \times 2260} = 35,7$$

Cette valeur de R correspond pour les ventilateurs, compte tenu des remarques du § 3 précédent, au type hélico-centrifuge étroit. Comme nous avons calculé les courbes caractéristiques de ce type et indiqué figure 273 les résultats obtenus pour différents angles, nous pouvons nous en rapporter à ces courbes pour le choix de β_1 .

On voit que pour réaliser le rendement maximum quand la valeur de R atteint 35,7, il faut choisir l'angle $\beta_1 = 90^\circ$ correspondant à la courbe 3. Cette valeur de R est alors réalisée pour $x = 0,60$, et le rendement effectif correspondant est d'environ 0,77 ; le coefficient manométrique atteignant 1,34, on trouve pour u_1 et $2r_1$ les valeurs :

$$u_1 = 50,2 \text{ m/sec.}, \quad 2r_1 = 5,340 \text{ m.}$$

Avant d'adopter cette valeur du diamètre, il convient de vérifier si les valeurs de

$$m = 0,45 \quad \varepsilon = 0,2 \quad \nu = 2,0$$

adoptées pour le tracé des courbes de la figure 273, ne conduisent pas à une valeur trop élevée de la vitesse à l'ouïe, et vérifient la relation (370).

On constate que pour limiter la vitesse c_0 à 25 m/sec., il faut augmenter m et le porter à 0,6, tandis qu'il faut réduire ν à la valeur 1,6.

Appliquant la formule (419) :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_3} - m^2 \nu \frac{1}{\sin \beta_1} \frac{1}{x}$$

avec $\alpha_0 = 90^\circ$, nous avons trouvé approximativement :

$$\beta_0 = 180^\circ - 50^\circ;$$

nous avons calculé ensuite avec les nouveaux coefficients

$$m, \nu, \varepsilon,$$

les courbes caractéristiques définitives.

Ces courbes sont tracées en trait plein figure 275. Les courbes en pointillés correspondent à $m = 0,55$ et $\nu = 2,0$ toutes les autres données étant les mêmes; en résolvant par tâtonnements les 3 équations :

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = M, \quad \frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1$$

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1' k' k'' x u_1$$

nous avons obtenu :

$$x = 0,58 \quad u_1 = 51 \text{ m/sec.} \quad 2r_1 = 5,400 \text{ m.}$$

$$2r_0 = 3,240 \text{ m.}$$

$$l_1 = 0,500 \text{ m.} \quad l_0 = 0,864 \text{ m.}$$

La puissance N_u étant de :

$$N_u = \frac{\delta Q H'}{75} = \frac{1,22 \times 217 \times 172}{75} = 610 \text{ chev.},$$

la puissance effective atteindra :

$$N_e = \frac{N_u}{\eta_0 \times \eta_i} = \frac{610}{0,81 \times 0,97} = 775 \text{ chev.}$$

De la relation (370), on peut tirer :

$$\left(\frac{D_s}{2r_1}\right)^2 = 2m \cdot \nu \varepsilon = 0,384.$$

D'où :

$$D_s = 3,300 \text{ m.}$$

Nous sommes donc en possession de toutes les dimensions générales du ventilateur et des éléments nécessaires pour le tracé de la roue, puis de la volute et finalement des données pour le calcul de l'arbre et de l'enveloppe.

Nous donnerons plus loin la description du ventilateur que nous avons dessiné en partant de ces données et nous insisterons à ce moment sur quelques détails de construction.

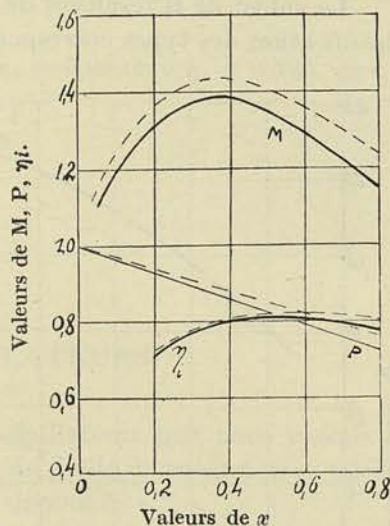


FIG. 275.

Troisième exemple. — Nous avons traité, comme troisième exemple, un ventilateur à grand débit et à faible surpression, convenant pour la ventilation de locaux importants, pour le tirage forcé, etc.

Les données sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= 18,4 \text{ m}^3/\text{sec.} & (1100 \text{ m}^3/\text{minute}) \\ H &= 39,5 \text{ m. d'air} & (h = 48 \text{ mm. d'eau}) \\ N &= 250 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

La valeur de R résultant de ces données atteint 50, ce qui, d'après notre tableau de classification des types correspond au type mixte.

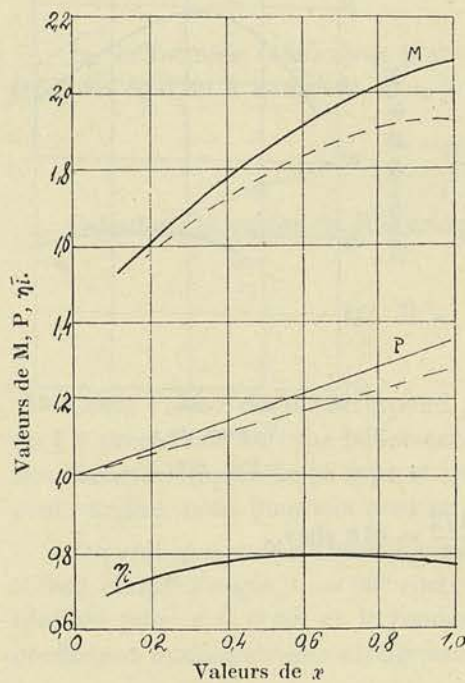


FIG. 276.

Un premier tracé, exécuté pour tenir compte des nécessités de réalisation avec $\varepsilon = 1$, nous a permis de trouver, pour le filet moyen, les valeurs suivantes des coefficients de proportionnalité :

$$\varepsilon = 0,2 \quad m = 0,665 \quad v = 0,85.$$

En adoptant pour β_1 , 45° et 32 aubes, on obtient pour β'_1 :

$$\beta'_1 = 53^\circ$$

En appliquant les formules de la page 262, on trouve :

$$\sin \beta_0 = \frac{k' k'' \sin \beta'_1}{m^2 v} x_0 = 0,595$$

d'où :

$$\beta_0 = 180^\circ - 36^\circ 1/2.$$

Utilisant les valeurs ainsi trouvées pour β'_1 et β_0 , et conservant pour :

$$k' = 0,97$$

$$k'' = 0,82$$

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,025$$

$$\frac{1}{\psi^2} = 1,10$$

$$k_3 = 0,04$$

$$k_4 = 0,095$$

$$x_0 = 0,05$$

$$K' = 1,$$

ces derniers chiffres étant déduits de l'analyse des courbes de Rateau, nous avons obtenu les courbes M , P , η_i tracées en trait plein sur la figure 276. Nous avons figuré sur le même diagramme en trait pointillé, les courbes correspondant à $\beta_1 = 50^\circ$ ($\beta'_1 = 58^\circ$) avec $\beta_0 = 180^\circ - 35^\circ$

Le calcul, conduit par tâtonnements comme précédemment, donne :

$$x = 0,35 \quad u_1 = 21 \text{ m.} \quad 2r_1 = 1,600 \text{ m.}$$

$$2r_0 = 1,060 \text{ m.}$$

pour le filet moyen.

Avec $D_s = 1,340 \text{ m.}$ le tracé se présente d'une manière satisfaisante, et la vitesse c_0 reste relativement modérée, comme il convient pour un ventilateur à faible surpression :

$$c_0 = 13 \text{ m/sec.}$$

La courbe de rendement donne $\eta_i = 0,77$ et avec $\eta_0 = 0,97$ on a $\eta_e = 0,745$, ce qui conduit à une puissance effective d'environ :

$$N_e = 16 \text{ chevaux.}$$

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES VENTILATEURS

Nous nous bornerons à décrire les 3 types de ventilateurs que nous venons de calculer et que nous avons dessinés en nous inspirant du mode de construction adopté pour chacun d'eux, par les firmes spécialisées dans ce domaine.

A. — VENTILATEUR A TRÈS HAUTE PRESSION.

Dans ce type de ventilateur tournant généralement à très grande vitesse et construit pour des débits relativement faibles, on utilise fréquemment la volute en fonte avec couvercle latéral, si la roue est à simple ouïe, ce qui est le cas dans l'étude que nous présenterons figure 277 et qui représente le ventilateur calculé dans le premier exemple ci-dessus.

Si le souci d'obtenir un haut rendement n'existe pas, et que l'on vise avant tout à la simplicité, on adopte la roue à palettes sans flasque, venues de fonte avec le moyeu, ou rapportées sur un disque central.

La roue est alors à double ouïe et la volute est coupée en deux parties symétriques, par un plan passant par l'axe de la roue.

Dans la construction représentée figure 277, la roue est constituée par un disque en tôle d'acier pincé dans un moyeu en acier coulé en deux pièces, disque sur lequel viennent se fixer les aubes en tôle mince à bords repliés et rivés.

La flasque latérale en tôle plus mince que le disque est fixée aux aubes également par rivets.

Les bords des aubes doivent être repliés autant que possible, de façon que les têtes de rivets se présentent sous la face concave, leur présence à cet endroit étant moins nuisible au point de vue de la formation des remous. Dans la forme actuelle perfectionnée que l'on emploie pour les turbo-compresseurs, les aubes sont construites en tôle plus épaisse, et découpées sur les bords latéraux de façon à donner de distance en distance

FIG. 278 (Echelle 1/25).

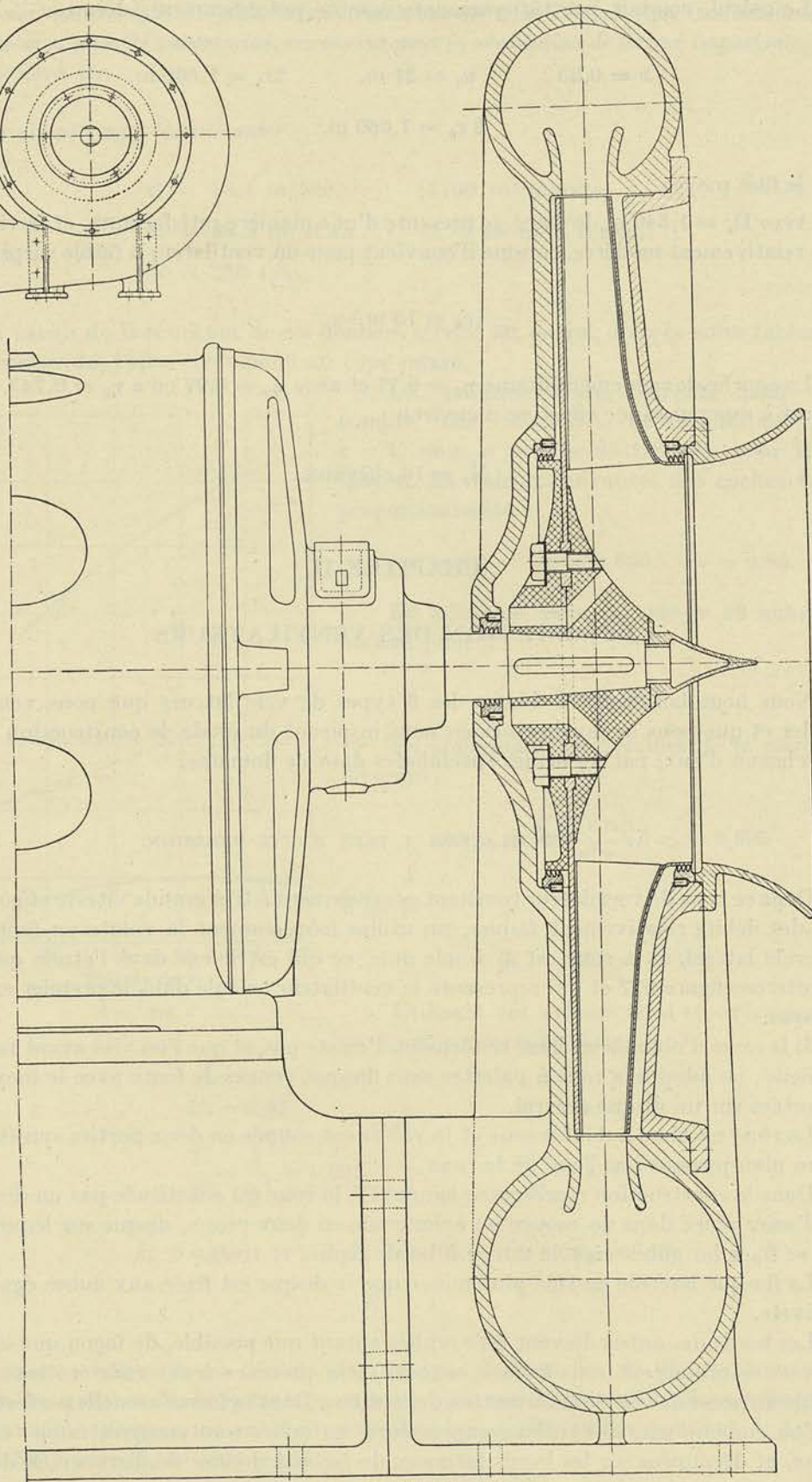
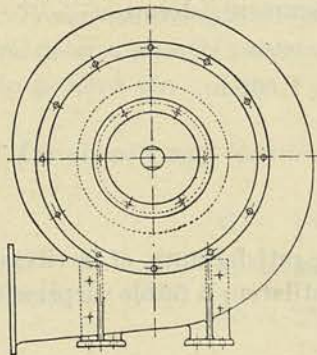


FIG. 277 (Echelle 1/5).

des parties en saillie de 6 à 5 mm. qui viennent s'engager dans des trous entaillés dans le disque et la flasque, et qui y sont rivées soigneusement.

On évite par cette construction les discontinuités dans la section d'écoulement provenant de la présence des têtes de rivets, et on améliore ainsi le rendement ; un tel mode de fixation des aubes suppose toutefois une fabrication en série, car l'outillage nécessaire pour le découpage des aubes puis la perforation des trous dans les flasques avec l'espacement rigoureux indispensable, doit devenir rapidement important, tout en restant essentiellement spécial à chaque type.

Comme détails de construction, nous avons prévu des bagues d'étanchéité en bronze telles qu'on les rencontre dans la fabrication des turbo-compresseurs, la différence de pression de 1 m. d'eau pour laquelle ce ventilateur est établi, étant relativement importante.

La figure 279 donne la photographie d'un ventilateur à haute pression construit par les Ateliers Oerlikon avec la roue en porte-à-faux sur l'arbre du moteur.

La figure 280 montre un exemple d'une roue à aubes constituées par des tôles d'acier à bords retroussés rivées sur les flasques par rivets à têtes apparentes à l'intérieur des canaux.

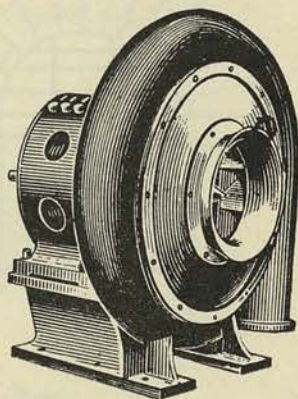


FIG. 279

B. — VENTILATEUR A HAUTE PRESSION DE TRÈS GRANDE PUISSANCE

Nous avons donné une construction possible du ventilateur de mine, de grandes dimensions, calculé dans le deuxième exemple. Pour réduire le prix et l'encombrement, toute la partie inférieure de l'enveloppe et de la volute est construite en béton. Seule la partie supérieure est réalisée en tôle (fig. 281).

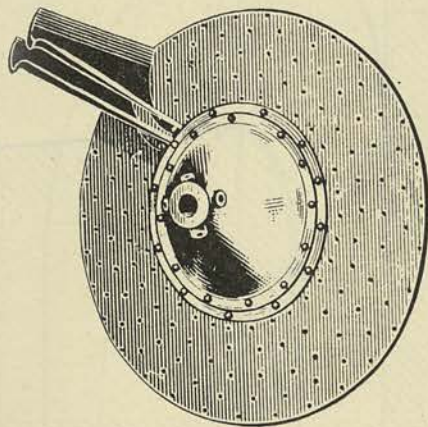


FIG. 280

Etant donné le diamètre exceptionnel de la roue, la volute avec son diffuseur sans aubes doit être construite en un grand nombre de segments assemblés par boulons ; ces segments, renforcés par des cornières, sont limités par deux cadres en cornière qui viennent s'appuyer sur une plaque d'assise logée dans le béton de la fondation.

Le couvercle côté ouïe, en fonte en deux pièces, est tenu par des boulons au tuyau d'aspiration, exécuté en deux parties lui aussi, sur une certaine longueur, pour permettre le démontage ; il est fixé à la volute par des prisonniers engagés dans un cercle en fer de 30 mm. d'épaisseur, fixé à cette dernière par des rivets à tête fraisée.

Le couvercle du côté opposé à l'ouïe est constitué par 5 tôles assemblées par des T formant couvre-joint, soutenues et raidies verticalement par deux contreforts en tôle, reliés par des cornières.

L'assemblage à la périphérie est fait également au moyen de prisonniers engagés dans un cercle appliqué à la volute. Pour faciliter le montage, le couvercle est coupé en deux horizontalement à la troisième tôle, par un joint formé par deux équerres fixés aux tôles, de part et d'autre du joint, par des rivets.

Fig. 282 (Echelle 1/250).

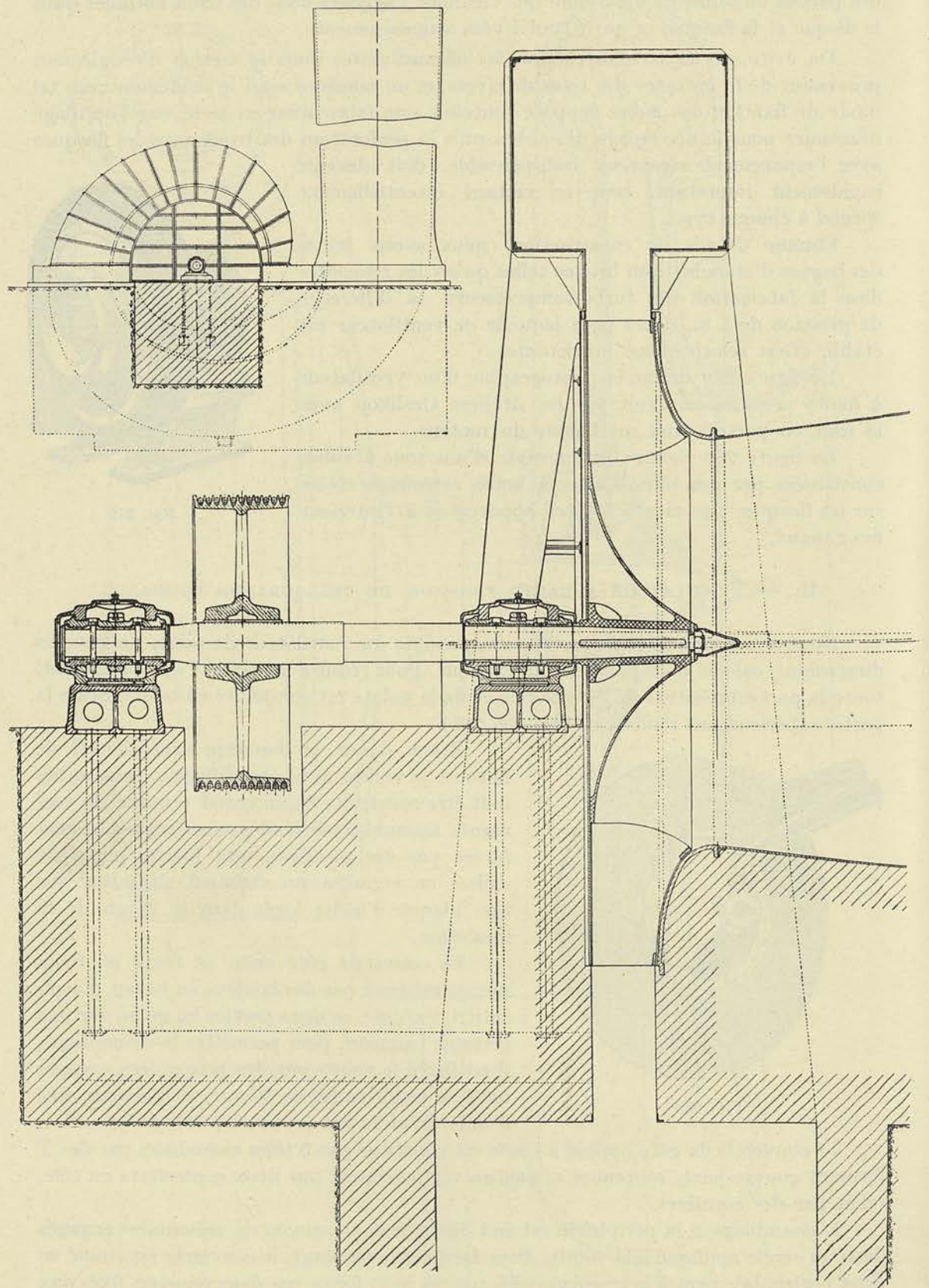


Fig. 281 (Echelle 1/50).

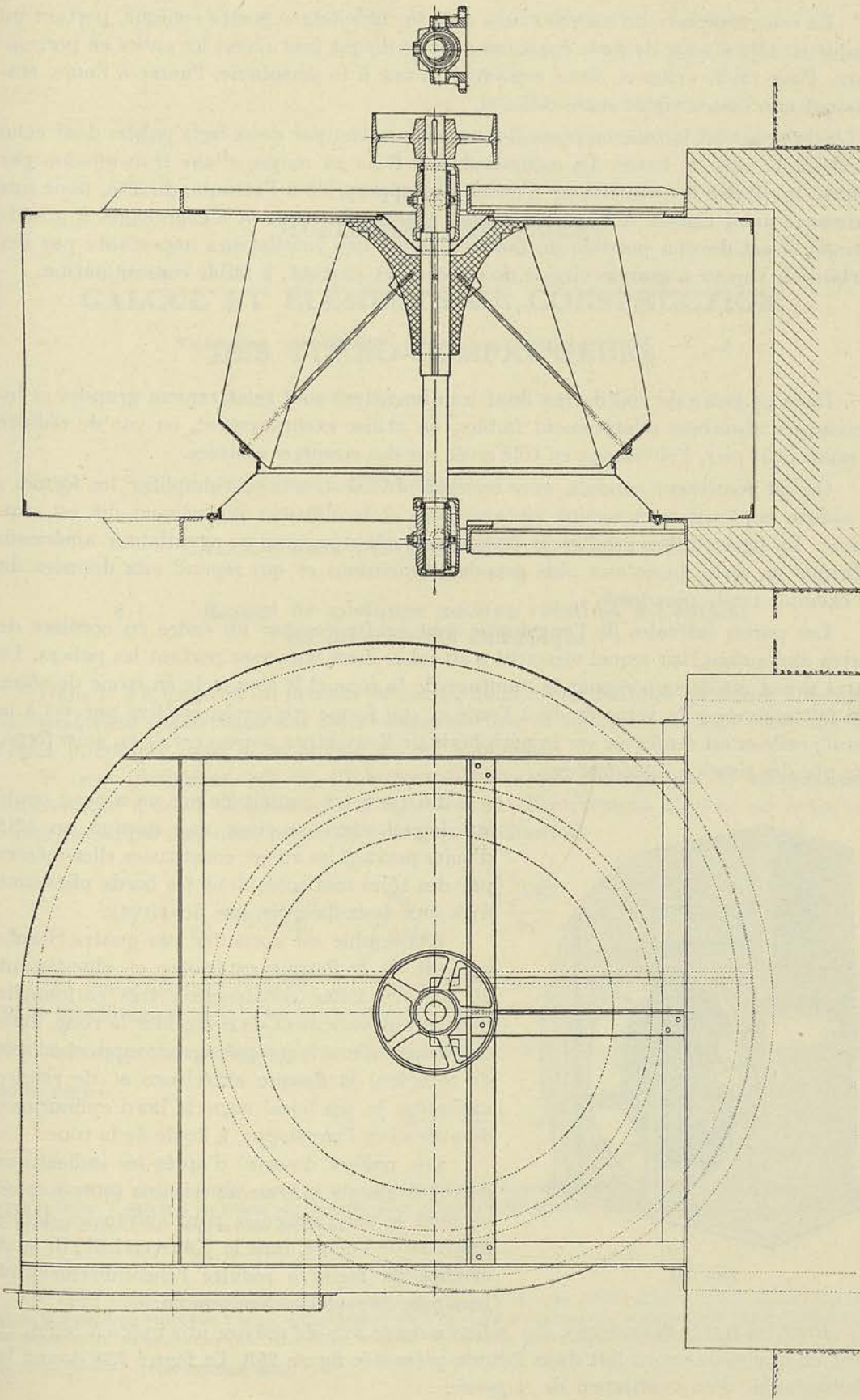


Fig. 283 (Echelle 1/25).

La roue comporte un moyeu coulé, calé sur une longue portée conique, portant un disque en tôle d'acier de forte épaisseur ; sur ce disque sont rivées les aubes en porte-à-faux. Pour raidir celles-ci, deux couronnes, l'une à la périphérie, l'autre à l'ouïe, établissent une liaison rigide entre celles-ci.

L'arbre portant la roue en porte-à-faux, est soutenu par deux forts paliers dont celui d'extrémité sert de butée. La commande est faite au moyen d'une transmission par câbles, la vitesse du ventilateur n'étant pas appropriée à l'attaque directe, pour une puissance aussi élevée. A l'heure actuelle, grâce à l'utilisation d'engrenages à grande vitesse, il est devenu possible de faire l'attaque des ventilateurs importants par des turbines à vapeur à grande vitesse de rotation et partant, à faible consommation.

C. — VENTILATEUR A BASSE PRESSION, ASPIRANT.

Dans ce genre de ventilateur dont les dimensions sont relativement grandes et les puissances absorbées relativement faibles, on utilise exclusivement, en vue de réduire le poids et le prix, l'enveloppe en tôle rivée sur des cornières cintrées.

On est forcément conduit, avec ce mode de construction, à simplifier les formes : la volute est toujours à section rectangulaire et le diffuseur proprement dit est supprimé. La figure 283 reproduit la disposition adoptée dans un ventilateur américain fabriqué en série, jusqu'aux plus grandes dimensions et qui répond aux données du 3^e exemple traité plus haut.

Les parois latérales de l'enveloppe sont renforcées par un cadre en cornière de fortes dimensions, sur lequel viennent s'attacher deux traverses portant les paliers. La paroi avant est découpée pour le montage de la roue et le couvercle en tronc de cône, qui fait converger la veine fluide à l'ouïe et qui forme couvercle, est fixé par vis à la paroi ; celle-ci est renforcée sur la périphérie de l'ouverture par un cercle en acier forgé, fixé par des rivets à têtes fraisées.

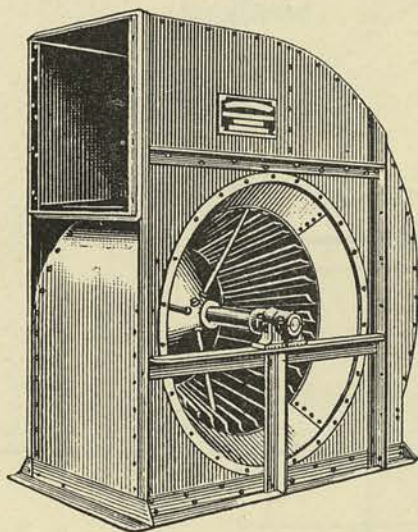


FIG. 284.

La roue est constituée par un moyeu coulé sur lequel vient se river une flasque en tôle d'acier portant les aubes, constituées elles-mêmes par des tôles matricées dont les bords pliés sont fixés aux deux flasques, par des rivets.

L'ensemble est consolidé par quatre tirants partant de la flasque extérieure et aboutissant au moyeu. Cette construction très rationnelle permet non seulement de consolider la roue, mais de centrer, d'une façon précise par rapport à l'axe de rotation, la flasque extérieure et de rendre minimum le jeu laissé entre le bord cylindrique de celle-ci et l'enveloppe, à l'ouïe de la roue.

Les paliers dessinés d'après les indications du catalogue de la firme américaine sont, comme on peut le voir, articulés pour suivre les déformations de l'arbre dans le plan vertical ; ils sont étudiés de façon à réduire l'encombrement et leur prix de revient au minimum.

Pour les fortes dimensions, il y a lieu à notre avis de prévoir une butée à billes, et c'est ce que nous avons fait dans l'étude présentée figure 283. La figure 284 donne la photographie d'un ventilateur de ce genre.

HUITIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-COMPRESSEURS

CHAPITRE I

CALCUL DES DIMENSIONS GÉNÉRALES

§ 1. — Rappel de quelques notions relatives à l'emploi du diagramme entropique

Dans le § 3, page 66 du premier fascicule, nous avons défini ce qu'il faut entendre par *rendement isothermique* des turbo-compresseurs, et montré comment cette notion s'était introduite dans la technique de ces machines.

Si nous désignons par $\bar{\mathfrak{T}}_{is}$ ⁽¹⁾ le travail théorique absorbé par la compression isothermique d'un kg de fluide, et par $\bar{\mathfrak{T}}_e$ le travail effectivement absorbé par le turbo-compresseur par kg, nous pourrions poser, par définition,

$$\eta_{is} = \frac{\bar{\mathfrak{T}}_{is}}{\bar{\mathfrak{T}}_e} = \frac{\bar{\mathfrak{T}}_{is}}{\int_e^s v dp} \times \frac{\int_e^s v dp}{\bar{\mathfrak{T}}_i} \times \frac{\bar{\mathfrak{T}}_i}{\bar{\mathfrak{T}}_e}$$

Les deux derniers facteurs de cette expression représentent, dans la théorie des turbo-machines, ce que nous avons désigné respectivement par rendement indiqué η_i , et par rendement organique η_o ; en représentant par Δ le rapport $\frac{\bar{\mathfrak{T}}_{is}}{\int_e^s v dp}$, nous pouvons donc écrire

$$\eta_{is} = \Delta \times \eta_i \times \eta_o \quad (509)$$

⁽¹⁾ Pour ne pas confondre, dans ce fascicule, la lettre T réservée pour désigner la température absolue, avec la lettre T suivie d'un indice par laquelle nous avons antérieurement représenté le travail indiqué T_i et le travail effectif T_e , nous avons remplacé :

T_i par $\bar{\mathfrak{T}}_i$
 T_e par $\bar{\mathfrak{T}}_e$

⁽²⁾ Cette valeur du rendement isothermique suppose que pour 1 kg débité effectivement, le flux qui traverse la roue dans l'unité de temps, est également de 1 kg; cela n'est vrai que si l'on admet implicitement que les fuites sont nulles. Lorsqu'on veut tenir compte des pertes par fuites, il faut remplacer $\eta_i \times \eta_o$ par

$\eta_i \times \eta_o \frac{1}{1 + f/Q}$ (voir formule 534).

Le rendement isothermique d'un turbo-compresseur se présente donc comme le produit de trois facteurs dont le premier Δ est d'autant plus voisin de l'unité que le refroidissement interne du fluide évoluant aura été plus efficace.

Cette notion nouvelle introduite, nous pourrions dire que toutes les formules établies à propos de la théorie des turbo-pompes sont applicables aux turbo-compresseurs à la condition de considérer la valeur de H' comme le travail nécessaire pour comprimer 1 kg de fluide de la pression d'entrée p_e à la pression de sortie p_s .

$$H' = \int_e^s v dp$$

le terme $\frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2)$ étant généralement négligeable (1).

Montrons comment il est possible d'évaluer H' par l'emploi du diagramme entropique, lorsqu'on connaît :

- 1° l'état initial du fluide fixé par la pression p_e et la température t_e à l'aspiration ;
- 2° l'état final fixé par la pression p_s à la sortie du compresseur ;
- 3° la nature de la compression effectuée.

Et tout d'abord, rappelons en quoi consiste le diagramme entropique.

De la relation générale de la thermodynamique, traduisant le premier principe on peut déduire

$$dQ = C_v dT + A p dv \quad (510)$$

relation que l'on peut transformer en remarquant que, $p dv + v dp = \mathfrak{R} dT$, ce qui conduit à

$$dQ = C_p dT - A v dp \quad (511)$$

En divisant les deux membres par T , on obtiendra, par définition, l'accroissement de l'entropie $dS = \frac{dQ}{T}$, et en intégrant $\frac{dQ}{T}$ entre l'état initial conventionnel, pression atmosphérique p_0 normale (1 kg/cm²), température $T_0 = 273^\circ$ ($t_0 = 0^\circ\text{C}$), et l'état final défini par p et par T , nous obtiendrons la valeur de S . Dans l'hypothèse où C_p peut être considéré comme constant, celle-ci sera donc fournie par la relation :

$$S = \int_{p_0, T_0}^{p, T} \frac{dQ}{T} = C_p \log_n \frac{T}{T_0} - A \mathfrak{R} \log_n \frac{p}{p_0} \quad (512)$$

(1) Pour ce qui concerne l'utilisation des formules de la théorie des turbo-pompes, il faut, toutefois, faire cette remarque que le rapport δ_1/δ_0 figurant dans la valeur de n [formule (312)] n'a pu être pris égal à l'unité et comme tel, être omis dans la transcription des formules donnant M, M', P que parce qu'il s'agissait là d'un fluide incompressible. Dans le cas des compresseurs, ce rapport diffère de l'unité et il y aura lieu de l'introduire dans l'expression de n , en lui donnant la valeur particulière qui correspond à chaque roue, si l'appareil en comporte plusieurs.

Le tableau XV ci-dessous fait connaître les valeurs de C_p et de R pour différents gaz.

TABLEAU XV

NATURE DES GAZ	SYM-BOLE	POIDS mol. m	VALEURS MOYENNES		\mathfrak{R}	γ	mC_p	mb	$m\mathfrak{R}$
			C_p	C_v					
Air sec	—	28,95	0,238	0,170	29,27	1,405	6,90	0,0011	845
Oxygène	O ₂	32,00	0,217	0,155	26,47	1,400	»	»	»
Hydrogène	H ₂	2,016	3,410	2,420	422,60	1,405	»	»	»
Azote	N ₂	28,08	0,247	0,176	30,13	1,408	»	»	»
Oxyde d'azote	NO	30,04	0,231	0,165	28,15	1,400	»	»	»
Oxyde de carbone ...	CO	28,00	0,242	0,172	30,26	1,410	»	»	»
Bioxyde de carbone ..	CO ₂	44,00	0,210	0,160	19,14	1,280	9,25	0,00568	»
Bioxyde de soufre ...	SO ₂	64,06	0,150	0,120	13,20	1,250	9,60	—	»
Ammoniaque	NH ₃	17,06	0,530	0,410	49,60	1,280	9,05	—	»

Lorsqu'il s'agit d'un mélange de plusieurs gaz dont on connaît la composition centésimale en volume et en poids, on peut déterminer la chaleur spécifique du mélange, en écrivant

$$C_p G = C'_p \times G_1 + C''_p \times G_2 \dots$$

G étant le poids de l'ensemble, $G_1, G_2 \dots$ étant les poids des composants. D'où

$$C_p = C'_p \frac{G_1}{G} + C''_p \frac{G_2}{G} \dots \tag{513}$$

Quant à la constante \mathfrak{R} , sa détermination peut être faite en observant que pour tous les gaz, le produit de \mathfrak{R} par le poids moléculaire m correspondant, est une constante

$$m \mathfrak{R} = 845 \tag{514}$$

Dans ces conditions, il suffit de rechercher la valeur du poids moléculaire fictif du mélange. Or, on peut écrire que

$$m V = m_1 V_1 + m_2 V_2 + \dots$$

$m_1, m_2 \dots$ désignant les poids moléculaires des gaz entrant dans le mélange.

D'où la valeur de

$$m = m_1 \frac{V_1}{V} + m_2 \frac{V_2}{V} + \dots \tag{515}$$

La composition centésimale en volume étant connue, la valeur du poids moléculaire fictif s'ensuit, de même que la valeur de \mathfrak{R}

$$\mathfrak{R} = \frac{845}{m} .$$

Si l'on voulait tenir compte de ce que C_p varie avec la température, il y aurait lieu d'adopter la relation

$$C_p = a + b T \quad (516)$$

Dans ces conditions, la formule donnant l'entropie deviendrait

$$S = a \log_n \frac{T}{T_0} + b(T - T_0) - A\mathfrak{R} \log_n \frac{p}{p_0} \quad (517)$$

C'est en utilisant cette formule que nous avons tracé le diagramme de la fig. 285, planche II, pour l'air, en portant S en abscisse et T en ordonnée; les coefficients adoptés sont ceux cités par Langen

$$a = 0,227 \quad b = 0,000038 \quad (518)$$

Ce diagramme désigné sous le nom de diagramme entropique, peut être employé non seulement pour l'air, mais pour tous les gaz biatomiques renseignés au tableau XV

O₂ H₂ N₂ NO CO

à la condition de multiplier les abscisses par le rapport $\frac{m_0}{m}$, m_0 étant le poids moléculaire de l'air, m le poids moléculaire du gaz envisagé.

En effet; si nous multiplions par m les deux membres de l'équation (517), nous obtiendrons

$$m S = am \log_n \frac{T}{T_0} + bm (T - T_0) - Am\mathfrak{R} \log_n \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (519)$$

Or, am et bm et $m\mathfrak{R}$ sont des constantes pour tous les gaz biatomiques, et ces constantes sont valables également pour l'air. Dans ces conditions, le diagramme de la fig. 285 tracé pour l'air, peut représenter les valeurs de S pour un gaz biatomique quelconque, à la condition de multiplier les abscisses par le rapport $\frac{m_0}{m}$.

Lorsqu'on a affaire à un autre gaz que les gaz biatomiques, le diagramme de la fig. 285 ne peut plus convenir.

Il faudrait alors porter en abscisse mS , c'est-à-dire l'entropie par kg molécule. Comme am peut toutefois être considéré comme constant et égal pour tous les gaz à

$$am = 6,6 \quad (520)$$

il n'est pas nécessaire de tracer un diagramme entropique pour chaque gaz en particulier.

Si on se reporte, en effet, à la formule (519), on voit que am et $m\mathfrak{R}$ étant constants pour tous les gaz, seul le second terme diffère quand on passe d'un gaz à l'autre; comme ce terme croît proportionnellement à $(T - T_0)$, on voit qu'il suffira pour trouver la valeur de mS pour un gaz quelconque de compter les abscisses non plus à partir de la verticale marquant l'axe des ordonnées, mais à partir d'une droite inclinée sur cette verticale d'un angle β , menée par le point de l'axe des ordonnées correspondant à T_0 , $\text{tg } \beta$ étant donnée par l'égalité :

$$\text{tg } \beta = bm$$

Revenons à présent au problème de la détermination de H' . En intégrant la relation (511), nous en tirerons :

$$H' = \int_e^s v dp = \frac{C_p}{A} (T_s - T_e) - \frac{Q}{A} \quad (521)$$

C_p étant supposé constant, Q étant considéré comme positif quand il y a apport de chaleur de l'extérieur, comme négatif quand il y a soustraction de chaleur.

Si on veut tenir compte de la valeur vraie de C_p , on devra écrire, en vertu de (516)

$$H' = \frac{1}{A} (T_s - T_e) \left(a + b \frac{T_s + T_e}{2} \right) - \frac{Q}{A} \quad (522)$$

formule qui peut se ramener à la formule (521) à la condition de prendre pour C_p la valeur moyenne

$$C_p = a + b \frac{T_s + T_e}{2}$$

Que l'on se contente de l'approximation C_p égale à une constante ou non, on voit qu'il suffit pour calculer la valeur de H' , de déterminer la température T_s de sortie du gaz après la compression, et de connaître la quantité de chaleur apportée ou soustraite pendant l'opération. Or, le diagramme entropique fait connaître immédiatement la valeur de T_s dès que l'on s'est fixé la nature de la compression. Le problème peut donc recevoir une solution simple. Examinons tout d'abord, pour le montrer, les deux cas limites : compression adiabatique, puis compression isothermique, pour passer enfin, au cas d'une compression quelconque.

1° COMPRESSION ADIABATIQUE. — Dans ce cas, la compression se fait sans cession ni soustraction de chaleur, et partant $Q = 0$. D'autre part, une transformation adiabatique est une opération pendant laquelle l'entropie reste constante puisque l'apport de chaleur Q y est nul : on peut donc tracer pour représenter une transformation adiabatique dans le diagramme entropique, *une verticale* partant du point représentant l'état initial. A l'intersection de cette verticale avec la courbe de pression p_s , on obtiendra le point 1 représentatif de l'état final (fig. 286) ; l'ordonnée correspondante donnera la valeur de la température T cherchée ; puis T étant connu, on calculera, en utilisant la relation (521), la valeur de H'

$$H'_{ad} = \int_{e_{ad}}^s v dp = \frac{C_p}{A} (T - T_e) \quad (523)$$

H'_{ad} ainsi défini est représenté par la surface $S's'1S$ limitée par l'axe des entropies, la courbe de pression constante $s'1$, et les ordonnées aux points 1 et s' .

En effet, d'une manière générale

$$\sigma = \int_e^s T ds = \int_e^s T \frac{dQ}{T} = \int_e^s dQ = Q$$

Or, si l'on suppose que l'on opère une transformation à pression constante en partant de l'état défini par la pression p_s et la température T_e pour aboutir à l'état final $T_s = T$, la quantité de chaleur mise en jeu dans l'opération a pour valeur

$$Q = \int_e^s C_p dT = C_p (T - T_e) .$$

On peut donc dire que l'aire σ représentera l'énergie H'_{ad} dans la transformation adiabatique de e à s à un facteur près, l'équivalent mécanique de la calorie.

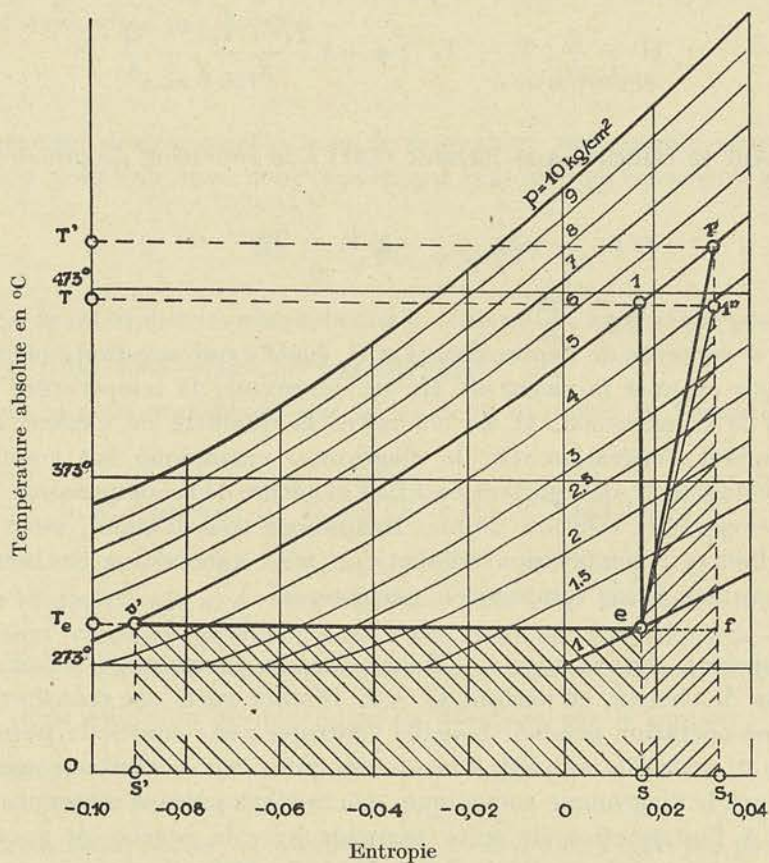


FIG. 286

2° COMPRESSION ISOTHERMIQUE. — Si la compression est isothermique, elle se trouve représentée dans le diagramme entropique par une horizontale es' (fig. 286) et la surface de l'aire $S's'eS$ comprise entre l'axe des abscisses, les ordonnées passant par e et par s' et l'horizontale es' donnera la quantité de chaleur Q soustraite pendant l'opération. En effet

$$dQ = Tds$$

et partant Q , chaleur mise en jeu dans la transformation es' sera égale à

$$Q = \int_e^{s'} Tds = T (S' - S)$$

Or, en vertu de la relation (521)

$$H'_{is} = \int_{e_{is}}^{s'} v dp = -\frac{Q}{A} \quad (524)$$

L'évaluation de l'aire $Ses'S'$ fera donc connaître H'_{is} correspondant à une transformation isothermique.

3° COMPRESSION QUELCONQUE PENDANT LAQUELLE ON FOURNIT UNE QUANTITÉ DE CHALEUR CONNUE Q . — Dans l'hypothèse où la transformation absorbe une quantité de chaleur Q , l'état final ne sera plus marqué par le point 1, mais par le point 1' (fig. 286), et l'aire $Se1'S_1$, comprise entre la courbe marquant la transformation $e1'$ et les ordonnées passant par e et 1' prolongées jusqu'à l'axe du zéro absolu, représentera la valeur de la quantité de chaleur mise en jeu.

Pour trouver 1' avec une approximation suffisante, il suffira de confondre l'aire $Se1''S_1$ avec l'aire $Se1'S_1$ et d'écrire

$$Q = SS_1 \times \frac{T + T_e}{2} ; \quad (525)$$

Q étant connu et T étant déterminé par la construction de l'adiabatique (verticale $e1$) on déduira directement de cette relation la valeur de SS_1 et partant l'abscisse du point cherché 1'. Une fois connue la température finale T' de l'opération non adiabatique, il suffira d'appliquer la formule (521) pour obtenir

$$H' = \int_e^{s'} v dp = \frac{C_p}{A} (T' - T_e) - \frac{Q}{A} \quad (526)$$

On peut voir aisément que la valeur de H' sera représentée cette fois par l'aire $S's'1'eS$ limitée par l'axe des abscisses, les deux ordonnées passant par s' et e , la courbe d'égale pression $s'1'$, puis la courbe allant de 1' à e . En effet, en vertu de ce que nous avons exposé plus haut, le premier terme de la formule (526) est proportionnel à l'aire $S's'1'S_1$; d'autre part, la valeur de Q est équivalente à l'aire $S_11'Se$.

La différence est donc bien proportionnelle à l'aire $S's'1'eS$.

Examinons à présent comment il est possible, au moyen du diagramme entropique, de déterminer la valeur de H' , dès que l'on connaît la quantité de chaleur Q apportée (ou soustraite) pendant l'opération.

Dans la pratique, on peut admettre que, même avec un refroidissement interne du compresseur, la quantité de chaleur enlevée pendant la compression dans le diffuseur et dans la roue, qui n'est jamais refroidie, est pratiquement nulle, tandis que la quantité de chaleur apportée par kg pendant la compression est égale à la valeur des pertes d'énergie interne et externe (à l'exclusion des pertes dans les paliers) transformées en chaleur. Connaissant le rendement du compresseur $\eta_i \times \eta'_0$, η'_0 désignant la valeur du rapport

$$\eta'_0 = \frac{1}{1 + \frac{N_f}{N_i}} \quad (527)$$

ainsi défini de façon à ne pas comprendre dans ce rendement, les pertes par frottement

dans les paliers, il sera possible d'évaluer la quantité de chaleur Q ainsi mise en jeu car

$$\frac{Q}{A} = \mathfrak{E}_e - H' = \left[\frac{1}{\eta_i \times \eta'_0} - 1 \right] H' = \frac{1 - \eta_i \times \eta'_0}{\eta_i \times \eta'_0} \times \int_e^s v dp \quad (528)$$

Si l'on estime l'approximation insuffisante, il suffira de reprendre le calcul de Q en partant de cette première valeur de H' .

Lorsque le problème se pose de déterminer Δ , rapport du travail isothermique au travail de compression réel, il ne reste qu'à calculer \mathfrak{E}_{is} puisque le terme $\int_e^s v dp = H'$ est déterminé par le calcul ci-dessus.

Or le travail de compression isothermique \mathfrak{E}_{is} est proportionnel à l'aire comprise entre l'horizontale correspondant à la température T_e , l'axe des abscisses correspondant au zéro absolu et les ordonnées passant par les points e et s' correspondant aux pressions d'entrée et de sortie.

Quand on a affaire à un compresseur non refroidi par une circulation d'eau intérieure ou extérieure, on peut utiliser la notion du *rendement adiabatique*, défini par la relation

$$\eta_{ad} = \frac{H'_{ad}}{\mathfrak{E}_e} \quad (529)$$

rapport du travail de compression adiabatique par kg au travail de compression effectivement absorbé sur l'axe \mathfrak{E}_e .

Si l'on fait abstraction des pertes dans les paliers, la valeur de ce rapport peut être calculée en faisant le rapport des ordonnées $\frac{e1}{1'f}$ car

$$H'_{ad} = \frac{C_p}{A} (T - T_e) \quad \mathfrak{E}_e = H' + \frac{Q}{A} = \frac{C_p}{A} (T' - T_e)$$

en vertu de la relation (526)

En ce qui concerne le rendement isothermique, on peut voir aisément que, dans la même hypothèse, c'est-à-dire en faisant abstraction des pertes dans les paliers, il a pour valeur le rapport entre la surface $S's'eS$ représentant H'_{is} et la surface $S's'1'S_1$ représentant le travail de compression réel \mathfrak{E}_e (fig. 286) d'après ce que nous avons exposé plus haut, en tenant compte de la relation

$$\mathfrak{E}_e = H' + \frac{Q}{A}$$

Ainsi les problèmes particuliers soulevés par le calcul de la hauteur H' , et du rendement η_{is} , dans l'étude des compresseurs, peuvent être résolus très simplement grâce à l'utilisation du diagramme entropique dont nous venons de rappeler la construction et l'utilisation. Le tableau ci-après fait connaître quelques chiffres intéressants, déduits du diagramme pour l'air atmosphérique.

TABLEAU XVI

$p_e = 1 \text{ kg/cm}^2 \quad t_e = 20^\circ$ Valeurs de p_s/p_e	Pour $p_s \text{ kg/cm}^2$ absolu					
	2	4	6	8	10	12
Temp. finale adiab. t_s	83	156	204	241	270	293
Chaleur spécif. C_p	0,240	0,241	0,242	0,243	0,243	0,240
$H'_{ad} = C_p (T - T_e)$	15,12	32,77	44,53	53,70	60,75	66,60
Entropie S/S	0,0474	0,0950	0,1224	0,1422	0,1579	0,1704
$H'_{is} = S/S \times T_e$	13,80	27,83	35,86	41,66	46,20	49,90
Rapport $\frac{H'_{is}}{H'_{ad}}$	0,920	0,85	0,805	0,775	0,760	0,738

§ 2. — Choix des angles et des coefficients

La question du choix de l'angle de sortie β_1 revêt un caractère particulièrement délicat, en raison d'un phénomène perturbateur particulier qui apparaît lorsque le fonctionnement du turbo-compresseur amène le débit à être inférieur à celui qui correspond au maximum de la courbe du coefficient manométrique; il se produit en effet, dans ce cas, une instabilité de régime dans le débit qui tend à s'aggraver progressivement et qui a pour conséquence de provoquer des oscillations de débit et partant des pressions, capables de communiquer des vibrations tout à fait inadmissibles au rotor et à la partie fixe (diffuseurs et pièces intercalaires).

Pour faire en sorte que le point de fonctionnement normal se trouve très éloigné de ce point critique, il faut que la courbe du coefficient manométrique présente son maximum pour une valeur de x_c très inférieure à la valeur de x correspondant au débit normal, et cela ne peut se réaliser qu'avec des angles $180 - \beta_1$, en tout cas inférieurs à 60° , compris pour fixer les idées entre 45° et 25° .

De là, la nécessité de se limiter dans le choix des valeurs de β_1 , aux valeurs que nous venons de citer, alors qu'au point de vue du prix de la turbo-machine, il y aurait intérêt à utiliser des angles $(180 - \beta_1)$ plus grands que 45° , qui donnent, toutes choses égales, des coefficients manométriques plus élevés.

Comme, par définition, on appelle turbo-compresseur un appareil centrifuge capable de réaliser des différences de pression supérieures à 1 m. 50 ou 2 m. d'eau, il est évident que presque toutes les machines que nous rencontrerons dans cette catégorie, sont des machines multicellulaires. C'est dire que la solution la plus favorable sera celle qui pourra conduire avec le plus haut rendement, à la valeur la plus faible du coefficient caractéristique R, puisque, par cette solution, on réalisera le rendement donné avec le minimum de roues en tension.

Nous avons déjà fait voir qu'à ce point de vue, ce sont les angles β_1 , compris entre $180^\circ - 60^\circ$ et $180^\circ - 30^\circ$ qui semblent conduire à la solution la plus avantageuse.

Pour ce qui concerne la détermination de m , v et β_0 , on peut s'en remettre aux formules qui ont été établies dans les fascicules V et VI consacrés à l'étude des turbo-pompes.

Il y a lieu toutefois de remarquer que le diamètre de l'arbre qui doit être calculé ici pour tenir compte de la vitesse critique, est souvent relativement grand par rapport au diamètre $2r_0$ des roues et qu'il faut, de ce fait, choisir de toute nécessité une valeur de k''' assez faible.

D'autre part, comme on aura généralement affaire au type centrifuge pur, puisqu'il s'agit de résoudre un problème dans lequel la valeur de H' par roue doit être poussée au maximum, on s'en tiendra à la relation $D_s = 2r_0$.

Ces remarques faites, les relations (367) et (370) permettront de déterminer

m et v

en fonction de ε .

A vrai dire, il ne peut être question de justifier ici une limite de 0,15 au rapport c_0/u_1 en faisant allusion au phénomène de la cavitation qui ne saurait exister lorsqu'il s'agit de ventilateurs ou de turbo-compresseurs; mais il convient, pour limiter les pertes à l'ouïe, de ne pas dépasser des vitesses c_0 de l'ordre de 25 à 30 m/sec., et ainsi la relation (367) garde toute sa valeur.

En ce qui concerne le choix de l'angle β_0 , on peut appliquer la formule (419).

Tout le paragraphe 3 du 6^{me} fascicule, consacré au choix de l'angle β_1 est applicable aux turbo-compresseurs et la question de l'amorçage ne se posant pas ici, on pourra en conclure définitivement que les angles les plus favorables restent compris entre $180^\circ - 60^\circ$ et $180^\circ - 30^\circ$.

§ 3. — Détermination des fuites

Dans les turbo-compresseurs, les fuites peuvent jouer un rôle important.

Aussi, croyons-nous utile de consacrer un paragraphe à l'étude de cette question et à l'établissement d'une formule qui permettra de tenir compte de leur influence sur le rendement total. Nous établirons cette formule dans l'hypothèse d'un compresseur à plusieurs roues à joint d'étanchéité unique et à piston d'équilibrage. En suivant la même méthode, on pourra modifier la formule que nous allons établir pour le faire correspondre à d'autres dispositions.

Désignons par $\delta'Q'$ le débit extérieur exprimé en kg/sec. Pour chaque roue, il y a lieu d'envisager la fuite qui se produit au joint côté ouïe, et la fuite qui se produit au moyeu. Cette dernière conduit à la rotation en circuit fermé sur la pièce intercalaire et le diffuseur d'une petite partie du débit.

A la dernière roue, une fraction du débit alimentera le plateau d'équilibrage et sera évacuée vers l'aspiration par le joint axial ménagé entre le plateau et le couvercle (figure 82).

Désignons par $\delta_e f_e$ le poids passant par fuite au plateau d'équilibrage, par $\delta_n f_n$ le poids traversant le joint côté ouïe, pour la n^e roue.

En désignant par $\delta'Q'$ le débit extérieur en poids, celui dont on peut disposer réellement à la sortie de la machine, nous pourrions calculer le débit effectif qui traverse la n^e roue, $\delta_n Q_n$ en écrivant

$$\delta_n Q_n = \delta'Q' + \delta_e f_e + \delta_n f_n \quad (530)$$

La puissance indiquée pour la n^e roue pourra donc se calculer en appliquant la formule

$$N_i^{(n)} = \frac{\delta_n Q_n H'_n}{75 \times \eta_i}$$

Posons $H'_n = k_n H'$ et supposons pour simplifier que toutes les roues aient le même rendement; nous pourrons écrire

$$N_i = \sum N_i^{(n)} = \frac{\delta'Q'H'}{75 \times \eta_i} \sum \left[k_n + \frac{\delta_e f_e}{\delta'Q'} k_n + \frac{\delta_n f_n}{\delta'Q'} k_n \right] \quad (531)$$

Comme $\sum k_n = 1$, la formule pourra se simplifier et s'écrire :

$$N_i = \frac{\delta'Q'H'}{75 \eta_i} \left[1 + \frac{\delta_e f_e}{\delta'Q'} + \sum \frac{\delta_n f_n k_n}{\delta'Q'} \right] \quad (532)$$

La formule ainsi établie suppose négligeable la fuite qui correspond au joint du moyeu, dont l'effet est de déterminer la rotation en circuit fermé d'une fraction du débit; l'effet de cette fuite est de réduire l'accroissement de pression résultant de l'action du diffuseur, c'est-à-dire la valeur de H' totale fournie par l'ensemble roue-diffuseur.

Une autre approximation introduite implicitement dans le raisonnement que nous venons de faire est celle-ci : l'état du fluide qui a passé par laminage de la pression 1 prise à la sortie de la roue, à la pression 0 correspondant à l'entrée de celle-ci (fig. 287), est représenté au diagramme entropique par le point 1', étant donné qu'un laminage se traduit au diagramme entropique par une horizontale, l'énergie interne restant dans ce cas constante. Or, alors que chaque kg de fluide, dont l'état initial était représenté par 0, nécessite un travail de compression adiabatique correspondant à e_n pour être amené à la pression finale p_2 , chaque kg de fluide pris à l'état 1' exige un travail de compression adiabatique correspondant à e'_n pour passer à la même pression finale.

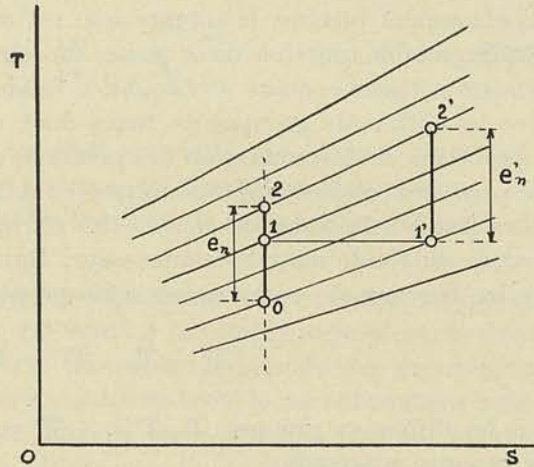


FIG. 287

De ce fait, le terme sous le signe Σ devrait être multiplié par le facteur de correction $\frac{e'_n}{e_n}$. A vrai dire, ce rapport est très voisin de l'unité car le faisceau des courbes à pression constante dans le diagramme entropique, est peu divergent.

La formule (532) peut donc être considérée comme donnant N_i avec une approximation suffisante et nous pourrons en déduire le rendement total en écrivant :

$$\eta = \eta_i \times \eta_o \times \frac{1}{1 + \frac{\delta_e f_e + \sum \delta_n f_n k_n}{\delta'Q'}} \quad (533)$$

Si nous remarquons que le terme $1 - f/Q$ établi pour les pompes peut se mettre sous la forme :

$$1 - f/Q = 1 - \frac{f}{Q + f} = \frac{1}{1 + f/Q} \quad (534)$$

nous pourrions conclure que la formule établie pour les pompes peut être généralisée pour les turbo-compresseurs, à la condition de remplacer le terme f/Q' par

$$\frac{\delta_e/e + \sum \delta_n / n k_n}{\delta'Q'}$$

c'est-à-dire par ce que nous pourrions appeler la fuite relative *efficace*.

§ 4. — Calcul des dimensions générales

Nous avons vu, au § 1, que, dans l'hypothèse d'une compression adiabatique, le travail de compression pouvait être considéré comme proportionnel à la différence des températures absolues entre le fluide à la sortie et le fluide à l'entrée, la chaleur spécifique de celui-ci pouvant être considérée comme constante dans les limites de variation de température généralement rencontrées.

On peut admettre dans une première approximation, qu'en l'absence de tout refroidissement interne, la compression est adiabatique; pour les fortes compressions, il est impossible toutefois de se passer du refroidissement et le système le plus employé à l'heure actuelle consiste à refroidir le fluide dans des réfrigérants externes intercalés entre les différents groupes de roues dont est constitué l'ensemble du compresseur. Le problème de détermination des pressions entre les différents groupes, peut recevoir une première solution approximative, en admettant l'hypothèse limite que la température finale à la sortie de chacun des réfrigérants est égale à la température initiale d'entrée du fluide dans le compresseur. Dans ces conditions, en effet, on peut écrire que les travaux de compression sont proportionnels aux différences

$$T' - T_0, \quad T'' - T_0 \dots T^n - T_0$$

pour les différents groupes, T' , $T'' \dots T^n$ étant les températures absolues à la sortie des groupes successifs.

La puissance totale absorbée par le compresseur est donc proportionnelle à la somme de ces travaux, c'est-à-dire à

$$T' + T'' + \dots + T^n - nT_0$$

et le minimum de ce travail sera réalisé pour la valeur minimum de la somme

$$T' + T'' + \dots + T^n$$

Or, on peut écrire

$$\frac{T'}{T_0} = \left(\frac{p'}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}; \quad \frac{T''}{T_0} = \left(\frac{p''}{p'}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}; \dots \quad (535)$$

et partant

$$\frac{T' \times T'' \times \dots \times T^n}{T_0^n} = \left(\frac{p^n}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

relation qui implique que le produit

$$T' T'' \dots T^n = C^{te}$$

Dans ces conditions, le minimum de la somme des n facteurs sera atteint lorsque tous les facteurs seront égaux, c'est-à-dire lorsque

$$T' = T'' = \dots = T^n$$

ou encore lorsque

$$T' - T_0 = T'' - T_0 = \dots = T^n - T_0 \quad (536)$$

c'est-à-dire lorsque les travaux de compression effectués dans chacun des groupes seront égaux.

Remarquons que cette relation implique, en vertu des relations (535) entre les températures absolues et les pressions,

$$\frac{T'}{T_0} = \frac{T''}{T_0} = \dots = \frac{T^n}{T_0}$$

et partant

$$\frac{p'}{p_0} = \frac{p''}{p'} = \dots = \frac{p^n}{p^{n-1}} = \sqrt[n]{\frac{p^n}{p_0}} \quad (537)$$

Ainsi, en première approximation, on peut conclure que, dans l'hypothèse où l'on adopte la réfrigération externe par groupes, la répartition des pressions entre les différents groupes doit être telle que les travaux de compression effectués dans les différents groupes soient égaux.

Si l'on pouvait admettre dans le cas du refroidissement interne, que la température à l'entrée de l'une quelconque des roues, est égale à la température d'entrée dans la 1^{re} roue, les relations ci-dessus vaudraient, non pour l'ensemble des groupes, mais pour l'ensemble des roues. Mais l'expérience montre qu'avec le refroidissement interne, la température va s'élevant d'ouïe à ouïe dans la basse pression tout au moins, en raison des faibles surfaces refroidissantes offertes au fluide évoluant dans les pièces intercalaires et de la faible densité de celui-ci.

Les relations ci-dessus comme on le voit, ne peuvent servir tout au plus qu'en première approximation : l'hypothèse initiale d'ailleurs de la compression adiabatique dans chaque groupe de roues, n'est réalisée que très imparfaitement ; de plus, d'autres considérations peuvent intervenir pour fixer une répartition différente : la préoccupation de ne pas changer de diamètre des roues chaque fois que l'on passe d'un groupe à l'autre, en vue de simplifier la fabrication et les formes de l'enveloppe, peut avoir pour conséquence de justifier une répartition assez différente.

Quoi qu'il en soit, si l'on adopte cette première manière de voir, le calcul d'un compresseur pourra s'effectuer de la manière suivante :

Les pressions p_s et p_e étant données de même que la température T_e d'entrée, le travail de compression adiabatique total nécessaire que nous représentons par H' se déduira directement de ces données, puisque sur le diagramme entropique, nous pourrions marquer le point initial de la compression et le point final situé sur la verticale représentant l'adiabatique. La température finale de compression que nous en déduirons permettra d'écrire

$$H' = \frac{C_p}{A} (T_s - T_e)$$

Si nous admettons que la solution consiste à diviser le travail de compression en 4, 5 ou 6 groupes de roues, nous pourrions en déduire le travail de compression par groupe, soit $H'_1 = \frac{H'}{4}$ ou $\frac{H'}{5}$ ou $\frac{H'}{6}$. On limite généralement le nombre de groupes à 4, 5 ou 6, pour réduire la complication de l'ensemble du groupe et le nombre de réfrigérants extérieurs.

Le débit Q à l'aspiration étant imposé, de même que le nombre de tours N , nous voyons que nous sommes en état de déduire la valeur du coefficient caractéristique R par roue, n désignant le nombre de roues du groupe

$$R = \frac{Q \left(\frac{v}{v_a} \right) N^2}{(2g)^{3/2} \left(\frac{H'_1}{n} \right)^{3/2}} \quad (538)$$

le terme $\frac{v}{v_a}$ étant là pour tenir compte de ce que le débit en volume va diminuant de roue à roue à mesure que l'on se rapproche de la sortie et que partant le débit qui doit entrer dans la formule, est le débit moyen; v devra donc désigner, dans cette formule, le volume spécifique du fluide évoluant pour une pression et une température moyennes entre l'entrée et la sortie du fluide dans le groupe.

En raison de ce que nous avons pris pour v le volume spécifique moyen, nous ne pouvons adopter pour R la valeur la plus faible, et cela d'autant plus que pour faire en sorte que le débit normal soit très éloigné du débit critique Q_c qui provoque le pompage, il faut réaliser le compresseur avec des valeurs de x assez élevées.

En adoptant pour R , 6 ou 7 par exemple, nous pourrions déduire de la relation (538) la valeur de n .

Comme v diminue de groupe à groupe en passant du premier au dernier, on voit que le nombre de roues par groupe, avec la répartition égale du travail de compression entre tous les groupes, sera de plus en plus grand à mesure que l'on se rapprochera du dernier groupe.

En nous reportant au diagramme entropique, nous pourrions représenter l'opération effectuée de la manière suivante :

Dans l'hypothèse d'une compression adiabatique sans refroidissement de p_e à p_s , on trouve sur le diagramme, la température finale T_s et le travail de compression adiabatique

$$H' = \frac{C_p}{A} (T_s - T_e)$$

Dans l'hypothèse d'une compression en 4 groupes de roues, la valeur de H'_1 sera

$$H'_1 = \frac{H'}{n} = \frac{H'}{4}$$

Les pressions finales de compression pour les différents groupes effectuant chacun un travail de compression $H'_1 = \frac{H'}{4}$ seront indiquées par les courbes de pression passant par les points de division de la verticale $T_e T_s$ en parties égales (fig. 288).

Dans l'hypothèse d'un refroidissement des groupes par réfrigérants externes étudié de telle façon que la température à l'ouïe de chacun des groupes, soit ramenée à la température initiale, les températures finales de compression dans chacun des groupes seront représentées par

$$T_1, T_2, T_3 \text{ et } T_4 \text{ ,}$$

la transformation complète étant figurée par la ligne brisée $T_e T_1$, I T_2 , II T_3 et III T_4 , les opérations de refroidissement à pression constante dans les réfrigérants correspondant aux courbes $T_1 I$, $T_2 II$, etc. (fig. 288).

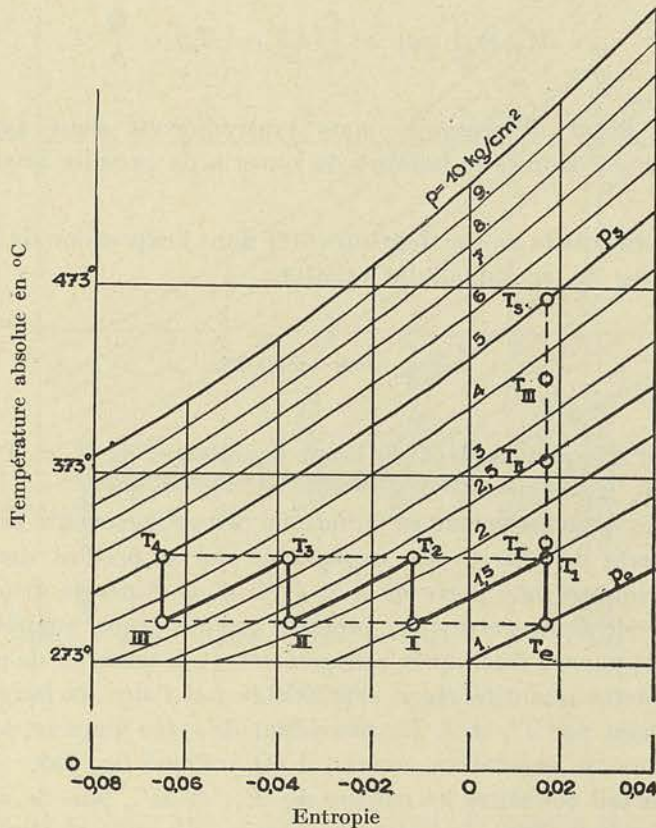


FIG. 288

Dans la réalité, il est impossible de ramener la température du fluide évoluant à la température initiale T_e puisque l'eau dont on dispose pour assurer la réfrigération, est elle-même à la température ambiante voisine de T_e . Au début de la compression, en raison de la faible densité du fluide, il est difficile de ramener la température finale du fluide à une valeur inférieure à $T_e + 40^\circ$ ou $T_e + 50^\circ$, à la fin la différence peut descendre à 20 ou 30° .

De plus, nous savons que les transformations ne sont pas adiabatiques, mais qu'en raison de l'apport de chaleur provenant des remous et frottements dans la turbomachine, la compression est au-dessus de l'adiabatique.

En tenant compte de ces deux remarques, le diagramme théorique que nous venons de présenter doit être modifié comme il est indiqué fig. 289, pour se rapprocher des conditions réelles de fonctionnement.

Pour déterminer le point correspondant à T'_1 , nous avons montré, au § 1, comment on opérerait, connaissant le rendement $\eta_i \times \eta'_0$: l'aire doublement hachurée, comprise entre les ordonnées passant par T_e et T'_1 , représente la quantité de chaleur produite par les pertes dans le 1^{er} groupe de roues. En confondant le travail de compression réel avec le travail de compression adiabatique que nous désignons par H'_1 , on peut écrire

$$Q = A \frac{1 - \eta_i \times \eta'_0}{\eta_i \times \eta'_0} \cdot H'_1$$

T'_1 étant déterminé, nous savons que le travail effectivement dépensé aura pour valeur (formule 526)

$$H'_r = \int_e^s v dp = \frac{C_p}{A} (T'_1 - T_e) - \frac{Q}{A}$$

Cette valeur étant déterminée, nous l'introduisons dans l'expression de R (formule 538) pour en déduire le nombre de roues n du premier groupe, en adoptant $R = 6$ ou 7 .

Pour ce qui concerne la valeur de v qui entre dans l'expression de R , nous pourrions en déduire la valeur en appliquant la relation

$$p \frac{v}{T} = \mathfrak{R} = 29,27 \quad (539)$$

dans laquelle p et T correspondent au point équidistant de T_e et T'_1 , dans la transformation réelle $T_e T'_1$.

L'opération du refroidissement ne se faisant pas strictement à pression constante, étant donné la perte de charge non négligeable qui se produit dans le réfrigérant, il y aura lieu d'admettre une perte de k % (2 à 4) de l'énergie disponible.

La différence de température au premier groupe étant supposée de 40°, nous pourrions trouver le point I final après réfrigération et la quantité de chaleur soustraite dans l'opération, cette quantité étant représentée par l'aire hachurée comprise entre les ordonnées passant par T'_1 et I. En procédant de cette manière, le diagramme réel de la transformation se présentera comme il est indiqué fig. 289.

Ce diagramme fait connaître les valeurs de H'_1 , de H'_r , puis de v et enfin, comme déduction de la formule (538), la valeur n , nombre de roues minimum, pour chacun des groupes.

Si l'on veut apprécier la valeur du terme Δ de la formule (509), donnant le rendement isothermique, il suffira de faire la somme des valeurs de H'_r trouvées pour l'ensemble des 6 groupes, et d'évaluer comme nous l'avons dit le travail de compression isothermique, correspondant à l'aire rectangulaire de la fig. 289, aire limitée par un liseré de hachures.

On voit comment, en s'aidant du diagramme entropique, on peut déterminer assez simplement :

- 1° le travail de compression réel par groupe H'_r ;
- 2° le volume spécifique moyen v ;
- 3° le nombre de roues par groupe ;
- 4° la quantité de chaleur soustraite par le réfrigérant ;
- 5° la valeur de Δ de l'expression du rendement isothermique.

Pour ce qui concerne le calcul des dimensions des roues, connaissant le débit $\frac{Q}{v_a}$ en poids à l'entrée de la première roue, la valeur de l'énergie $\frac{H'_r}{n}$ mise en jeu par la compression réelle, et le nombre de tours N, il suffit de se reporter au problème du calcul des dimensions de la roue d'un ventilateur.

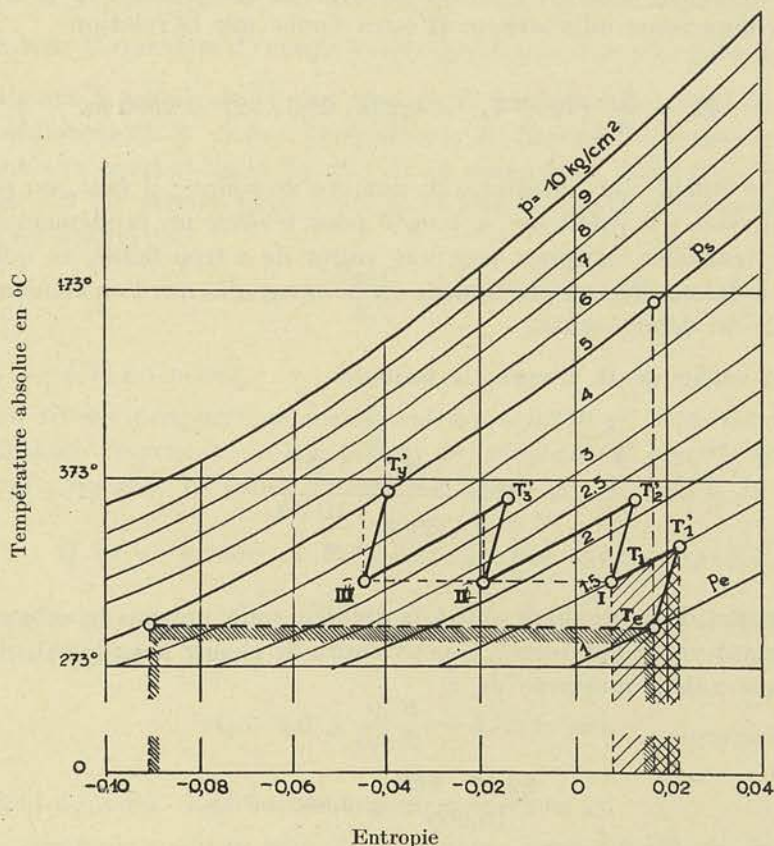


FIG. 289

Il y aura lieu de prendre pour évaluer le débit en volume $Q \frac{v}{v_a}$, la valeur de v_a correspondant au volume spécifique du fluide évoluant à la sortie de la roue, ce qui pourra se faire en prenant sur le diagramme la température T correspondant à l'état du fluide à la sortie de la roue.

§ 5. — Calcul d'un surpresseur et d'un compresseur

L'exposé d'ensemble sur le problème de la détermination d'un compresseur étant fait, nous traiterons pour mieux faire comprendre la méthode, deux exemples : tout d'abord, celui d'un surpresseur pour lequel il n'y a pas lieu d'envisager de refroidissement, le second celui d'un compresseur à refroidissement externe, travaillant dans les conditions ordinaires, c'est-à-dire pour une pression absolue au refoulement de 7 à 8 kg/cm².

Premier exemple. — Soit à calculer un surpresseur capable de fournir un débit d'air de $1,5 \text{ m}^3/\text{sec.}$ et de le refouler à la pression de 3 m. 50 d'eau, soit $0,35 \text{ kg/cm}^2$ effectif, l'attaque se faisant directement par un moteur électrique à la vitesse de 2920 t/m.

Nous pourrions admettre, pour la pression d'aspiration, 1 kg/cm^2 et pour température correspondante, 15° centigrades.

La compression adiabatique jusqu'à la pression $p_s = 1,35 \text{ kg/cm}^2$ conduit, d'après le diagramme entropique, à une température T_s de sortie de $273^\circ + 40,5$ et partant le travail de compression adiabatique H' sera donné par la relation

$$H' = \frac{C_p}{A} (T_s - T_e) = 0,238 \cdot 25,5 \cdot 427 = 2590 \text{ m.}$$

Un premier calcul nous conduira au nombre de roues : il faut, en effet, que la valeur de R ne soit pas inférieure à 4 ou 5 pour réaliser un rendement suffisant et éviter de faire travailler les roues avec une valeur de x trop faible, ce qui exposerait le surpresseur à donner lieu au phénomène du pompage dès que l'on tomberait quelque peu en dessous du débit normal.

Comme la valeur de R , d'après la formule

$$R = \frac{Q \frac{v}{v_a} \times N^2}{(2g)^{3/2} \left(\frac{H'}{n}\right)^{3/2}}$$

diminue en passant de la première roue à la dernière roue, puisque le volume spécifique du fluide évoluant va en diminuant, il conviendra de choisir pour le calcul du nombre de roues n , une valeur moyenne de v .

Or, à l'aspiration

$$v_a = \frac{29,27 \cdot 288}{10.000} = 0,843 \text{ m}^3/\text{kg}$$

et au refoulement

$$v = \frac{29,27 \times 313,5}{13.500} = 0,68 \text{ m}^3/\text{kg}$$

ce qui donne à v moyen la valeur 0,76.

En faisant $R = 5$, on obtient

$$5 = \frac{1,5 \cdot \frac{0,76}{0,843} \cdot \frac{2920^2}{87 \cdot 2590^{3/2}}}{n^{3/2}}$$

d'où $n^{3/2} = 5$ et $n \approx 3$

Ce calcul suppose que l'on a affaire à une compression adiabatique ; dans la réalité, la compression se fait avec cession au fluide d'une quantité de chaleur correspondant aux pertes internes. En admettant $\eta_i = 0,80$ et $\eta'_0 = 0,97$, cette quantité de chaleur atteint [formule (528)] 1,76 calories. On peut en déduire SS_1 de la formule (525) et,

tenant compte des unités, trouver la longueur de l'abscisse à porter à partir du point S, c'est-à-dire $SS_1 = 0,00585$.

On déterminera ainsi la valeur de $T'_s = 48 + 273 = 321^\circ$ et on en déduira immédiatement pour $H'_{\text{réel}}$

$$H'_{\text{réel}} = 2605 \text{ m.}$$

Comme il y a lieu, pour des raisons de construction, d'adopter trois roues de même diamètre, la quantité d'énergie à développer par roue sera égale à $\frac{2605}{3} = 868 \text{ m.}$

Connaissant la valeur de H' par roue, et la valeur de R à réaliser, on peut déterminer immédiatement la vitesse périphérique et partant le diamètre des roues. En se reportant aux courbes de la fig. 212 et en choisissant pour angle β_1 ($180-60^\circ$), on voit que $R = 5$ est atteint pour $x = 0,2$, et que la valeur correspondante de M est de 1,30, c'est-à-dire que

$$\frac{2gH'}{u_1^2} = 1,30$$

et partant $u_1 = 114,5 \text{ m/sec.}$

A cette vitesse périphérique correspond $2r_1 = 0,750 \text{ m.}$ Pour déterminer ϵ , nous pourrons utiliser l'équation de continuité, en adoptant $k' = 0,97$, $k'' = 0,85$ et en tenant compte qu'avec 18 aubes, l'angle réel $180 - \beta'_1$ est égal à 55° .

$$Q = \pi \cdot 0,750^2 \times 0,97 \times 0,85 \times 0,819 \times 0,2 \times 114,5 \epsilon.$$

Le débit à introduire dans cette relation, si nous voulons obtenir la valeur de ϵ moyen, sera égal à

$$Q = 1,5 \times \frac{0,76}{0,843} = 1,35 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

Le calcul donnera, dans ces conditions, $\epsilon = 0,10$.

Si l'on conserve $\epsilon = 0,10$ pour les trois roues pour des raisons de simplification dans la fabrication, le calcul ci-dessus ne pourra représenter qu'une première approximation, car la valeur de x diminuera de roue à roue et partant le coefficient manométrique sera plus petit que la valeur 1,30 adoptée, pour la première roue et plus grand que 1,30 pour la troisième. On pourra évidemment, par approximations successives, fixer la valeur exacte du travail fourni par chacune des roues, la somme devant être égale à la valeur déduite des données, 2605 m. dans notre cas.

En traçant le triangle des vitesses à la sortie de la roue, compte tenu de l'angle réel $180-55^\circ$ de sortie, nous obtiendrons l'angle d'entrée α_1 du diffuseur. On trouvera, pour cet angle, environ 12° .

La puissance N_i peut se déduire de la relation

$$N_i = \frac{\delta Q H'}{75 \eta_i} = \frac{1,5 \cdot 1,185 \cdot 2605}{75 \cdot 0,80} = 77,5 \text{ HP}$$

En adoptant pour rendement organique 0,945 (compte tenu des pertes dans les paliers), cette valeur correspondra à

$$N_e = 82 \text{ HP}$$

Le rendement total pourra s'évaluer ainsi

$$\eta = \eta_i \times \eta_0 \times \frac{1}{1 + \frac{f}{Q'}} = 0,80 \times 0,945 \times 0,95 = 0,717$$

Le rendement adiabatique de ce surpresseur pourrait se calculer par la relation

$$\eta_a = \frac{C_p (T_s - T_e)}{C_p (T'_s - T_e)}$$

On trouve

$$\eta_a = 0,773.$$

La fig. 290 donne le plan en coupe, à l'échelle 1/25, du surpresseur calculé ci-dessus.

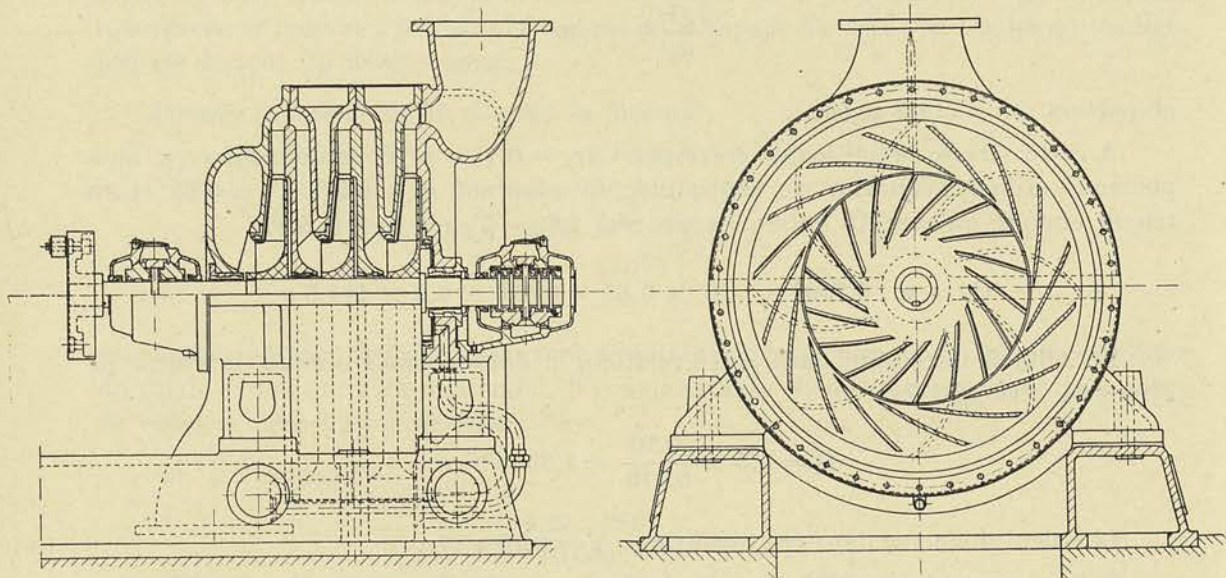


FIG. 290 (échelle 1/25)

Deuxième exemple. — Nous choisirons comme second exemple le calcul d'un turbo-compresseur à 7 kg/cm^2 effectifs attaqué directement par une turbine à vapeur à 6750 t/min. , le débit étant de $120 \text{ m}^3/\text{min.}$ à l'aspiration.

Ces données correspondent à un compresseur de faible puissance (environ 1000HP) et le choix de la vitesse de rotation a été fait de façon à pouvoir grouper les roues nécessaires en *un seul corps*.

Nous admettrons que la pression d'entrée est de 1 kg/cm^2 absolue et que la température est de $T_e = 273 + 15 = 288^\circ\text{C}$.

Un premier calcul consiste à déterminer le travail de compression adiabatique total. Comme l'écart de température entre l'entrée et la sortie est ici très grand, on peut, pour être plus exact, tenir compte de la variation de la chaleur spécifique avec la température et nous avons montré qu'il convenait pour cela de déterminer la chaleur spécifique moyenne, en utilisant la relation

$$C_p = a + b \frac{T_s + T_e}{2} = 0,227 + 0,000038 \frac{521 + 288}{2}$$

On trouve ainsi $C_p = 0,2424$

et
$$H' = \frac{C_p}{A} (T_s - T_e) = 0,2424 \cdot 233,5 \times 427 = 24150 \text{ m.}$$

Le calcul du nombre de roues, en toute première approximation, peut se faire en appliquant la formule (538) et en introduisant le volume spécifique moyen $v = 0,52$. Il conviendra de ne pas choisir ici la valeur de R trop faible, d'abord pour assurer à l'ensemble un rendement aussi élevé que possible, ensuite pour que le débit à partir duquel le pompage doit se produire, soit assez éloigné du débit normal, enfin parce que le calcul étant fait en partant de H' adiabatique, la valeur finale moyenne de R sera, dans la réalité, plus faible encore, H' réel étant supérieur sensiblement à la valeur de H'_{ad} .

En adoptant $R = 6,5$, on trouve $n = 11$ roues : nous les répartirons en 5 groupes, en nous plaçant au point de vue du refroidissement.

Première solution. — Détermination de la répartition des pressions entre les différents groupes de roues, en se basant sur la condition du rendement isothermique maximum.

Nous avons vu que, au point de vue du rendement isothermique, il y avait intérêt à répartir les pressions de façon à réaliser entre celles-ci les rapports suivants (p_1, p_2, p_3 et p_4 désignant les pressions à la fin du 1^{er}, 2^{me}, 3^{me} et 4^{me} groupe).

$$\frac{p_1}{p_e} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_4}{p_3} = \frac{p_s}{p_4} = \sqrt[5]{\frac{p_s}{p_e}} = \sqrt[5]{8} = 1,515;$$

p_e étant égale à 1,0 on trouvera ainsi

$$p_1 = 1,515 \text{ kg/cm}^2; \quad p_2 = 2,3; \quad p_3 = 3,48; \quad p_4 = 5,27;$$

Le 1^{er} groupe comporterait 3 roues, les quatre autres, 2 roues seulement. Nous admettrons qu'à la fin de chacun des groupes, la température pourra être ramenée par refroidissement à 40° C.

Premier groupe. — Le calcul pourra se faire comme dans l'exemple précédent, en partant en première approximation du travail de compression adiabatique pour évaluer H'_1 puis Q . On obtient ainsi $H'_1 = 3775 \text{ m.}$

et
$$Q = \frac{1}{427} \frac{1 - 0,82 \cdot 0,92}{0,82 \cdot 0,92} H'_1 = 2,88 \text{ calories}$$

d'où
$$SS_1 = 0,0094$$

et enfin
$$T'_1 = 338^\circ \quad \text{et } H'_{\text{réel}} = 3890 \text{ m.}$$

Dans ces conditions, la valeur de R ressort à 18,5.

Pour les autres groupes, R tombera fortement et puisque la valeur moyenne a été prise égale à 6,5, il en résultera que les derniers groupes ne réaliseront que des valeurs de R inférieures à 4.

La solution que nous venons d'envisager se présente donc comme très irrationnelle au point de vue de la réalisation : ces grandes différences dans les valeurs de R de chacun des groupes entraînent non seulement un rendement effectif moyen relatif

vement mauvais, mais elles exigent que l'on fasse varier les diamètres des roues dans des limites incompatibles avec une réalisation rationnelle de l'enveloppe.

Deuxième solution. — Nous sommes ainsi conduit à étudier une autre répartition des pressions entre les différents groupes, en nous imposant une *valeur de R constante pour les différentes roues.*

Il est aisé de voir que pour un nombre de roues donné, la solution la plus favorable au point de vue du rendement effectif comme au point de vue du prix de revient, sera celle qui réalisera la valeur de R constante pour tous les groupes.

Si, en effet, nous choisissons la valeur de R de façon à assurer au groupe un rendement relativement voisin du maximum, les valeurs de R trop élevées dans les premières roues conduiront à un rendement inférieur à la valeur maximum réalisable, et à un coefficient manométrique relativement faible, ce qui entraînera un diamètre relativement plus grand que celui strictement nécessaire.

Pour pouvoir calculer les pressions de sortie des différents groupes, en partant de l'hypothèse $R = \text{constante}$, force est de calculer H' en fonction des pressions, en partant de la formule de l'adiabatique

$$H' = \frac{C_p}{A} (T_i - T_0) = \frac{C_p}{A} T_0 \left(\frac{T_i}{T_0} - 1 \right)$$

formule dans laquelle T_i désigne la température absolue à la sortie du groupe de l'ordre i , T_0 la température à l'entrée que nous pourrions prendre égale à $T_e = 273^\circ + 15$ pour le premier groupe, à $T_0 = 273 + 40^\circ$ pour les autres groupes.

Comme l'on a, dans une compression adiabatique,

$$\frac{T_i}{T_0} = \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} ; v_i = \frac{R}{p_i} T_0 \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

on pourra écrire

$$R = \frac{G R T_0 \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} N^2 n^{3/2}}{87 p_i \left(\frac{C_p}{A} T_0 \right)^{3/2} \left[\left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]^{3/2}} \quad (540)$$

G étant mis pour Q/v_a en kg/sec.

La valeur de R ainsi calculée représente celle qui correspond à la sortie du groupe, c'est-à-dire la valeur minimum, puisque nous avons pris pour v le volume spécifique à la sortie ; de ce fait, nous pouvons adopter pour R une valeur de l'ordre de 5, par exemple.

Premier groupe. — Nous avons admis que nous introduirions 3 roues dans le 1^{er} groupe. Comme $T_0 = T_e = 288^\circ$ et $p_{i-1} = p_e = 10.000 \text{ kg/m}^2$, on peut déduire de la relation (540) ci-dessus en posant $R = 5$, $p_i = p_1$,

$$\left[\left(\frac{p_1}{10.000} \right)^{0,288} - 1 \right]^{3/2} = \frac{1,54}{p_1^{0,71}}$$

En traçant en fonction de p_1 , la valeur du premier membre, puis du second, nous trouverons à l'intersection des deux courbes, la valeur de p_1 cherchée

$$p_1 = 21800 \text{ kg/m}^2$$

On déduit alors, par le calcul, ou au moyen du diagramme entropique, la valeur de

$$H'_1 = 7330 \text{ m.}$$

Deuxième groupe et suivants. — En procédant de la même manière pour les groupes suivants et en adoptant pour $T_0 = 273 + 40 = 313^\circ$ on trouvera successivement :

$$2^{\text{me}} \text{ groupe : } p_2 = 32.300 \text{ kg/m}^2; H'_2 = 3790 \text{ m.}$$

$$3^{\text{me}} \text{ » : } p_3 = 44.000 \text{ » ; } H'_3 = 2975 \text{ m.}$$

$$4^{\text{me}} \text{ » : } p_4 = 57.000 \text{ » ; } H'_4 = 2510 \text{ m.}$$

La valeur de p_4 étant connue, la valeur de p_5 étant imposée égale à 8 kg/cm^2 , on peut déduire de là la valeur de R pour le 5^e groupe. On trouve ainsi 2,5.

Pour ramener la valeur de R à une valeur plus normale, non inférieure à 4, il faut recommencer le calcul précédent en posant à partir du 3^{me} groupe $R = 4$.

On trouve ainsi :

$$3^{\text{me}} \text{ groupe : } p_3 = 46.000 \text{ kg/m}^2; H'_3 = 3400 \text{ m.}$$

$$4^{\text{me}} \text{ » : } p_4 = 61.500 \text{ » ; } H'_4 = 2800 \text{ m.}$$

$$5^{\text{me}} \text{ » : } p_5 = 80.000 \text{ » ; } H'_5 = 2450 \text{ m.}$$

On constate que pour le dernier groupe, la valeur de R reste très légèrement inférieure à 4 (3,60).

Nous pourrions considérer cette solution comme suffisante et normale.

Calcul des valeurs réelles de H' et des dimensions des roues. — Le calcul des roues dans chacun des groupes pourra être poursuivi en appliquant la méthode utilisée dans le 1^{er} exemple.

On déterminera la valeur de la quantité de chaleur Q , compte tenu des rendements admis, puis la température réelle à la sortie et enfin $H'_{\text{réel}}$. On pourra, sans difficulté, tenir compte de la perte de charge dans les réfrigérants en prenant pour pression initiale du groupe de l'ordre i la pression p_{i-1} diminuée de 2 à 4%.

Premier groupe. — On trouve $Q = 5,6$ calories et $H'_{\text{réel}} = 7760$ m. On vérifie $R = 4,92$.

$$\text{En admettant provisoirement par roue } H' = \frac{7760}{3} = 2590 \text{ m.}$$

et en adoptant les courbes caractéristiques de la fig. 212, compte tenu toutefois que les coefficients manométriques sont ici légèrement plus faibles à cause de la perte de pression à travers la pièce intercalaire réunissant la sortie d'un diffuseur à l'entrée

de la roue suivante, nous aurons à résoudre par tâtonnements le système d'équations suivant :

$$\left. \begin{aligned} \frac{2gH'}{u_1^2} &= M = f(x) \\ Q &= 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta'_1 k' k'' x u_1 \\ \frac{2\pi r_1 N}{60} &= u_1 \end{aligned} \right\} (541)$$

Le volume spécifique à la sortie de la 3^{me} roue étant évalué à 0,55, nous aurons, pour débit correspondant, 1,31 m³/sec.

En adoptant $180 - \beta_1 = 40^\circ$, $180 - \beta'_1 = 35^\circ$, $k' = 0,97$, $k'' = 0,85$, nous obtiendrons

$$\begin{aligned} u_1 &= 212 \text{ m/sec.}; & 2r_1 &= 0,600 \text{ m.}; \\ x &= 0,35; & M &= 1,13; & \varepsilon &= 0,0665. \end{aligned}$$

Nous déduirons de ε la largeur de la roue $l_1 = 20$ mm.

Au point de vue de l'exécution, nous aurons un grand avantage à garder le même diamètre, la même largeur et le même angle $180 - \beta_1$ pour les trois roues du groupe. Il en résultera une certaine variation du coefficient de débit x , puisque le volume spécifique varie de roue à roue et il faudra en tenir compte pour le choix du coefficient manométrique moyen M . Pour que la somme des trois valeurs de H' fasse 7760 m., nous avons adopté pour valeur de M moyenne, 1,13.

Deuxième groupe. — En appliquant la même méthode de calcul au 2^{me} groupe, on trouve successivement $Q = 2,9$ calories, $H'_{\text{réel}} = 4090$ m. ou 2045 m. par roue. Le volume spécifique à la sortie de la 2^{me} roue est évalué à 0,33 et le débit à 0,785 m³/sec.

Comme nous avons encore ici intérêt à garder le même diamètre de roue $2r_1 = 0,600$ m., nous agissons sur l'angle de sortie ($180 - \beta_1$) pour pouvoir trouver une solution au système d'équations (541) tout en gardant $2r_1 = 0,600$ m. On trouve ainsi qu'avec l'angle $180 - \beta'_1 = 22^\circ$ correspondant à $180 - \beta_1 = 25^\circ$ et avec $k'' = 0,80$ et $k' = 0,94$, il faut adopter $2r_1 = 0,600$ m., $\varepsilon = 0,06$ et $x = 0,39$. On en déduit $l_1 = 18$ mm. On gardera le même ε et β_1 pour les deux roues du groupe en faisant varier légèrement la valeur de x comme nous l'avons fait pour le 1^{er} groupe.

Troisième groupe et suivants. — On suivra la même méthode de calcul que celle exposée ci-dessus pour les 2 premiers groupes, en tenant compte toutefois qu'à mesure que le diamètre de la roue diminue, le rapport $m = \frac{r_0}{r_1}$ augmente, ce qui fait tomber un peu la courbe manométrique. On arrivera, tous ces calculs étant faits, au tableau suivant, donnant les dimensions principales des roues.

TABLEAU XVII

GROUPE	1	2	3	4	5
$2r_1$ m/m.	600	600	530	500	470
l_1 m/m.	20	18	16	16	15
$(180 - \beta_1)^\circ$	40	25	30	25	25

Le calcul que nous venons de présenter ne constitue évidemment qu'une première approximation. Les dimensions principales étant ainsi déterminées, il conviendra d'étudier de plus près les courbes caractéristiques des différentes roues en tenant cette fois compte des vraies valeurs des coefficients de proportion m , v , ε et des angles adoptées pour le tracé de l'aubage. On recommencera alors les calculs ci-dessus en se basant sur les nouvelles courbes ainsi établies, et on corrigera, s'il y a lieu, les valeurs du tableau XVII résultant du premier calcul. On cherchera à agir plutôt sur les angles de l'aubage, pour ne pas introduire une trop grande diversité dans les diamètres et les largeurs des roues, ceci afin de faciliter l'exécution du compresseur. On devra, d'autre part, veiller à ce que la largeur ne descende pas en dessous d'une certaine limite, 12 à 15 mm. par exemple, étant donné que la fixation des aubes par rivets nécessite un certain écart entre les deux flasques de la roue.

Calcul de la puissance indiquée et du rendement isothermique. — La puissance indiquée du compresseur sera donnée par

$$N_i = \frac{GH'}{75\eta_i}$$

où H' est la somme des travaux réels de compression dans les différents groupes,

soit $H' = 20.676$ m.

Avec $\eta_i = 0,82$ et en négligeant les fuites, on trouve $N_i = 800$ HP.

La puissance effective, compte tenu d'un rendement organique $\eta_0 = 0,95$ et des formules (533) et (534) donnant le rendement total, sera

$$N_e = 900 \text{ HP}$$

la valeur de f/Q' ayant été prise égale à 0,07.

Pour la détermination du rendement isothermique, nous aurons à calculer le terme $\Delta = \frac{\tau_{is}}{H'}$

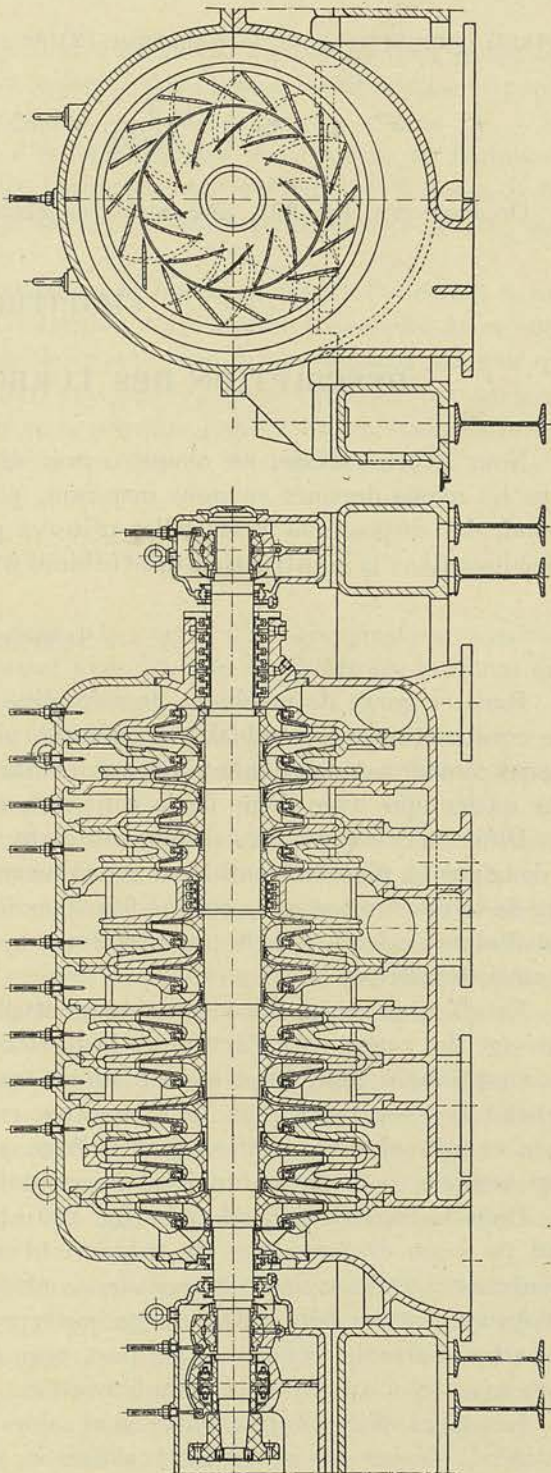


FIG. 291 (échelle 1/25)

avec

$$\mathfrak{E}_{is} = 427 \times 288 \times 0,143 = 17600 \text{ m. et } \Delta = \frac{17600}{20676} = 0,85$$

partant, compte tenu de la remarque (2) accompagnant la formule (509)

$$\eta_{is} = \Delta \times \eta_i \times \eta_0 \times \frac{1}{1 + f/Q'} = 0,85 \times 0,82 \times 0,95 \times 0,935 = 0,617$$

On trouvera, fig. 291, une coupe en élévation du compresseur en question.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES TURBO-COMPRESSEURS

Nous avons calculé, au chapitre précédent, un surpresseur et un compresseur. Nous les avons dessinés en nous inspirant, pour le premier, du type *Jeager*, pour le second, des dispositions essentielles utilisées par la *Société des Ateliers de la Meuse*, spécialisée dans la construction des turbines à vapeur et des compresseurs centrifuges.

A. — SURPRESSEUR

Dans ce genre de machines, le refroidissement n'est pas nécessaire; il en résulte une construction très semblable à celle des pompes multicellulaires avec pièces intercalaires contenant les canaux faisant communiquer la sortie d'un diffuseur d'une roue quelconque avec l'ouïe de la roue suivante.

Différence importante, il faut absolument avoir recours à l'enveloppe coupée en deux par un plan horizontal, car il ne saurait être question ici de procéder au démontage de la machine, comme cela se fait dans les pompes centrifuges en série, en tirant tout d'abord le fond, puis la première roue, après la 1^{re} roue, la 1^{re} pièce intercalaire, et ainsi de suite.

En effet, en raison des vitesses tangentielles utilisées, l'accroissement du diamètre d'alésage des roues, sous l'action de la force centrifuge, peut devenir nuisible et dans ces conditions il faut, pour assurer un centrage parfait en vitesse, monter les roues à chaud avec serrage initial. Le démontage exige donc que l'on puisse retirer tout le rotor, en un seul bloc, ce qui ne peut se faire qu'à la faveur d'une disposition de l'enveloppe coupée en deux par un joint horizontal rodé.

Dans la construction adoptée (fig. 290), le surpresseur comporte : 1^o deux fonds dont un venu de fonte avec la tubulure d'aspiration, l'autre avec la tubulure de refoulement ; 2^o deux pièces intercalaires centrées l'une par rapport à l'autre. L'ensemble est appuyé sur un bâti reliant le turbo-surpresseur et le moteur, par l'intermédiaire de pattes d'attache coulées d'une part avec le couvercle côté aspiration, et d'autre part, avec le couvercle côté refoulement.

Les deux pièces intercalaires sont alors enveloppées complètement d'une tôle destinée à cacher les pièces intercalaires et à donner un aspect plus satisfaisant à l'ensemble.

Les diffuseurs sont rapportés et les roues sont constituées par des disques forgés sur lesquels ont été fixées les aubes en tôle emboutie, au moyen de rivets. La flasque en tôle relativement mince, est fixée aux aubes également par rivets.

L'arbre étant court, on a pu le calculer pour tourner en dessous de la 1^{re} vitesse critique. Dans ces conditions, il n'y a pas d'inconvénient à employer à l'ouïe et au moyeu des roues, des bagues d'étanchéité fixées d'une façon rigide aux pièces intercalaires et aux couvercles.

Ces bagues peuvent être en fonte, garnies d'un métal approprié, pour qu'en cas de contact partiel entre la partie mobile et la partie fixe, il n'en résulte qu'un grippage sans conséquence du métal de la bague.

Les roues ne possèdent qu'un joint d'étanchéité sauf la dernière; en réglant la pression de sortie dans l'espace annulaire compris entre ce joint et le fond, il est possible de réduire la poussée axiale à une valeur très faible positive ou négative, quel que soit le débit.

Cette disposition a l'avantage de soustraire le bourrage côté refoulement à une pression trop élevée et de faciliter ainsi l'obtention d'une bonne étanchéité de ce côté.

Nous avons donné, fig. 81, 1^{er} fascicule, une coupe du surpresseur Rateau qui utilise des dispositions analogues, mais qui, étant prévu pour l'attaque par turbines à vapeur, est muni de paliers à graissage sous pression, l'alimentation étant faite par une pompe de circulation commune pour la turbine et le surpresseur.

B. — COMPRESSEUR

Dans le 1^{er} fascicule, nous avons donné la coupe d'un compresseur construit avec refroidissement interne du type Rateau avec plateau d'équilibrage automatique analogue à celui utilisé dans les pompes centrifuges.

Cette disposition conduit à des difficultés de réalisation et rend, en outre, très difficile le nettoyage intérieur des pièces intercalaires qui tendent à se couvrir de dépôts provoqués par l'action de l'eau de circulation.

Comme on peut s'en rendre compte, il ne faut pas seulement assurer une répartition et une circulation de l'eau de refroidissement dans les intervalles compris entre les parois extérieures des pièces intercalaires, mais dans les intervalles ménagés entre les diffuseurs et les canaux de retour, c'est-à-dire dans un espace peu accessible et qui ne peut être mis en communication avec le circuit d'eau, que par l'intermédiaire de tubulures vissées traversant les canaux de retour eux-mêmes, en passant à travers un bourrage approprié pour faciliter la dilatation.

L'avantage de cette construction au point de vue de la circulation du fluide, c'est de réaliser, entre les diffuseurs et les roues, un circuit présentant des pertes de charge très réduites; l'inconvénient, c'est de rendre la construction de l'enveloppe assez compliquée et son nettoyage très difficile en exploitation. De plus, pour les premières roues tout au moins, où la densité du fluide est faible, les surfaces refroidissantes sont insuffisantes pour assurer un abaissement de température important.

Ce mode de construction ne paraît pas, pour ces raisons, se répandre, et la préférence est donnée, à l'heure actuelle, par presque tous les constructeurs, au système à refroidissement extérieur. C'est ce qui justifie l'exemple choisi pour nos calculs; la fig. 291 donne la représentation au 1/25 du compresseur calculé, qui comporte 5 groupes de roues et 4 réfrigérants extérieurs, dont le premier est plus important en raison de la moindre valeur du coefficient de transmission, lorsque la densité du fluide est faible.

Nous avons groupé les roues de manière que 7 aient leur ouïe tournée à gauche, 4 leur ouïe tournée à droite, en vue de réaliser très approximativement l'équilibrage des poussées axiales.

L'enveloppe coupée en deux par un joint horizontal pour permettre au démontage, l'enlèvement du rotor complet, est cloisonnée et venue de fonte avec les tubulures d'admission et d'échappement ainsi qu'avec les tubulures destinées à faire communiquer les groupes entre eux par l'intermédiaire des réfrigérants.

Les diaphragmes coupés également en deux, viennent s'appuyer sur les cloisons annulaires et, pour simplifier ces diaphragmes et permettre leur parachèvement, sur toutes les surfaces en contact avec le fluide animé d'une grande vitesse, le diffuseur et les aubes formant les canaux de retour sont solidaires de la paroi amovible centrale, celle qui porte la bague d'étanchéité au moyeu; cette paroi vient ainsi se glisser et se centrer sur les diaphragmes, et il est possible de procéder au parachèvement, en tout cas au nettoyage tant des aubes du diffuseur que des aubes formant les canaux de retour.

Les bagues d'étanchéité sont mobiles, tout au moins celles qui se trouvent à l'ouïe, ainsi que celles aux bourrages qui séparent les deux groupes à ouïes opposées, c'est-à-dire à tous les joints soumis à une grande différence de pression.

Cette construction s'impose lorsque l'arbre est calculé, comme c'est généralement le cas, pour fonctionner au-dessus de la première vitesse critique. Il faut, en effet, prévoir, au moment du passage à la vitesse critique, une vibration de l'arbre qui, bien que de courte durée, lorsqu'on prend la précaution d'accélérer à l'instant voulu, suffirait étant donné les faibles jeux que l'on est obligé d'admettre, pour produire un arrachement superficiel de la surface des busclures, si celles-ci étaient fixes.

Pour les moyeux où l'on peut tolérer un jeu plus fort, il est possible de conserver des bagues fixes, bien que cette construction soit à rejeter lorsqu'on dispose d'une épaisseur suffisante à l'ouïe pour placer des bagues mobiles.

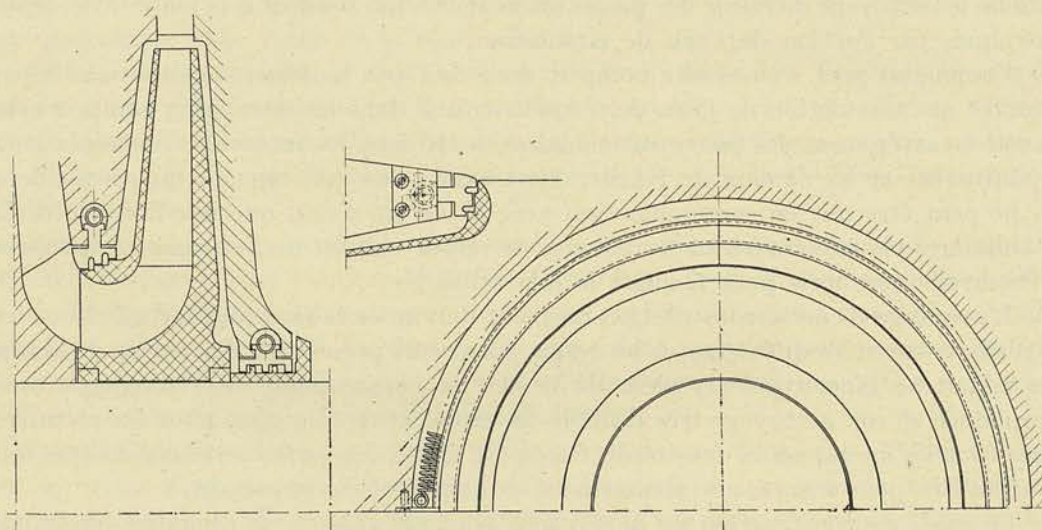


FIG. 292 (échelle 1/5)

La fig. 292 montre le détail des bagues d'étanchéité constituées de 4 pièces chacune, 2 logées dans la moitié supérieure du couvercle, deux dans la moitié inférieure. Ces bagues, glissées dans la rainure appropriée, sont maintenue en contact avec celle-ci par l'action d'un ressort à boudin enveloppant la surface extérieure accroché aux deux extrémités, à deux barrettes fixées au demi-diaphragme correspondant.

Par cette construction, les bagues restent centrées en fonctionnement normal et, lorsque au passage de la vitesse critique l'arbre vibre, ces bagues sont repoussées par

l'arbre dans leur logement sans qu'il en résulte un contact assez dur pour provoquer le grippement.

Nous avons reproduit, fig. 293, l'ensemble du compresseur, montrant la disposition des réfrigérants disposés latéralement de façon que, par l'enlèvement de plaques appropriées formant plancher, on puisse avoir accès aux couvercles et procéder à l'enlèvement pour nettoyage, des faisceaux tubulaires.

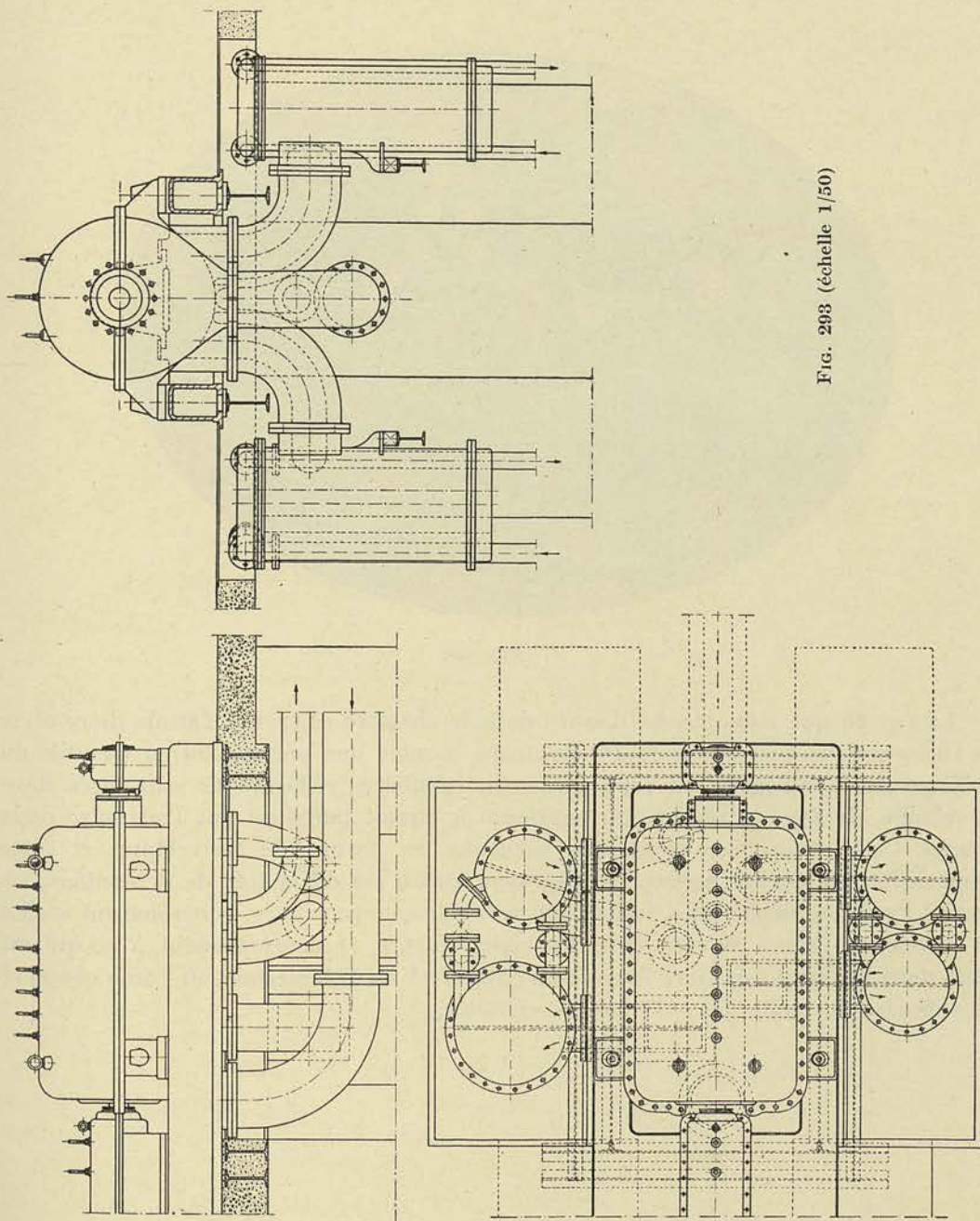


FIG. 293 (échelle 1/50)

Ces réfrigérants sont soutenus, en un point, par l'intermédiaire de ressorts convenablement calculés, sur des poutrelles posées à cet effet dans la fondation ; cette disposition permet une dilatation relativement libre des tubulures de raccord.

Pour dégager la fondation et rendre aussi accessibles que possible les réfrigérants et les tuyauteries, tout le bâti du turbo-compresseur est supporté par des poutrelles posées sur quatre massifs disposés deux par deux aux extrémités de l'ensemble.

La photographie, fig. 294, donne la vue d'ensemble d'un tel compresseur avec la turbine motrice, construit par la *Société des Ateliers de la Meuse*, spécialisée dans la construction de ces machines; elle montre l'aspect très satisfaisant d'un ensemble particulièrement compact et bien étudié.

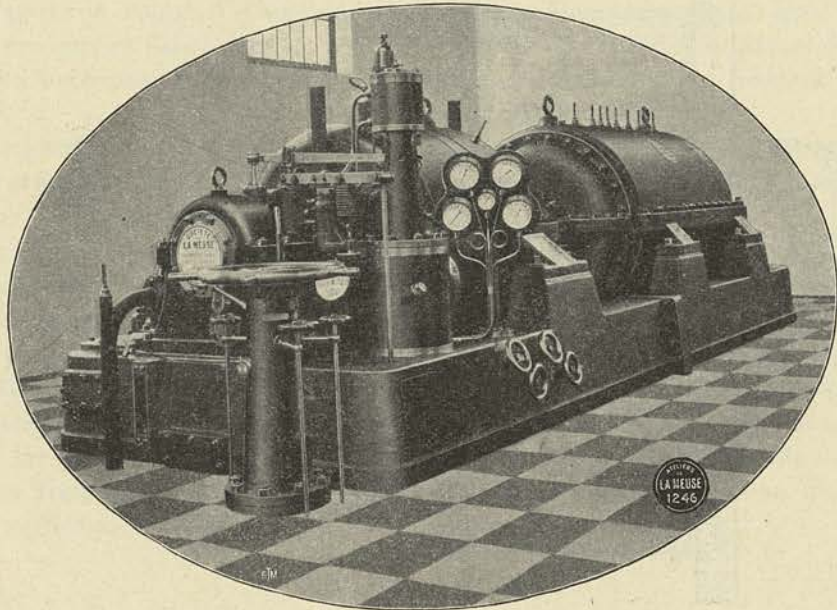


FIG. 294

La fig. 83 que nous avons donnée dans le chapitre réservé à l'étude descriptive des turbo-compresseurs dans le 1^{er} fascicule, montre une autre solution possible du problème de la réfrigération : les faisceaux tubulaires réfrigérants sont logés dans l'enveloppe, de façon à réduire au minimum le circuit parcouru par l'air entre deux groupes. Cette disposition complique beaucoup les formes de l'enveloppe, et cette complication est encore accrue lorsque, pour éviter les difficultés de démontage, on donne à l'axe des réfrigérants, la position verticale comme cela est généralement réalisé par la Société Brown Boveri, dans les types récents, et contrairement à ce qui est figuré dans la vue perspective fournie au chapitre V du 1^{er} fascicule, où l'on a conservé des réfrigérants inclinés à 45° sur la verticale.

DIAGRAMME ENTROPIQUE.

POUR L'AIR.

$[C_p = 0,227 + 0,000038T]$

Echelles

ENTROPIE _ 1Unité = 1250 mm

TEMPERATURE _ 1Degrè = 1/2 mm

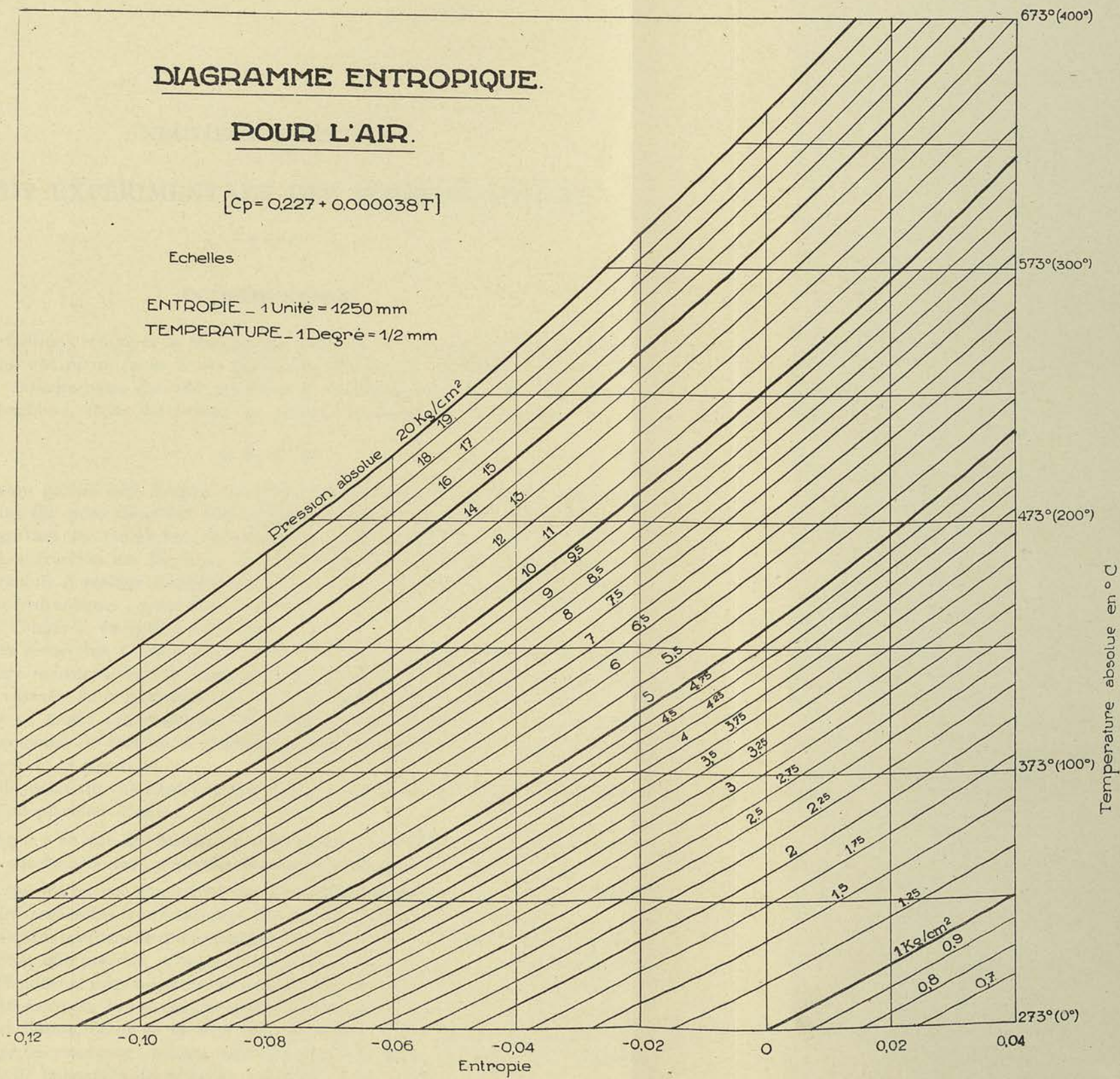


FIG. 285

DIAGRAMME

DE

LES

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

NEUVIÈME FASCICULE

ETUDE EXPÉRIMENTALE DES TURBO-MACHINES

INTRODUCTION

Nous voudrions consacrer la plus grande partie de ce fascicule, au compte rendu des essais qui ont permis pour le cas particulier des pompes centrifuges, de faire la vérification expérimentale des lois générales de similitude énoncées dans la théorie des turbo-machines, et de déterminer les valeurs normales des coefficients :

$$\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1,$$

que nous avons utilisés dans l'exposé de celle-ci. L'ensemble de ces essais n'a pu être mené à bonne fin qu'en disposant d'un appareil spécialement étudié dans ce but, et qu'en poursuivant les recherches avec méthode, pendant plusieurs années au Laboratoire de Construction des Machines de l'Université de Liège. Les résultats acquis nous ont conduit à réaliser ultérieurement une installation semblable pour l'étude des turbines hydrauliques : nous donnerons dans un dernier chapitre une courte description de l'appareil exécuté à cette fin.

De telles recherches ne peuvent, à notre avis, être poursuivies avec succès dans un laboratoire industriel dont la mission est avant tout, il faut bien le reconnaître, d'assurer le contrôle de la fabrication et, éventuellement, d'améliorer par des tâtonnements, plus ou moins systématiques, les détails de construction et les tracés des organes principaux, de manière à répondre le mieux et le plus rapidement possible, aux exigences de la clientèle.

Aussi, du point de vue expérimental, peut-on concevoir deux organisations bien distinctes d'un plancher d'essai :

1) celle qui a en vue des recherches systématiques, scientifiques capables de conduire à des conclusions aussi générales et aussi précises que possible ;

2) celle qui n'a en vue avant tout que le contrôle et qui ne se propose qu'accèssoirement des recherches systématiques sur un type donné de machine.

La conception rationnelle d'un plancher d'essai destiné à la réalisation aussi rapide et aussi précise que possible, d'essais de contrôle et de réception en usine, présente certaines difficultés et nous ne pourrions entrer dans la voie de décrire ici les différentes méthodes utilisées pour la mesure des débits et des puissances, le but poursuivi, dans une telle installation, étant en premier lieu, de réduire les opérations de montage et de démontage des machines à essayer, tout en conservant pour une gamme très étendue de débits et de puissances, la précision nécessaire des mesures à effectuer.

Nous pensons toutefois qu'il y a intérêt ne fût-ce qu'en nous plaçant au point de vue didactique, de présenter d'une façon générale, dans un premier chapitre, la description des principales opérations à effectuer au cours des essais de contrôle et de réception des turbo-machines.

CHAPITRE I

DESCRIPTION GÉNÉRALE DES MÉTHODES DE MESURE UTILISÉES

Le problème qui se pose à l'ingénieur chargé du contrôle de la fabrication ou de la réception du matériel, est de s'assurer en ordre principal :

- 1) du bon fonctionnement mécanique de l'appareil en cause,
- 2) de la réalisation des garanties qui s'énoncent généralement comme suit :

Réaliser avec le nombre de tours normal N , un débit Q m³/heure pour une hauteur manométrique $H'm$, le rendement dans ces conditions n'étant pas inférieur à $\eta\%$, s'il s'agit d'une turbo-réceptrice, ou réaliser avec le nombre de tours N , une puissance N_e chevaux pour une hauteur manométrique de chute $H'm$, et s'assurer que le rendement dans ces conditions n'est pas inférieur à $\eta\%$, s'il s'agit d'une turbo-motrice.

La vérification des garanties ainsi énoncées, suppose que l'on dispose des moyens de mesure nécessaires :

- 1) Pour établir le débit, Q m³/sec., ce qui se fait généralement au moyen d'un bac de jauge ou d'un canal de jauge comportant un déversoir avec ou sans contraction latérale, ou bien encore, au moyen d'une tuyère placée en bout de la conduite de refoulement ou intercalée dans cette conduite ;
- 2) Pour établir la *puissance* N_e chevaux, ce qui suppose une attaque directe par un moteur électrique dont on connaît le rendement, s'il s'agit d'une turbo-réceptrice, l'attaque directe d'une génératrice dont on connaît le rendement, s'il s'agit d'une turbo-motrice ;
- 3) Pour établir la *hauteur manométrique* $H'm$, ce qui exige des manomètres à mercure, si possible, ou des manomètres métalliques préalablement tarés ;
- 4) Pour établir le *nombre de tours* N t/m., ce qui s'obtient au moyen d'un tachymètre ou d'un compte-tours.

§ 1. — Mesure du débit

La mesure de débit peut s'effectuer par la méthode du déversoir appliqué, soit dans un canal recevant l'eau de décharge, soit dans un bac approprié. On peut aussi employer une tuyère ou un Venturi intercalé dans la conduite d'alimentation s'il s'agit d'une turbine, de décharge, s'il s'agit d'une pompe. Le problème important, c'est de disposer les choses de façon que l'alimentation du déversoir à l'amont de l'orifice, réalise un écoulement à filets orientés sans remous appréciables. Pour le cas de la tuyère du Venturi, il importe de disposer celle-ci de façon qu'à l'amont et à l'aval, une portion rectiligne de conduite assure autant que possible un parallélisme des surfaces équipotentiellles. Lorsqu'il s'agit de fluides gazeux, la méthode de la tuyère ou du Venturi est la seule possible. Pour les conduites de grands diamètres, on peut concevoir, toutefois, d'autres procédés, tels que la mesure au tube de Pitot et les mesures directes de la vitesse aux différents points d'une section droite de la conduite, au moyen de l'anémomètre. Comme on le voit, il ne serait pas possible de conserver à notre exposé un caractère général.

L'eau sortant de l'orifice est recueillie dans un bac auquel s'alimente la pompe par le tuyau d'aspiration *a*. De cette façon, l'eau circule en circuit fermé.

Un flotteur *f* permet de déterminer l'épaisseur *h* de la lame au déversoir et de déduire de cette lecture le débit. Nous verrons en appendice, comment par des expériences nombreuses et minutieuses effectuées au cours de près d'un siècle, on est parvenu à établir la valeur du coefficient *m* dont il faut affecter la formule théorique du débit en fonction de *h*, en tenant compte de la contraction de la veine.

Comme les valeurs du coefficient de débit peuvent dépendre de la longueur et de la largeur du bac, de la position du flotteur, de la forme des chicanes lorsqu'il s'agit de forts débits, nous avons pris soin de tarer sur place au laboratoire, l'orifice utilisé.

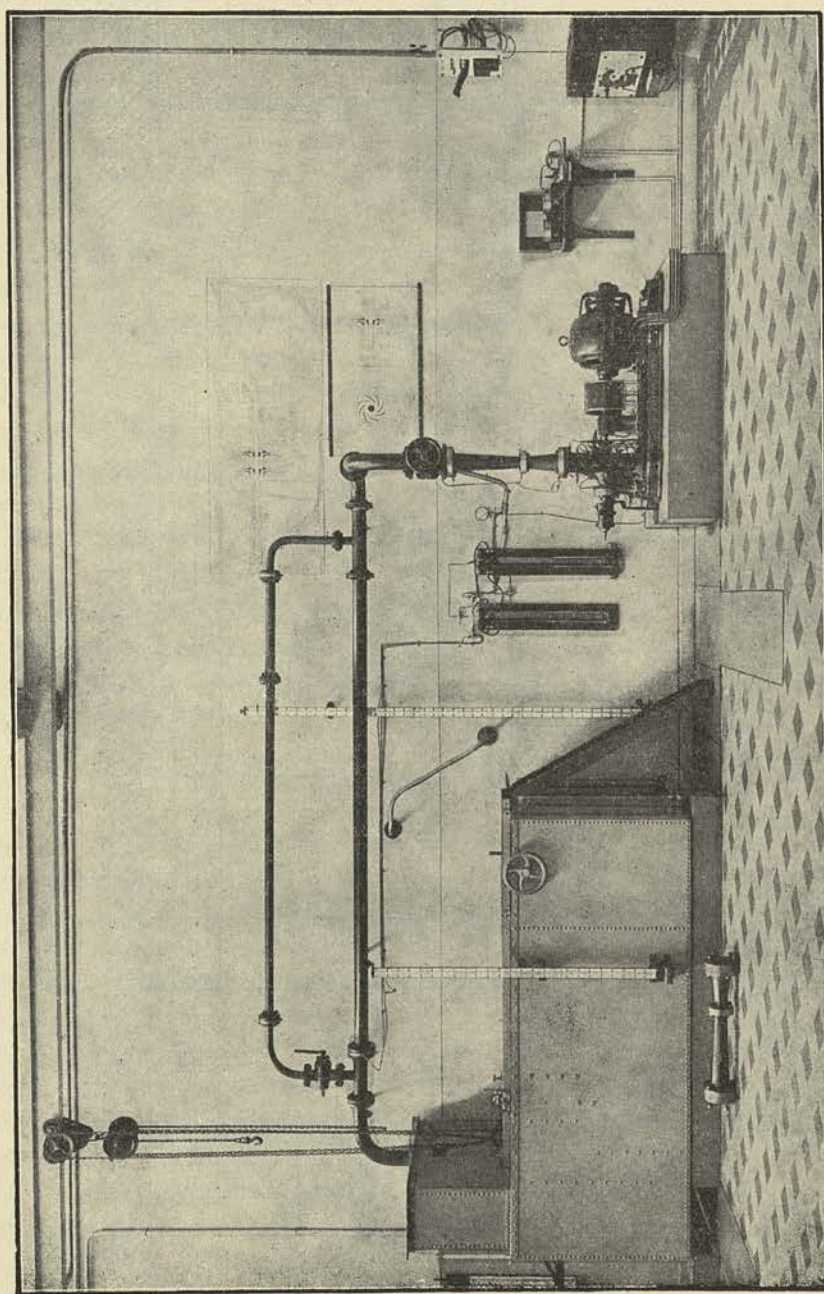


FIG. 296

Lorsqu'en 1920, nous avons repris ces essais, nous avons utilisé le bac de jauge représenté, en photographie, figure 296. L'orifice de ce bac a été taré, lui aussi, par empottement en utilisant la pompe comme moyen d'alimentation. Celle-ci prenait l'eau dans une citerne située sous le bac, et établissait ainsi un circuit fermé. En obturant l'orifice circulaire placé dans le fond du bac d'empottement, au moyen d'un clapet à fermeture rapide (fig. 297), nous pouvions recueillir l'eau dans ce bac, et noter le niveau atteint dans le tube indicateur après un temps t secondes. En raison de l'importance du volume d'eau de la citerne par rapport au bac d'empottement, on peut dire que le régime de la pompe n'était pas modifié pendant la période de l'empottement.

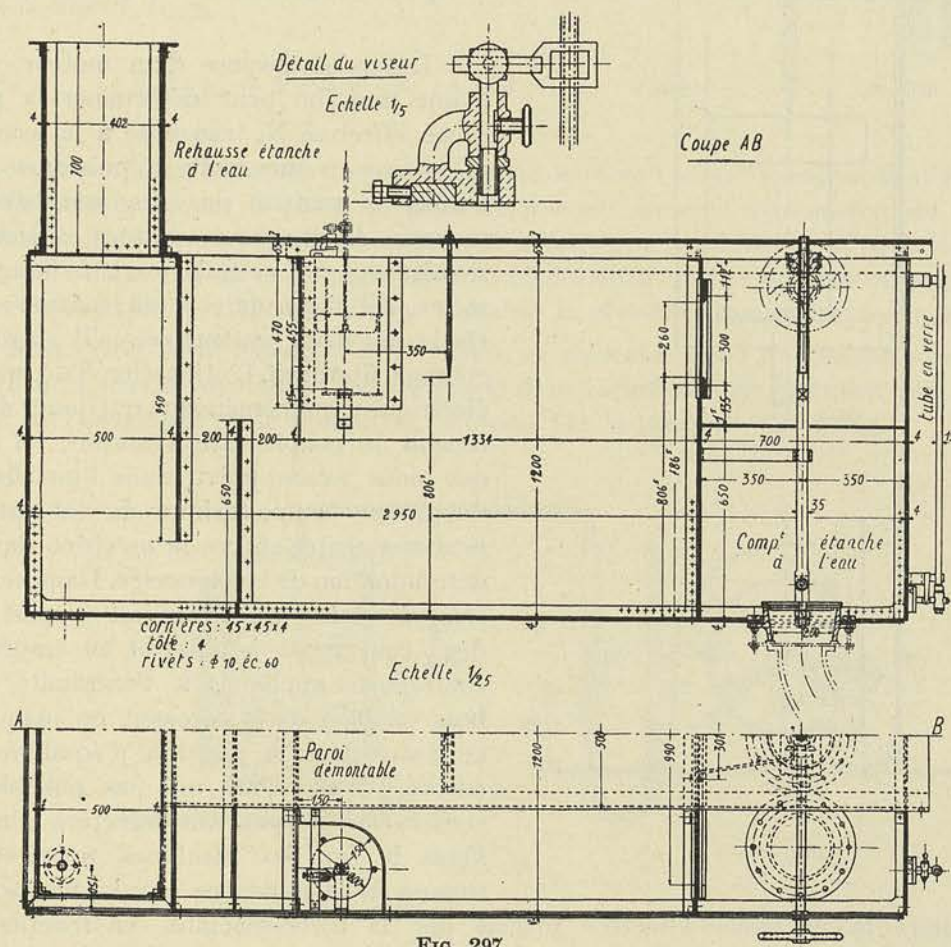


FIG. 297

Le niveau de l'eau en amont de l'orifice était déterminé par les indications d'un flotteur représenté figure 298, dont la règle graduée avait été soigneusement amenée au zéro pour le niveau correspondant exactement au seuil du déversoir. La mise à zéro constitue une opération importante que l'on ne peut effectuer correctement qu'en ayant soin de régler tout d'abord une pointe fixe (voir fig. 297) exactement au niveau du seuil. On peut alors effectuer le remplissage jusqu'à la pointe, en procédant avec précaution par addition de très petites quantités d'eau, jusqu'à ce que le niveau de la nappe atteigne la pointe, moment que l'on peut saisir avec une extrême précision en raison du phénomène de capillarité qui se produit au contact de la nappe. C'est ce phénomène, lui-même, qui aurait rendu tout à fait incertain le réglage du zéro par l'obser-

vation directe du niveau de la nappe sur la crête du déversoir, car, comme on peut s'en rendre compte, ce niveau peut se tenir plus haut que la crête du déversoir de 1,5 à 2 mm, sans que le déversoir débite.

On trouvera en appendice les résultats des principales expériences effectuées sur les déversoirs en mince paroi depuis près d'un siècle, et une synthèse satisfaisante des faits observés.

§ 2. — Mesure de la puissance

Lorsqu'on dispose d'un moteur électrique taré, on peut déterminer la puissance effective N_e transmise à la machine réceptrice en mesurant la puissance aux bornes du moteur par les méthodes de mesures électriques courantes : lectures simultanées au voltmètre et à l'ampèremètre, s'il s'agit de courant continu ; méthode des deux wattmètres, s'il s'agit de courant alternatif. L'utilisation d'un moteur électrique dynamométrique qui donne directement le couple utile transmis, tel celui que nous avons prévu dans l'installation du groupe pompe-turbine du laboratoire, peut augmenter encore la précision dans la détermination de la puissance. Dans ce système, le stator du moteur est supporté sur deux roulements à billes et au moyen de contrepois appliqués à l'extrémité d'un bras solide de la carcasse, on maintient ce stator dans la position d'équilibre. Ici encore, il ne nous est pas possible de conserver à l'exposé un caractère général. Dans le cas des machines motrices, la mesure de la puissance aux bornes permet

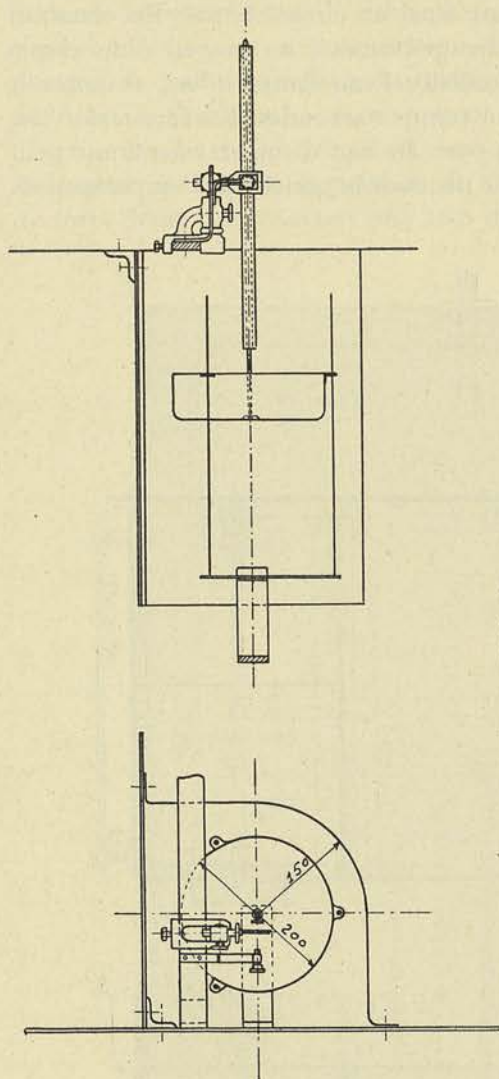


FIG. 298

de déduire la puissance effective fournie par la turbo-machine, en fonction du rendement de la génératrice électrique.

§ 3. — Mesure de la hauteur manométrique

Il est désirable quand on le peut, d'employer des manomètres à mercure. Pour la conduite sous dépression, cela est toujours possible ; pour la conduite sous pression, il ne peut guère en être question pour des pressions supérieures à 5 ou 6 kg, étant donné l'importance de la hauteur de la colonne de mercure correspondant à ces pressions.

Pour la mesure des dépressions au moyen d'un manomètre à mercure, il y a lieu toutefois de s'assurer de la façon la plus rigoureuse que le tuyau qui fait communiquer le point de prise de pression avec le tube du manomètre, est bien rempli complètement

d'eau. Faute de cette précaution, il y a incertitude sur la valeur de la pression déduite de la dénivellation h (fig. 299).

En effet, si nous désignons par p_a la pression atmosphérique, par p_x la pression inconnue au niveau x du point de raccordement avec la pompe, nous pouvons écrire que la pression en a qui est égale à p_a (pression atmosphérique), a pour valeur :

$$p_a = p_x + \left(\frac{h}{2} - n\right) \delta + h \Delta$$

d'où la valeur de p_x :

$$p_x = p_a - h \left(\Delta + \frac{\delta}{2}\right) - n \delta \quad (542)$$

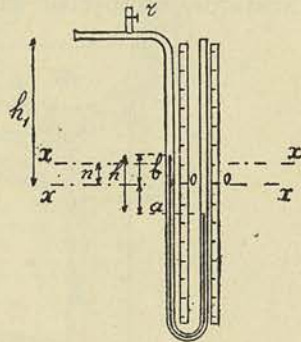


FIG. 299

Cette valeur n'était vraie, bien entendu, que si, comme l'admet le calcul, la tuyauterie qui fait communiquer le point de prise de pression avec le manomètre, est remplie d'eau sans discontinuité. Ce remplissage peut se faire par le robinet r prévu à la partie supérieure du tuyau du manomètre, mais de réelles difficultés se présentent pour éviter la présence de bulles d'air qui tendent à établir la pression atmosphérique en ce point.

Pour éviter cette incertitude, un moyen se présente : celui de raccorder le manomètre à la partie supérieure d'un réservoir dans lequel aboutit le tuyau partant du point de l'enveloppe de la pompe où l'on veut lire la pression (fig. 300).

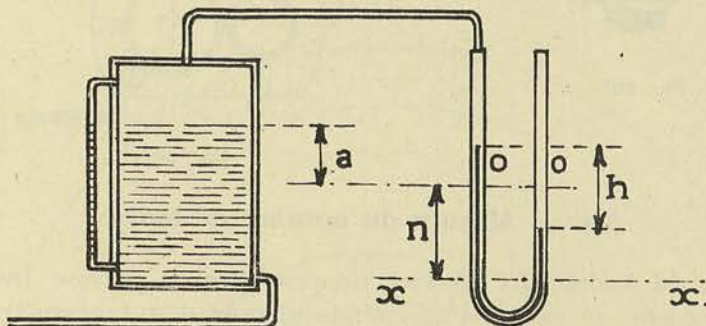


FIG. 300

La formule qui donne alors la pression, peut s'établir comme suit :

$$p_x = p_a - h \Delta + (a + n) \delta \quad (543)$$

car dans ce cas le tuyau du manomètre est alors vide d'eau.

Pour le manomètre à mercure destiné à lire les surpressions, on peut utiliser une disposition avec large cuvette qui permet de considérer le niveau du zéro de l'échelle comme invariable (fig. 301) ou bien employer une cuvette de petite dimension calibrée, qui donne une variation du zéro connue en fonction de la lecture h , et dont on peut tenir compte en graduant l'échelle en conséquence. C'est ce qui a été fait dans les manomètres destinés à la nouvelle installation représentés figure 302.

Lorsqu'on utilise des manomètres métalliques, il est utile d'opérer la vérification de la graduation à des intervalles assez rapprochés au moyen d'une balance hydrostatique appropriée, faute de quoi on s'expose à des erreurs importantes.

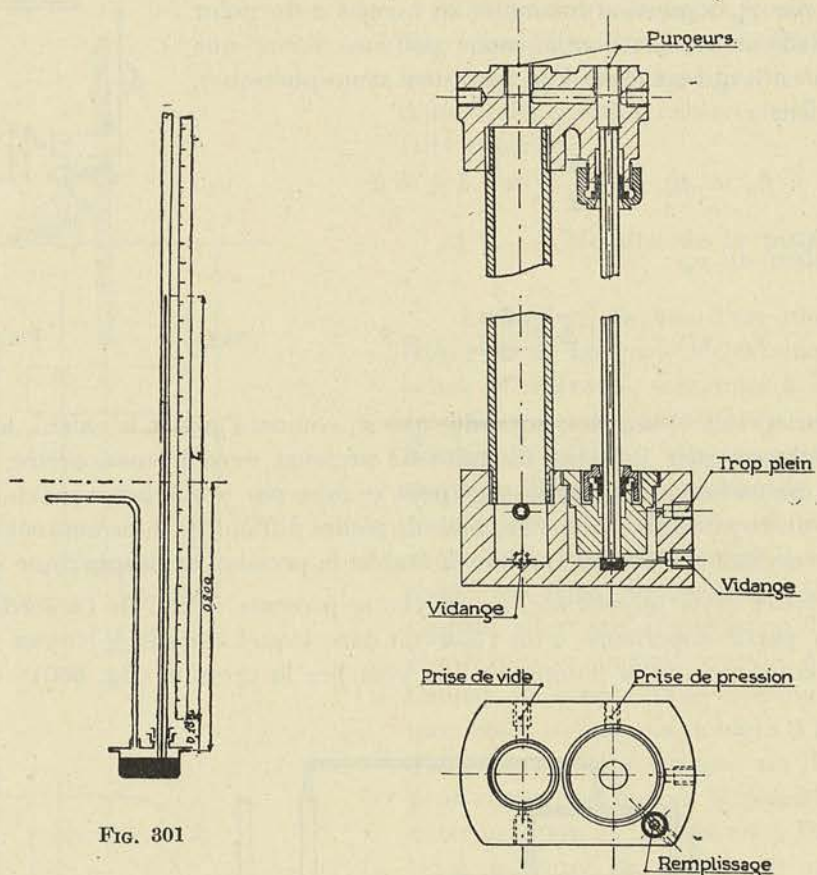


FIG. 301

FIG. 302

§ 4. — Mesure du nombre de tours

L'utilisation du tachymètre permet de connaître la vitesse instantanée. En opérant simultanément au moyen d'un compte-tours et d'un tachymètre pour relever à des intervalles réguliers — toutes les dix secondes par exemple — d'une part, la vitesse instantanée et d'autre part, le nombre de tours réalisé, on peut s'assurer de l'exactitude des indications du tachymètre et éventuellement, déterminer la correction à effectuer pour les différentes régions du cadran.

CHAPITRE II

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA POMPE CENTRIFUGE DU LABORATOIRE DE CONSTRUCTION DES MACHINES

Dans un ouvrage intitulé « Les pompes centrifuges à haute pression » (1), nous avons indiqué les résultats des expériences que nous avons effectuées, en partie avec le concours des élèves, au Laboratoire de Mécanique appliquée de l'Université de Liège

(1) Editeur Bérenger, 1921.

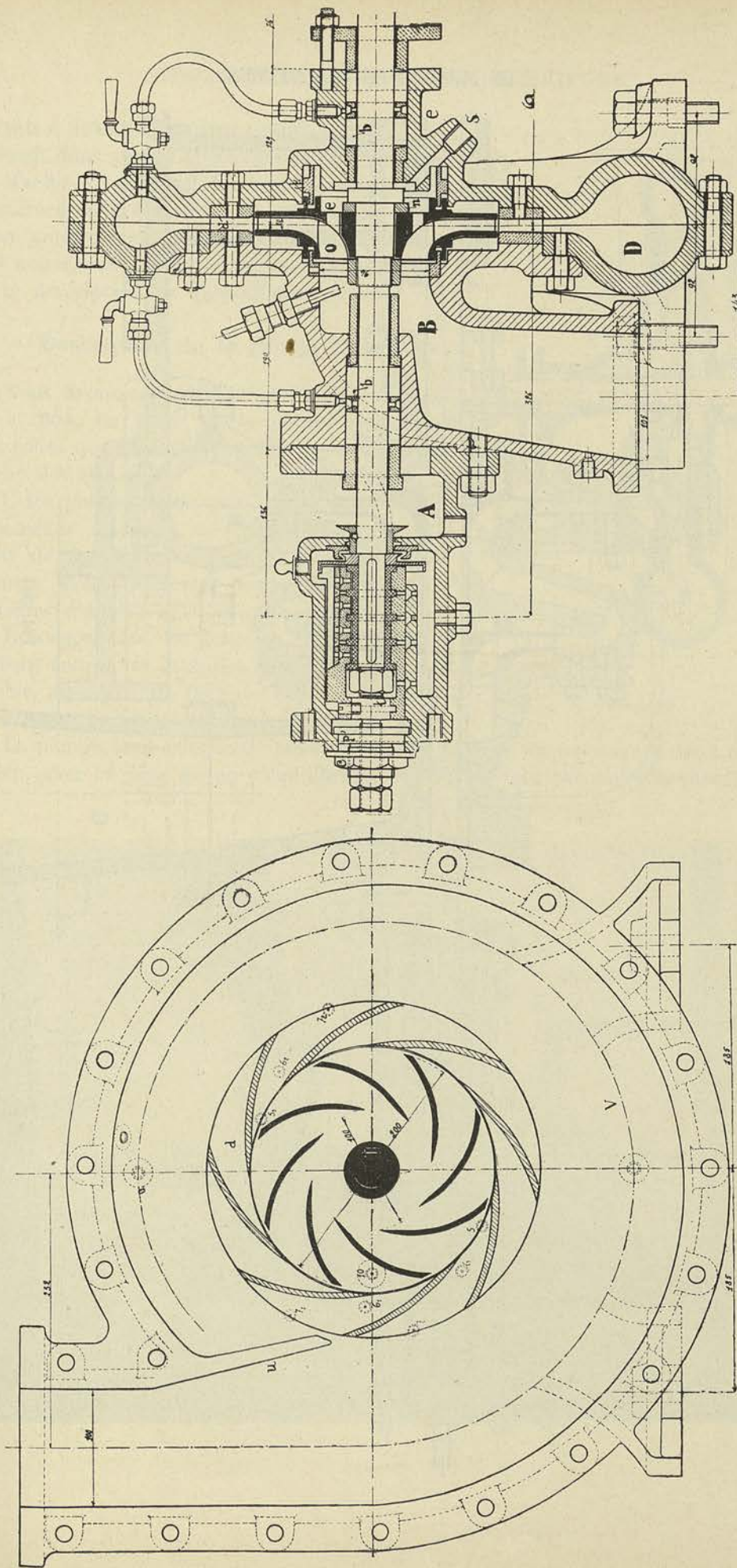


Fig. 303

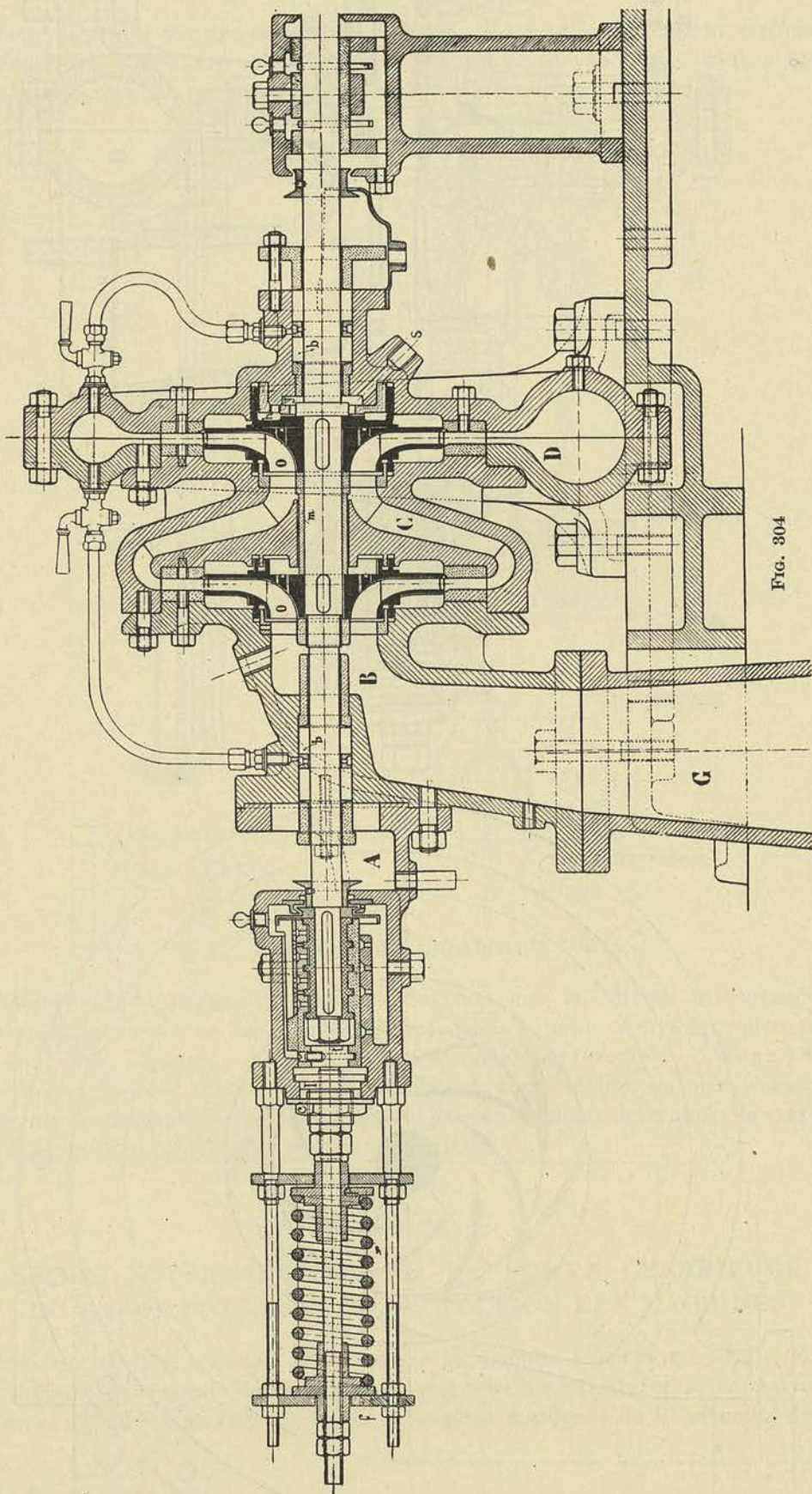


Fig. 304

de 1910 à 1914. Nous avons repris, depuis lors, ces essais dans notre Laboratoire de Construction des Machines, et nous donnerons les résultats complémentaires obtenus, qui sont venus confirmer entièrement les conclusions antérieures. Mais auparavant, nous voudrions donner une courte description de l'installation d'essai.

§ 1. — Description de la pompe centrifuge

Nous avons reproduit, tout d'abord, figures 303 et 304, les plans de la pompe à une ou deux roues, que nous avons spécialement étudiée en vue des essais.

Cette pompe permettait par sa conception, de procéder aisément au remplacement du diffuseur de façon à pouvoir expérimenter successivement avec différentes roues et différents diffuseurs d'angles α_1 croissants.

En supprimant les aubes et en maintenant les deux couronnes latérales en bronze, il était possible, en outre, de faire des essais avec diffuseur à parois parallèles *sans aubes*.

La pompe était conçue de façon à pouvoir réaliser un montage à deux roues en tension, avec ou sans piston d'équilibrage. Un distributeur pouvait être placé à l'ouïe,

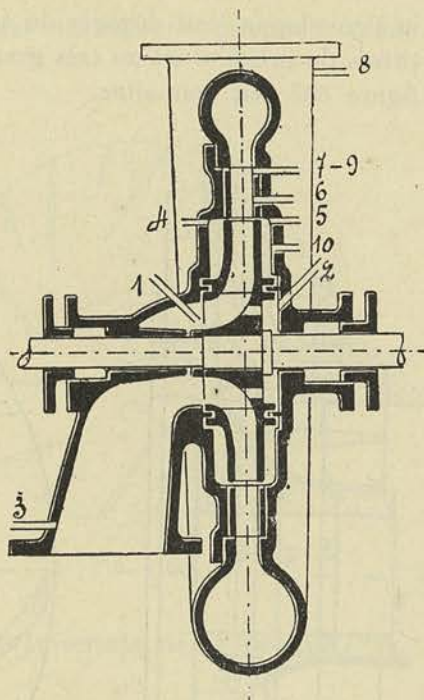


FIG. 305

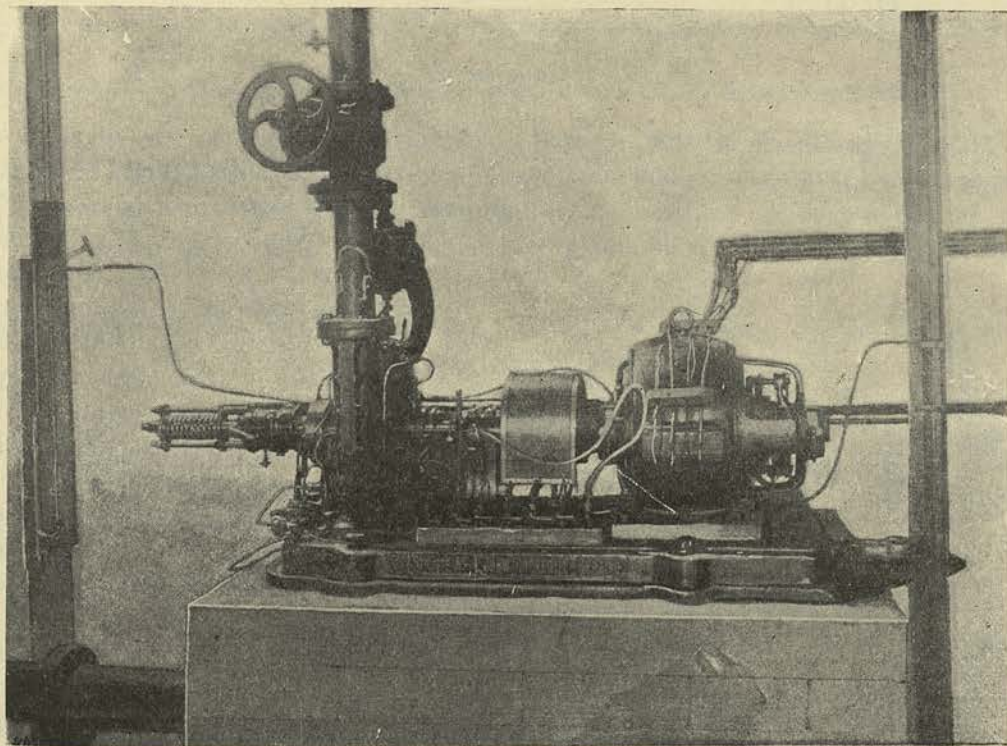


FIG. 306

courtes constituées par des tôles minces engagées dans des rainures pratiquées dans les deux flasques (fig. 309 et fig. 310).

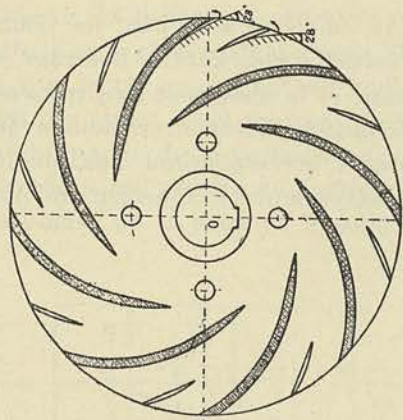


FIG. 309

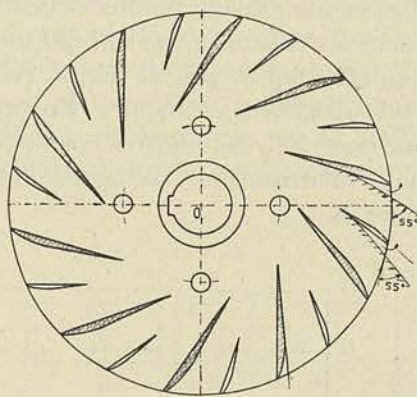


FIG. 310

§ 2. — Essais préliminaires à l'étude expérimentale de la pompe

Notre but n'étant pas de vérifier le rendement de la pompe et de tracer les courbes hauteur-débit pour un nombre de tours N donné, *mais de rechercher dans quelle mesure la théorie mathématique que nous avons exposée, SE VÉRIFIE*, il importait de déterminer avec le plus grand soin par des essais préliminaires, les pertes externes et les fuites, de façon à dégager de la valeur du rendement total $\eta = \eta_i \times \eta_0 (1 - \frac{f}{Q})$, le facteur $(1 - \frac{f}{Q})$ et le facteur η_0 , et déduire en fin de compte T_i , puis le coefficient de puissance $P = \frac{gT_i}{u_1^2}$. C'est dans ce but que nous avons établi successivement :

- A) les pertes dans le moteur,
- B) les pertes externes dans la pompe,
- C) la valeur des fuites.

A. — COURBES DES PERTES DANS LE MOTEUR EN FONCTION DE LA PUISSANCE AUX BORNES POUR DIFFÉRENTS NOMBRES DE TOURS

Nous avons choisi les vitesses 1420, 1620, 1820, 1920 et nous avons utilisé un frein de Prony à circulation d'eau. Les essais ont été conduits de façon que l'écart des points sur la courbe donnant les pertes de puissance en fonction de la puissance aux bornes, ne dépasse pas 2%, c'est-à-dire 0,2% de la *puissance aux bornes*.

B. — COURBE DE LA PUISSANCE ABSORBÉE PAR L'ENTRAÎNEMENT DE LA ROUE DANS L'AIR, PUIS DANS L'EAU

1) En entraînant la roue dans l'air, nous pouvions déterminer la puissance N_f'' absorbée par la rotation de l'arbre dans ses bourrages et paliers, car la perte par frottement de la roue dans l'air peut être négligée lorsque celle-ci est obturée à la sortie, comme c'était le cas, de façon à éviter l'effet de ventilation de la roue.

2) En entraînant ensuite la roue dans l'eau, l'ouïe et la périphérie de la roue étant bouchées, nous pouvions connaître par différence avec les résultats précédents, la valeur de ce que nous avons désigné par N'_f .

Ces essais étaient rendus délicats par suite du fait que sans eau, les bourrages tendaient à s'échauffer : le suif qui imprégnait les cordes constituant le bourrage, devenait, en effet, après peu de temps, relativement fluide et la résistance s'en trouvait dès lors, très sensiblement réduite. En prenant les précautions nécessaires, nous avons pu obtenir pour N''_f des chiffres constants et concordants, correspondant aux conditions normales d'utilisation. La figure 311 donne respectivement en fonction du nombre de tours N :

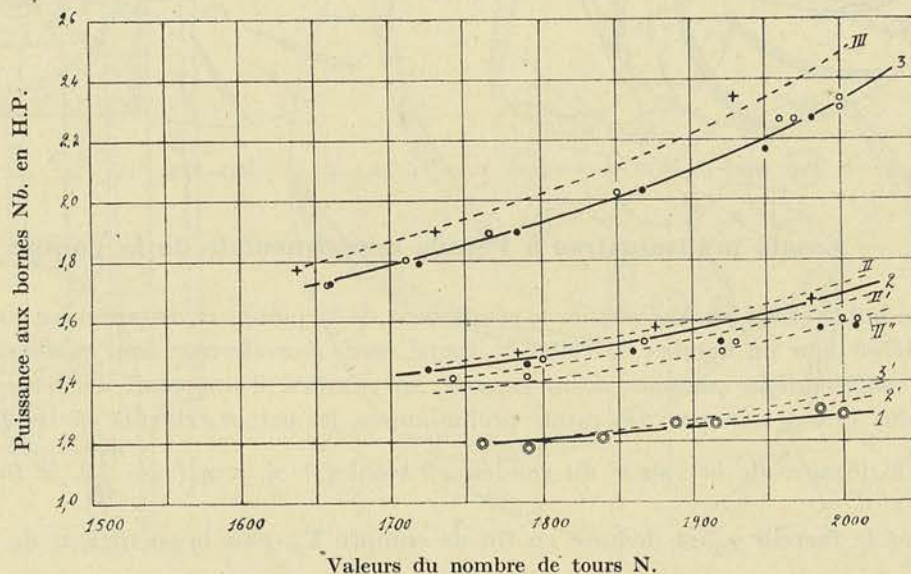


FIG. 311

la courbe 1 : la puissance absorbée par le moteur à vide,

les courbes 2' et 3' : les puissances calculées correspondant à la puissance absorbée par le moteur, lorsque la charge de celui-ci est égale aux puissances indiquées respectivement par les courbes 2 et 3 ;

la courbe 2 : la puissance absorbée par la roue tournant dans l'air ;

la courbe 3 : la puissance absorbée par la roue tournant dans l'eau (sans débit) ;

On peut trouver par différence entre les courbes 2' et 2 la valeur de N''_f et par différence entre les courbes 3' et 3 la valeur de $(N''_f + N'_f)$.

Ainsi un tableau a pu être dressé donnant pour les différents nombres de tours utilisés au cours des différents essais, les valeurs de N'_f et N''_f et partant de N_0 .

C. — COURBE DONNANT LES PERTES PAR FUITE EN FONCTION DE LA DIFFÉRENCE DES PRESSIONS ($p_4 - p_0$)

Nous avons amené l'eau sous pression dans l'enveloppe, la roue étant bouchée à la périphérie et à l'ouïe, puis pour les différents nombres de tours 1420, 1620, 1820, 1920, nous avons mesuré par pesée, la quantité d'eau qui passait par le joint côté ouïe, en fonction de la différence des pressions ($p_4 - p_0$), p_4 étant la pression lue dans

l'enveloppe au niveau de la périphérie de la roue, p_0 étant la pression statique lue à l'ouïe. Grâce à ces essais et sans chercher à les interpréter, il a été possible de déterminer pour toutes les conditions de fonctionnement rencontrées, la valeur de f en fonction de la différence observée ($p_1 - p_0$). Les courbes qui ont servi à ces déterminations sont représentées figure 312. Elles montrent ce fait à première vue inexplicable, que la perte au joint est nulle pour des différences de pression appliquées qui ne sont pas nulles. Cela provient du fait que l'eau se met en rotation dans l'enveloppe, et qu'une partie de la pression relevée à la périphérie est équilibrée par la différence des pressions qui résulte de l'action de la force centrifuge sur la masse comprise entre la périphérie de la roue et le joint.

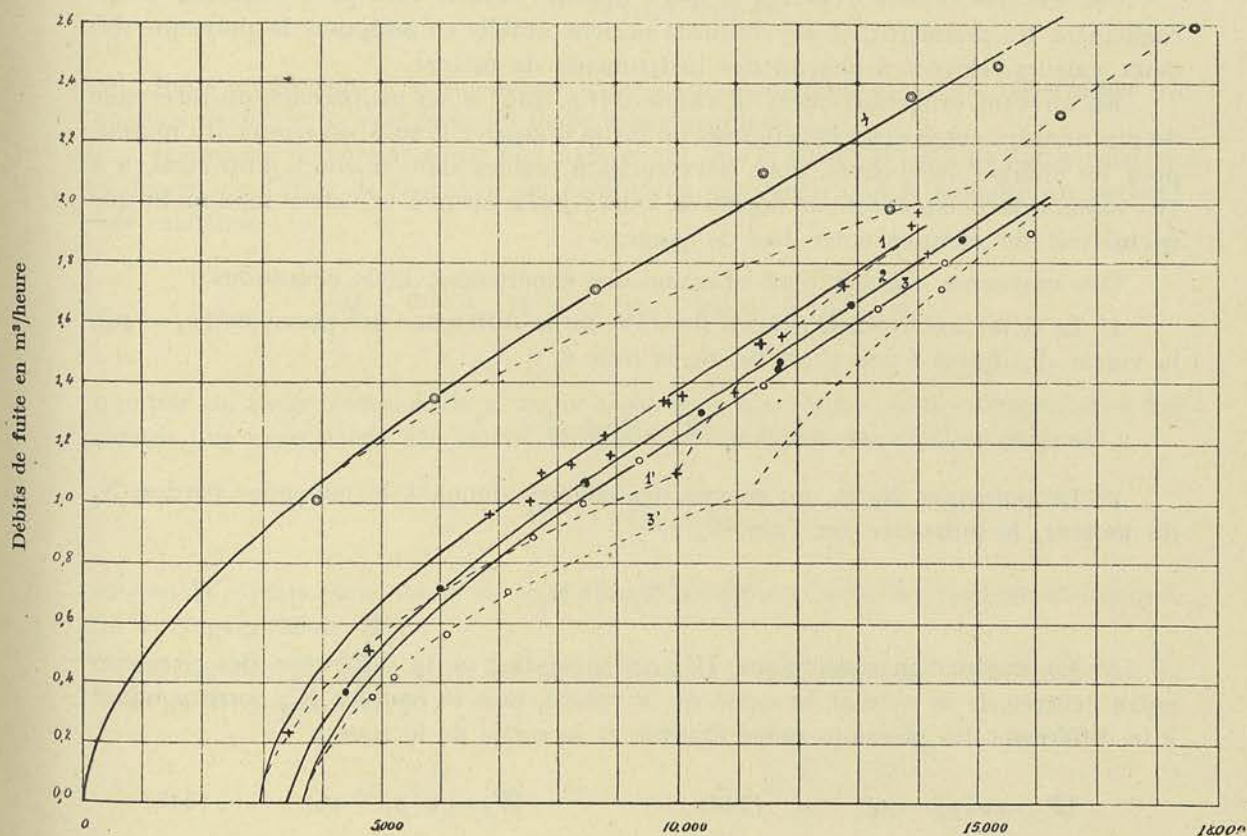


FIG. 312. — Différences de pression en kg/m^2

Signes conventionnels :

Pour $N = 1620$ tours environ +

Pour $N = 1920$ tours environ ○

— $N = 1820$ — ●

— $N = 0$ tour. ⊙

Section minimum de fuite : 85 mm^2 .

§ 3. — Vérification expérimentale de la théorie

Les essais ont été conduits de la manière suivante : la pompe était mise en régime à la vitesse adoptée pour l'essai, avec un débit relativement faible ; après une heure de fonctionnement au moins, à ce régime, le débit extérieur était ramené à zéro, en fermant la vanne de refoulement ; le rhéostat était ensuite réglé de manière à maintenir

la vitesse du groupe à une valeur aussi voisine que possible de la vitesse choisie, et après dix minutes de fonctionnement, des lectures étaient faites simultanément :

a) A l'ampèremètre et au voltmètre pour déterminer la puissance N_b aux bornes du moteur ;

b) Au tachymètre, pour déterminer le nombre de tours N de la pompe ;

c) Aux manomètres, pour déterminer les pressions p_e, p_o, p_1, p_2, p_s respectivement à l'entrée de la pompe, à l'entrée de la roue, à la sortie de la roue, à la sortie du diffuseur et enfin à la sortie de la pompe ;

d) Au flotteur (tout au moins pour les expériences autres que la première) de manière à déterminer l'épaisseur h de la veine au déversoir et à en déduire le débit.

Ces lectures étaient répétées à deux minutes d'intervalle pour contrôler éventuellement les premières, et les résultats étaient établis en adoptant la moyenne des deux valeurs relevées à chacun des instruments de mesure.

En ouvrant progressivement la vanne v (fig. 295) et en maintenant un intervalle de dix minutes entre deux expériences de façon à assurer la mise en régime du moteur pour les charges successives, nous parvenions à réaliser dans le cours d'un essai, 8 à 10 valeurs du débit extérieur depuis la valeur nulle jusqu'à la valeur maximum que permettait de mesurer notre bac de jauge.

Des moyennes établies pour chacune des expériences, nous déduisons :

1° Le débit extérieur Q' , et en fonction de la différence des pressions $(p_1 - p_0)$, la valeur des fuites f puis du débit de la roue Q :

$$Q = Q' + f$$

2° La puissance N_b et, au moyen des courbes donnant la puissance perdue N_p du moteur, la puissance sur l'axe N_e :

$$N_e = N_b - N_p ;$$

3° La hauteur manométrique H'_1 correspondant à la différence des pressions entre l'entrée de la roue et la sortie de la volute, puis la hauteur H'_2 correspondant à la différence des pressions entre l'entrée et la sortie de la roue :

$$H'_1 = v(p_s - p_0) \quad (544) \quad H'_2 = v(p_1 - p_0) \quad (545)$$

En utilisant les tables dressées d'après les résultats d'expériences relatées plus haut, pour la détermination de N_0 , nous calculons ensuite les valeurs de N_i puis de T_i :

$$N_i = N_e - N_0 \quad T_i = \frac{75 N_i}{\delta Q}$$

Enfin, du nombre de tours N moyen, relevé pour chacune des expériences, nous pouvons déduire u_1 puis u_1^2 et enfin :

$$M'_1 = \frac{2gH'_1}{u_1^2} \quad M' = \frac{2gH'_2}{u_1^2} \quad P = \frac{gT_i}{u_1^2}$$

Pour fixer la valeur réelle du coefficient de débit correspondant à chacune des expériences effectuées, il eût fallu connaître le coefficient de contraction k'' de la formule (425), de même que la vraie valeur β_1 de l'angle de sortie des filets fluides. *En l'absence de tout dispositif expérimental permettant de déterminer ces deux facteurs, nous avons tracé tous les diagrammes en fonction des valeurs apparentes de x .*

Ces valeurs, nous les avons déduites de la relation (425) en supposant :

a) $k'' = 1$;

b) β_1 angle réel des filets fluides égal à l'angle β_1 mesuré sur l'aube :

$$x = \frac{Q}{2\pi r_1 l_1 k' \sin \beta_1 u_1} \quad (546)$$

Nous montrerons à la fin de cet exposé comment nous avons pu déterminer les valeurs de k'' et β_1 réel pour les deux roues étudiées.

Il importe de faire ressortir dès maintenant que la valeur M'_1 définie par la relation ci-dessus, ne diffère de la valeur du coefficient manométrique M calculée en partant des relations :

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2}, \quad H' = v(p_s - p_0) + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_0^2),$$

que par un terme fonction de x , facile à calculer. C'est pour réduire l'importance des calculs que nous avons été amené à déduire directement des chiffres observés :

$$H'_1 = v(p_s - p_0)$$

et non H' ; mais nous avons eu soin dans l'évaluation finale du rendement indiqué, de distinguer M de M'_1 .

Désignons par σ_0 et σ_s les sections à l'ouïe en 0 et à la sortie de la volute en s ; nous pourrions calculer :

$$c_0 = \frac{Q}{\sigma_0} \qquad c_s = \frac{Q'}{\sigma_s} = \frac{Q}{\sigma_s}$$

en négligeant ici la différence entre Q et Q' .

En fonction de ces sections, nous déduirons immédiatement :

$$\frac{1}{u_1^2}(c_s^2 - c_0^2) = (2\pi r_1 l_1 k' \sin \beta_1)^2 x^2 \left[\left(\frac{1}{\sigma_s}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_0}\right)^2 \right] = K_1 x^2 \quad (547)$$

terme qui ne dépend, comme on le voit, que des proportions et de x^2 .

En se reportant aux relations qui donnent M'_1 et M , nous voyons que l'on peut écrire :

$$M = M'_1 + K_1 x^2,$$

K_1 étant négatif dans notre exemple.

C'est en suivant cette méthode que nous avons opéré successivement :

- 1) avec la roue de 30° et les 5 diffuseurs disponibles dont un sans aubes ;
- 2) avec la roue de 60° et les mêmes diffuseurs ;
- 3) avec les roues de 30° et 60° munies respectivement de 16 et 20 aubes, au lieu de 8 et 10 que comportaient ces roues dans les essais précédents.

Les diffuseurs à aubes que nous avons repérés par les nos 1, 2, 3, 4, diffèrent l'un de l'autre par l'angle α_1 d'entrée, le n° 1 correspondant à $\alpha_1 = 9^\circ$, le n° 3 à $\alpha_1 = 5^\circ$, le n° 4 à $\alpha_1 = 11^\circ$.

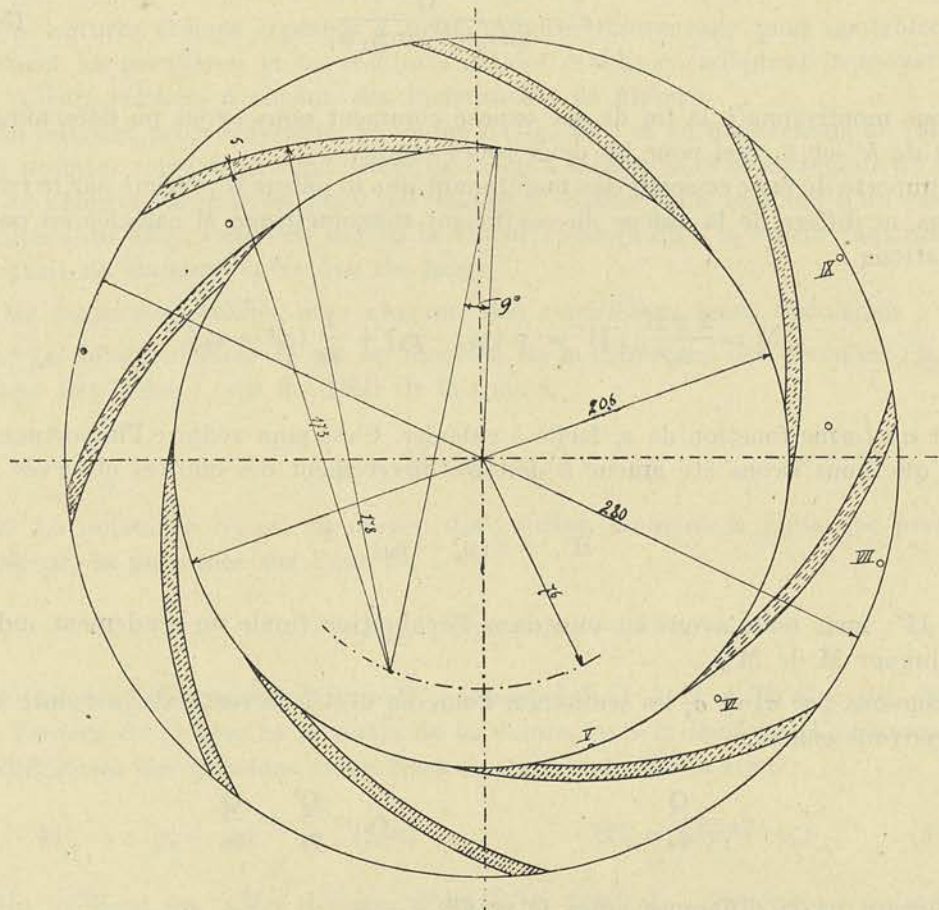


Fig. 313. — Diffuseur N° 1

Entre le n° 1 et le n° 2, il n'y a d'autres différences qu'en ce que les aubes sont amincies vers l'entrée, comme le montre le plan reproduit figure 314, la figure 313 indiquant la disposition n° 1.

On trouvera dans le chapitre III de ce fascicule, les reproductions du plan des diffuseurs n° 3 et n° 4.

Donnons tout d'abord les résultats obtenus dans un premier groupe d'essais, en utilisant une même roue et chacun des diffuseurs ; nous avons déterminé, au moyen des observations faites, les courbes de

M'_1 , M' et P

pour des nombres de tours constants de 1420, 1620, 1820, 1920. Toutes les courbes ainsi obtenues pour une même roue se présentent comme superposables, ainsi que le faisait prévoir la théorie. En fait, les points appartenant aux différentes courbes, se groupent pour former une bande pouvant représenter un écart avec la courbe moyenne de + ou - 1 à 1,5%. Cet écart doit être attribué en partie tout au moins, non à des erreurs de lecture, mais à des perturbations qui se produisent momentanément aux environs des points où l'on relève la pression, particulièrement à l'entrée du tube utilisé pour les prises de pression à l'ouïe. Le régime paraît ainsi varier dans les faibles débits particulièrement, autour du régime moyen, pour des causes infimes et non décelables. Nous avons reproduit figure 315, les courbes caractéristiques donnant M' ,

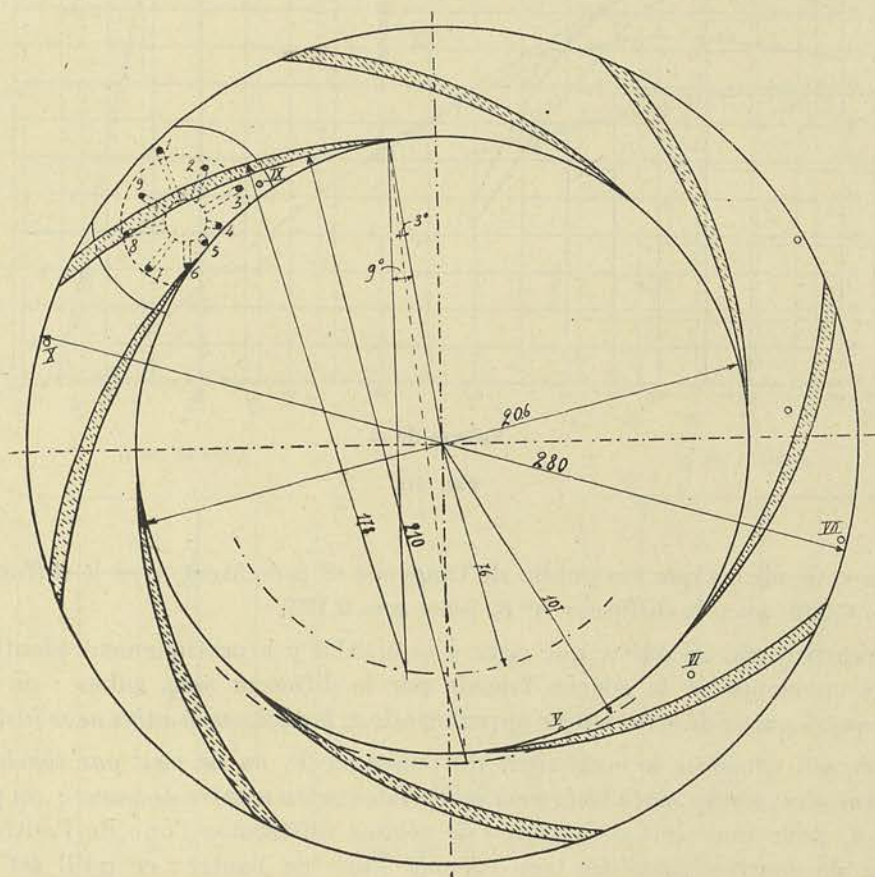


FIG. 314. — Diffuseur N° 2

pour les diffuseurs désignés par les n^{os} 0, 1 et 3 et la roue de 30° à 8 aubes. Les courbes pointillées donnent les valeurs observées pour le coefficient manométrique propre à la roue seule. Bien que nous n'ayons pas opéré avec des débits conduisant à des valeurs de x supérieures à 0,40 pour les diffuseurs à aubes, nous avons prolongé la courbe enveloppe des courbes expérimentales de M_1' en considérant cette courbe enveloppe comme le prolongement de la courbe de M_1' tracée pour le diffuseur sans aubes (n° 0). En soustrayant des ordonnées de cette dernière courbe, le terme $K_1 x^2$ de la formule (547), nous avons obtenu la courbe corrigée en pointillés, correspondant au coefficient manométrique M de la pompe, tel qu'il serait obtenu expérimentalement si l'on pouvait con-

cevoir un diffuseur orientable de façon que le premier élément d'entrée soit dirigé constamment suivant la vitesse absolue de sortie c_1 , QUEL QUE SOIT LE DÉBIT.

Il est logique d'admettre que le point de tangence de la courbe enveloppe avec chacune des courbes (n° 1 et n° 3) donne la valeur de α pour laquelle l'angle de la vitesse de sortie c_1 coïncide avec l'angle α_1 du diffuseur.

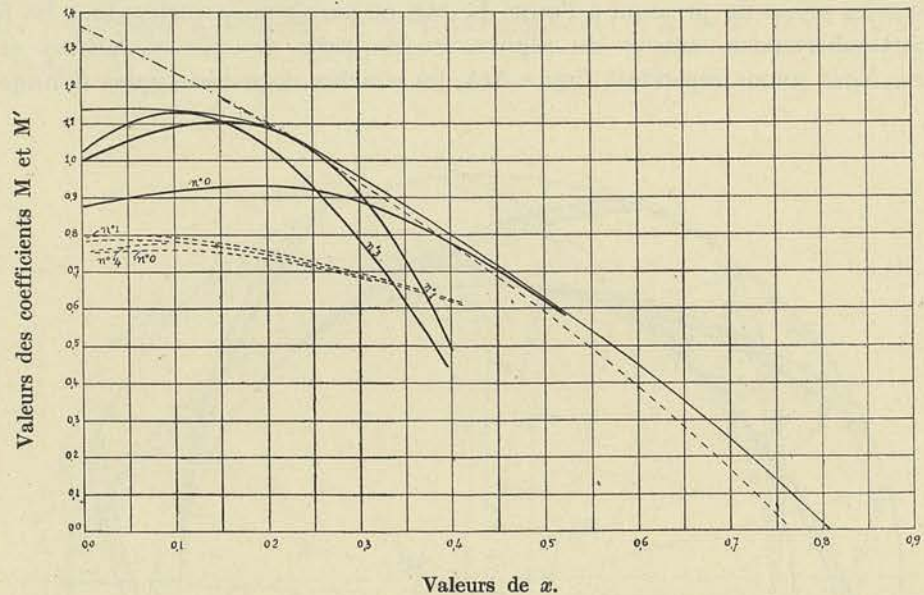


FIG. 315

Nous retiendrons que ces points de tangence se présentent avec le diffuseur n° 1 pour $\alpha = 0,220$, avec le diffuseur n° 3, pour $\alpha = 0,125$.

On remarquera, en outre, que pour $\alpha = 0,40$, il y a pratiquement identité entre la courbe enveloppe et la courbe fournie par le diffuseur sans aubes : on peut en conclure que, à partir de cette valeur apparente de α , le diffuseur à aubes ne se justifie plus.

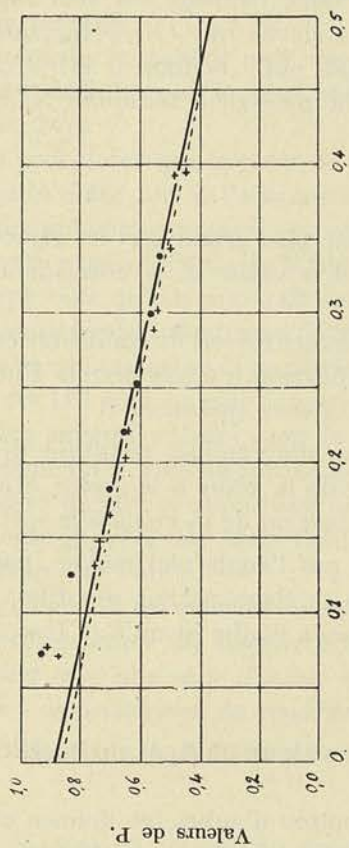
En ce qui concerne le coefficient de puissance P , on ne peut pas conclure aussi nettement que les courbes sont absolument indépendantes du nombre de tours ; on pourrait, semble-t-il, pour une série de vitesses de régime différentes l'une de l'autre, tracer une série de courbes parallèles très voisines l'une de l'autre ; ce qu'il est possible d'affirmer en tout cas, c'est que le coefficient de puissance est une fonction linéaire du coefficient de débit α .

Ce fait capital pour la justification de la théorie que nous avons exposée, ne saurait être mis en doute : nous reproduisons en vue de justifier cette manière de voir, les points obtenus pour les diffuseurs n° 0, n° 2, n° 3 et n° 4 (fig. 316 à 319) dans les expériences à 1620 et à 1920 tours/minute, les points marqués d'une croix correspondant à la première vitesse, les points marqués d'un cercle, à la seconde.

Nous ajouterons, pour que ces diagrammes prennent toute leur signification, que nous n'avons supprimé dans aucun cas et sous aucun prétexte, aucun des points obtenus au cours des expériences.

Si, avec les diffuseurs n° 2 et 3 (fig. 317 et 318), les points obtenus pour les faibles valeurs de α s'écartent davantage de la courbe moyenne, cela tient à ce que, aux faibles

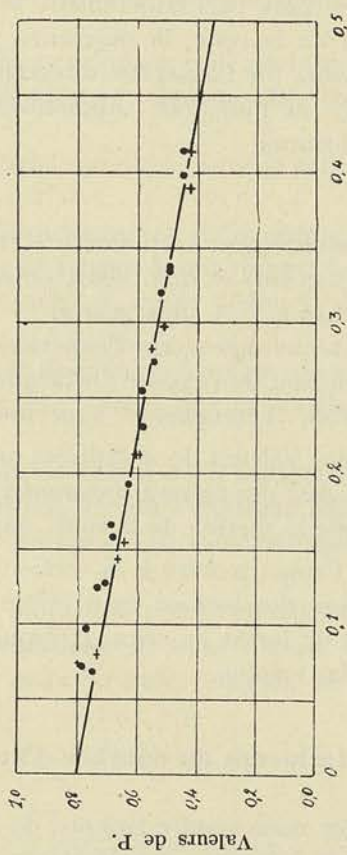
Roue n° 1. Diffuseur n° 2.



Valeurs de x.

FIG. 317.

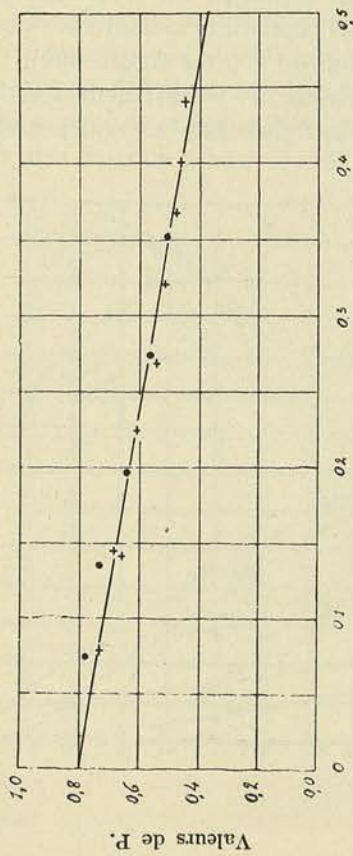
Roue n° 1. Diffuseur n° 4.



Valeurs de x.

FIG. 319.

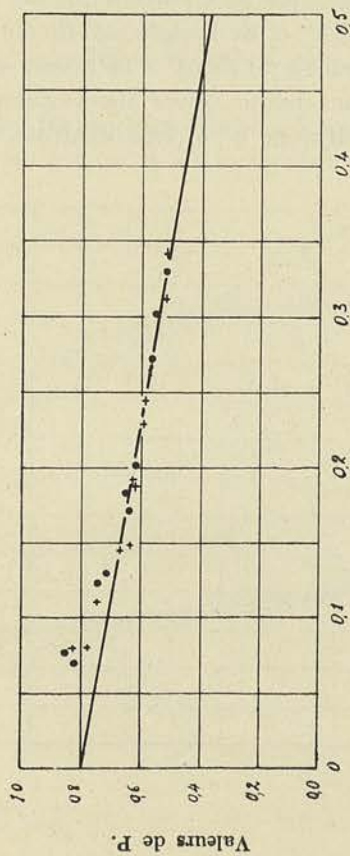
Roue n° 1. Diffuseur n° 0.



Valeurs de x.

FIG. 316.

Roue n° 1. Diffuseur n° 3.



Valeurs de x.

FIG. 318.

débites et plus particulièrement avec un diffuseur dont l'aubage est très rapproché de celui de la roue, la puissance absorbée est plus élevée que ($N_i + N_0$), ainsi que nous avons pu l'observer directement pour le débit nul : comme il est impossible d'évaluer la puissance supplémentaire absorbée, la puissance indiquée N_i calculée par la formule :

$$N_i = N_e - N_0$$

est nécessairement trop élevée et l'écart est d'autant plus grand que les remous sont plus importants et que l'écart entre la valeur de x et la valeur de x_1 correspondant au synchronisme, est plus grand.

Cette première série d'expériences a permis de vérifier les lois de similitude énoncées en conclusion de l'exposé théorique, mais cette vérification n'a pas permis d'identifier les courbes théoriques et expérimentales pour les raisons suivantes :

1) les valeurs de x utilisées en abscisse dans les diagrammes résultant des expériences, sont des valeurs apparentes, la section réelle de la veine à la sortie, étant plus faible que la section de la roue, par suite de la contraction de la veine à la sortie ;

2) l'angle mesuré à la sortie ($180^\circ - \beta_1$) n'est pas l'angle réel moyen, parce que le nombre d'aubes est trop faible pour assurer un guidage parfait des filets et une identité de forme de ceux-ci, depuis la face convexe de l'aube jusqu'à la face concave de l'aube voisine.

§ 4. — Influence du nombre d'aubes sur la vraie valeur de β_1 et du coefficient k''

Pour nous rendre compte de l'influence du nombre d'aubes, et donner une base expérimentale aux considérations exposées ci-dessus à propos du coefficient de contraction k'' et de l'angle réel de sortie β_1' , nous avons repris les essais de la roue de 30° transformée de façon à la munir de 16 aubes au lieu de 8 (voir figure 309).

Nous avons opéré successivement avec le diffuseur n° 0 (diffuseur sans aubes), et le diffuseur n° 4. Les résultats sont donnés par la figure 320, les courbes obtenues

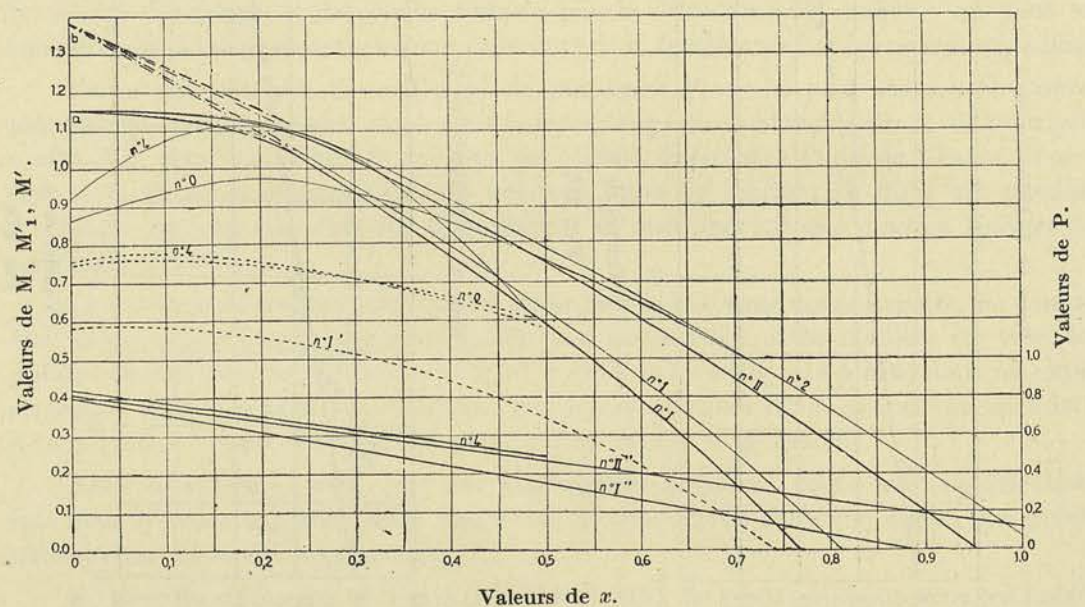


FIG. 320.

pour le coefficient M'_1 étant tracées en trait fin, celles obtenues pour le coefficient M' en trait pointillé.

La courbe portant le n° 2 correspond à la courbe enveloppe; celle portant le n° II en a été déduite par la soustraction du terme K_1x^2 pour chacune des ordonnées (formule 547).

On peut noter que le point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe n° 4, correspond cette fois à l'abscisse $x = 0,255$.

Pour pouvoir comparer ces valeurs de M ainsi trouvées avec celles correspondant à la courbe expérimentale de M obtenue pour la roue n° 1, nous avons reporté la courbe enveloppe telle qu'elle apparaît sur la figure 315, et nous en avons déduit la courbe I par la soustraction du terme K_1x^2 .

En ce qui concerne le coefficient P , sa valeur est donnée en fonction de x par la courbe n° II'' pour ce qui concerne la roue à 16 aubes, tandis que la courbe n° I'' donne ces mêmes valeurs pour la roue à 8 aubes.

Comme on le voit, la courbe de P se relève lorsqu'on augmente le nombre d'aubes, c'est-à-dire qu'elle se rapproche de la courbe théorique, ce qui s'explique par le fait que l'angle β'_1 réel des filets tend à se rapprocher de l'angle β_1 géométrique mesuré sur le tracé de l'aube.

En calculant les courbes du rendement indiqué, on peut se rendre compte toutefois que l'augmentation du nombre d'aubes dans les conditions où nous l'avons réalisée, c'est-à-dire avec une série d'aubes courtes intercalées entre les aubes longues, ne conduit pas à un accroissement du rendement.

En calculant, en effet :

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

nous avons trouvé comme maximum pour la roue à 8 aubes 0,88, tandis que pour la roue à 16 aubes, ce rendement tombait à 0,85.

Les mêmes essais ont été poursuivis avec la roue de 60° à 10 aubes, puis avec la même roue de 60° munie de 20 aubes.

Les courbes de la figure 321 donnent sous la même forme que ci-dessus, les résultats obtenus avec la roue à 10 aubes et les diffuseurs n° 0, n° 2, n° 3, n° 4 (courbes en trait

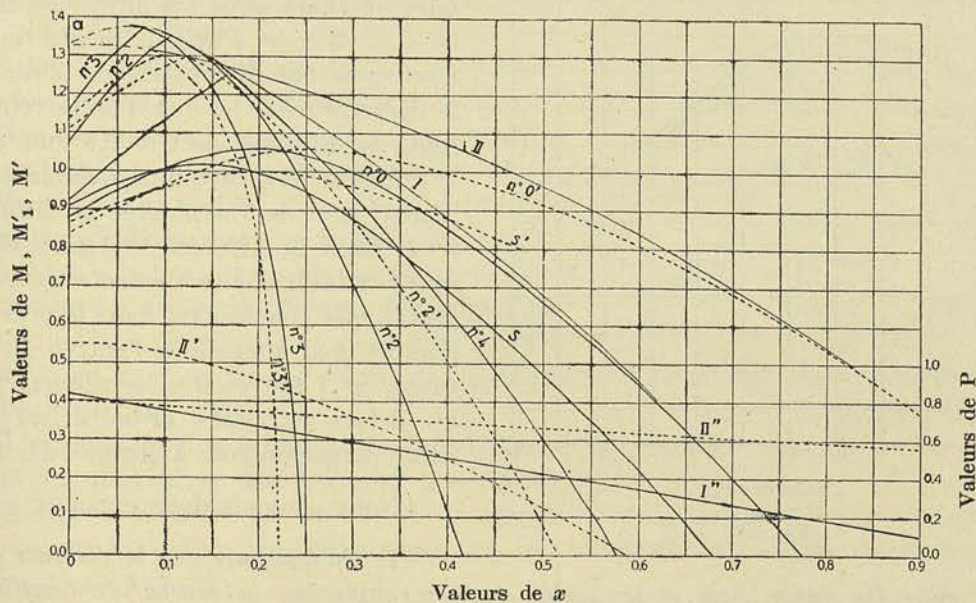


FIG. 321.

plein) puis avec la roue à 20 aubes et les diffuseurs n° 0, n° 2 et n° 3 (courbes en trait pointillé portant les numéros 0', 2' et 3').

Les courbes I et II correspondant aux courbes enveloppes des différentes courbes manométriques, il suffit de soustraire des ordonnées de ces courbes, le terme $K_1 \alpha^2$ dont nous avons donné l'expression plus haut, pour obtenir la vraie valeur du coefficient manométrique M.

Pour ce qui concerne les courbes de P données par les droites I'' et II'' respectivement pour 10 aubes et 20 aubes, on peut se rendre compte que l'on arrive à la même conclusion que ci-dessus, c'est-à-dire l'accroissement du nombre d'aubes a pour effet de rapprocher la courbe expérimentale de la courbe théorique.

Pour identifier les courbes expérimentales avec les courbes théoriques, il ne suffit pas toutefois de tenir compte de l'angle réel, mais encore du coefficient de contraction k'' que nous avons pris provisoirement égal à 1 pour le tracé des courbes expérimentales. Nous reviendrons sur cette question dans les conclusions.

Au point de vue du rendement indiqué, il suffirait de faire le rapport des ordonnées de la courbe de M avec les ordonnées correspondantes de la courbe de P, pour se rendre compte que le rendement indiqué ici encore, tend à décroître lorsque le nombre d'aubes augmente. Bien entendu il ne saurait être question de déduire de cette constatation que le nombre de huit aubes pour la roue de 30°, de 10 aubes pour la roue de 60°, est le plus favorable, les remous qui se forment à la naissance des aubes courtes exerçant une influence défavorable. *Notre avis est qu'il n'y a pas intérêt à ménager des aubes courtes entre les aubes normales, et que pour la roue de 30°, le nombre de huit est bien près de celui qui conduit au rendement maximum. Pour la roue de 60°, nous estimons par contre que douze ou quatorze aubes eussent été préférables.*

§ 5. — Influence de l'entrefer à la périphérie et du distributeur à l'ouïe

Pour nous rendre compte de l'influence de la distance comprise entre les aubes de la roue et les aubes du diffuseur, nous avons reporté sur une seule figure (fig. 322),

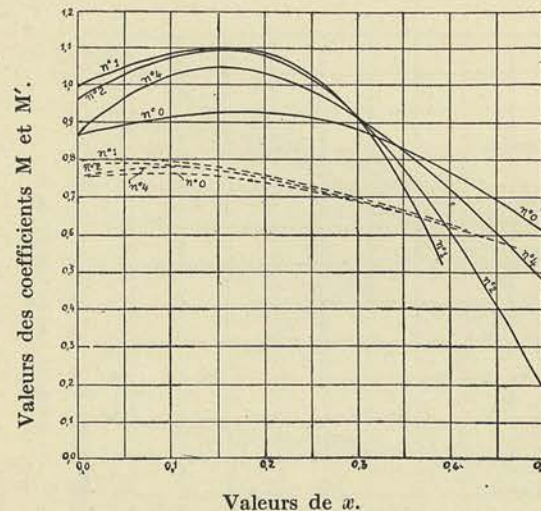


FIG. 322.

les courbes des coefficients manométriques obtenues pour les diffuseurs n° 0, n° 1, n° 2 et n° 4 avec la même roue à 8 aubes de 30°. Il convient de noter que la distance entre les aubes de la roue et celles du diffuseur était de 2,5 mm. avec le diffuseur n° 1, de 3 mm. avec le diffuseur n° 2, et de 5 mm. avec le diffuseur n° 4. Entre le diffuseur n° 1 et le diffuseur n° 2, la différence d'entrefer est négligeable, par conséquent, mais la présence d'aubes non amincies à l'entrée du diffuseur n° 1 fait croître les remous pour les débits inférieurs et supérieurs au débit correspondant à l'angle d'entrée.

Nous pouvons donc conclure :

- 1) *Qu'à mesure que la distance comprise entre les aubes fixes et les aubes mobiles augmente, la courbe du coefficient manométrique tombe et se rapproche de celle trouvée pour le diffuseur sans aubes ;*

2) Qu'en passant d'une distance de 3 mm. (courbe n° 2) à 5 mm. (courbe n° 4), la chute du coefficient manométrique peut atteindre 5 à 6% pour les valeurs de α voisines de 0,2 ;

3) Qu'il existe une valeur de α (0,32 pour notre cas) à partir de laquelle la présence des aubes a pour effet de diminuer le coefficient manométrique, partant la hauteur de refoulement et le rendement.

Il y a lieu d'ajouter qu'il est d'autant plus difficile d'empêcher le ronflement de la pompe que la distance entre les deux aubages est plus faible ; avec les aubes non amincies à l'extrémité il serait à peu près impossible de descendre en dessous de 2 mm.

Pour pouvoir ramener cette distance à 1/2 mm. et même à 1 mm., il est nécessaire d'amincir les aubes de la roue de façon à ne pas dépasser une épaisseur de 1 ou 2 mm. à l'extrémité.

Ces conclusions très nettes en ce qui concerne l'entrefer ayant été établies, nous avons entrepris une deuxième série d'essais en vue de rechercher l'influence sur les courbes caractéristiques d'un distributeur placé à l'entrée de la roue. Le distributeur employé, représenté figure 307, était constitué par 8 aubes radiales dont les extrémités amincies se trouvaient à 46 mm. de l'axe, ce qui portait à 4 mm. la distance radiale entre l'aubage fixe et l'aubage mobile.

Ces essais ont montré qu'ainsi constitué et pour des roues du type centrifuge dont le rayon à l'ouïe est faible par rapport au rayon de la périphérie ($m = \frac{r_0}{r} = 0,5$ dans notre cas), le distributeur n'avait à peu près aucune influence, tant sur la valeur des coefficients manométriques que sur la valeur du coefficient de puissance.

Ce résultat à première vue inattendu, est dû, selon nous, à ce que les aubes distributrices distantes de 4 mm. des aubes mobiles, arrondies de façon à conduire à une arête vive à l'extrémité, n'empêchaient pas les filets de s'incliner à l'entrée de l'aubage mobile, pour donner un angle réel voisin de l'angle β_0 ; l'entraînement des filets dans le sens de la rotation doit provoquer toutefois, lorsqu'il y a un distributeur, une contraction de la veine entre deux aubes voisines qui se traduit par une augmentation de la vitesse réelle à l'ouïe, et par une perte de charge supplémentaire, d'où une diminution du rendement. C'est ce que nous avons pu établir en relevant les pressions à l'entrée du tuyau d'aspiration en 3, à l'entrée de la roue dans le plan de l'ouïe en 1, et enfin à l'entrée de l'aubage mobile, en 0 (fig. 305).

La figure 323 donne les courbes I et III obtenues en portant en abscisse pour une vitesse de rotation constante, les valeurs de la vitesse c' atteintes dans le plan de l'ouïe, c'est-à-dire à l'entrée du distributeur et en ordonnée les valeurs exprimées en mètres d'eau de

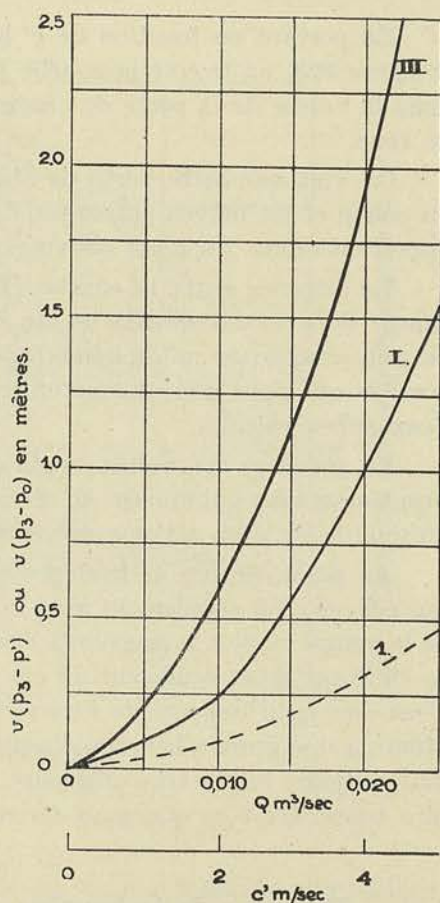


FIG. 323

$$v(p_3 - p') \text{ et } v(p_3 - p_0)$$

Nous désignerons par p' la pression absolue relevée dans la section d'entrée du distributeur, par p_0 la pression absolue relevée à l'entrée de l'aubage mobile, c'est-à-dire à la sortie du distributeur, par p_3 la pression relevée à l'entrée du tuyau d'aspiration en 3.

En vertu de la relation de Bernouilli, on sait que l'on a

$$v(p' - p_3) + h + T_f + \frac{1}{2g}(c'^2 - c_3^2) = 0$$

Les sections en 3 et 1 étant connues, il est possible de calculer le terme $\frac{1}{2g}(c'^2 - c_3^2)$ en fonction de Q . D'autre part, les valeurs des pressions lues au manomètre à mercure ayant été ramenées à ce qu'elles seraient si les points de prise des pressions se trouvaient au niveau de l'axe de la pompe, le terme h doit être considéré comme nul. Dans ces conditions, compte tenu des sections, il est possible d'écrire

$$T_f = 0,001(p_3 - p') - 816 Q^2$$

En portant en fonction de c' la valeur du terme $816 Q^2$, dans le diagramme de la figure 323, on trouve la courbe pointillée 1. La distance des courbes 1 et I donne donc la valeur de la perte de charge entre l'entrée du tuyau d'aspiration et l'ouïe de la roue.

On voit que cette perte de charge est très appréciable en raison de la présence du coude et du moyeu entourant l'arbre au centre, moyeu qui détermine des remous importants dans les filets convergeant vers le distributeur.

La distance entre la courbe III et la courbe I qui tient compte de la perte de charge dans le distributeur et de l'accroissement de vitesse entre les deux sections, ne peut s'expliquer qu'en admettant un fort accroissement de vitesse, et celui-ci n'est possible que pour une contraction très importante de la veine fluide se formant entre deux aubes voisines.

La présence des aubes, on le conçoit, ne saurait amener que des perturbations supplémentaires qui nuisent au rendement, sans accroître le coefficient manométrique, puisque la rotation à l'ouïe des filets, n'est réduite que très partiellement.

Au point de vue de la dépression à l'entrée de l'aubage mobile, on peut retenir que celle-ci croît rapidement avec la vitesse c' à l'ouïe, et qu'entre la pression à l'entrée de la pompe en 3 et la pression à l'entrée de l'aubage en 0, il peut y avoir une différence se chiffrant dans beaucoup de cas par plus de 2 m. lorsque la vitesse atteint 4 m. C'est dire qu'il importe de limiter la vitesse à l'ouïe à 4 m. et moins, lorsque l'on a affaire à une grande hauteur d'aspiration, puisque la dépression à l'entrée de l'aubage doit toujours rester très inférieure en valeur absolue à la pression atmosphérique la plus basse. C'est ce que nous ferons ressortir dans le paragraphe suivant.

§ 6. — Influence de la hauteur d'aspiration sur les courbes caractéristiques.

Limite de la hauteur d'aspiration

Les essais dont nous avons rendu compte jusqu'à présent avaient été effectués avec une hauteur d'aspiration nulle ou presque nulle, et cela notamment pour rendre impossible toute rentrée d'air par les bourrages.

On conçoit que la moindre quantité d'air entraînée à l'aspiration a pour effet de changer les conditions de fonctionnement assez profondément. Tout d'abord, la densité du fluide mis en mouvement diminue, et partant la hauteur *exprimée en mètres d'eau* diminue; ensuite le fonctionnement devient rapidement défectueux par suite de la formation de poches d'air dans la volute.

Il importe donc, lorsqu'on opère avec une hauteur d'aspiration assez importante, de s'assurer que l'injection d'eau sur les bourrages est suffisante pour maintenir un écoulement vers l'extérieur. Tant que la rentrée d'air est nulle, le fonctionnement de la pompe reste sans changement pour autant toutefois, que la hauteur d'aspiration ne dépasse une certaine valeur qui dépend en ordre principal de la vitesse à l'ouïe. A partir de cette valeur, la pression fournie par la pompe tombe rapidement avec le débit, et l'on entend un bruit caractéristique à l'entrée qui correspond à ce que l'on a appelé *la cavitation*.

Pour mettre en évidence ce phénomène et essayer d'établir les conditions à réaliser en vue d'éviter son apparition, nous avons effectué, en 1923, une série d'expériences, avec des hauteurs d'aspiration croissantes, en prévoyant à l'entrée du tuyau d'aspiration, c'est-à-dire au départ du bac de jauge, un clapet profilé dont nous pouvions régler la position avec précision.

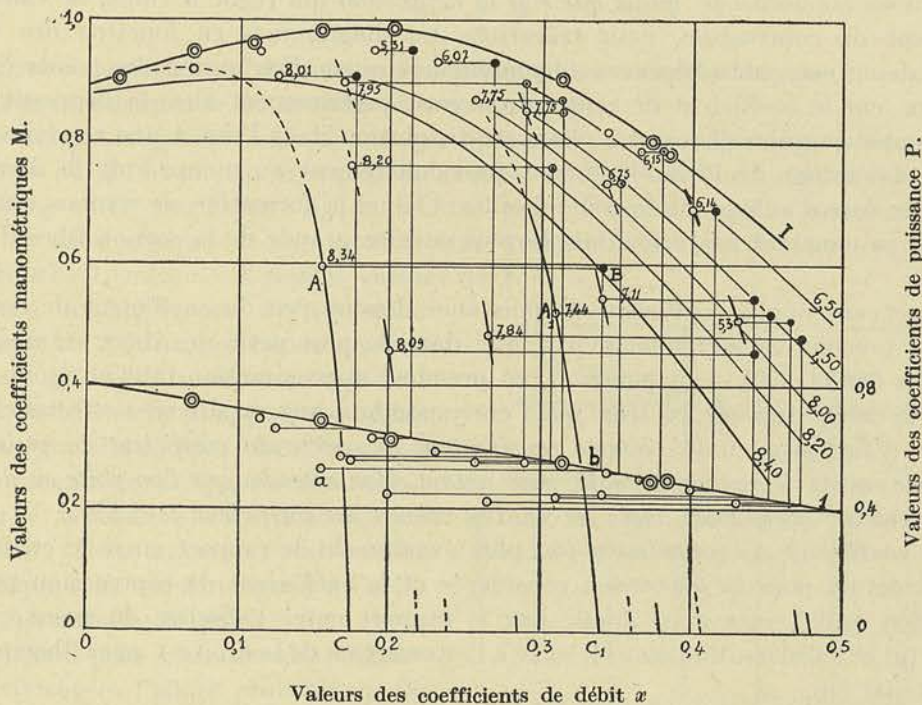


FIG. 324

Nous avons d'abord repris le tracé de la courbe du coefficient manométrique et du coefficient de puissance avec la roue de 30° et le diffuseur sans aubes, la hauteur d'aspiration étant maintenue nulle. Les points obtenus dans ces expériences sont indiqués sur la figure 324 par un double cercle. Cette courbe coïncide avec celle obtenue antérieurement pour la même roue et le même diffuseur n° 0.

Nous avons opéré un premier jour avec une vitesse de 1450 t/m, et une hauteur manométrique d'aspiration variant de 8,20 m. pour les débits moyens, à 6,15 m.

pour les forts débits, tandis que le second jour nous avons maintenu une vitesse de 1900 t./m. environ, et une dépression comprise entre 6,75 et 8,34.

Ces dépressions étaient obtenues en relevant la pression à l'entrée de la roue au moyen d'un tube-sonde bouché à l'extrémité et percé latéralement d'un trou, orienté ainsi perpendiculairement au courant.

Les points obtenus au cours de ces essais sont indiqués sur les diagrammes de la figure 324, tant pour le coefficient manométrique que pour le coefficient de puissance ; les chiffres indiqués à côté des points donnant le coefficient manométrique, se rapportent à la valeur de la dépression correspondante.

Ces points sont absolument épars et il paraît impossible, à première vue, de coordonner les résultats obtenus, plus particulièrement encore pour ce qui concerne le coefficient de puissance.

Une première observation, pourtant, peut être faite : le coefficient de puissance diminue en même temps que le coefficient manométrique, lorsque la dépression augmente à l'ouïe ; ainsi, pour 8,34 m. de dépression, le coefficient manométrique passe de 0,985 à 0,600 pendant que le coefficient de puissance tombe de 0,68 à 0,53.

Remarquons tout d'abord que ces diagrammes sont obtenus en portant en abscisse les valeurs apparentes de x , c'est-à-dire celles obtenues en calculant w_1 par la formule (425), dans laquelle le coefficient de contraction est supposé égal à l'unité.

Si nous connaissions, *quelle que soit la dépression* qui règne à l'ouïe, la valeur du coefficient de contraction, nous tracerions les diagrammes en fonction des vraies valeurs de x : nous obtiendrions évidemment une autre distribution des points expérimentaux, car le coefficient de contraction varie certainement avec la dépression. En effet, à mesure que celle-ci croît, l'air en dissolution dans l'eau a une tendance à se séparer davantage de l'eau elle-même, particulièrement au moment de la déviation à l'entrée dans l'aubage de la roue, facilitant ainsi la formation de remous entre les aubes et provoquant une réduction de plus en plus grande de la section libre d'écoulement.

Observant que le coefficient de puissance dépend peu du coefficient de contraction k'' , puisque celui-ci n'intervient que dans le plus petit des deux termes en x (formules 389 et 390), nous pourrions, en première approximation tout au moins, considérer la droite 1 tracée en trait plein correspondant aux expériences effectuées avec hauteur d'aspiration nulle, *comme représentant la courbe du coefficient de puissance, quelle que soit la dépression à l'ouïe, pour autant, bien entendu, que l'on porte en abscisse non les valeurs apparentes, mais les VRAIES valeurs du coefficient de débit x .*

Le coefficient de contraction (ou plus exactement le rapport entre le coefficient de contraction pour la dépression considérée et le coefficient de contraction pour la dépression nulle), sera ainsi donné par le rapport entre l'abscisse du point expérimental (a) et l'abscisse du point (b) situé à l'intersection de la droite 1 avec l'horizontale passant par (a).

Pour obtenir la vraie position du point donnant le coefficient M en fonction des vraies valeurs du coefficient de débit, il suffira donc de déplacer le point A sur l'horizontale jusqu'à l'intersection en B avec la verticale passant par (b).

Nous avons répété cette construction pour tous les points obtenus, et marqué d'un point noir les résultats correspondant à la vitesse de rotation voisine de 1900 tours, tandis que les points correspondant à la vitesse voisine de 1450 tours étaient indiqués par un point noir très petit, entouré d'un cercle. Cette fois, les points rectifiés ne sont plus épars, mais ils se groupent de façon à se trouver sur des courbes de même allure et de plus en plus plongeantes. Nous avons tracé les courbes qui passeraient *vraisemblablement* par les points fournis par des expériences effectuées à 1900 tours, avec des

dépansions de 8,40 m., 8,20 m., 8,00 m., 7,50 m. et 6,50 m., *s'il était possible d'opérer avec une dépression rigoureusement constante, quel que soit le débit de la pompe.*

Nous ferons remarquer qu'une telle tâche, si elle était réalisable, demanderait des semaines pour son exécution car, avec les fortes dépressions, le régime est très instable et les résultats varient d'un instant à l'autre et très fortement sans cause extérieure appréciable. Le degré de précision de la méthode destinée à rechercher la vraie valeur de x n'en serait d'ailleurs pas grandement accru, car, pour trouver les points b , donnant les vraies valeurs de x , force est de supposer implicitement que les points expérimentaux tels que (a) correspondent à des valeurs moyennes : c'est, en effet, en les ramenant, faute de pouvoir faire mieux, sur la courbe moyenne, que nous avons déterminé les points b , alors que ces points b devraient nécessairement se trouver tantôt au-dessus, tantôt en dessous de la courbe moyenne.

Nous nous sommes tenu, dans cette étude, à un degré d'approximation relativement grossier, comme on peut le voir, mais qui nous paraît très suffisant pour donner une explication des phénomènes qui se produisent aux fortes dépressions à l'ouïe, et pour fixer les chiffres de correction à utiliser dans les calculs.

Une première conclusion, que nous pouvons tirer à présent, en examinant les courbes transformées de M , c'est que le rendement indiqué, qui est donné par la formule

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

diminue avec la dépression à l'ouïe, mais beaucoup moins rapidement que ne semblerait l'indiquer la diminution du coefficient manométrique.

Remarquons que si nous avons pu opérer avec une dépression à l'aspiration constante de 8,34 m., par exemple, la courbe de M tracée en fonction des *valeurs apparentes*, aurait pris l'allure AC, le débit au point C représentant ce que nous avons appelé le *débit critique*, et elle serait restée vraisemblablement toujours en dessous de la courbe I, même aux faibles valeurs de x .

Avec une dépression à l'aspiration plus faible de 7,44 m., cette courbe serait passée de AC à A_1C_1 se séparant très lentement de la courbe I et pour un débit relativement élevé. Pour une dépression encore plus faible, de 6,00 m. ou 6,50 m., la courbe n'aurait changé d'allure que pour une valeur apparente de x plus grande que celle qui correspond à l'utilisation normale de la pompe.

Traçant pour chacune des dépressions envisagées l'allure probable de la courbe du coefficient manométrique en fonction des valeurs apparentes de x , nous avons déterminé la valeur de x_c correspondant au débit critique, puis la

valeur de ce débit critique et enfin la vitesse à l'ouïe correspondant à celui-ci. En portant ensuite, en abscisse, les vitesses et en ordonnée, les dépressions, nous avons obtenu les points du diagramme figure 325, les points noirs correspondant à la vitesse de 1900 tours, les cercles à la vitesse de 1450 tours. Tous ces points paraissent se grouper sur une seule courbe, indiquant que la dépression limite varie *surtout*, *si pas exclusivement*, avec la vitesse à l'ouïe.

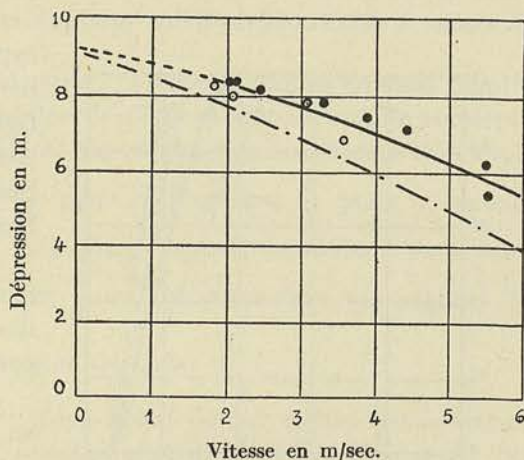


FIG. 325.

Comme il faut nécessairement faire fonctionner la pompe très en dessous du débit critique, la courbe en trait mixte pourrait être considérée comme indiquant la vitesse limite à l'ouïe en fonction de la dépression à l'aspiration.

Avec une vitesse de 4 m/sec., que nous avons conseillé de ne pas dépasser, on voit que la dépression manométrique à l'ouïe doit rester inférieure à 6 m.

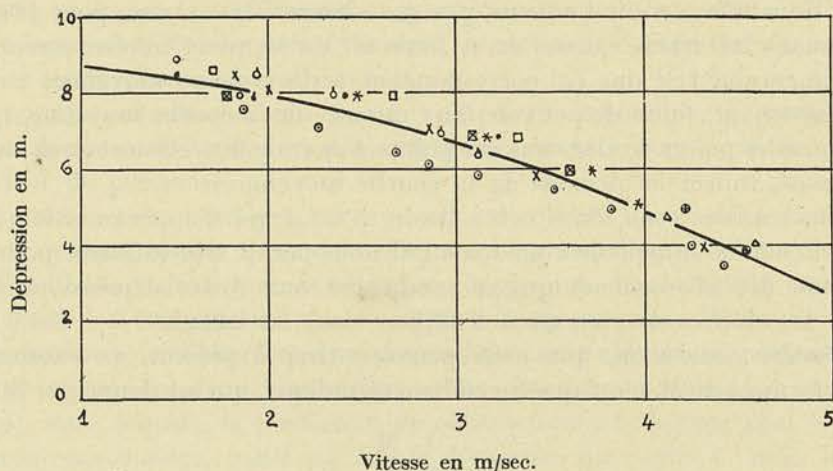


FIG. 326.

Des expériences faites par la *Société de Constructions électriques de Charleroi* et dont les résultats ont été publiés récemment dans le bulletin ⁽¹⁾ que cette firme fait paraître périodiquement, il résulte que la conclusion à laquelle nous avons abouti, à savoir que la hauteur limite d'aspiration ne dépend que de la vitesse à l'ouïe, est générale et non particulière à notre type de pompe. Opérant avec des roues de différents tracés et de différentes grandeurs, à aubes radiales et à aubes hélicoïdes, le service des essais a déterminé le débit critique et la limite d'utilisation possible de chaque

type; les points obtenus semblent se grouper sur une courbe unique que reproduit la figure 326, de même allure que la nôtre, toujours en dessous de celle-ci, puisque nos points se rapportent à la vitesse critique à l'ouïe et non à la vitesse utilisable.

On comprend tout l'intérêt de cette conclusion au point de vue de la prédétermination des dimensions d'une pompe répondant à un programme imposé.

En conclusion, ce qu'il importe donc, en se plaçant au point de vue du rendement, comme au point de vue de la conservation de la pompe, est de ne pas dépasser la hauteur manométrique pour laquelle le coefficient de contraction descend en dessous de 0,8 pour

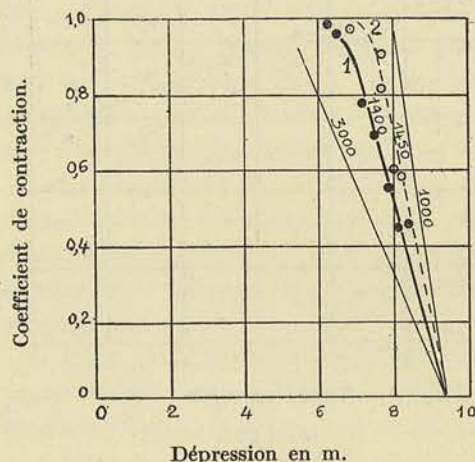


FIG. 327.

fixer les idées. Il est même préférable, lorsque cela est possible, de s'en tenir à une valeur telle que la courbe du coefficient manométrique *en fonction des valeurs*

(1) Avril-Juin 1924.

apparentes de x reste sensiblement en coïncidence avec la courbe I, qui correspond à une dépression nulle. On peut dire, toutefois, qu'il n'est possible de réaliser ce desideratum que pour autant que la hauteur manométrique d'aspiration ne dépasse pas 6,50 m. et que la vitesse à l'ouïe soit relativement faible, ainsi que nous l'avons fait ressortir.

Remarque. — Il peut être intéressant de rechercher comment varie, pour notre pompe, le coefficient de contraction en fonction de la hauteur d'aspiration. Nous avons porté pour cela en abscisse (fig. 327) les dépressions correspondant aux points figurés dans les diagrammes du coefficient manométrique, et en ordonnée les coefficients de contraction, pour 1900 tours et pour 1450 tours ; ces points se groupent sensiblement sur des lignes droites passant par l'abscisse 9,30 m.

Faute d'avoir pu analyser mathématiquement les phénomènes qui provoquent la contraction à l'ouïe, il nous est impossible de généraliser et de dire notamment ce que deviendraient ces courbes pour d'autres vitesses de rotation.

Cependant, si nous admettons comme un fait établi expérimentalement que le débit critique ne dépend, pour une hauteur d'aspiration donnée, que de la vitesse à l'ouïe, nous pouvons en déduire que les ordonnées des courbes (1) et (2) (fig. 327) doivent croître, pour une même abscisse, dans le rapport inverse des nombres de tours. En effet, si nous traçons en fonction du débit Q , pour deux vitesses de régime, N_b et N_c , les courbes donnant H' en fonction de Q , ces courbes auront l'allure indiquée en trait

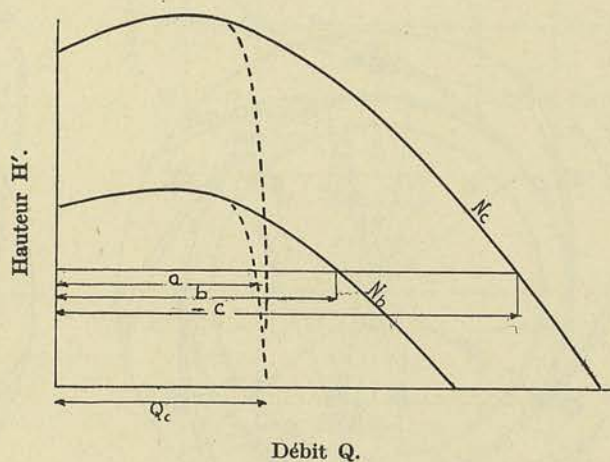


FIG. 328.

fort (fig. 328) pour une hauteur d'aspiration nulle ; l'allure indiquée en trait pointillé correspondra à une hauteur d'aspiration donnée, le point d'ordonnée nulle correspondant au débit critique Q_c . Comme le coefficient de contraction est donné très approximativement par le rapport des abscisses $\frac{a}{b}$ pour la première, $\frac{a}{c}$ pour la seconde,

on voit que le rapport des deux a pour valeur $\frac{c}{b}$. Or, $\frac{c}{b}$ est proportionnel au rapport des nombres de tours $\frac{N_c}{N_b}$.

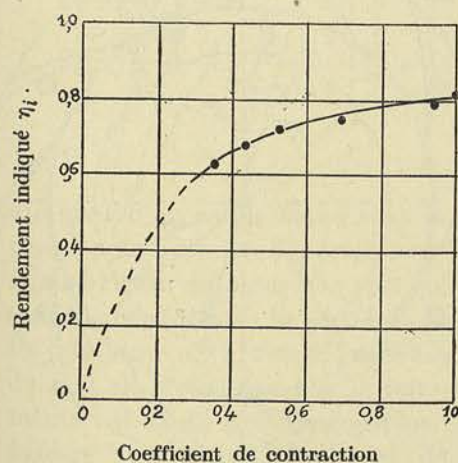


FIG. 329.

Nous avons déduit de ces considérations les courbes probables du coefficient de contraction en fonction de la dépression à l'ouïe pour 3000 et pour 1000 tours, ces courbes pouvant, à défaut de mieux, être utilisées pour une pompe de plus petites ou de plus grandes dimensions.

Pour compléter ces données, nous avons tracé (fig. 329), pour la valeur apparente $x = 0,3$, la courbe du rendement indiqué en

fonction du coefficient de contraction à 1900 tours. On peut admettre jusqu'à un certain point que cette courbe est indépendante de la vitesse de rotation et, partant, on peut déduire des deux derniers diagrammes, le coefficient de contraction et le rendement indiqué correspondant à une dépression donnée à l'ouïe, pour une vitesse de rotation déterminée.

§ 7. — Résultats obtenus avec 4 diffuseurs nouveaux

Nous reproduisons ci-dessous les figures 330, 331, 332, 333 représentant les 4 diffuseurs d'angles croissants tracés par la même méthode, en arc de cercle; ces 4 diffuseurs nous ont servi à reprendre de façon plus systématique, les expériences antérieures avec la roue n° 3 à huit aubes allongées de 2,5 mm., de façon à porter le diamètre $2r_1$ de la roue, à 205 mm.

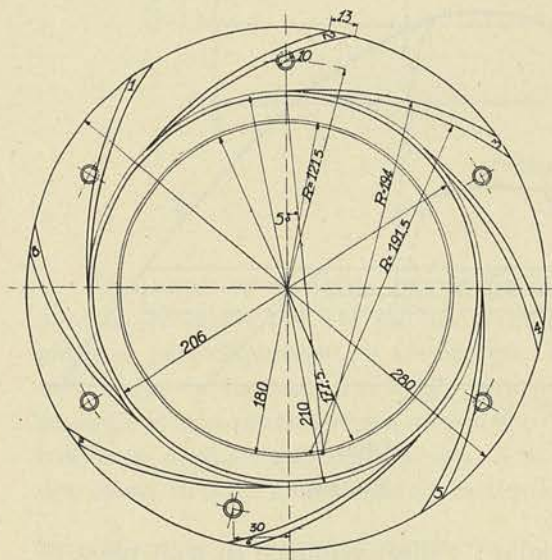


FIG. 330

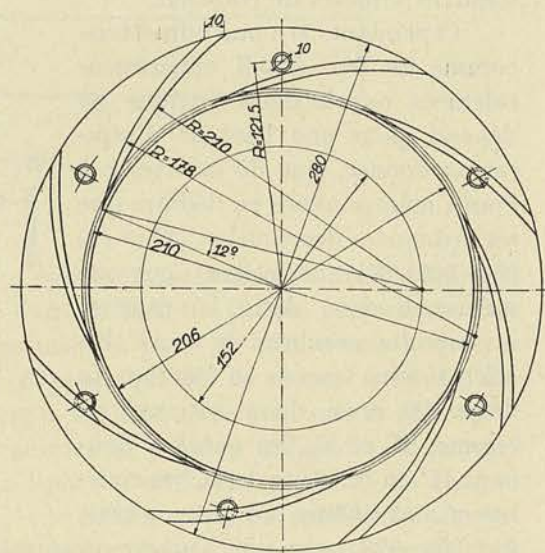


FIG. 331

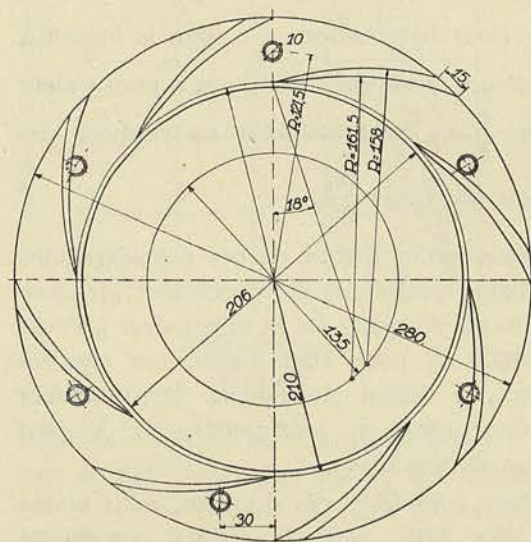


FIG. 332

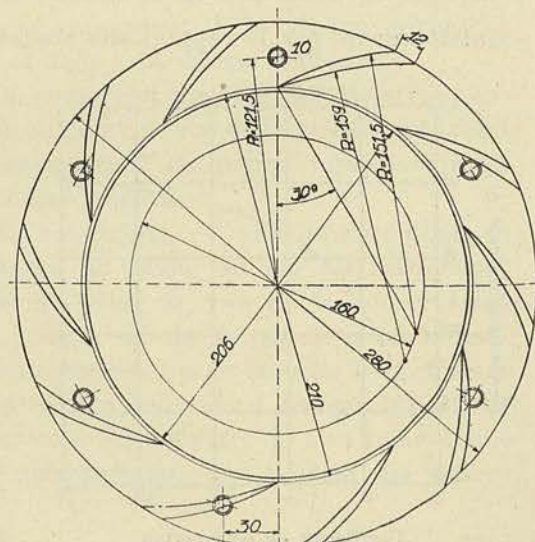


FIG. 333

Les essais effectués en 1929 ont été conduits de la même manière que précédemment, et nous donnons pour les 4 diffuseurs, les courbes 334, 335, 336 et 337 de P, M et M' (M' valeur correspondant à la roue seule). Les courbes de la figure 338 donnent les mêmes courbes pour les expériences avec diffuseur sans aubes (n° 0). Les points

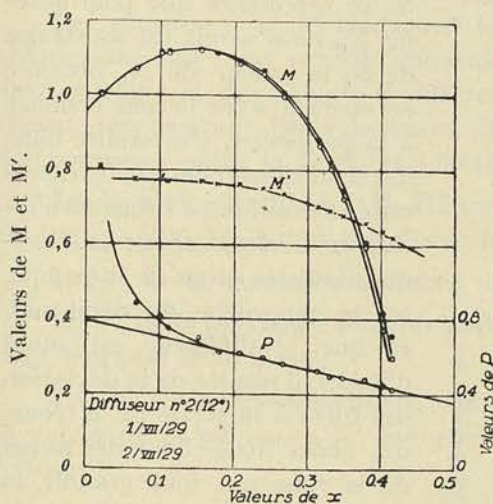


FIG. 334.

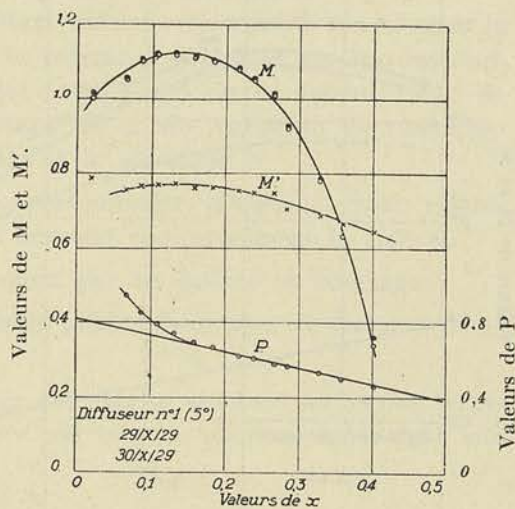


FIG. 335.

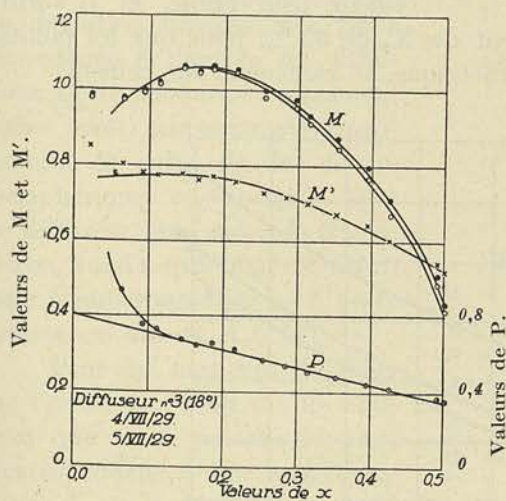


FIG. 336.

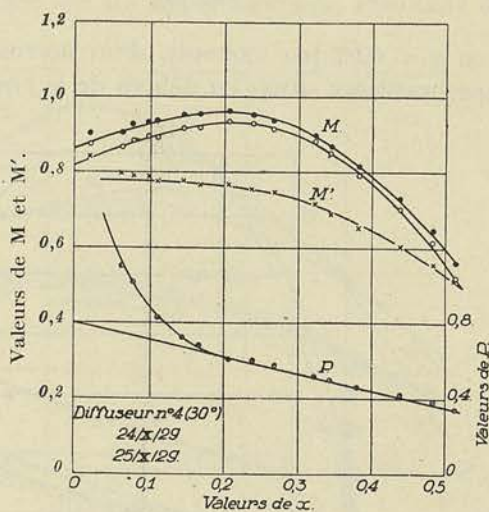


FIG. 337.

marqués d'un cercle blanc sous la courbe M indiquent les résultats trouvés lorsqu'on prend pour pression de sortie, non la pression à la sortie de la volute, mais la pression à la sortie du diffuseur. On voit qu'avec le diffuseur sans aubes, la pression croît encore sensiblement depuis la sortie du diffuseur jusqu'à la sortie de la volute, alors qu'avec les diffuseurs n°s 1, 2 et 3, l'accroissement est négligeable surtout pour les faibles valeurs de x . Cela s'explique par le fait que la vitesse au sortir du diffuseur, est pour une même valeur de x , beaucoup plus petite avec les diffuseurs à aubes qu'avec les diffuseurs sans aubes. Au sujet de la courbe du coefficient de puissance P , on remarquera que tous les points expérimentaux obtenus avec le diffuseur sans aubes,

se trouvent remarquablement alignés sur la droite, pour toutes les valeurs de x comprises entre 0,05 et 0,50, alors qu'avec les diffuseurs à aubes, les points expérimentaux s'écartent de la droite pour les valeurs de x inférieures à 0,15.

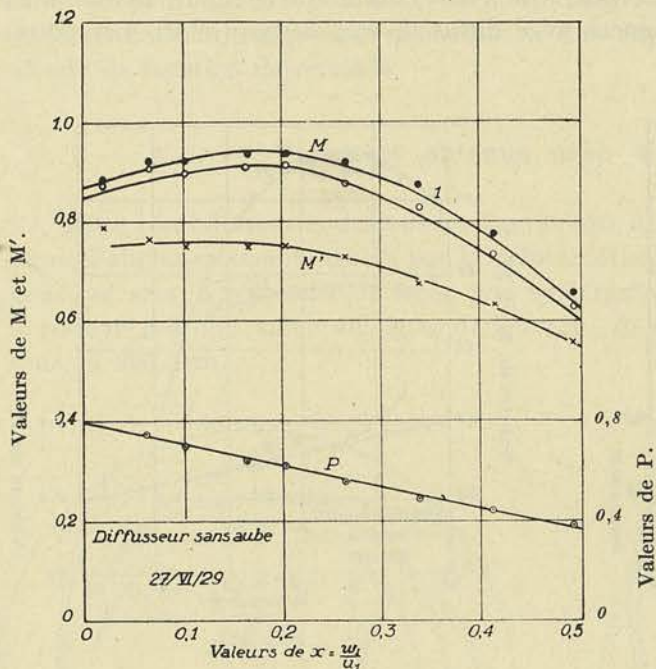


FIG. 338.

Ce fait s'explique aisément si on se représente que pour obtenir N_i , nous avons dû soustraire de N_e la valeur de N_0 obtenue en opérant avec la roue bouchée à la périphérie, c'est-à-dire dans des conditions telles que les extrémités des aubes ne subissent l'influence d'aucun choc; or, lorsque dans les essais de la pompe, on se rapproche du débit nul, et que le diffuseur est muni d'aubes, il résulte de la déviation des filets à la sortie de la roue, des chocs sur le bout des aubes de la roue qui font grandir la puissance absorbée: la valeur de N_0 que l'on soustrait de N_e pour trouver N_i , représente donc une valeur trop faible, et il suffit

avec $x = 0,07$ par exemple, d'un accroissement de N_0 de 30 %, pour que les points expérimentaux situés en dehors de la courbe théorique, se ramènent sur celle-ci.

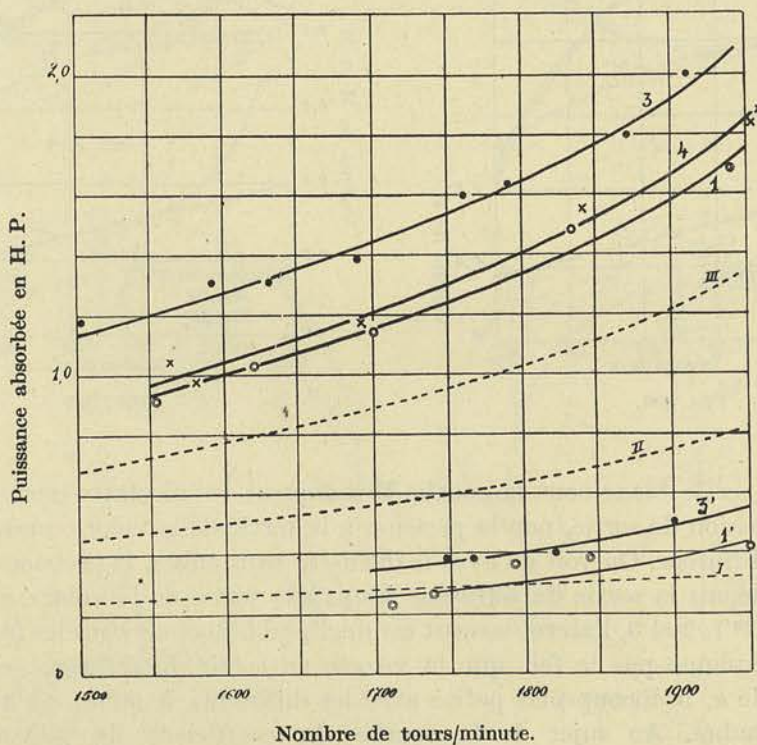


FIG. 339.

Pour montrer qu'expérimentalement cette différence est normale, il suffit de consulter les courbes de la figure 339 qui donnent en fonction du nombre de tours les puissances absorbées par la pompe vanne fermée pour les diffuseurs employés en 1910-1914 et qui sont représentés figure 314 et figure 355, la courbe n° 3 se rapportant à la pompe munie du diffuseur n° 2, la courbe n° 4 à la pompe munie du diffuseur n° 4, enfin la courbe n° 1 à la pompe munie du diffuseur sans aubes.

Les courbes 1' et 3' traduisent les résultats obtenus en faisant fonctionner la pompe sans eau : ces courbes donnent donc la puissance absorbée par la résistance des bourrages et des paliers, la différence entre 1' et 3' qui est de l'ordre de 0,1 de cheval, représentant l'accroissement de puissance dû à une variation de résistance des bourrages entre la première journée d'essai et la seconde.

Les courbes pointillées I, II, III sont les courbes calculées d'après les essais relatés au § 2, chapitre II, du présent fascicule ; elles donnent respectivement la valeur :

I) N'_f de la puissance absorbée normalement par les paliers et bourrages ;

II) N_0 de la puissance absorbée par l'ensemble paliers, bourrages et flasques de la roue tournant dans l'eau ;

III) N'_e de la puissance totale, vanne fermée, calculée en ajoutant au second terme la valeur de la puissance N'_i indiquée absorbée par la roue pour un débit égal aux fuites.

$$N'_e = N'_i + N_0$$

Les portions d'ordonnées comprises entre la courbe III et la courbe 4 donnent donc le surcroît de puissance provenant du choc sur les aubes motrices, résultant de la déviation brusque des filets provoquée à l'entrée du diffuseur. Cette puissance supplémentaire croît approximativement comme le cube de la vitesse périphérique, et est égale pour le diffuseur sans aubes, à N'_f environ, tandis que pour le diffuseur à aubes amincies n° 2, cette puissance atteint $1,5 N'_f$.

Pour des nombres de tours de l'ordre de 1800 t/m., les chiffres que nous venons de citer correspondent à une augmentation de la puissance de 50% pour le diffuseur sans aubes, et 80% pour le diffuseur à aubes ; ces chiffres sont plus grands que celui cité ci-dessus, mais ils le justifient car le surcroît de puissance doit aller s'atténuant rapidement dès que le débit se rapproche du débit normal.

En réunissant les courbes résultant des 5 groupes d'expériences dont nous venons de donner connaissance, nous avons obtenu la figure 340 que nous avons déjà fournie au § 4, chapitre V, de la théorie des turbo-pompes.

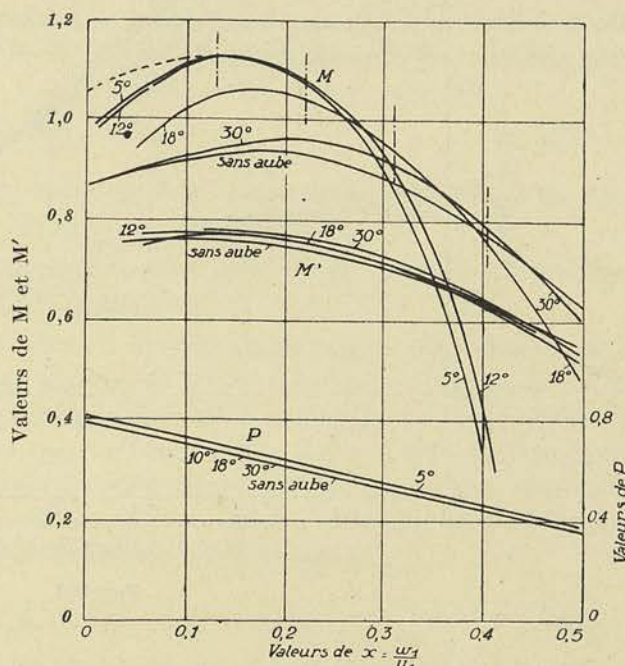


FIG. 340.

Les courbes M' se groupent dans un ordre quelconque et sont toutes au-dessus de celle correspondant au diffuseur sans aubes. Cela tient à ce que la pression que nous relevons en p_4 à la périphérie de l'enveloppe de la roue, ne représente pas exactement la pression moyenne à la sortie de la roue; la pression p_4 est légèrement influencée par la présence des aubes. On peut conclure en toute rigueur que le coefficient manométrique pour la roue seule, correspond sensiblement à la courbe fournie lors des essais effectués avec le diffuseur sans aubes.

Pour ce qui est des valeurs de M'_1 correspondant aux courbes marquées de la lettre M , figure 340, on peut encore faire les remarques suivantes :

1) que le coefficient manométrique obtenu avec le diffuseur de 30° est sensiblement équivalent à celui obtenu avec le diffuseur sans aubes, ce qui n'a rien que de normal, puisque l'angle de sortie α_2 et l'angle d'entrée α_1 sont pour ce diffuseur, égaux à 30° , et que dans ces conditions les filets dirigés par les aubes représentent pratiquement des spirales logarithmiques identiques à celles qui se forment dans un diffuseur sans aubes;

2) que la courbe enveloppe des courbes de M non corrigée paraît présenter un point d'inflexion pour une valeur de x de l'ordre de 0,35, mais que cette courbe enveloppe corrigée pour tenir compte du terme $K_1 x^2$ (formule 547) tourne constamment sa concavité vers le bas comme l'établit la théorie. Cette courbe enveloppe a été tracée figure 341 en même temps que la courbe de M' (trait fort);

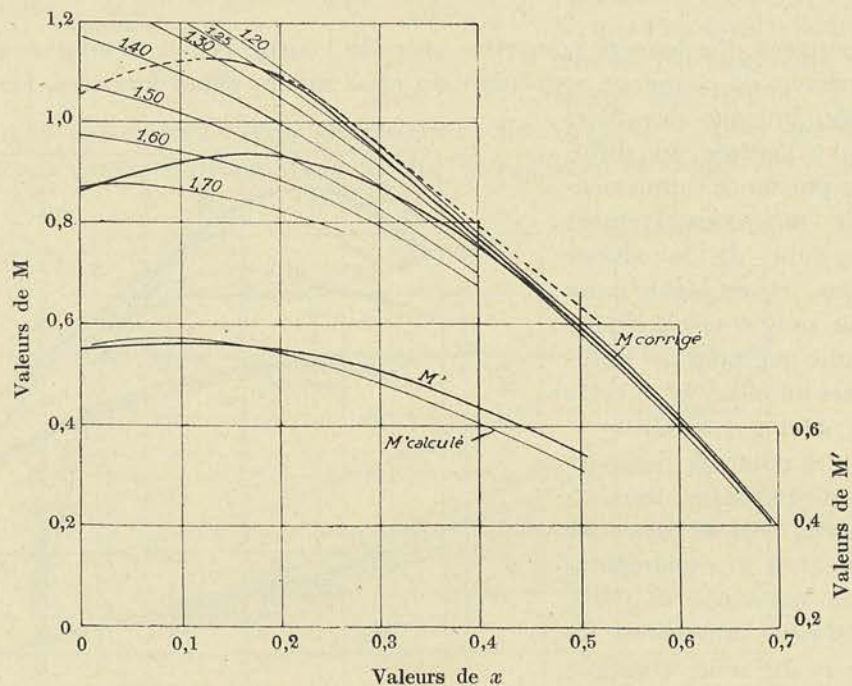


FIG. 341.

3) que la courbe de P pour 5° est sensiblement parallèle à celle trouvée pour les angles de 12° , 18° et 30° ainsi que celle correspondant au diffuseur sans aubes, mais qu'elle ne peut se confondre avec cette dernière.

Nous reviendrons dans le chapitre suivant sur les déductions que l'on peut tirer de l'examen de ces courbes et des courbes analogues fournies par les essais antérieurs, au sujet des valeurs de φ , ψ , φ_1 et ψ_1 .

CHAPITRE III

ANALYSE DES RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

§ 1. — En ce qui concerne les pertes externes

Nous avons établi que la puissance absorbée par le frottement de la roue dans l'eau (désignée par N'_f) pouvait se calculer connaissant la valeur du coefficient k de la formule (139). Nous donnerons à ce sujet, en appendice, une synthèse des principales expériences effectuées en vue de déterminer pour un fluide quelconque, la valeur de k . En ce qui concerne la puissance N''_f absorbée par le frottement de l'arbre dans ses paliers et bourrages, il est plus difficile de déduire des expériences effectuées, un coefficient susceptible de permettre de calculer dans n'importe quel cas, sa valeur. Ce que l'on peut dire, c'est que les bourrages interviennent pour une part plus importante que les paliers, dans les petites machines, et que de ce fait, le coefficient K de la formule (143) qui peut être évalué à 800, dans nos essais sur la roue de 0 m. 200, est certainement plus faible pour des pompes plus importantes.

En raison des remous et des chocs qui se produisent à l'extrémité des aubes de la roue, dès que le fonctionnement se fait en dehors du débit normal, la puissance absorbée par la rotation de la roue est plus élevée que ne l'implique la relation

$$N_0 = N'_f + N''_f$$

Nous désignerons par N'''_f la puissance supplémentaire. Au débit extérieur nul, nous avons vérifié que cette valeur de N'''_f croissait comme le cube de la vitesse périphérique

$$N'''_f = Au_1^3. \quad (548)$$

Lorsque le débit extérieur varie, nous pouvons admettre que A est une fonction de x . Cherchons à déterminer cette fonction en remarquant :

1) que les courbes obtenues expérimentalement pour P sont linéaires et parallèles, puisqu'on ne peut pas dire qu'elles se superposent ;

2) qu'en dessous du débit pour lequel le synchronisme existe (nous dirons que le synchronisme existe quand la vitesse absolue de sortie coïncide avec la tangente au dos de l'aube du diffuseur), les points expérimentaux se groupent sur une courbe qui vient se confondre avec la droite, ce que nous pourrions traduire dans les équations, en écrivant que la courbe expérimentale présente un point d'inflexion et que la tangente au point d'inflexion se confond avec la droite représentant la valeur de P théorique, c'est-à-dire pour la valeur de x_1 correspondant au synchronisme.

En posant

$$A = k_1 + k_2x + k_3x^2 + k_4x^3 \quad (549)$$

nous pourrions déterminer

$$N'_i = N_e - (N_0 + N'''_f) = N_i - N'''_f \quad (550)$$

et

$$P' = P - B \left[\frac{k_1}{x} + k_2 + k_3 + k_4x^2 \right] \quad (551)$$

B étant mis pour

$$B = \frac{75 \text{ g}}{\delta 2 \pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1} \quad (552)$$

Les conditions auxquelles doit satisfaire l'équation, sont, d'après les remarques ci-dessus, les suivantes :

$$\left(\frac{dP'}{dx}\right)_{x_1} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{x_1} \quad (553) \quad , \quad \left(\frac{d^2P}{dx^2}\right)_{x_1} = 0 \quad (554)$$

La première condition conduit à

$$-\frac{k_1}{x_1^2} + k_3 + 2k_4 x_1 = 0$$

De la seconde, on peut déduire

$$2k_1 \frac{1}{x_1^3} + 2k_4 = 0$$

Comme en intégrant l'équation (553), on peut déduire

$$(P')_{x_1} = (P)_{x_1} + k$$

on peut tirer la valeur de

$$k = B \left[\frac{k_1}{x} + k_2 + k_3 x_1 + k_4 x_1^2 \right] \quad (555)$$

Les trois relations en x_1 permettent de calculer les valeurs de

$$k_2 \quad , \quad k_3 \quad , \quad k_4 \quad .$$

On arrive ainsi à la valeur

$$P' = P + k + \frac{Bk_1}{x} \left[\frac{x_1 - x}{x_1} \right]^3 \quad (556)$$

La valeur du coefficient de puissance déduit de l'expérience, lorsqu'on *ne peut séparer des pertes internes, la valeur de N'''_f* , est donc donnée par une équation assez compliquée dans laquelle interviennent deux coefficients k et k_1 qui dépendent à la fois du tracé du diffuseur et du tracé de la roue. Pour déterminer k et k_1 , on peut faire appel à la détermination de N'''_f au débit extérieur nul. Nous avons, en effet, écrit

$$N'''_f = A u_1^3$$

ce qui correspond à

$$N'''_f = (k_1 + k_2 x + k_3 x^2 + k_4 x^3) u_1^3 \quad (557)$$

et comme nous venons de déduire les valeurs de k_2 , k_3 , k_4 , nous pourrions écrire

$$N'''_f = k_1 \left(\frac{x_1 - x}{x_1} \right)^3 u_1^3 + \frac{\delta Q}{75 \text{ g}} k u_1^2 \quad (558)$$

Pour x voisin de 0, $Q = 0$

$$N'''_f = k_1 u_1^3 \quad (559)$$

On peut voir, d'après les résultats d'expérience, que k_1 diminue et se rapproche de zéro pour le diffuseur sans aubes ou pour le diffuseur à aubes présentant un grand entrefer. Le premier terme de l'expression de N'''_f exprime la puissance absorbée par

le freinage dû au glissement du flux à la périphérie de la roue, qui se trouve ralenti brusquement par la déviation des aubes fixes du diffuseur. Le second terme se rapporte aux chocs sur les extrémités des aubes de la roue, par suite de la discontinuité périodique dans la section d'écoulement provenant du passage des aubes de la roue en face des aubes fixes du diffuseur. Ce terme est d'autant plus faible que l'entrefer, c'est-à-dire, la distance entre les aubes fixes et mobiles est plus forte, que l'angle des aubes du diffuseur est plus élevé, que la zone morte sous la face concave des aubes de la roue est moins importante.

Pour fixer la valeur k , il suffit de connaître la différence des valeurs de P et P' à l'origine. On voit par le diagramme de la figure 340 que cette valeur de k est nulle pour les diffuseurs de 12° , 18° et 30° , mais atteint 0,025 pour le diffuseur de 5° .

Avec la roue de 60° que nous avons étudiée antérieurement et qui est tracée avec trop peu d'aubes et qui, de ce fait, présente un aubage trop divergent, ces valeurs de k étaient sensiblement plus importantes. On comprend combien il est nécessaire, par des tracés très corrects de l'aubage, par l'amincissement approprié des aubes du diffuseur et de la roue, et par le choix d'un entrefer convenable, de réduire les valeurs de k et même de k_1 , l'effet des termes complémentaires étant d'augmenter P et partant de réduire le rendement.

§ 2. — En ce qui concerne les pertes internes

Dans le cas le plus favorable que l'on puisse envisager, P' est donc réduit à la valeur théorique P et les expériences systématiques effectuées sur les roues de 30° et de 60° et les différents diffuseurs permettent de fixer les valeurs de :

K' = coefficient introduit dans la théorie complémentaire pour tenir compte de la prérotation ;

k'' = coefficient introduit pour tenir compte de la contraction de la veine à la sortie ;

β'_1 = angle réel de sortie ;

φ et ψ = coefficients propres à la roue ;

ψ_1 = coefficient propre au diffuseur.

Pour faire coïncider la courbe théorique de P avec la courbe expérimentale, il faut admettre tout d'abord que K' soit tel que pour $\alpha = 0$

$$1 - m^2(1 - K') = a$$

a étant l'ordonnée à l'origine de la courbe de P

Or a a été trouvé égal dans les expériences :

avec la roue n° 1 (30°)	8 aubes	$2r_1 = 200$	$m = 0,5$,	$a = 0,80$
avec la roue n° 3 (60°)	20 aubes	$2r_1 = 205$	$m = 0,487$,		$a = 0,79$
avec la roue n° 5 (30°)	8 aubes	$2r_1 = 205$	$m = 0,487$,		$a = 0,79$

On voit que K' peut varier entre 0,12 et 0,20 sans que l'on puisse attribuer cette différence à une autre cause que l'incertitude sur le tracé de la droite expérimentale représentant P . Nous proposons d'adopter pour les calculs ultérieurs

$$K' = 0,16$$

(560)

Nous trouverons une autre équation de condition en nous imposant que pour un second point, il y ait coïncidence entre la courbe théorique et la courbe expérimentale de P. Il faut toutefois que la courbe théorique soit tracée en fonction des valeurs apparentes de x comme le sont les courbes expérimentales, ce qui suppose que l'on remplace dans l'équation (325) x par

$$x = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta'_1} \times \frac{1}{k''} x_a \quad (561)$$

En faisant ce calcul, on trouve :

avec la roue n° 1 (30°) 8 aubes.....	$k'' \operatorname{tg} \beta'_1 = -0,375$
avec la roue n° 2 (30°) 16 aubes.....	$k'' \operatorname{tg} \beta'_1 = -0,454$
avec la roue n° 3 (60°) 10 aubes.....	$k'' \operatorname{tg} \beta'_1 = -0,835$
avec la roue n° 4 (60°) 20 aubes.....	$k'' \operatorname{tg} \beta'_1 = -1,32$
avec la roue n° 5 (30°) 8 aubes.....	$k'' \operatorname{tg} \beta'_1 = -0,384$

Cette relation laisse indéterminé l'angle β'_1 , mais une vérification existe, tout au moins approximative : il faut, en effet, que l'angle de la vitesse absolue de sortie α_1 , corresponde à l'angle du diffuseur pour la valeur de x_a qui marque le point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe expérimentale. C'est en effet pour ce point que la perte est minimum, et l'on peut admettre que cette perte minimum est réalisée quand le flux sortant de la roue, s'engage dans le diffuseur en suivant une trajectoire tangente au dos de l'aube.

En partant de cette remarque, nous avons pu tracer pour

- les roues de 30° à 8 et 16 aubes
- les roues de 60° à 10 et 20 aubes,
- la roue de 30° à 8 aubes avec les nouveaux diffuseurs,

les triangles des vitesses à la sortie.

TABLEAU XVIII

Désignation	n	β'_1	k''	Rapport x/x_a	Observations
Roue de 30°	8 aubes	180° — 25	0,805	1,470	Diffuseurs anciens représentés par les figures 313, 314. 354, 355.
» 30°	16 aubes	180° — 27	0,890	1,235	
» 60°	10 aubes	180° — 50	0,700	1,620	
» 60°	20 aubes	180° — 56	0,890	1,175	
» 30°	8 aubes	180° — 25	0,825	1,480	Diffuseurs nouveaux représentés par les figures 330 à 333.

En choisissant pour x la valeur qui correspond aux points de tangence de la courbe enveloppe, nous avons pu déduire w_1 pour une valeur de u_1 donnée, compte tenu des valeurs de k'' et de x en fonction de x_a , que nous avons fait figurer dans le

tableau (XVIII). Ces triangles des vitesses sont représentés figure 342 pour les roues de 30° et de 60°, figure 343 pour la roue de 30° et les diffuseurs nouveaux. On

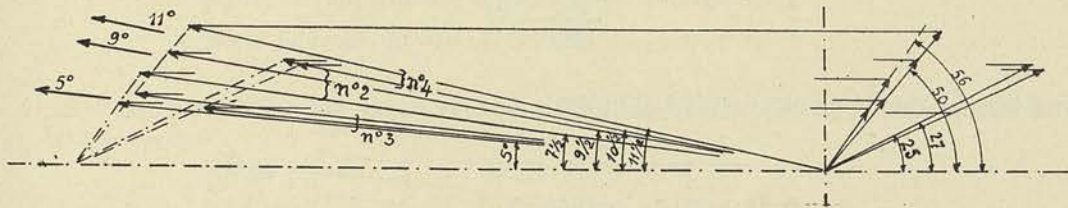


FIG. 342.

voit sur la figure 342 que les angles ainsi trouvés pour α_1 correspondent assez bien aux angles des diffuseurs qui sont, d'après les tracés de :

- 5° pour le diffuseur n° 3
- 9° pour le diffuseur n° 2
- 11° pour le diffuseur n° 4

et cette coïncidence est aussi bonne, qu'il s'agisse de la roue de 30° à 8 ou à 16 aubes que de la roue de 60° à 10 ou 20 aubes, les plus grandes différences se présentant pour le diffuseur n° 2.

Dans les expériences effectuées avec les nouveaux diffuseurs présentant tous le même entrefer, le même tracé par arc de cercle pour les différents diffuseurs, les correspondances entre les angles mesurés sur les triangles des vitesses reproduits fig. 343

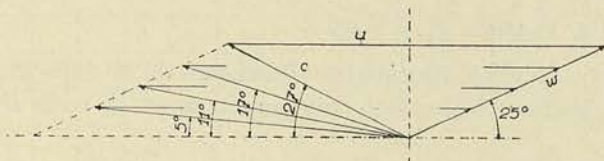


FIG. 343.

et les angles mesurés sur les diffuseurs, sont encore plus satisfaisantes. On peut donc considérer comme se rapprochant de la vérité, les valeurs suivantes des déviations des filets dans l'aubage, mesurées par l'angle

$$\beta'_1 - \beta_1 \quad ,$$

de même que les valeurs du coefficient de contraction k'' , toutes deux fonction du nombre d'aubes.

pour la roue de 30°	8 aubes	$k'' = 0,805$	$\beta'_1 - \beta_1 = 5^\circ$
pour la roue de 30°	16 aubes	$k'' = 0,890$	$\beta'_1 - \beta_1 = 3^\circ$
pour la roue de 60°	10 aubes	$k'' = 0,700$	$\beta'_1 - \beta_1 = 10^\circ$
pour la roue de 60°	20 aubes	$k'' = 0,890$	$\beta'_1 - \beta_1 = 4^\circ$

Pour les essais avec la roue de 30° 8 aubes et les nouveaux diffuseurs, k'' a été trouvé égal à 0,825.

Cela nous a permis de tracer en fonction du nombre d'aubes, les courbes de k'' figure 344 (courbe 1 pour l'angle de 30° — courbe 2 pour l'angle de 60°) ainsi que la courbe 3 donnant le rapport

$$\frac{\beta'_1 - \beta_1}{180^\circ - \beta_1}$$

en fonction de ce même nombre d'aubes.

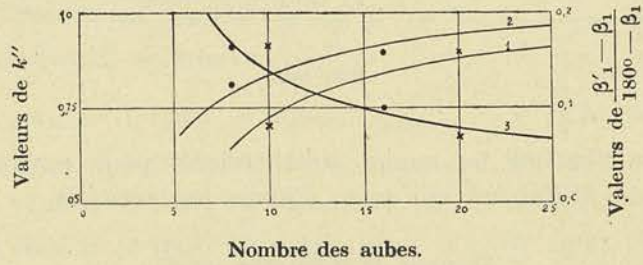


FIG. 344.

Il reste à présent, à tirer de nos résultats d'expériences, les valeurs φ , ψ , et ψ_1 .

Pour faire coïncider la courbe théorique de M' avec la courbe expérimentale, compte tenu des valeurs de K' , β'_1 , et k'' que nous venons d'indiquer, on peut voir qu'il convient d'adopter

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} = 1,05$$

et pour $\frac{1}{\psi^2} = 1,15$ valeur que l'on déduit de la relation (317) quand on admet pour coefficient de choc à l'entrée $k_1 = 0,05$

Avec ces chiffres, en effet, les courbes théoriques de M' coïncident très sensiblement avec les courbes expérimentales non seulement pour la roue de 30° mais pour la roue de 60° .

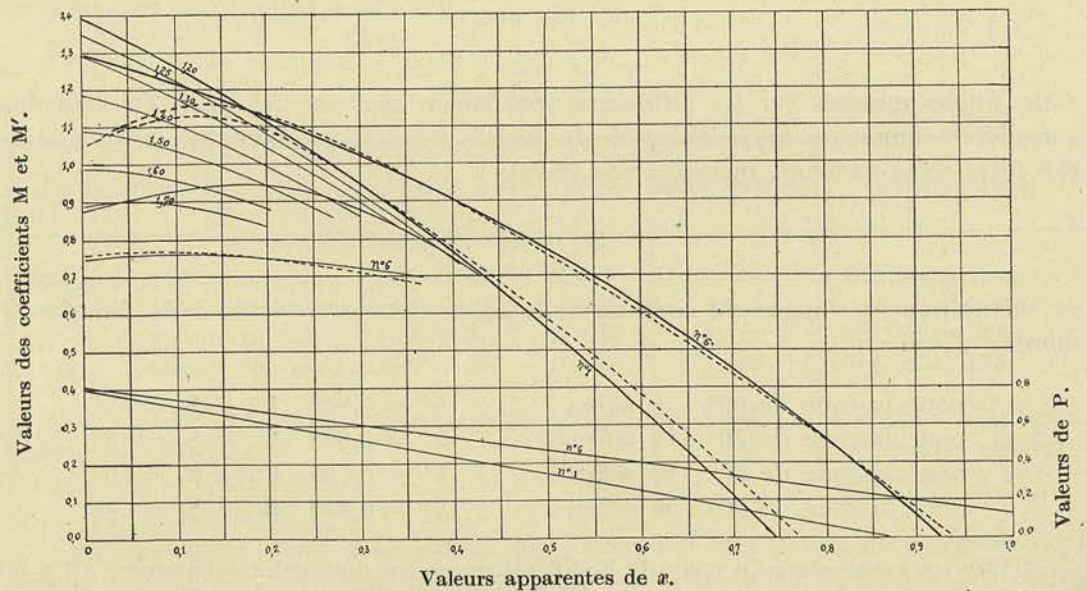


FIG. 345

Afin de le montrer, nous avons reproduit en pointillé, figure 345, les courbes de M et M' correspondant à nos expériences

pour la roue de 30° à 8 aubes courbe n° 1

pour la roue de 30° à 16 aubes courbe n° 6

Sur la figure 346 nous avons reproduit également en pointillés, les courbes de M et M' obtenues

pour la roue de 60° à 10 aubes courbe n° 3

pour la roue de 60° à 20 aubes courbe n° 5

tandis que la figure 341 que nous avons donnée précédemment indique pour la roue de 30° à 8 aubes en trait fort les valeurs de M et M' observées.

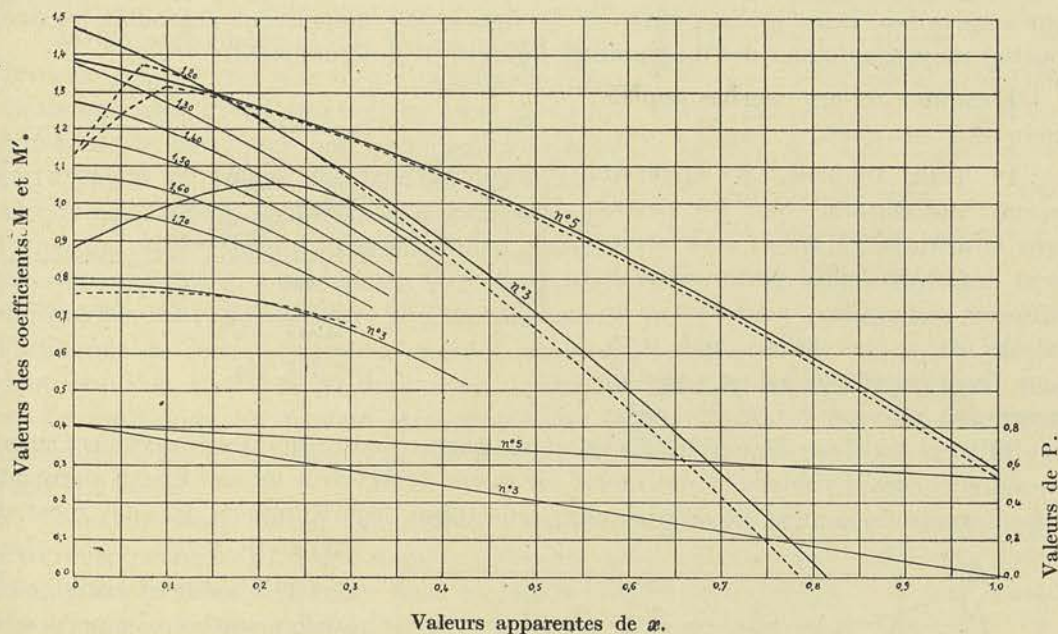


FIG. 346.

Utilisant les valeurs de φ , φ_1 , et de ψ que nous venons d'indiquer, nous avons calculé M' et donné en trait fin sur les trois diagrammes la courbe qui en résulte. La coïncidence, comme on peut le voir, est très satisfaisante : si l'on constate que la courbe calculée est pour les valeurs de x de 0,3 et 0,4 en-dessous de la courbe expérimentale (plus particulièrement dans l'exemple de la figure 341) il faut en trouver la raison dans le fait que la pression relevée dans l'enveloppe ne coïncide qu'approximativement avec la pression moyenne qui serait observée à la sortie de la roue.

Pour déduire à présent des résultats d'expérience la valeur de $\frac{1}{\psi_1^2}$, nous avons tracé une série de courbes de M calculées avec des valeurs de $\frac{1}{\psi_1^2}$ décroissantes

1,70 1,60 1,50 1,40 1,30

et nous avons noté des points d'intersection de ces courbes calculées avec les courbes expérimentales (courbe enveloppe d'une part et courbe obtenue avec le diffuseur sans aubes, d'autre part).

Nous en avons déduit les courbes de $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ en fonction de x , pour les roues

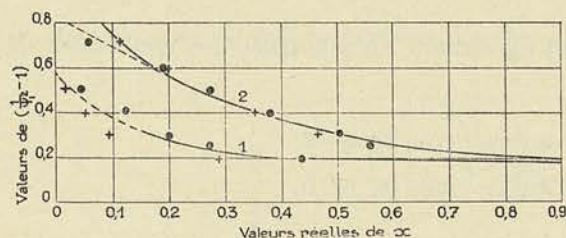


FIG. 347.

de 30° (points marqués par un cercle noir) et de 60° (points marqués par une croix). Le diagramme de la figure 347 se rapporte aux points tirés des expériences antérieures à 1914 dont les résultats sont fournis par les courbes des figures 345 et 346, tandis que la figure 348 donne les points tirés des expériences effectuées en 1929, dont les résultats sont traduits

par la figure 341. La courbe 1 se rapporte au diffuseur à aubes, la courbe 2 au diffuseur sans aubes. Dans le diagramme de la figure 349, nous avons reproduit les deux courbes moyennes tirées des diagrammes figure 347 et figure 348.

L'examen de ces courbes appelle quelques remarques.

1° Tout d'abord, il apparaît comme indiscutable que les pertes dans le diffuseur à aubes sont nettement inférieures aux pertes dans le diffuseur sans aubes, pour toutes les valeurs de x plus faibles que 0,75, pour fixer les idées ; cela n'a rien de surprenant puisque le rôle des aubes du diffuseur est de redresser les filets, et de faire en sorte que les trajectoires soient raccourcies considérablement, de moins en moins toutefois à mesure que x augmente pour devenir finalement identiques aux trajectoires logarithmiques lorsque x est de l'ordre de 0,75 ;

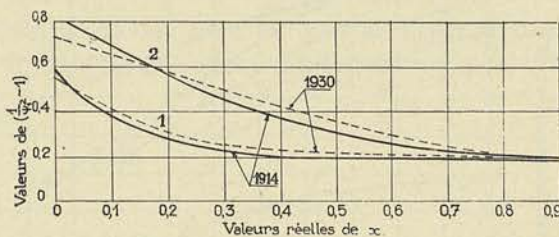


FIG. 349.

2° Un fait essentiel, c'est que les courbes se superposent sensiblement, quel que soit le tracé des aubes de la roue ; il y a là une confirmation remarquable de la valeur des considérations émises dans la théorie, car il est évident que les pertes dans le diffuseur ne peuvent dépendre de la roue, pour autant que le tracé de celle-ci soit correct.

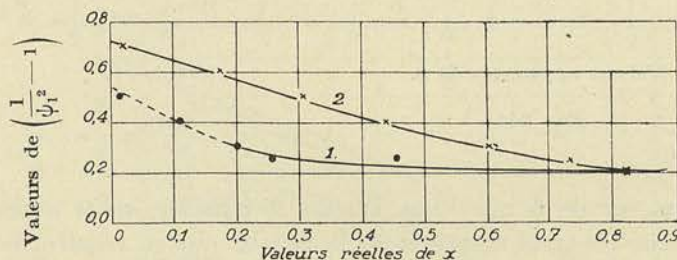


FIG. 348.

Pour donner toute sa valeur à cette remarque, il convient d'ajouter que les courbes expérimentales ont été tracées avant même que la théorie que nous avons exposée, n'ait été mise au point. Les coïncidences que nous venons de signaler ne sauraient donc être attribuées pour si peu que ce soit, à des tracés de courbes expérimentales guidés par une idée préconçue.

Nous ajouterons que si les points marqués d'une croix (courbe 1) dans la figure 347, et qui se rapportent à la roue de 60° , sont tous en dessous de la courbe moyenne,

il faut attribuer ce fait à la difficulté de tracer la courbe enveloppe en raison des discontinuités qui se présentent avec cette roue, dans les courbes de M , pour les faibles valeurs de x , comme le montre, à titre d'exemple, le diagramme de M'_1 et M' reproduit figure 350 pour la roue de 60° 10 aubes, diffuseur n° 4 ;

3) Il y a lieu de noter que la partie de la courbe 1 tracée en pointillé, a été obtenue en extrapolant la courbe enveloppe, car nous n'avons pas opéré avec un diffuseur présentant un angle d'entrée inférieur à 5° ; nous estimons toutefois que la courbe ainsi tracée ne doit pas s'écarter sensiblement de la courbe réelle, car, à partir de l'angle de 5° , le diffuseur s'allonge beaucoup et la divergence des canaux formés par les aubes devient très grande, ce qui doit amener forcément un accroissement sensible des pertes ;

4° On peut admettre que les courbes 1 et 2 doivent tendre vers une même asymptote ; les essais que nous avons effectués en 1929, avec le diffuseur de 30° , nous ont permis de voir que cette valeur minimum vers laquelle on tendait, n'était pas éloignée de 0,2. En cherchant à écrire l'équation des courbes expérimentales comme nous l'avons fait au § 4, chapitre V, 5^e fascicule, nous avons trouvé des valeurs plus faibles, pour l'ordonnée de cette asymptote, mais il est évident que l'on n'est pas en droit d'extrapoler, et que les valeurs algébriques tirées de ces équations, ne peuvent être considérées comme valables que dans les limites expérimentales, c'est-à-dire pour des valeurs de x comprises entre 0,05 et 0,75 pour fixer les idées.

Ainsi il résulte de cet ensemble de recherches qui nous ont pris, comme on peut s'en rendre compte, un grand nombre d'années, que les pertes dans le diffuseur à aubes bien tracé peuvent descendre dans la région d'utilisation pratique, à une fraction de l'énergie cinétique disponible à l'entrée du diffuseur, de l'ordre de

$$0,23 \text{ à } 0,25 \quad ,$$

et que pour les grandes valeurs de x , là où le diffuseur à aubes n'a plus sa raison d'être, la perte dans le diffuseur sans aubes reste du même ordre.

Remarque I : Au sujet de la prérotation. — Toute la théorie que nous avons exposée au chapitre V du 5^e fascicule est basée sur l'existence de la prérotation, c'est-à-dire sur le fait qu'aux valeurs du débit qui ne correspondent pas au synchronisme à l'entrée, c'est-à-dire à une concordance entre l'angle des filets et l'angle des aubes, la masse fluide est entraînée en rotation dans le sens de la rotation de la roue, le fluide tendant à prendre une inclinaison sur la normale à l'ouïe qui facilite son entrée dans l'aubage en mouvement. Nous avons conclu à l'existence de cette prérotation par suite de la nécessité dans laquelle nous nous trouvions pour expliquer les résultats obtenus, d'admettre qu'aux faibles valeurs de x , l'angle α_0 ne pouvait rester constant voisin de 90° . Mais nous n'avons pas eu l'occasion d'observer réellement cette pré-

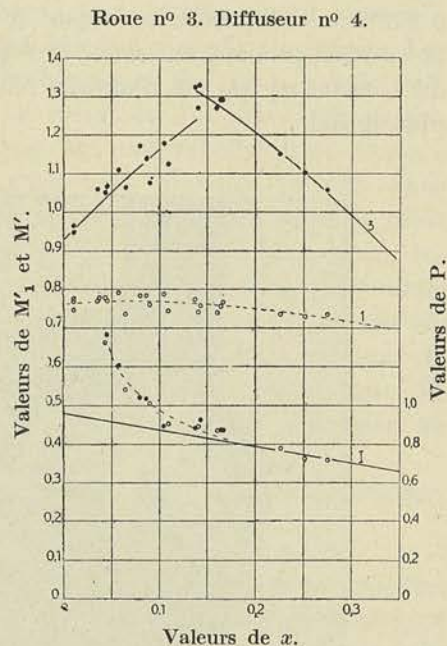


FIG. 350

rotation. Nous avons depuis, créé une disposition du tuyau d'aspiration qui est représentée figure 351 et qui nous a permis d'observer directement ce qui se passe à l'ouïe de la pompe. Lorsque le débit est faible et qu'on laisse entrer des bulles d'air à l'entrée du tuyau d'aspiration droit et transparent, on voit ces bulles entraînées dans un mouvement de rotation qui va se propageant depuis l'ouïe jusqu'à une longueur de 6 à 7 fois le diamètre du tuyau. A mesure que le débit croît, cette distance se réduit, la rotation prenant naissance brusquement en un point qui dépend de la vitesse axiale du courant et qui est d'autant plus voisin de l'ouïe de la roue, que cette vitesse est plus grande.

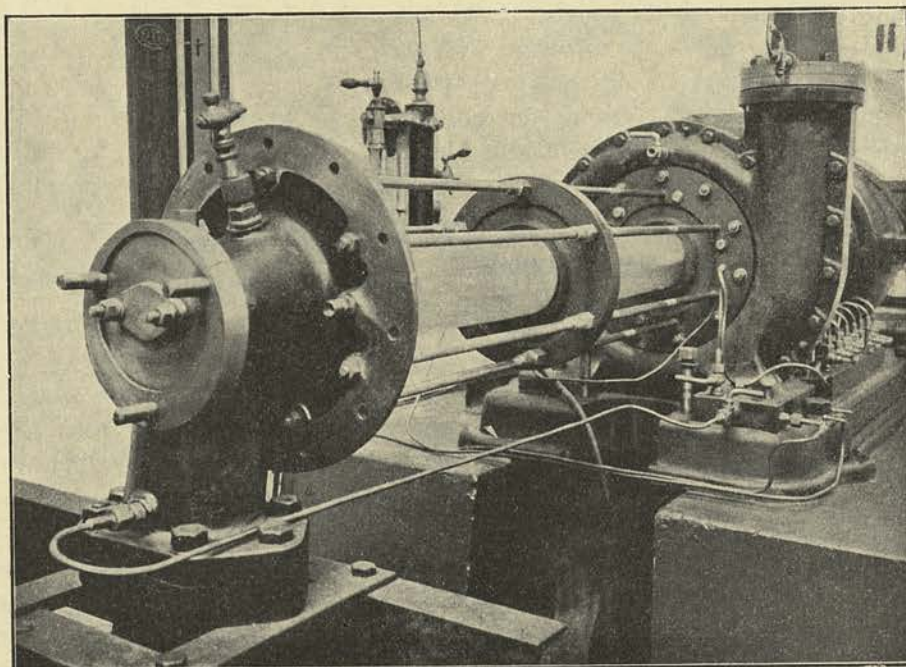


FIG. 351.

Non seulement le point se rapproche, mais la composante tangentielle de la vitesse tend à diminuer à mesure que le débit augmente et se rapproche du débit normal, c'est-à-dire du débit qui assure le synchronisme à l'entrée. *Ainsi ce que l'intuition nous avait fait prévoir, se trouve confirmé par l'observation directe.*

Nous n'avons pu, à vrai dire, effectuer des mesures permettant de donner une confirmation quantitative, mais le fait de l'existence de la prérotation n'est plus contestable, et nos observations faites autrefois à l'ouïe de la pompe au moyen du tube sonde, nous permettent de dire que *si le phénomène de la prérotation est amorcé par la roue, et propagé à grande distance par la viscosité du fluide, ce n'est pas la roue qui communique la vitesse tangentielle à distance, mais la DÉPRESSION qui s'établit entre le point d'amorçage du mouvement de rotation et l'ouïe, et qui détermine la formation d'une composante tangentielle de la vitesse.*

Remarque II : Au sujet de la pression à la sortie de la roue. — Ayant observé au cours des expériences de 1910 à 1914, que les courbes expérimentales de M' tendaient à recouper la courbe enveloppe donnant la valeur du coefficient manométrique, ce qui de toute évidence n'était pas possible, nous avons émis l'hypothèse que la pression

relevée dans l'enveloppe à la périphérie de la roue était nettement plus élevée que celle qui règne réellement à la sortie de la roue elle-même. En opérant avec le tube sonde représenté fig. 352, nous avons noté des valeurs plus faibles, mais des anomalies

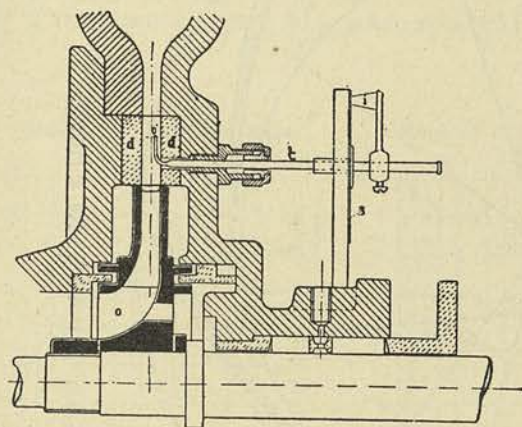


FIG. 352.

attribuables aux remous qui s'amorçaient autour de l'extrémité du tube, enlevaient toute portée quant aux conclusions que l'on pouvait en déduire. Les calculs théoriques que nous avons faits dans la suite, et qui nous ont permis d'évaluer M' , ont éliminé tout doute à cet égard : la pression relevée dans l'enveloppe coïncide bien avec la pression moyenne à la sortie de la roue, les valeurs relevées au moyen du tube sonde étant entachées d'erreur ; la courbe du coefficient M' ne tend pas à recouper la courbe du coefficient manométrique M , mais à se confondre avec elle, pour les fortes valeurs de x .

Ainsi s'affirme à nouveau la nécessité d'une théorie mathématique pour interpréter, compléter et généraliser les résultats fournis par l'expérience.

Remarque III : Au sujet de la répartition des pressions dans le diffuseur. — Toujours en vue de résoudre la question à laquelle nous faisons allusion dans la remarque précédente au sujet de la vraie valeur de M' , nous avons imaginé de remplacer le tube sonde inutilisable dans un canal d'aussi faible section, par un robinet spécial représenté figure 353, conçu spécialement pour relever la pression successivement en 9 points de la paroi du diffuseur, dont trois points situés très près de la périphérie d'entrée.

La coupe des diffuseurs n° 3 et n° 4, (représentés par les figures 354 et 355, et utilisés dans le groupe des expériences effectuées avant 1914), permet de voir comment sont distribués ces points. En y ajoutant les points I, II, IV, VI, VIII, IX et X indiqués sur la figure 355 qui correspondent aux raccords avec la rampe donnant les surpressions (voir photographie figure 306), on voit qu'il est possible de tracer avec une certaine précision la courbe de l'augmentation de la pression dans le diffuseur, en fonction du rayon.

Pour écarter toutefois l'influence des variations de vitesse dans l'intervalle compris entre la première et la dernière lecture, nous avons calculé pour chacune des observations la valeur du coefficient

$$\frac{2g v (p_x - p_0)}{u_1^2}$$

qui en résultait, et c'est cette valeur que nous avons portée en ordonnée.

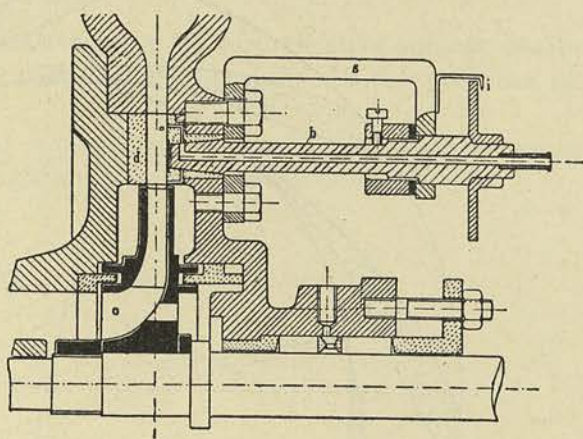


FIG. 353.

La figure 356 se rapporte aux résultats obtenus avec la roue n° 1 et le diffuseur n° 4 pour $\alpha = 0,240$; la figure 357, à ceux obtenus avec la roue n° 1, le diffuseur n° 0 (diffuseur sans aubes) et pour $\alpha = 0,248$.

Enfin, la figure 358 donne les valeurs observées avec la roue n° 3, le diffuseur n° 2 représenté figure 314 pour $\alpha = 0,118$.

Roue n° 1. Diffuseur n° 4.

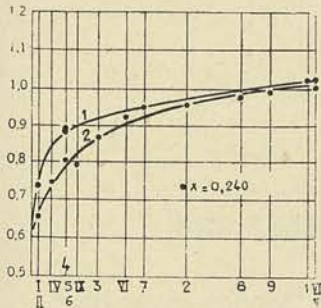


FIG. 356.

Roue n° 1. Diffuseur n° 0

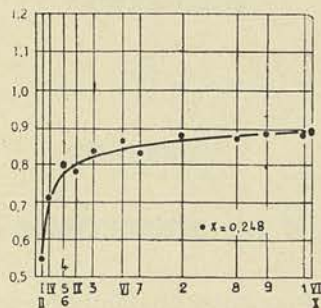


FIG. 357.

Roue n° 3. Diffuseur n° 2

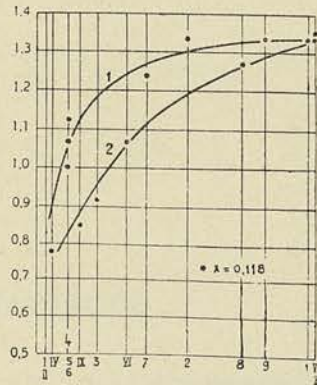


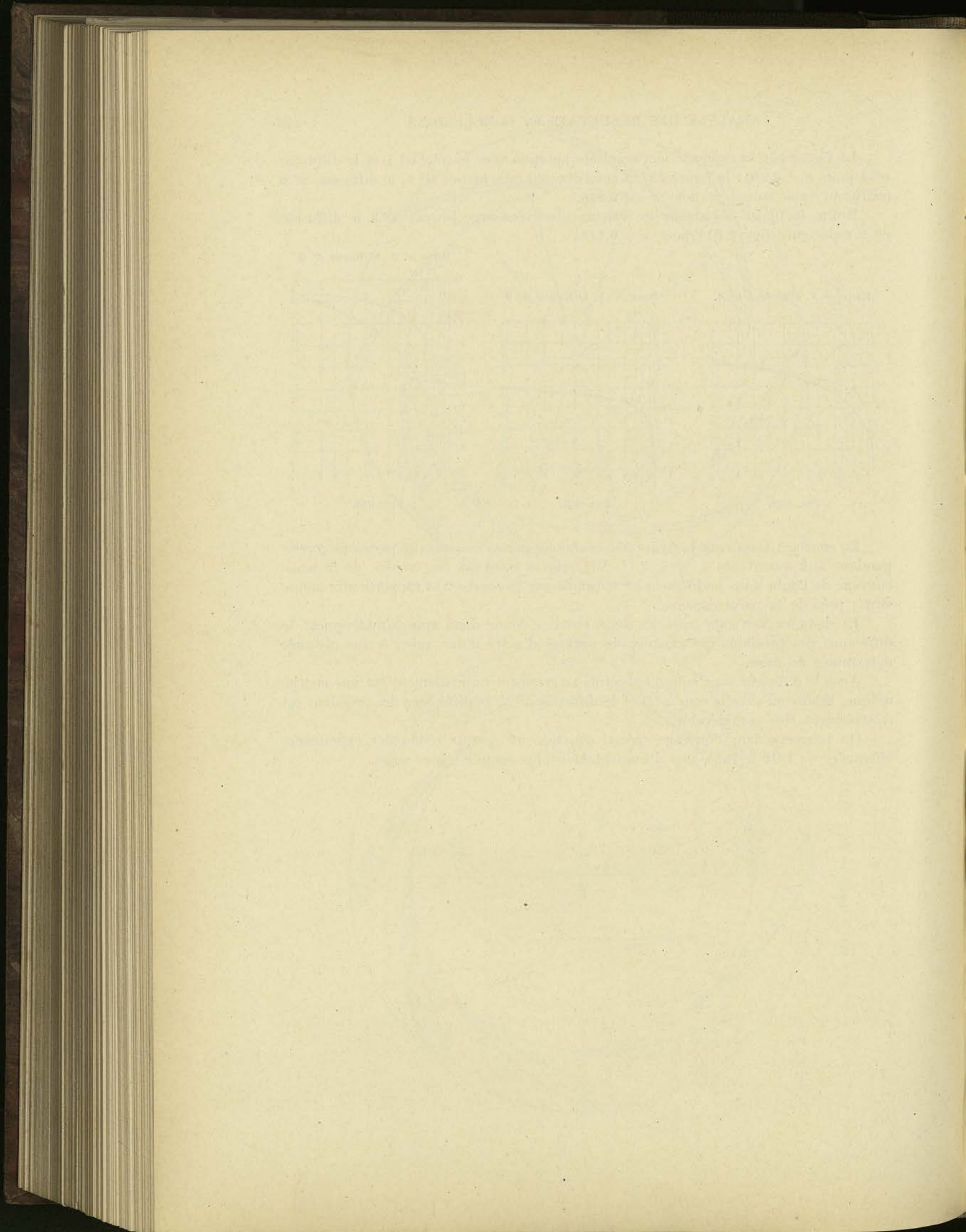
FIG. 358.

La courbe 1 tracée sur la figure 356 réunit les points donnant les pressions correspondant aux ouvertures 1, 4, 5, 7, I, VII, qui se trouvent être voisins de la paroi convexe de l'aube dans le diffuseur n° 1, tandis que la courbe 2 se rapporte aux points situés près de la paroi concave.

La distance verticale entre les deux courbes donne donc approximativement la différence des pressions qui existent de part et d'autre d'une aube, à une distance déterminée de l'axe.

Avec le diffuseur sans aubes, les points se groupent naturellement sur une courbe unique, tandis qu'avec la roue n° 3 et le diffuseur n° 2, la différence des pressions est relativement très considérable.

On trouvera dans l'ouvrage spécial consacré au compte rendu des expériences effectuées de 1910 à 1914, une documentation plus complète à ce sujet.



APPENDICE

CHAPITRE I

LES LOIS DE SIMILITUDE EN HYDRAULIQUE

Nous avons énoncé, au cours de l'exposé général de la théorie des turbo-machines, ce que nous avons appelé les *lois de similitude*.

Nous avons eu l'occasion de souligner pourquoi ces lois ne peuvent être considérées, en toute rigueur, que comme une première approximation, notamment en raison de la variation avec les dimensions, des coefficients de perte et du rendement organique.

Compte tenu de ces restrictions, nous avons montré que *deux turbo-machines géométriquement semblables sont équivalentes au point de vue du rendement, quand les conditions de fonctionnement sont telles que le coefficient de vitesse ou le coefficient de débit réalisés, sont les mêmes pour les deux machines.*

Nous voudrions, à présent, rattacher cette question à l'étude plus générale de la similitude en hydraulique. Et tout d'abord nous voudrions donner une définition de la similitude aussi générale que possible, qui englobe non seulement les phénomènes hydrauliques, mais les phénomènes quelconques que la physique étudie, en disant qu'il y a *similitude entre deux ensembles quand l'un d'eux peut être considéré comme une reproduction du second à une autre échelle.*

Cette définition implique, non seulement la similitude géométrique, mais encore l'existence aux points homologues des deux ensembles d'un rapport constant entre toutes les caractéristiques du phénomène envisagé.

Si nous nous bornons à étudier la similitude au point de vue hydraulique, nous voyons que la définition exige non seulement des trajectoires géométriquement semblables dans les deux ensembles, mais encore un rapport constant entre les pressions, un autre entre les vitesses, etc., aux points homologues des deux ensembles.

Nous montrerons que la similitude ainsi définie entraîne comme conséquence l'identité des pertes relatives, et partant des rendements lorsqu'il s'agit de deux machines.

Cette déduction nous paraît essentielle parce que, dans la théorie que nous avons présentée des turbo-machines, nous avons basé la définition de la similitude, non pas sur l'identité des trajectoires, mais sur l'identité des rendements; l'intérêt des recherches tant théoriques qu'expérimentales, sur la similitude, vient d'ailleurs de ce que deux ensembles répondant à la définition ci-dessus, *sont équivalents* au point de vue des pertes relatives.

On conçoit dès lors que la recherche des conditions auxquelles il faut satisfaire pour réaliser la similitude, fasse l'objet des préoccupations des techniciens puisque

ceux-ci sont tenus de se placer constamment au point de vue de la meilleure utilisation. Malheureusement, les conditions nécessaires pour satisfaire aux règles de la *similitude stricte* sont rarement réalisables, et ce n'est qu'en première approximation que ces lois peuvent être appliquées dans la plupart des cas.

Dans ce qui va suivre nous nous proposons de faire un exposé de la similitude sous une forme simplifiée, des phénomènes d'écoulement des fluides visqueux, en n'envisageant que l'écoulement dans un plan; nous nous inspirerons pour cela de la méthode utilisée par notre collaborateur M. Kestlicher, dans une étude publiée en 1930, dans la *R. U. M.* (1).

§ 1. — Conditions de similitude dans le cas d'un fluide incompressible visqueux en régime laminaire

Considérons un élément fluide pris dans la masse et rapporté aux trois axes coordonnés ox , oy , oz (fig. 359) et étudions le mouvement de cet élément dans le plan des xz , en

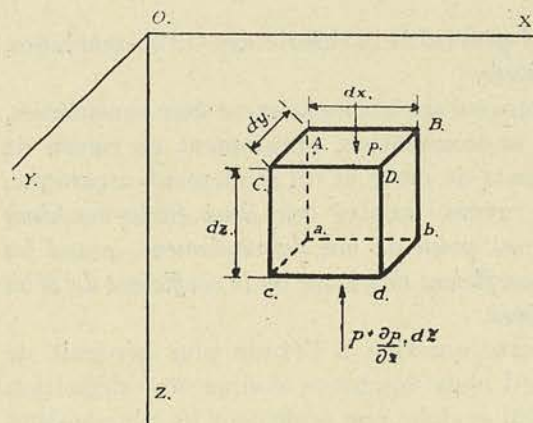


FIG. 359

admettant que les déplacements dans les directions perpendiculaires au mouvement principal (supposé se faire dans la direction de l'axe des z) sont négligeables vis-à-vis du mouvement principal.

Cet élément est en équilibre dynamique sous l'action des forces suivantes :

1° la force pesanteur verticale dirigée suivant l'axe des z (avec le système des axes coordonnés choisis) et ayant pour valeur

$$dZ = \delta \, dx \, dy \, dz$$

2° les pressions p et $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$, forces dirigées suivant l'axe oz , les pressions s'équilibrant dans les deux sens perpendiculaires puisque, comme nous l'avons admis, les déplacements suivant ces directions sont négligeables vis-à-vis du premier ;

3° les forces tangentielles résultant de l'action de la viscosité qui, dans le régime laminaire, se traduit par la relation de Newton :

$$dR = \mu S \frac{dw}{dn} \quad (562)$$

sur la face $ABab$,

$$R = \mu \, dz \, dx \frac{\partial w}{\partial y}$$

sur la face opposée $CDcd$,

$$R + dR = \mu \, dz \, dx \left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy \right]$$

(1) *R. U. M.*, janvier 1930.

sur la face ACac,

$$R = \mu \, dz \, dy \, \frac{\partial w}{\partial x}$$

sur la face opposée BDbd,

$$R + dR = \mu \, dz \, dy \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right]$$

En désignant par $d\pi$ le poids de l'élément envisagé, nous pourrions écrire

$$dZ - \frac{\partial p}{\partial z} dx \, dy \, dz + \mu \, dx \, dy \, dz \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = \frac{d\pi}{g} \frac{dw}{dt} \quad (563)$$

En divisant par dm les deux membres, puis en désignant par g l'accélération due à la pesanteur dirigée suivant l'axe des z , l'équation ci-dessus deviendra

$$g - \frac{dw}{dt} = \frac{g}{\delta} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\mu g}{\delta} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (564)$$

si on remarque que

$$d\pi = \delta \, dx \, dy \, dz = g \, dm. \quad (565)$$

Comme on peut poser, dans le mouvement continu

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dt} = w \frac{dw}{dz}$$

l'équation (564) ci-dessus pourra se mettre sous la forme :

$$g - w \frac{dw}{dz} = \frac{g}{\delta} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\mu g}{\delta} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (566)$$

Telle est l'équation générale qui régit le mouvement d'un élément comme celui envisagé, soumis aux seules forces suivantes : la pesanteur, les forces résultant de l'action des pressions, les forces résultant de l'action de la viscosité.

Demandons-nous à présent à quelles conditions un élément pris dans la masse fluide d'un second ensemble géométriquement semblable au premier, suivrait une trajectoire géométriquement semblable à celle passant par le point initial homologue.

Pour nous rendre compte des conditions que cette réalisation entraîne, écrivons l'équation du mouvement dans le second ensemble, en désignant par p' la pression, δ' le poids spécifique, w' la vitesse, μ' la viscosité, en un point homologue.

L'équation qui régira le mouvement de ce point pourra s'écrire :

$$g - w' \frac{dw'}{dz'} = \frac{g}{\delta'} \frac{\partial p'}{\partial z'} - \frac{\mu' g}{\delta'} \left[\frac{\partial^2 w'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial x'^2} \right] \quad (567)$$

Pour que les deux équations soient identiques à un facteur constant près, il faut que les termes correspondants des deux équations soient égaux, étant donné que le premier terme g est le même dans les deux équations.

Cette condition entraîne les trois égalités suivantes

$$\frac{p'}{\delta' z'} = \frac{p}{\delta z} \quad \frac{w'^2}{z'} = \frac{w^2}{z} \quad \frac{\mu' g w'}{\delta' x'^2} = \frac{\mu g w}{\delta x^2} \quad (568)$$

qui peuvent s'écrire sous une autre forme, en désignant par λ le facteur de similitude :

$$\frac{p'}{\delta'} : \frac{p}{\delta} = \lambda \quad \frac{w'}{w} = \lambda^{1/2} \quad \frac{\mu' g}{\delta'} : \frac{\mu g}{\delta} = \lambda^{3/2} \quad (569)$$

Comme on désigne sous le nom de viscosité cinématique la quantité $\frac{\mu g}{\delta}$ (généralement représentée par la lettre ν) la dernière condition pourra s'exprimer par la relation

$$\frac{\nu'}{\nu} = \lambda^{3/2} \quad (570)$$

En combinant cette dernière relation avec la seconde, nous pourrions remplacer celle-ci par la condition

$$\frac{w'}{v'} : \frac{w}{v} = \lambda^{-1} = \frac{L}{L'}$$

ou

$$\frac{w' L'}{v'} = \frac{w L}{v} \quad (571)$$

Nous désignerons par α le coefficient $\frac{w L}{v}$ appelé coefficient de *Reynolds*. Si nous remarquons que l'une des trois relations est une conséquence des deux autres puisque l'égalité des seconds membres des équations (566) et (567) entraîne nécessairement l'égalité des premiers membres, nous pourrions formuler les conditions pour qu'il y ait similitude à la manière dont nous l'avons définie, en disant :

« Il faut et il suffit que le coefficient de Reynolds soit le même aux points homologues, et que le rapport des viscosités cinématiques ait pour valeur $\lambda^{3/2}$. »

S'il en est ainsi, la relation suivante existe nécessairement :

$$\frac{w'^2}{w^2} = \lambda = \frac{p' / \delta'}{p / \delta} \quad (572)$$

Pour qu'il y ait similitude stricte, il ne suffit donc pas que α soit le même aux points homologues, il faut que les viscosités cinématiques des fluides utilisés dans les deux ensembles, soient dans un rapport déterminé.

Nous pouvons examiner à présent ce qui se passe lorsque l'on a affaire au cas particulier d'un système en charge.

Dans les relations précédentes p désigne la pression comptée à partir de la pression atmosphérique, ou pression effective : le système envisagé est, en effet, supposé isolé dans l'atmosphère, et la pression p prend la valeur particulière p_a pression atmosphérique, lorsqu'on applique l'équation entre les deux limites extrêmes, entrée et sortie : on dit que l'on a affaire dans ce cas à un système à surface libre.

Dans un tel système, les pressions sont directement liées à une dimension linéaire.

Si nous considérons à présent *un système en charge* où la pression est complètement indépendante des dimensions linéaires, nous pourrions écrire l'équation qui traduit le phénomène de l'écoulement, en introduisant la notion de la *pression motrice* p_1 , c'est-à-dire de la pression p diminuée de la pression due à la hauteur de charge

$$p_1 = p - \delta z \quad (573)$$

En effet, avec cette nouvelle notation, nous pourrions écrire

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p_1}{\partial z} - \delta$$

et l'équation du mouvement deviendra

$$g/\delta \frac{\partial p_1}{\partial z} = -w \frac{dw}{dz} + \frac{\mu g}{\delta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (574)$$

En reprenant le raisonnement précédent, nous verrons que la seule condition de similitude est alors la condition de Reynolds : coefficients α identiques aux points homologues

$$\frac{wL}{\nu} = \alpha, \quad (575)$$

la seconde condition

$$\frac{w'^2}{w^2} = \frac{p'_1/\delta'}{p_1/\delta} \quad (576)$$

étant une conséquence.

Remarque I. — Lorsqu'on a affaire à un fluide dont la viscosité est assez faible pour qu'on puisse le regarder comme *un fluide parfait*, l'équation générale, dans le cas d'une surface libre, se ramène à :

$$g - w \frac{dw}{dz} = g/\delta \frac{\partial p}{\partial z} \quad (577)$$

et les conditions de similitude deviennent

$$\frac{w'^2}{z'} = \frac{w^2}{z}, \quad \frac{p'}{\delta' z'} = \frac{p}{\delta z}$$

ou

$$\frac{w'}{w} = \lambda^{1/2}; \quad \frac{p'}{\delta'} : \frac{p}{\delta} = \lambda \quad (578)$$

Comme précédemment, il y a lieu de faire remarquer tout d'abord que la seconde relation est une conséquence de la première, car si nous transcrivons l'équation pour le second ensemble

$$g - w' \frac{dw'}{dz'} = \frac{g}{\delta'} \frac{\partial p'}{\partial z'}$$

en employant l'indice pour les éléments homologues, nous voyons que l'existence de la première relation entraîne l'égalité des seconds membres, c'est-à-dire la seconde relation.

Dans le cas d'un écoulement en charge et d'un liquide sans viscosité, l'équation (574) devient

$$\frac{g}{\delta} \frac{\partial p_1}{\partial z} = -w \frac{dw}{dz} \quad (579)$$

ce qui n'implique aucune condition, la relation suivante étant toujours réalisée.

$$\frac{w'^2}{w^2} = \frac{p'_1/\delta'}{p_1/\delta} \quad (580)$$

Remarque II. — Il existe un autre cas où la condition de similitude se ramène à celle établie pour le cas des fluides parfaits, c'est celui où l'on a affaire à un mouvement *irrotationnel*.

Cherchons à préciser ce qu'il faut entendre par là.

Si, au lieu d'écrire les équations pour le cas particulier du mouvement dans un plan, nous avons cherché à établir les relations générales du mouvement dans l'espace, nous serions arrivés à trois équations contenant en particulier trois termes fonctions des dérivées premières des 3 composantes de la vitesse u , v , w .

Dans le cas tout à fait général, au déplacement rectiligne infiniment petit de la particule, se superpose un mouvement de rotation de celle-ci, dont l'importance est donnée par les composantes du *vecteur tourbillon*.

D'après le théorème de Lagrange, si les composantes du vecteur tourbillon sont nulles à un moment donné, elles seront nulles à un moment quelconque en tout point de l'espace atteint par la particule, celle-ci étant ainsi *supposée dans ce cas animée d'un mouvement de translation simple*. Si donc chaque particule est au repos à un instant, le vecteur tourbillon sera nul pour toute la durée du mouvement et pour toute la masse. Comme exemple d'un mouvement irrotationnel, on peut citer le mouvement déterminé par l'appel d'un orifice en mince paroi situé dans le fond d'un réservoir de grandes dimensions. Dans ce cas, toutes les particules sont animées d'un simple mouvement de translation, sans rotation, et l'expérience montre que le débit *d'un tel orifice est indépendant de la viscosité du liquide*, ce qui revient à dire qu'il est le même que si l'on avait affaire à un fluide parfait.

Ceci s'explique par le fait que le vecteur tourbillon étant nul, on peut poser

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

et qu'il en résulte que les termes dépendant de la viscosité disparaissent dans les formules générales. En effet : de la relation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

on peut déduire, compte tenu des relations ci-dessus, trois équations de la forme

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$$

ce qui rend nuls les termes fonctions de la viscosité. Pour nous en rendre compte, revenons un instant au cas particulier traité du mouvement dans un plan : les équations ci-dessus se ramènent à une seule, la première, puisque l'on néglige les vitesses u et v , et d'autre part, la section de la veine étant supposée grandir très lentement, $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$.

Il en résulte nécessairement que le terme fonction de la viscosité de l'équation (566) est nul et que celle-ci se ramène à l'équation (577).

On peut donc dire que dans *tout mouvement irrotationnel* (ou mouvement à potentiel de vitesse dans lequel le vecteur tourbillon est nécessairement nul) les équations du mouvement et partant les conditions de similitude sont les mêmes que si l'on avait affaire à *un fluide parfait*.

§ 2. — Conditions de similitude dans le cas limite d'un déplacement par tranches parallèles

Lorsque le régime d'écoulement *laminaire* fait place au régime d'écoulement *turbulent*, la mise en équation du mouvement d'un élément pris dans la masse, n'est plus possible à moins d'admettre un cas limite : celui où le déplacement se ferait par tranches parallèles, la force tangentielle de frottement se ramenant à une force appliquée le long de la paroi dont la valeur irait croissant comme le carré de la vitesse.

Dans cette hypothèse, en effet, la résistance qui s'oppose à l'écoulement d'une tranche de section σ , de périmètre m et d'épaisseur dz peut s'écrire

$$d\tau = k \frac{\delta}{g} m w^2 dz \quad (581)$$

et la condition d'équilibre dynamique se traduit alors par l'équation :

$$dZ - \frac{\partial p}{\partial z} \sigma dz + k \frac{\delta}{g} m w^2 dz = \frac{d\pi}{g} \frac{dw}{dt} \quad (582)$$

Si l'on remarque que

$$d\pi = \delta \sigma dz \quad \text{et que} \quad w = \frac{dz}{dt},$$

cette équation peut s'écrire

$$\frac{g}{\delta} \frac{\partial p}{\partial z} = g - w \frac{dw}{dz} + k \left(\frac{m}{\sigma} \right) w^2 \quad (583)$$

Dans un système géométriquement semblable, la même équation pourrait s'écrire :

$$\frac{g}{\delta'} \frac{\partial p'}{\partial z'} = g - w' \frac{dw'}{dz'} + k \left(\frac{m'}{\sigma'} \right) w'^2 \quad (584)$$

Pour que les deux équations correspondent à des trajectoires géométriquement semblables, il faut que l'on ait l'identité des termes correspondants dans les deux équations, ce qui implique les deux conditions suivantes :

$$\frac{p'}{\delta'} : \frac{p}{\delta} = \lambda \quad \frac{w'^2}{w^2} = \lambda \quad (585)$$

la troisième relation destinée à identifier les derniers termes, se ramenant à la seconde,

Comme précédemment nous ferons remarquer que la première relation peut être considérée comme une conséquence de l'identité des seconds membres des deux équations, si bien qu'il n'existe qu'une seule condition de similitude dans le cas limite d'un écoulement par tranches parallèles, condition qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{w'^2}{2gL'} = \frac{w^2}{2gL}; \quad (586)$$

cette condition est connue sous le nom de : *loi de Reech-Froude*. On arrive ainsi aux mêmes conditions que dans le cas des fluides parfaits (formule 578).

Remarque I. — Lorsqu'il s'agit d'un écoulement en régime turbulent dans lequel le degré de turbulence n'est pas tel que l'on puisse considérer les pertes par frottement à la paroi comme prépondérantes et proportionnelles au carré de la vitesse, on peut appliquer les lois énoncées pour l'écoulement en régime laminaire, par approximation, les travaux de Boussinesq notamment ayant montré que l'on pouvait conserver les mêmes équations du mouvement, à la condition de considérer w comme une vitesse moyenne et de remplacer ν le coefficient de viscosité cinématique du liquide par un coefficient fictif de *turbulence* qui, pour des rugosités semblables, ne dépend plus dans les sections homologues, que du coefficient de Reynolds.

Remarque II. — Dans le cas des écoulements à forte turbulence, l'influence de la viscosité disparaît et les pertes deviennent proportionnelles au carré de la vitesse. La loi de similitude est alors celle des fluides parfaits.

C'est le cas de l'écoulement dans les ouvrages désignés par M. Camichel et ses collaborateurs qui les ont particulièrement étudiés, sous le nom de *ouvrages courts*.

§ 3. — Evaluation des pertes proportionnelles dans deux systèmes répondant aux conditions de similitude

Le travail élémentaire dû aux frottements dans l'écoulement d'un fluide visqueux peut s'exprimer par la relation

$$d\mathfrak{E}_f = \mu \left[dz dy \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx + dz dx \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy \right] dz \quad (587)$$

Par unité de masse débitée et par unité de longueur, ce travail peut s'exprimer par la relation

$$\frac{d\mathfrak{E}_f}{dz \times dm} = \frac{\mu g}{\delta} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (588)$$

La condition pour que les travaux des forces de frottement par kg./masse débitée et par unité de longueur, soient les mêmes aux points homologues de deux ensembles géométriquement semblables, est donc que

$$\frac{\nu' w'}{x'^2} = \frac{\nu w}{x^2} \quad (589)$$

relation toujours réalisée lorsque les conditions de similitude que nous avons énoncées sont satisfaites (voir relation 568).

Pour ce qui concerne les travaux des forces extérieures par unité de masse et par unité de longueur de déplacement, la relation (563) en donne la valeur :

$$\frac{d\mathcal{E}_e}{dz \times dm} = \frac{dZ}{dm} - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dx dy dz}{dm} = g - \frac{g}{\delta} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (590)$$

relation qui montre que si les conditions de similitude sont réalisées, ces travaux unitaires sont égaux aux points homologues.

Dans ces conditions on peut donc dire que pour deux ensembles répondant aux conditions de similitude, les pertes restent proportionnelles aux travaux des forces motrices, ce qui, s'il s'agissait de machines, s'énoncerait en disant que les rendements sont identiques.

Cette déduction fondamentale explique l'importance des lois de similitude au point de vue de la technique des machines.

Remarque. — Nous voudrions faire ressortir ici que la définition donnée par M. Germani (1) de la similitude répond exactement à la définition générale que nous avons énoncée au début de ce chapitre.

Dire qu'il y a similitude dans deux ensembles géométriquement semblables relativement à un phénomène particulier qui se présente dans ces deux ensembles, lorsque les mesures spécifiques de ce phénomène effectuées dans chacun de ces ensembles sont égales, c'est dire qu'il existe un rapport constant entre les éléments envisagés, aux points homologues.

E étant une fonction de grandeurs A, B, C, a, b..., les grandeurs A, B, C, pouvant constituer un système d'unités fondamentales, nous pouvons poser pour l'un des ensembles.

$$E = kA^\alpha B^\beta C^\gamma$$

Pour l'autre ensemble supposé géométriquement semblable au premier, nous pourrions écrire que la fonction E prendra la valeur E_1 en un point homologue, E_1 étant égal à

$$E_1 = k_1 A_1^\alpha B_1^\beta C_1^\gamma$$

Nous avons vu que la mesure spécifique E_s de E était obtenue lorsqu'on choisissait les paramètres A, B, C comme unités, ce qui conduit à la relation

$$E_s = k$$

Dire que les mesures spécifiques sont les mêmes dans les deux ensembles, c'est dire que

$$k = k_1$$

ce qui implique

$$\frac{E}{E_1} = \left(\frac{A}{A_1}\right)^\alpha \left(\frac{B}{B_1}\right)^\beta \left(\frac{C}{C_1}\right)^\gamma$$

Les rapports $\frac{A}{A_1}, \frac{B}{B_1}, \frac{C}{C_1}$ étant les mêmes quel que soit le point envisagé, on voit que le rapport $\frac{E}{E_1}$ garde la même valeur pour tous les points homologues des deux ensembles

(1) Voir fascicule II, chapitre IV, § 4.

CHAPITRE II

CALCUL DE LA PERTE DE CHARGE DANS UNE CONDUITE FORCÉE

On désigne sous le nom de *perte de charge* en hydraulique, la hauteur de la colonne fluide exprimée en mètres, qui fait équilibre à la résistance totale opposée à l'écoulement, par les forces de frottement.

L'évaluation de la perte de charge est une question importante au point de vue des applications, puisque c'est d'elle que dépend la connaissance de la charge utile appliquée aux machines hydrauliques. Aussi croyons-nous indispensable de consacrer à cette question un important chapitre.

§ 1. — Formule générale dans l'hypothèse d'un écoulement
par tranches parallèles

Si l'on admet que le fluide se déplace par tranches parallèles, hypothèse limite, on peut déterminer la perte de charge d'une manière simple en admettant que la résistance appliquée à la paroi et agissant en sens inverse du déplacement de la couche fluide, est proportionnelle à la surface S de contact avec le fluide, au poids spécifique δ de ce fluide, au carré de la vitesse w du fluide par rapport à la surface, c'est-à-dire

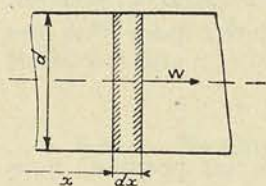


FIG. 360

$$R = k \delta w^2 S \quad (591)$$

Si nous considérons figure 360, une tranche de fluide prise dans la conduite, normalement à son axe, d'épaisseur dx , de section σ , de périmètre m , nous pourrions admettre par définition, que dh , la perte de charge élémentaire correspondant à l'élément dx , sera donnée par la relation

$$\sigma \delta dh = dR = k \delta (m dx) w^2 \quad (592)$$

D'où la valeur

$$dh = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) w^2 dx$$

et

$$h = k \left(\frac{m}{\sigma} \right) w^2 l \quad (593)$$

pour une conduite de longueur l , de section constante σ et de périmètre m .

En particulier pour les conduites cylindriques

$$h = 2gk \left(\frac{4}{d} \right) \frac{w^2}{2g} l \quad (594)$$

Le coefficient $2gk$ est généralement représenté par la lettre λ .

Des recherches nombreuses effectuées par Darcy et par Prony notamment ont montré que λ n'était pas constant mais variable avec le diamètre d de la conduite et avec la vitesse w .

En vérité, on sait depuis les recherches d'ordre théorique d'Osborne Reynolds, que λ est non seulement fonction de w et de d , mais encore du coefficient de viscosité cinématique ν , si bien que l'on peut écrire

$$\lambda = \varphi \left(\frac{wd}{\nu} \right) \tag{595}$$

§ 2. — Recherche de la valeur de λ pour l'écoulement laminaire, dans un tuyau cylindrique

Nous avons vu qu'il était possible, dans le régime d'écoulement laminaire, d'utiliser les équations générales de l'hydrodynamique appliquées aux fluides visqueux.

Dans ce régime, les couches concentriques prises dans un *tuyau cylindrique*, restent concentriques, glissant les unes sur les autres sans donner lieu à un échange de force vive entre les particules comme cela a lieu dans le régime turbulent.

Dans ces conditions, il est possible d'écrire directement les conditions d'équilibre d'un élément de rayon r , d'épaisseur dr , de longueur dx , le mouvement étant permanent. Cet élément est, en effet, en équilibre sous l'action des pressions agissant de part et d'autre de la tranche d'épaisseur dx , et

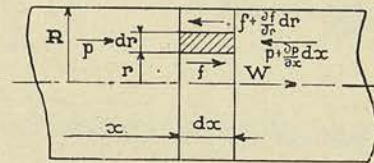


FIG. 361

des forces de frottement développées f d'une part, $f + \frac{\partial f}{\partial r} dr$ d'autre part (fig. 361).

Cette condition d'équilibre, en régime uniforme, conduit à la relation

$$2\pi \left(\frac{dp}{dx} \right) dx r dr = \frac{df}{dr} dr \tag{596}$$

où la valeur de f , d'après la relation de Newton-Navier, peut s'écrire

$$f = 2\pi r \mu \frac{dw}{dr} dx \tag{597}$$

μ étant le coefficient de viscosité absolu.

D'où

$$r \frac{dp}{dx} = \mu \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \tag{598}$$

De cette équation on peut tirer par intégration

$$r \frac{dw}{dr} = \frac{1}{\mu} \int \left(\frac{dp}{dx} \right) r dr + C \tag{599}$$

puis

$$w = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{4} + C \log r + C' \tag{600}$$

Les deux constantes d'intégration peuvent être déterminées en observant :
 1° que w n'est pas infini pour $r = 0$, ce qui implique $C = 0$;
 2° que pour $r = R$ la vitesse w est nulle.

Cette condition conduit à

$$C' = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{R^2}{4}$$

et partant à la valeur de w

$$w = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) \quad (601)$$

Cherchons à exprimer $\left(\frac{dp}{dx} \right)$ en fonction de la vitesse moyenne w_m ; on peut écrire par définition

$$Q = \pi R^2 \times w_m = \int_0^R -\frac{2\pi}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) r dr$$

ce qui conduit à

$$w_m = -\frac{1}{8\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) R^2 \quad (602)$$

et partant à

$$dp = -8\mu \frac{w_m}{R^2} dx \quad (603)$$

En désignant par dh la perte de charge élémentaire, on voit que par définition

$$\delta dh = -dp = 8\mu \frac{w_m}{R^2} dx \quad (604)$$

ce qui permet d'écrire pour valeur de la perte de charge, dans le cas d'une conduite cylindrique parcourue par un fluide de viscosité μ , de densité δ ,

$$h = 32 \frac{1}{g} \frac{\mu g}{\delta} \frac{w}{d^2} l \quad (605)$$

w étant mis pour w_m .

Comme on désigne par ν (coefficient de viscosité cinématique) le facteur $\frac{\mu g}{\delta}$, on voit que la perte de charge dans l'écoulement laminaire peut se mettre sous la forme

$$h = \lambda \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} l \quad (606)$$

c'est-à-dire sous la forme indiquée plus haut pour l'écoulement turbulent, à la condition de prendre pour λ la valeur

$$\lambda = \frac{16}{\alpha} \quad (607)$$

α étant le coefficient de Reynolds, égal à $\frac{wd}{\nu}$.

Comme on peut le voir, la perte de charge dans le régime laminaire se déduit directement de la connaissance du coefficient de Reynolds; elle est totalement indépendante de la nature et de l'état de la paroi.

Remarque I. — En combinant les relations (601) et (604), on peut déduire la valeur de w en un point distant de r de l'axe, en fonction de w_m

$$w = 2 w_m \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (608)$$

Cette formule montre que la vitesse croît de 0 à la paroi jusqu'à une vitesse w_{\max} égale à 2 fois la vitesse moyenne w_m , suivant une loi parabolique.

Remarque II. — Nous aurions pu déduire directement la valeur de $\frac{dp}{dx}$ de l'équation générale du mouvement. En effet, pour un tuyau cylindrique horizontal, l'équation générale (564) se ramène à

$$\frac{g}{\delta} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu g}{\delta} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{du}{dt} \quad (609)$$

et comme en régime permanent et uniforme $\frac{du}{dt} = 0$, et que d'autre part p doit être supposé constant dans toute l'étendue de la section :

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) \quad (610)$$

en passant des coordonnées rectangulaires aux coordonnées polaires.

On retrouve ainsi la relation (598), u y étant remplacé par w .

Remarque III. — La notion de mesure spécifique introduite par M. Germani que nous avons rappelée au chapitre précédent permet également de retrouver les formes générales des équations de perte de charge et les paramètres dont dépend éventuellement le coefficient λ .

Considérons tout d'abord le cas de l'écoulement à forte turbulence pour lequel on peut admettre que le phénomène ne dépend pas de la viscosité du fluide.

Nous pourrions alors écrire que la force tangentielle de frottement appliquée à la paroi est fonction uniquement de trois paramètres : w, l et $\rho = \frac{\delta}{g}$, l étant une dimension linéaire de la conduite envisagée :

$$R = f(w, l, \rho) \quad (611)$$

Mettons cette relation sous la forme monôme :

$$R = A w^\alpha l^\beta \rho^\gamma \quad (612)$$

A étant un simple coefficient.

L'équation aux dimensions correspondant à cette relation s'écrira dans le système ordinaire, masse, longueur, temps :

$$|MLT^{-2}| = |LT^{-1}|^\alpha |L|^\beta |ML^{-3}|^\gamma \quad (613)$$

En identifiant les exposants des grandeurs L, M et T nous obtiendrons :

$$\alpha = 2; \quad \beta = 2; \quad \gamma = 1;$$

d'où :

$$R = Aw^2l^2\rho \quad (614)$$

Or, en vertu de (592) on a $\sigma\delta h = R$; donc h pourra s'écrire :

$$h = 2A \frac{w^2 l}{2g \sigma} \times l$$

et comme le périmètre m peut s'écrire :

$$m = Kl$$

et la longueur de la conduite $L = K_1 l$, nous aurons finalement :

$$h = \lambda \left(\frac{m}{\sigma} \right) \frac{w^2}{2g} L \quad (615)$$

où λ est un simple nombre sans dimensions, le même pour tous les systèmes géométriquement semblables.

Si la viscosité du fluide intervient, la relation (611) devra être remplacée par :

$$R = f(w, l, \rho, \nu) \quad (616)$$

Nous pourrions encore écrire R sous la forme (612) mais à la condition de considérer A comme fonction du facteur ν .

En choisissant w, l, ρ , comme unités, nous obtiendrons la mesure spécifique de R qui sera ainsi donnée par :

$$R_s = A = \varphi(\nu_s) \quad (617)$$

Le coefficient A , et partant le coefficient λ de la relation (615), est alors fonction de la viscosité spécifique.

Pour expliciter la valeur de ν_s il nous suffira d'exprimer ν dans le système d'unités choisies : w, l et ρ .

$$\nu = Kw^\alpha l^\beta \rho^\lambda$$

et d'appliquer l'équation aux dimensions.

On trouve ainsi :

$$\nu = Kwl \quad (618)$$

et partant :

$$\nu_s = K = \frac{\nu}{wl} \quad (619)$$

ν_s n'est donc autre chose ici que l'inverse du coefficient α de *Reynolds*.

La relation (615) pourra donc s'écrire dans sa forme générale :

$$h = \varphi(\alpha) \left(\frac{m}{\sigma} \right) \frac{w^2}{2g} L \quad (620)$$

Cette relation reste applicable quel que soit le régime d'écoulement, à la condition que la viscosité soit le seul paramètre à envisager ce qui est le cas du régime laminaire et du régime à faible turbulence pour des conduites polies. Dans le régime laminaire nous venons de voir que

$$\lambda = \varphi(\alpha) = \frac{16}{\alpha} \text{ pour une conduite cylindrique.}$$

§ 3. — Recherche de la valeur de λ dans l'écoulement turbulent

Comme nous venons de le voir, la vitesse varie dans une section comme les ordonnées d'une parabole en passant de la paroi à l'axe de la conduite, lorsqu'il s'agit du régime laminaire.

L'expérience montre que cette répartition des vitesses dans la section subsiste tant que le coefficient de Reynolds que nous désignerons par α , reste inférieur à une certaine valeur critique α_c , à partir de laquelle la loi de répartition des vitesses dans la section change. Non seulement cette loi change et dépend de la valeur de α , mais il faut, à partir de ce moment, parler de vitesses locales moyennes, la vitesse observée en un point oscillant constamment entre deux valeurs extrêmes.

C'est cette vitesse moyenne que nous continuerons à désigner par w .

Des expériences relativement récentes montrent que la loi de répartition de cette vitesse w dans la section, dépend non seulement de la valeur du coefficient α , mais de l'état de la paroi. On conçoit que dans ces conditions les pertes grandissent plus rapidement que ne l'implique la formule trouvée ci-dessus pour le mouvement laminaire, et qu'il ne soit plus possible de les évaluer en partant des équations de l'hydrodynamique. La perte de charge est ici non seulement dépendante de la viscosité du fluide, mais encore de l'état de la paroi, c'est-à-dire de sa rugosité.

La figure 362 donne la loi de la répartition des vitesses dans la section d'une conduite cylindrique dans les différentes hypothèses.

Lorsque, par suite de la rugosité de la paroi, la turbulence est très grande aux environs de celle-ci, la loi de répartition tend à être donnée par une courbe très plate analogue à celle indiquée sous le n° 3, courbe qui se rapporte à la répartition des vitesses observées par Stodola dans une conduite parcourue par de la vapeur.

La perte de charge tend alors vers celle établie dans l'hypothèse limite des tranches parallèles, c'est-à-dire que la valeur du coefficient λ est alors indépendante de la viscosité et ne dépend plus que de l'état de la paroi.

Dans le cas limite où l'on a affaire à un tuyau poli, la loi de répartition des vitesses est une fonction exclusivement de α , ainsi que cela résulte des diagrammes de la fig. 363, tirée des expériences de Nikuradse (1) effectuées sur un tuyau cylindrique avec de l'eau comme liquide.

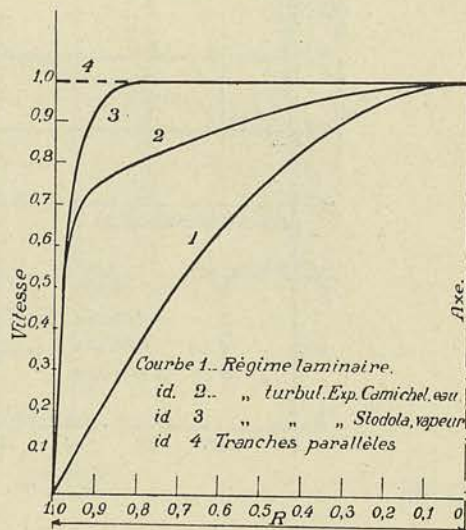


FIG. 362

(1) Voir à ce sujet l'étude de M. KESTLICHER, R. U. M., 15 décembre 1932.

A. — CAS LIMITE DES TUYAUX POLIS

D'après ce que nous venons de dire, la loi de répartition de la vitesse dans la section est exclusivement fonction de α et cette loi établie pour l'eau reste vraie pour n'importe quel fluide, notamment pour l'air (expériences de Stanton, déductions de M. Kestlicher).

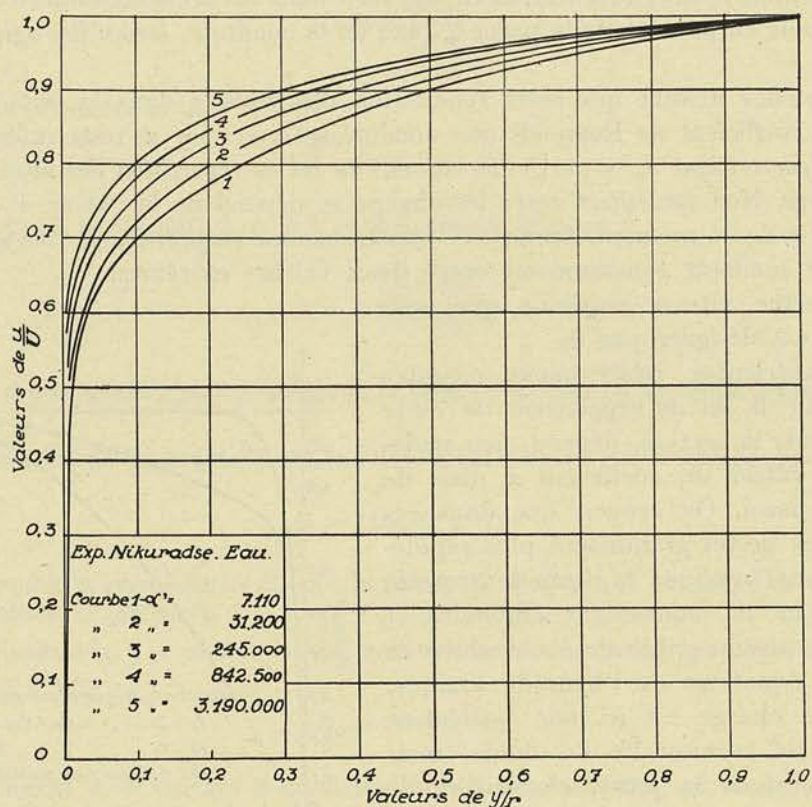


FIG. 368

Nous pouvons en déduire que la valeur de λ pour les tuyaux lisses est exclusivement fonction de α , quelle que soit la nature du fluide envisagé.

Et de fait, l'analyse des résultats de Stanton conduit à la formule de Lees

$$\lambda = \frac{0,153}{\alpha^{0,35}} + 0,00179 \quad (621)$$

Nous avons proposé nous-même, en 1922, pour coordonner les résultats d'essais sur les tuyaux rugueux groupés par Lebeau, en considérant la formule des tuyaux lisses comme la limite des tuyaux rugueux

$$\lambda = \frac{0,133}{\alpha^{1/3}} + 0,00167 \quad (622)$$

Les deux formules donnent des résultats équivalents, comme le montrent les courbes 2 et 3 de la figure (364), mais la dernière formule a l'avantage d'introduire la racine cubique de α et de permettre ainsi une détermination plus rapide du coefficient λ . La formule monôme de Blasius, qui s'appuyait sur des considérations théoriques dont l'exposé de M. Kestlicher, que nous rappelons ci-après, montre le peu de fondement,

$$\lambda = \frac{0,0790}{\alpha^{1/4}} \tag{623}$$

doit être aujourd'hui reconnue comme erronée, les écarts avec les chiffres expérimentaux étant inadmissibles pour les fortes valeurs de α : la courbe 1 (fig. 364) qui traduit la formule de Blasius, le montre à suffisance.

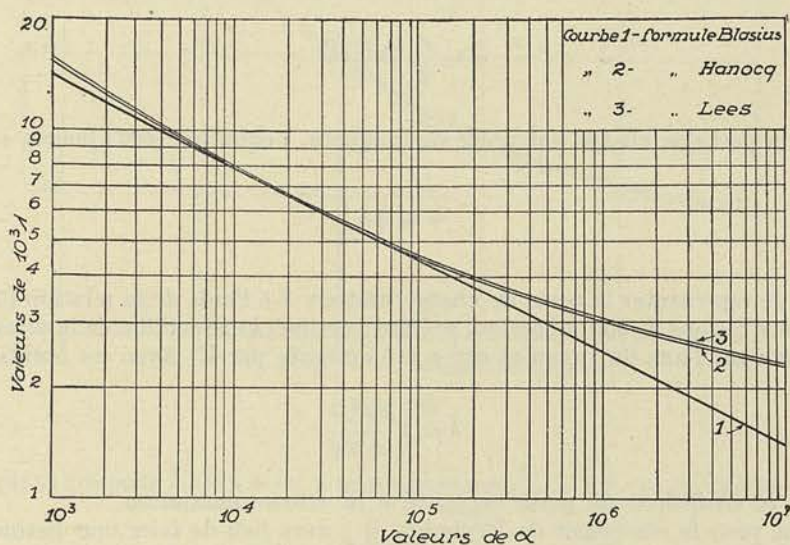


FIG. 364

Pour conserver une formule monôme, il faudrait poser

$$\lambda = k \frac{\alpha^n}{\alpha^n} = \frac{33,16 \times 343.000^n}{\alpha^n} \tag{624}$$

et donner à n une valeur variable avec α , soit 0,265 pour λ compris entre 10^3 et 10^4 et 0,138 par exemple, pour α compris entre 10^6 et $2,5 \cdot 10^6$.

Remarque. — Au point de vue des applications, cette dernière formule est évidemment moins intéressante que la première (622); nous ne l'indiquons ici que parce qu'elle fait comprendre, par voie de conséquence, que la distribution des vitesses dans la section doit varier avec α . En effet, des considérations basées sur la similitude permettent de montrer qu'avec une distribution des vitesses au voisinage de la paroi donnée par la relation :

$$w = A y^{1/n} \tag{625}$$

(y désignant la distance linéaire à la paroi), la perte de charge doit être fournie par la relation de Blasius (623). Si comme on le constate, l'exposant n dans la formule monôme doit être considéré comme variable avec α , c'est que l'exposant de y dans la formule donnant w doit être également considéré comme variable avec le même coefficient α . M. Kestlicher a pu montrer que pour des valeurs de α comprises entre 14.000 et 2.200.000 la valeur de l'exposant de la formule ci-dessus, devait varier entre 6 et 9 en chiffres ronds.

Se basant sur la notion de la mesure spécifique de la vitesse locale, M. Kestlicher a pu montrer que la relation exprimant que la mesure spécifique de la vitesse locale u est fonction de la mesure spécifique de la distance y à la paroi, doit s'écrire avec ρ , μ et τ comme paramètres fondamentaux :

$$\frac{u}{\sqrt{\tau/\rho}} = \varphi \left(y \frac{\sqrt{\rho\tau}}{\mu} \right) \quad (626)$$

dans laquelle τ désigne la force tangentielle de frottement appliquée à la paroi par unité de surface.

En désignant par r le rayon du cylindre, et par l sa longueur, il vient nécessairement :

$$\pi r^2 (p_1 - p_2) = 2 \pi r l \tau$$

d'où :

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{p_1 - p_2}{l} \quad (627)$$

h étant la perte de charge par unité de longueur, l'équation (627) pourra s'écrire :

$$\tau = \delta h \frac{r}{2} \quad (628)$$

Au lieu de représenter la perte de charge unitaire h à l'aide de la relation (594) M. Kestlicher, pour des raisons de simplification, préfère exprimer h en fonction de la vitesse maximum qui se présente sur l'axe du tuyau et qui a été désignée par U . Avec ces notations on devra écrire :

$$h = \lambda' \frac{4}{d} \frac{U^2}{2g} \quad (629)$$

λ' désignant le coefficient de perte rapporté à la vitesse maximum.

De même pour le coefficient de Reynolds, il y aura lieu de faire une distinction entre α se rapportant à la vitesse w moyenne et α' se rapportant à la vitesse maximum U .

Entre ces différents coefficients, nous aurons évidemment les relations simples suivantes :

$$\alpha' = \alpha \frac{U}{w}, \quad \lambda' = \lambda \frac{w^2}{U^2}, \quad \alpha' \sqrt{\lambda'} = \alpha \sqrt{\lambda} \quad (630)$$

En introduisant en (626) les valeurs de τ et h , on obtient :

$$\frac{u}{U} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda'}} = \varphi \left(\frac{1}{\sqrt{2}} y \frac{U \sqrt{\lambda'}}{r} \right)$$

ou en laissant de côté les coefficients numériques et en transformant le second membre :

$$\frac{u}{U} \frac{1}{\sqrt{\lambda'}} = \varphi \left(\frac{y}{r} \alpha' \sqrt{\lambda'} \right) \quad (631)$$

Le diagramme de la figure 365 montre le bien fondé de la relation ci-dessus obtenue en s'appuyant sur la notion de similitude ; les points de ce diagramme correspondent aux valeurs relevées sur les courbes de la figure 363 pour des valeurs de $\frac{y}{r}$ variant entre 0,01 et 1,0 et pour des valeurs de α' variant de 7000 à plus de 3.10^6 .

Les points fournis pour les expériences de Stanton avec des tubes polis parcourus par de l'air se groupent également sur la courbe de la figure 365.

L'équation analytique correspondant à cette courbe peut s'écrire :

$$\frac{U}{u} \sqrt{\lambda'} = \frac{0,19275}{\left(\frac{y}{r} \alpha' \sqrt{\lambda'}\right)^{0,225}} + 0,0303 \quad (632)$$

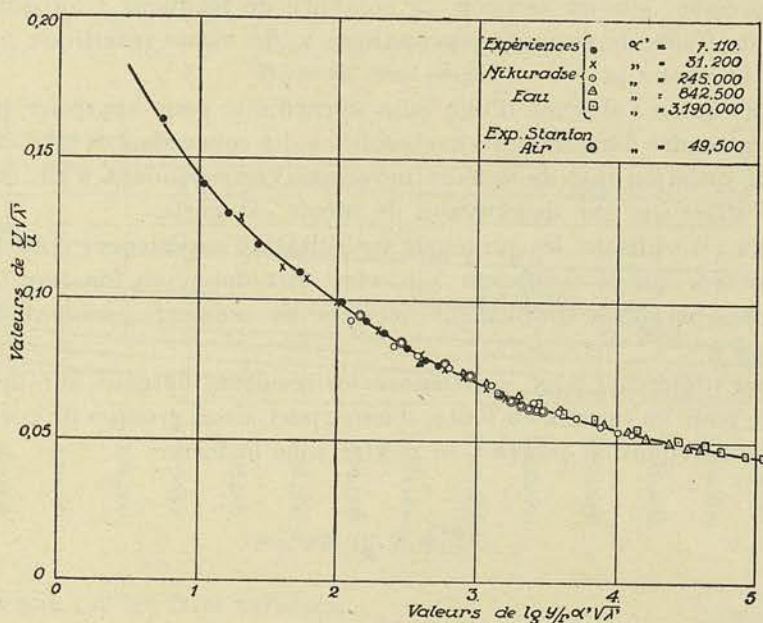


FIG. 365

ou, en remarquant que pour $\frac{y}{r} = 1,0$ on a nécessairement $\frac{u}{U} = 1,0$, on en déduit :

$$\sqrt{\lambda'} = \frac{0,19275}{(\alpha' \sqrt{\lambda'})^{0,225}} + 0,0303 \quad (633)$$

qui donne la relation cherchée entre λ' et α' pour un tuyau cylindrique poli. Cette formule fournit des résultats sensiblement identiques à ceux de la formule (622) pour des valeurs de α' variant de 10^3 à $5 \cdot 10^6$. La formule (622) reste évidemment d'une utilisation beaucoup plus simple dans la pratique courante mais la nouvelle formule (633) a surtout l'avantage de montrer la liaison qui existe entre la loi de la perte de charge et celle de la distribution de vitesse dans une section droite du tuyau.

Pour passer d'un système à l'autre, on se servira utilement du diagramme de la figure 366, qui donne le rapport $\frac{w}{U}$ en fonction du $\log. \alpha' \sqrt{\lambda'}$.

La droite fournie par des recherches expérimentales correspond à la loi :

$$\frac{w}{U} = 0,718 + 0,0303 \log. \alpha' \sqrt{\lambda'} \quad (634)$$

applicable pour des valeurs de α' allant jusqu'à environ $5 \cdot 10^6$.

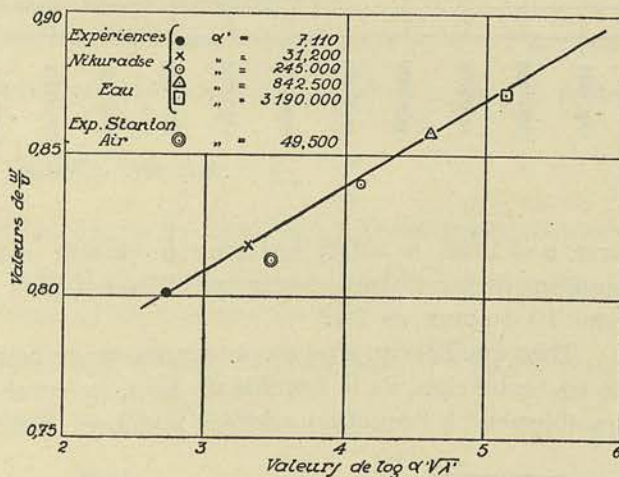


FIG. 366

B. — CAS DES TUYAUX RUGUEUX

La détermination du coefficient λ pour les tuyaux rugueux est entièrement basée à l'heure actuelle, sur des recherches expérimentales directes consistant à déterminer la chute de pression sur un tronçon de conduite de longueur l lorsque celui-ci est parcouru par un fluide de viscosité cinématique ν , de masse spécifique ρ et est animé d'une vitesse moyenne w .

On conçoit qu'en l'absence d'une base scientifique pour apprécier la rugosité, il ne faille pas s'attendre dans de telles recherches à des concordances très satisfaisantes : il ne peut être question que de valeurs moyennes correspondant à un grand nombre d'expériences effectuées sur des tuyaux de même catégorie.

M. Lebeau ⁽¹⁾ utilisant les principaux résultats d'expériences connus jusqu'à ce jour, a pu montrer que le coefficient λ pouvait être donné en fonction de α par une série de courbes parallèles simplement décalées en ordonnée, suivant la valeur du diamètre.

M. Lebeau indiquait, pour coordonner les résultats obtenus sur des tuyaux en fer d'une part, pour les tuyaux en fonte, d'autre part, deux groupes de courbes (fig. 367 et fig. 368) dont l'équation pouvait se mettre sous la forme

$$10^4 \lambda = \frac{a}{\alpha^n} + b \quad (635)$$

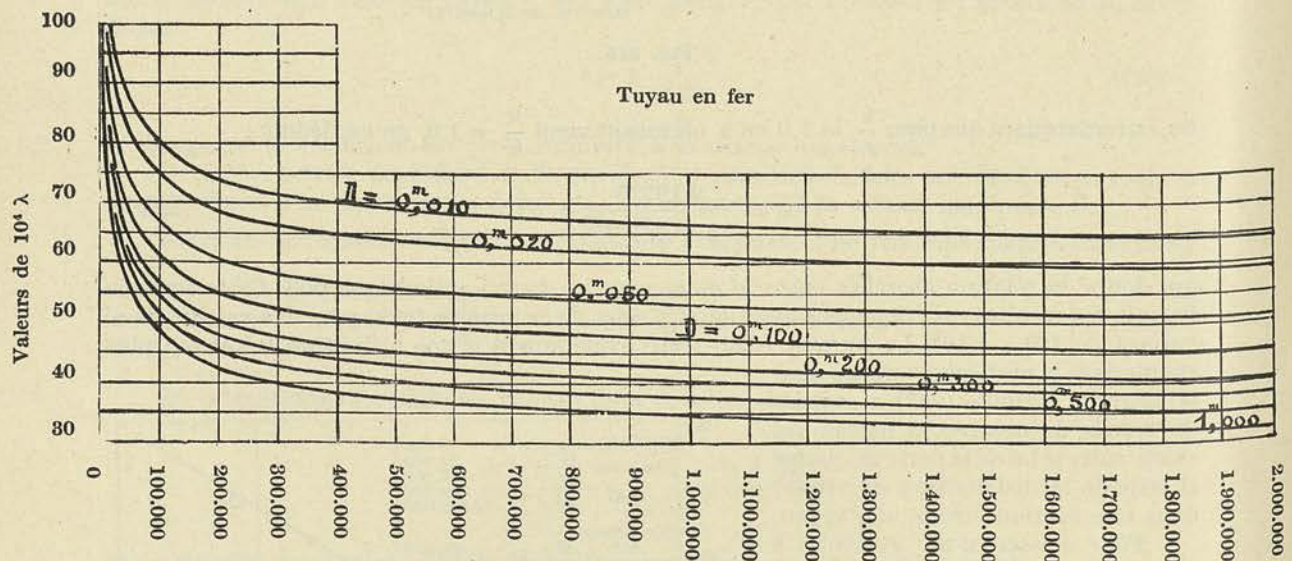


FIG. 367. — Valeurs de α

avec $a = 1330$, $n = 1/3$, le terme b variant seulement avec le diamètre, et étant pour un même diamètre, très sensiblement plus élevé pour les tuyaux en fonte que pour les tuyaux en fer.

Bien que Lebeau n'ait pas eu connaissance, au moment où il interprétait les résultats de ses recherches, de la formule de Lees, les courbes proposées par lui répondaient très sensiblement à l'équation adoptée par Lees pour les tuyaux lisses, à cette seule dif-

(1) Mémoires du Congrès Scientifique International de Liège 1922.

férence que le terme b (constant pour Lees), allait croissant avec le diamètre et la rugosité, tout en restant, même pour les grands diamètres, nettement supérieur à la valeur correspondant à la formule de Lees.

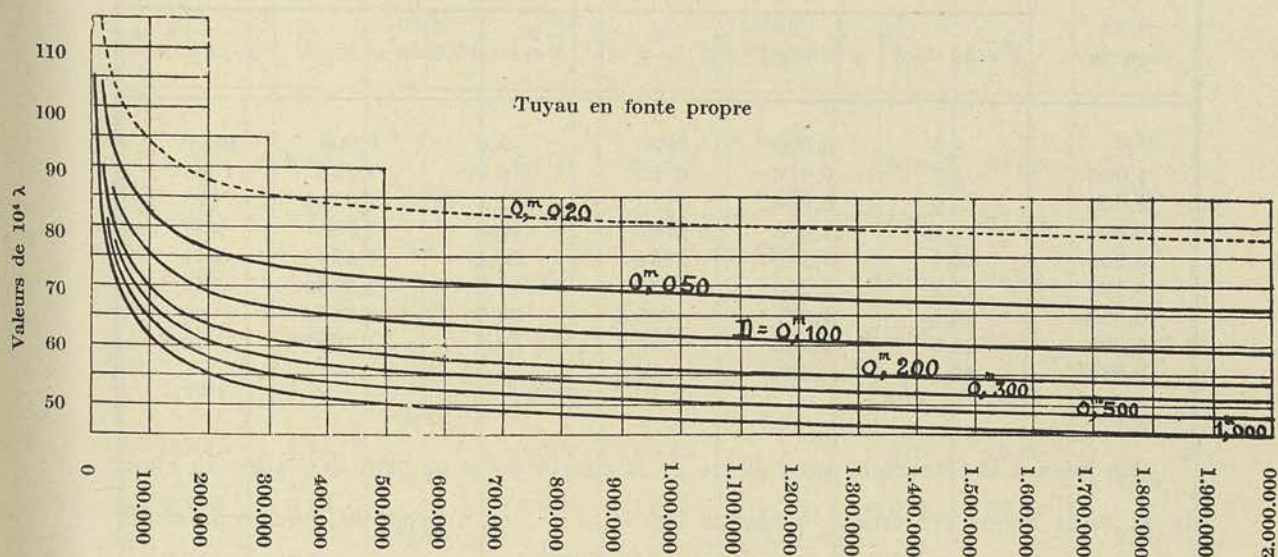


Fig. 368. — Valeurs de α

Nous basant sur les faits suivants :

- 1° que seule le terme b dépend de la rugosité relative du tuyau ;
- 2° qu'à la limite, pour une rugosité nulle ou un diamètre infini, on devrait retrouver la constante de la formule (622), nous avons posé

$$b = k' f \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 15,7 \quad (636)$$

Cette forme de l'équation conduit, en effet,

$$\text{pour } \varepsilon = 0 \quad \text{et} \quad \text{pour } d = \infty$$

aux conditions limites que nous venons d'énoncer.

Nous avons dressé ensuite le tableau XIX des valeurs de $b' = b - 15,7$, puis de $y = \log b'$ et enfin $y' = y \times \frac{d}{\varepsilon}$ à la fois pour les tuyaux en fer et les tuyaux en fonte, en nous donnant arbitrairement une valeur de $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{10}$ mm.

Pour que les deux courbes de y' tracées en fonction de $\left(\frac{d}{\varepsilon} \right)$ coïncident très sensiblement, nous avons observé qu'il fallait admettre que la rugosité des tuyaux en fonte soit 8,35 fois supérieure à la rugosité des tuyaux en fer.

L'asymptote commune des courbes ainsi tracées a pour valeur $\frac{687}{\varepsilon_1}$ et l'on peut représenter la fonction y' par une équation de la forme

$$y' = \frac{687/\varepsilon_1}{k' f \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)} \quad (637)$$

TABLEAU XIX

d en m	FER			FONTE		
	$b' = b - 15,7$	$y = \log b'$	$y' = y \times \frac{d}{\varepsilon}$	$b' = b - 15,7$	$y = \log b'$	$y' = y \times \frac{d}{\varepsilon}$
∞	1,0	0,000	6870	1,0	0,000	6870
1,000	4,7	0,672	6720	16,7	1,223	1468
0,500	9,0	0,954	4770	21,1	1,324	793
0,300	11,3	1,053	3159	24,0	1,380	497
0,200	13,1	1,117	2234	26,4	1,422	341
0,100	17,8	1,250	1250	31,6	1,500	180
0,050	23,5	1,371	685,5	38,7	1,588	95
0,020	31,5	1,498	299,6	50,6	1,704	40,8
0,010	37,1	1,569	156,9	—	—	—

En faisant la remarque que l'allure de la courbe de y' ne peut dépendre du choix de ε_1 , nous avons été amené à choisir $\log k' = \frac{10}{\varepsilon_1}$, et à proposer, pour représenter la fonction y'

$$y' = \frac{687/\varepsilon_1}{10 \frac{1}{\varepsilon_1} y''} \quad (638)$$

y'' ayant pour valeur

$$y'' = \frac{1}{f'(\varepsilon/d)} = \frac{10/\varepsilon_1}{\log \frac{687}{\varepsilon_1} - \log y'} \quad (639)$$

En adoptant $\varepsilon = \varepsilon_1$ pour les tuyaux en fer et $\varepsilon = 8,35 \varepsilon_1$ pour les tuyaux en fonte, on retrouve les courbes proposées par Lebeau.

Cette formule est assez peu maniable, mais il suffit de dresser le tableau des valeurs de $b' = 10 \frac{\varepsilon}{d} y''$ pour pouvoir trouver directement la valeur de λ , connaissant $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$. On trouvera ce tableau ci-contre, page 483.

Avec ce tableau, la détermination du coefficient λ pourra se faire très simplement dès que l'on connaîtra la valeur de la rugosité relative. Il ne peut être question forcément dans un tel domaine, de poursuivre la détermination de λ avec une très grande approximation.

Des expériences effectuées sur les tuyaux en cuivre et sur les tuyaux en ciment, il résulte que la valeur de la rugosité, en fonction de la rugosité des tuyaux en fer prise pour terme de comparaison, peut varier dans de très grandes limites, suivant notamment la façon dont les joints sont exécutés.

A titre indicatif, nous donnons la classification proposée par M. Lebeau :

Tuyaux polis (tuyaux en plomb, cuivre ou laiton, étirés).

Tuyaux rugueux de première catégorie (tuyaux en fer ou acier laminés).

Tuyaux rugueux de deuxième catégorie (tuyaux en fonte ou en acier coulé).

Tuyaux rugueux de troisième catégorie (tuyaux en fer, en fonte complètement recouverts d'incrustation).

TABLEAU XX donnant la valeur du deuxième terme b' de la formule $10^4 \lambda = \frac{1330}{\alpha^{1/3}} + b' + 15,7$ déduite des recherches de MM. Hanocq et Lebeau

$d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$	b'	Différences	$d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$	b'	Différences	$d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$	b'	Différences
1,400	3,50		0,300	11,20	0,66	0,070	20,60	0,88
		0,23			0,35			0,90
1,300	3,73		0,275	11,55	0,37	0,060	21,50	0,93
		0,27			0,40			0,95
1,200	4,00		0,250	11,92	0,40	0,050	22,43	0,97
		0,33			0,58			1,00
1,100	4,33		0,225	12,32	0,82	0,040	23,38	1,15
		0,42			1,13			2,80
1,000	4,75		0,200	12,90	0,95	0,030	24,35	2,10
		0,53			1,00			4,50
0,900	5,28		0,175	13,72	0,70	0,020	25,35	4,60
		0,65			0,72			11,30
0,800	5,93		0,150	14,85	0,74	0,015	26,50	
		0,78			0,76			
0,700	6,71		0,135	15,80		0,010	29,30	
		0,94						
0,600	7,65		0,120	16,80		0,008	31,40	
		1,10						
0,500	8,75		0,110	17,50		0,006	35,90	
		0,55						
0,450	9,30		0,100	18,22		0,005	40,50	
		0,60						
0,400	9,90		0,090	18,96		0,004	51,80	
		0,64						
0,350	10,54		0,080	19,72				

Les tuyaux en ciment, qui n'ont pas été étudiés par M. Lebeau, devraient être classés dans une quatrième catégorie et nous estimons qu'en adoptant les nombres suivants pour exprimer dans chaque catégorie la rugosité, en fonction de la rugosité ϵ_1 des tuyaux en fer étiré, on se trouvera dans des conditions moyennes :

Tuyaux polis $\epsilon/\epsilon_1 = 0$

Tuyaux rugueux de 1^{re} catégorie $\epsilon/\epsilon_1 = 1$

» » 2^{me} » $\epsilon/\epsilon_1 = 8$

» » 3^{me} » $\epsilon/\epsilon_1 = 60$

» » 4^{me} » $\epsilon/\epsilon_1 = 1 \text{ à } 12$

Pour la dernière catégorie comportant les tuyaux en ciment, il y a lieu toutefois de remarquer que la valeur de ϵ/ϵ_1 varie fortement suivant la fabrication, l'état de la paroi et la façon dont sont exécutés les joints. Ainsi cette valeur de ϵ/ϵ_1 peut exceptionnellement atteindre la valeur de 120 quand le ciment est très rugueux et que les joints sont défectueux (1).

(1) Voir *Engineering*, 8 septembre 1922.

Remarque I. — Pour ce qui concerne les tuyaux fortement incrustés de la 3^e catégorie il y a lieu de faire remarquer que le degré élevé de turbulence dû à cet état de la paroi, a pour effet de masquer complètement l'influence de la viscosité de sorte que le coefficient de perte λ devient pratiquement indépendant de α .

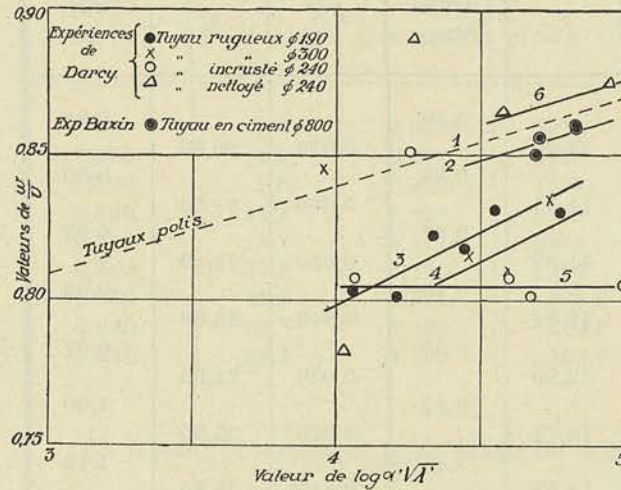


FIG. 369

vitesses est deux fonction de la rugosité relative du tuyau. En utilisant les valeurs moyennes de λ fournies par ces expérimentateurs, et en se basant sur la liaison qui existe entre la loi de la perte de charge et celle de la distribution des vitesses, établie plus haut pour les tuyaux polis, M. Kestlicher a pu dresser le diagramme de la figure 370 donnant $10^4 \lambda$ en fonction de α pour les tuyaux expérimentés par Darcy et Bazin.

On voit que la droite 5 se rapportant au tuyau incrusté est une horizontale. En valeur absolue le coefficient λ correspondant est assez élevé, environ le double de celui d'un tuyau de même diamètre mais à paroi propre, et pour une valeur de α de 3 à 4.10^5 correspondant à des conditions de service tout à fait courantes.

Divers auteurs ont cherché à fixer un rapport entre la perte de charge h_i d'un tuyau incrusté et la perte h correspondant au même tuyau mais à paroi propre.

Le tableau ci-contre, p. 485, donne quelques-unes de ces valeurs.

Il est évident que ce chiffre n'a de signification que dans les limites assez étroites de diamètre et de vitesse entre lesquelles les expériences ont été effectuées.

La Société Américaine d'Hydraulique a publié un tableau de valeurs d'un coefficient recommandé pour tenir compte de l'état plus ou moins neuf de la tuyauterie. On peut en

On s'en rendra compte en examinant le diagramme de la figure 369 qui traduit les résultats des anciennes expériences de Darcy et de Bazin (1). Les essais de Darcy ont porté sur des tuyaux en fonte de rugosité différente et celles de Bazin sur un tuyau en ciment.

Les points de ce diagramme ont été calculés en suivant la méthode exposée plus haut pour la répartition des vitesses dans des tuyaux polis.

On voit que la distribution des vitesses dans les tuyaux rugueux à paroi propre change avec la valeur du coefficient de Reynolds alors que celle des tuyaux fortement incrustés est complètement indépendante de la valeur de ce coefficient. La distribution des

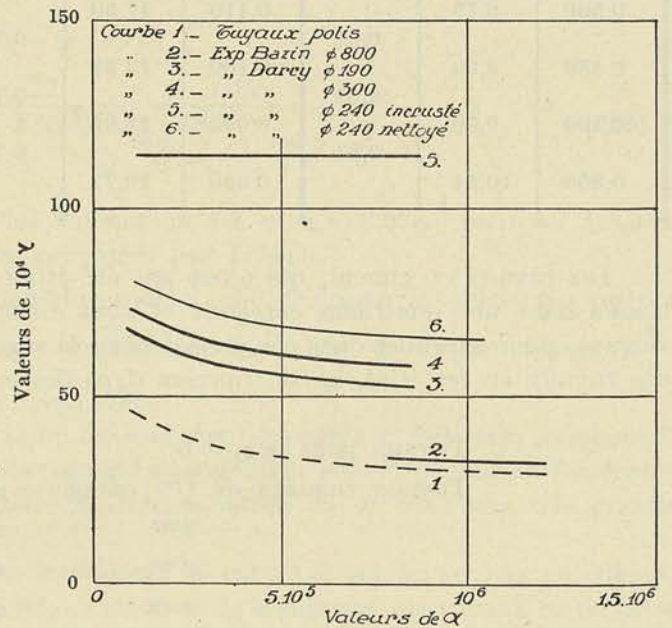


FIG. 370

(1) Voir M. KESTLICHER, R. U. M., 15 décembre 1932.

TABEAU XXI. — Valeurs de $C = \frac{h_i}{h}$ pour conduites d'eau en fonte.

Darcy	Lévy	Flamant	Lebeau
2	$3,153 \frac{1,41 + \sqrt{d^{\text{mètres}}}}{1,41 + 3\sqrt{d^{\text{mètres}}}}$	1,243	1,82

déduire la valeur du rapport $C = \frac{h_i}{h}$ par lequel il faut multiplier la perte calculée d'après les formules exposées plus haut pour tenir compte des incrustations se formant progressivement au cours des années de service (1).

La figure 371 donne les courbes de ce coefficient C en fonction du diamètre du tuyau et du nombre d'années de service.

Ces courbes sont applicables aux tuyaux en fonte parcourus par de l'eau claire de rivière non filtrée ; elles tiennent compte non seulement de l'augmentation de la rugosité mais surtout de la diminution du diamètre résultant de l'accroissement avec le temps de l'épaisseur de la couche d'incrustation.

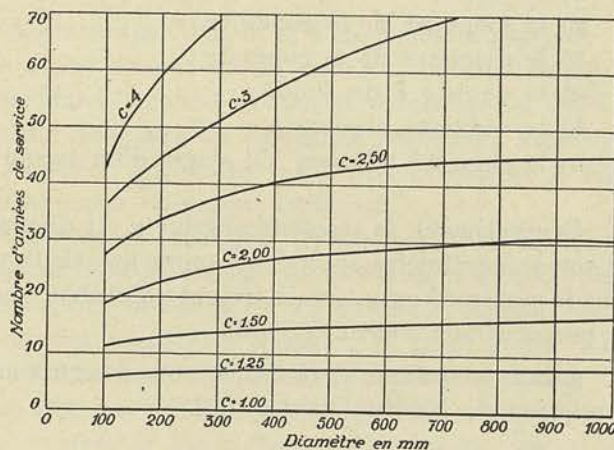


FIG. 371

Remarque II. — En vue de lever certaines incertitudes concernant les valeurs de b' pour les très faibles valeurs de $d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$, nous avons été amené à exécuter un certain nombre d'expériences sur des tuyaux en fonte et en fer du commerce. On trouvera le compte rendu de ces essais dans la *R. U. M.* du 1^{er} septembre 1927.

Nous nous bornerons à donner les conclusions de ces recherches qui ont confirmé l'allure des courbes proposées par Lebeau et d'une manière générale les valeurs de λ en fonction de α .

1° En première approximation, les valeurs indiquées par les courbes de Lebeau (fig. 367 et 368) tant pour les tuyaux en fer que pour les tuyaux en fonte, peuvent être regardées comme satisfaisantes si les diamètres sont supérieurs à 20 mm., les valeurs indiquées paraissant toutefois légèrement plus élevées que celles obtenues pour des tuyaux normalement réguliers et des joints bien exécutés ;

2° Il est désirable, pour les tuyaux en fonte notamment, de s'en tenir aux valeurs de Lebeau sensiblement supérieures à celles trouvées pour les tuyaux normalement réguliers, puisque les tuyaux du commerce peuvent présenter des différences très considérables entre le diamètre moyen et le diamètre nominal et que, par mesure de sécurité, il convient de tabler sur des valeurs défavorables ;

(1) Voir M. KESTLICHER, *R. U. M.*, 15 mai 1930 et M. SCHLAG, *La Mesure des débits*. Ed. Thone.

3° Entre les tuyaux en fonte *particulièrement réguliers* et les tuyaux en fer, *oxydés*, la différence de rugosité est assez peu sensible, inférieure en tout cas à celle indiquée par les courbes de Lebeau ;

4° Les courbes de Lebeau tiennent compte de la perte propre aux joints tout en supposant des joints pratiquement bien exécutés ;

5° Une mauvaise exécution des joints pour les petits diamètres peut conduire à des différences de perte de charge de 25 % et plus.

§ 4. — Application des formules précédentes au calcul des pertes de charge

Le problème est déterminé dès que l'on connaît :

- 1) le débit ;
- 2) la longueur de la conduite ;
- 3) le diamètre de la conduite ;
- 4) la densité δ du fluide ;
- 5) la viscosité absolue μ ;
- 6) la rugosité relative, s'il s'agit d'un tuyau rugueux.

Généralement, la viscosité absolue μ est donnée en poises dans le système C. G. S. (gr. masse, centimètre, seconde). Comme les calculs techniques s'effectuent généralement dans le système kg. m. sec., il importe d'établir tout d'abord une relation qui permette de passer d'une valeur à l'autre.

μ dans le système C. G. S. que nous désignerons par μ_a , a pour dimensions, d'après la relation de Newton-Navier (597)

$$\frac{MLT^{-2}L}{L^2LT^{-1}} = \frac{MT^{-1}}{L}$$

Dans le système centimètre, gramme-force, seconde, μ que nous désignerons par μ_t , a pour dimensions

$$\frac{FL}{L^2LT^{-1}} = \frac{FT}{L^2}$$

et si nous passons du système centimètre, gramme-force, seconde, au système mètre, kilogramme-force, seconde, nous aurons à multiplier μ_t par 10 pour obtenir μ

$$\mu = \mu_t \frac{1}{1000} \times \overline{100^2} = 10 \mu_t$$

Comme entre μ_a et μ_t on a le rapport $\frac{\mu_a}{\mu_t} = 981$, on voit que μ aura pour valeur en fonction de μ_a

$$\mu = \frac{10}{981} \mu_a \quad (640)$$

et que le coefficient α pourra se calculer par la relation

$$\alpha = \frac{wd}{v} = \frac{wd\delta}{\mu g} = \frac{wd\delta}{\mu_a \frac{10}{981} \times 9,81} \quad \text{ou} \quad \alpha = 10 \frac{wd\delta}{\mu} \quad (641)$$

μ étant mis cette fois pour μ_a tel qu'il est donné dans les tables des constantes physiques.

La plupart du temps, la viscosité est exprimée en degrés *Engler*, qui représentent le rapport du temps d'écoulement de 200 cm³ d'huile à la température envisagée, au temps d'écoulement du même volume d'eau à la température de 20°. On démontre qu'entre μ tel qu'il est défini par la formule de Poiseuille et la valeur en degrés Engler, il existe la relation simple (1)

$$\frac{\mu}{\delta} = 0,0731 E - \frac{0,0631}{E} \quad (642)$$

Dans cette formule μ est exprimé en unités C. G. S. et δ en grammes par cm³.

Le poids spécifique du liquide étant connu, on en déduira immédiatement μ .

La première question qui se pose dans le calcul des pertes de charge est celle de savoir si l'écoulement se fait en régime laminaire ou en régime turbulent. Pour cela, il faut calculer la valeur de α , et s'assurer que cette valeur est supérieure à 1350, valeur la plus faible que l'on puisse observer en régime turbulent.

Il semble résulter, en effet, d'expériences effectuées (2) sur des tubes de faibles diamètres, à l'entrée desquels on amorçait des remous par l'introduction d'un obturateur placé à une certaine distance e de l'orifice, que la valeur de α à partir de laquelle l'écoulement turbulent se produit, dépend des conditions d'entrée, et peut varier d'une valeur minimum 2400 à une valeur relativement très élevée de l'ordre de 12.000.

Dans le diagramme de la figure 372 qui donne les résultats des expériences de Schiller, on a porté en abscisses les valeurs de $\log \alpha$ et en ordonnées les valeurs des logarithmes de $(10^4 \lambda - b)$; les formules établies montrent que dans ces conditions les courbes ainsi obtenues doivent se ramener à deux droites, l'une se rapportant au régime laminaire, l'autre au régime turbulent.

La droite se rapportant au régime laminaire se prolonge jusqu'à l'abscisse $\alpha_c' = 2400$, à partir de laquelle le régime est instable : suivant les conditions d'entrée, le régime laminaire se prolonge plus ou moins, la limite paraissant être donnée par $\alpha_c'' = 11900$. Comme il convient de se placer dans les conditions les plus défavorables, nous proposons de choisir les valeurs fournies par la droite C C' B à partir de $\alpha_c' = 2400$, et même $\alpha_c = 1350$ qui correspond au point d'intersection des deux droites, bien que la plus petite valeur critique de α paraisse être 2400.

D'après Biel (3) pour les tuyaux rugueux ne présentant aucune autre cause de perturbation que la rugosité, la valeur de α_c'' serait donnée par la relation

$$\alpha_c'' = a \sqrt{d}$$

la valeur de a pouvant être prise égale à 56.000, d étant exprimé en m .

(1) Voir article de M. KESTLICHER, *R. U. M.*, 15 mai 1930.

(2) *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, n° 10, 11 mars 1922. « Versuche über die Entstehung der Turbulenz in Röhren », par L. SCHILLER.

(3) *Z. V. d. I.*, n°s 26 et 27, juin et juillet 1908, « Der Drückhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gasförmiger Flüssigkeiten ».

Pour les tuyaux lisses, cette même constante pourrait être prise égale à 170.000 selon Biel, ce qui conduirait, pour un tuyau de 8 mm. comme celui qui a servi aux expériences de Schiller auxquelles les diagrammes (fig. 372) se rapportent, à 15.300, chiffre un peu supérieur aux valeurs observées.

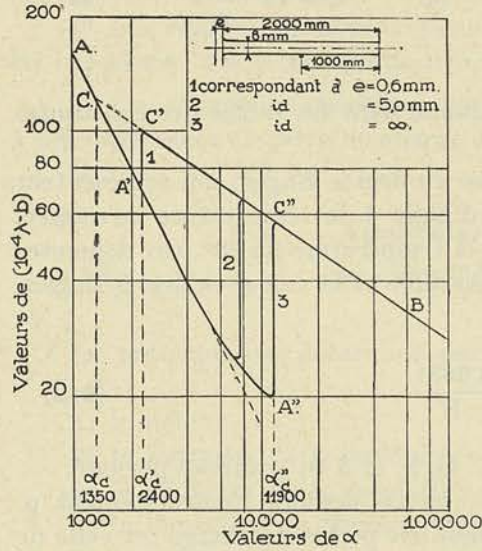


FIG. 372

Dès que la valeur de α est déterminée, il suffit de s'assurer qu'elle est supérieure ou inférieure à la valeur 2400, et même 1350 pour savoir si l'on a affaire au régime laminaire ou au régime turbulent.

Si $\alpha < \alpha_c$, il faudra s'adresser à la formule de Poiseuille (607).

Si $\alpha > \alpha_c$, il faudra appliquer la formule du régime turbulent (635).

Pour connaître la constante b' , il suffira d'utiliser le tableau XX en tenant compte de la valeur de ϵ .

Pour les tuyaux lisses en particulier, $\epsilon = 0$ et la valeur de b' devient indépendante du diamètre et égale à 1,0.

Pour les tuyaux rugueux $\epsilon = \epsilon_1$ s'il s'agit d'un tuyau en fer, $\epsilon = 8 \epsilon_1$ s'il s'agit d'un tuyau en fonte. Pour les tuyaux incrustés, on utilisera le diagramme de la fig. 371.

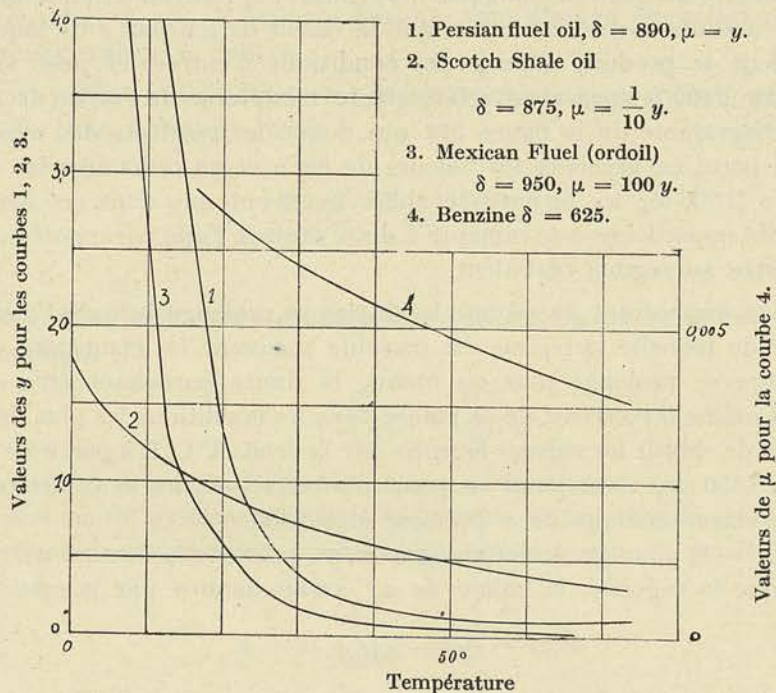


FIG. 373

D'une manière générale, lorsque le liquide est peu visqueux, comme c'est le cas pour l'eau, l'écoulement a toujours lieu en régime turbulent.

Par contre, avec des huiles ordinaires, on peut avoir affaire, tantôt au régime d'écoulement laminaire, tantôt au régime d'écoulement turbulent.

Nous donnons ci-dessus à titre indicatif des diagrammes fixant pour différents types d'huile les valeurs de μ (C. G. S.) en fonction de la température.

Pour montrer l'influence de la viscosité nous avons tracé, fig. 374, le diagramme de la perte de charge en mètres calculée pour une conduite de 100 mm. de diamètre ayant 100 m. de longueur, lorsque le fluide transporté est une des huiles dont les viscosités sont fournies par les courbes de la fig. 373 et pour la température de 25°.

Pour les huiles correspondant aux courbes (2) et (4), les vitesses critiques calculées, sont de 0,18 m./sec. et 0,02 m./sec. et toute la courbe se rapporte par conséquent au régime turbulent.

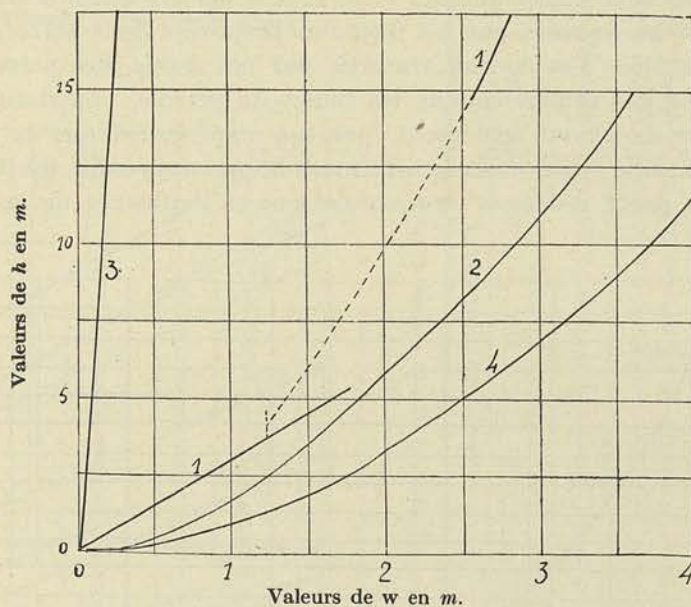


FIG. 374

Avec une huile extrêmement visqueuse comme celle dont le coefficient μ est donné par la courbe (3), les vitesses utilisables sont donc très faibles et l'écoulement se fait au contraire exclusivement dans la région du régime laminaire.

Pour l'huile dont la viscosité est fournie par la courbe 1, la vitesse critique inférieure est située dans la région d'utilisation, les deux vitesses limites étant fournies par

$$\alpha'_c = 10 \frac{wd\delta}{\mu} = 2000 \quad \text{soit} \quad w'_c = 1 \text{ m. } 80$$

$$\alpha''_c = 10 \frac{wd\delta}{\mu} = 2825 \quad \text{soit} \quad w''_c = 2 \text{ m. } 55$$

Entre ces deux vitesses, la perte est indéterminée, mais elle est en tout cas inférieure à celle indiquée par la courbe pointillée qui correspond à la loi du régime turbulent.

On trouvera dans un mémoire que nous avons présenté au Congrès de Gand de 1926 (1), les courbes expérimentales de pertes de charge obtenues avec diverses huiles.

(1) *Annales des Ingénieurs sortis des Ecoles Spéciales de Gand*, 5^e série, t. XVII, 1^{er} fascicule, 1927.

au *National Physical Laboratory* en Angleterre, et qui nous ont été communiquées par M. J. W. Cameron, ingénieur en chef aux Ateliers de Construction Hayward Tyler's, spécialisés dans la fabrication des pompes à mazout.

La conclusion très nette que l'on en tire, est que la méthode exposée ci-dessus, est applicable à des liquides de viscosités très différentes de celle de l'eau, pour autant que l'on assimile les tuyaux en acier laminé, à des tuyaux lisses.

Cette dernière conclusion peut s'expliquer de la manière suivante :

Dans les « pipe-line » auxquelles s'appliquent les valeurs expérimentales trouvées ci-dessus, les joints sont peu nombreux et ne créent aucune discontinuité appréciable, alors que les valeurs fournies par les formules proposées dans cette étude tiennent compte, ainsi que nous l'avons fait ressortir par nos essais, des pertes aux joints ; d'autre part, avec des fluides comme les huiles de pétrole, l'oxydation n'est pas à craindre, et nous avons vu également, par nos expériences, que la présence d'une mince couche de rouille augmentait sensiblement la rugosité ; enfin, les fluides visqueux en adhérant à la paroi, réduisent vraisemblablement l'influence de la rugosité.

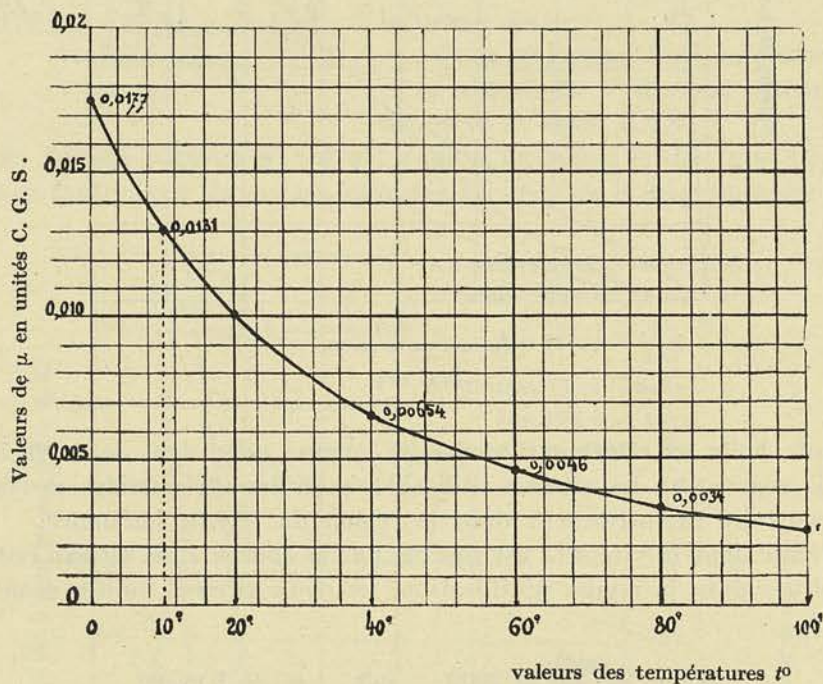


FIG. 375. — Viscosité de l'eau.

Pour faciliter l'application de la méthode exposée ci-dessus aux divers fluides que l'on peut rencontrer dans la pratique de l'ingénieur, nous donnons ci-après quelques diagrammes et un tableau des valeurs de μ pour différents fluides, à diverses températures.

On trouvera dans une étude publiée dans la *R. U. M.* ⁽¹⁾ un abaque permettant la conversion des unités pratiques de viscosité, telles que degrés Engler, secondes Saybolt, Redwood, etc., en unités C. G. S.

(1) M. KESTLICHER, *R. U. M.*, 15 mai 1930.

ABAQUE POUR LE CALCUL DES PERTES DE CHARGES DANS LE RÉGIME TURBULENT

Nous venons de montrer comment on peut calculer une perte de charge dans une conduite forcée pour n'importe quel fluide en utilisant les relations 606, 635 et le tableau XX.

Quand on a toutefois à résoudre le problème inverse, c'est-à-dire quand il faut déterminer le diamètre d d'une conduite à établir pour réaliser un débit donné avec une perte de charge donnée, l'emploi de la formule devient très difficile et la solution du problème n'est possible que par approximations successives.

Pour faciliter la solution de ce problème, nous donnons ci-dessous un abaque ⁽¹⁾, permettant de trouver une solution rapide du problème des pertes de charge tout en tenant compte de la viscosité et de la densité du fluide et de la rugosité du tuyau. Pour l'utilisation de cet abaque, il y a lieu de remarquer que :

1° Les débits doivent être exprimés en $m^3/sec.$

les pertes de charge en mètres du fluide en question et par mètre courant, le poids spécifique en $kg./m^3.$

les viscosités en unités CGS telles qu'elles sont renseignées dans les tables de constantes physiques.

2° Pour les fluides compressibles, l'abaque n'est utilisable que pour autant que la densité du fluide puisse être considérée comme sensiblement constante entre les deux sections extrêmes de la conduite. On ne pourra donc pas appliquer ce mode de calcul aux conduites assez développées où la perte de charge peut provoquer une variation appréciable de la densité. Dans ce cas, on sera obligé de diviser la conduite en tronçons, de façon que la perte de charge ne dépasse pas 3 à 4% de la pression initiale et d'effectuer les calculs pour chaque tronçon séparément, en déterminant préalablement la densité moyenne du fluide pour le tronçon correspondant.

3° Pour les huiles très visqueuses, il y a lieu de considérer les pipe-line en acier laminé comme des tuyaux polis.

Pour faire comprendre le mode d'emploi de l'abaque, nous considérerons deux cas :

Premier cas : On connaît le débit Q et le diamètre d du tuyau et on cherche la perte de charge h par mètre courant.

On calcule la valeur portée en ordonnée $10 \frac{\delta}{\mu} Q$, δ étant le poids spécifique du fluide en $kg./m^3$ et μ la viscosité en unités CGS.

Remarquons qu'à chaque valeur du diamètre d'un tuyau rugueux correspond dans l'abaque une droite et une courbe. Pour les tuyaux polis, le faisceau de courbes est remplacé par une droite unique traversant tout l'abaque.

On mène une horizontale à partir de la valeur calculée de $10 \frac{\delta}{\mu} Q$ portée sur l'échelle de droite jusqu'à l'intersection avec la *droite* correspondant au diamètre d . On élève ensuite du point d'intersection trouvé une verticale jusqu'à l'intersection avec la *courbe* correspondant au diamètre d pour les tuyaux en fonte ou en fer ou avec la droite unique pour les tuyaux polis. Le point correspondant sur l'échelle de gauche fournira

(1) Voir M. KESTLICHER, *R. U. M.*, 15 mai 1930.

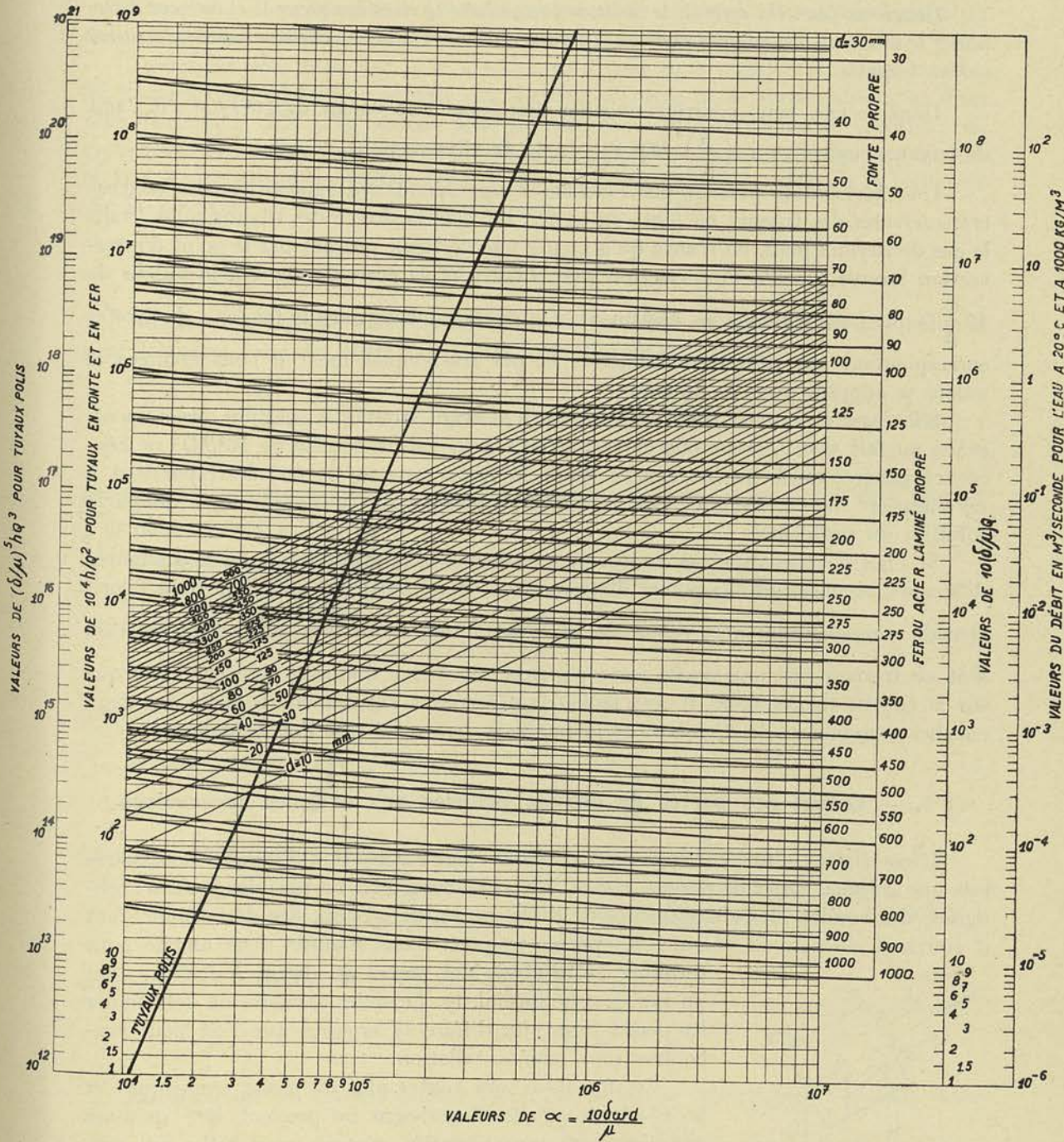


FIG. 378.

Abaque pour la détermination des pertes de charge dans les conduites d'eau, d'huile, de vapeur et d'air.

la valeur de $10^4 h/Q^2$ pour des tuyaux rugueux ou $\left(\frac{\delta}{\mu}\right)^5 hQ^3$ pour des tuyaux polis ;
 d'où l'on déduira facilement h , la perte de charge en mètres par mètre de longueur.
 On pourra en plus, si cela était utile, lire en abscisse la valeur du nombre de Reynolds correspondant.

Pour de l'eau propre à 20°C il suffit de partir de la valeur du débit en m³/sec pour trouver $10^4 h/Q^2$ par la méthode indiquée.

Deuxième cas : On connaît le débit de la conduite Q et sa longueur L et on veut déterminer le diamètre d à adopter pour que la perte de charge totale ne dépasse pas une certaine valeur imposée.

Dans ce cas, nous pourrions calculer directement la valeur de $10^4 h/Q^2$ s'il s'agit de tuyaux rugueux ou $\left(\frac{\delta}{\mu}\right)^5 hQ^3$ s'il s'agit de tuyaux polis.

Une horizontale passant par l'ordonnée correspondante, rencontrera les courbes transversales des tuyaux en fonte ou en fer, ou bien la droite des tuyaux polis. Dans le cas de tuyaux polis, on n'aura qu'à mener une verticale passant par le point d'intersection trouvé jusqu'à l'intersection avec l'horizontale correspondant à la valeur de $10 \frac{\delta}{\mu} Q$ que nous connaissons également. Ce point tombera dans le faisceau de droites correspondant aux différents diamètres et par son emplacement il nous donnera la valeur à adopter pour le diamètre.

S'il s'agit de tuyaux rugueux, on pourra souvent trouver la solution directement, grâce au fait que l'horizontale correspondant à la valeur donnée de $10^4/hQ^2$ ne rencontre généralement qu'une courbe (pour la fonte ou pour le fer) correspondant à un diamètre donné. Dans ce cas, le diamètre marqué sur la courbe nous donne la solution du problème.

Si l'horizontale venait à couper deux courbes correspondant à deux diamètres différents, on mènerait aux points d'intersection, deux verticales allant jusqu'à l'horizontale correspondant à la valeur de $10 \frac{\delta}{\mu} Q$. Comme ce dernier point d'intersection doit se trouver sur une droite correspondant au même diamètre que celui marqué sur la courbe transversale, il sera facile de déterminer rapidement laquelle des deux courbes convient et le diamètre correspondant sera celui que l'on cherche.

§ 5. — Calcul des pertes de charge propres aux organes accessoires

L'installation d'une conduite sous pression exige l'utilisation d'organes accessoires tels que *crépine, clapet de retenue, vanne*, etc. ; elle comporte, en plus des parties rectilignes, des coudes, des changements de direction ou de section, des dérivations dont il convient de pouvoir calculer les pertes propres. Nous sommes donc amené pour terminer cette étude des pertes de charge à établir, dans un paragraphe spécial, les formules capables de déterminer les pertes dues aux différents organes que l'on peut rencontrer dans une installation.

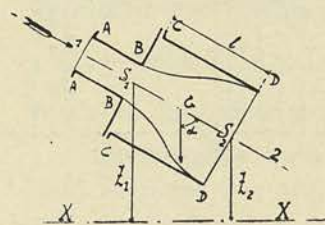


FIG. 379

Ces formules sont toutes plus ou moins empiriques et les résultats qu'elles fournissent ne peuvent être qu'assez grossièrement approximatifs, surtout pour celles qui concernent les crépines et clapets.

Comme il est possible de baser l'établissement de certaines de ces formules sur des considérations théoriques tirées du théorème de l'accroissement des quantités de mouvement, nous établirons tout d'abord le théorème connu sous le nom de théorème de *Bellanger*.

Considérons, figure 379, un élargissement brusque AB-CD tel que la vitesse moyenne passe de w_1 dans la section BB, à w_2 dans la section DD. Dans l'espace compris entre la veine fluide évasée BD, et la surface cylindrique CD, le fluide est à peu près au repos et le théorème de Bernoulli est inapplicable entre les sections BB et DD.

Cherchons donc l'équation qui relie les grandeurs w , p , z , dans l'écoulement du fluide entre les sections BB et DD.

Désignons pour cela, par p_1 la pression en 1, par p_2 la pression en 2, par z_1 et z_2 les hauteurs des centres de gravité des sections d'entrée et de sortie, au-dessus d'un plan horizontal XX pris comme plan de référence, et appliquons le théorème de l'accroissement des quantités de mouvement à la masse comprise entre les sections CC et DD. En projetant les vecteurs représentant respectivement les vitesses et les forces sur la direction de l'axe 1, 2, nous obtiendrons la relation

$$\Sigma m dw = \Sigma f dt$$

Si nous envisageons l'accroissement de la quantité de mouvement par seconde pour la masse comprise entre CC et DD, nous aurons la relation

$$\left(\frac{\delta}{g} \sigma_2 w_2\right) w_2 - \left(\frac{\delta}{g} \sigma_1 w_1\right) w_1 = \Sigma f \tag{643}$$

puisque, en régime permanent, les forces f sont indépendantes des temps et que $\int_1^2 dt$ devient égal à l'unité.

Les forces projetées sur la direction de l'axe étant respectivement :

1) pour la pesanteur

$$(\sigma_2 l \delta) \cos \alpha = (\sigma_2 \delta) (z_1 - z_2)$$

puisque

$$l \cos \alpha = z_1 - z_2$$

2) pour les pressions

$$\sigma_2 (p_1 - p_2)$$

L'équation (643) pourra s'écrire d'une manière explicite

$$\frac{\delta}{g} \sigma_2 w_2 (w_2 - w_1) = \sigma_2 \delta (z_1 - z_2) + \sigma_2 (p_1 - p_2) \tag{644}$$

en vertu de la relation de continuité du débit

$$\delta \sigma_2 w_2 = \delta \sigma_1 w_1.$$

En groupant les termes comme dans l'équation de Bernouilli, il viendra donc

$$z_1 + \frac{p_1}{\delta} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\delta} + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \tag{645}$$

relation qui montre clairement que, en raison de l'élargissement brusque, la hauteur de la charge totale se trouve réduite de la quantité

$$Z = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}, \tag{646}$$

représentant la perte propre à cette perturbation.

A. — PERTE DUE A UN ÉLARGISSEMENT BRUSQUE

Comme nous avons fait abstraction dans ce qui précède de ce que la vitesse varie en chaque point d'une section quelconque et que nous nous sommes borné à raisonner sur les vitesses moyennes, que d'autre part les pertes par remous et frottements n'entrent pas en ligne de compte dans le calcul exposé ci-dessus, la perte réelle due à un élargissement brusque est nécessairement plus élevée et le terme correctif serait d'après certaines expériences $\frac{1}{9} \frac{w_2^2}{2g}$ pour un rapport $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ d'environ 1,5.

Comme la perte supplémentaire doit nécessairement décroître à mesure que $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ diminue, nous proposons d'adopter la formule suivante qui conduit sensiblement au terme correctif que nous venons d'indiquer pour $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1,5$.

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)^2 + 0,2 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right) \right] = \xi_2 \frac{w_2^2}{2g} \quad (647)$$

En fonction du rapport des sections de sortie et d'entrée et de la vitesse w_1 , on obtient

$$Z_1 = \frac{w_1^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 + 0,2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \right] = \xi_1 \frac{w_1^2}{2g} \quad (648)$$

B. — PERTE DUE A UN ÉLARGISSEMENT PROGRESSIF

Cette perte pourrait être évaluée, d'après les expériences de *Fliegner*, par la relation

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)^2 \right] \sin \delta, \quad (649)$$

δ représentant l'angle au sommet du tronc de cône dont les sections de base sont respectivement σ_1 et σ_2 (fig. 380).

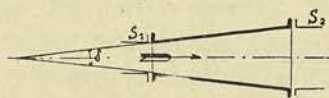


FIG. 380

Une analyse des essais de M. Gibson sur des cônes de différents angles a permis de déduire la formule suivante pour la perte *supplémentaire* due à la variation progressive de la section (1) :

$$h_s = z \frac{w_2^2}{2g} (n^2 - 1)^2 \quad (650)$$

n représentant le rapport $\frac{d_2}{d_1}$ et z étant donné par la formule :

$$2500 \sin^2 \delta + 1355 \sin \delta + 2500 z^2 - 2915 z = 0 \quad (651)$$

(1) Voir M. KESTLICHER, *R. U. M.*, 1^{er} décembre 1927.

Cette formule est valable pour des angles variant entre 0 et 20°. Pour des divergences plus fortes, la perte de charge augmente et tend vers une limite s'approchant de la perte de charge due à un élargissement brusque. Les points expérimentaux pour des angles dépassant 30° ne se groupent plus d'ailleurs aussi bien sur une courbe unique en fonction de δ , des décollements de la veine fluide se produisant le long des parois et le coefficient de perte variant dans une certaine mesure avec le rapport n . Dans la pratique courante, on dépasse rarement l'angle de 20° et on peut donc utiliser la relation (651) pour la détermination de z . Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de z en fonction de δ tirées de l'équation (651).

TABLEAU XXIII

δ	5°	6°	7°	8°	10°	16°	18°	20°
z	0,049	0,062	0,075	0,088	0,119	0,245	0,307	0,389

Remarquons que pour calculer la perte *totale* due au cône divergent, nous devons ajouter à la perte supplémentaire calculée ci-dessus, celle résultant du frottement des filets l'un sur l'autre à la manière dont nous l'avons montré pour un tuyau cylindrique.

On trouvera dans l'étude citée ci-dessus la démonstration d'une formule assez simple et suffisamment exacte pour déterminer la perte due aux frottements.

On peut donner à cette formule la forme générale adoptée pour des tuyaux cylindriques.

$$h_f = \lambda \frac{4}{d_2} \frac{w_2^2}{2g} l \times x \quad (652)$$

où x est donné en fonction de $n = \frac{d_2}{d_1}$ par

$$x = \frac{n(n^4 - 1)}{4(n - 1)} \quad (653)$$

le coefficient λ étant calculé pour le diamètre d_2 et la vitesse w_2 .

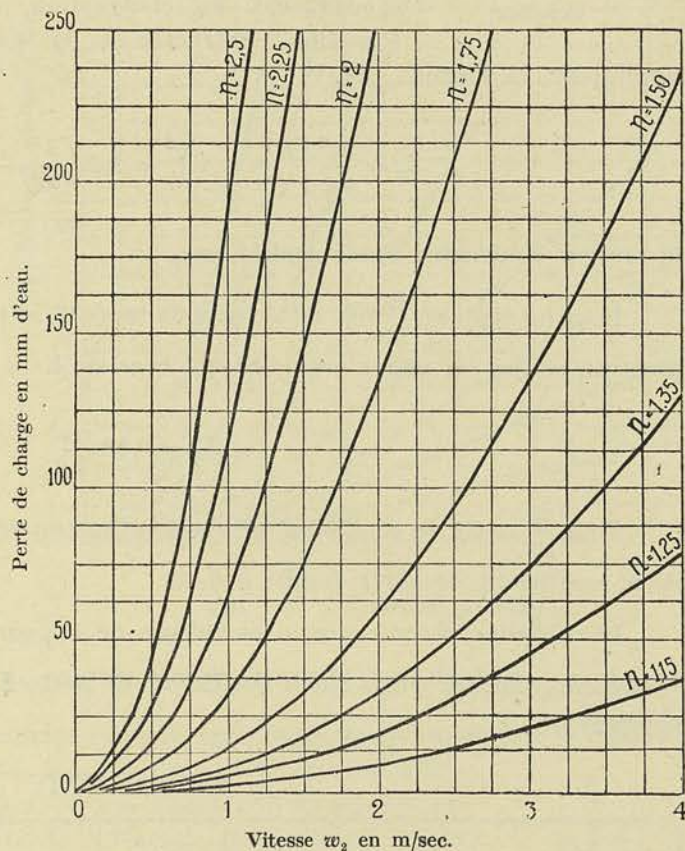


FIG. 381.

A mesure que l'angle δ augmente, la longueur du cône diminue de plus en plus pour un rapport n donné, la perte h_f va donc diminuer tandis que la perte h_s donnée par (650) va augmenter avec δ . Il est donc évident qu'il existe un angle optimum qui

donne une perte totale minimum. En traçant les courbes de la perte de charge totale en fonction de δ , on a trouvé ainsi que l'angle le plus favorable se trouve dans les environs de 8° pour des valeurs de n les plus courantes. Ceci revient à adopter pour la longueur du cône

$$l = 7 (d_2 - d_1) \quad (654)$$

La figure 381 donne la perte de charge totale due à un cône divergent normal à $\delta = 8^\circ$ en fonction de la vitesse w_2 et du rapport n .

C. — PERTE DUE A UN RÉTRÉCISSEMENT BRUSQUE

Cette perte est due à ce que, par suite du changement brusque de section, il se produit une contraction de la veine à l'entrée de la section rétrécie (fig. 382) analogue à celle observée avec un orifice à mince paroi et que cette contraction est suivie d'un épanouissement brusque. La perte propre à la contraction peut être négligée, tandis que la perte due à l'élargissement subséquent, peut se calculer au moyen de la formule précédente. Si on désigne par m le coefficient de contraction, c'est-à-dire, le rapport de la section contractée à la section primitive, on aura, en appliquant la formule (647)

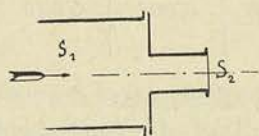


FIG. 382

$$Z_2 = \frac{w_2^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \right] = \xi \frac{w_2^2}{2g} \quad (655)$$

la section contractée étant égale à $m\sigma_2$.

Pour un rapport $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ très faible de 0,01 ou 0,02, m peut être pris égal à 0,62, comme pour un orifice en mince paroi, ce qui conduit à

$$Z_2 = 0,50 \frac{w_2^2}{2g}$$

Pour $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0,1$ le coefficient de contraction est moins faible, 0,65 au lieu de 0,62 et le coefficient de perte tombe à 0,40.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de m pour différentes valeurs de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ d'après *Weisbach*, en même temps que le coefficient de perte ξ calculé d'après la formule (655) ci-dessus.

TABEAU XXIV

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	0,01	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
m	0,62	0,65	0,66	0,70	0,74	0,84	1,00
ξ	0,50	0,40	0,36	0,27	0,19	0,08	0,00

D. — PERTES DUES A UNE CONTRACTION PROGRESSIVE

Cette perte, quoique faible (fig. 383), ne peut être considérée comme nulle. Une analyse des essais effectués par M. Rateau avec des tuyères de forme tronconique, ainsi que des essais faits en notre Laboratoire par M. Schlag sur un Venturi, a permis (1) de fixer le rapport qui existe pour un cône convergent normal, $[l = 3 \text{ à } 5 (d_2 - d_1)]$ entre la perte de charge totale et la perte par frottement entre les filets fluides, que l'on peut calculer par les formules indiquées plus haut pour les cônes divergents [(652) et (653)]. Pour des vitesses normalement admises, ce rapport varie entre 2 et 2,5. Le diagramme de la figure 384 donne les valeurs de la perte de charge totale en fonction de la vitesse w_2 dans la grande section et pour diverses valeurs de $n = d_2/d_1$, pour un cône convergent normal avec $l = 5 (d_2 - d_1)$.

E. — PERTE DUE A L'ENTRÉE D'UNE CONDUITE NON ÉVASÉE

Cette perte résulte de la contraction brusque qui se produit à l'entrée ainsi que le montre la figure 385; la formule (655) étant applicable ici, on trouve avec $m = 0,62$

$$\xi = 0,50 \quad (656)$$

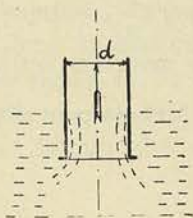


FIG. 385

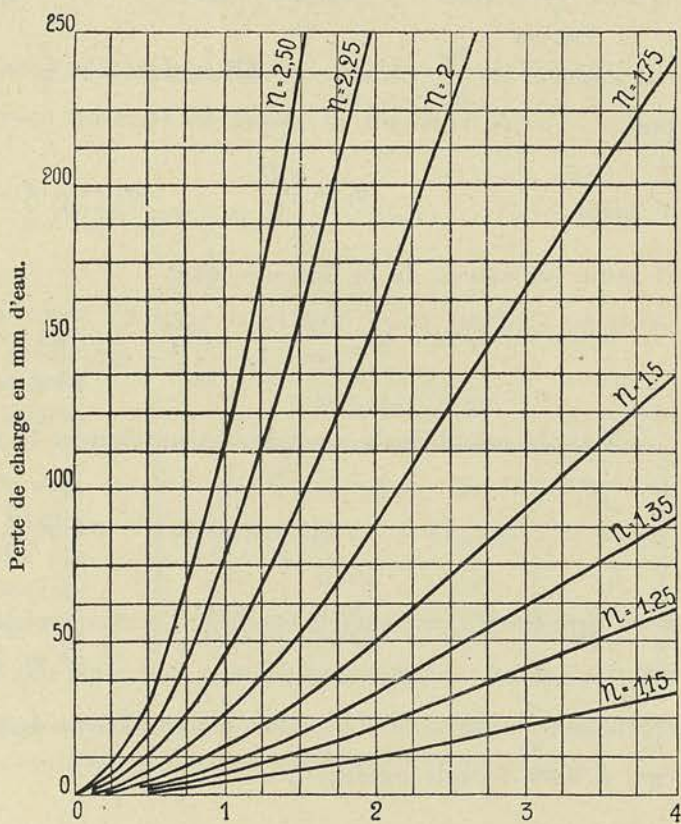


FIG. 384. — Vitesse w_2 en m/sec.

F. — PERTE A LA SORTIE D'UNE CONDUITE NON ÉVASÉE

Cette perte peut s'évaluer au moyen de la formule (647), lorsqu'on connaît la vitesse w_2 suivant l'axe de la conduite dans laquelle l'eau se déverse (fig. 386). Si le canal à une section très grande par rapport à la section du tuyau, la perte peut être déduite de la formule (648) dans laquelle

on fait $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 0$

$$Z_1 = \frac{w_1^2}{2g} \quad (657)$$

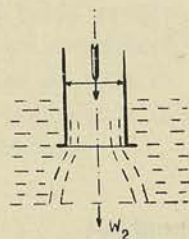


FIG. 386

(1) Voir M. KESTLICH, R. U. M., 1^{er} décembre 1927.

G. — PERTE DUE A UNE VANNE COMPLÈTEMENT OUVERTE

Nous calculerons cette perte en supposant que la veine s'épanouit suivant un cône dont les génératrices font un angle de 4° avec l'axe, la base AB se présentant aux $\frac{2}{3}$ de la distance e des deux sièges (fig. 387).

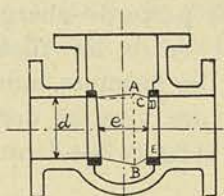


FIG. 387

Dans ces conditions la perte comprend :

- a) celle qui correspond à l'élargissement brusque AB;
- b) celle qui correspond à la contraction de la veine à l'entrée de la tubulure DE.

Pour le calcul de la première, on peut déterminer

$$AB = d + 2 \times \frac{2}{3} e \times \operatorname{tg} 4^\circ = d + 0,93 e$$

puis

$$\sigma_1 = \frac{\pi d^2}{4} \quad \sigma_2 = \frac{\pi}{4} (d + 0,093 e)^2$$

et enfin au moyen de la formule (648)

$$\xi'_1 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)$$

Pour le calcul de la seconde, on appliquera la formule (655), qui donne

$$\xi''_1 = \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{m} - 1\right)$$

dans laquelle m représente le coefficient correspondant au rapport $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$. Comme $\frac{e}{d}$ varie, entre 0,5 et 1,0 nous pouvons calculer la somme successivement pour ces deux valeurs extrêmes; $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ varie, en effet, dans ces conditions de 0,91 à 0,85 et m peut être choisi égal à 0,88, ce qui conduit à

$$\xi'_1 + \xi''_1 = (1 - 0,91)^2 + 0,2 \times 0,91^2 (1 - 0,91) + \left(\frac{1}{0,88} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{0,88} - 1\right) = 0,07$$

pour $\frac{e}{d} = 0,5;$

et $\xi'_1 + \xi''_1 = (1 - 0,85)^2 + 0,2 \times 0,85^2 (1 - 0,85) +$

$$+ \left(\frac{1}{0,88} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{0,88} - 1\right) = 0,12 \quad (658)$$

pour $\frac{e}{d} = 1,0,$

H. — PERTE DUE A UN CLAPET DE PIED OU A UN CLAPET DE RETENUE
(fig. 388 et fig. 389)

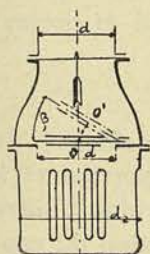


FIG. 388

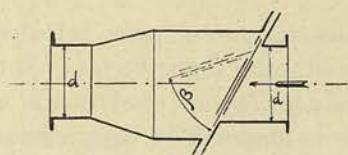


FIG. 389

La section de passage latérale laissée libre par un clapet ouvert d'un angle β , peut s'évaluer approximativement en multipliant le périmètre de la circonférence de diamètre d projetée sur le clapet qui a pour valeur approximative $\pi d \cos \beta$, par la distance $00'$; on peut donc poser

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \pi d \cos \beta \times d \sin \beta = \frac{\pi d^2}{4} \sin 2 \beta$$

et, en tenant compte d'un coefficient de contraction m , calculer $\frac{w^2}{2g}$ en fonction de la vitesse w_1 réalisée dans la section normale du tuyau de diamètre d .

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} \times \frac{1}{m^2 \sin^2 2 \beta} = \xi_1 \frac{w_1^2}{2g} \quad (659)$$

On admet généralement que toute l'énergie cinétique $\frac{w^2}{2g}$ est perdue; on peut dès lors dresser un tableau du coefficient de perte ξ_1 en fonction de β en adoptant pour m les valeurs renseignées par *Weisbach*.

Ces valeurs sont, comme on le voit, très élevées surtout pour les angles d'ouverture β très faibles. Comme ces angles dépendent pour une vitesse du fluide déterminée, du poids du clapet, il convient donc de diminuer autant qu'on le peut, ce poids.

En vue de réduire la perte propre aux clapets, on s'est efforcé de donner à cet organe des formes plus rationnelles; nous ne pouvons aborder cette question ici.

TABLEAU XXV

β	$\sin 2 \beta$	m	ξ_1
60°	0,866	0,67	2,9
45°	1,00	0,46	4,8
30°	0,866	0,29	16,0

I. — PERTE PROVOQUÉE PAR UNE CRÉPINE

Nous avons pu constater par des essais que la perte provoquée par la présence d'une crépine, dont la section totale de passage est égale à la section du tuyau de diamètre d , restait nettement inférieure à celle qui serait due à la contraction de la veine à l'entrée d'un tuyau libre. Nous avons vu que le coefficient de perte propre à l'entrée d'un tuyau libre pouvait être évalué à 0,50; avec une crépine constituée par des ouvertures allongées, le coefficient de contraction se rapproche de 0,75 et l'application de la formule (655) montre que le coefficient de perte rapporté à la vitesse réalisée dans la section normale du tuyau atteint dans ces conditions

$$\xi = \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + 0,2 \left(\frac{1}{m} - 1\right) = 0,112 + 0,067 = 0,17 \quad (660)$$

Ce chiffre est nécessairement un peu faible parce qu'il ne tient pas compte des remous qui doivent se former entre les filets avant leur entrée dans le tuyau proprement dit. Nous proposons en conséquence d'adopter pour coefficient de perte à travers une crépine bien proportionnée 0,25.

J. — PERTES PROPRES AUX COURBES ET AUX COUDES

Nous avons choisi parmi les formules proposées pour calculer le coefficient de perte propre à une courbe, celle qui comporte deux termes, l'un proportionnel à l'angle formé par les rayons aboutissant aux brides, l'autre indépendant de la longueur et uniquement fonction du rapport entre le diamètre du tuyau et le rayon moyen de la courbe. Il est évident, en effet, que la perte supplémentaire ne peut être considérée comme proportionnelle à la longueur développée, pas plus qu'elle ne peut être considérée comme indépendante de celle-ci (fig. 390).

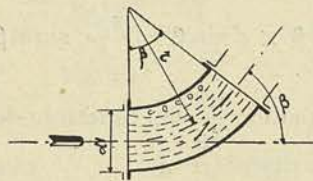


Fig. 390

$$\xi = 0,131 \frac{\beta}{90^\circ} + 0,163 \left(\frac{d}{r}\right)^{3,5} \quad (661)$$

Cette formule conduit aux valeurs renseignées dans le tableau XXVI ci-dessous pour les valeurs les plus courantes de β et de $\frac{d}{r}$

TABLEAU XXVI

β	$\frac{d}{r}$						
	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	2
11°15'	0,016	0,023	0,043	0,091	0,179	0,325	1,864
22°30'	0,033	0,040	0,060	0,108	0,196	0,342	1,881
45°	0,066	0,073	0,093	0,141	0,229	0,375	1,914
90°	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,540	1,979

Pour ce qui concerne le coefficient de résistance propre à un coude (fig. 391), la formule généralement admise est la suivante, qu'il convient de n'appliquer que pour des angles inférieurs ou égaux à 90°.

$$\xi = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2} \quad (662)$$

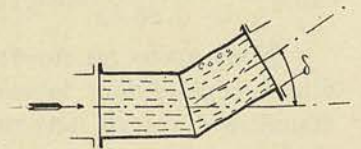


Fig. 391

§ 6. — Application à un exemple numérique

Nous prendrons comme exemple d'application le cas d'une pompe centrifuge à grand débit refoulant 3 m³ 88 par seconde (14.000 m³/heure) dans un canal sous pression (fig. 392).

La crépine est ici remplacée par une grille protégeant l'entrée de la chambre de prise d'eau, et le clapet de pied est supprimé.

L'amorçage de la pompe est obtenu au moyen d'un éjecteur (non dessiné) placé à la partie supérieure de la volute dans le but de faire le vide dans la tuyauterie d'aspiration et le corps de pompe, au moment de la mise en marche.

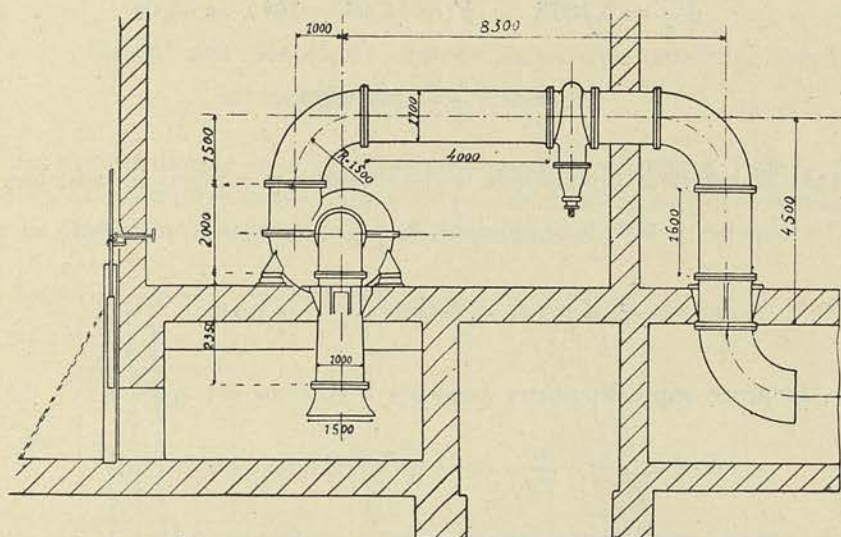


FIG. 392

EVALUATION DES PERTES A L'ASPIRATION. — Cette perte comprend en premier lieu la perte de charge propre à la grille, qu'il serait assez difficile d'évaluer d'une manière sûre. Nous prendrons pour coefficient de perte, la valeur 0,50 et nous supposerons un développement de grille suffisant pour ne pas dépasser une vitesse réelle de 1,25, soit 10 m² environ. La perte atteint dans ces conditions 0,04.

La perte à l'entrée de la tuyauterie doit être prise égale à $0,5 \frac{w^2}{2g}$; comme il y a deux tuyaux fonctionnant en parallèle, le débit est de 1,94 m³/sec. pour chacun d'eux, ce qui conduit avec un diamètre de 1 m. 500 à une vitesse $w = 1$ m. 10 et à une perte de 0 m. 0375. Pour le tuyau proprement dit de 1 m. de diamètre, $w = 2,475$ m. et partant

$$\alpha = \frac{10 w d \delta}{\mu} = \frac{10 \times 2,475 \times 1,00 \times 1000}{0,0127} = 1,95.10^6$$

le coefficient μ correspondant à la température de 10° et étant fourni par le diagramme de la figure 375. Comme on a affaire ici à des tuyaux en fonte, ϵ peut être pris égal à $8 \epsilon_1$ et partant $d \frac{\epsilon_1}{\epsilon} = 0,125$.

En consultant le tableau XX, on trouve $b' = 16,5$.

D'où
$$10^4 \lambda = \frac{1330}{\sqrt{\alpha}} + b' + 15,7 = 42,85$$

Cette valeur du coefficient de résistance conduit à une perte de charge

$$h = \lambda \frac{4 w^2}{d 2g} l = 0,0125 \text{ m.}$$

EVALUATION DE LA PERTE AU REFOULEMENT. — Le débit est ici de 3,88 m³/sec. et la vitesse atteint 4,08 m. dans la conduite de 1,10 m. Le calcul de α donne

$$\alpha = 3,55 \cdot 10^6$$

$$\text{Avec} \quad d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 0,1375 \quad b' = 15,65 \quad 10^4 \lambda = 40,08$$

$$h = \lambda \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} l = 0,204$$

l représentant la longueur développée de la conduite y compris les courbes.

Pour les courbes à 90°, le coefficient de perte est donné par (661)

$$\xi = 0,131 + 0,163 \left(\frac{d}{r} \right)^{3,5} = 0,186$$

et partant, la perte supplémentaire pour les 3 courbes est égale à

$$3 \times 0,186 \times \frac{w^2}{2g} = 3 \times 0,186 \times 0,85 = 0,475 \text{ m.}$$

Pour la vanne, nous avons trouvé comme coefficient 0,12, ce qui correspond à une perte de $0,12 \times 0,85 = 0,102$ m.

Il reste la perte à la sortie de la tuyauterie en fonte et la perte dans le canal en béton dont la longueur développée est égale à 100 m. La perte à la sortie peut être évaluée au moyen de la formule (648); le rapport des sections pouvant être évalué à 3, cette perte atteint $0,68 \times 0,85 = 0,58$ m.

Pour le calcul de la perte dans le canal, nous assimilons ce canal à section approximativement rectangulaire à un canal circulaire de même section. On trouve ainsi le diamètre fictif égal à 1,905 m. En adoptant $\varepsilon = 12 \varepsilon_1$ on a $d \varepsilon_1 / \varepsilon = 0,159$, $b' = 14,44$.

La vitesse dans le canal étant 1 m. 36, on aura

$$\alpha = \frac{10 w d \delta}{\lambda} = 2,04 \cdot 10^6$$

et partant

$$10^4 \lambda = \frac{1330}{\sqrt{\alpha}} + b' + 15,7 = 40,64.$$

Avec cette valeur de λ la perte de charge sera

$$h = \lambda \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} l = 0,0805 \text{ m.}$$

Ainsi, à la hauteur d'élévation $H = 7$ m., il conviendrait d'ajouter la somme des pertes que nous venons d'évaluer

$$0,04 + 0,0375 + 0,0125 + 0,204 + 0,475 + 0,102 + 0,58 + 0,0805 = 1 \text{ m. 531}$$

pour obtenir la hauteur manométrique d'élévation

$$H' = 8 \text{ m. 53.}$$

Remarque. — Pour le calcul des pertes de charge dans les tuyauteries à vapeur ou à air on suivra exactement la même méthode en utilisant pour le choix de μ les diagrammes que nous donnons (fig. 376 et 377) et en ayant soin de diviser la conduite en tronçons de faible longueur si la perte de charge peut provoquer une variation appréciable de la densité.

§ 7. — Calcul des pertes de charge dans une conduite forcée alimentée en eau boueuse

Nous venons de donner une synthèse des travaux relatifs à l'étude des pertes de charge dans une conduite forcée parcourue par un fluide homogène quelconque dont on connaît la viscosité absolue μ et le poids spécifique δ .

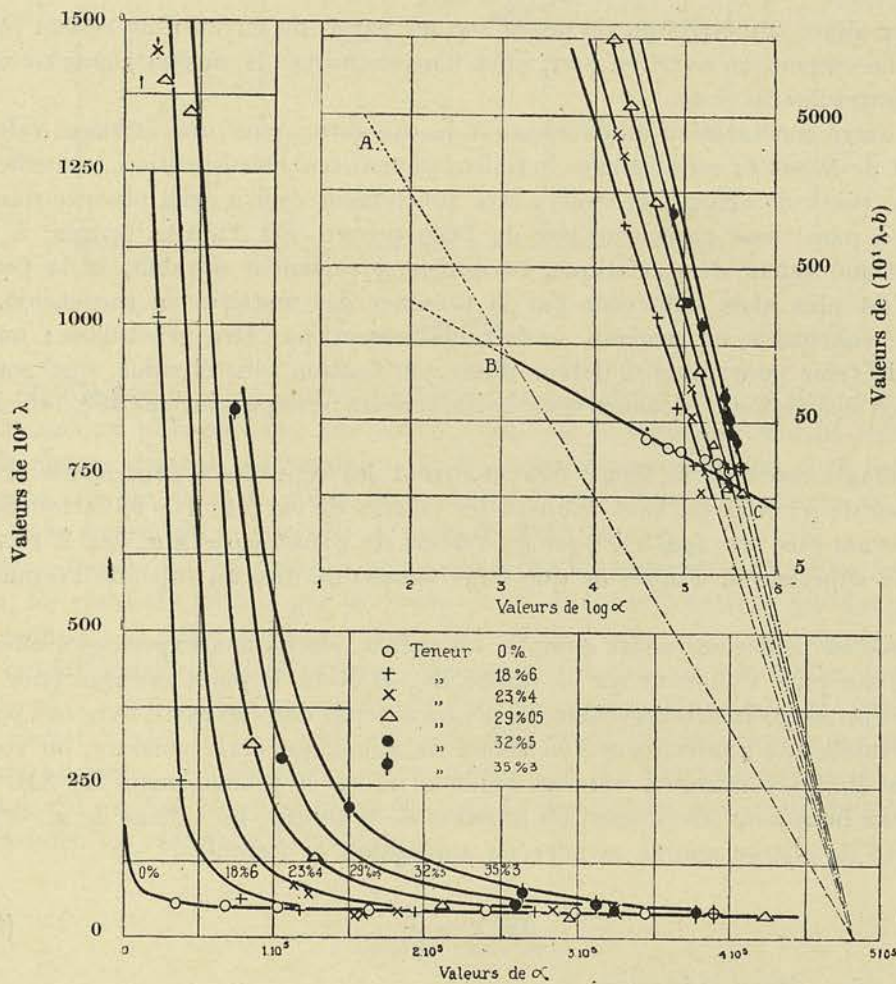


FIG. 398

Nous avons eu l'occasion d'analyser les résultats d'expériences effectuées par M. Gregory (1) qui nous ont permis d'indiquer comment on pouvait étendre la méthode au cas des conduites alimentées en eau boueuse.

(1) Voir R. U. M., 1^{er} février 1928.

Les essais ont été faits sur une conduite en fonte de 4" de diamètre et d'un développement total de 112 m. 50 avec des teneurs *en poids* de matières en suspension variant de 0 à 35%, les poids spécifiques étant respectivement de

1000 à 0%	1225 à 29,05%
1130 à 18,6%	1255 à 32,5%
1175 à 23,4%	1285 à 35,3%

Les essais effectués sur la conduite neuve avec de l'eau propre, ont montré que les pertes de charge étaient légèrement plus élevées que celles qui seraient calculées au moyen de la formule proposée par nous.

Résultat inattendu, après que cette conduite eût été mise en service avec de l'eau boueuse, les pertes de charge se sont trouvées réduites à celles que l'on observerait dans un tuyau lisse.

Il faut donc admettre que le dépôt sur les parois du tuyau d'un réseau tenu de matières en suspension avait eu pour effet de transformer la surface rugueuse en une surface pratiquement lisse.

Une autre constatation inattendue est la suivante : pour une certaine valeur du coefficient de *Reynolds* variable avec la teneur de matières en suspension, le coefficient λ qui fixe la perte de charge, se trouve être strictement égal à celui observé dans une conduite à paroi lisse parcourue par de l'eau propre. En d'autres termes, à partir d'une certaine valeur de α_c critique, l'écoulement turbulent s'établit, et la perte de charge n'est plus alors influencée par la présence des matières en suspension.

Cette conclusion ne pourrait vraisemblablement pas être généralisée; nous ne pouvons la tenir pour vraie, à défaut d'une vérification plus étendue, que pour des matières en suspension très ténues et pour des teneurs ne dépassant pas 35% en chiffres ronds.

Les diagrammes de la figure 393 montrent les résultats d'expériences traduits en fonction de α ; ceux du haut donnent les valeurs de $\log(10^4 \lambda - b)$ en fonction de $\log \alpha$, b devant être pris égal à 0 pour les valeurs de α inférieures à α_c , égal à 16,7 pour les valeurs supérieures, d'après ce que nous venons de dire au sujet de l'écoulement turbulent.

Comme on peut s'en rendre compte, les points relatifs aux expériences effectuées avec de l'eau pure s'alignent sur la droite BC, B étant le point critique pour l'eau.

Si l'on prolonge les droites reliant les points obtenus dans les essais avec eau boueuse pour des valeurs de α inférieures à la valeur de α_c critique correspondant, on voit que toutes ces droites convergent vers un point situé sur le prolongement de AB.

Si donc nous pouvons donner, en fonction de la teneur, les valeurs de α_c , le calcul de la perte de charge pourra se faire en appliquant la formule

$$10^4 \lambda = \frac{a}{\alpha^n} \quad (663)$$

pour les valeurs de α inférieures à α_c

$$10^4 \lambda = \frac{1330}{\alpha^{1/3}} + 16,7$$

pour les valeurs de α supérieures à α_c .

Les valeurs de a et de n résultant de l'expérience pour les teneurs comprises entre 0 et 35%, sont données par les diagrammes de la figure 394.

On peut donc conclure que pour des liquides tenant en suspension des particules ténues, les formules fournies par les liquides homogènes sont applicables, à la condition que la teneur ne dépasse pas une certaine valeur.

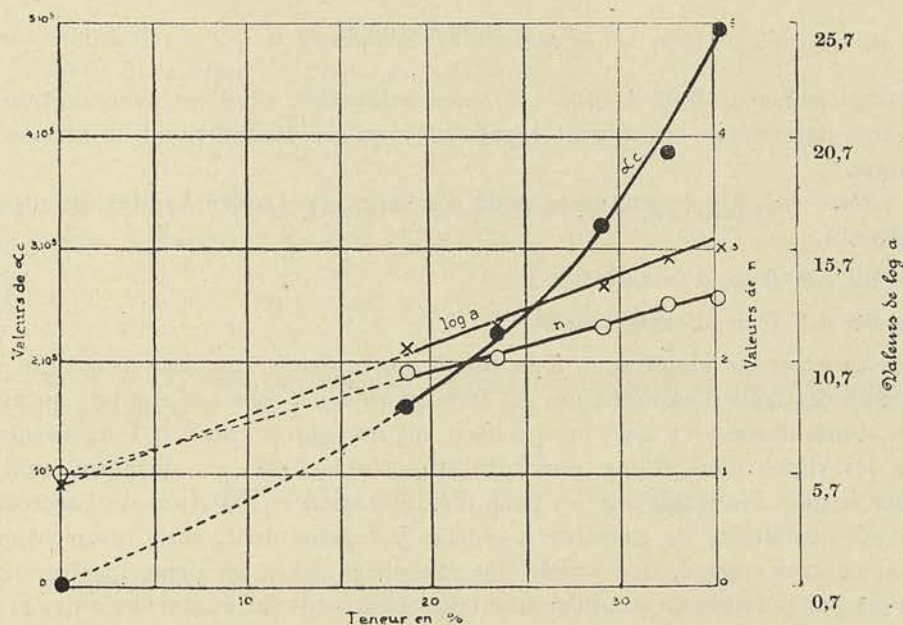


Fig. 394

Le régime laminaire se maintient beaucoup plus longtemps et donne lieu à des pertes beaucoup plus élevées ; par contre, dès que le régime turbulent s'établit, la perte de charge devient indépendante de la quantité en suspension pour autant que l'on tienne compte, dans le calcul de α , du poids spécifique du mélange et que l'on adopte pour valeur de la viscosité μ , celle de l'eau propre.

Cette conclusion n'est toutefois vraie que pour les tuyaux droits ; pour les tuyaux courbes, les résultats fournis par les essais de M. Gregory montrent que les pertes, si on les compare à celles observées dans des courbes identiques parcourues dans les mêmes conditions par de l'eau propre, croissent rapidement avec la teneur de matières en suspension. Cette différence essentielle dans les conclusions se conçoit, étant donné que la déviation des filets a pour effet de provoquer une séparation des particules du fluide lui-même, et d'amener une concentration des particules solides à la paroi extérieure : il ne faut plus s'attendre dès lors à observer des lois relativement simples pour traduire les résultats d'expérience.

CHAPITRE III

ETUDE DE LA VITESSE LA PLUS ÉCONOMIQUE

Tout le calcul de la perte de charge que nous venons d'exposer, est basé sur la connaissance du diamètre de la conduite, ou, ce qui revient au même, de la vitesse admise dans celle-ci.

La détermination se fait généralement en s'imposant la condition que la perte de charge n'atteigne qu'une fraction assez faible de la hauteur totale d'élévation, s'il

s'agit d'une pompe, de la hauteur de chute s'il s'agit d'une turbine. On pose par exemple, assez souvent pour la conduite d'aspiration et de refoulement, à l'exclusion des pertes dans les organes accessoires

$$T_f = 0,03 \text{ à } 0,05 H \quad (664)$$

Mais le chiffre de 0,03 à 0,05 est assez arbitraire, et il est bien certain que la vitesse ainsi déterminée ne saurait représenter qu'accidentellement la vitesse la plus économique.

La vitesse la plus économique peut d'ailleurs s'entendre à deux points de vue bien distincts :

- 1° celui des frais d'installation ;
- 2° celui des frais d'exploitation.

Nous montrerons clairement à la fin de cette étude que la vitesse qui conduit au minimum des frais d'exploitation est très inférieure à celle qui conduit au minimum des frais d'installation et que la question ultime qui se pose à l'ingénieur chargé d'établir les dimensions d'une conduite importante, est, en dernière analyse, de rechercher le gain réalisable sur les frais d'exploitation en fonction de l'accroissement des frais d'installation, de manière à choisir judicieusement, sans exagération de la valeur du capital engagé, une valeur intermédiaire entre les deux limites.

Il n'est pas possible de conduire une telle étude sans faire intervenir des grandeurs numériques dont les valeurs choisies peuvent varier dans d'assez larges limites, suivant les circonstances particulières d'installation. Les conclusions dépendent toutefois très peu de ces valeurs ainsi que nous le ferons ressortir à la fin de cette étude, si bien qu'on peut les considérer comme ayant une portée très générale. La méthode, du reste, peut servir de point de départ pour l'examen d'une question qui se présenterait sous un aspect plus complexe, en raison de données spéciales.

Nous pensons que la question du choix de la vitesse la plus économique n'a jamais été étudiée sous cet aspect, et nous insistons d'autant plus volontiers sur cette question, *que l'on peut dire que dans tous les problèmes techniques qui se posent à l'ingénieur, celui-ci peut et doit les envisager d'une façon générale, sous cet angle.*

La solution du rendement maximum maximorum que l'on envisage généralement dans la théorie, doit être regardée, dans bien des cas, comme une solution limite dont la réalisation entraînerait un accroissement injustifié du capital engagé et, d'instinct le plus souvent, l'ingénieur s'en tient à une solution intermédiaire ; dans le cas précis que nous envisageons ici à titre d'exemple, la solution est nécessairement comprise entre deux limites qu'il est aisé de déterminer, comme nous allons nous en rendre compte.

§ 1. — Minimum des frais d'installation

Le problème suppose les trois données suivantes :

- le débit à réaliser Q m³/sec.
- la hauteur d'élévation H
- la longueur de la conduite L .

Pour résoudre le problème, il faut que nous puissions connaître, en outre, dans les circonstances particulières d'installation :

ρ le prix par cheval installé pour le groupe moto-pompe complet sur fondation, bâtiment non compris ;

ρ' le prix du kg. de tuyauterie placée.

En désignant par N_e la puissance totale, par δ' le poids spécifique de la fonte, par δ le poids spécifique de l'eau pompée, par

$$e = a + kd \quad (665)$$

l'épaisseur de la conduite en fonction de deux coefficients connus, nous pourrons écrire pour prix de l'installation P

$$P = \rho N_e + \rho' \delta' \pi d (a + kd) L \quad (666)$$

La valeur de N_e peut être calculée en fonction de H et Q, en se donnant un rendement du groupe η

$$N_e = \frac{\delta QH'}{75 \eta} = \frac{\delta QH}{75 \eta} \left[1 + \lambda \frac{4 w^2 L}{d 2g H} \right] \quad (667)$$

En désignant par N_e' la valeur

$$N_e' = \frac{\delta QH}{75 \eta} \quad (668)$$

qui est connue en fonction des données, nous pourrons déduire de la relation (666) ci-dessus, la valeur de

$$P' = \frac{P}{\rho N_e'} \quad (669)$$

$$\frac{H}{L} (P' - 1) = \lambda \frac{4 w^2}{d 2g} + 300 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \eta \frac{a + kd}{w d} \quad (670)$$

Le minimum de P correspond au minimum de P' et l'on voit que ce minimum est indépendant de $\frac{L}{H}$.

En effet, en dérivant le second membre et en égalant la dérivée à 0, on obtient l'équation

$$\frac{dP'}{dw} = \frac{\partial P'}{\partial w} + \frac{\partial P'}{\partial d} \frac{d(d)}{d(w)} = 0$$

c'est-à-dire explicitement, toutes réductions faites :

$$w^{7/2} - 294 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \eta \frac{a}{\lambda} w^{1/2} - 665 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \eta \frac{k}{\lambda} \sqrt{Q} = 0 \quad (671)$$

qui ne contient plus le facteur $\frac{L}{H}$.

§ 2. — Minimum des frais d'exploitation

Désignons par ρ''' le taux intérêt et amortissement appliqué au capital engagé; par k' les frais d'entretien en % de la valeur des machines en fonctionnement; par h le nombre d'heures d'utilisation de l'installation par jour; par ρ'' le prix du kWh.

La valeur des frais d'exploitation F pourra se calculer par la relation suivante :

$$F = \rho''' P + \rho'' h \times 365 \times 0,736 N_e + k' \rho N_e \quad (672)$$

En divisant tous les termes par $\rho N_e' \times \rho'''$, et en désignant par F' la valeur du premier membre

$$F' = \frac{F/\rho'''}{\rho N_e'} \quad (673)$$

nous obtiendrons, compte tenu des relations (667) et (668)

$$\frac{H}{L} (F' - 1) = \lambda \frac{4}{d} \frac{w^2}{2g} (1 + A) + 300 \frac{\delta' \rho'}{\delta \rho} \eta \frac{a + kd}{wd} + A \frac{H}{L} \quad (674)$$

A étant mis pour

$$A = \frac{\rho''}{\rho} \frac{1}{\rho'''} h \times 365 \times 0,736 + \frac{k'}{\rho'''} \quad (675)$$

Le minimum des frais d'installation F correspondant au minimum de F' , il suffira donc d'égaliser à 0 la dérivée du second membre par rapport à w

$$\frac{dF'}{dw} = \frac{\partial F'}{\partial w} + \frac{\partial F'}{\partial (d)} \cdot \frac{d(d)}{dw} = 0$$

En explicitant l'équation, et en y remplaçant comme antérieurement, d par sa valeur tirée de la relation

$$\frac{\pi d^2}{4} w = Q \quad (676)$$

il viendra

$$w_1^{7/2} - \frac{294}{(1 + A)} \frac{\delta' \rho'}{\delta \rho} \eta \frac{a}{\lambda} w_1^{1/2} - \frac{665}{1 + A} \frac{\delta' \rho'}{\delta \rho} \eta \frac{k}{\lambda} \sqrt{Q} = 0 \quad (677)$$

De même que pour w vitesse correspondant au minimum des frais d'installation, w_1 vitesse correspondant au minimum des frais d'exploitation est indépendante de $\frac{H}{L}$.

Cette conclusion qui choque le bon sens, est une vérité mathématique; elle n'est pas discutable; seulement si on se place au point de vue pratique et que l'on trace les courbes de P et de F en fonction de w , on s'aperçoit que pour les faibles valeurs de $\frac{H}{L}$, il n'existe pas *pratiquement* de minimum; la courbe est tellement plate que pour toutes les valeurs de w comprises entre w et w_1 , les résultats sont *pratiquement équivalents*.

Nous tenons ici un exemple de la nécessité de pousser une étude technique jusqu'au calcul numérique et au tracé graphique des courbes représentant les équations trouvées, si l'on veut éviter d'émettre des conclusions trop absolues qui, du point de vue pratique, s'avèrent comme discutables.

§ 3. — Conclusions

En tout état de cause, il n'y a aucune raison vraiment valable de dépasser la vitesse w qui conduit au minimum des frais d'installation, sauf peut-être dans certains cas où les difficultés particulières de montage et d'entretien pourraient faire préférer le choix d'un diamètre encore plus faible que celui déduit de cette valeur de w .

Est-il logique, par contre, de choisir, pour le calcul de la conduite quel que soit $\frac{L}{H}$, la valeur de w_1 qui conduit au minimum mathématique? Le tracé des courbes du bénéfice exprimé en % du minimum réalisé sur les frais d'exploitation, répond à cette question.

Remarquons que pour traiter le problème, on peut calculer au moyen de la relation (670), la valeur des frais supplémentaires d'installation en % du minimum, puisque

$$Y_p = \frac{P - P_{\min}}{P_{\min}} = \frac{P' - P'_{\min}}{P'_{\min}} \quad (678)$$

De même au moyen de la relation (674), il sera possible de calculer la valeur du bénéfice en % du minimum réalisé sur les frais d'exploitation en utilisant la relation

$$Y_f = \frac{F - F_{\min}}{F_{\min}} = \frac{F' - F'_{\min}}{F'_{\min}} \quad (679)$$

F_{\min} étant la valeur des frais d'exploitation correspondant à la dépense maximum P_{\max} pour les frais d'installation.

Nous avons, à titre d'exemple, choisi les données suivantes :

ρ prix du cheval-vapeur pour le groupe moteur, bâtiment non compris, 1400 fr., pour tenir compte de la réserve nécessaire comprise généralement entre la moitié et le tiers de la puissance utilisée;

ρ' le prix du kg. de fonte de conduite, placement compris, 1 fr.;

η rendement du groupe 0,65;

a et k de la formule fixant e respectivement 0,007 et 0,0166.

Pour λ nous avons adopté une formule approchée

$$10^4 \lambda = 46,5 + \frac{1,42}{d}$$

qui donne des valeurs suffisamment exactes entre 0,100 et 1 m. de diamètre pour des valeurs de α normales, et qui ne fait dépendre λ que du diamètre d .

Pour le calcul des frais d'exploitation, nous avons adopté : amortissement en 20 ans, intérêt 6%, soit une annuité ρ''' de 0,087.

Entretien $k' = 0,05$.

Prix du kWh ρ'' : 0 fr. 30.

h nombre d'heures d'utilisation respectivement 8 et 16 heures.

Par l'application des formules (671) et (677), nous avons pu tracer les courbes donnant pour chaque valeur de Q , ou du diamètre d , les valeurs de ω correspondant respectivement au minimum des frais d'installation (courbes 1) et au minimum des frais d'exploitation (courbes 2), fig. 395.

Les courbes pointillées ont été tracées pour un nombre d'heures d'utilisation h de 16 heures au lieu de 8 heures.

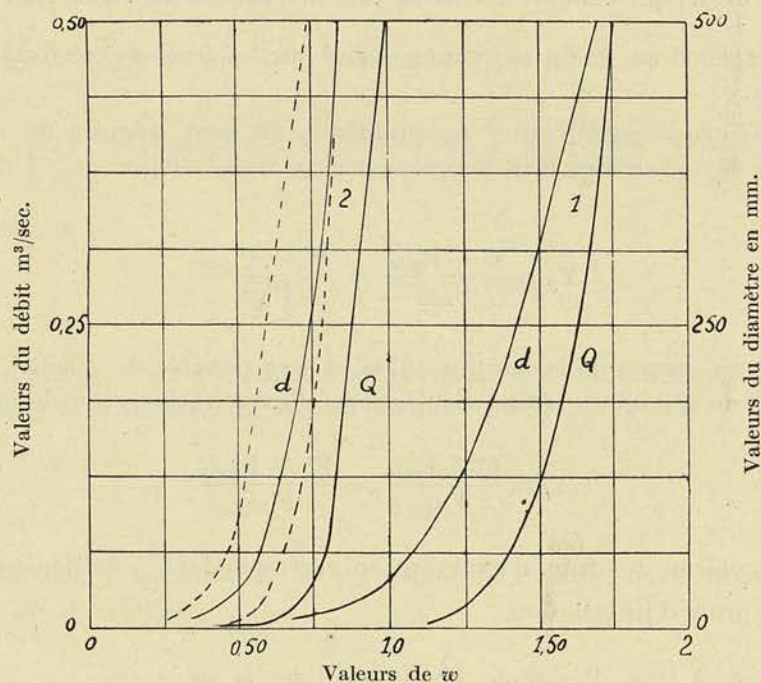


FIG. 395

Figure 396, nous avons tracé les courbes de $\frac{P}{P_{\min}}$ et $\frac{F}{F_{\min}}$ en fonction de ω , entre les deux limites correspondant à la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'exploitation et la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'installation, pour $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{sec}$.

Les courbes 1, 2, 3 donnent $\frac{F}{F_{\min}} = Y_f + 1$ pour trois valeurs de $\frac{H}{L}$ 100, 20, 1,5, tandis que les courbes 1', 2', 3' se rapportent à la valeur de $\frac{P}{P_{\min}} = Y_p + 1$, dans les mêmes conditions.

On peut se rendre compte qu'en adoptant une vitesse de 1 m 10 environ, $\frac{L}{H}$ étant égal à 100, on ne dépense que 5% de plus que le minimum dans les frais d'installa-

tion, alors que l'on réalise une diminution de 17% des frais d'exploitation; si, par contre, on consent à un accroissement des frais d'installation de 20%, on n'aboutit qu'à une diminution de 22% des frais d'exploitation.

Il est donc logique de s'en tenir à une valeur de w qui permette de réaliser la moitié ou les trois quarts du bénéfice reconnu réalisable, plutôt que d'incorporer

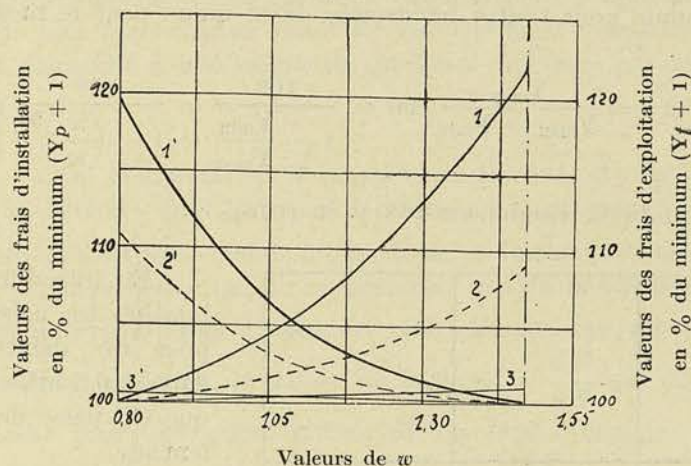


FIG. 396

un supplément de capital conduisant à un bénéfice supplémentaire relativement très faible.

C'est donc en fonction du bénéfice exprimé en fraction du maximum réalisable que devraient être tracés les diagrammes, c'est pourquoi nous avons calculé

$$X = \frac{F_{\max} - F}{F_{\max} - F_{\min}} = \frac{F'_{\max} - F'}{F'_{\max} - F'_{\min}} \quad (680)$$

valeur qui, comme on peut s'en rendre compte aisément, ne dépend plus de $\frac{L}{H}$.

En désignant par Y la valeur de la perte de charge par mètre de longueur, c'est-à-dire en posant

$$Y = \frac{T_f}{L} = \lambda \frac{4 w^2}{d 2g} \quad (681)$$

la valeur de X définie ci-dessus, peut se mettre sous la forme

$$X = \frac{(Y_{\max} - Y)(1 + A) + (T_{\min} - T)}{(Y_{\max} - Y_{\min})(1 + A) + (T_{\min} - T_{\max})} \quad (682)$$

avec

$$T = 300 \frac{\delta' \rho'}{\delta \rho} \eta \frac{a + kd}{wd} \quad (683)$$

Nous avons tracé, figure 397, un diagramme donnant, pour 3 valeurs du débit 0,01, 0,1 et 0,5 m³/sec., la courbe de Y en fonction de X .

Ces courbes donnent donc la perte de charge par mètre de conduite qu'il est possible d'admettre pour gagner une fraction $X\%$ du gain total réalisable.

Les courbes, comme on le voit, se rapprochent d'autant plus de la droite qui joint les points Y_{\max} et Y_{\min} que le débit est plus grand.

Pour les débits intermédiaires à ceux choisis ci-dessus, nous nous sommes contenté de tracer les droites passant par Y_{\max} et par le point C qui est, à très peu de chose près, commun pour toutes les droites, ainsi qu'on peut le montrer en remarquant que

$$OC = \frac{Y_{\max}}{Y_{\max} - Y_{\min}} 100 = \frac{100}{1 - \frac{Y_{\min}}{Y_{\max}}} = \frac{100}{1 - \left(\frac{w_1}{w}\right)^{5/2}} \quad (684)$$

en vertu des relations combinées (681) et (676).

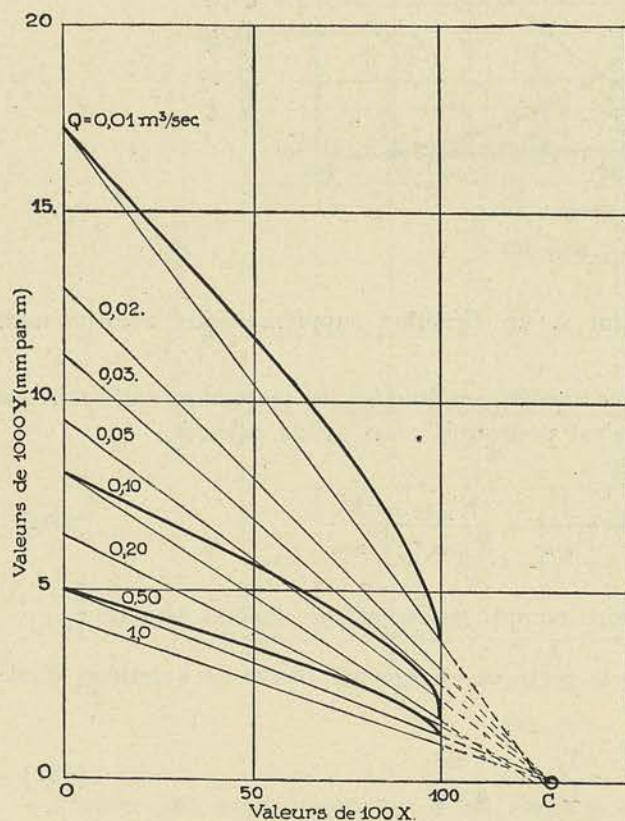


FIG. 397

frais d'installation, Y_{\max} étant donné par la relation (681) dans laquelle on introduit cette valeur de w .

Mise sous cette forme, la déduction ultime de tout notre exposé permet de faire comprendre que la solution qui consiste à choisir la perte de charge admissible comme une fraction de 0,03 à 0,05 de la hauteur H d'élevation, n'est défendable que pour des installations ne comportant qu'une valeur de $\frac{L}{H}$ très faible.

Pour un débit de $0,01 \text{ m}^3/\text{sec.}$ par exemple, la perte par mètre peut atteindre $0 \text{ m } 0175$ si l'on s'en tient à la vitesse qui correspond au minimum des frais d'installation, ce qui, pour un rapport de $\frac{L}{H} = 1,5$, donne une perte de $0,026$ de H .

En introduisant dans cette relation les valeurs de w et w_1 pour des débits variant entre $0,01$ et $0,5 \text{ m}^3/\text{sec.}$, on s'aperçoit que OC passe de 128 à 133 seulement.

En utilisant pour le calcul les chiffres donnés par les droites au lieu des courbes, on peut voir que la perte de charge par mètre ainsi déterminée conduira, dans la réalité, à un bénéfice $\%$ plus élevé de 5 à 10% que celui que l'on s'est imposé pour fixer l'abscisse.

Il est évident que dans un tel calcul, cette approximation est suffisante et l'établissement du diagramme ramené à une série de droites convergentes passant par C n'exige, tout compte fait, que la détermination pour chacun des débits envisagés, de la valeur de w qui conduit au minimum des

Pour $\frac{L}{H} = 4,5$ il y aurait intérêt à se rapprocher d'une valeur plus voisine de celle qui correspond au minimum des frais d'exploitation, $X = 0,50$ par exemple et dans ces conditions la perte par mètre de hauteur d'élévation atteindrait un peu plus de 0,05.

Cette solution ne saurait se défendre lorsqu'il s'agit d'installation importante comportant un développement très grand de canalisation : il faut alors se rapprocher de la solution la plus favorable au point de vue des frais d'exploitation, et la perte de charge peut descendre à une valeur de quelques millièmes par mètre de longueur de canalisation.

Remarque. — On comprend qu'il importerait de fixer de façon mathématique la fraction % du bénéfice qu'il convient de réaliser normalement.

On peut dire qu'il est rationnel de n'introduire, en tout état de cause, dans l'affaire, aucune somme supplémentaire qui ne rapporterait pas un bénéfice propre égal à ρ''' .

Cela revient à dire qu'il faut déterminer pour chacune des valeurs de w comprises entre les deux limites w et w_1 , la valeur de la fonction $\frac{dF}{dP}$ qui donne la valeur du bénéfice dF réalisé pour une augmentation dP du capital engagé.

On pourra, pour cela, utiliser la relation

$$\frac{dF}{dP} = \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\partial F}{\partial Y} \frac{dY}{dP}$$

en recourant à la valeur (672) mise sous la forme

$$F = \rho''' \left[P + A \rho N_e' \left(1 + Y \frac{L}{H} \right) \right];$$

A étant donné par (675), il viendra

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dP} &= \rho''' \left[1 + A \rho N_e' \frac{L}{H} \frac{dY}{dw} : \frac{dP}{dw} \right] \\ &= \rho''' + \frac{A \rho'''}{1 - 294 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \eta \frac{a}{\lambda} w^{-3} - 665 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \frac{k \eta}{\lambda} \sqrt{Q} w^{-7/2}} \end{aligned} \quad (685)$$

le produit $A \rho'''$ étant indépendant de ρ'''

Si nous voulons obtenir la valeur de la vitesse w qui doit rendre $\frac{dF}{dP} = -\rho'''$ (le signe négatif se justifie par le fait que $\frac{dF}{dP}$ est négatif), il suffira d'écrire :

$$\frac{A \rho'''}{1 - 294 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \eta \frac{a}{\lambda} w^{-3} - 665 \frac{\rho' \delta'}{\rho \delta} \frac{k \eta}{\lambda} \sqrt{Q} w^{-7/2}} = -2 \rho''' \quad (686)$$

On trouve ainsi

pour $Q = 0,01 \text{ m}^3/\text{sec.}; \quad w = 0,78 \text{ m/sec.}; \quad X = 0,935; \quad Y = 0,00575;$
 et pour $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{sec.}; \quad w = 0,93 \text{ m/sec.}; \quad X = 0,98; \quad Y = 0,00245.$

CHAPITRE IV

ETUDE DU FROTTEMENT DES DISQUES EN ROTATION DANS UN FLUIDE VISQUEUX ⁽¹⁾

Nous avons établi (3^{me} fascicule, chap. II, § 3) la formule (139) qui donne le couple absorbé par la rotation d'un disque de rayon R tournant à la vitesse angulaire w .

Pour tenir compte de la surface de frottement correspondant à l'épaisseur du disque (fig. 398), nous aurons à introduire le couple supplémentaire auquel donne lieu cette surface et qui suit la même loi que celle énoncée pour les faces du disque. Le couple supplémentaire sera donc

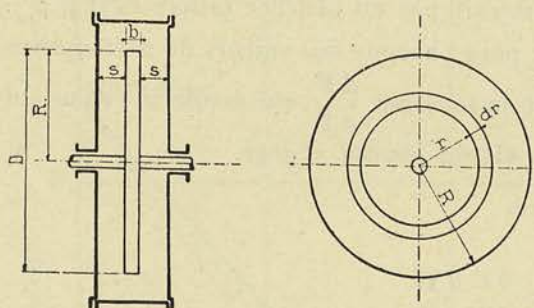


Fig. 398

$$C' = 2 \pi k \delta b \omega^2 R^4 \quad (687)$$

et la puissance totale absorbée deviendra

$$N_e = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 R^5 \left[1 + \frac{5b}{2R} \right]$$

que, pour la facilité des calculs, on pourra écrire

$$N_e = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 R_e^5 \quad (688)$$

en introduisant un rayon fictif R_e donné par

$$R^5 \left(1 + \frac{5b}{2R} \right) = R_e^5. \quad (689)$$

ce qui conduit à

$$R_e = R \left[1 + \frac{5b}{2R} \right]^{1/5}$$

ou à

$$R_e = R \left(1 + \frac{b}{2R} \right) \quad (690)$$

étant donné que b est toujours très faible vis-à-vis de R .

⁽¹⁾ Voir *R. U. M.* 1^{er} avril 1928. — Etude sur le frottement des disques en rotation dans un fluide visqueux.

Le coefficient k qui figure dans ces formules est de même nature que celui défini dans l'étude sur les pertes de charge dans les tuyaux cylindriques, par la relation

$$\lambda = 2gk \quad (691)$$

Comme λ dans le cas des tuyaux, k est une fonction de la viscosité, de la vitesse relative du fluide par rapport à la surface et d'une dimension linéaire du disque; on peut donc poser

$$k = \varphi \left(\frac{\omega R_e^2}{\nu} \right)$$

En exprimant δ et R_e dans le système kg. m/sec. et en donnant à μ sa valeur trouvée dans les tables des constantes physiques (unités C. G. S.), on pourra écrire

$$k = \varphi(\alpha) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{10 \delta \omega R_e^2}{\mu} \quad (692)$$

Dans l'étude que nous avons publiée en 1928 dans la *R. U. M.*, nous avons analysé la plupart des essais qui ont été effectués par Le Conte, Gibson, Unwin, avec l'eau comme liquide, en portant en abscisses les valeurs de α déduites des chiffres fournis, et en ordonnées les valeurs de $10^6 k$.

Nous avons ensuite utilisé les résultats des expériences de Kempf, puis d'Odell, opérant avec des disques en papier tournant dans l'air.

Comme on peut s'en rendre compte, les courbes ainsi trouvées sont toutes parallèles entre elles, mais les asymptotes des courbes varient suivant la valeur du diamètre et de la distance s du disque à la paroi de l'enveloppe.

Nous avons pu poser en conséquence

$$10^6 k = \frac{A}{\alpha^n} + B \quad (693)$$

et en portant dans un seul diagramme (fig. 399), $\log(10^6 k - B)$ en ordonnées et $\log \alpha$ en abscisses, obtenir la valeur des constantes

$$A = 347000 \quad n = \frac{2}{3}$$

Pour la détermination de B , nous avons cherché pour les différentes courbes expérimentales, l'asymptote d'abord dans les expériences de Kempf, Gibson et Unwin, sur les disques polis en laiton, puis dans les expériences de Le Conte avec des disques rugueux tournant dans une enveloppe rugueuse.

En portant B en ordonnée, et $\frac{s}{R}$ en abscisse, nous avons obtenu une seule courbe pour les disques polis, tandis que pour les disques rugueux tournant dans une enveloppe rugueuse, B reste fonction de R . Les données manquent pour proposer une formule générale valable pour les disques rugueux en fonction de R ; pour les disques polis

on peut prendre $B = \varphi \left(\frac{s}{R} \right)$.

Nous avons tracé (fig. 400) le diagramme donnant $10^6 k$ en fonction de α pour les disques polis tournant dans une enveloppe aux parois polies, dans laquelle $\frac{s}{R}$ prend les valeurs variant de 0,03 à ∞ .

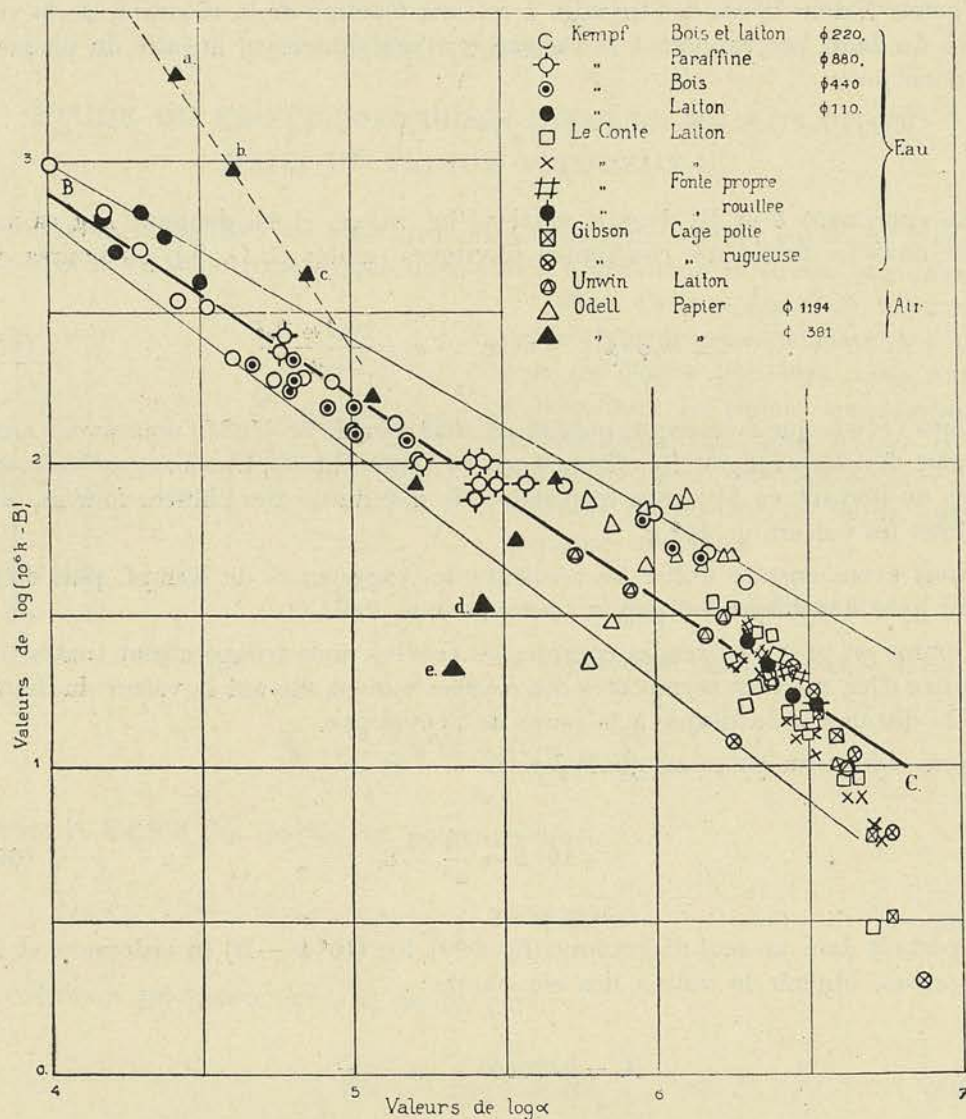


FIG. 399

Lorsque l'on a affaire à des disques tournant dans l'air sans enveloppe, le phénomène de ventilation fait croître la valeur de B et l'on aura une idée de l'importance de ce supplément de puissance, en mesurant les différences d'ordonnées entre les courbes tracées l'une en trait plein, l'autre en trait pointillé pour $\frac{s}{R} = \infty$, la première pour l'eau, la seconde pour l'air, d'après les expériences d'Odell.

Nous ajouterons que dans le cas de fluides très visqueux, les disques et les parois peuvent être considérés comme polis, à cause de la couche d'huile qui vient adhérer à la paroi.

Dans le cas de disques rugueux, on pourra utiliser le diagramme de la figure 401 qui donne la valeur de B pour les disques en laiton de différents diamètres.

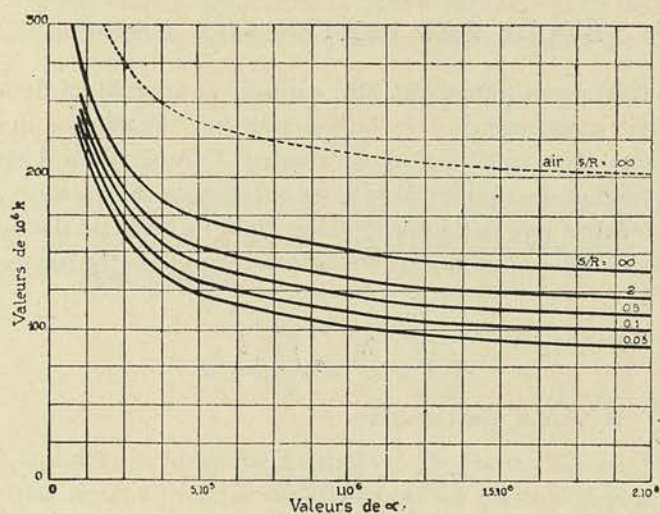


FIG. 400. — Valeurs du coefficient $10^6 k$ pour des disques polis.

Ce diagramme reste encore valable pour les disques et enveloppes en fonte propre, ainsi que le montre le point *a* qui se rapporte à un disque en fonte propre de rayon $R_e = 0,158$ m.

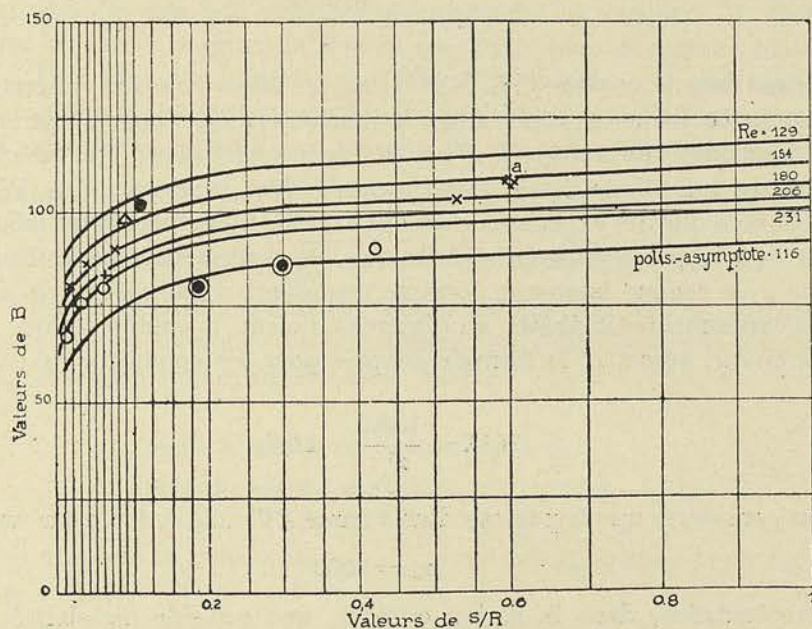


FIG. 401. — Valeurs du coefficient B pour le laiton.

On trouvera dans notre étude publiée dans la *R U. M.*, un exemple d'application des formules ci-dessus ainsi qu'une vérification de ces formules au moyen des courbes expérimentales fournies par une pompe centrifuge pompant des liquides visqueux.

CHAPITRE V

ÉTUDE DES PERTES AUX JOINTS

Le calcul des fuites aux joints (fig. 89), suppose connue la loi de la perte de charge à travers un conduit *annulaire* de très faible épaisseur, formé par deux cylindres concentriques de rayons très voisins l'un de l'autre. Comme dans l'étude qui précède, il y a lieu de distinguer le régime *laminaire* du régime *turbulent*.

Nous ne reprendrons pas la démonstration de la formule relative au cas particulier du régime laminaire; nous nous bornerons à indiquer que cette formule peut se mettre sous la forme

$$h = \lambda \left(\frac{m}{\sigma} \right) \frac{w^2}{2g} l \quad (694)$$

en donnant à $\left(\frac{m}{\sigma} \right)$ la valeur particulière

$$\left(\frac{m}{\sigma} \right) = \frac{2(2\pi R)}{2\pi R e} = \frac{2}{e} \quad (695)$$

et à λ (pour le régime laminaire), la valeur

$$\lambda = \frac{24}{\alpha} \quad (696)$$

La valeur de α est définie dans le cas particulier qui nous occupe ici, par la relation

$$\alpha = 10 \frac{w(2e)\delta}{\mu} \quad (697)$$

μ étant exprimé dans le système C. G. S. et les autres valeurs dans le système kg. m./sec. On trouvera cette démonstration dans les mémoires du Congrès international de Mécanique appliquée, de 1930 (1). Pour le régime turbulent, les valeurs de λ ne peuvent résulter que d'une étude expérimentale. Des expériences de Winkel et de Beckers, aussi bien que des expériences qui ont été effectuées dans notre laboratoire, sur les joints de la pompe centrifuge, il résulte que l'on peut considérer la formule établie ci-dessus, pour le régime laminaire, comme traduisant d'une façon très satisfaisante les résultats expérimentaux. Quant au régime turbulent, il semblerait que l'on puisse, sans grande erreur, admettre la formule adoptée pour des conduites circulaires polies, soit

$$10^4 \lambda = \frac{1330}{\alpha^{1/3}} + 16,7$$

On peut considérer que le passage d'un régime à l'autre se fait pour une valeur de

$$\alpha_c = 3000$$

Il existe toutefois, dans la région critique, une certaine instabilité de régime; de plus, d'après les expériences de Beckers, il existe, entre $\alpha_c = 3000$ et $\alpha_c = 7000$, un régime intermédiaire pour lequel λ peut être considéré comme à peu près constant et égal à 0,0085.

(1) Tome III : Calcul des pertes aux joints, par M. F. BODART, Ingénieur A. I. Lg., Assistant à l'Université de Liège.

Si l'on envisage l'ensemble du joint, il faut tenir compte, pour calculer la perte de charge totale, de la perte à l'entrée résultant de la contraction et du fait que le joint étant assez court, le régime permanent ne s'y trouve réalisé qu'après un certain parcours, ce qui a pour effet d'ajouter à la perte calculée pour le régime laminaire, un terme proportionnel à $w^2/2g$. Toute la perte supplémentaire peut donc être représentée par

$$\xi \frac{w^2}{2g}$$

ξ étant un coefficient qui ne saurait être déterminé qu'expérimentalement.

De l'étude de M. Bodart analysant l'ensemble des résultats connus, il résulte que la perte totale h' peut s'écrire

$$h' = \frac{w^2}{2g} \left(\lambda \frac{2l}{c} + \xi \right) \quad (698)$$

avec ξ égal à 1,2, quand on applique l'équation de Bernouilli au joint, comme nous l'avons fait page 240, depuis l'espace d'entrée où l'on mesure la pression p_1 jusqu'à la sortie du joint où l'on mesure la pression p_0 .

Cette valeur de ξ paraît être très élevée d'après ce que nous avons calculé dans le chapitre précédent pour tenir compte de la contraction à l'entrée.

Mais nous devons faire remarquer que l'application de la formule de Bernouilli sous cette forme, n'est pas correcte et pour la raison suivante : la formule de Bernouilli n'est applicable en toute rigueur qu'à un filet liquide pris depuis l'entrée jusqu'à la sortie, et la vitesse qui doit y figurer est donc une vitesse *locale*, qui varie d'un filet à l'autre, suivant les lois que nous avons examinées au chapitre II. Par raison de simplicité, on introduit toujours la vitesse moyenne dans la section, mais il devient nécessaire, si l'on veut être rigoureux, d'affecter le terme se rapportant à l'énergie cinétique d'un facteur correctif pour tenir compte du fait que l'énergie cinétique d'une masse fluide dont les particules sont animées de vitesses différentes, est supérieure à l'énergie cinétique exprimée par $\frac{v_m^2}{2g}$. On doit donc écrire, pour représenter le terme se rapportant à l'énergie cinétique $\beta \frac{w^2}{2g}$, β étant un coefficient qui dépend de la distribution des vitesses dans la section. En tenant compte des lois de la distribution de vitesse dans le régime laminaire puis turbulent, on peut démontrer que β prend les valeurs suivantes, pour un tuyau circulaire droit :

$$\begin{aligned} \text{pour le régime laminaire} \quad \beta &= 2 \\ \text{pour le régime turbulent} \quad \beta &= 1,06 \end{aligned}$$

Pour l'écoulement à travers un espace annulaire en régime laminaire on trouve par contre $\beta = 1,54$.

En introduisant cette correction dans l'interprétation des essais de M. Bodart qui se rapportent exclusivement au régime laminaire, on trouve, pour ξ , la valeur $\xi = 0,66$, beaucoup plus normale pour la perte à l'entrée du joint.

Comme l'on a affaire dans un joint de turbo-machines, à des surfaces en mouvement relatif, la question qui se pose est de savoir si la perte de charge n'est pas influencée par la vitesse de rotation.

Des expériences de Beckers, de même que de celles effectuées au Laboratoire, il résulte que, dans les limites pour lesquelles ces essais ont été faits, le débit n'est pas influencé par la vitesse de rotation, pour autant que la différence des pressions appliquées au joint, reste constante.

Comme on calcule généralement la vitesse au joint en partant de la pression relevée à la périphérie de la roue, il résulte, il est vrai, de l'entraînement de l'eau dans l'espace annulaire compris entre l'enveloppe et la roue, une différence de pression entre la périphérie et l'entrée du joint qui va s'accroissant avec la vitesse, si bien que la différence de pression appliquée au joint va en se réduisant (fig. 312).

C'est en partant des conclusions ci-dessus que nous avons proposé pour k_2 de la formule (346) les valeurs indiquées page 313 pour les différents types de joint.

Nous devons, en effet, écrire

$$v(p_1 - p_0) - \beta \frac{w^2}{2g} - T_f = 0$$

et en déduire

$$w = k_2 \sqrt{2g v (p_1 - p_0)}$$

k_2 étant mis dans ces conditions pour

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{\beta + \lambda \frac{2l}{e} + \xi}}$$

pour le 1^{er} joint (fig. 224) puisque T_f est donné par la relation (698).

Pour le 3^e joint (fig. 226) considéré comme un joint triple, il faudrait écrire en appelant p'_0 et p''_0 les pressions intermédiaires

$$v(p_1 - p'_0) = \beta \frac{w^2}{2g} + z \frac{w^2}{2g} = v(p'_0 - p''_0) = v(p''_0 - p_0)$$

z étant mis pour $\left(\lambda \frac{2l}{e} + \xi\right)$ si on suppose que w ainsi que λ et $\frac{2l}{e}$, sont les mêmes pour les trois espaces annulaires.

D'où

$$w = k_2 \sqrt{2g v (p_1 - p_0)}$$

avec

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{3 \left(\beta + \lambda \frac{2l}{e} + \xi\right)}}$$

Dans les conditions normales, on pourrait adopter pour dimensions du joint

$$\frac{2l}{e} = 100 \quad \alpha = 800 \quad \lambda = 0,030 \quad \beta = 1,54 \quad \xi = 0,5$$

ce qui conduit aux valeurs suivantes pour k_2

1 ^{er} joint	$k_2 = 0,45$
3 ^e joint	$k_2 = 0,26$

Remarque. — Des expériences très récentes effectuées par M. Cornish (1), il résulte qu'à partir d'une certaine vitesse de rotation, la perte de charge à travers le joint et partant la fuite, sont influencées par la vitesse angulaire. Ces expériences ont été faites avec deux tambours de 150 et 280 mm de longueur, le jeu e variant de 0,2 à 0,46 mm.

Pour nous rendre compte du rôle que peut jouer la vitesse angulaire ω , nous pouvons employer la méthode des mesures spécifiques comme nous l'avons fait pour les pertes de charge, au chapitre II (2).

Supposons, en effet, que l'on puisse admettre à priori que les paramètres dont dépend la force tangentielle de frottement τ appliquée à la paroi et se rapportant à l'unité de surface, soient

$$\omega, e, \rho = \frac{\delta}{g}, \nu \text{ et } u$$

ν étant la viscosité cinématique du fluide et u étant la vitesse périphérique du rotor.

Nous choisirons ω , e et ρ comme paramètres fondamentaux et nous écrirons

$$\tau = \lambda \omega^\alpha e^\beta \rho^\gamma \quad (699)$$

le coefficient λ étant fonction des mesures spécifiques de ν et de u

$$\lambda = \varphi(\nu_s, u_s)$$

En considérant l'équation dimensionnelle correspondant à la relation (699), on trouve les valeurs des exposants α , β , γ , ce qui conduit à

$$\tau = \lambda \rho \omega^2$$

Comme h peut être déterminé par la relation

$$(p_1 - p_0) 2\pi R e = \tau \cdot 2\pi R \cdot l \text{ avec } p_1 - p_0 = \delta h,$$

on aura finalement

$$h = \lambda \frac{2}{e} \frac{\omega^2}{2g} l$$

qui est notre équation (694).

La condition de similitude sera exprimée par l'égalité des mesures spécifiques des paramètres supplémentaires ν et u , soit $\nu_s = \text{const.}$, $u_s = \text{const.}$

Dans le système ω , e , ρ choisi, ces mesures spécifiques s'exprimeront par

$$\nu_s = \frac{\nu}{\omega e} \text{ et } u_s = \frac{u}{\omega}$$

d'où

$$\lambda = \varphi\left(\alpha, \frac{u}{\omega}\right) \quad (700)$$

α l'inverse de ν_s étant le coefficient de Reynolds, donné par la relation (697).

(1) Proceedings of the Royal Society, A., vol. 140, 1933.

(2) Voir mémoire de M. Kestlicher au Congrès National des Sciences, Bruxelles 1935.

Les expériences de M. Cornish ont, en effet, montré que pour le régime laminaire, il existe une valeur critique du rapport $\frac{u}{w}$ à partir de laquelle la vitesse de rotation commence à intervenir d'une façon très nette; λ devient alors fonction à la fois de α et du rapport $\frac{u}{w}$ comme le veut la relation (700). Cette valeur critique de $\frac{u}{w}$ varie d'ailleurs avec le coefficient α et est d'autant plus élevée que α est plus petit.

En dessous de $\frac{u}{w}$ critique, pour les valeurs de α correspondant au régime laminaire, λ reste fonction uniquement de α suivant la loi établie plus haut (696).

Dans le régime turbulent, λ est toujours donné par la formule (700), mais on n'observe plus de valeur critique pour $\frac{u}{w}$ et l'influence de la vitesse de rotation devient d'autant plus faible que α est plus grand. Les courbes de λ en fonction de $\frac{u}{w}$ pour une même valeur de α , deviennent des courbes continues et d'autant plus plates que α est plus grand.

La figure 402 résume dans un seul diagramme, les résultats d'essais de M. Cornish, donnant les valeurs de λ en fonction de α pour diverses valeurs du rapport $\frac{u}{w}$.

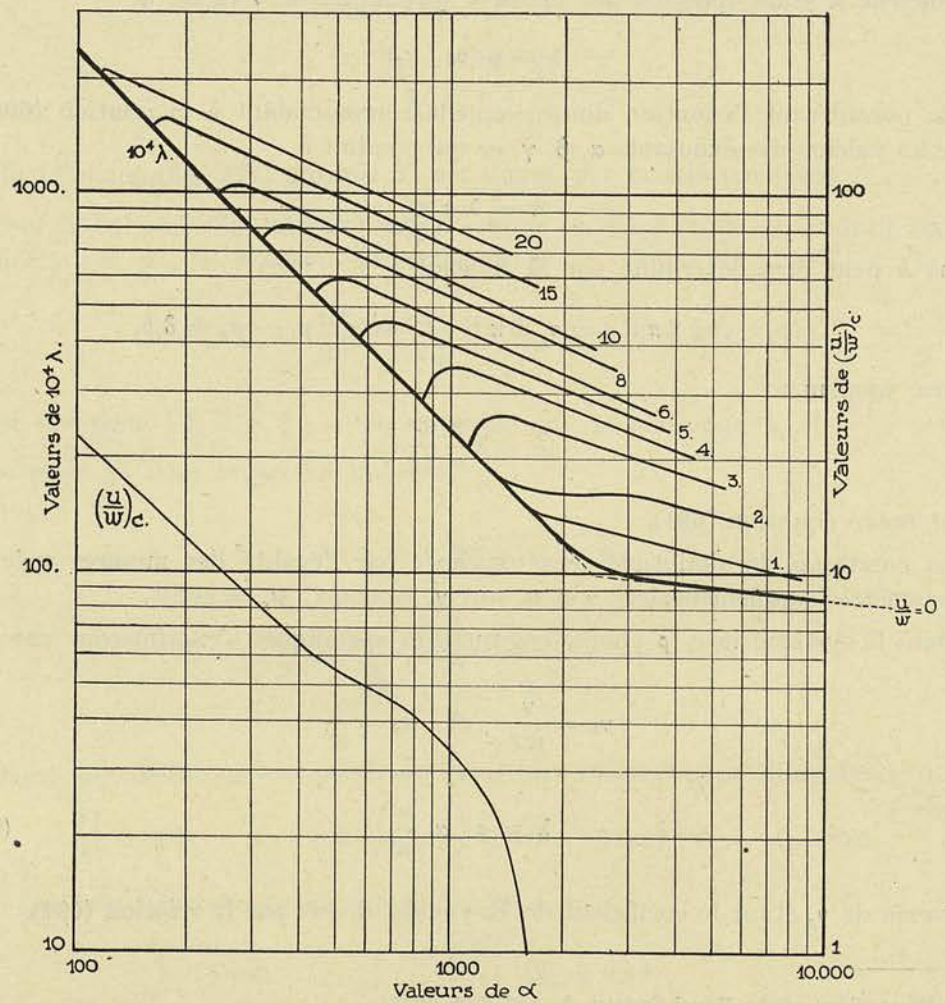


FIG. 402

On voit que pour une valeur de α donnée, si l'on augmente la valeur de $\frac{u}{w}$, il arrive un moment, à partir duquel la relation (696) cesse d'être vraie : λ va en augmentant avec $\frac{u}{w}$ d'abord très rapidement, puis moins vite.

La courbe inférieure du diagramme donne, en fonction de α , les valeurs du rapport $\left(\frac{u}{w}\right)_c$ critique à partir duquel la vitesse de rotation commence à intervenir. Pour $\alpha = 1000$ par exemple, on voit que l'on doit réaliser une vitesse périphérique telle que $\frac{u}{w}$ dépasse 3,45 pour que λ soit influencé par la vitesse de rotation.

Ainsi s'explique pourquoi, lors des essais effectués dans notre Laboratoire, on est arrivé à la conclusion que λ était uniquement fonction de α : c'est que la valeur de $\left(\frac{u}{w}\right)_c$ n'était pas nettement dépassée pour aucune des valeurs de α réalisées.

CHAPITRE VI

MÉTHODES DE MESURE DES DÉBITS

Nous ne pourrions traiter la question dans toute sa généralité, mais nous voudrions, tout au moins, concentrer dans ce chapitre, les renseignements les plus récents sur les méthodes de mesure utilisant des orifices et des déversoirs.

§ 1. — Méthodes utilisables en conduites forcées

La méthode la plus utilisée est basée sur la mesure de la différence de pression créée par un orifice en mince paroi, ou par une tuyère intercalée dans la conduite.

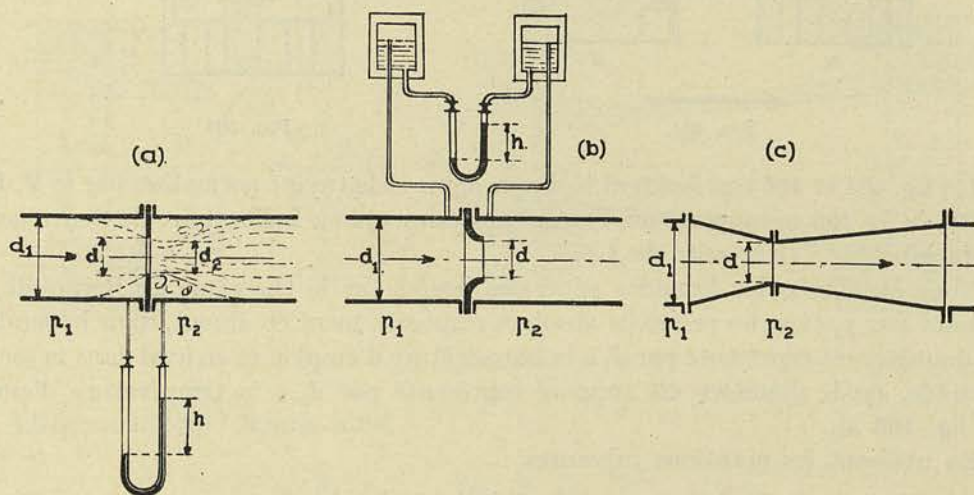


FIG. 403

Trois dispositions sont possibles et sont données par les schémas ci-dessus; les 3 modèles sont équivalents en principe, le dernier ayant l'avantage de ne donner lieu qu'à une perte de charge beaucoup moindre, le premier ayant pour lui l'avantage de la simplicité.

Dans le cas du diaphragme, la section contractée se produit à une certaine distance en aval, légèrement variable avec le rapport entre la section au col et la section de la conduite. Avec des tuyères bien profilées, la section contractée correspond à la section au col.

Le débit étant calculé en fonction de la différence des pressions entre une section d'amont suffisamment éloignée de la section contractée, et la section contractée elle-même, il importe que ces sections soient bien définies. Avec les tuyères type Venturi (fig. 403 c), les prises doivent être faites sans discussion possible, à l'entrée du cône et à la section au col ; avec la tuyère simple et le diaphragme, la position des prises de pression est moins bien définie : généralement pour rendre le montage de l'appareil plus aisé, on groupe les prises de pression amont et aval à la bride même, immédiatement avant et après le disque ou le collet de la tuyère, suivant les dispositions fig. 404 et 405.

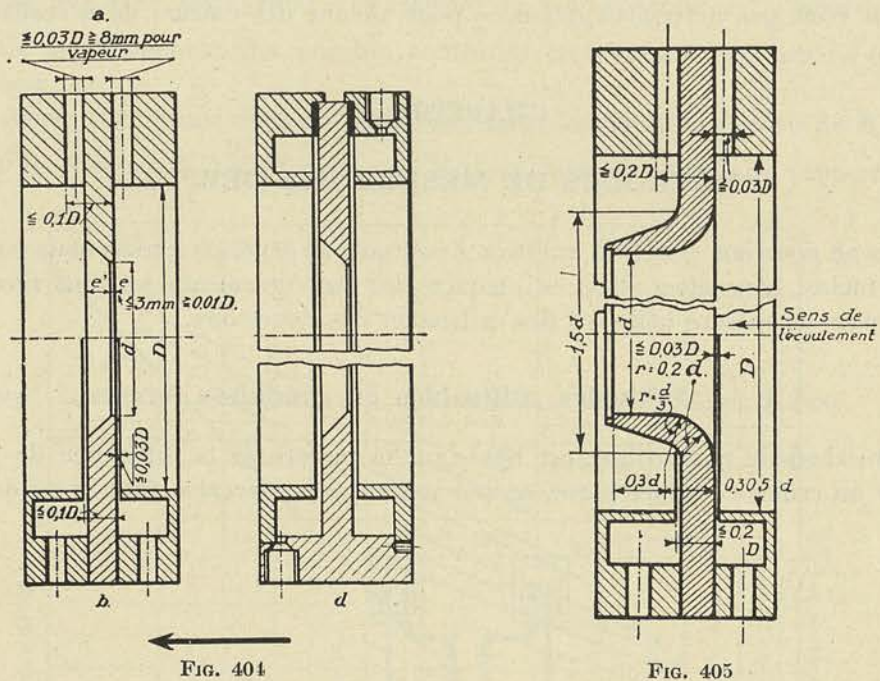


FIG. 404

FIG. 405

Les fig. 404 et 405 représentent le diaphragme et la tuyère normalisés par le V. D. I. en 1930, la fig. 406 se rapporte au Venturi expérimenté au Laboratoire de Construction des Machines de l'Université de Liège.

Nous établirons les formules générales basées sur le théorème de Bernoulli, en désignant par p_1 et p_2 les pressions absolues respectivement en amont, dans la conduite où le diamètre est représenté par d_1 à la température d'emploi, et en aval dans la section contractée, où le diamètre est supposé représenté par d_2 à la température d'emploi (voir fig. 403 a).

En utilisant les notations suivantes :

σ_1, σ_2 — sections correspondant à d_1 et d_2

σ, d — section et diamètre dans la section aval de l'orifice

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = m \qquad \frac{\sigma_2}{\sigma} = \mu$$

w, w_1, w_2 — vitesses moyennes correspondantes

v, v_1, v_2 — volume spécifique du fluide

nous pourrons écrire pour un fluide compressible [voir formule (IV), 2^{me} fascicule] le terme T_γ étant omis :

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \int_2^1 v dp \quad (701)$$

A cette équation on peut joindre la relation de continuité

$$\frac{w_1 \sigma_1}{v_1} = \frac{w_2 \sigma_2}{v_2} \quad (702)$$

Pour traiter la question sous son aspect le plus général, nous supposons que l'on a affaire à un fluide compressible et nous pourrons admettre que la détente dans la tuyère se fait suivant la loi de l'adiabatique, c'est-à-dire suivant

$$pv^\gamma = c^{te}$$

γ prenant les valeurs

$\gamma = 1,3$ pour la vapeur d'eau surchauffée

$\gamma = 1,4$ pour les gaz diatomiques.

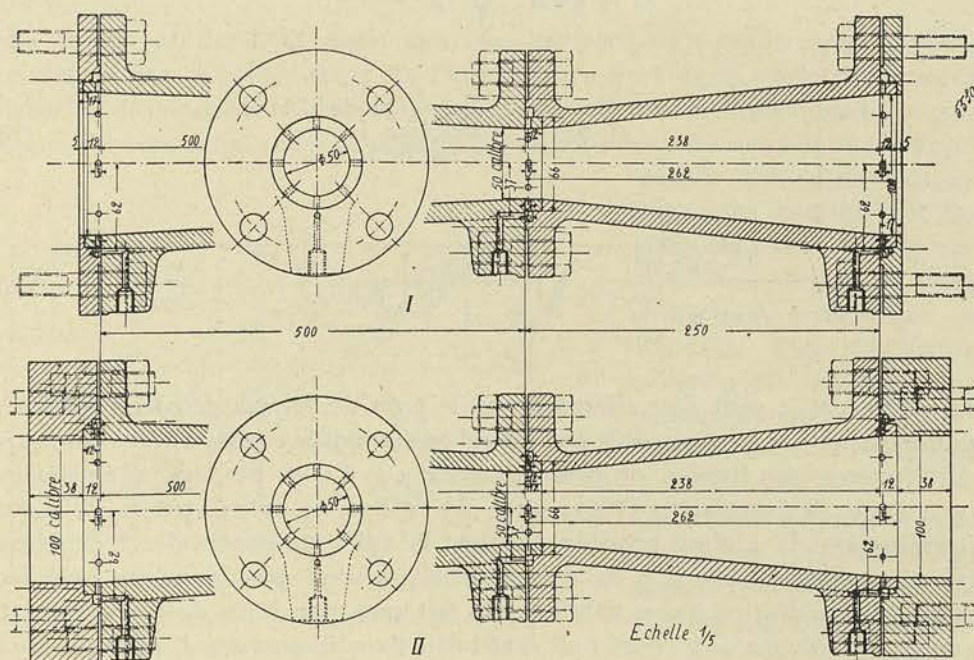


FIG. 406

L'équation (701) donne ainsi

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = v_1 p_1^{1/\gamma} \frac{\gamma}{\gamma-1} [p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}];$$

d'où, compte tenu de la relation (702) et des notations précisées ci-dessus,

$$(w_2)_{th} = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 \mu^2 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\gamma}}} \sqrt{2g \frac{\gamma}{\gamma-1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (703)$$

Cette formule n'est strictement applicable qu'à un fluide parfait. Pour trouver la vitesse réelle, nous devons introduire un coefficient de réduction ψ :

$$w_2 = \psi (w_2)_{th}$$

Le poids débité G kg. par seconde pourra alors s'écrire

$$G = \mu \sigma w_2 \frac{1}{v_2} = \mu \sigma w_2 \cdot \frac{1}{v_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\gamma} ;$$

ou en vertu de (703)

$$G = \frac{\psi \mu \sigma \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\gamma}}{v_1 \sqrt{1 - m^2 \mu^2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2/\gamma}}} \sqrt{2g \frac{\gamma}{\gamma - 1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]} ;$$

que l'on pourra mettre sous la forme

$$G = \varphi \varepsilon \sigma \cdot \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{v_1}} \quad (704)$$

avec

$$\varphi = \frac{\psi \mu}{\sqrt{1 - \mu^2 m^2}} \quad (705)$$

et

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1 - \mu^2 m^2}{1 - m^2 \mu^2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2/\gamma}}} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{1 - \frac{p_2}{p_1}} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2/\gamma} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma}} \right]} \quad (706)$$

Le coefficient ε peut être désigné sous le nom de *facteur de compressibilité*. On voit que le calcul de ε n'est possible que quand on connaît le coefficient de contraction μ . Pour des tuyères bien tracées on peut admettre $\mu = 1,0$ et dès lors ε se calcule facilement à l'aide de la relation (706); pour des orifices en mince paroi, au contraire, la détermination de ε n'est possible que par la voie expérimentale. L'expérience a montré que, contrairement à la loi de similitude, μ n'est pas le même pour les gaz que pour les liquides, ce qu'on attribue au fait que, par suite de la compressibilité de la veine, la détente se produit non seulement dans le sens axial, mais encore dans le sens radial; μ doit donc dépendre du rapport $\frac{p_2}{p_1}$ et être différent de celui que l'on observe pour le cas des liquides. On multiplie dans ce cas ε par un terme correctif, de façon à rendre le coefficient φ le même pour les gaz et pour les liquides.

Nous donnons ci-dessous les courbes de ε pour la vapeur surchauffée et les gaz diatomiques, lorsque l'on a affaire aux orifices en mince paroi, aux tuyères et aux venturi.

Ces courbes sont expérimentales et sont valables pour les orifices en mince paroi et tuyères V. D. I. représentés par les fig. 404 et 405 (1). Les courbes de ε peuvent

(1) Ces appareils ont été adoptés comme types internationaux sous le nom de tuyère et diaphragme ISA 1932.

être prolongées jusqu'à la chute de pression critique mais l'approximation pour le diaphragme et le Venturi ne dépasse pas 1,5 % pour $\frac{p_1 - p_2}{p_1}$ supérieur à 0,20. Pour les Venturi, la valeur de ϵ n'est pas la même que pour les tuyères, la détente n'y étant probablement pas aussi rapprochée de l'adiabatique à cause des pertes rendues appréciables par la longueur relativement grande de l'organe de détente (1).

La valeur de ϵ étant ainsi déterminée, nous allons indiquer comment choisir les valeurs du coefficient de débit ϕ de la formule (704).

Remarquons tout d'abord que cette formule est valable également pour un fluide incompressible, à la condition d'y poser $\epsilon = 1,0$, le coefficient ϕ étant indépendant de la nature du fluide.

Le coefficient de débit varie dans des proportions considérables, suivant qu'il s'agit d'un orifice en mince paroi ou d'une tuyère; de plus, il varie même suivant la construction de l'appareil et la façon dont on dispose les prises de pression. C'est pourquoi nous ne nous occuperons ci-dessous que de l'orifice en mince paroi et de la tuyère normalisés par l'Association des

Ingénieurs allemands V. D. I. en 1930 (fig. 404 et 405) sur lesquels on a effectué un très grand nombre de recherches expérimentales. Pour les Venturi, la question est à l'heure actuelle beaucoup moins étudiée que pour les deux autres appareils et il n'existe pas de forme normalisée. Nous indiquerons pour cet appareil les valeurs de ϕ obtenues par des essais dans notre Laboratoire et qui se rapportent à un appareil dont les dimensions sont indiquées fig. 406. Pour un Venturi

court où le convergent serait constitué par une tuyère du type de la fig. 405, on peut, à défaut de renseignements plus précis, adopter les valeurs de ϕ et de ϵ se rapportant à la tuyère elle-même.

COEFFICIENT DE DÉBIT DES DIAPHRAGMES

Pour le diaphragme fig. 404, le coefficient de débit en fonction du nombre de Reynolds α est donné par le diagramme de la fig. 409. Le coefficient α porté en abscisse

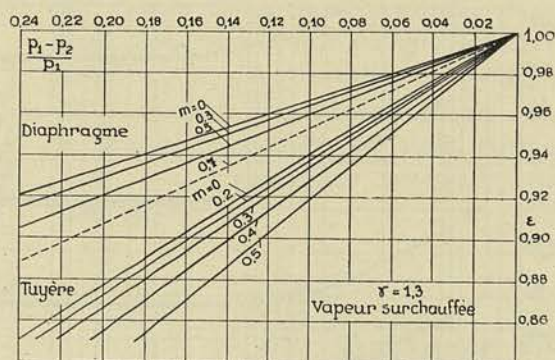


FIG. 407. — Coefficient de compressibilité de la vapeur d'eau surchauffée.

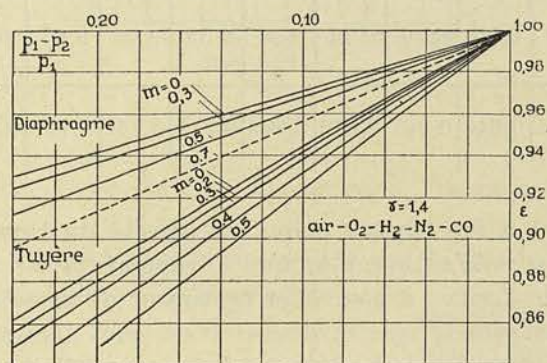


FIG. 408. — Coefficient de compressibilité pour les gaz diatomiques.

(1) Voir M. SCHLAG : L'écoulement en conduites des liquides, gaz et vapeurs. Ed. Thone.

à l'échelle logarithmique, se rapporte au diamètre d_1 et à la vitesse w_1 dans la conduite. On voit qu'à partir d'une certaine valeur de α , le coefficient de débit devient constant pour une valeur donnée de m . En pratique, on doit chercher à réaliser une valeur de α

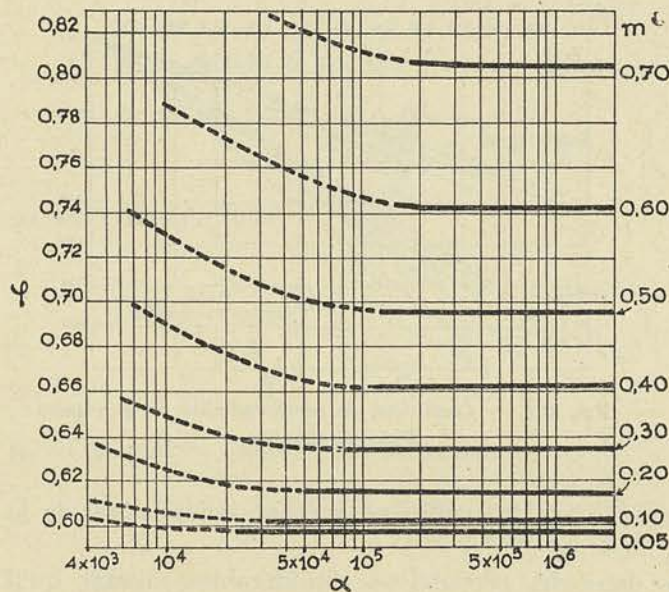


FIG. 409

dépassant cette valeur limite, car, dans cette région, la précision atteint $\pm 0,5 \%$, alors que pour les valeurs de α inférieures à la limite en question, la tolérance admise par les normes allemandes est de l'ordre de $\pm 1,0 \%$.

La valeur limite de α à partir de laquelle φ est indépendant de α , peut être donnée par

$$\alpha = 250.000 m$$

Si l'on envisage des valeurs de α dépassant cette limite, on peut dire que φ est uniquement fonction de m , les valeurs de φ étant données par le tableau ci-dessous :

TABLEAU XXVII

m	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
φ	0,598	0,602	0,608	0,615	0,624	0,634	0,646	0,661	0,677	0,696	0,717	0,742	0,770	0,806

Les valeurs ci-dessus se rapportent à des tuyaux polis. La rugosité du tuyau a pour effet d'augmenter le coefficient φ et d'autant plus que le rapport m est plus grand. Un défaut d'acuité de l'arête de l'orifice a pour effet également de provoquer une augmentation de φ d'autant plus grande que le diamètre est plus faible. Le diagramme de la fig. 410 donne les valeurs de φ adoptées par les normes allemandes pour des tuyaux en fonte normalement rugueux et une exécution normale du diaphragme.

La courbe correspondant au diamètre du tuyau de 300 mm et plus, est identique à celle des tuyaux polis (tableau XXVII), la rugosité relative étant très faible.

Pour de très faibles valeurs de α auxquelles l'on a affaire avec des huiles très visqueuses, le diagramme de la fig. 409 n'est plus suffisant. Des expériences de Hogdson et de Daugerthy ⁽¹⁾ ont montré que φ croît d'abord très rapidement quand α augmente, atteint une valeur maximum variable avec le rapport m et puis décroît de plus en plus lentement pour tendre vers les valeurs de la fig. 409. La fig. 411 montre l'allure de ces courbes pour quelques valeurs du rapport m .

⁽¹⁾ Voir M. KESTLICHER, *R. U. M.* 1^{er} janvier 1930 et M. SCHLAG, ouvrage cité ci-dessus.

Remarquons que pour m très petit ainsi que pour des valeurs de α très grandes, le coefficient de débit devient indépendant du coefficient de Reynolds, ce qui est conforme aux principes de la similitude exposés chapitre I.

Dans le premier cas, en effet, le mouvement devient irrotationnel et dans le deuxième cas on a une forte turbulence qui masque l'effet de la viscosité; dans les deux cas, nous avons vu que les lois de similitude deviennent celles des fluides parfaits et pour un écoulement en charge, la similitude géométrique suffit pour réaliser des trajectoires géométriquement semblables.

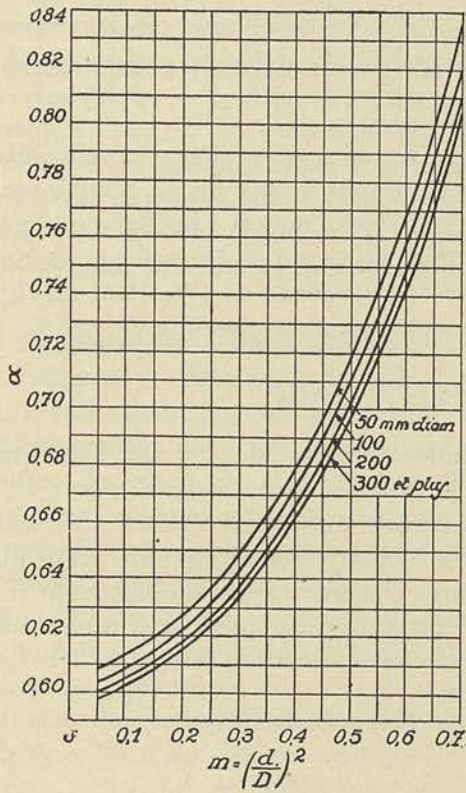


FIG. 410

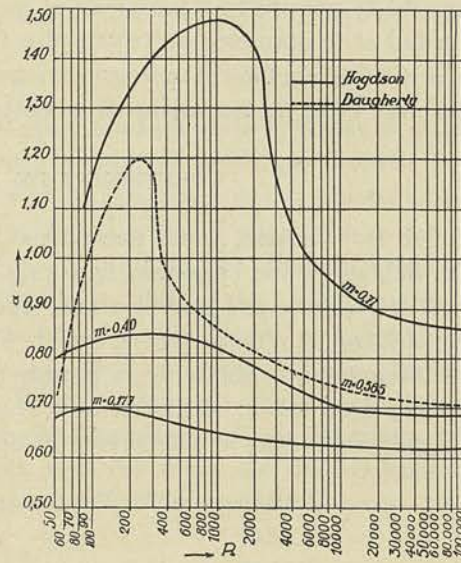


FIG. 411

COEFFICIENT DE DÉBIT DES TUYÈRES

Pour la tuyère représentée par la fig. 405, le coefficient de débit est également fonction de α ; les courbes donnant φ en fonction de α calculé pour le diamètre de la conduite, sont fournies par la fig. 412. On voit qu'ici également φ devient constant à partir d'une certaine valeur de α variable avec m . La précision avec laquelle φ est connu, est de $\pm 1\%$ pour la région où φ est indépendant de α et de $\pm 1,5\%$ pour les faibles valeurs de α .

Si l'on envisage la région où φ est complètement indépen-

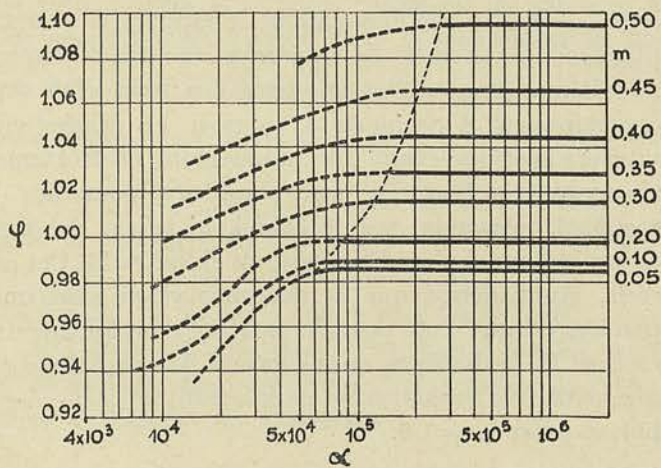


FIG. 412

dant de α , on peut dresser le tableau donnant les valeurs de φ en fonction du rapport m

TABLEAU XXVIII

m	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65
φ	0,987	0,989	0,993	0,999	1,006	1,016	1,028	1,041	1,059	1,081	1,108	1,142	1,183

L'influence de la rugosité du tuyau sur la valeur de φ est négligeable pour autant qu'il ne s'agisse pas de fortes incrustations, ni de grande valeur de m . L'influence de la rugosité se manifeste à partir de $m = 0,35$ et elle est d'autant plus forte que m est plus grand et le diamètre du tuyau plus faible. Pour un tuyau de 50 mm. par exemple, et $m = 0,55$ le coefficient φ augmente par suite de la rugosité de 1%. Pour un tuyau de 200 mm. et la même valeur de m cette augmentation n'est plus que de 0,35%.

COEFFICIENT DE DÉBIT DES VENTURI

Pour les Venturi, nous possédons les chiffres obtenus dans notre Laboratoire par M. Schlag ⁽¹⁾ sur l'appareil figuré fig. 406. Le Venturi était en fonte tournée au col et brut de fonderie sur tout le reste. Après un premier tarage, le Venturi a été entièrement tourné et l'essai recommencé. De deux Venturi identiques l'un a été placé immédiatement à la sortie de la pompe centrifuge et l'autre après une longueur rectiligne égale à 35 fois le diamètre de la conduite. On a constaté qu'à partir d'une valeur de α égale à 140.000 le coefficient de débit φ devenait constant et égal à

1,1085	pour le Venturi en fonte brute de fonderie
1,1247	» » » tournée fraîche
1,1189	» » » » rouillée

Ces valeurs se rapportent au Venturi placé immédiatement à la sortie de la pompe. Le Venturi placé dans la portion rectiligne qui était en fonte brute a donné $\varphi = 1,1189$; de sorte que l'on peut dire que le Venturi tourné placé dans les mêmes conditions, aurait fourni $\varphi = 1,1351$ à l'état neuf et $\varphi = 1,1293$ lorsqu'il était légèrement rouillé. La relation (705) permet de calculer le coefficient ψ , puisque l'on peut admettre ici que $\mu = 1,0$ et que l'on connaît le rapport $m = 0,25$. On trouve ainsi pour le Venturi placé loin de la sortie de la pompe les valeurs respectives : 0,969, 0,983 et 0,978.

Remarquons qu'ici la rugosité a pour effet de diminuer le coefficient de débit, contrairement à ce qu'on a vu pour les orifices en mince paroi, la réduction de la vitesse théorique étant due uniquement au frottement dans le cône convergent, relativement très long. On peut d'ailleurs, pour des Venturi constitués par des cônes réguliers, retrouver, par le calcul, la valeur de ψ en partant des formules que nous avons indiquées pour les cônes, au chapitre II. Ces calculs pourront rendre des services réels, étant donné que la documentation expérimentale sur les Venturi est assez pauvre, et que l'on possède peu de renseignements sur les variations de ψ avec le rapport m , le diamètre et la rugosité. On ne pourra évidemment appliquer ces formules que pour une construction comportant un cône régulier tracé de telle façon que l'on puisse poser $\mu = 1,0$.

⁽¹⁾ Voir M. SCHLAG, *R. U. M.*, 15 janvier 1925.

Remarque I. — Les courbes et tableaux des coefficients cités dans tout ce qui précède, ne sont valables que pour un écoulement en régime permanent, quand l'appareil de mesure est précédé et suivi d'une portion rectiligne suffisamment longue, d'un diamètre uniforme. Toute perturbation en amont ou en aval créée par une vanne ou un coude, aura comme effet de modifier le coefficient de débit parfois très sensiblement s'il s'agit, par exemple, d'une vanne partiellement ouverte ou de deux coudes qui se suivent dans des plans perpendiculaires. Si l'on veut éviter l'influence de ces facteurs de perturbation, on peut considérer comme une disposition normale, une longueur rectiligne de 20 fois le diamètre en amont de l'orifice et une longueur de 5 fois le diamètre en aval de l'orifice. Les normes allemandes recommandent ces longueurs pour le cas où les prises de pression à l'appareil de mesure se font par espace annulaire (fig. 404, 405). Dans le cas des prises simples par deux trous, la longueur rectiligne en amont doit être portée à 30 d_1 . Plus grand est le rapport m choisi, plus l'écartement entre l'appareil et les organes accessoires doit être grand.

Remarque II. — Nous avons vu plus haut que, quel que soit le fluide et quel que soit l'appareil de détente, la formule (704) donne le débit en poids qui traverse l'appareil. Il reste pour pouvoir calculer G , à mesurer la différence des pressions $p_1 - p_2$, et à déterminer le volume spécifique v_1 en amont de l'orifice. Pour ce qui concerne v_1 , il suffira de mesurer la température s'il s'agit d'un liquide, ou bien la température et la pression s'il s'agit d'un gaz pour lequel la loi qui lie v à p et T est connue. Ces mesures doivent se faire à une distance de 5 d_1 en amont de l'orifice, à l'aide des appareils de précision. Quant à la différence $p_1 - p_2$, on la mesurera pour plus de précision à l'aide d'un manomètre différentiel à mercure. Il est essentiel de choisir l'emplacement de l'appareil de mesure de telle façon qu'une certaine surpression existe dans toutes les sections, même au col, afin d'empêcher les rentrées d'air. La section contractée doit être dimensionnée de façon que la dénivellation du mercure dépasse 75 mm pour fixer les idées.

Pour des liquides, le manomètre différentiel pourra être disposé comme le montre le schéma de la fig. 403a, les prises de pression se trouvant sur un diamètre horizontal. Les raccords du manomètre doivent être munis de robinets purgeurs pour pouvoir purger l'air des tuyauteries de raccordement et des tubes du manomètre. Il est, en effet, essentiel que les raccords soient remplis d'un fluide parfaitement homogène, d'une densité bien déterminée. En effet, soient Δ le poids spécifique du mercure à la température d'emploi, δ le poids spécifique du liquide dans le manomètre et ses raccords, $\delta_1 = \frac{1}{v_1}$ le poids spécifique du liquide de la conduite en amont de l'orifice, h la dénivellation du mercure, nous aurons, en écrivant l'égalité des pressions au niveau inférieur du mercure

$$p_1 - p_2 = h (\Delta - \delta) \quad (707)$$

Dans cette relation ($p_1 - p_2$) sera donné en kg/m^2 quand toutes les données seront exprimées dans le système kg. m. sec. ; quand h sera exprimé en mm il faudra avoir soin d'adopter les poids spécifiques en kg/litre . En introduisant cette valeur en (704), compte tenu de ce que $\epsilon = 1,0$ pour un liquide, on obtiendra

$$G = \varphi \sigma \sqrt{2g} \sqrt{h(\Delta - \delta) \delta_1}$$

En remplaçant σ par sa valeur en fonction du diamètre de l'orifice, nous aurons, pour le débit horaire

$$G = 0,01252 \varphi d^2 \sqrt{h(\Delta - \delta)} \delta_1 \quad \text{kg./h} \quad (708)$$

dans laquelle d est exprimé en mm, les autres données étant exprimées en kg.-m/sec. Comme nous l'avons fait remarquer, on peut également exprimer h en mm de mercure et $(\Delta - \delta)$ en kg/litre, leur produit étant alors équivalent à des kg/m², δ_1 restant exprimé en kg/m³.

Le débit en volume, lui, sera donné par la relation

$$Q = 0,01252 \varphi d^2 \sqrt{h \frac{\Delta - \delta}{\delta_1}} \quad \text{m}^3/\text{h} \quad (709)$$

Pour les gaz et surtout dans le cas où des condensations peuvent se produire, la disposition de la figure 403a n'est plus recommandable, l'état du fluide remplissant les raccords du manomètre n'étant plus alors bien déterminé. Pour les mesures d'un débit de vapeur, par exemple, on aura un grand intérêt à disposer le manomètre comme indiqué figure 403b, le raccordement se faisant par l'intermédiaire de deux petites cloches; les raccords sont dans ce cas, toujours pleins d'eau jusqu'au niveau du trop plein de la cloche, l'excès d'eau retournant automatiquement dans la conduite à vapeur. Les deux cloches doivent être placées au même niveau, un peu au-dessus de l'axe du tuyau.

Les formules (707) et (708) restent applicables pour les gaz et vapeurs d'après ce que nous avons établi, à la condition d'introduire le facteur de compressibilité ε .

$$G = 0,01252 \varphi \varepsilon d^2 \sqrt{h(\Delta - \delta)} \delta_1 \quad \text{kg/h} \quad (710)$$

δ_1 en kg./m³ se rapportant comme précédemment au fluide en amont de l'orifice et δ se rapportant à l'eau remplissant les raccords du manomètre. Les unités à employer sont les mêmes que pour la formule (708). Dans la détermination du diamètre d , on devra évidemment tenir compte de la dilatation due à la température.

Dans certaines installations, notamment dans les conduites d'alimentation de chaudières à forte pression, on constate des oscillations continues et rythmiques du débit de sorte qu'il devient très difficile de fixer la dénivellation h au manomètre différentiel. On doit dans ce cas enregistrer h pendant un temps assez long et introduire dans le calcul la moyenne des racines carrées des valeurs de h instantanées.

Quand les oscillations sont très fortes et rapides, on ne peut plus se fier aux lectures instantanées d'un observateur et un enregistrement mécanique devient très utile : à l'aide d'un appareil cinématographique, par exemple, il est possible d'enregistrer la position du mercure dans le tube, plusieurs fois par minute. Mais, même avec ces précautions, la détermination du débit n'est pas exempte d'erreur à cause de l'inertie de la colonne de mercure qui, lancée constamment vers le haut et vers le bas, dépasse les points qu'elle atteindrait si les déplacements étaient progressifs.

Des essais que nous avons effectués dans notre Laboratoire avec une pompe à piston sans cloche à air et avec une pompe centrifuge à vitesse variable, nous avons pu conclure que quand on enregistre toutes les oscillations du mercure du manomètre et que l'on fait la moyenne en surfaçant le diagramme en fonction du temps, on est conduit à *surevaluer* le débit de 1 % environ, si l'on adopte le coefficient de débit du débitmètre fourni par un étalonnage dans les conditions normales.

Les erreurs peuvent même être beaucoup plus graves si les relevés se font par hasard à des intervalles réguliers qui coïncident approximativement avec tous les maxima ou avec tous les minima de la valeur de h .

Remarque III. — Il est intéressant de comparer les trois appareils que nous avons décrits ci-dessus au point de vue de la *perte de charge* qu'ils occasionnent. Dans le cas du *diaphragme* et de la *tuyère*, la perte de charge est celle correspondant à un élargissement brusque et sera donnée d'après la formule (646) par

$$Z = \frac{(w_2 - w_1)^2}{2g}$$

la vitesse w_1 désignant celle réalisée dans la conduite aval lorsque, après un écoulement sur une longueur de 6 à 8 d_1 environ, le fluide en mouvement remplit à nouveau la section.

Dans le cas de la tuyère, w_2 se confond avec la vitesse w au col. Pour tenir compte de la faible perte qui se produit par contraction de la veine au sortir de la tuyère et qui se traduit par une différence entre la vitesse w_2 réelle et la vitesse w_2 théorique, il suffit d'introduire dans la relation ci-dessus la vitesse w_2 théorique à la place de la vitesse réelle.

Dans le cas d'un fluide incompressible, nous pourrions écrire que la perte exprimée en kg/m^2 est égale à

$$\Delta p = \delta \frac{w_1^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu m} - 1 \right)^2$$

puisque la valeur de w_1 est égale à $\mu m w_2$.

En tenant compte de la relation qui lie w_2 à la différence de pression, nous pourrions écrire finalement

$$\frac{\Delta p}{p_1 - p_2} = \frac{1 - \mu m}{1 + \mu m} \quad (711)$$

La perte de charge exprimée en pour-cents de la différence de pression ($p_1 - p_2$) est donc d'autant plus grande que m est plus petit. Pour une tuyère on peut adopter $\mu = 1,0$; pour un diaphragme, par contre, μ est sensiblement plus faible, sa valeur pouvant être calculée à l'aide de la relation (705) en y introduisant pour ψ une valeur moyenne $\psi = 0,975$ et pour φ les valeurs données par le tableau XXVII. On verra ainsi que μ varie de 0,615 à 0,715 lorsque m varie entre 0,1 et 0,7.

Si nous voulons donc faire la comparaison entre un diaphragme et une tuyère tracée pour la même valeur de m , nous voyons que c'est la tuyère qui conduira à la perte de charge la plus faible. Si, au contraire, nous faisons la comparaison en fonction de la valeur de la différence des pressions ($p_1 - p_2$) pour un débit donné, nous serons amenés à adopter la même valeur du produit μm et dès lors la perte de charge sera pratiquement la même pour les deux appareils.

Pour ce qui concerne les *Venturis*, on pourra calculer la perte de charge totale dans le convergent et dans le divergent à l'aide des formules et diagrammes exposés chapitre II. La perte totale est sensiblement plus faible que dans le cas du diaphragme ou de la tuyère; elle ne dépasse généralement pas 10 à 20% de la chute totale de pression ($p_1 - p_2$).

Remarque IV. — Les résultats exposés ci-dessus se rapportent à un orifice intercalé dans une tuyauterie horizontale. Pour le cas de l'orifice placé en bout de tuyauterie,

on constate des différences dans la valeur de φ dues vraisemblablement au fait que la prise de pression en aval ne donne pas exactement la pression à la sortie de l'orifice.

Avec une tuyère placée à la sortie d'une tuyauterie horizontale et débitant à l'air libre, on peut admettre une augmentation du coefficient de débit d'environ 0,75%.

Pour une tuyère placée à l'entrée d'une tuyauterie et aspirant l'air immédiatement dans l'atmosphère, on constate également une augmentation de φ de l'ordre de 0,7 à 1,5%.

§ 2. — Méthode du déversoir

Pour des essais de machines hydrauliques en laboratoire, ou au plancher d'essai d'usines, ou encore pour les installations importantes comportant un bief d'amont de grande longueur, on peut utiliser une autre méthode, celle du déversoir en mince paroi.

Des expériences qui se sont poursuivies pendant près d'un siècle, en grand et par des expérimentateurs de grand renom, ont permis de fixer, avec une approximation très satisfaisante, les coefficients de débit que l'on peut utiliser avec les différentes formes de déversoir.

Nous en étudierons particulièrement deux, les plus employées, en nous référant à une étude de synthèse que nous avons publiée sur cette question importante, dans les mémoires du Congrès de Mécanique de 1930 ⁽¹⁾.

Nous serons ainsi amené à diviser cet exposé en deux sous-paragraphes :

- A. — les déversoirs sans contraction latérale ou déversoirs de Bazin ;
- B. — les déversoirs à contraction latérale.

A. — DÉVERSOIR EN MINCE PAROI SANS CONTRACTION LATÉRALE

Nous n'examinerons que le cas des déversoirs en mince paroi, à *nappe libre*. On dit que le déversoir est à nappe libre, quand la lame déversante est parfaitement dégagée de la crête du déversoir et prend l'allure donnée figure 413, qui représente les proportions du déversoir expérimenté par Bazin.

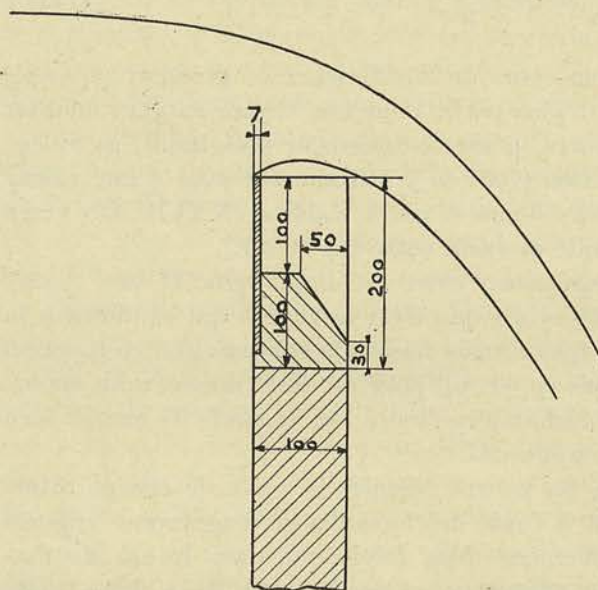


FIG. 413

pour réaliser cette nappe avec un déversoir en mince paroi il faut : 1° que la hauteur de lame au-dessus de la crête dépasse une certaine valeur qui est de l'ordre de 50 à 100 mm. ; 2° que le niveau aval soit suffisamment bas et que l'on assure la libre admission de l'air en dessous de la nappe. Cette dernière condition est essentielle pour le bon fonctionnement du déversoir. On parvient à la réaliser en pratiquant des élargissements immédiatement en aval de l'orifice dans les parois latérales du canal.

⁽¹⁾ Congrès International de Mécanique générale, Liège 1930. « Mesure des débits par la méthode du déversoir » par Ch. HANOCQ.

Cherchons d'abord l'expression du débit théorique, dans l'hypothèse d'une contraction nulle et d'une vitesse d'approche nulle.

Pour un élément de largeur l et d'épaisseur dh on aura un débit élémentaire :

$$dq = l dh \sqrt{2gh}$$

Le débit théorique Q_t sera donné par

$$Q_t = l \sqrt{2g} \int_0^h \sqrt{h} dh ,$$

ou en intégrant

$$Q_t = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2}$$

Le débit réel étant plus petit que le débit théorique à cause de la contraction de la veine, on pourra écrire

$$Q = m \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2} \quad (712)$$

m étant le coefficient de débit du déversoir.

Le coefficient de débit m ne peut être déterminé avec certitude que par la voie expérimentale (1).

Toutefois, pour classer et coordonner les très nombreux résultats expérimentaux fournis par les essais de Bazin, Fteley et Stearns, Francis, Castel et par nos propres essais au Laboratoire de l'Université de Liège, nous nous sommes laissé guider par l'idée de la similitude hydrodynamique. L'écoulement par déversoir peut, en effet, être regardé comme un écoulement à potentiel de vitesse lorsque l'on envisage un canal très profond et d'une largeur assez grande pour pouvoir négliger l'effet des parois. Les lois de similitude doivent dès lors, être celles qui régissent l'écoulement des fluides parfaits à surface libre, c'est-à-dire la loi de Reech-Froude. Les vitesses doivent alors varier comme $\lambda^{1/2}$, λ étant le rapport des dimensions linéaires de deux déversoirs géométriquement semblables, les débits doivent varier comme $\lambda^{5/2}$. Le coefficient m de l'équation (712) doit lui rester constant car, dans une lame de largeur infinie, il est toujours possible d'isoler une tranche de largeur telle que le rapport h/l reste le même que pour l'orifice qui sert de comparaison, et dès lors il est possible de conclure que pour un déversoir très large, le coefficient de débit doit être constant et indépendant de la hauteur de la lame h . Quand le fond du canal n'est pas très écarté de la crête, il est évident que la similitude géométrique demande la réalisation du rapport $\frac{h}{h+p'}$ constant, p' étant la distance verticale de la crête du déversoir au fond du canal : le coefficient m doit donc être fonction du rapport $\frac{h}{h+p'}$. L'analyse des résultats expérimentaux nous a, en effet, montré que pour un déversoir d'une largeur donnée, le coefficient m pouvait être considéré comme fonction uniquement du rapport $\frac{h}{h+p'}$.

(1) M. BOUSSINESQUE a montré comment on pouvait, par le calcul, obtenir la valeur de m pour un fond infini. Voir BOULANGER : Hydraulique générale, t. 2, p. 55.

La figure 414 montre, à titre d'exemple, les points expérimentaux se rapportant aux essais de Bazin, Francis et Castel.

Tous ces points correspondant à une même largeur l se groupent d'une manière remarquable sur une courbe unique, sauf pour ce qui concerne les valeurs de h inférieures à 0,100 m. ou 0,150 m. Pour ces dernières, la loi est nettement différente et le passage d'une courbe à l'autre paraît discontinu.

L'explication, après les observations faites sur notre bac de jauge, n'est pas difficile à trouver.

On note, en effet, lorsque le débit cesse à la crête du déversoir, que la hauteur indiquée au flotteur reste encore de 1 mm. 6 à 1 mm. 8 par suite de l'influence de la tension superficielle. L'effet de cette tension superficielle est de réduire la contraction en dessous et tout se passe comme si la hauteur réelle de h était agrandie d'une quantité constante h' correspondant à 1 à 2 mm. pour les essais de Bazin. En déduisant cette valeur constante $h_1 = 1$ à 2 mm. pour tous les points inférieurs à 0,150 m. dans les essais de Bazin, on ramène les points isolés, sur la courbe parabolique 1. On peut donc dire que pour les valeurs de h supérieures à 0,150 m. pour fixer les idées, la valeur de m est une fonction de $\frac{h}{h+p'}$, donnée par les courbes parallèles de la figure 414. La courbe 1 coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée 0,626. La valeur de m pour $p' = \infty$ soit

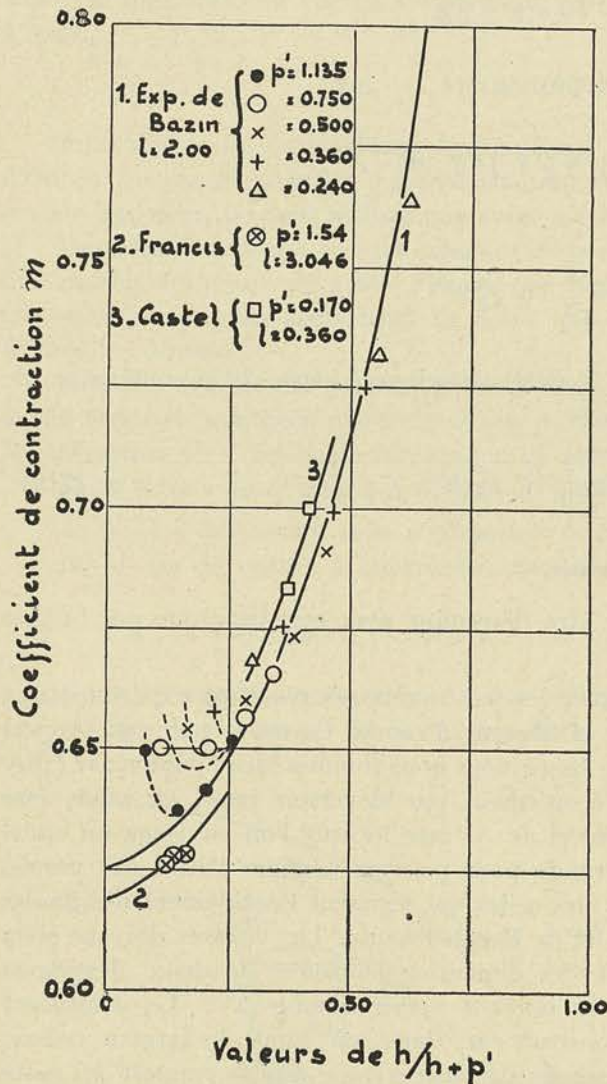


FIG. 414

$\frac{h}{h+p'} = 0$, est donc $m_1 = 0,626$ indépendante de h .

Si l'on cherche l'équation correspondant à ces courbes, on voit que dans une certaine région, notamment pour des valeurs de $\frac{h}{h+p'}$ comprises entre 0 et 0,5, on trouve avec une approximation très suffisante

$$m = m_1 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p'} \right)^2 \right] \quad (713)$$

Au delà de $\frac{h}{h+p'} = 0,5$, les valeurs de m augmentent plus vite que le carré de $\frac{h}{h+p'}$ et la formule n'est plus applicable.

Abstraction faite de la perturbation apportée par la tension superficielle, nous pouvons donc dire : « *Le coefficient de contraction d'un déversoir est une fonction unique de $\frac{h}{h+p}$, quelle que soit la valeur de h et la valeur de p .* »

Les courbes de la figure 414 montrent également que quand la largeur l du déversoir varie, le coefficient m suit une courbe parallèle à la courbe 1 mais décalée dans un sens ou dans l'autre d'une certaine quantité. Ainsi quand la largeur l du déversoir n'est pas très grande, la loi de similitude que nous avons énoncée plus haut ne se trouve plus vérifiée, le coefficient m étant en plus fonction de la largeur l . Ceci est dû au fait que, dans le voisinage immédiat de la paroi, les frottements et le freinage des filets liquides font que l'écoulement n'y est plus à potentiel de vitesse et que l'importance relative de cette région perturbée est d'autant plus grande que la largeur l est plus faible. Pour éclaircir cette importante question nous avons exécuté une série d'essais au moyen de l'installation de notre Laboratoire décrite dans le 9^e fascicule, chapitre I, § 1, avec des orifices de 69, 143 et 294,5 mm. de largeur. La conclusion très nette de ces essais, dont on trouvera le détail dans le mémoire cité ci-dessus, était :

1° Qu'au-dessus de $h = 70$ la courbe de m est nettement une droite parallèle à l'axe des h ;

2° Que l'ordonnée de cette droite va croissant pour les valeurs de l comprises entre 300 et 145, pour décroître entre 145 et 69.

Nous pouvons donc dire que si m_∞ est le coefficient qui se rapporte à une largeur infinie et à $p' = \infty$, le coefficient m_1 sera donné par

$$m_1 = m_\infty (1 + \Delta m)$$

Δm étant fonction de la largeur l du déversoir.

Si nous admettons que le phénomène à la paroi, qui a pour effet de freiner les filets et de relever latéralement la nappe, suit la loi de similitude, nous pourrions dire que l'accroissement de section $\Delta\sigma$ de la veine sera proportionnel à h et que partant l'accroissement du coefficient m sera inversement proportionnel à la largeur l de l'orifice.

$$\Delta m = \frac{\Delta\sigma}{h \times l} = \frac{K \times h}{h \times l} = \frac{K}{l}$$

Si on trace la courbe de Δm en fonction de l , on constate toutefois que pour tenir compte des résultats connus, la courbe de Δm doit être plus plate que celle fournie pour une hyperbole ainsi définie, et que nous avons tracée en pointillé, figure 415. L'écart va grandissant au fur et à mesure que l'on se rapproche des petits orifices et, à partir de l égal à 100 mm. environ, la valeur de Δm diminue.

Il est facile d'interpréter ce résultat car le raisonnement que nous venons de faire pour trouver Δm fait évidemment abstraction de l'influence des frottements à la paroi sur la vitesse moyenne, influence négligeable pour les largeurs de 1 m. et plus, mais prépondérante pour les largeurs de 0 m. 100 et moins, ainsi que le montre l'allure des courbes pleine et pointillée de la figure 415.

Cette fois, il est possible de fixer la valeur de m quelles que soient les dispositions expérimentales adoptées.

Au-dessus de 100, ou de 150 mm., pour être à l'abri de tout doute, puisque dans les expériences de Bazin il semble que l'influence de la tension se soit fait sentir jusqu'à

$h = 150$, alors que dans les nôtres elle paraissait déjà être nulle à partir de $h = 70$, la valeur de m est donnée par la relation

$$m = 0,6125 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'} \right)^2 \right] (1 + \Delta m) \quad (714)$$

Δm étant fourni par la courbe en trait plein de la figure 415.

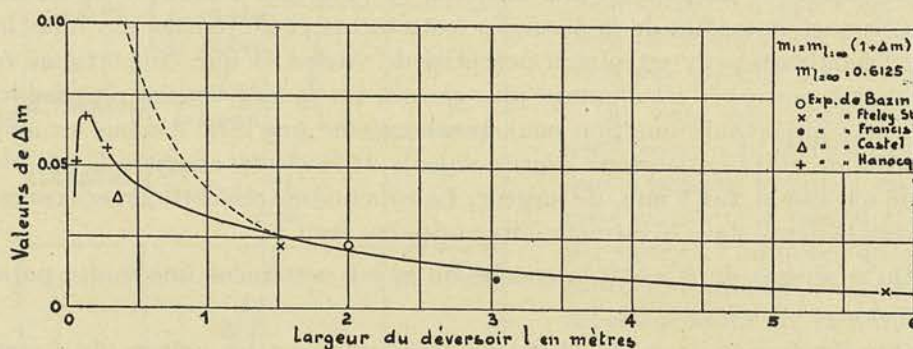


FIG. 415

En dessous de 100 ou 150, on pourrait encore appliquer la formule, mais il faudrait ajouter à h 0,8 mm. à 1,6 mm. suivant l'importance de la tension superficielle du liquide sur la paroi de l'orifice employé.

Nos conclusions à cet égard seront donc les suivantes :

- 1° Il y a lieu d'opérer avec des lames de 100 mm. et plus ;
- 2° La distance du flotteur à l'orifice peut être ramenée à trois ou quatre fois l'épaisseur de la lame la plus grande utilisée ;
- 3° La mise à zéro doit être effectuée avec soin, surtout si l'on descend à des lames de 100 ou 150 ;
- 4° Il convient de ne pas utiliser des lames d'épaisseur en dessous de 100 ou 150, et lorsque l'on y est forcé, on doit, pour pouvoir appliquer la formule (714), ajouter à h une valeur de l'ordre de 0,8 mm. à 1 mm. l'incertitude pouvant atteindre 3 ou 4/10 de mm. en plus ou en moins ;
- 5° Il importe de réaliser des parois lisses, tant pour la paroi formant l'orifice que pour les parois latérales, surtout si l'on a affaire à un orifice étroit.
- 6° Toutes les expériences connues cadrent avec la formule ci-dessous à plus de 1/2% près en plus ou en moins.

B. — DÉVERSOIRS EN MINCE PAROI AVEC CONTRACTION LATÉRALE

Pour ce genre de déversoir on possède les résultats expérimentaux fournis par les essais de Frese sur un canal de 6 m. 30 de largeur et de 4 m. de profondeur avec des orifices de largeur l variant de 0 m. 50 à 5 m. 50, et ceux de Hégly sur un canal de largeur $L = 2$ m., de profondeur $p' = 0$ m. 412 et de largeur d'orifice l variant de 0 m. 40 à 1 m. 80. Nous avons effectué nous-même une série d'essais sur le bac de jauge de largeur $L = 1,200$ avec des orifices de largeur $l = 0,075, 0,150$ et $0,300$ m. ; en plaçant un chenal dans le bac, nous avons réalisé des valeurs $L = 0,600$ avec $l = 0,150$ et $L = 300$ avec $l = 0,150$.

La formule (712) est encore applicable à ce type de déversoir mais le coefficient de débit m est différent de celui que nous venons d'établir pour l'orifice sans contraction latérale. Tout d'abord, pour ce qui concerne l'influence de la distance au fond p' nous pouvons faire remarquer que si $\frac{h}{h+p'}$ caractérisait pour le déversoir sans contraction latérale, l'importance de la vitesse d'approche (puisque $\frac{v^2}{2gh}$ était dans ce cas proportionnel à $\left(\frac{h}{h+p'}\right)^2$), pour un orifice à contraction latérale, il faudra envisager comme variable le terme

$$\left(\frac{h}{h+p'}\right)^2 \left(\frac{l}{L}\right)^2$$

Une comparaison de résultats d'essais d'Hegly pour deux valeurs de p' différentes ($p' = 0,412$ et $0,814$) nous a montré le bien fondé de cette remarque, le coefficient m pouvant être mis sous la forme

$$m = m_1 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p'}\right)^2 \left(\frac{l}{L}\right)^2 \right] \quad (715)$$

formule dans laquelle m_1 est le coefficient applicable au cas où $p' = \infty$.

En nous basant sur les résultats obtenus pour le déversoir sans contraction latérale, nous pouvons présumer que le coefficient m_1 lui-même devait être fonction des rapports h/l et l/L qui caractérisent la similitude géométrique, réserve faite de l'influence éventuelle de la largeur l sur la vitesse moyenne. La figure 416 donne, à titre d'exemple, les valeurs de m_1 calculées pour les essais de Hegly en fonction de h/l et de l/L .

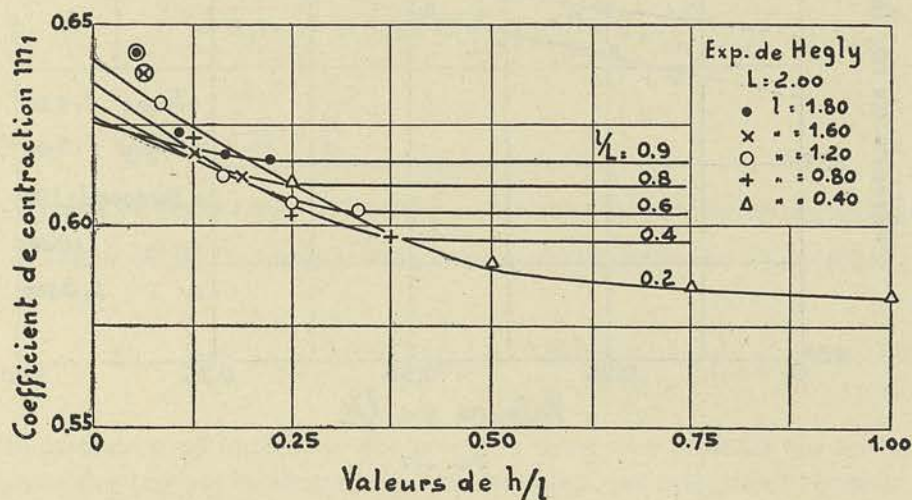


FIG. 416

On peut se rendre compte que, à partir d'une certaine valeur de h/l , la courbe de m_1 en fonction de h/l se sépare de la courbe limite pour devenir une ligne horizontale, l'ordonnée de cette droite étant d'autant plus élevée que l/L est plus voisin de l'unité.

La valeur de h/l à partir de laquelle m_1 devient constant, semble être donnée par

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{5} \left(\frac{L}{l} - 1 \right) \quad (716)$$

Pour les valeurs inférieures, m_1 suit la courbe limite. Cette courbe limite n'est unique toutefois que pour les grandes valeurs de h/l ; pour les petites valeurs, c'est-à-dire pour les points des diagrammes se rapportant à de grands rapports l/L la courbe limite doit logiquement tendre vers la valeur observée pour l'orifice de Bazin de largeur l . Elle doit donc être distincte pour chacune des valeurs de l/L .

Les tracés que nous avons effectués pour tenir compte de cette observation, et que nous avons répétés pour les essais de Frese et pour nos propres essais ne se trouvent d'ailleurs pas en contradiction avec aucun des points expérimentaux à part deux que nous avons entourés d'un cercle et qui sur les diagrammes de Hegly étaient d'ailleurs nettement trop hauts, si on rapporte l'allure des courbes de Hegly à celles de Frese dans cette région.

On peut chercher maintenant comment varie en fonction de l/L , les ordonnées des parties horizontales des courbes de la figure 416 et des diagrammes analogues établis pour nos essais et ceux de Frese.

La figure 417 donne les points ainsi trouvés. On peut relier avec une approximation suffisante tous ces points, en traçant pour chacun des expérimentateurs, une droite passant par le même point situé sur l'ordonnée correspondant à $l/L = 1$.

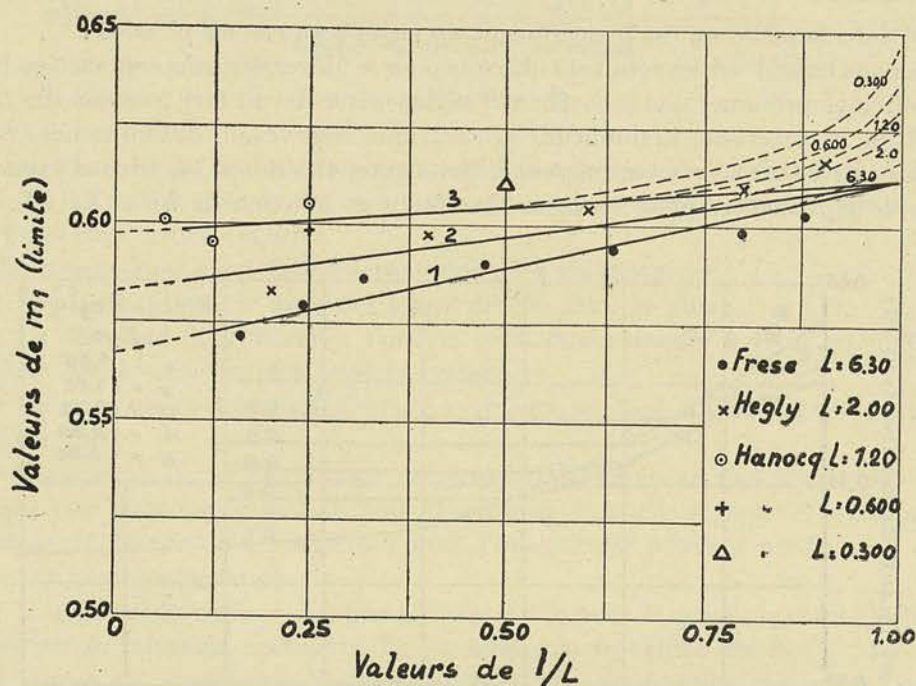


FIG. 417

Le chiffre vers lequel paraissent tendre les valeurs de m_1 pour $l/L = 1$ est celui qui correspondrait à l'orifice sans contraction latérale de largeur infinie, et cela est rationnel car si l'influence du frottement des parois se fait sentir dans l'orifice sans contraction latérale, il n'en est plus de même avec l'orifice avec contraction latérale, tout au moins lorsque l/L est nettement différent de l'unité. Lorsque l/L se rapproche de l'unité, il est vraisemblable que les courbes réelles s'écartent des droites 1, 2 et 3 d'une manière plus ou moins discontinue pour aboutir à la valeur limite observée avec l'orifice sans contraction latérale respectivement de 6 m. 300, 2 m. 000 et 1 m. 200. Nous avons prolongé les droites 1, 2 et 3 jusqu'à l'axe des ordonnées bien que, pour les très petites valeurs de l ,

on ne puisse assurer que l'allure rectiligne se maintienne. Ce que nous allons déduire des points observés ne doit donc pas s'étendre nécessairement à des valeurs de l/L très faibles, inférieures, pour fixer les idées, à quelques centièmes.

Représentons par Y l'ordonnée à l'origine mesurée à partir de la cote 0,6125, pour une quelconque des courbes de la figure 417 en trait plein; nous pourrions écrire pour chacune d'elles

$$m_1 = 0,6125 - Y \left(1 - \frac{l}{L}\right)$$

Or, si nous portons en diagramme les valeurs de Y en fonction de L , nous voyons que les points se trouvent très approximativement sur une hyperbole équilatère ayant pour équation (fig. 418)

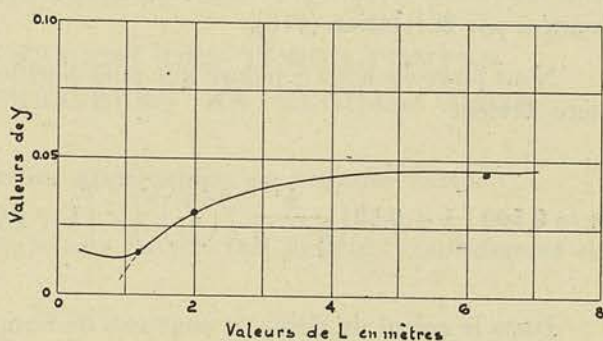


FIG. 418

$$(0,0525 - Y) \times L = K$$

d'où la valeur de $Y = 0,0525 - \frac{K}{L}$

$$\begin{aligned} \text{et } m_1 &= 0,6125 - Y \left(1 - \frac{l}{L}\right) = 0,6125 - \left(0,0525 - \frac{K}{L}\right) \left(1 - \frac{l}{L}\right) = \\ &= 0,56 \left(1 + 0,09375 \frac{l}{L}\right) + \frac{K}{L} \left(1 - \frac{l}{L}\right) \end{aligned}$$

$$\text{Pour } \frac{l}{L} = 0, m_1 = 0,56 + \frac{K}{L} .$$

En relevant m_1 sur la figure 417 pour $\frac{l}{L} = 0$ et une valeur déterminée de L , on peut trouver la valeur de K . On obtient ainsi, comme valeur moyenne : $K = 0,045$;

$$\text{d'où } m_1 = 0,56 \left(1 + 0,09375 \frac{l}{L}\right) + 0,045 \frac{l}{L} \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{1}{l} \quad (717)$$

Cette formule n'est applicable que pour des déversoirs débitant sur un bac dont la largeur ne descend pas en dessous de 1 m. 200 ainsi que cela paraît ressortir de nos expériences. Nous avons noté en effet, que les points obtenus pour les bacs de 0,300 et 0,600 m. viennent se grouper sur la courbe correspondant au bac de 1 m. 200 de la figure 417.

Cela nous a conduit à tracer la courbe de la figure 418 pour les valeurs de L inférieures à 1,200 de manière qu'elle présente un minimum.

Dans cette région, il conviendrait de regarder K/L comme étant constant et d'adopter partant la formule

$$m_1 = 0,6125 \left[1 - 0,0253 \left(1 - \frac{l}{L}\right)\right] \quad (718)$$

Cette discontinuité dans la courbe de la figure 418 qui tient compte de la largeur du bac, serait analogue à celle constatée pour l'orifice sans contraction latérale (fig. 415); elle n'aurait donc rien d'anormal. La formule 717, ci-dessus ne s'appliquerait donc que pour les valeurs de L supérieures à 1,200 m. et pour des valeurs de h/l dépassant celles données par la relation (716).

Nous pouvons ainsi conclure que pour l'orifice à *contraction latérale* la formule complète devient

$$m = 0,560 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'} \right)^2 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right] \times \left[1 + 0,09375 \frac{l}{L} + 0,0805 \frac{l}{L} \left(1 - \frac{l}{L} \right) \frac{1}{l} \right] \quad (719)$$

Dans le calcul du débit, il convient de remplacer h par $(h + h_1)$ lorsque h est inférieur à 0,100 ou 0,150 m.

Pour h_1 , il semble que l'on puisse prendre, faute de données plus précises, 1 mm. le chiffre pouvant varier de 0,5 à 1,5 mm. probablement avec la forme du biseau de la tôle formant l'orifice. Pour nos expériences avec une tôle de 3 mm. et un biseau à 45° atteignant 2 mm. d'épaisseur, la valeur de h_1 peut être prise égale à 0,5 mm. La formule ci-dessus n'est applicable que pour autant que h/l soit supérieur à la valeur donnée par la relation.

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{5} \left(\frac{L}{l} - 1 \right)$$

En dessous, il convient de s'en rapporter au diagramme de la figure 416. Pour des rapports l/L trop voisins de l'unité, supérieurs à 0,75 ou 0,80, la formule peut également être en défaut comme nous l'avons fait ressortir en étudiant le diagramme de la figure 417.

Enfin, pour les orifices de petites dimensions travaillant dans des bacs de largeur L inférieure à 1 m. 200, il semble que la formule peut se simplifier, la largeur n'intervenant plus en valeur absolue, tout au moins tant que l reste égal ou supérieur à 0 m. 075 et que L reste compris entre 0 m. 300 et 1 m. 200.

$$m = 0,6125 \left[1 - 0,0253 \left(1 - \frac{l}{L} \right) \right] \times \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'} \right)^2 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right] \quad (720)$$

Les restrictions que nous avons faites au sujet de h/l et de h doivent être maintenues naturellement pour cette dernière comme pour la formule générale.

Il doit en outre être entendu que toutes les formules proposées par nous, supposent une alimentation du déversoir *telle que l'écoulement du flux se fasse dans toute la section du bac à l'endroit où est placé le flotteur, et cela suivant une répartition normale des vitesses.*

Ce résultat, qui est toujours atteint lorsque le chenal qui alimente l'orifice est de grande longueur, devient forcément difficile à réaliser dans un bac court, et d'autant plus difficile que l'orifice est plus large par rapport au bac.

CHAPITRE VII

ETUDE DU FONCTIONNEMENT DES TURBO-POMPES
ET DES TURBO-COMPRESSEURS EN RÉGIME VARIÉ

§ 1. — Formules générales applicables au régime varié

Nous pouvons raisonner ici comme nous l'avons fait lors de l'établissement des formules générales en écrivant :

pour le mouvement absolu

$$\sum f_c \frac{ds'}{d\pi} = \frac{1}{g} ds' \frac{dc}{dt}$$

pour le mouvement relatif

$$\sum f_w \frac{ds}{d\pi} = \frac{1}{g} ds \frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{g} \frac{u^2}{r} ds \cos(\omega r) + \frac{1}{g} r \cos \beta ds \frac{d\omega}{dt},$$

le dernier terme de cette dernière relation n'étant nul que quand le mouvement de rotation est uniforme, c'est-à-dire quand l'accélération dans le mouvement relatif se ramène à l'accélération centripète $\frac{u^2}{r}$.

A la différence toutefois de ce qui se présente dans le mouvement uniforme, on ne peut plus poser ici

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dc}{ds'} \frac{ds'}{dt} = c \frac{dc}{ds'}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{ds} \frac{ds}{dt} = \omega \frac{d\omega}{ds}$$

car c et ω sont des fonctions à la fois de l'espace et du temps, si bien qu'il faut écrire

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial s'} \frac{ds'}{dt} + \frac{\partial c}{\partial t} = c \frac{\partial c}{\partial s'} + \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = \omega \frac{\partial \omega}{\partial s} + \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

En introduisant ces deux valeurs dans les formules ci-dessus, nous obtiendrons :

$$\int_2^1 v dp + (z_1 - z_2) - T_f - T_i = \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 \frac{ds'}{\sigma'} \quad (I')$$

$$\int_2^1 v dp + (z_1 - z_2) - T_f = \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 \frac{ds}{\sigma} + \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} \int_1^2 \cotg \beta r dr \quad (II')$$

puisque

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{\sigma} \frac{dQ}{dt}, \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\sigma'} \frac{dQ}{dt}, \quad ds \sin \beta = dr$$

et que pour un fluide incompressible $\frac{dQ}{dt}$ est constant.

Par soustraction nous pourrions déduire immédiatement des deux relations fondamentales (I') et (II'), la relation III'

$$\begin{aligned} T'_i = & \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + (z_2 - z'_2) - \\ & - \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \left[\int_1^2 \frac{ds'}{\sigma'} - \int_1^2 \frac{ds}{\sigma} \right] + \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} \int_1^2 \cotg \beta r dr \end{aligned} \quad (\text{III}')$$

Si nous appliquons la formule (I') à un canal fixe, nous trouverons la formule de Bernoulli corrigée applicable au mouvement varié

$$\int_2^1 v dp + (z_1 - z_2) + \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - T_f = \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 \frac{ds'}{\sigma'} \quad (\text{IV}')$$

On voit que si l'on désigne par T_i la valeur que l'on aurait observée en régime permanent et uniforme, pour un débit instantané Q , la formule (III') pourra s'écrire :

$$T'_i = T_i - \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \left[\int_1^2 \frac{ds'}{\sigma'} - \int_1^2 \frac{ds}{\sigma} \right] + \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} \int_1^2 \cotg \beta r dr \quad (721)$$

De même si l'on désigne par H'_r la valeur correspondant au régime permanent et uniforme et si l'on applique la formule (IV') au distributeur et au diffuseur, puis la formule II' à la roue, et si l'on ajoute membre à membre les équations ainsi obtenues, on aboutira à

$$H' = H'_r + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \left[\int_e^1 \frac{ds'}{\sigma'} + \int_1^2 \frac{ds}{\sigma} + \int_2^s \frac{ds'}{\sigma'} \right] + \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} \int_1^2 \cotg \beta r dr \quad (722)$$

Nous avons pu, en effet, remplacer $T_i + T_1 + T_2 + T_f$ par H'_r , car les pertes de charge qui sont proportionnelles au carré des vitesses sont les mêmes en régime varié qu'en régime permanent pour un débit instantané donné, égal à Q .

Ces formules sont écrites dans l'hypothèse où l'on a affaire aux turbines hydrauliques ; pour les adapter aux pompes, il suffit de changer H' en $-H'$, H'_r en $-H'_r$, T'_i en $-T'_i$, l'indice 1 en 0 et l'indice 2 en 1.

Dans l'hypothèse d'une vitesse de rotation constante le dernier terme du second membre disparaît, et la valeur K de la parenthèse dans la formule (722) ayant été calculée au besoin par intégration graphique, on voit que l'on pourra poser pour une turbo-réceptrice

$$\frac{dQ}{dt} = g \frac{H'_r - H'}{K} \quad (\text{V}')$$

Remarque. — Pour le calcul des intégrales qui entrent dans l'expression de K on peut remarquer que l'on peut écrire

$$\sigma' = 2\pi rl \sin \alpha k'k'' \qquad \sigma = 2\pi rl \sin \beta k'k''$$

$$ds = \frac{dr}{\sin \beta} \quad \text{et} \quad ds' = \frac{dr}{\sin \alpha}$$

de sorte que, pour une turbo-réceptrice, K prend la valeur

$$K = \frac{1}{2\pi k'k''} \left[\int_e^o \frac{dr}{rl \sin^2 \alpha} + \int_o^1 \frac{dr}{rl \sin^2 \beta} + \int_1^s \frac{dr}{rl \sin^2 \alpha} \right] \quad (723)$$

Les intégrales pourront être déterminées facilement par intégration graphique.

§ 2. — Application de la formule (V')
au cas d'une pompe centrifuge débitant sur un orifice (1)

La pompe centrifuge étant supposée tourner à vitesse de rotation constante, demandons-nous ce qui se passe lorsqu'on fait varier brusquement la section de l'orifice de sortie.

Traçons la courbe H' en fonction de Q pour le nombre de tours N donné ; nous obtiendrons le point de fonctionnement, en traçant la courbe de résistance de l'orifice, résistance qui croît comme le carré du débit Q (fig. 419).

Si brusquement on ferme l'orifice d'une certaine quantité, la courbe de résistance passe brusquement de 01 à 02, et la résistance au débit Q₁ passe de I1 à I2' instantanément. L'ordonnée I1 qui correspondait à la valeur H' de régime permanent passe à H' valeur instantanée de régime varié, et la courbe 2'2 donne la valeur de H' pendant la variation du débit de Q₁ à Q₂ puisque à tout instant il faut que H' soit égal à la résistance du circuit.

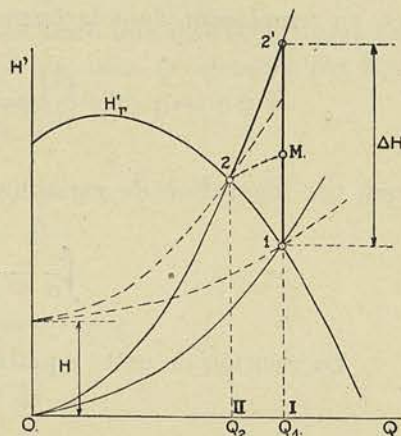


FIG. 419

Supposons que nous puissions sans erreur appréciable poser

$$\frac{Q - Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{H' - H'_r}{\Delta H} \quad (724)$$

ce qui revient à remplacer les parties de courbes 2,2' et 2,1 par deux droites ; nous pourrions écrire

$$\int_{Q_1}^Q \frac{dQ}{Q - Q_2} = -\frac{\Delta H}{K} g \int_0^t \frac{dt}{Q_1 - Q_2} ;$$

(1) Voir Congrès National des Sciences, (Bruxelles, juin 1935).

D'où, nous tirerons

$$\left[l (Q - Q_2) \right]_{Q_1}^Q = -\frac{\Delta H}{K} g \frac{t}{Q_1 - Q_2}$$

ou encore

$$Q = Q_2 + (Q_1 - Q_2) e^{-At}$$

A étant mis pour

$$\frac{g \Delta H}{K (Q_1 - Q_2)}$$

On voit que Q se rapproche de Q_2 progressivement et théoriquement n'atteint Q_2 qu'après un temps infini ; mais dans le cas que nous traitons ici, d'un fluide incompressible, il n'y a pas d'oscillations du débit en fonction du temps.

Remarque. — On peut trouver la loi de variation de Q en fonction du temps sans faire l'hypothèse de la variation linéaire de la hauteur en fonction du débit, traduite par la relation (724) ; en effet, on peut poser

$$H' = n Q^2 \quad \text{et} \quad H'_r = a + bQ - c Q^2$$

et, en remplaçant dans la formule V' , obtenir l'équation différentielle

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{g}{K} \left[a + bQ - (c + n) Q^2 \right]$$

qui, par séparation de variables, donne

$$\int \frac{dQ}{a + bQ - (c + n) Q^2} = \frac{g}{K} \int dt$$

La solution de cette équation conduit à la relation

$$\frac{1}{2m(c+n)} \ln \frac{m - \frac{b}{2(c+n)} + Q}{m + \frac{b}{2(c+n)} - Q} = \frac{g}{K} t + C'$$

dans laquelle m est mis pour

$$\sqrt{\frac{1}{4} \frac{b^2}{(c+n)^2} + \frac{a}{c+n}}$$

La constante C' pourra être déterminée en remarquant que $Q = Q_1$ pour $t = 0$; on a alors, en notant que

$$m + \frac{b}{2(c+n)} = Q_2$$

et en posant $A = 2 m (c + n) g/K$,

$$Q = \frac{2 m}{p e^{-At} + 1} - m + \frac{b}{2 (c + n)} \quad (725)$$

p étant mis pour

$$p = \frac{Q_2 - Q_1}{m - \frac{b}{2 (c + n)} + Q_1}$$

La relation finale montre que Q se rapproche progressivement de Q_2 , mais que cette valeur n'est atteinte qu'après un temps $t = \infty$. Le coefficient p est toujours négatif et en valeur absolue, plus petit que l'unité.

La conclusion que le passage d'un débit Q_1 à un débit plus faible Q_2 se fait sans oscillations et d'une manière continue et progressive, reste donc vraie même si le point de fonctionnement final se trouve sur la partie montante de la caractéristique donnant la hauteur H' , en fonction du débit Q .

§ 3. — Application de la formule (V')

au cas d'une pompe centrifuge débitant sur une conduite

Dans le cas que nous envisageons ici, nous devons* faire une différence entre la résistance qu'offre la conduite en régime permanent et que nous désignerons par R_r , et celle absorbée par la conduite en régime varié que nous désignerons par R .

On peut poser que, en régime varié

$$R = v (p_s - p_a) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_a^2)$$

Or en vertu de la relation (IV') cette relation peut s'écrire

$$R = H + T''_f + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_s^a \frac{ds'}{\sigma'}$$

En remarquant que, en régime permanent la résistance est égale à $(H + T''_f)$, nous pourrions transcrire cette dernière relation

$$R = R_r + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \frac{L}{\sigma}$$

si L désigne la longueur de la conduite de section constante σ .

Comme à tout instant de la perturbation nous devons avoir l'égalité entre la valeur de H' et la valeur de R , l'équation différentielle donnant le débit Q en fonction du temps t peut s'écrire

$$\frac{dQ}{dt} = g \frac{\sigma}{L} (H' - R_r) \quad (726)$$

Remplaçons $\frac{dQ}{dt}$ par sa valeur tirée de l'équation (V'); nous voyons que H' sera donné en fonction de H'_r par la relation

$$H' = H'_r + \frac{R_r - H'_r}{1 + \frac{L}{\sigma} \frac{1}{K}} \quad (727)$$

qui montre que H' monte brusquement au moment où l'on diminue le débit pour passer en M, et de là rejoindre progressivement le point 2 (fig. 419).

L'équation (727) contient comme cas particulier le cas examiné au paragraphe précédent; il suffit de faire dans l'équation L égal à zéro, pour retrouver

$$H' = R_r$$

c'est-à-dire les conditions que nous avons admises, en écrivant

$$H' = n Q^2$$

Remarque. — La formule (IV') que nous avons appliquée à la conduite de refoulement est établie dans l'hypothèse où toute la masse participe au mouvement varié avec la même vitesse instantanée; cela suppose implicitement que la conduite est indéformable sous l'action des variations de pression, et que le liquide est strictement incompressible.

Nous verrons comment il convient de raisonner quand on veut tenir compte et de l'élasticité de la conduite et de la compressibilité de l'eau.

§ 4. — Application de la formule (V')

— au cas d'un compresseur-centrifuge débitant sur un réservoir d'air muni d'un orifice

Désignons par V le volume du réservoir, par σ la section de l'orifice débitant dans l'atmosphère à la pression p_a .

Représentons par p la pression dans le réservoir à un instant quelconque, par δ le poids spécifique correspondant. En régime, le poids G débité par le compresseur est égal au poids G_1 débité par l'orifice.

Si à un instant donné, le poids débité par l'orifice passe brusquement de G_1 à G_2 plus petit, le poids débité par le compresseur ne s'adaptera pas instantanément, et il en résultera une différence qui aura pour effet d'augmenter la quantité accumulée dans le réservoir.

On conçoit dès lors que la pression dans celui-ci ira croissant, et avec celle-ci le poids spécifique; l'équation qui traduira le phénomène pendant la perturbation, sera donc la suivante

$$G = G_2 + V \frac{d\delta}{dt}$$

Pour résoudre cette équation nous nous contenterons d'admettre que la compression dans le réservoir suit la loi de l'isothermique, en posant

$$p\delta = \frac{p}{\delta} = C$$

ou

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{C} \delta \frac{dH'}{dt}$$

puisque $H' = \int_{p_a}^p v dp$ et $dH' = v dp = \frac{1}{\delta} dp$.

En désignant par Q le débit du compresseur à l'aspiration, par Q_2 le débit de l'orifice à la sortie, il viendra donc

$$Q \delta_a = Q_2 \delta_a + \frac{V}{C} \delta \frac{dH'}{dt}$$

En admettant que la perturbation n'amène pas de très grandes variations de pression, nous pourrions adopter pour δ une valeur moyenne et poser

$$\frac{V}{C} \frac{\delta_m}{\delta_a} = A \quad ; \quad (728)$$

l'équation fondamentale se ramènera dès lors à

$$Q = Q_2 + A \frac{dH'}{dt} \quad (729)$$

dans laquelle Q_2 peut être considéré comme constant, étant donné l'hypothèse que nous venons de faire d'une perturbation ne donnant pas lieu à de très grands écarts de pression.

Dans ces conditions en utilisant la relation (V'), nous obtiendrons l'équation différentielle

$$\frac{d^2 H'}{dt^2} = \frac{g}{AK} (H'_r - H') \quad (730)$$

PREMIÈRE HYPOTHÈSE

Pour pouvoir faire l'intégration il faudra se donner une relation entre H'_r et Q . Adoptons, pour simplifier, une loi linéaire telle que

$$H'_r = a - b Q \quad (731)$$

dans laquelle a et b sont essentiellement positifs. Cela correspondra à une portion rectiligne d'une caractéristique plongeante. Il viendra dans ces conditions

$$\frac{d^2 H'}{dt^2} + \frac{gb}{K} \frac{dH'}{dt} + \frac{gH'}{AK} = \frac{g}{AK} (H'_r)_2 \quad (732)$$

Pour résoudre cette équation, nous aurons à distinguer 3 cas suivant que la quantité sous le radical, de l'équation caractéristique sera positive, nulle ou négative.

Cette équation caractéristique peut s'écrire

$$r^2 + \frac{gb}{K} r + \frac{g}{AK} = 0 \quad ,$$

et donne par conséquent

$$r = \frac{g}{2k} \left[-b \pm \sqrt{b^2 - \frac{4K}{Ag}} \right]$$

Premier cas. $b^2 > \frac{4K}{Ag}$, les deux racines sont réelles; posons

$$r_1 = -\alpha \qquad r_2 = -\beta;$$

la solution de l'équation différentielle (732) sera donnée par l'équation

$$H' = C_1 e^{-\alpha t} + C_2 e^{-\beta t} + (H'_r)_2$$

dans laquelle les constantes C_1 et C_2 pourront être déterminées par les conditions aux limites $H' = (H'_r)_1$ pour $t = 0$, soit

$$C_1 + C_2 = b(Q_2 - Q_1) \qquad (733)$$

$\frac{dH'}{dt} = \frac{1}{A}(Q_1 - Q_2)$ pour $t = 0$ soit

$$-\left[\alpha C_1 + \beta C_2 \right] = \frac{Q_1 - Q_2}{A} \qquad (734)$$

Les deux équations (733) et (734) feront connaître C_1 et C_2 .

La conclusion essentielle que nous pouvons tirer de ces équations, c'est que la valeur de H' tend progressivement vers $(H'_r)_2$ et si elle n'atteint cette valeur qu'après un temps théoriquement infini, elle ne donne lieu à aucune oscillation de débit.

Pour nous en rendre compte, il suffit de remarquer que

$$\frac{dH'}{dQ} = \frac{dH'/dt}{dQ/dt} = \frac{Q - Q_2}{\frac{Ag}{K}(H'_r - H')} \qquad (735)$$

ce qui conduit à une valeur $\frac{dH'}{dQ} = -\infty$ pour $Q = Q_1$ et à une valeur toujours négative pour les valeurs de Q comprises entre Q_1 et Q_2 , deux conditions qui justifient l'allure de la courbe figure (420).

Deuxième cas. $b^2 = \frac{4K}{Ag}$. Dans ce cas $r = -\alpha$ et l'équation différentielle devient

$$H' = e^{-\alpha t} (C_1 + C_2 t) + (H'_r)_2$$

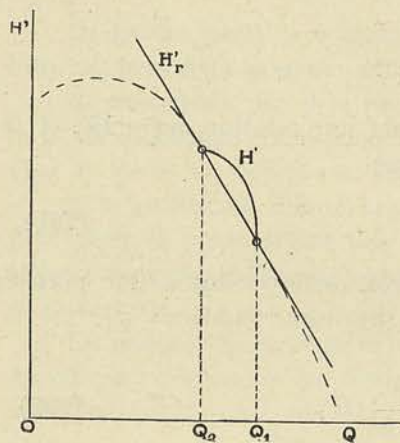


FIG. 420

La détermination des constantes pourra se faire par la même voie que ci-dessus. Lorsqu'on fait $t = \infty$ dans cette relation, on arrive à une indétermination mais en appliquant la règle d'Hôpital, on se rend compte que H' tend vers $(H'_r)_2$ d'une manière continue et progressive.

Troisième cas. $b^2 < \frac{4K}{A}$. Dans ce cas les racines sont imaginaires et l'on doit poser

$$\alpha = -m + ni, \quad \beta = -m - ni$$

La valeur de H' est alors donnée par l'équation

$$H' = e^{-mt} (C_1 \cos nt + C_2 \sin nt) + (H'_r)_2 \tag{736}$$

Pour déterminer les constantes, on pourra écrire $H' = (H'_r)_1$ pour $t = 0$; d'où

$$C_1 = (H'_r)_1 - (H'_r)_2 = b(Q_2 - Q_1)$$

$$\frac{dH'}{dt} = e^{-mt} \left[-(nC_1 + mC_2) \sin nt + (nC_2 - mC_1) \cos nt \right] = \frac{Q - Q_2}{A} \tag{737}$$

ce qui pour $t = 0$ donne $Q = Q_1$, et partant

$$nC_2 - mC_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{A}$$

On peut se demander à quel moment la hauteur H' sera égale à $(H'_r)_2$; il suffit pour obtenir la réponse de poser d'après la relation (736)

$$e^{-mt} (C_1 \cos nt + C_2 \sin nt) = 0$$

ce qui donne

$$t = \infty \quad \text{ou} \quad t = \frac{1}{n} \arcsin \frac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}$$

De même on obtiendra le temps pour lequel le débit Q deviendra égal au débit extérieur Q_2 , en posant le premier membre de l'équation (737) égal à 0, ce qui conduit à

$$t = \infty \quad \text{ou} \quad t = \frac{1}{n} \arcsin \frac{n C_2 - m C_1}{\sqrt{(n C_1 + m C_2)^2 + (n C_2 - m C_1)^2}}$$

Sauf pour $t = \infty$, on n'aura donc jamais simultanément $H' = (H'_r)_2$ et $Q = Q_2$ ce qui implique l'oscillation de H' autour de la valeur limite $(H'_r)_2$ qui n'est atteinte (théoriquement bien entendu) qu'après un temps infini.

Si nous cherchons à nous représenter comment varie H' en fonction de Q , nous pourrions faire appel à la relation (735) qui montre que la tangente à la courbe H' en fonction de Q est horizontale chaque fois que Q passe par Q_2 ; mais comme à cet instant H' n'est pas égal à $(H'_r)_2$, la courbe ne peut avoir que l'allure indiquée sur la figure 421.

Ce fait avait déjà été signalé par M. Daubresse, Professeur à l'Université de Louvain, qui, sans

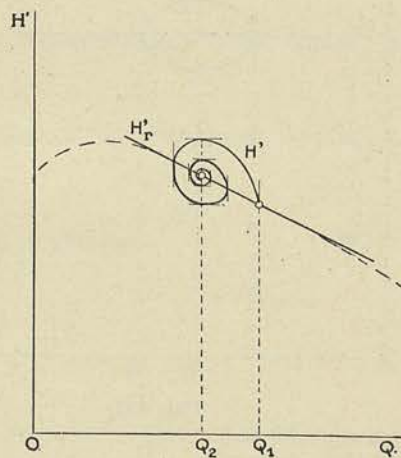


FIG. 421

employer les formules mathématiques du régime varié, était arrivé par un raisonnement intuitif, à indiquer l'allure générale des courbes que nous établissons ici ⁽¹⁾.

La conclusion générale résultant de l'examen des trois cas possibles correspondant à la première hypothèse de la caractéristique plongeante, c'est que le régime stable tend à s'établir automatiquement et, dans la réalité, très rapidement.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE

Cette conclusion ne subsiste pas, malheureusement pour le constructeur de turbo-compresseurs, lorsque la caractéristique donnant (H'_r) en fonction de Q est horizontale, c'est-à-dire que

$$H'_r = a$$

L'équation (732) se ramène alors à

$$\frac{d^2 H'}{dt^2} + \frac{g H'}{AK} = \frac{g}{AK} (H'_r)_2$$

et l'équation caractéristique devient

$$r = \pm \sqrt{\frac{g}{AK}} i = \pm n i$$

La solution de l'équation différentielle devient

$$H' = C_1 \cos nt + C_2 \sin nt + (H'_r)_2$$

Pour déterminer les constantes d'intégration il suffit de remarquer que pour $t = 0$ $H' = (H'_r)_2$, et que pour $t = 0$, $Q = Q_1$; cela conduit en effet, à

$$C_1 = 0 \quad , \quad \frac{Q_1 - Q_2}{A} = n C_2$$

puisque $\frac{dH'}{dt} = \frac{Q - Q_2}{A} = -n C_1 \sin nt + n C_2 \cos nt$

On peut donc écrire

$$H' = \frac{Q_1 - Q_2}{An} \sin nt + (H'_r)_2$$

et

$$Q = Q_2 + (Q_1 - Q_2) \cos nt$$

On voit ainsi que H' et Q suivent des oscillations non amorties; qu'au moment où Q est égal à Q_2 , H' n'est pas égal à H'_r , et réciproquement.

Pour tracer les courbes de H' en fonction de Q , on peut encore utiliser l'équation (735) qui montre que la tangente à la courbe de H' en fonction de Q est horizontale pour $Q = Q_2$ et

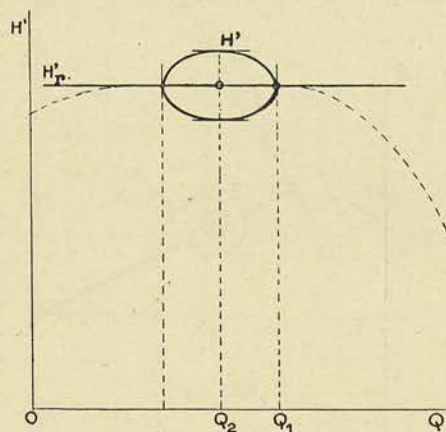


FIG. 422

⁽¹⁾ Ventilateurs et Pompes centrifuges, par MM. HAUCHAMPS, LAURENT et GODIN. *Revue des Elèves des Ecoles Spéciales de Louvain*, 1929.

verticale pour $H' = H'_r$. On peut d'ailleurs résoudre cette équation différentielle du premier ordre, et voir que la courbe donnant H' en fonction de Q est une ellipse dont le grand axe se confond avec H'_r (fig. 422).

Ainsi quand la caractéristique est horizontale, des oscillations de débit s'amorcent nécessairement et le régime ne peut s'établir.

TROISIÈME HYPOTHÈSE

Qu'advient-il lorsque la caractéristique est montante et donnée par la relation

$$H'_r = a + b Q \tag{738}$$

dans laquelle a et b sont essentiellement positifs. Il suffira pour obtenir la solution de changer b en $-b$ dans l'équation (732) et dans l'équation caractéristique.

Nous aurons encore à examiner trois cas suivant que b^2 sera plus grand, égal ou plus petit que $\frac{4K}{Ag}$.

Premier cas. — Les racines étant positives on aura $r_1 = \alpha$ et $r_2 = \beta$, et la valeur de H' sera donnée par la relation

$$H' = C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{\beta t} + (H'_r)_2$$

dans laquelle les constantes seront déterminées dans les mêmes conditions que pour le même cas envisagé plus haut à l'occasion de la première hypothèse.

On peut voir qu'ici la valeur de H' passe par un maximum pour $Q = Q_2$, puis diminue pour tendre vers l'infini négatif en restant toutefois toujours supérieur à H'_r .

Le point de régime ne pourra être atteint mais, d'après l'équation, il ne se produirait pas d'oscillations de débit ; le réservoir tendrait à se vider.

Cette conclusion n'est évidemment pas conforme à ce que l'on peut observer parce que nous avons admis dans la mise en équation que le débit de l'orifice restait pendant la perturbation sensiblement constant, ce qui de toute évidence ne pourrait se produire si la pression dans le réservoir allait constamment diminuant. Il est donc dans ce cas, impossible de conclure en partant de l'équation, autre chose que ceci : le régime ne peut pas s'établir, mais il ne résulte pas de l'équation que l'on doit constater des oscillations de débit.

Deuxième cas. — Lorsque les racines de l'équation caractéristique sont égales, la conclusion est analogue.

Troisième cas. — Dans ce cas les racines étant imaginaires, la solution de l'équation différentielle est donnée par la relation

$$H' = e^{mt} (C_1 \cos nt + C_2 \sin nt) + (H'_r)_2 \tag{739}$$

avec

$$\alpha = m + ni \qquad \beta = m - ni$$

m et n étant des nombres positifs.

Pour la détermination des constantes, on pourra procéder comme précédemment

$$H' = (H'_r)_1 \text{ et } Q = Q_1 \text{ pour } t = 0$$

le débit Q étant donné par la relation

$$\frac{Q - Q_2}{A} = \frac{dH'}{dt} = e^{mt} \left[(mC_2 - nC_1) \sin nt + (mC_1 + nC_2) \cos nt \right] \quad (740)$$

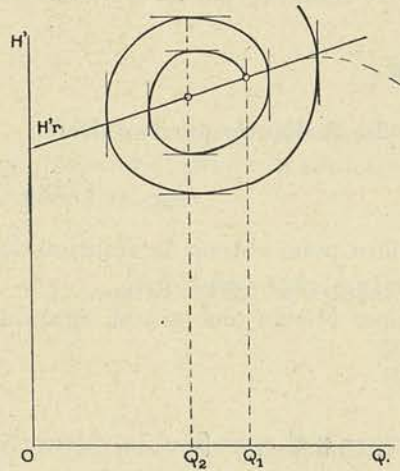


FIG. 423

Le débit, de même que la hauteur H' , est une fonction sinusoïdale de t , l'amplitude de la sinusoïde allant en croissant à mesure que t augmente, pour $t = \infty$, H' et Q deviennent théoriquement infinis.

La relation (735) montre que la tangente à la courbe de H' en fonction de Q est horizontale chaque fois que Q passe par la valeur de Q_2 , et que pour $H' = H'_r$, la tangente devient verticale.

Comme on peut se rendre compte que l'on ne peut jamais avoir simultanément $Q = Q_2$ et $H' = (H'_r)_2$, l'allure de la courbe de H' en fonction de Q est nécessairement celle d'une spirale qui se déroule, comme l'indique la figure 423, autour du point initial, en s'écartant de plus en plus du point pour lequel le régime devrait s'établir.

§ 5. — Conclusions

A la lumière de cet exposé mathématique on peut comprendre d'une façon précise le phénomène connu sous le nom de pompage

Dès que le fonctionnement d'un turbo-compresseur dont la caractéristique présente toujours un maximum plus ou moins éloigné de l'axe des ordonnées, est amené à fonctionner en dessous du débit critique représenté par Q_c , abscisse du point correspondant au maximum du coefficient manométrique, le fonctionnement devient instable et les variations de débit qui s'amorcent, tendent à aller croissant indéfiniment.

Dans la réalité, les oscillations de débit ne croissent pas indéfiniment, en raison de l'amortissement résultant des pertes de charge, par frottement et remous, mais elles prennent une valeur telle que les effets d'inertie deviennent rapidement inadmissibles pour la conservation de la machine.

La théorie que nous venons d'exposer, si elle pouvait être généralisée au cas d'une caractéristique quelconque donnée par une courbe du second degré par exemple, permettrait d'examiner l'influence du volume V du réservoir et de la position du débit critique Q_c sur l'importance des oscillations pendant le pompage. A l'heure actuelle, dans la pratique, on se borne à réaliser une caractéristique dont le maximum se trouve aussi près que possible de l'axe des ordonnées, et on utilise un dispositif qui détermine l'échappement d'une certaine partie du débit, dès que la demande d'air comprimé tend à diminuer au point d'amener un débit Q_2 inférieur à Q_c .

Pour obtenir une caractéristique satisfaisante, il faut exclure les angles dépassant 45° ou 50° , et chercher à réaliser des valeurs de α normales assez élevées, en employant des roues étroites.

La Société Brown Boveri a utilisé à un certain moment, un dispositif permettant de reporter le maximum vers l'axe des ordonnées, en rendant l'angle α_1 des diffuseurs variable avec le débit. Les résultats que nous avons exposés dans le chapitre consacré aux recherches expérimentales sur les pompes centrifuges, permettent de se rendre compte

de l'efficacité du système ; la complication nécessitée par la réalisation d'aubes orientables aux diffuseurs, a fait, semble-t-il, renoncer à cette solution rationnelle du point de vue théorique.

Il semblerait également que, au point de vue du pompage, l'association des roues à angles de sortie β_1 différents, c'est-à-dire présentant des caractéristiques différentes, soit de nature à reporter le commencement du pompage vers la valeur correspondant au débit de pompage de la roue qui possède naturellement le plus petit angle et qui est naturellement placée près du réservoir, puisque c'est là que le volume à débiter par seconde est plus petit.

C'est au moins à cette conclusion que l'on arrive lorsqu'on examine le phénomène de près, pour autant bien entendu que le volume de fluide existant entre les différentes roues en série, soit négligeable, ce qui ne peut être le cas qu'avec des compresseurs du type Rateau à refroidissement interne. Il semble, effectivement d'ailleurs, qu'avec cette disposition, Rateau ait pu employer pour les premières roues des angles de 90° sans amener le pompage pour un débit correspondant au maximum de la caractéristique de ces premières roues.

Remarque I. — On a pu se demander si lors des variations du débit provoquées par le fonctionnement pulsatoire du turbo, il pouvait se produire des débits négatifs, c'est-à-dire un renversement du sens du mouvement du fluide dans la roue. Il est certain qu'il se produit une discontinuité brusque dans la valeur de H' , au moment du débit nul, dont il serait difficile d'évaluer l'importance par la voie théorique, en raison des remous qui doivent se présenter à l'entrée de la roue, lorsque la vitesse c_1 positive passe à une valeur c'_1 de sens inverse ; la vitesse relative devient, en effet, w'_1 (fig. 424) et l'on peut se rendre compte qu'elle est orientée presque tangentielle, c'est-à-dire que la plus grande partie de l'énergie est absorbée par remous dès l'entrée de la roue.

Nous indiquerons dans le chapitre IX de cet appendice, les possibilités de détermination de la courbe H' en fonction du débit, lorsque des oscillations peuvent amener un renversement du courant.

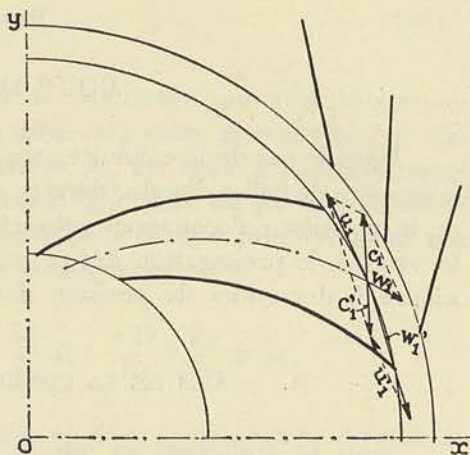


FIG. 424

Remarque II. — Toute la théorie que nous venons d'exposer suppose un réservoir V fini. Dans le cas où le réservoir atteint des dimensions très grandes par rapport au volume débité, comme c'est le cas généralement pour les ventilateurs de mines, on peut dire que le pompage n'est plus possible, ce qui revient à dire que l'emploi d'angles $180^\circ - \beta_1$, égaux ou plus grands que 90° , peut être admis sans danger, et c'est ce que nous avons fait remarquer dans le fascicule consacré aux ventilateurs.

CHAPITRE VIII

THÉORIE DES COUPS DE BÉLIER

Cette question, qui intéresse le constructeur lorsqu'il s'agit d'installations comportant des tuyauteries de grand diamètre et de grande longueur, ne peut être traitée

ici dans toute sa généralité. Elle a donné lieu à de nombreux et importants travaux à la fois d'ordre mathématique et d'ordre expérimental dont nous allons chercher à donner une idée précise.

Nous nous attacherons tout d'abord à la mise en équation du problème pour une conduite d'alimentation de turbine hydraulique, puis nous traiterons ce problème en nous plaçant plus particulièrement au point de vue des conduites de refoulement des pompes centrifuges, la question ayant été moins souvent exposée sous cette forme.

On désigne sous le nom de *coup de bélier* le phénomène qui se produit dans une conduite lorsqu'on modifie brusquement les conditions d'écoulement : on sait qu'avant que le nouveau régime ne s'établisse, on observe des oscillations de pression et de vitesse en un même point, qui ne vont s'amortissant qu'après un temps plus ou moins long. L'apparition d'ondes de pression qui se propagent le long de la conduite avec une vitesse considérable, est le résultat de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité de la conduite.

On comprend que quand on introduit dans celle-ci un réservoir d'air, le phénomène soit profondément modifié. Aussi serons-nous amenés à diviser l'étude en deux parties : la première, se rapportant à une conduite sans réservoir et sans cheminée d'équilibre ; la seconde, traitant du cas d'une conduite munie, soit d'une cheminée, soit d'un réservoir d'air.

PREMIÈRE PARTIE

COUP DE BÉLIER D'ONDE

Dans le cas de la conduite sans organe d'amortissement, on dit que l'on a affaire à un coup de bélier d'onde ; dans ce cas, en effet, les déplacements d'un élément autour de la position qu'occuperait celui-ci dans un mouvement uniforme sont faibles, mais la vitesse de propagation des pressions le long de la conduite est très grande ; on a affaire à des ondes de pression dont il s'agit de déterminer l'amplitude.

A. — CAS DE LA CONDUITE D'ALIMENTATION D'UNE TURBINE

Nous ne traiterons ici que le cas d'une conduite cylindrique de diamètre et d'épaisseur constants, posée horizontalement et alimentée par un réservoir de mise en charge, à l'extrémité de laquelle fonctionne un orifice de section réglable.

Nous indiquerons en remarque comment les choses se modifient lorsque la conduite est constituée de plusieurs tronçons d'épaisseurs différentes, ou que la conduite est inclinée d'un angle α sur l'horizontale.

Nous compterons la distance x à partir de l'extrémité d'aval, en sens inverse du mouvement, et nous désignerons par v_0 la vitesse et par y_0 la pression effective en mètres de fluide le long de la conduite avant la perturbation : cette pression est la même en tous les points lorsqu'on fait abstraction de la perte de charge.

§ 1. — Mise en équation du problème

En désignant par v et y la vitesse et la pression en mètres de fluide en un point quelconque d'abscisse x et en un temps t quelconque, par σ la section de la conduite,

par δ le poids spécifique du fluide, nous pourrions écrire, en appliquant l'équation fondamentale de la dynamique

$$\delta \sigma \frac{\partial y}{\partial x} dx = \frac{\delta}{g} \sigma dx \frac{dv}{dt}$$

de laquelle nous tirerons :

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{\partial y}{\partial x}$$

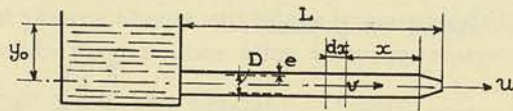


FIG. 425

Comme v est une fonction de x et de t , il y a lieu d'écrire :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} ;$$

toutefois, le deuxième terme est ici négligeable vis-à-vis du premier car, comme nous le verrons plus loin, l'onde se propage avec une vitesse de l'ordre de 1000 m./sec. et ainsi la variation de la vitesse en un point en fonction du temps peut être considérable, alors que la variation de vitesse en fonction de x reste toujours très faible.

Dans ces conditions, nous pourrions écrire sans erreur appréciable :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial y}{\partial x} \quad (741)$$

A cette équation, il faut joindre l'équation de continuité qui peut s'exprimer de la manière suivante : pendant le temps dt , la différence entre la quantité qui sort et la quantité qui entre dans un élément d'épaisseur dx , est égale à l'accroissement du volume provenant de l'augmentation de la section par suite du jeu de l'élasticité de la conduite et de la diminution du volume de l'espace occupé primitivement par lui, par suite de la compressibilité du fluide ; en conséquence :

$$\sigma \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dt - \sigma v dt = \frac{\sigma dx}{\epsilon} \delta \frac{\partial y}{\partial t} dt + \frac{\sigma D}{Ee} \delta \frac{\partial y}{\partial t} dt dx .$$

Le premier terme du second membre représente, en effet, la diminution du volume résultant de la compressibilité du fluide (ϵ étant le coefficient de compressibilité), tandis que le second terme exprime l'accroissement du volume σdx sous l'action d'un accroissement de pression

$$dp = \delta \frac{\partial y}{\partial t} dt .$$

Ce second terme se détermine en remarquant que la variation dR de la tension dans le métal pour un accroissement dp de la pression, est donnée par la relation :

$$dR = dp \frac{D}{2e}$$

en désignant par D le diamètre de la conduite et par e son épaisseur ; cette augmentation de tension donne lieu à un accroissement de diamètre dD , tel que

$$\frac{dD}{D} = \frac{dR}{E} ;$$

d'où

$$d\sigma = \frac{\pi}{4} \left[(D + dD)^2 - D^2 \right] = 2\sigma \frac{dD}{D} = \frac{\sigma D}{Ee} \delta \frac{\partial y}{\partial t} dt.$$

Ainsi, en posant :

$$\frac{\delta}{g} \left[\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{Ee} \right] = \frac{1}{a^2}$$

l'équation de continuité pourra s'écrire :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (742)$$

Les intégrales générales des deux équations fondamentales (741) et (742) que nous venons d'établir, sont les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \\ v &= v_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \end{aligned} \right\} (743)$$

D'après ces équations ($y - y_0$), la différence de pression de la conduite est fonction de deux facteurs :

- 1° la pression représentée par la fonction F ,
- 2° la pression représentée par la fonction f ,

de même nature et qui, toutes deux, pour un même point défini par x varient avec le temps t . Les mêmes remarques s'appliquent à la vitesse v .

Si nous examinons la fonction $F\left(t - \frac{x}{a}\right)$, nous voyons qu'elle traduit une charge qui se propage le long de la conduite avec la vitesse a . En effet, chaque fois que l'argument $\left(t - \frac{x}{a}\right)$ prend la même valeur, la fonction F reste la même, ce qui veut dire que si F a une valeur donnée au point x et au temps t , elle aura encore la même valeur au point x' et au temps t' du moment où t' est choisi de façon que

$$t' - \frac{x'}{a} = t - \frac{x}{a} \quad \text{ou} \quad x' - x = a(t' - t)$$

La fonction F a donc bien l'allure d'une onde de surpression qui parcourt la conduite avec une vitesse a ; si l'on veut, on peut dire qu'un observateur qui se déplacerait le long de la conduite avec une vitesse a , verrait toujours la même surpression F .

Le même raisonnement s'appliquant à la fonction f , à la condition d'envisager un mouvement de sens inverse, c'est-à-dire une vitesse négative $-a$, on voit que le phénomène se présente comme la superposition de deux ondes de pression dont l'une se propage avec la vitesse a de l'orifice vers le réservoir et l'autre, l'onde réfléchie, représentée par f , se propage en sens inverse avec la vitesse $-a$.

On désigne par coup de bélier direct, la surpression qui résulte de F uniquement, c'est-à-dire qui se présente dans la période qui s'écoule entre le moment du point

de départ à l'orifice et le moment où l'onde atteint à nouveau le point envisagé après s'être réfléchi à l'extrémité de la conduite. Dans le cas où la conduite aurait une longueur infinie, la seule fonction à envisager serait donc F .

Si la conduite a une longueur finie L , on pourra encore envisager le coup de bélier direct pendant l'intervalle de temps que l'onde mettra pour aller jusqu'au réservoir et pour revenir au point considéré changée de signe, soit pendant le temps $\frac{2L-x}{a}$.

Pour cette phase du coup de bélier, les équations se ramèneront à

$$y = y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right), \quad v = v_0 - \frac{g}{a} F\left(t - \frac{x}{a}\right)$$

et

$$y - y_0 = \frac{a}{g} (v_0 - v)$$

La surpression sera maximum quand v passera à zéro; elle atteindra alors

$$y - y_0 = \frac{av_0}{g} \quad (744)$$

Pour que ce maximum puisse se produire, il faut évidemment que la fermeture complète ait lieu dans un temps inférieur à $\frac{2L}{a}$ pour un point d'abscisse $x = 0$.

A partir du moment où $t > \frac{2L-x}{a}$ pour un point d'abscisse x , les deux ondes interféreront et les équations qui permettent de déterminer les surpressions, seront les équations complètes.

Cette phase du phénomène s'appelle phase *du contre-coup* provoqué par la superposition de l'onde directe et de l'onde réfléchi.

Pour déterminer les fonctions F et f , nous utiliserons les conditions aux limites :

1° pour $x = L$, la pression y est constamment égale à y_0 ; d'où la condition

$$F\left(t - \frac{L}{a}\right) = -f\left(t + \frac{L}{a}\right)$$

2° pour un instant t égal à

$$t = t_1 - \frac{L}{a}$$

cette dernière relation, qui doit être vraie pour toutes les valeurs de t , deviendra

$$F(t_1 - \theta) = -f(t_1)$$

en posant

$$\frac{2L}{a} = \theta$$

Il résulte de là que nous pourrons remplacer, dans les valeurs de y et de v ci-dessus,

— f par F , à la condition de substituer à t , dans cette dernière, la valeur $(t - \theta)$; il viendra donc :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) - F\left(t + \frac{x}{a} - \theta\right) \\ v &= v_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) + F\left(t + \frac{x}{a} - \theta\right) \right] \end{aligned} \right\} (745)$$

La fonction F doit être telle que pour $\left(t - \frac{x}{a}\right)$ égal à zéro, elle s'annule; de plus, les équations ne sont applicables que pour des valeurs positives de l'argument $\left(t - \frac{x}{a}\right)$.

Remarquons que pour

$$t + \frac{x}{a} - \theta \leq 0$$

les valeurs de y et de v se ramènent à

$$\begin{aligned} y &= y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) \\ v &= v_0 + \frac{g}{a} F\left(t - \frac{x}{a}\right) \end{aligned}$$

Cela signifie que pour $x = 0$ et pour un temps t_1 compris entre 0 et θ , on a :

$$y_1 = y_0 + F_1; \quad v_1 = v_0 - \frac{g}{a} F_1$$

Pour un temps t_2 compris entre θ et 2θ , c'est-à-dire pour un temps $t = t_1 + \theta$

$$y_2 = y_0 + F_2 - F_1 \quad v_2 = v_0 - \frac{g}{a} [F_2 + F_1]$$

Pour un temps $t = t_1 + 2\theta$

$$y_3 = y_0 + F_3 - F_2 \quad v_3 = v_0 - \frac{g}{a} [F_3 + F_2]$$

Les notations F_1, F_2, F_3 désignent les valeurs que prend la fonction F aux temps $t_1, t_1 + \theta, t_1 + 2\theta$ etc.

Nous obtenons ainsi les *séries enchaînées* d'Alliévi, qui nous donnent la série des valeurs de la pression y_1, y_2, \dots et des valeurs de la vitesse v_1, v_2, \dots aux moments $t_1, t_1 + \theta$, etc.

En désignant par τ la différence entre la pression instantanée et la pression statique y_0 , nous pourrions déduire des équations ci-dessus

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \frac{a}{g} (v_0 - v_1) \\ \tau_1 + \tau_2 &= \frac{a}{g} (v_1 - v_2) \\ \tau_2 + \tau_3 &= \frac{a}{g} (v_2 - v_3) \end{aligned} \right\} (746)$$

Ainsi, si on connaît les vitesses v_1, v_2, \dots , aux temps $t_1, t_1 + \theta, \dots$ pour l'abscisse $x = 0$, on pourra déterminer les surpressions aux mêmes instants.

§ 2. — Application des équations aux conditions les plus défavorables

1° Cas d'une fermeture instantanée

Si nous appliquons les formules ci-dessus, au cas d'une fermeture instantanée, nous devons faire dans les équations $v_1 = v_2 = 0$; d'où nous tirerons

$$\tau_1 = \frac{av_0}{g} \text{ le temps } t_1 \text{ étant nul.}$$

Au temps θ , nous obtiendrons

$$\tau_2 = -\tau_1 = -\frac{av_0}{g}$$

et ainsi de suite.

Cela signifie que si on porte en abscisse le temps, le diagramme qui donnera les valeurs de la pression exprimée en mètres de fluide, sera représenté par des droites horizontales d'ordonnée

$$y_0 + \frac{av_0}{g} \text{ au temps } t = 0 \text{ jusqu'au temps } t = \theta$$

$$y_0 - \frac{av_0}{g} \text{ au début de la seconde phase et pendant toute la durée de celle-ci}$$

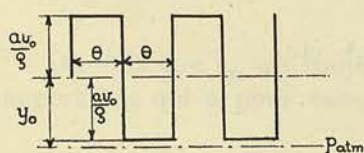


FIG. 426

et ainsi de suite, avec des discontinuités $2 \frac{av_0}{g}$ aux temps $\theta, 2\theta, 3\theta$, comme l'indique le diagramme de la figure 426.

Si $\frac{av_0}{g}$ était supérieur à y_0 , on pourrait constater, au début de la seconde phase, une dépression dans la conduite au point d'abscisse $x = 0$.

Etant donné que les pertes de charge que nous avons négligées existent, l'onde de pression ira s'amortissant en se déformant, s'aplatissant de plus en plus.

Etant donné que les pertes de charge que nous avons négligées existent, l'onde de pression ira s'amortissant en se déformant, s'aplatissant de plus en plus.

2° Cas d'une fermeture brusque

Nous dirons qu'il y a fermeture brusque, lorsque la fermeture s'opère dans un temps inférieur à la durée θ d'une phase. Dans ce cas, le diagramme des pressions en fonction du temps, prend l'allure indiquée sur la figure 427, les limites atteintes par la pression étant comme dans l'exemple précédent :

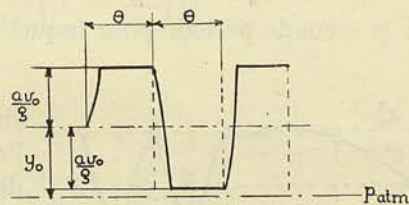


FIG. 427

$$y_0 + \frac{a v_0}{g} \quad \text{et} \quad y_0 - \frac{a v_0}{g}$$

3° Cas d'une fermeture lente et complète

Supposons une fermeture lente et complète suivant une loi linéaire ; en désignant par s la section libre de l'orifice à un moment t et par s_0 la section initiale,

nous pourrons écrire

$$\frac{s}{s_0} = 1 - \frac{t}{T} = 1 - \frac{n\theta}{\mu\theta} = 1 - \frac{n}{\mu}$$

θ désignant la durée d'une période,

T désignant la durée de la fermeture égale à $\mu\theta$. Si nous maintenons l'hypothèse d'une perte de charge nulle dans la conduite, et si nous admettons que l'ouverture maximum s_0 est faible vis-à-vis de la section de la conduite, nous pourrons écrire :

$$y_0 = \frac{u_0^2}{2g} \quad \text{et à l'instant } i \quad y_i = \frac{u_i^2}{2g}$$

u_0 et u_i désignant les vitesses à l'orifice aux instants où sont réalisées les sections s_0 et s . Avec ces notations, les équations (745) peuvent s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_1}{y_0} - 1 &= \frac{a v_0}{g y_0} \left[1 - \frac{s_1}{s_0} \sqrt{\frac{y_1}{y_0}} \right] \\ \frac{y_1}{y_0} + \frac{y_2}{y_0} - 2 &= \frac{a v_0}{g y_0} \left[\frac{s_1}{s_0} \sqrt{\frac{y_1}{y_0}} - \frac{s_2}{s_0} \sqrt{\frac{y_2}{y_0}} \right] \end{aligned} \right\} (747)$$

On voit que si l'on pose

$$\frac{a v_0}{2g y_0} = \rho, \quad \frac{y_1}{y_0} = z_1^2, \quad \frac{y_2}{y_0} = z_2^2 \quad \text{etc.}$$

les équations se présenteront sous la forme

$$\left. \begin{aligned} z_1^2 - 1 &= 2\rho \left[1 - \frac{s_1}{s_0} z_1 \right] \\ z_1^2 + z_2^2 - 2 &= 2\rho \left[\frac{s_1}{s_0} z_1 - \frac{s_2}{s_0} z_2 \right] \end{aligned} \right\} (748)$$

et ainsi de suite, les valeurs de z_1^2, z_2^2 etc. se rapportant aux moments $t_1, t_1 + \theta$, etc., t_1 étant compris entre 0 et θ . On voit que l'on peut tirer de la première la valeur de z_1 , connaissant $\frac{s_1}{s_0} = 1 - \frac{1}{\mu}$ à la fin de la première période; puis de la seconde z_2 à la fin de la seconde période pour laquelle $\frac{s_2}{s_0} = 1 - \frac{2}{\mu}$; et ainsi de suite.

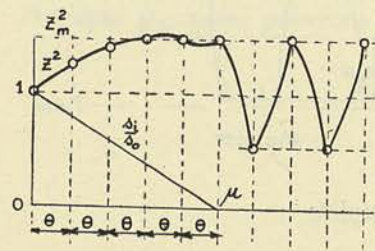


FIG. 428

Pour avoir des valeurs intermédiaires, on choisira ensuite un temps $t_1 < \theta$. Le diagramme que l'on obtient de y en fonction du temps, dépend de θ , de ρ et de μ .

Pour $\mu = 5, \rho = 2$, on trouve en fonction de θ , le diagramme de la figure 428.

Après la fermeture complète, la valeur de $\frac{sf}{s_0}$ est égale à 0, de sorte que $\frac{y_t}{y_0} + \frac{y_{t+1}}{y_0} - 2 = 0$.

On voit donc que la pression oscille à partir de ce moment autour de y_0 indéfiniment, en passant de $y_0 + (y_f - y_0)$ à $y_0 - (y_f - y_0)$.

Alliévi a étudié à l'aide du diagramme circulaire représentant les équations (748), tous les cas possibles, et est arrivé à cette conclusion que, lors d'une manœuvre de fermeture suivant une loi linéaire et, tant que dure cette manœuvre, toutes les séries enchaînées tendent vers une valeur limite z_m indépendante de la vitesse a de propagation de l'onde.

Si on admet ce principe, il est possible de déterminer la valeur de z_m puisque à la limite, on peut poser :

$$z_{i-1} = z_i = z_m$$

De la relation :

$$z_{i-1}^2 + z_i^2 - 2 = 2\rho \left[\frac{s_{i-1}}{s_0} z_{i-1} - \frac{s_i}{s_0} z_i \right]$$

on peut donc déduire :

$$z_m^2 - 1 = \rho z_m \frac{1}{\mu}$$

D'où

$$z_m = \frac{\rho}{2\mu} + \sqrt{\frac{\rho^2}{4\mu^2} + 1}$$

On voit que z_m est toujours plus grand que l'unité et dépend exclusivement du rapport ρ/μ qui a pour valeur

$$\rho/\mu = \frac{L}{T} \frac{v_0}{gy_0}$$

Lorsque la surpression est sensiblement inférieure à la charge statique y_0 , il est possible de développer en série le radical figurant dans les équations (747).

En se limitant aux deux premiers termes de la série, nous pourrions écrire :

$$\frac{\tau_1}{y_0} = 2\rho \left[1 - \frac{s_1}{s_0} \left(1 + \frac{\tau_1}{2y_0} \right) \right]$$

$$\frac{\tau_1}{y_0} + \frac{\tau_2}{y_0} = 2\rho \left[\frac{s_1}{s_0} \left(1 + \frac{\tau_1}{2y_0} \right) - \frac{s_2}{s_0} \left(1 + \frac{\tau_2}{2y_0} \right) \right]$$

et d'une manière générale

$$\frac{\tau_{i-1}}{y_0} + \frac{\tau_i}{y_0} = 2\rho \left[\left(\frac{s_{i-1}}{s_0} - \frac{s_i}{s_0} \right) + \frac{s_{i-1}}{s_0} \frac{\tau_{i-1}}{2y_0} - \frac{s_i}{s_0} \frac{\tau_i}{2y_0} \right]$$

De cette dernière, nous pourrions tirer

$$\frac{\tau_{i-1}}{y_0} \left[1 - \rho \frac{s_{i-1}}{s_0} \right] + \frac{\tau_i}{y_0} \left[1 + \rho \frac{s_i}{s_0} \right] = 2\rho \frac{1}{\mu}$$

En appliquant le principe ci-dessus, pour déterminer la limite τ_m , il viendra

$$\frac{\tau_m}{y_0} \left(2 - \frac{\rho}{\mu} \right) = 2 \rho \frac{1}{\mu}$$

et, partant

$$\frac{\tau_m}{y_0} = 2 \frac{\rho}{\mu} \frac{1}{2 - \rho/\mu} = \frac{a v_0}{g y_0} \frac{1}{\mu} \frac{1}{2 - \rho/\mu}$$

Ainsi le maximum du coup de bélier

$$y_{\max} = y_0 + \tau_m = y_0 + \frac{a v_0}{g} \frac{\theta}{T} \frac{1}{2 - \rho/\mu}$$

ou en remplaçant θ par $\frac{2L}{a}$

$$y_{\max} - y_0 = \frac{2L v_0}{gT} \frac{1}{2 - \rho/\mu} \quad (749)$$

Cette formule contient celle de la fermeture brusque : il suffit d'y faire $T = \frac{2L}{a}$. Elle donne la surpression produite dans la conduite pour une fermeture dont la durée est égale ou plus petite que

$$T = \frac{2L}{a}$$

C'est en tenant compte de cette surpression que doivent être établis tout les organes principaux des turbines.

Remarque I. — Dans tout ce qui précède, nous avons raisonné sur une conduite horizontale. Si nous supposons que la conduite rectiligne est inclinée d'un angle α sur l'horizontale, nous arriverons, en suivant la méthode exposée ci-dessus, au système

$$y = y_0 - x \sin \alpha + F + f$$

$$v = v_0 - \frac{g}{a} (F - f)$$

pour remplacer le système des équations (743). Toutes les formules obtenues pour une conduite horizontale sont donc applicables à une conduite inclinée, à la condition de substituer au terme y_0 , le terme $y_0 - x \sin \alpha$ qui représente la pression statique au point x exprimée en colonne de fluide.

Remarque II. — Nous avons vu le rôle important que joue dans les formules le coefficient a qui peut être regardé comme la vitesse de propagation de l'onde; cette valeur de a est donnée par la formule

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\delta}{g} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{Ee} \right)$$

Le coefficient ε de compressibilité de l'eau peut être pris égal à

$$\varepsilon = 2,07 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^2$$

Alliévi a donné pour a une formule pratique qui se déduit de celle ci-dessus

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + k \frac{D}{e}}} \quad (750)$$

et dans laquelle le coefficient k prend les valeurs suivantes :

pour la fonte $k = 1,0$

pour le fer ou l'acier $k = 0,5$

pour le plomb $k = 5,0$

Il est facile de voir que dans les cas courants, a est voisin de 1000 m./sec.

Pour les tuyaux indéformables, pour lesquels on doit prendre $k = 0$

$$a = 1425 \text{ m./sec.}$$

ce qui représente exactement la vitesse de propagation du son dans l'eau à 15°.

Remarque III. — Toutes les formules établies ci-dessus se rapportent à des conduites à *caractéristique unique*, c'est-à-dire à diamètre et à épaisseur constants.

L'étude des coups de bélier dans les conduites à *caractéristiques multiples* est beaucoup plus complexe, les ondes subissant des réflexions partielles aux points de changement des caractéristiques, ce qui complique beaucoup le phénomène. En faisant intervenir l'équation de continuité du débit, et en remarquant que la pression ne peut avoir qu'une valeur à l'endroit du point séparant deux tronçons, on peut étudier le problème à l'aide des formules établies ci-dessus.

M. de Sparre a étudié le cas d'une conduite divisée en deux et trois tronçons considérés chacun comme ayant une caractéristique unique, et il a montré que la division en trois tronçons fictifs, suffisait largement comme approximation. Il a montré également que l'on pouvait utiliser les formules établies pour les conduites à caractéristique unique, pour autant que l'on remplace la vitesse a par une vitesse fictive moyenne a_m calculée par la relation

$$a_m = \frac{L}{\sum \frac{L_i}{a_i}}$$

Dans le cas de fermeture brusque, cette méthode est toutefois en défaut, le coup maximum étant sensiblement plus élevé que celui ainsi calculé. Les formules établies par M. de Sparre permettent de se rendre compte que dans ce cas la surpression maximum peut atteindre

$$1.75 \frac{av_0}{g}$$

et ne se produit pas lors de la première oscillation, mais dans les oscillations suivantes.

Remarque IV. — Toutes les formules que nous venons d'établir se rapportent à l'abscisse $x = 0$.

Pour trouver les pressions et les vitesses instantanées en un point quelconque de la conduite, il suffit d'appliquer le système des équations (745). Si, pour l'abscisse $x = 0$, on a

$$\tau = F(t) - F(t - \theta)$$

pour l'abscisse x , il vient :

$$\tau_x = F\left(t - \frac{x}{a}\right) - F\left(t - \theta + \frac{x}{a}\right)$$

Ainsi, dès que F est connu pour $x = 0$, il est possible de rechercher τ_x pour un point quelconque.

Pour le point situé près du réservoir d'amont, pour lequel $x = L$, la surpression relative peut devenir énorme, car la hauteur statique dans le cas d'une conduite inclinée peut être faible, *alors que le coup de bélier est le même qu'au distributeur, tout au moins si la fermeture est instantanée.* En effet, dans ce cas, pour $t - \frac{L}{a} = 0$ ou $t = \frac{L}{a}$, l'onde réfléchie n'a pu encore faire sentir ses effets, et la valeur particulière de τ_x devient égale à τ , c'est-à-dire égale à $\frac{a v_0}{g}$.

Il convient donc, pour calculer la conduite, de tenir compte de cette surpression, dans sa partie supérieure tout particulièrement.

Si la manœuvre d'ouverture ou de fermeture est brusque, c'est-à-dire si elle se fait dans un temps $T < \theta$, la transmission du coup maximum sera intégrale, jusqu'à la distance $x_1 = L - \frac{aT}{2}$; à partir de ce point et jusqu'au réservoir d'amont, on établit que la répartition sera linéaire, le coup étant nul au pied du réservoir.

Si la manœuvre dure un temps $T > \theta$, la répartition du coup maximum sera linéaire depuis la sortie jusqu'au réservoir où la surpression sera nulle.

§ 3. — Résonance dans la conduite. Influence des pertes de charge

Toute conduite constitue un système élastique possédant une période propre d'oscillation égale à 2θ puisque, comme nous l'avons vu, lors d'une fermeture instantanée, la charge oscille indéfiniment, la période étant égale à 2θ .

Si l'on donne donc à la conduite des impulsions rythmiques de même période, par une manœuvre alternative de l'obturateur, on pourra provoquer le phénomène de résonance.

Celui-ci a été étudié théoriquement par Alliévi et de Sparre, et expérimentalement par M. Camichel.

Il résulte de l'étude analytique ainsi que des expériences de M. Camichel, que la charge limite atteindra le double de la charge statique ($z_1^2 = 2$) quand les fermetures et ouvertures brusques se succéderont aux intervalles de temps θ , le distributeur étant fermé au début de la première période, ouvert au début de la 2^e période et ainsi de suite.

La charge limite inférieure est alors nulle, les variations se faisant entre la pression atmosphérique et le double de la charge statique.

Pratiquement, à cause des pertes de charge, le débit ne tombe pas tout à fait à zéro, mais il passe par un minimum au moment de résonance.

Tous les calculs précédents sont basés sur l'hypothèse que les pertes de charge sont nulles, ce qui est approximativement vrai lorsque les ouvertures s du distributeur sont très faibles par rapport à la section σ de la conduite.

Les formules ne sont donc pas applicables au cas d'une conduite coulant à gueule bée comme c'est le cas pour les béliers hydrauliques ou pour les turbines à basse chute, ou enfin pour une conduite dont la rupture se produirait à la base. M. Bergeron (1) a montré comment on pourrait modifier les séries enchaînées d'Allévi pour pouvoir tenir compte des pertes de charge. En faisant l'hypothèse que l'onde qui se propage le long de la conduite n'est pas une simple onde de pression, mais une onde d'énergie totale correspondant à l'énergie de pression augmentée de l'énergie cinétique, compte tenu des pertes de charge, il arrive à des relations analogues à celles d'Allévi, dans lesquelles y est remplacé par h , h étant égal à

$$h = y + \frac{v^2}{2g} + \mathcal{J}$$

\mathcal{J} désignant la charge correspondant aux frottements développés le long de la conduite. Les relations obtenues se ramènent à celles d'Allévi lorsqu'on néglige les pertes de charge et la valeur $\frac{v_0^2}{2g}$ vis-à-vis de y_0 .

B. — CAS DE LA CONDUITE DE REFOULEMENT D'UNE POMPE

Nous examinerons maintenant le cas d'une conduite cylindrique horizontale de refoulement d'une pompe, le diamètre et l'épaisseur de cette conduite étant supposés constants. Nous supposons que cette conduite est dépourvue de tout réservoir, et bien purgée d'air. Nous négligerons comme dans le cas précédent, les pertes de charge.

En utilisant les notations précédentes reproduites sur la figure 429, nous pourrions tirer de l'équation d'équilibre dynamique, compte tenu du signe à donner aux différentes forces ;

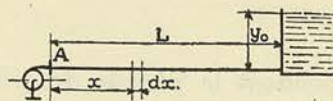


FIG. 429

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial y}{\partial x} ;$$

pour l'équation de continuité, nous trouverons, en faisant le raisonnement adopté au début de ce chapitre

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial y}{\partial t}$$

Nous serons ainsi conduit aux mêmes équations que précédemment au signe près :

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= y_1 - y_0 = -\frac{a}{g} (v_0 - v_1) \\ \tau_1 + \tau_2 &= y_1 + y_2 - 2y_0 = -\frac{a}{g} (v_1 - v_2) \\ \tau_2 + \tau_3 &= y_2 + y_3 - 2y_0 = -\frac{a}{g} (v_2 - v_3) \end{aligned} \right\} (751)$$

(1) Voir : Mémoires du Congrès International de Mécanique Générale, Liège, 1930, vol. III.

Ce système fournira les pressions instantanées y , au point A aux moments t_1 , $t_1 + \theta$, $t_1 + 2\theta$, t_1 étant choisi tel que

$$0 < t_1 < \theta$$

θ ayant la signification précédemment admise, $\theta = \frac{2L}{a}$.

§ 1. — Cas d'arrêt d'une pompe à grand moment d'inertie sans clapet

Nous supposons que le moment d'inertie du rotor est assez grand pour que la pompe puisse encore continuer à tourner un certain temps, et nous admettons que la conduite n'est pas munie d'un clapet ; dans ces conditions, nous pourrions procéder comme suit ⁽¹⁾.

On relèvera la courbe de ralentissement en fonction du temps depuis la vitesse normale et le débit de pleine charge jusqu'à la vitesse nulle ; connaissant les courbes de la hauteur en fonction du débit pour différents nombres de tours constants N , nous pourrions déduire les valeurs du débit ou ce qui revient au même, des vitesses v' à la sortie de la pompe en fonction du temps pour une valeur constante de la charge y_0 . A partir du moment où la vitesse de la pompe ne sera plus suffisante pour fournir une hauteur égale à la charge y_0 , le courant tendra à se renverser et la vitesse v' changera de signe ; il viendra donc un moment où la pompe fonctionnera comme turbine.

La vitesse variant dans la conduite suivant une certaine loi, il sera possible de déterminer la variation de pression y en suivant la même méthode que précédemment. Dans l'hypothèse d'une perte de charge nulle, on pourra écrire

$$v = v' \sqrt{\frac{y_0}{y}}$$

pendant la période des vitesses positives ;

$$v = v' \sqrt{\frac{y}{y_0}}$$

pendant la période des vitesses négatives.

En supposant que $\tau = y - y_0$ soit faible vis-à-vis de y_0 , l'équation pourra s'écrire, dans le 1^{er} cas

$$v = v' \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\tau}{y_0}}} = v' \left(1 - \frac{\tau}{2y_0} \right)$$

D'où, en appliquant la première relation (751) on déduira :

$$\tau_1 = -\frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v'_1}{1 + \frac{a v'_1}{2g y_0}}$$

On pourra, en procédant de proche en proche, obtenir successivement, par cette méthode τ_2 , τ_3 , etc. Si la vitesse v'_1 s'annule pendant la première période, τ_1 sera égal à

$$\tau = -\frac{a v_0}{g}$$

⁽¹⁾ Voir note de M. ESCANDE, à l'Académie des Sciences.

Pour trouver la vitesse v_2 et la pression p_2 à la fin de la 2^e période, nous utiliserons la deuxième relation du groupe (751), qui peut s'écrire :

$$y_0 - y_2 + (y_0 - y_1) = \frac{a}{g} (v_1 - v_2) ;$$

mise sous cette forme, on voit que $(y_0 - y_2)$, augmenté de $(y_0 - y_1)$ varie en fonction de $(v_1 - v_2)$ comme les ordonnées d'une droite et que l'inclinaison de cette droite sur l'axe des abscisses est la même que dans la construction précédente. Dans ces conditions, la construction graphique qui permettra de trouver le point 2, sera simple : il suffira de porter en ordonnée, à partir de 1, le double de $(y_0 - y_1)$, c'est-à-dire de prendre 1' symétrique de 1 par rapport à KM, et de mener par 1' une parallèle à MN, jusqu'à l'intersection avec la courbe A'' B'' qui est la courbe sur laquelle doit se trouver nécessairement le point cherché puisqu'à la fin de la seconde période, la vitesse est telle que c'est la courbe A'' B'' qui est valable. En raisonnant comme nous venons de le faire, le point caractérisant la fin de la 3^e période devra nécessairement se trouver sur la droite parallèle à MN passant par le point 2' symétrique de 2 par rapport à KM.

Pour trouver le point 3 sur la direction 2'P il faudra connaître la courbe caractéristique de la turbine donnant H' en fonction du débit ou, ce qui revient au même, en fonction de la vitesse v . Si OE est cette courbe, le point 3 donnera la pression et la vitesse à la fin de cette 3^e période.

En procédant de la même manière, c'est-à-dire en adoptant 3' symétrique de 3 par rapport à KM, et en menant par 3' une parallèle à MN, nous trouverons le point 4 à l'intersection avec la courbe correspondant au fonctionnement de la turbine à la vitesse atteinte à la fin de cette quatrième période.

Le point qui donnera le nouveau régime devra se trouver à l'intersection de l'horizontale KM avec la courbe de marche à vide de la turbine que nous avons supposée être la courbe OD' D'' D'''.

On comprend que l'allure de la courbe M1, 2, 3, 4, 5, 6, D qui donne la manière dont se modifie la pression en fonction du temps à la sortie de la pompe, varie essentiellement avec la durée de la période et suivant la valeur de $\frac{a}{g} v_0$ et de l'allure des courbes caractéristiques tant de la pompe proprement dite que de la pompe fonctionnant comme turbine.

§ 2. — Cas d'arrêt d'une pompe à faible moment d'inertie avec clapet

Nous examinerons comme cas limité l'arrêt instantané de la pompe, à partir du moment où l'on coupe le courant.

Le problème est assez mal déterminé en raison du fonctionnement du clapet qui peut être plus ou moins lourd et être plus ou moins étanche.

Soit M (fig. 431) le point de fonctionnement de la pompe en régime au moment de l'arrêt ; la droite MN traduit la loi de variation de y en fonction de v suivant la première relation du groupe (751). Comme la pompe s'est arrêtée instantanément, la droite MN doit être prolongée jusqu'au vide absolu, c'est-à-dire jusqu'en 1, y_a correspondant à 10 m. à l'échelle du dessin, ceci pour autant que l'on puisse admettre que le clapet retombé sur son siège, ne puisse se soulever sous l'action d'une force de 1 kg. par cm² de surface utile. A ce moment, la vitesse dans la conduite est v_1 ; cela signifie qu'il va se

former sous le clapet une cavité dont le volume sera $\sigma v_1 \theta$ à la fin de la période. Pour trouver la loi de variation dans la seconde période, il faut s'adresser à la seconde équation du groupe (751). On trouvera la vitesse à la fin de la seconde période, en utilisant la construction précédente : prendre 1' symétrique de 1 par rapport à KM, et mener par 1' la parallèle à MN jusqu'à l'intersection avec l'axe de pression nulle puisque la pression n'a pu que rester nulle, si le clapet ne s'est pas réouvert.

La cavité qui s'était formée au-dessus du clapet va se remplir sous l'influence du courant de vitesse v_2 et nous pourrions calculer le temps t_1 mis par la colonne fluide pour revenir en contact avec le clapet en écrivant

$$t_1 = \frac{\sigma v_1 \theta}{\sigma v_2}$$

Si t_1 est égal à θ , il se produira au moment du contact de la colonne fluide avec le clapet, une élévation brusque de la pression qui amènera celle-ci à être égale à l'ordonnée du point 3. Il faudra, en effet, appliquer la construction précédente en partant

du point 2, c'est-à-dire prendre 2' symétrique de 2 par rapport à KM puis mener par 2' une parallèle à MN en la prolongeant jusqu'à l'axe de nul débit.

Au temps 3θ , la pression devrait devenir égale et de sens inverse à l'ordonnée du point 3, mesurée à partir de K, mais, comme la pression ne peut pas tomber en dessous de 0, elle atteindra à nouveau 4. A partir de ce moment, la pression oscillera indéfiniment, abstraction faite de l'influence

des frottements, entre 4 et 5, le point 5 étant symétrique de 4 par rapport à KM.

Si le temps t_1 était inférieur à θ , la pression passerait d'abord à 2'' avant d'atteindre 3 au temps 2θ , pour retomber à 3'' symétrique de 2'' au temps $2\theta + t_1$, en suivant la loi indiquée par la ligne pointillée de la figure (432).

On voit que le phénomène est compliqué à analyser et que, suivant les circonstances, la valeur de v_0 et de a , la perturbation peut être atténuée ou aggravée dans de fortes proportions.

Il est facile de voir, par exemple, que si les choses se passaient de telle façon que le clapet laisserait passer l'eau dans le sens normal de l'écoulement et ne permettrait donc pas la formation de cavité derrière lui, on pourrait arriver à des surpressions insignifiantes comme c'est le cas du tracé de la figure 433.

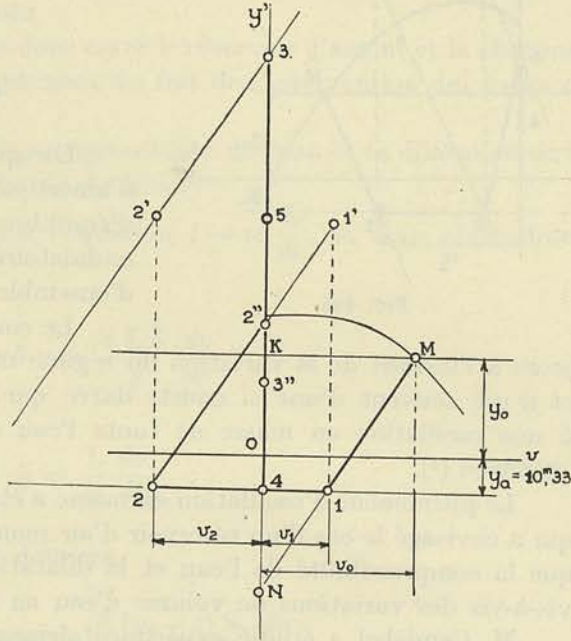


FIG. 431

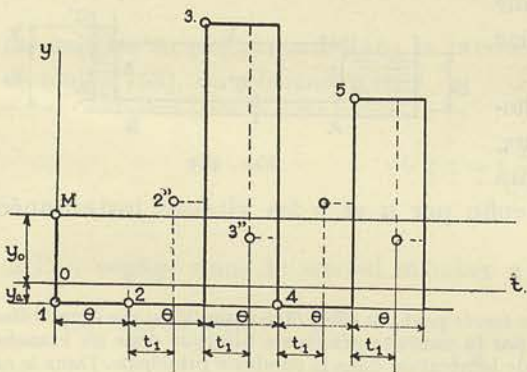


FIG. 432

Ce tracé suppose évidemment que le clapet ferme justement au moment 2θ quand la pression remonte au point 3. A partir de ce moment la pression va osciller indéfiniment, théoriquement bien entendu, entre les points 3 et 4 autour de y_0 .

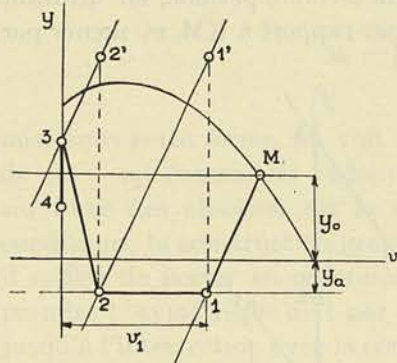


FIG. 433

DEUXIÈME PARTIE

OSCILLATIONS EN MASSE

Lorsque la conduite est munie d'un système d'amortissement élastique, comme une cheminée d'équilibre ou un réservoir d'air, le mouvement ondulatoire se transforme en un vrai mouvement d'ensemble entraînant toute la masse d'eau.

Le coup de bélier d'onde se produit donc toujours à l'instant de la variation du régime mais son amplitude est fortement réduite et il est souvent d'une si courte durée que pratiquement, on arrive tout de suite à une oscillation en masse de toute l'eau contenue dans la conduite et dans la cheminée ⁽¹⁾.

Le phénomène d'oscillation en masse a été étudié pour la première fois par Rateau qui a envisagé le cas d'un réservoir d'air monté à l'extrémité aval, et d'un volume tel que la compressibilité de l'eau et la dilatation de la conduite puissent être négligés vis-à-vis des variations de volume d'eau au réservoir.

M. Camichel a étudié expérimentalement le même phénomène et M. Eydoux a donné une étude théorique complète des cheminées d'équilibre, employées le plus souvent dans les installations de turbines hydrauliques.

Nous exposerons tout d'abord la question dans l'hypothèse de l'introduction dans la conduite d'une cheminée d'équilibre.

§ 1. — Cas de la cheminée d'équilibre

La figure 434 schématise l'installation d'une conduite d'alimentation de turbine hydraulique avec une cheminée à air libre placée à peu de distance de l'orifice d'écoulement.

Désignons par S la section de cette cheminée, par y_0 la hauteur d'eau en régime, par z la surélévation du niveau d'eau à un instant du régime varié dans la cheminée, enfin par u et v les vitesses instantanées dans la cheminée et dans la conduite.



FIG. 434

⁽¹⁾ Le cas d'une cheminée montée sur une conduite forcée peut, en effet, être assimilé au cas d'une bifurcation de conduites. Or dans ce cas, le coup arrivant par la conduite principale bifurque dans les branches en même temps qu'un coup réfléchi retourne du point de bifurcation dans la conduite principale. Dans le cas où la cheminée débouche au voisinage immédiat du distributeur, on peut montrer que la valeur des coups qui partent dans la conduite et dans la cheminée est donnée par

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{av_0}{g} \frac{1}{1 + S/\sigma}$$

S étant la section de la cheminée, σ la section de la conduite, a étant une valeur moyenne.

On voit ainsi que pour $S = \sigma$ le coup d'onde sera réduit à la moitié de la valeur qu'il aurait eue pour une conduite dépourvue de cheminée. Le coup d'onde sera d'autant plus faible que le rapport S/σ sera plus grand et à la limite pour $S = \infty$, le coup sera nul.

Envisageons tout d'abord le cas d'une *fermeture totale instantanée*.

L'eau animée d'une vitesse v_0 va continuer à couler par inertie et déterminera une vitesse ascendante de l'eau dans la cheminée, jusqu'au moment où la force vive sera épuisée complètement. A partir de ce moment, la pesanteur fera descendre l'eau de la cheminée qui communiquera à la masse d'eau de la conduite, une vitesse négative, vers le réservoir d'amont et ainsi de suite.

Une oscillation en masse se produira donc entre le réservoir d'amont et la cheminée qui, dans la réalité, ira s'atténuant rapidement du fait de l'intervention des forces de frottement.

Dans ce qui suit, nous négligerons la compressibilité de l'eau et la dilatation de la conduite, en raisonnant sur la masse totale du fluide.

Entre A et B, nous pouvons appliquer l'équation $f = m \frac{dv}{dt}$, et nous obtiendrons en désignant par δy la pression en B :

$$\sigma \delta y_0 - \sigma \delta y = \frac{\sigma L \delta}{g} \frac{dv}{dt}$$

ou

$$y_0 - y = \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad (752)$$

Entre B' et C' la même relation donnera

$$\delta S y - \delta S (y_0 + z) = \frac{\delta (y_0 + z) S}{g} \frac{du}{dt}$$

ou

$$y = (y_0 + z) + (y_0 + z) \frac{1}{g} \frac{du}{dt} \quad (753)$$

Comme on peut écrire

$$\frac{dv}{dt} = \frac{S}{\sigma} \frac{du}{dt}$$

on voit qu'en remplaçant dans la première relation (752) y par sa valeur tirée de la seconde (753), on obtiendra

$$-gz = \left(\frac{LS}{\sigma} + y_0 \right) \frac{du}{dt}, \quad (754)$$

si l'on néglige dans le second membre z vis-à-vis de $\left(\frac{LS}{\sigma} + y_0 \right)$.

En représentant

$$\frac{LS}{\sigma} + y_0 \text{ par } m$$

et en remarquant que $u = \frac{dz}{dt}$, l'équation différentielle deviendra :

$$\frac{m d^2 z}{dt^2} + gz = 0 \quad (755)$$

dont la solution générale peut s'écrire :

$$z = A \cos \sqrt{\frac{g}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t$$

de laquelle on peut tirer

$$u = \frac{dz}{dt} = -A \sqrt{\frac{g}{m}} \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t + B \sqrt{\frac{g}{m}} \cos \sqrt{\frac{g}{m}} t \quad (756)$$

Les conditions aux limites étant pour $t = 0$, $z = 0$ et $u = u_0$, on peut aisément déduire la valeur des constantes

$$A = 0 \quad B = u_0 \sqrt{\frac{m}{g}}$$

D'où

$$z = v_0 \frac{\sigma}{S} \sqrt{\frac{m}{g}} \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t \quad (757)$$

On voit qu'en l'absence de toute perte de charge le mouvement serait périodique à amplitude constante, les oscillations se faisant autour du niveau correspondant au régime.

L'amplitude de z sera $v_0 \frac{\sigma}{S} \sqrt{\frac{m}{g}}$, ce qui revient à dire que z_{\max} a pour valeur

$$z_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{1}{g} \left[L \frac{\sigma}{S} + y_0 \left(\frac{\sigma}{S} \right)^2 \right]} \quad (758)$$

On aura donc intérêt, pour réduire z_{\max} , à diminuer autant que possible $\frac{\sigma}{S}$, c'est-à-dire à donner à la cheminée le plus grand diamètre possible.

Pour déterminer la pression maximum, nous aurons à évaluer la valeur de y au pied de la cheminée, donnée par la relation (752), ce qui conduira immédiatement à la suppression

$$\tau = y - y_0 = -\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = -\frac{L}{g} \frac{S}{\sigma} \frac{du}{dt}$$

En dérivant l'équation (756) et en remplaçant $\frac{du}{dt}$ par la valeur ainsi trouvée, il viendra

$$\tau = \frac{L}{g} v_0 \sqrt{\frac{g}{m}} \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t = \frac{z}{1 + (y_0 + z) \frac{\sigma}{S} L}$$

τ est donc toujours plus petit que z mais la différence est faible, le terme $(y_0 + z) \frac{\sigma}{S} L$ étant généralement faible vis-à-vis de l'unité.

Le coup maximum maximum est donc donné par z_{\max} , et l'on peut facilement se rendre compte, par des applications numériques, qu'il est beaucoup plus faible que celui qui résulterait de la fermeture brusque dans une tuyauterie de longueur L de section σ , sans cheminée d'équilibre.

En effet, le coup maximum dans une conduite a pour valeur

$$\frac{a v_0}{g} = 100 v_0 ,$$

si a est pris égal à 1000, alors qu'en vertu de la relation (758), même si on y fait $\sigma = S$, on a pour $L + y_0 = 4000$ m.

$$\tau \approx z_{\max} = 20 v_0 .$$

Pour ce qui concerne la répartition du coup de bélier le long de la conduite, on peut voir que, pour un point distant de x de l'extrémité aval, la pression instantanée est égale à la pression y_0 diminuée de la hauteur correspondant à l'inertie de la masse d'eau comprise entre le réservoir d'amont et la section envisagée, soit

$$y = y_0 - \frac{1}{g} (L - x) \frac{dv}{dt} .$$

On voit ainsi que la répartition du coup de bélier d'onde est *linéaire* le long de la conduite, ce qui est la caractéristique des mouvements d'oscillation en masse, et ce qui fait l'avantage de la substitution du coup de bélier de masse au coup de bélier d'onde qui, lui, donne, en cas de fermeture instantanée, une surpression constante sur toute la longueur de la conduite.

Si la cheminée est munie d'un déversoir à son sommet, le coup de bélier peut encore être réduit davantage, la surpression ne pouvant jamais dépasser celle qui correspond à la crête du déversoir.

Dans le cas d'une fermeture lente, l'équation fondamentale reste valable, mais il faut substituer à la relation $\sigma v = Su$, la relation $\sigma v = Su + q$, q étant le débit instantané traversant la turbine. On trouve ainsi que la valeur de z au moment de la fermeture totale, est inférieure à celle donnée par la relation (757). M. de Sparre a étudié le cas en tenant compte des pertes de charge dans la cheminée et a montré que la cheminée sera d'autant plus efficace que la perte de charge y sera plus petite.

§ 2. — Cas du réservoir d'air

Nous étudierons ici le cas particulier d'une installation de pompe centrifuge munie d'un réservoir d'air placé immédiatement à la sortie de la pompe.

Nous envisagerons le cas de l'arrêt instantané de la pompe et de la fermeture instantanée du clapet ; et nous suivrons pour la mise en équation la même méthode que celle que nous venons d'employer dans l'étude des conduites de turbines hydrauliques avec cheminée d'équilibre.

Soient (fig. 435) :

y la pression instantanée en AA', V le volume d'air au même instant dans la cloche,

v la vitesse correspondant dans la conduite.

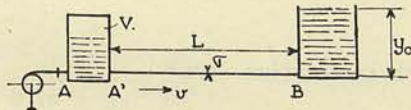


FIG. 435

En appliquant l'équation fondamentale de la dynamique, nous pourrions écrire, pour la colonne A'B

$$\frac{\sigma \delta}{g} (y - y_0) = \frac{\sigma L \delta}{g} \frac{dv}{dt} ;$$

d'où nous tirerons

$$y - y_0 = \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad (759)$$

Entre la variation de volume V du réservoir et la vitesse v dans la conduite, lorsque la pompe cesse de débiter, on a la relation

$$dV = \sigma v dt \quad (760)$$

et comme on peut admettre que la variation de pression dans le réservoir suit la loi isothermique, entre V et la pression, on aura

$$(y + y_a) V = C \quad (761)$$

y_a étant la pression atmosphérique exprimée en mètres d'eau.

En différentiant (761), on obtient

$$V dy + (y + y_a) dV = 0 ;$$

d'où, en tenant compte de la relation (760) ci-dessus,

$$v = - \frac{V}{\sigma (y + y_a)} \frac{dy}{dt} \quad (762)$$

Deux cas sont à considérer.

Premier cas. — Le coup de bélier $\tau = y - y_0$ peut être négligé vis-à-vis de y_0 .

Dans ce cas, on peut remplacer y par y_0 dans l'équation (762) et tirer de celle-ci, puis

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{V}{\sigma (y_0 + y_a)} \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{y - y_0}{L} g ,$$

en vertu de l'équation (759).

En représentant par τ la différence $y - y_0$, nous pourrions déduire de là, l'équation différentielle

$$\frac{d^2 \tau}{dt^2} + \tau \frac{g}{L} \frac{\sigma (y_0 + y_a)}{V} = 0.$$

En posant $\frac{LV}{\sigma (y_0 + y_a)} = m$, cette équation pourra s'écrire

$$\frac{d^2 \tau}{dt^2} + \frac{g}{m} \tau = 0$$

et sa solution sera

$$\tau = A \cos \sqrt{\frac{g}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t \quad (763)$$

La vitesse v pourra se déduire de l'équation (759)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\tau}{L} g ,$$

dont on tirera, en effet, par intégration

$$v = A \frac{1}{L} \sqrt{mg} \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t - B \frac{1}{L} \sqrt{mg} \cos \sqrt{\frac{g}{m}} t$$

Les conditions initiales permettront de déterminer les constantes A et B; pour $t = 0$, on a, en effet,

$$\tau = 0 \quad \text{et} \quad v = v_0.$$

D'où

$$A = 0 \quad B = - \frac{Lv_0}{\sqrt{mg}}$$

et

$$\tau = - \frac{Lv_0}{\sqrt{mg}} \sin \sqrt{\frac{g}{m}} t \quad (764)$$

Le coup de bélier suit donc une loi sinusoïdale, le coup direct étant une dépression. La période de ce mouvement est donnée par

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{m}}$$

soit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{LV}{g\sigma(y_0 + y_a)}}$$

L'amplitude est donnée par

$$\tau_{\max} = - \frac{Lv_0}{\sqrt{mg}} = - v_0 \sqrt{\frac{L\sigma(y_0 + y_a)}{Vg}} \quad (765)$$

L'équation (759) montre que la répartition du coup de bélier le long de la conduite est linéaire.

Deuxième cas. — Le coup de bélier τ ne peut pas être négligé vis-à-vis de y_0 .

Dans ce cas nous remplacerons dans la relation (762) V par $\frac{C}{y + y_a}$ tiré de (761) et nous obtiendrons

$$v = - \frac{C}{\sigma(y + y_a)^2} \frac{dy}{dt}$$

et

$$y - y_0 = \frac{L}{g} \left[\frac{2C}{\sigma(y + y_a)^3} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 - \frac{C}{\sigma(y + y_a)^2} \frac{d^2y}{dt^2} \right] \quad (766)$$

Posons

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = u, \quad (767)$$

il viendra

$$\frac{2dy}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{du}{dt} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \quad \text{ou} \quad \frac{du}{dy} = 2 \frac{d^2y}{dt^2} \quad (768)$$

L'équation (766) devient alors

$$\frac{du}{dy} - \frac{4}{y + y_a} u = -\frac{2g\sigma}{LC} (y - y_0)(y + y_a)^2$$

En posant

$$-\frac{4}{y + y_a} = P \quad \text{et} \quad -\frac{2g\sigma}{LC} (y - y_0)(y + y_a)^2 = Q$$

on aura

$$\frac{du}{dy} + Pu = Q$$

d'où

$$u = e^{-\int P dy} \left(C_1 + \int e^{\int P dy} Q dy \right) \quad (769)$$

Or

$$\int P dy = -\int \frac{4}{y + y_a} dy = -4 \ln(y + y_a) = \ln(y + y_a)^{-4}$$

et partant

$$e^{-\int P dy} = e^{\ln(y + y_a)^4} = (y + y_a)^4$$

D'autre part

$$\begin{aligned} \int e^{\int P dy} Q dy &= -\int (y + y_a)^{-4} \cdot \frac{2g\sigma}{LC} (y - y_0)(y + y_a)^2 dy = -\frac{2g\sigma}{LC} \int \frac{y - y_0}{(y + y_a)^2} dy = \\ &= -\frac{2g\sigma}{LC} \left[-\frac{y - y_0}{y + y_a} + \ln(y + y_a) \right] \end{aligned}$$

d'où

$$u = (y + y_a)^4 \left\{ C_1 - \frac{2g\sigma}{LC} \left[\ln(y + y_a) - \frac{y - y_0}{y + y_a} \right] \right\} \quad (770)$$

Les conditions aux limites sont :

pour $t = 0$, $y = y_0$ et $v = v_0$,

partant $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{v_0 \sigma (y_0 + y_a)^2}{C}$

et $u_0 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0}^2 = \frac{v_0^2 \sigma^2 (y_0 + y_a)^4}{C^2}$;

d'où $C_1 = \frac{v_0^2 \sigma^2}{C^2} + \frac{2g\sigma}{LC} \ln(y_0 + y_a)$ (771)

et $u = (y + y_a)^4 \left[\frac{v_0^2 \sigma^2}{C^2} + \frac{2g\sigma}{LC} \ln \frac{y_0 + y_a}{y + y_a} + \frac{2g\sigma}{LC} \frac{y - y_0}{y + y_a} \right]$ (772)

La détermination de $y = f(t)$ n'est possible que par intégration graphique, mais la détermination des valeurs maximum et minimum de y n'est pas difficile.

En effet, le maximum et minimum de y sera donné par $u = 0$ soit par

$$\frac{v_0^2 \sigma^2}{C^2} + \frac{2g\sigma}{LC} l_n \frac{y_0 + y_a}{y + y_a} + \frac{2g\sigma}{LC} \frac{y - y_0}{y + y_a} = 0$$

d'où en posant

$$\frac{v_0^2}{2g} \times \frac{L\sigma}{C} = n$$

$$l_n \frac{y_0 + y_a}{y + y_a} + \frac{y - y_0}{y + y_a} + n = 0 \quad (773)$$

Cette équation peut être résolue très facilement par la méthode graphique en traçant les courbes correspondant au terme $l_n \frac{y_0 + y_a}{y + y_a}$ et au terme $\left(\frac{y - y_0}{y + y_a} + n\right)$ en fonction de y . Les courbes se coupent deux fois, l'un des points d'intersection correspondant au minimum et l'autre au maximum de y .

Si l'on pose $V = \infty$, on a également $C = \infty$ et $n = 0$ et l'on constate que l'équation (773) a une solution unique $y = y_0$, ce qui veut dire que la surpression serait nulle si le réservoir avait des dimensions très grandes.

Pour des valeurs finies de V , on trouve que y est une fonction périodique de t , les portions positives de cette courbe étant plus pointues que les portions négatives.

Remarque. — Les calculs que nous venons de développer supposent implicitement que le réservoir d'air a des dimensions assez grandes pour que la période d'oscillation en masse soit nettement supérieure à la période du coup de bélier d'onde.

Dans ce cas, en effet, on peut considérer séparément le coup de bélier d'onde et le mouvement en masse.

Si, par contre, le volume du réservoir est assez faible et que la période des oscillations en masse se rapproche de celle du coup de bélier d'onde, il y a lieu d'appliquer simultanément les équations des coups de bélier d'onde et celles des oscillations en masse pour étudier la composition de ces deux phénomènes.

On pourra utiliser également la méthode graphique exposée dans la première partie de ce chapitre. On arrive ainsi à la conclusion que lorsque le volume V est assez petit, la surpression peut dépasser celle que l'on trouverait en absence de tout réservoir d'air.

CHAPITRE IX

COURBES CARACTÉRISTIQUES DES TURBINES HYDRAULIQUES EN FONCTION D'UN COEFFICIENT DE DÉBIT

Cette question revêt, comme nous l'avons vu dans les chapitres consacrés aux coups de bélier et au pompage, une certaine importance.

Dans ces deux études, nous avons dû, en effet, faire appel au tracé des courbes de H' en fonction du débit pour différentes vitesses périphériques de régime, ce, 1^o dans l'hypothèse d'une roue fonctionnant comme pompe ; 2^o dans celle où la roue, tournant en sens inverse, devient motrice.

Nous avons même été amené à tracer les courbes de H' en fonction du débit pour une vitesse périphérique u_1 constante, en envisageant successivement des débits positifs puis des débits négatifs.

Les courbes caractéristiques établies pour les pompes en fonction du coefficient de débit $x = \frac{w_1}{u_1}$, conduisent directement au tracé des courbes de H' en fonction de Q pour une vitesse périphérique u_1 constante.

Nous pourrions penser à première vue qu'il suffit, pour trouver les courbes de H' pour des débits négatifs, c'est-à-dire pour des débits allant de la périphérie vers l'ouïe, qu'il suffit de remplacer dans les formules w_1 par $-w_1$; il n'en est rien parce que l'hypothèse implicite qui est à la base de l'établissement des équations donnant M et P pour les pompes centrifuges, est que l'angle β_1 de sortie reste constant, et que l'angle α_1 du diffuseur est constamment approprié à la direction de la vitesse absolue de sortie c_2 . Or, lorsque le courant se renverse, la vitesse périphérique restant orientée dans le même sens, le tracé du triangle des vitesses à la périphérie montre que, quel que soit l'angle α_1 choisi, la réalisation de cette condition est impossible.

Force est donc, pour se rapprocher des conditions de fonctionnement réel, d'envisager la recherche des courbes caractéristiques dans l'hypothèse où le diffuseur d'angle α_1 constant joue le rôle de distributeur.

Nous sommes ainsi conduits à reprendre les formules des turbines hydrauliques établies dans cette hypothèse d'un angle α_1 constant, en cherchant à substituer à la variable indépendante $x = \frac{u_1}{c_1}$ la variable $x = \frac{w_1}{u_1}$ utilisée dans la théorie des pompes.

Cette manière de procéder ne conduirait pas toutefois au résultat désiré car ici les valeurs de x ne seraient pas proportionnelles aux valeurs du débit, attendu qu'avec l'hypothèse initiale admise, l'angle β_1 varie avec x et qu'ainsi il n'y a pas proportionnalité entre x et le débit pour une vitesse périphérique constante. C'est en réalité c_1 qui est ici proportionnel au débit, et ainsi on est conduit à rechercher les courbes caractéristiques en fonction de

$$\frac{c_1}{u_1} = \left(\frac{1}{x_v} \right)$$

x_v désignant ici le coefficient de vitesse utilisé dans la théorie des turbines hydrauliques.

Nous aurons à considérer deux cas : 1° celui où le sens de la vitesse de rotation est l'inverse du sens correspondant au fonctionnement de la roue comme pompe centrifuge ; 2° celui où la vitesse de rotation reste la même que dans le fonctionnement comme pompe.

Premier cas. — Dans le premier cas, α_1 désigne, comme dans le cas des turbines, l'angle des directions positives des vitesses absolues c_1 et d'entraînement u_1 .

Les fonctions M et P trouvées pour les turbines subsistent donc intégralement ; nous les désignerons par M_v et P_v parce qu'elles sont établies en fonction du coefficient de vitesse $x_v = \frac{u_1}{c_1}$.

Pour trouver les valeurs des coefficients

$$M_d = \frac{2gH'}{u_1^2} \quad \text{et} \quad P_d = \frac{gT_i}{u_1^2}$$

en fonction de

$$x_d = \frac{c_1}{u_1} = \frac{1}{x_v} \tag{774}$$

il suffira d'écrire

$$M_d = \frac{2gH'}{c_1^2} \times \left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 = (A + Bx_v + Cx_v^2) \times \left(\frac{1}{x_v}\right)^2 \tag{775}$$

ou encore

$$M_d = Ax_d^2 + Bx_d + C ; \tag{776}$$

de même

$$P_d = x_v (a - bx_v) \left(\frac{1}{x_v}\right)^2 = x_d \left(a - b \frac{1}{x_d}\right) \tag{777}$$

Le tracé de la courbe de M_d se présente comme l'indique la courbe 2 de la figure 436, en portant sur l'axe des x positifs les valeurs de

$$x_d = \frac{c_1}{u_1}$$

proportionnelles au débit quand u_1 est constant et que l'on fait abstraction du signe.

La courbe 1 fournit la valeur du coefficient manométrique M dans le fonctionnement de la roue comme pompe centrifuge.

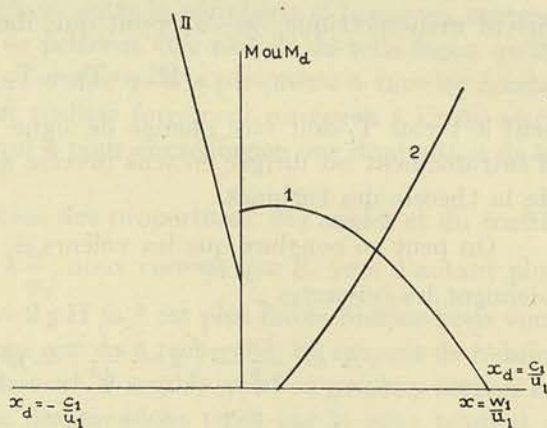


FIG. 436

Si nous cherchons à présent à déduire de là les courbes de H' en fonction du débit, pour différentes valeurs constantes de u_1 , nous voyons aisément que nous aboutirons :

- 1° au faisceau des courbes 1' 1''.. pour la pompe centrifuge, (fig. 437) ;
- 2° au faisceau des courbes 2', 2''... pour le fonctionnement de la roue en turbine, la courbe passant par l'origine O, correspondant à une vitesse périphérique nulle, puisque

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} \left[A \left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 + B \left(\frac{c_1}{u_1}\right) + C \right] = \frac{1}{2g} (Ac_1^2 + Bc_1u_1 + Cu_1^2)$$

conduit à $H' = \frac{1}{2g} A c_1^2$ pour $u_1 = 0$.

Remarquons encore que, pour une certaine valeur de x_d , la relation (777) donnera $P_d = 0$, ce qui veut dire que, pour cette valeur de x_d , le couple utile de la turbine est

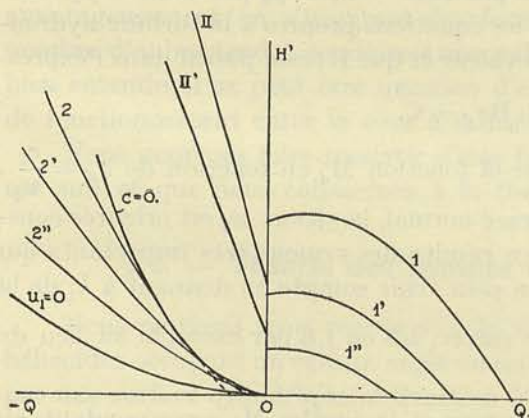


FIG. 437

nul. Pour toutes les valeurs de x_d inférieures à cette dernière, le couple C est donc négatif et il faut donc fournir du travail à la turbine pour la faire tourner. Dans le diagramme de la figure 437, on doit donc trouver pour chaque vitesse périphérique un débit limite en dessous duquel le couple sera négatif.

Tous les points correspondant à $C = 0$ pour les différentes vitesses périphériques envisagées se groupent évidemment sur une parabole ayant son sommet à l'origine O .

Telles sont les courbes que nous avons utilisées dans l'étude des coups de bélier (voir fig. 430).

Deuxième cas. — Dans le cas où l'on envisage le fonctionnement de la roue tournant dans le sens primitif et la vitesse c_1 orientée en sens inverse, qui correspond au tracé de la figure 424, on s'aperçoit immédiatement que l'on doit introduire dans les équations, au lieu de α_1 , l'angle $180^\circ - \alpha_1$ puisque c'est cette dernière valeur qui représente à présent l'angle formé par les directions positives des deux vitesses c_1 et u_1 . On peut faire la même remarque pour ce qui concerne l'angle β_2 .

Si on remonte à l'établissement des équations qui conduisent à la valeur du coefficient manométrique, on s'aperçoit que, dans l'expression

$$H' = T_i + T_1 + T_f + T_2,$$

seul le terme T_i doit être changé de signe pour tenir compte de ce que la vitesse u_1 d'entraînement est dirigée en sens inverse du sens normal adopté pour l'établissement de la théorie des turbines.

On peut en conclure que les valeurs de A, B, C de l'expression $M_v = \frac{2gH'}{c_1^2}$, deviennent les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{\varphi_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - n^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \\ B &= 2 \left[\frac{1}{\psi^2} \cos \alpha_1 - \frac{1}{\psi_1^2} mn \cos \beta_2 \right] \\ C &= \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\psi_1^2} + 1\right) m^2 \end{aligned} \right\} (778)$$

compte tenu de ce que α_1 doit être remplacé par $180^\circ - \alpha_1$ et β_2 par $180^\circ - \beta_2$.

Ainsi le facteur C qui était négatif dans les équations propres à la turbine hydraulique devient ici positif tandis que A garde sa valeur et que B reste positif dans l'expression

$$M_d = Ax_d^2 + Bx_d + C.$$

La courbe II donne (figure 436) l'allure de la fonction M_d en fonction de $x_d = \frac{c_1}{u_1}$. Il faut remarquer ici que si la roue garde le tracé normal, la vitesse w_1 est orientée constamment en plein sur le dos de l'aube : il en résulte des remous très importants qui correspondent à une perte très élevée dont on peut tenir compte en donnant à k_1 de la formule (119) et partant à $\frac{1}{\psi^2}$ une valeur très élevée, 1,5 ou 1,8 par exemple au lieu de 1,15.

On voit qu'entre la courbe M_d pour la pompe et la courbe M_d correspondant au fonctionnement à courant inversé, il y a une discontinuité qui peut être considérable. Ce point n'a pas toujours été clairement mis en évidence.

Lorsqu'on voudra passer aux courbes de H' en fonction de Q , on procédera comme précédemment et on obtiendra, (figure 437) les courbes II II'.

CHAPITRE X

ÉTUDE DES POMPES HÉLICOÏDES

§ 1. — Introduction

Il est possible d'utiliser ici la méthode adoptée pour l'étude des turbines hélicoïdes, c'est-à-dire de faire l'hypothèse que la roue utilisée possède un nombre d'aubes très grand.

Dans ce cas, comme le montre le calcul, le degré de réaction est élevé, c'est-à-dire que les $7/10$ environ de la pression, au débit normal, sont fournis par la roue seule.

Il doit donc régner de part et d'autre de la roue une différence de pressions égale aux $7/10$ de la hauteur totale d'élévation, ce qui entraîne, on le conçoit, des fuites au pourtour de la roue, et une circulation intérieure entre la périphérie et le moyeu, surtout en dehors du débit normal, car les tracés ne peuvent être réalisés de telle façon qu'ils assurent un degré de réaction aussi grand au centre qu'à la périphérie à tous les débits.

Pour atténuer cet inconvénient, il faut réaliser forcément un rayon à l'ouïe assez grand, 0,45 à 0,50 du rayon extérieur, ce qui a pour conséquence une diminution de la valeur de R limite.

Si l'on établit la valeur de R en fonction des proportions, des angles et du coefficient de débit x que nous choisissons ici égal à $\frac{c_0}{u_1}$, nous verrons que R sera d'autant plus grand que le coefficient manométrique $M = 2gH'/u_1^2$ est plus faible. Si donc nous voulons réaliser une valeur de R très élevée, nous aurons à rechercher les moyens de réduire M , sans trop toucher bien entendu, au rendement. Il semble que l'on puisse y arriver en réduisant le nombre d'aubes, la différence des pressions créée par la roue tendant à être plus faible à mesure que le nombre d'aubes diminue.

Certains auteurs ont même cru pouvoir étendre la théorie des hélices aériennes à celle des pompes, et proposer en conséquence des nombres d'aubes très faibles et des tracés d'aubes qui s'inspirent des formes aérodynamiques des ailes d'avions. Notre expérience nous permet de dire que si les sections des aubes peuvent être réalisées très avantageusement en s'inspirant des formes aérodynamiques, et si la diminution du nombre d'aubes tend à conduire à une valeur de R plus élevée dans une certaine limite bien entendu, il ne peut être question d'en chercher l'explication dans une assimilation de fonctionnement entre la roue à faible nombre d'aubes et l'hélice aérienne.

Nous pourrions faire ressortir d'une façon claire cette conclusion, dans le chapitre qui suit et que nous consacrons à la théorie des hélices.

§ 2. — Théorie des pompes hélicoïdes à grand nombre d'aubes

Nous pouvons nous représenter la roue en élévation comme constituée de pales hélicoïdes occupant un certain angle au centre θ . A la distance r du centre la section faite par une surface cylindrique, abstraction faite de l'épaisseur, se présente comme cela est indiqué en projection horizontale, si l'on confond la portion de l'hélice avec la tangente.

En développant la surface cylindrique, les aubes successives se présenteraient suivant $A'B'$, $A''B''$ (fig. 438).

Désignons par β_1 l'angle de sortie, par u la vitesse tangentielle ; c_0 étant la vitesse d'écoulement axial du flux arrivant sur la roue, on pourra tracer le triangle des vitesses

à l'entrée, et trouver w_0 qui fait avec la vitesse u un angle β_0 . Les filets abordent donc les aubes sous l'angle β_0 et celles-ci dévient ces filets pour les orienter à la sortie sous l'angle β_1 .

On voit que pour réaliser pour le débit correspondant à c_0 , un écoulement sans chocs à l'entrée, il conviendrait de tracer les aubes AB de façon qu'elles soient courbes et que l'élément d'entrée en a soit tangent à la direction w_0 .

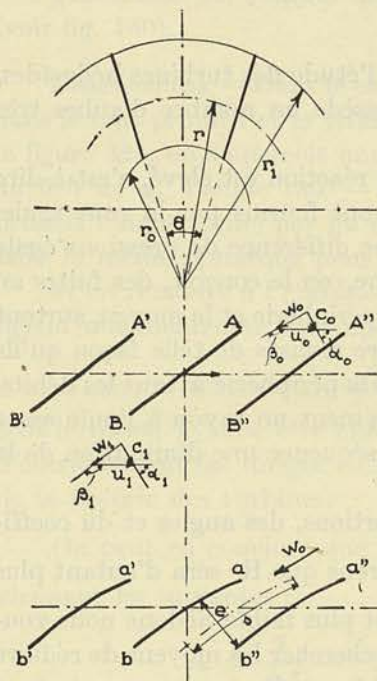


FIG. 438

Et c'est en réalité ce que l'on s'efforce de faire en adoptant des profils aérodynamiques courbes pour le tracé des aubes. Il importe toutefois, étant donné que l'épaisseur est loin d'être faible, surtout vers le moyeu, de ne pas augmenter le nombre d'aubes au delà d'une certaine limite, sous peine d'encombrer l'entrée outre mesure, et de faire en sorte qu'au delà du débit normal, des remous importants se produisent à l'entrée.

Si pour nous rapprocher des conditions théoriques, nous imaginons des aubes infiniment minces courbes, orientées suivant β_0 à l'entrée, telles ab , $a'b'$, $a''b''$, nous voyons que les canaux formés par les aubes successives sont des canaux divergents vers la sortie, dans lesquels le flux doit aller ralentissant de w_0 à w_1 pour satisfaire à la loi de continuité qui implique l'égalité

$$w_0 \sin \beta_0 = w_1 \sin \beta_1$$

On se rend compte par ce tracé, du rôle du nombre d'aubes et de l'angle θ au centre de ces aubes, au point de vue de la réalisation de la con-

tinuité par le ralentissement progressif de la vitesse w_0 d'entrée.

Si le nombre d'aubes et l'angle au centre θ , étaient tels que les canaux formés par les aubes successives présentaient un rapport s/e de la longueur axiale développée s , à l'ouverture moyenne e , trop faible, le ralentissement ne se produirait pas, et l'on tendrait à réaliser l'hypothèse que l'on fait dans le fonctionnement des hélices

$$w_1 = w_0.$$

La théorie que nous avons exposée à l'occasion des turbines hélicoïdes s'applique entièrement ici à la condition de supposer

$$w_0 \sin \beta_0 = w_1 \sin \beta_1.$$

Dans cette hypothèse, et en adoptant les mêmes notations, c'est-à-dire en désignant par

$$m = \frac{p}{2\pi r_1} = -\operatorname{tg} \beta_1, \quad n = \frac{r_0}{r_1}, \quad x = \frac{c_0}{\omega r_1}$$

nous pourrons écrire :

$$M = A + Bx + Cx^2, \quad M' = A' + B'x + C'x^2$$

$$P = a + bx$$

$$r = M'/M \quad \eta_i = \frac{2P}{M}$$

les constantes ayant les valeurs suivantes :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1+n^2}{2} \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \\ B &= - \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \frac{1+n^2}{m} \frac{\sin \alpha_0}{k''} - \frac{4}{3} \cos \alpha_0 \frac{1-n^3}{1-n^2} \\ C &= \left(\frac{1+n^2}{2m^2} + 1 \right) \frac{\sin^2 \alpha_0}{k''^2} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) - \frac{1}{\varphi_1^2} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (779)$$

$$\left. \begin{aligned} A' &= \frac{1+n^2}{2} \\ B' &= - \frac{4}{3} \cos \alpha_0 \frac{1-n^3}{1-n^2} \\ C' &= - \left(\frac{1+n^2}{2m^2} + 1 \right) \frac{\sin^2 \alpha_0}{k''^2} \frac{1}{\varphi^2} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (780)$$

$$a = \frac{1+n^2}{2} ; \quad b = - \frac{1+n^2}{2m} \frac{\sin \alpha_0}{k''} - \frac{2}{3} \frac{1-n^3}{1-n^2} \cos \alpha_0 \quad (781)$$

R étant défini comme précédemment pour les pompes, on obtiendra pour valeur explicite :

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{3/2} H^{3/2}} = \frac{60^2}{4 \pi} \sin \alpha_0 \frac{x}{M^{3/2}} (1-n^2) \quad (782)$$

En adoptant :

$$n = 0,4 \quad \alpha_0 = 60^\circ \quad m = \text{tg } 25^\circ \quad k'' = 0,80$$

$$\frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\varphi^2} = 1,11 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,30$$

on trouve les courbes de la figure 439.

Nous avons indiqué en pointillé l'allure de la courbe réelle de M; cette courbe se confond très sensiblement avec la courbe théorique de M dans la région du débit normal pour lequel la roue a été tracée.

Le rendement indiqué calculé semble un peu plus élevé que le rendement observé, en raison vraisemblablement des pertes plus élevées dans le diffuseur que ne l'implique en moyenne, l'hypothèse $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,30$.

La courbe de M étant tracée avec un coefficient $\frac{1}{\psi_1^2} = 1,30$ quel que soit x , il fallait s'attendre à un écart de plus en plus grand entre la valeur théorique de M et la valeur réelle de M, à mesure que l'on s'écartait davantage de la valeur de x normale pour laquelle le diffuseur a été tracé.

En fait, la valeur observée pour $x = 0$ correspond à $\frac{1}{\psi_1^2} = 2$, c'est-à-dire à une perte totale de l'énergie à la sortie.

Au point de vue du rendement indiqué non seulement la valeur maximum est plus faible que ne l'indique le calcul, mais encore la courbe tombe beaucoup plus vite. En

fait la courbe de puissance absorbée qui devrait être une courbe montante à partir de $x = 0$, est une courbe descendante dont le maximum se trouve aux environs de $x = 0$; il faut interpréter cette anomalie de la manière suivante : en dehors du débit normal, le degré de réaction ne peut être le même sur toute la hauteur de l'aube d'autant plus que les tracés sont de moins en moins appropriés à mesure que x décroît ; il en résulte nécessairement des différences de pression telles qu'il peut s'établir une circulation dans la roue allant du refoulement vers l'aspiration dans la région du centre, la roue débitant en quelques sorte en « court-circuit ».

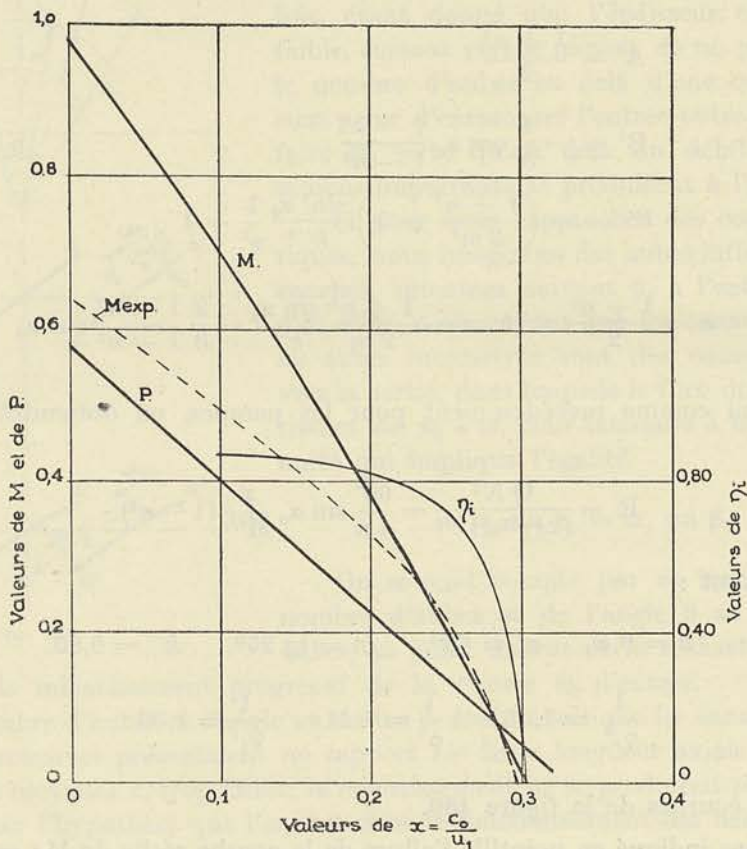


FIG. 439

§ 3. — Tracé des aubes

Si l'on voulait réaliser une roue hélicoïde de pas constant p , il conviendrait d'adopter pour section des aubes, un profil symétrique fusiforme, dont la corde serait inclinée de l'angle β_1 sur la direction de la vitesse tangentielle u .

Pour assurer la résistance de l'aube, on serait, toutefois, conduit à augmenter l'épaisseur de l'aube vers le moyeu c'est-à-dire à réaliser des profils fusiformes de plus en plus épais, ce qui revient en définitive à se contenter d'une forme de canal de plus en plus défectueuse à mesure que l'on se rapproche du centre.

Cette manière de constituer les aubes de la roue peut être améliorée on le conçoit, en utilisant tout d'abord une forme courbe qui réalise l'angle à l'entrée égal à β_0 ; de là le profil courbe qui rationnellement substitué au profil fusiforme, améliore nettement le rendement.

Au point de vue de l'écoulement du flux à travers l'aubage et de la réduction des

remous, il est aisé de voir également que l'utilisation de profils aérodynamiques dont l'épaisseur maximum est ramenée près de l'entrée, doit donner une amélioration.

Pour la détermination du nombre d'aubes et de l'angle θ au centre le plus favorable, il est impossible de tirer de la théorie une indication ; mais comme pour les autres turbo-machines, c'est du tracé des canaux formés par les aubes successives qu'il faut partir, un trop grand écartement ayant pour effet de rendre impossible le ralentissement du flux et partant d'assurer sans la formation de zones « mortes », la continuité.

L'expérimentation seule est capable de fixer le nombre d'aubes et l'angle θ les plus favorables, la diminution du nombre d'aubes ayant en tout cas pour effet jusqu'à un certain point, de rendre la roue plus simple, de permettre un fonctionnement satisfaisant pour un débit plus grand que le débit normal sans nuire au rendement, ce qui revient à dire : de rendre la valeur accessible de R plus grande puisque à mesure que x augmente M diminue et R augmente.

CHAPITRE XI

ÉTUDE DES HÉLICES AÉRIENNES

§ 1. — Formules fondamentales

Nous avons traité sous une forme mathématique et en nous inspirant de la méthode employée dans cet ouvrage, la théorie des hélices aériennes (1).

Partant des essais aérodynamiques sur les plaques, nous en avons déduit la traînée et la poussée appliquée à un élément courbe de largeur a , de profondeur l , en fonction de l'angle d'incidence.

Utilisant les relations ainsi trouvées, nous en avons déduit l'action du flux sur un élément d'hélice et, par intégration, les courbes caractéristiques des hélices en fonction du rapport de la vitesse de translation c_1 à la vitesse périphérique ωR_1 .

Imaginant que l'action du flux d'air sur la plaque courbe (fig. 440), quelque complexe que soit le phénomène, peut se ramener à l'action d'un flux théorique d'épaisseur fictive $(r_1 - r_2)$ qui serait dévié complètement d'un angle α , nous avons établi que

$$Q = 2 \frac{\delta}{g} l (r_1 - r_2) c^2 \sin \theta_1$$

et partant que la poussée P et la traînée théorique T avaient pour valeurs

$$\begin{aligned} P &= \frac{\delta}{g} l (r_1 - r_2) c^2 \sin \alpha \\ T &= 2 \frac{\delta}{g} l (r_1 - r_2) c^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \tag{783}$$

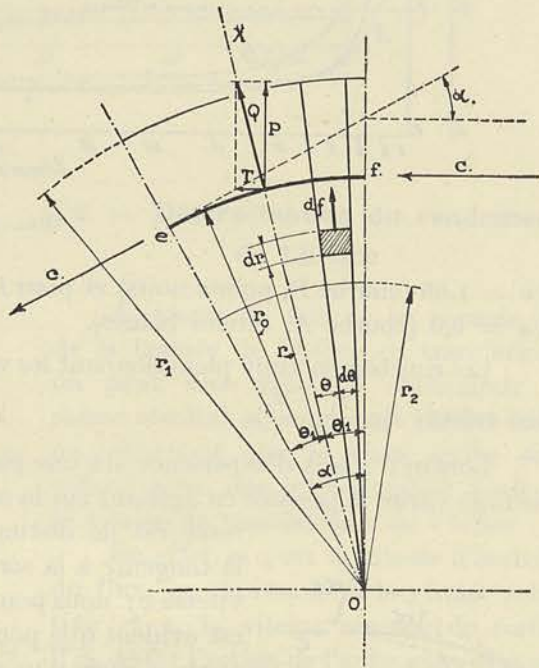


FIG. 440

(1) Édition Béranger, 1912.

Les expériences effectuées sur des plans minces ayant permis d'établir :

$$\begin{aligned} P &= k_y S c^2 \\ T' &= k_x S c^2 \end{aligned} \quad (784)$$

nous pouvons déduire de la première relation la valeur de $\frac{r_1 - r_2}{a}$ en fonction de α ou de $\frac{\alpha}{2}$, a désignant la largeur (ef) du plan.

Introduisant ensuite cette valeur de $\frac{r_1 - r_2}{a}$ dans la deuxième relation, nous pou-

vions en déduire le rapport T'/T de la traînée réelle à la traînée théorique en fonction de $\frac{\alpha}{2}$ ou mieux de $\sin \frac{\alpha}{2}$.

Nous avons tracé au moyen des valeurs ainsi trouvées, les diagrammes de $\frac{r_1 - r_2}{a}$ et de T'/T (fig. 441) en fonction de $\sin \frac{\alpha}{2}$ pour la plaque plane correspondant à un rapport

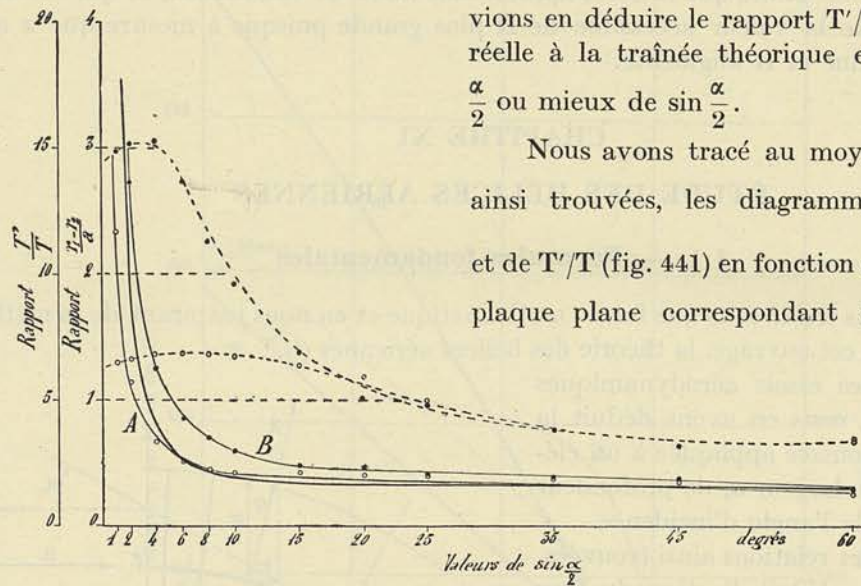


FIG. 441

$l/a = 1,65$ (courbe B, points noirs) et pour la plaque plane correspondant à un rapport $l/a = 6,0$ (courbe A, cercles blancs).

Les courbes en trait plein donnant les valeurs de T'/T , les courbes en trait pointillé les valeurs de $\frac{r_1 - r_2}{a}$.

Lorsqu'il s'agit d'expérience sur une plaque courbe, comme on n'a pas l'habitude de faire varier la poussée en agissant sur la courbure, mais bien sur l'angle d'incidence i , force est de distinguer l'angle α_1 de la courbe (fig. 442) avec la tangente à la sortie, de l'angle i de la corde avec le flux de vitesse c ; nous pourrions poser dans ce cas $\alpha = \alpha_1 + i$. Mais il est évident que pour i égal à zéro, le flux n'est pas dévié d'un angle α , mais d'un angle plus petit. On constate en effet, que pour des angles i négatifs de 4 à 8° suivant la valeur de α_1 et du profil de la section, la poussée devient nulle.

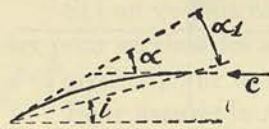


FIG. 442

En appelant γ l'angle i pour lequel la poussée est nulle, nous pourrions désigner, dans les cas des plaques courbes par α , la valeur calculée en fonction de l'angle d'incidence $\alpha = i + \gamma$.

C'est en utilisant cette notation que nous avons pu tracer les courbes de $\frac{r_1 - r_2}{a}$ et de T'/T pour deux plaques courbes :

l'une A de 0 m. 50 × 0 m. 30 avec $\alpha_1 = 10^\circ$;
 l'autre B de 0 m. 90 × 0 m. 15 avec $\alpha_1 = 16^\circ 5$ (fig. 443).

Il est possible de représenter la courbe de T'/T par une équation de la forme :

$$\frac{T'}{T} = \frac{k_1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{k_2}{\sin \frac{\alpha}{2}} + k_3 \quad (785)$$

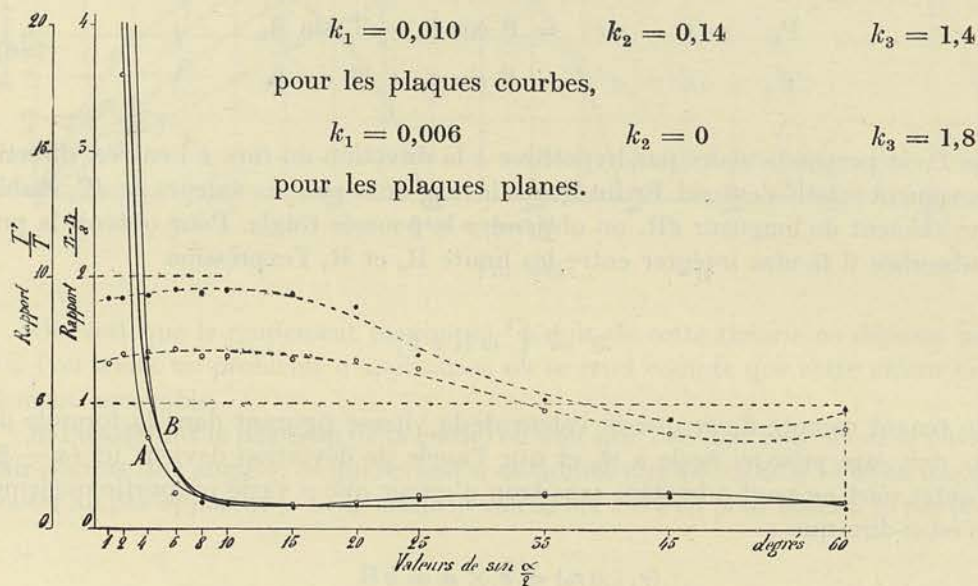


FIG. 443

§ 2. — Détermination du rendement de l'hélice

Au point de vue de la poussée et de la traînée de l'hélice en translation, on peut dire que l'on obtiendrait le même résultat si, supposant l'hélice fixe, on admettait que le flux arrive sur celle-ci avec une vitesse axiale égale à la vitesse de translation c de l'hélice.

En effet, si c_0 est la vitesse d'arrivée du flux, w_0 représentera la vitesse relative et c_1 la vitesse absolue de sortie (fig. 444) ; l'action de l'aube aura eu pour résultat d'amener un flux de direction et d'intensité $c' = c_0$ à prendre la direction et l'intensité c_1 représentées par le vecteur c_1 .

La différence, géométriquement parlant, est donc

$$\overline{c'} = \overline{c_1} - \overline{c}$$

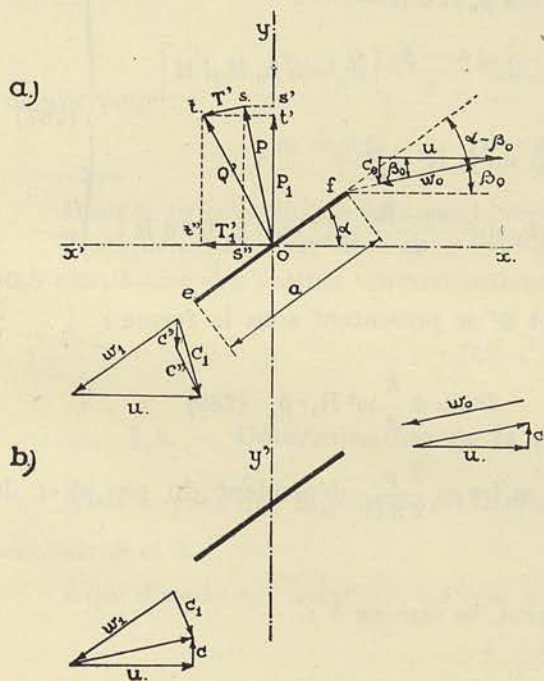


FIG. 444

Or si l'on suppose que l'hélice se déplace avec une vitesse $c = c_0$, la vitesse relative deviendra w_0 (fig. 444*b*) puisque la vitesse d'entraînement est ici la résultante géométrique de c et de u , et la vitesse absolue de sortie s'obtiendra en combinant géométriquement w_1 avec les vitesses d'entraînement u et c ; cette vitesse de sortie sera donc égale à c_1 (fig. 444*b*) c'est-à-dire qu'elle sera caractérisée par un vecteur égal en intensité et direction au vecteur c'' .

Pour évaluer la poussée et la traînée d'un élément d'hélice, on voit que l'on devra écrire :

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= os' - s't' = P \cos \beta_0 - T' \sin \beta_0 \\ T'_1 &= os'' + s''t'' = P \sin \beta_0 + T' \cos \beta_0 \end{aligned} \right\} \quad (786)$$

puisque P est perpendiculaire par hypothèse à la direction du flux à l'entrée, direction du mouvement relatif s'entend. En intégrant le long de la pale les valeurs de dP_1 établies pour un élément de longueur dR , on obtiendra la poussée totale. Pour obtenir la puissance absorbée il faudra intégrer entre les limites R_0 et R_1 l'expression

$$\mathfrak{S}' = \int_0^1 \omega R dT'_1$$

En tenant compte de ce que la valeur de la vitesse figurant dans la formule précédente doit être prise ici égale à w_0 et que l'angle de déviation devient ici $(\alpha - \beta_0)$; que d'autre part on peut admettre sans trop d'erreur que a varie proportionnellement à R , c'est-à-dire que :

$$(r_1 - r_2) = e \times a = kR$$

nous obtiendrons :

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= k \frac{\delta}{g} \left[\int_0^1 w_0^2 \sin(\alpha - \beta_0) \cos \beta_0 R dR - \right. \\ &\quad \left. - 2 \int_0^1 \left(k_1 - k_2 \sin \frac{\alpha - \beta_0}{2} + k_3 \sin^2 \frac{\alpha - \beta_0}{2} \right) w_0^2 \sin \beta_0 R dR \right] \\ \mathfrak{S}' &= k \frac{\delta}{g} \omega \left[\int_0^1 w_0^2 \sin(\alpha - \beta_0) \sin \beta_0 R^2 dR + \right. \\ &\quad \left. + 2 \int_0^1 \left(k_1 - k_2 \sin \frac{\alpha - \beta_0}{2} + k_3 \sin^2 \frac{\alpha - \beta_0}{2} \right) w_0^2 \cos^2 \beta_0 R^2 dR \right] \end{aligned} \right\} \quad (787)$$

Tous calculs faits, les valeurs de P_1 et \mathfrak{S}' se présentent sous la forme :

$$P_1 = k \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^4 \alpha_1 \quad (788) \quad \mathfrak{S}' = k \frac{\delta}{g} \omega^3 R_1^5 \beta_1 \quad (789)$$

α_1 et β_1 étant des fonctions du coefficient m ($m = \frac{p}{2\pi R_1}$ dépendant du pas p) et de

$$x = \frac{c}{\omega R_1}$$

Le rendement comme on le voit aisément, se ramène à :

$$\eta = \frac{\alpha_1 x}{\beta_1}$$

Si on introduit dans les formules les valeurs des coefficients k_1, k_2, k_3 déduites des expériences sur la plaque courbe, et si on calcule pour $m = 0,1, 0,2, 0,3, 0,4$ et $0,5$ les valeurs du rendement en fonction de x , on trouve les courbes de la figure 445.

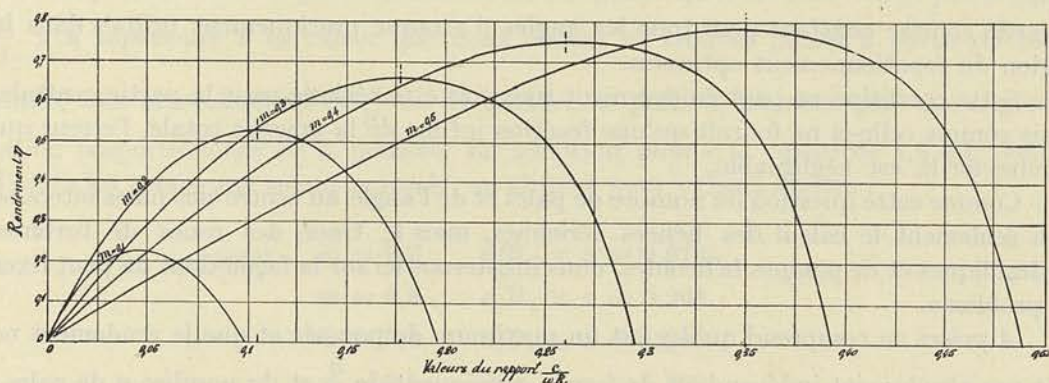


FIG. 445

On voit que le rendement maximum déduit de cette théorie ne dépasse pas 0,78 et si l'on traite un problème d'application on se rend compte que cette valeur est difficilement accessible.

Si l'on définit le pas celui de la corde, on voit que l'on doit pour avoir le pas effectif tenir compte de l'angle γ , ce qui revient si on admet une valeur de $\gamma = 6^\circ$ en moyenne, à ajouter au pas apparent p' de la corde la valeur 0,1 environ pour obtenir le pas réel

$$m = \frac{p'}{2\pi R_1} + 0,1$$

Si on cherche à présent pour le rendement maximum, la valeur de l'angle $(i - \beta_0)$ de déviation, on voit que pour :

$$m = 0,1, \quad (i - \beta_0) = -3^\circ,16'$$

et que pour :

$$m = 0,5, \quad (i - \beta_0) \text{ ne dépasse pas } +1^\circ,19'$$

Dans le premier cas on voit que le recul apparent est négatif.

Pratiquement on est forcé de se tenir dans les valeurs de m comprises entre 0,3 et 0,5 c'est-à-dire des valeurs approximatives comprises entre

$$0,9 < \frac{p}{D} < 1,5.$$

§ 3. — Détermination de la poussée et du nombre d'aubes

Nous voyons que la poussée est déterminée en fonction de $x = \frac{c}{\omega R_1}$ dès que l'on connaît m et k .

k qui d'après nos notations, est égal à :

$$\frac{a \times e}{R} = k$$

a été supposé constant pour pouvoir faire sortir ce facteur du signe intégral.

Il convient donc pour nous rapprocher de l'hypothèse sur laquelle est basée la théorie, de faire varier le produit $a \times e$ proportionnellement à R , e désignant le rapport $\frac{r_1 - r_2}{a}$ qui d'après les diagrammes tirés des expériences rappelées ci-dessous peut être regardé comme constant pour tous les angles d'attaque pratiquement utilisés dans la région du fonctionnement optimum.

Cette condition ne peut évidemment toutefois être réalisée pour la partie centrale, mais comme celle-ci ne fournit qu'une fraction infime de la poussée totale, l'erreur qui résulte de là est négligeable.

Comme cette question du nombre de pales et de l'angle au centre des pales intéresse non seulement le calcul des hélices aériennes, mais le tracé des roues de turbines hydrauliques et de pompes hélicoïdales, nous insisterons ici sur la façon dont on peut fixer le problème.

A priori on comprend qu'il y ait un maximum de poussée et que le rendement ne soit pas absolument indépendant de k , par conséquent de $\frac{a}{R}$ et du nombre n de pales ; il s'agit de montrer qu'il en est bien ainsi, contrairement à ce qu'un examen un peu hâtif pourrait faire croire.

Supposons développé le cylindre fictif de même diamètre que l'hélice, sur lequel seraient tracées les courbes hélicoïdales dont les extrémités des ailes sont des portions d'une certaine longueur a (fig. 446). La distance entre les origines de deux courbes voisines sera égale à $\frac{2\pi R_1}{n}$. La distance d entre deux courbes hélicoïdales consécutives

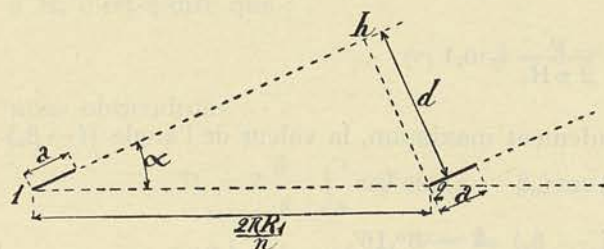


FIG. 446

aura pour valeur :

$$d = \frac{2\pi R_1}{n} \sin \alpha$$

ou en fonction de p et puis finalement de m :

$$d = \frac{2\pi R_1}{n} \frac{m}{1 + m^2}$$

Il est évident que l'action d'une pale ne sera pas diminuée par l'action de la pale voisine, si l'épaisseur $(r_1 - r_2)$ du flux dévié par l'une est plus faible que la distance d . Or étant donné la relation :

$$r_1 - r_2 = k R_1,$$

cela revient à dire que k doit être plus petit que le rapport $\frac{d}{R_1}$, donc que :

$$k = \frac{a \times e}{R_1} = \frac{1}{k'} \frac{2\pi}{n} \frac{m}{1 + m^2} \quad (790)$$

dans laquelle k' est un coefficient plus grand que l'unité.

Ainsi si l'on donne à $\frac{a}{R_1}$ une valeur telle que k dépasse celle donnée par cette dernière relation dans laquelle on a fait $k' = 1$, c'est-à-dire :

$$\frac{a}{R_1} = \frac{1}{e} \frac{2\pi}{n} \frac{m}{1 + m^2},$$

la poussée cesse de croître proportionnellement au rapport $\frac{a}{R_1}$, et il devient impossible de déterminer sans le secours de l'expérience, la valeur de k .

Au point de vue du poids de l'hélice on comprend qu'il convient de ne pas prendre $\frac{a}{R_1} \times n$ supérieure à la valeur que nous venons de trouver puisqu'à partir de cette limite, tout accroissement de $\frac{a}{R_1}$ ou du nombre de pales n , n'amène plus une augmentation proportionnelle de la poussée. En adoptant pour e la valeur de 1,8 qui semble d'après les essais une valeur normale, on obtient pour valeurs limites :

pour	$m = 0,2$	$a/R_1 \times n = 0,672$
	$m = 0,3$	$a/R_1 \times n = 0,968$
	$m = 0,4$	$a/R_1 \times n = 1,205$
	$m = 0,5$	$a/R_1 \times n = 1,400$

c'est-à-dire que pour $n = 2$, l'angle θ au centre prend les valeurs 19° et 28° pour $m = 0,2$ et $0,3$ et qu'avec 4 pales θ peut être pris égal à 17° et 20° respectivement pour $m = 0,4$ et $m = 0,5$.

Ces valeurs déduites de la théorie paraissent correspondre à ce qui est consacré par la pratique.

Des essais au point fixe effectués par Riabouchinstky sur une hélice à 2 pales correspondant à $m = 0,24$ avec des angles au centre θ allant de $12^\circ \frac{1}{2}$ à 144° , montrent que k croît proportionnellement jusqu'à $\theta = 22^\circ$ (le calcul donnait $23^\circ \frac{1}{2}$); à partir de 22° la proportionnalité cesse, et

$$k \text{ devient } 1,45 k_{20^\circ} \text{ pour } \theta = 40^\circ;$$

$$1,70 k_{20^\circ} \text{ pour } \theta = 60^\circ;$$

k_{20° représentant la valeur de k pour 20° .

Des essais au point fixe effectués sur une hélice avec $m = 0,32$ $\theta = 18^\circ$ montrent que k croît proportionnellement au nombre de pales jusqu'à $n = 3$ (le calcul donne 3,1) et que :

pour $n = 4$	$k = 0,9 k_2$
pour $n = 6$	$k = 0,73 k_2$
pour $n = 8$	$k = 0,59 k_2$

k_2 indiquant la valeur de k pour une hélice à 2 pales de 18° d'angle au centre.

Remarque. — Ces considérations ne peuvent s'appliquer aux turbines hydrauliques et aux pompes, pour deux raisons que nous allons mettre en évidence. Avec un nombre d'aubes aussi faible présentant un angle au centre aussi petit, que celui que nous venons d'indiquer, il ne pourrait exister une différence de pression de part et d'autre du plan moyen balayé par la roue et partant la différence de pression absorbée ou créée par la roue serait nulle, la hauteur totale d'utilisation ou d'élévation, suivant qu'il s'agit d'une turbine ou d'une pompe, se ramenant à la hauteur utilisée dans le distributeur et récupérée dans le diffuseur pour le premier cas, la hauteur créée par l'action du diffuseur dans le second cas.

En d'autres termes avec d'aussi faibles valeurs de θ et de n , la roue fonctionnerait comme une roue d'action, et si cela peut encore se concevoir avec une turbine hydraulique à grande vitesse spécifique, cela ne saurait se réaliser lorsqu'il s'agit d'une pompe, le rendement du diffuseur dont dépendrait exclusivement le rendement de la pompe devenant pratiquement nul, surtout si l'on tient compte de la dispersion des filets qui serait créée au sortir de la roue, en raison même du faible nombre d'aubes.

Il faudrait d'ailleurs pour que le fonctionnement par action puisse se réaliser, concevoir une contraction du flux dans son passage à travers la roue, puisque, comme nous l'avons montré par le tracé du triangle des vitesses à la sortie, la composante axiale à la sortie est plus grande que la composante axiale à l'entrée; cela impliquerait un diamètre de sortie du flux plus faible à la sortie qu'à l'entrée.

Une autre considération qui vaut aussi bien pour les hélices marines que pour les roues de pompes c'est celle de la *cavitation*.

Lorsqu'il se crée sur le dos de l'aube d'une hélice marine, une différence de pression supérieure à la hauteur d'eau qui couvre l'hélice, il peut se produire un appel d'air qui rend complètement défectueux le fonctionnement.

Lorsqu'il s'agit de roues de pompes il peut se produire une dépression capable d'amener la séparation de l'air contenu dans l'eau, et même la formation de vapeur à la tension du milieu, ce qui entraîne des tourbillonnements locaux capables d'éroder et de détruire rapidement la roue elle-même.

§ 4. — Détermination du coefficient caractéristique pour les hélices.

Il est possible, ici encore, de jeter une très grande clarté sur la manière d'envisager la solution du problème du calcul des hélices, en établissant l'existence d'un coefficient \mathfrak{R} caractérisant chacune des familles d'hélices.

Les trois données fondamentales peuvent être ici la résistance de l'avion KS ; la vitesse de rotation N ; la vitesse de translation c .

De la formule (788), on peut tirer :

$$\frac{P_1 \omega^2}{\frac{\delta}{g} c^4} = \frac{1}{k'} 2\pi \frac{m}{1+m^2} \frac{\alpha_1}{x^4} \quad (791)$$

si on remplace k par sa valeur (790), k' étant un coefficient égal à l'unité lorsque l'angle au centre des pales et le nombre de pales sont tels que les flux déviés par les différentes pales ne réagissent pas sensiblement les uns sur les autres.

Comme P_1 la traction de l'hélice, est égale, lorsque la vitesse de l'avion est constante, à la traînée de celui-ci (traînée qui est proportionnelle au carré de la vitesse d'avancement), on pourra écrire :

$$P_1 = \frac{\delta}{g} KS c^2 \quad (792)$$

En remplaçant P_1 dans l'équation précédente, il viendra :

$$\mathfrak{R} = \frac{KS N^2}{c^2} = \frac{60^2}{2\pi} \frac{1}{k'} \frac{m}{1+m^2} \frac{\alpha_1}{x^4} \quad (793)$$

On voit que \mathfrak{R} ainsi défini, parfaitement connu dès qu'on fixe les données du problème, est une fonction de α , du pas relatif m et de coefficients qui tiennent compte des pertes mais ne dépendent pas en première approximation des dimensions.

Nous avons tracé un diagramme donnant les valeurs de \mathfrak{R} pour le profil courbe (fig. 447) et nous avons indiqué sur ces diagrammes des courbes reliant les points de rendement constant.

On peut déduire directement de l'examen de ces courbes lorsqu'on les compare à celles obtenues pour le profil plan, que ce profil plan est très inférieur au profil courbe pour résoudre un problème donné, ce qui est connu, et cela bien que le rendement maximum théoriquement accessible soit le même à peu de chose près avec les deux profils. En effet : dès que les trois données sont fixées, \mathfrak{R} est fixé et le problème revient à choisir le pas de l'hélice qui peut, pour cette valeur de \mathfrak{R} , conduire au maximum de rendement possible.

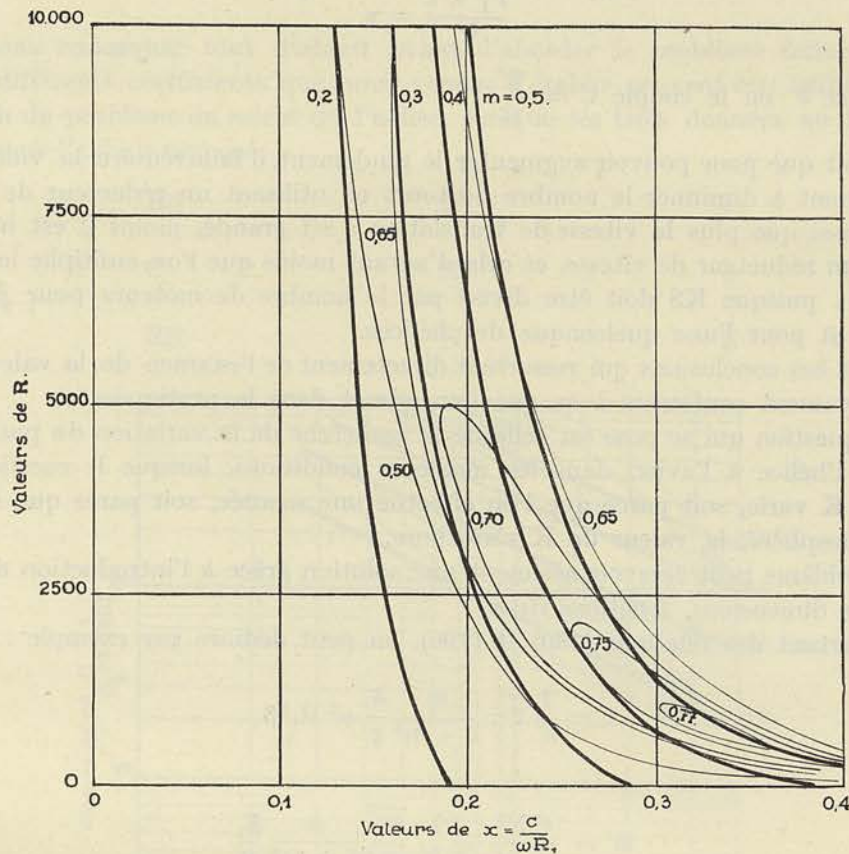


FIG. 447

Or, on pourrait voir qu'avec le profil plan pour une valeur de \mathfrak{R} égale à 1500, le rendement maximum accessible est égal à 0,65, tandis que pour cette même valeur de \mathfrak{R} le rendement maximum accessible avec le profil courbe est égal à 0,75.

En s'en tenant au profil courbe, on voit que pour des valeurs \mathfrak{R} comprises entre 700 et 4000, il est possible de réaliser un rendement variant de 0,75 à 0,70 avec un profil courbe, en choisissant une valeur de m de l'ordre de 0,4, soit un rapport

$$p/D = 1,26$$

Par une étude du profil, il est possible d'améliorer le rapport de la traînée à la poussée, et partant, d'augmenter le rendement de l'hélice. On peut admettre qu'avec des profils particulièrement étudiés, le rendement maximum maximorum réalisé pour $m = 0,5$ est de 0,85 au lieu de 0,78, ce qui vraisemblablement, donnerait pour

$$m = 0,40 \quad \text{et} \quad p/D = 1,26 \quad \eta = 0,78$$

Les diagrammes que nous venons de donner une fois tracés pour les profils étudiés, permettent de trouver immédiatement la solution lorsque les trois données fondamentales

$$\text{KS} \qquad \qquad \qquad \text{N} \qquad \qquad \qquad c$$

sont connues, puisque m et x étant fixés par la condition du rendement optimum, l'équation (788) fait connaître R_1 , le diamètre de l'hélice, et par l'équation

$$\frac{P_1 \times c}{\mathfrak{R}'} = \eta$$

la puissance \mathfrak{R}' ou le couple $C = \frac{\mathfrak{R}'}{\omega}$.

On voit que pour pouvoir augmenter le rendement, il faut réduire la valeur de \mathfrak{R} ce qui revient à diminuer le nombre de tours en utilisant un réducteur de vitesse; on voit aussi que plus la vitesse de translation c est grande, moins il est nécessaire d'utiliser un réducteur de vitesse, et cela d'autant moins que l'on multiplie le nombre de moteurs puisque KS doit être divisé par le nombre de moteurs pour établir la valeur de \mathfrak{R} pour l'une quelconque des hélices.

Toutes ces conclusions qui ressortent directement de l'examen de la valeur de \mathfrak{R} , sont évidemment conformes à ce que l'on admet dans la pratique.

Une question qui se pose est celle de la recherche de la variation du pas capable d'adapter l'hélice à l'avion dans les meilleurs conditions, lorsque le coefficient de résistance K varie, soit parce que l'on effectue une montée, soit parce que s'élevant dans l'atmosphère, la valeur de K s'améliore.

Le problème peut recevoir aisément une solution grâce à l'introduction de coefficients sans dimensions, fonctions de x .

En partant des relations (789) et (790), on peut déduire par exemple :

$$C = \frac{1}{k'} 2\pi \frac{m}{1+m^2} \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^5 \beta_1 \qquad (794)$$

puis :

$$\mathfrak{R}' = \frac{CN^3}{\frac{\delta}{g} c^5} = \frac{1}{k'} \frac{60^3}{2\pi^2} \frac{m}{1+m^2} \frac{\beta_1}{x^5} \qquad (795)$$

Des équations (791) et (792), on peut tirer d'autre part :

$$\frac{1}{c^5} = \left[\frac{1}{k'} \frac{60^2}{2\pi} \frac{m}{1+m^2} \frac{\alpha_1}{x^4} \frac{1}{\text{KS} N^2} \right]^{5/2}$$

et en substituant dans la relation précédente, il viendra :

$$\mathfrak{R}'' = \frac{C}{\frac{\delta}{g} N^2 K^{5/2} S^{5/2}} = k'^{3/2} \frac{\sqrt{2\pi}}{60^2} \left(\frac{1+m^2}{m} \right)^{3/2} \frac{1}{\alpha_1^{5/2}} \beta_1 x^5 \qquad (796)$$

D'autre part, de la relation

$$\frac{\delta}{g} \frac{KS c^3}{\eta} = C \times \frac{2\pi N}{60}$$

exprimant que la puissance fournie par le moteur est égale à la puissance absorbée par la résistance à l'avancement de l'avion, compte tenu du rendement de l'hélice, on peut déduire en remplaçant c par $x \times \omega R_1$,

$$\mathfrak{R}''' = \frac{C}{\delta/g} \frac{1}{N^2 K R_1^3 S} = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \frac{x^3}{\eta} = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \frac{x^2}{\alpha_1} \beta_1 \quad (797)$$

En divisant membre à membre les équations (796) et (797), on trouve :

$$\mathfrak{R}^{IV} = \frac{KS}{R_1^2} = \frac{2\pi}{k'} \frac{m}{1+m^2} \frac{\alpha_1}{x^2} = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 x^2 \mathfrak{R} \quad (798)$$

Faisons remarquer tout d'abord avant d'aborder le problème défini ci-dessus, que les différents coefficients que nous venons d'établir peuvent être utilisés pour la résolution du problème du calcul de l'hélice, lorsque les trois données au lieu d'être comme nous l'avons supposé

	KS	N	c
sont :	C	N	c
ou encore :	KS	N	C

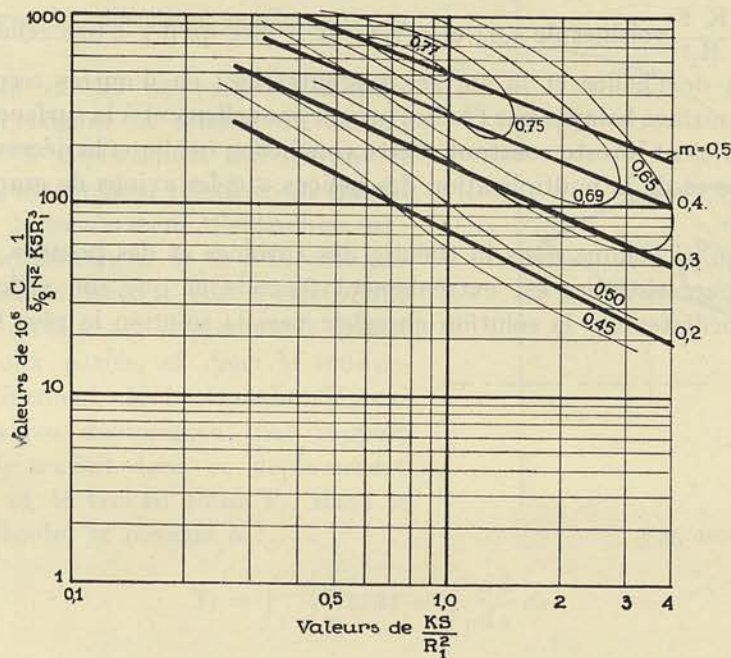


FIG. 448

Lorsque l'avion muni de son hélice de rayon R_1 est propulsé par un moteur de couple C tournant en régime normal à N t/m, la recherche des conditions nouvelles de fonctionnement de l'hélice pour une valeur nouvelle de K , peut se faire aisément

au moyen du diagramme de la fig. 448 tracé en portant en abscisse \mathfrak{R}^{IV} et en ordonnée \mathfrak{R}''' . Tous les points de même rendement ayant été reliés par des courbes en trait fin, on voit immédiatement que :

1) Si K augmente \mathfrak{R}^{IV} augmente et partant le pas étant conservé, \mathfrak{R}''' diminue et il en résulte que N varie peu puisque l'ordonnée \mathfrak{R}''' diminue comme l'indique le diagramme du fait que K augmente ;

2) Si \mathfrak{R}''' diminue plus rapidement que ne l'implique la valeur de K , le nombre de tours augmente. Pour éviter l'augmentation de N , il faut adopter un pas plus grand ; et l'on voit que cette augmentation du pas aura pour effet d'accroître le rendement. Si K diminue alors la valeur \mathfrak{R}^{IV} diminue et le pas étant conservé, on voit immédiatement que \mathfrak{R}''' augmente ce qui implique normalement une diminution du nombre de tours, et une augmentation du rendement. La disposition qui permet de changer le pas a pour conséquence de nouveau, de maintenir le nombre de tours mais cette fois, sans améliorer le rendement.

Ce diagramme montre également que si l'avion s'élève, c'est-à-dire si δ diminue, la valeur de \mathfrak{R}''' grandit ; comme le point d'abscisse ne bouge pas cela signifie que si le pas est invariable, la valeur de $\frac{\delta}{g} N^2$ doit rester constante, ce qui revient à dire que N doit augmenter. En modifiant le pas, il est possible de maintenir N constant, tout en faisant grandir le rendement. De là, l'intérêt des hélices à pas variable qui sont appliquées aujourd'hui à la construction des avions de grand raid.

Une déduction immédiate extrêmement intéressante du diagramme de la fig. 448, c'est que pour réaliser des conditions optima de fonctionnement au point de vue du rendement et des possibilités d'adaptation de l'hélice aux variations de δ et de K , il faut choisir \mathfrak{R}^{IV} dans la région du maximum maximorum, c'est-à-dire réaliser des valeurs de $\frac{K S}{R_1^2}$ voisines de 1,0 ; cela revient à dire qu'il y a une relation nécessaire entre le rayon de l'hélice et la surface sustentatrice ; en d'autres termes qu'il faut faire croître la surface balayée par l'hélice proportionnellement à la surface sustentatrice, lorsque le coefficient K reste constant. Cette conclusion explique la nécessité des réducteurs de vitesse et de la multiplication des hélices, sur les avions de grande envergure.

On voit qu'ici comme dans la théorie des turbines et des pompes, la notion des coefficients caractéristiques est extrêmement féconde et que son utilisation permet d'orienter immédiatement la solution cherchée vers la solution la plus favorable.

NOTES DIVERSES

I. — Au sujet de la démonstration des formules fondamentales

Dans l'établissement des formules fondamentales, nous avons admis sans explication, que la valeur de T_f , travail absorbé par les frottements par kg de fluide débité, était la même dans les formules I et II, ce qui impliquait :

$$\int_1^{2'} \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(dJ ds') = \int_1^2 \frac{dJ}{d\pi} ds$$

Nous avons admis cette égalité, sans examiner la question sous l'aspect mathématique, en disant : le travail absorbé par le frottement d'un élément dans son passage à travers l'aubage ne peut être différent, que l'on envisage le mouvement absolu, ou le mouvement relatif, puisque, en tout état de cause, il n'y a pas là deux phénomènes distincts.

Comment mettre cela en évidence, du point de vue mathématique ; remarquons que

$$\frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(dJ ds') = \frac{dJ}{d\pi} c \cos(c, w) dt = \frac{dJ}{d\pi} (w + u \cos \beta) dt$$

en désignant par β l'angle de la direction positive de w avec la direction positive de u (fig. 449).

Le travail de dJ se présente d'après cette relation comme la somme du travail effectué dans le déplacement $w dt$ suivant la trajectoire du mouvement relatif et du travail effectué dans le mouvement d'entraînement ; or la force de frottement ne se comporte pas comme une autre force : elle n'existe que pour autant qu'il y ait déplacement relatif par rapport aux parois, et dans le mouvement d'entraînement de la tranche élémentaire, il n'y a pas déplacement par rapport à la paroi : le travail dans ce déplacement est donc nul et le travail total T_f , dans le mouvement absolu, se ramène à :

$$T_f = \int_1^{2'} \frac{dJ}{d\pi} w dt = \int_1^2 \frac{dJ}{d\pi} ds$$

Une autre remarque, c'est que dans la démonstration des deux premières formules, nous avons admis, pour force résultant de l'action des pressions

$$\sigma p - \sigma(p + dp) \text{ au lieu de } \sigma p - (\sigma + d\sigma)(p + dp)$$

sans insister.

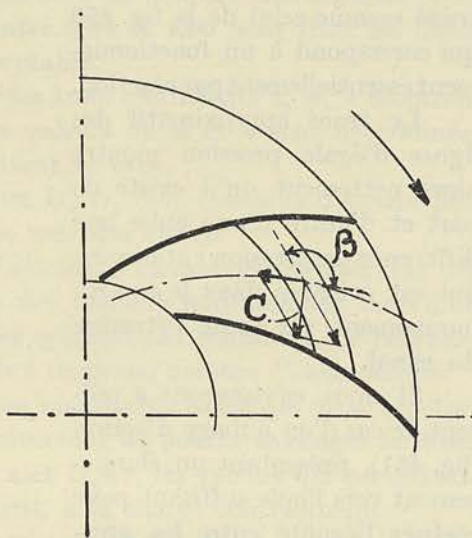


FIG. 449

La vérité c'est que, comme cela est admis pour la démonstration du théorème de Bernouilli, l'on fait implicitement l'hypothèse que la divergence des canaux est négligeable, que l'accélération dans le sens perpendiculaire au mouvement principal est nulle, ce qui revient à dire que les formules ne s'appliquent strictement qu'au cas limite d'un filet infiniment mince.

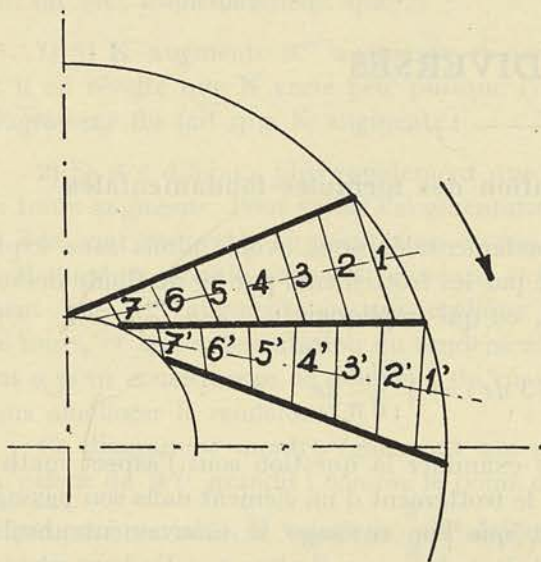


FIG. 450

fonctionnement résulte à la fois de l'action des jets et de la réaction non équilibrée des pressions sur l'aubage.

Pour faire mieux saisir le phénomène, il eût fallu choisir un tracé comme celui de la fig. 450 qui correspond à un fonctionnement essentiellement par réaction.

Le tracé approximatif des lignes d'égale pression montre alors nettement qu'il existe de part et d'autre d'une aube une différence de pression « statique » qui est orientée dans le sens du mouvement, sur toute l'étendue du canal.

Si nous envisageons à présent, le cas d'un aubage d'action (fig. 451), présentant un élargissement vers l'ouïe suffisant pour réaliser l'égalité entre les pressions d'entrée et de sortie,

$$p_1 = p_2$$

nous voyons qu'il existe évidemment une différence de pression de part et d'autre de l'aube mobile, orientée également dans le sens du mouvement, mais cette différence de pression résulte cette fois de la *déviatio*n qui détermine, par le jeu des forces d'inertie, une surpression sur la face concave et une dépression sur la face convexe, telle que l'indique le diagramme correspondant à la tranche AB. Entre I et A' de même qu'entre II et A'' la pression tend à se rétablir à la valeur moyenne $p_1 = p_2$.

II. — Au sujet du phénomène qui accompagne l'écoulement à travers un aubage à réaction pure et un aubage d'action pure.

La figure 37 que nous avons tracée pour expliquer comment, lorsqu'il y a réaction, apparaît une différence de pression de part et d'autre des aubes, est mal choisie en raison de ce que, avec un tel tracé, le

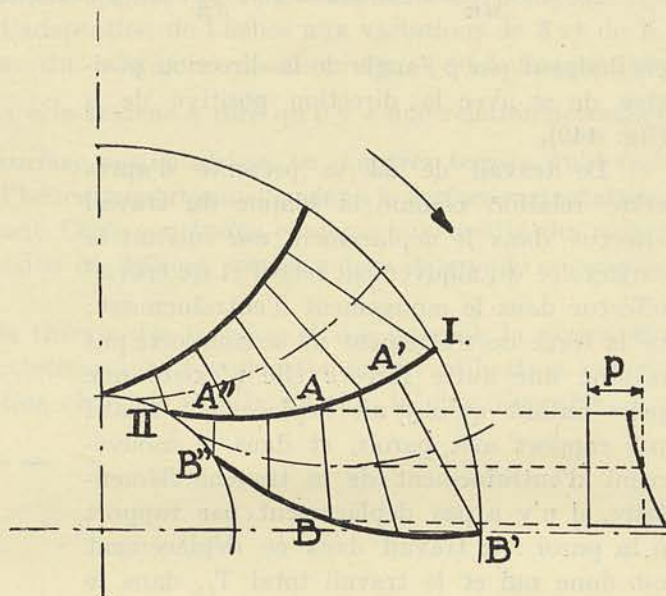


FIG. 451

En vertu du théorème de Bernouilli appliqué à chacun des filets longeant la paroi concave d'une part, la paroi convexe d'autre part, il doit exister une différence de vitesse de telle sorte que

$$w_B < w_A$$

w_B étant plus petit que la vitesse moyenne w_m , w_A étant plus grand que cette vitesse moyenne.

On peut alors regarder le débit dû à l'un des filets comme égal au débit moyen augmenté du débit correspondant à la différence

$$w_A - w_m$$

pour le filet longeant la face convexe, diminué du débit correspondant à la différence

$$w_m - w_B$$

pour le filet longeant la face concave.

Cette manière de se représenter le phénomène conduit à regarder l'aubage comme traversé par un flux de débit égal au débit moyen auquel se superpose une sorte de circuit fermé enveloppant l'aube et dont l'intensité est d'autant plus grande que la déviation est plus importante.

III. — Note au sujet du choix du degré de réaction dans les turbines hydrauliques

Nous avons eu le souci de faire saisir, dans l'exposé relatif à la classification des différents types, comment il était possible, en choisissant arbitrairement le rapport ε égal successivement à 0,125, 0,250 etc., de réaliser avec un nombre minimum de types à réaction, toutes les valeurs de R comprises entre 0,04 et 4,00 pour fixer les idées, sans descendre en dessous d'un rendement acceptable.

Les relations que nous avons établies entre les trois coefficients ε , m , ν montrent que ε et $D_s/2r_1$ étant admis arbitrairement, les valeurs de m et ν sont déterminées et avec elles les formes générales qui caractérisent le type.

Nous avons montré que la valeur du rapport $D_s/2r_1$ doit être prise d'autant plus grande que la vitesse périphérique u_1 à réaliser, est plus élevée.

La conception d'une série de types arrêtés d'avance, a l'avantage de jeter une très grande clarté sur l'ensemble de la construction des turbines hydrauliques, mais il est évident qu'elle ne saurait se justifier que pour les applications courantes, de moyenne importance, que l'on est en droit d'espérer réaliser à un grand nombre d'exemplaires.

Lorsque au contraire il s'agit d'une application importante isolée qui ne se répétera qu'un petit nombre de fois au point que le constructeur ne pourra envisager la fabrication sur modèles, il y aura lieu d'adopter pour ε et $D_s/2r_1$ les valeurs qui permettent de réaliser le maximum maximorum de rendement, à la charge contractuelle.

Le calcul définitif suppose dans ce cas un certain nombre de tâtonnements destinés à fixer non seulement les valeurs de ε et $D_s/2r_1$ mais encore la valeur du degré de réaction le plus favorable. Nous avons sans autre explication posé un peu arbitrairement

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

en vue de conserver un degré de réaction à peu près constant quel que soit α_1 , mais il est évident que cette relation ne se justifie que si elle conduit, pour le fonctionnement normal, à une valeur de α_2 voisine de 90° au filet moyen, puisque c'est pour cette valeur de α_2 que, toutes autres choses égales, la valeur de c_2 , et partant des pertes totales dans le diffuseur, sera minimum.

Il convient donc, après l'étude d'un premier avant-projet, d'examiner comment se modifieront les courbes caractéristiques aux environs de la région d'utilisation pour des valeurs de β_2 plus petites que $(180^\circ - \alpha_1)$ et quelle est la valeur de β_2 qui conduit finalement au rendement optimum.

IV. — Note au sujet du calcul des pistons d'équilibrage de pompes centrifuges

Nous avons indiqué page 318 la marche à suivre pour le calcul d'un piston d'équilibrage et nous avons donné, formule (481), la valeur moyenne à adopter pour les coefficients k_2 et k'_2 tenant compte de la perte de charge à travers les espaces annulaires de la buselure et du piston proprement dit.

Si l'on veut toutefois atteindre une grande précision dans ces calculs et se rendre compte de l'influence des divers éléments, on ne peut pas se contenter d'appliquer l'équation (481) mais il faut rechercher pour k_2 et k'_2 des formules plus complètes. Pour le coefficient k'_2 se rapportant à la buselure alimentant le piston, on peut utiliser tout ce que nous avons exposé à propos du calcul des fuites à travers un joint d'une turbo-machine (chapitre V, appendice). On aura ainsi

$$k'_2 = \frac{1}{\sqrt{\beta + \lambda \frac{2l'}{e'} + \xi}} \quad (799)$$

avec $\beta = 1,54$ pour le régime laminaire et $\beta = 1,0$ pour le régime turbulent, $\xi = 0,5$, le coefficient λ étant donné par la relation (696), éventuellement par la formule (700) traduite en diagramme par la fig. (402).

Pour ce qui concerne l'écoulement laminaire à travers l'espace annulaire de largeur e entre le piston et la plaque fixe, on peut voir facilement, que pour un anneau élémentaire de longueur dr et d'épaisseur e , on arrive pour la perte de charge à des formules identiques à (694-697). Il suffit pour cela d'écrire les conditions d'équilibre d'un élément pris dans la masse en négligeant les forces d'inertie vis-à-vis de celles de pression et de frottement. Si l'on fait maintenant l'intégration depuis l'entrée jusqu'à la sortie de l'espace annulaire en tenant compte du fait que la vitesse y varie en raison inverse du rayon, on trouve en désignant par r_e et r_s les rayons à l'entrée et à la sortie et par w_0 la vitesse moyenne

$$h = \lambda \frac{2r'_0}{e} l_n \frac{r_s}{r_e} \times \frac{w_0^2}{2g}$$

et

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{\beta \left(\frac{r'_0}{r_s}\right)^2 + \lambda \frac{2r'_0}{e} l_n \frac{r_s}{r_e} + \xi \left(\frac{r'_0}{r_e}\right)^2}} \quad (800)$$

β , ξ et λ ayant les mêmes valeurs que celles indiquées pour le cas de la buselure.

Dans de nombreux cas où le rayon r_s ne diffère pas beaucoup du rayon r_e et où l'écartement est faible, la formule (800) peut se simplifier et se ramener à une formule identique à la formule (799).

L'influence de la rotation sur la valeur de λ est toujours insignifiante, les valeurs de α étant toujours assez faibles.

Des expériences ont montré que les calculs faits avec les formules complètes citées ci-dessus permettent de prédéterminer l'écartement e du piston pour tous les régimes de la pompe à un ou deux centièmes de millimètre près ⁽¹⁾.

(1) Voir Comptes Rendus du Congrès National des Sciences. Bruxelles, 1935, section XII. M. Kestlicher.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
§ 1. — Les machines volumogènes.....	2
Premier type.....	2
Deuxième type.....	2
Troisième type.....	3
Description et fonctionnement du compresseur à palettes.....	3
§ 2. — Les turbo-machines.....	5
A. — Premier cas.....	8
B. — Deuxième cas.....	9

PREMIER FASCICULE

DESCRIPTION, FONCTIONNEMENT, THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TURBO-MACHINES

CHAPITRE I. — Les turbines hydrauliques	11
§ 1. — Introduction.....	11
§ 2. — Description schématique et classification des différents types.....	13
A. — Turbines à réaction.....	14
B. — Turbines d'action.....	17
§ 3. — Théorie physique des turbines hydrauliques.....	17
A. — Turbines à réaction partielle.....	17
B. — Turbines d'action.....	21
§ 4. — Rendement, courbes caractéristiques et coefficient caractéristique des turbines hydrauliques.....	23
CHAPITRE II. — Les turbines à vapeur	28
§ 1. — Introduction.....	28
§ 2. — Description schématique et classification des différents types.....	29
§ 3. — Théorie physique des turbines à vapeur.....	33
A. — Turbines d'action.....	33
1 ^o A une roue.....	33
2 ^o A plusieurs roues en série.....	36
3 ^o A une roue à plusieurs aubages mobiles.....	37
4 ^o Type mixte, à plusieurs roues en tension, avec chutes de vitesse..	38
B. — Turbines à réaction.....	40
§ 4. — Coefficient caractéristique des turbines à vapeur.....	47
CHAPITRE III. — Les pompes centrifuges	50
§ 1. — Introduction.....	50
§ 2. — Description schématique et classification des différents types.....	51
§ 3. — Théorie physique des pompes centrifuges.....	53
§ 4. — Rendement, courbes caractéristiques et coefficient caractéristique des pompes centrifuges.....	56
CHAPITRE IV. — Les ventilateurs centrifuges	60
§ 1. — Introduction.....	60
§ 2. — Description schématique et classification des différents types.....	61
§ 3. — Théorie physique des ventilateurs.....	62
Rendement et courbes caractéristiques.....	62
CHAPITRE V. — Les turbo-soufflantes et les turbo-compresseurs	64
§ 1. — Introduction.....	64
§ 2. — Description schématique des différents types.....	65
§ 3. — Théorie physique des turbo-compresseurs.....	66
Rendement et courbes caractéristiques.....	66

DEUXIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE COMMUNE A TOUTES
LES TURBO-MACHINES

CHAPITRE I. — Formules générales applicables à toutes les turbo-machines..	73
§ 1. — Formule I se rapportant au mouvement absolu du fluide	74
§ 2. — Formule II se rapportant au mouvement relatif du fluide	76
§ 3. — Formule III se rapportant au travail produit ou absorbé dans la roue..	78
§ 4. — Formule IV se rapportant à un canal fixe	79
§ 5. — Formule V donnant le terme T_f en fonction de vitesses	79
CHAPITRE II. — Détermination de la hauteur manométrique H' et du degré de réaction r	84
§ 1. — Calcul de H' en fonction des pressions	84
1 ^{er} cas : Lorsque le fluide est incompressible.....	84
2 ^e cas : Lorsque le fluide est compressible	85
§ 2. — Calcul de H' en fonction des vitesses	86
§ 3. — Calcul du degré de réaction r	87

TROISIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I. — Valeur du coefficient manométrique et du coefficient de puissance des turbines hydrauliques	89
§ 1. — Recherche du coefficient manométrique	89
§ 2. — Recherche du coefficient de puissance	93
CHAPITRE II. — Valeurs du degré de réaction et du rendement des turbines hydrauliques	94
§ 1. — Evaluation du degré de réaction r	94
§ 2. — Evaluation du rendement indiqué η_i , du rendement organique η_0 et du rendement effectif η_e	94
§ 3. — Evaluation de $\frac{N_0}{N_i}$	96
Calcul de N_f'	96
Calcul de N_f''	97
Calcul de $\frac{N_0}{N_i}$	97
§ 4. — Evaluation de $\frac{f}{Q}$	98
CHAPITRE III. — Valeur du coefficient caractéristique des turbines hydrauliques. Tracé des courbes caractéristiques pour une turbine donnée. — Lois de similitude	99
§ 1. — Valeur du coefficient caractéristique	99
§ 2. — Tracé des courbes caractéristiques pour une turbine connue	101
Premier exemple	101
Deuxième exemple	103
§ 3. — Énoncé des lois de similitude	105
Exemples d'application	107
CHAPITRE IV. — Classification des différents types de turbines hydrauliques à réaction	108
§ 1. — Relations nécessaires entre les coefficients de proportionnalité et les angles.	108
§ 2. — Tracé du profil des types de turbines	110
I. Type centripète pur	110
II. Type hélico-centripète étroit.....	110
III. Type hélico-centripète large	112
IV et V. Types mixtes	112
§ 3. — Classification proprement dite	112
§ 4. — Conclusions	116

CHAPITRE V. — Théorie des turbines hélicoïdes	118
§ 1. — Calcul du coefficient de puissance	119
§ 2. — Calcul du coefficient manométrique	121
§ 3. — Calcul du rendement indiqué et du coefficient caractéristique R.....	124
§ 4. — Calcul du degré de réaction	124
§ 5. — Tracé des courbes caractéristiques	125
§ 6. — Conclusions	127
CHAPITRE VI. — Courbes caractéristiques des différents types de turbines hydrauliques d'action	129
§ 1. — Application des formules de la théorie générale au cas particulier des turbines d'action	129
§ 2. — Turbine axiale	131
Première hypothèse : Turbine axiale sans frottement	132
Deuxième hypothèse : Turbine axiale avec frottement	132
§ 3. — Turbine centripète.....	135
§ 4. — Turbine centrifuge.....	136
§ 5. — Comparaison des trois types de turbines d'action	136
§ 6. — Théorie des turbines d'action tangentielles (type Pelton).....	138
Valeur de R limite pour les turbines Pelton.....	141

QUATRIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION
DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I. — Calcul des dimensions générales des turbines à réaction	143
§ 1. — Calcul des dimensions générales d'une turbine centripète ou hélico-centripète étroite	143
§ 2. — Calcul des dimensions d'une turbine hélico-centripète large ou mixte... ..	145
§ 3. — Tracé des aubes mobiles des turbines centripètes.....	146
Tracé des aubes par arcs de cercle. — Premier exemple	147
Tracé des aubes par arcs de cercle. — Deuxième exemple	149
Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement de fluide par tranches parallèles	151
Tracé du profil	157
§ 4. — Tracé des aubes mobiles des turbines hélico-centripètes larges.....	158
Etude du tracé des aubes	161
Première hypothèse	165
Deuxième hypothèse	167
Méthode de représentation graphique des aubes d'une turbine hélico-centripète ou mixte	169
§ 5. — Tracé des aubes fixes.....	172
Premier système	176
Deuxième système	178
§ 6. — Tracé de la volute	180
a) Volute à section rectangulaire	180
b) Volute à section circulaire	181
§ 7. — Tracé du tube de succion ou diffuseur	182
CHAPITRE II. — Calcul des dimensions générales d'une turbine hélicoïde	184
CHAPITRE III. — Calcul des dimensions générales des turbines d'action	187
§ 1. — Turbine d'action à injection totale du type axial.....	187
§ 2. — Turbine d'action à injection partielle du type centrifuge ou centripète..	188
§ 3. — Tracé des aubes fixes et mobiles des turbines d'action.....	189
§ 4. — Calcul des dimensions d'une turbine d'action tangentielle.....	192
§ 5. — Dimensions et nombre des augets d'une turbine d'action tangentielle... ..	194
CHAPITRE IV. — Éléments de construction des turbines hydrauliques	199
§ 1. — Le Régulateur	199
§ 2. — Le Volant	204
§ 3. — Etude des principaux détails de construction des turbines.....	206
A) Calcul et tracé de l'arbre.....	206

B) Calage de la roue sur l'arbre.....	207
C) Roues et buselures d'étanchéité des turbines à réaction.....	209
D) Distributeurs des turbines à réaction.....	211
E) Enveloppe des turbines à réaction.....	211
F) Boîtes à bourrage.....	212
G) Paliers et butées.....	213
§ 4. — Description de quelques types de turbines.....	217
a) Turbines pour très basses chutes.....	217
b) Turbines pour basses chutes.....	221
c) Turbines pour chutes moyennes.....	225
d) Turbines pour hautes et très hautes chutes.....	230

CINQUIÈME FASCICULE

THÉORIE MATHÉMATIQUE DES TURBO-POMPES

CHAPITRE I. — Valeur du coefficient manométrique et du coefficient de puissance des turbo-pompes.....	233
§ 1. — Application des formules générales à la théorie des turbo-pompes.....	233
§ 2. — Recherche du coefficient manométrique.....	234
§ 3. — Recherche du coefficient de puissance.....	236
CHAPITRE II. — Valeurs du degré de réaction et du rendement des turbo-pompes.....	237
§ 1. — Evaluation du degré de réaction r	237
§ 2. — Evaluation du rendement indiqué η_i , du rendement organique η_0 et du rendement effectif η_e	238
§ 3. — Evaluation de $\frac{N_0}{N_i}$	239
§ 4. — Evaluation de $\frac{f}{Q}$	240
§ 5. — Calcul du rendement de l'installation. Variation du rendement en fonction du nombre de tours pour une hauteur d'élévation constante H	241
Exemple.....	244
CHAPITRE III. — Valeur du coefficient caractéristique des turbo-pompes. Lois de similitude.....	247
§ 1. — Valeur du coefficient caractéristique.....	247
§ 2. — Énoncé des lois de similitude.....	248
CHAPITRE IV. — Classification des différents types de turbo-pompes.....	250
§ 1. — Relations nécessaires entre les coefficients de proportionnalité et les angles.....	250
§ 2. — Tracé du profil des différents types de turbo-pompes.....	251
I. Type centrifuge pur.....	251
II. Type hélico-centrifuge étroit.....	252
III. Types hélico-centrifuge large.....	253
IV et V. Types mixtes.....	253
VI. Type hélicoïde.....	253
§ 3. — Classification proprement dite.....	254
§ 4. — Conclusions.....	257
CHAPITRE V. — Compléments à la théorie élémentaire des turbo-pompes.....	259
§ 1. — Introduction.....	259
§ 2. — Relation nécessaire entre β , β_0 et α . Détermination du coefficient de puissance P	260
§ 3. — Détermination du coefficient manométrique M	263
§ 4. — Valeurs du coefficient ψ_1 en fonction de α	265

SIXIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-POMPES

CHAPITRE I. — Calcul des dimensions générales des pompes centrifuges.....	269
§ 1. — Vitesse maximum à l'ouïe.....	269

§ 2. — Choix de l'angle d'entrée β_0	272
§ 3. — Angle β_1 le plus favorable dans les types T H P et H P.....	273
§ 4. — Influence des dimensions sur les courbes caractéristiques.....	276
§ 5. — Calcul des pompes à très haute pression et à haute pression.....	278
Premier exemple.....	278
Deuxième exemple.....	280
Troisième exemple.....	281
Quatrième exemple.....	281
Cinquième exemple.....	282
Sixième exemple.....	284
Septième exemple.....	286
§ 6. — Calcul des pompes à moyenne, à basse et à très basse pression.....	286
Premier exemple.....	287
Deuxième exemple.....	288
§ 7. — Tracé des aubes mobiles des pompes centrifuges.....	290
A. — Tracé par arc de cercle.....	290
B. — Tracé dans l'hypothèse où l'on a affaire à un fluide parfait et à des parois sans rugosité.....	290
I. — Tracé des aubes dans l'hypothèse d'un déplacement du fluide par tranches parallèles.....	291
Exemple.....	293
II. — Tracé des aubes dans l'hypothèse de l'égalité des pressions de part et d'autre de chacune des aubes, à l'entrée.....	299
Exemple.....	302
§ 8. — Tracé des aubes mobiles des pompes hélico-centrifuges.....	302
§ 9. — Tracé des aubes du diffuseur des pompes centrifuges.....	305
§ 10. — Théorie du diffuseur sans aubes.....	307
§ 11. — Tracé de la volute.....	309
CHAPITRE II. — Éléments de construction des turbo-pompes.....	312
§ 1. — Étude des principaux détails de construction des pompes.....	312
A. — Calcul de l'arbre.....	312
B. — Calage de la roue sur l'arbre.....	313
C. — Roues et buselures d'étanchéité.....	313
D. — Dispositifs d'équilibrage des pompes à 1 roue.....	314
E. — Dispositif d'équilibrage des pompes multicellulaires.....	315
F. — Boîtes à bourrage et accessoires.....	320
G. — Paliers et butées.....	321
CHAPITRE III. — Description de quelques types de turbo-pompes.....	323
§ 1. — Description des pompes à une roue à simple ouïe.....	324
§ 2. — Description des pompes à double ouïe.....	331
§ 3. — Description des pompes multicellulaires.....	339
A. — Roues en tension.....	339
a) Type à éléments séparés.....	339
b) Type à enveloppe.....	344
B. — Roues en parallèle.....	347
C. — Roues en tension-parallèle.....	349
§ 4. — Description de quelques pompes à axe vertical.....	349
§ 5. — Description de quelques pompes spéciales.....	353

SEPTIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-VENTILATEURS

CHAPITRE I. — Calcul des dimensions générales.....	355
§ 1. — Application des équations générales à la théorie des turbo-ventilateurs..	355
Valeur de la hauteur manométrique H'	356
Orifice équivalent σ . — Coefficient de résistance K	358
Relation entre K et σ . — Évaluation de K	360
§ 2. — Choix de l'angle β'_1 et des valeurs des coefficients ψ_1 , K' , k''	361
§ 3. — Relations entre les coefficients de proportionnalité et les angles.....	368

§ 4. — Calcul des ventilateurs à haute, moyenne et basse pression.....	370
Premier exemple	370
Deuxième exemple	372
Troisième exemple	374
CHAPITRE II. — Description des ventilateurs.....	375
A. — Ventilateur à très haute pression.....	375
B. — Ventilateur à haute pression de très grande puissance.....	377
C. — Ventilateur à basse pression, aspirant.....	380

HUITIÈME FASCICULE

CALCUL ET ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES TURBO-COMPRESSEURS

CHAPITRE I. — Calcul des dimensions générales.....	381
§ 1. — Rappel de quelques notions relatives à l'emploi du diagramme entropique ..	381
1° Compression adiabatique	385
2° Compression isothermique.....	386
3° Compression quelconque pendant laquelle on fournit une quantité de chaleur connue Q	387
§ 2. — Choix des angles et des coefficients.....	389
§ 3. — Détermination des fuites	390
§ 4. — Calcul des dimensions générales.....	392
§ 5. — Calcul d'un surpresseur et d'un compresseur.....	397
Premier exemple	398
Deuxième exemple	400
CHAPITRE II. — Description des turbo-compresseurs.....	406
A. — Surpresseur	406
B. — Compresseur.....	407

NEUVIÈME FASCICULE

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES TURBO-MACHINES

Introduction	411
CHAPITRE I. — Description générale des méthodes de mesure utilisées	412
§ 1. — Mesure du débit.....	412
§ 2. — Mesure de la puissance	416
§ 3. — Mesure de la hauteur manométrique.....	416
§ 4. — Mesure du nombre de tours	418
CHAPITRE II. — Etude expérimentale de la pompe centrifuge du Laboratoire de construction des machines.....	418
§ 1. — Description de la pompe centrifuge.....	421
§ 2. — Essais préliminaires à l'étude expérimentale de la pompe.....	423
A. — Courbes des pertes dans le moteur en fonction de la puissance aux bornes pour différents nombres de tours	423
B. — Courbe de la puissance absorbée par l'entraînement de la roue dans l'air, puis dans l'eau.....	423
C. — Courbe donnant les pertes par fuite en fonction de la différence des pressions $p_4 - p_0$	424
§ 3. — Vérification expérimentale de la théorie.....	425
§ 4. — Influence du nombre d'aubes sur la vraie valeur de β_1 et du coefficient k'' ..	432
§ 5. — Influence de l'entrefer à la périphérie et du distributeur à l'ouïe.....	434
§ 6. — Influence de la hauteur d'aspiration sur les courbes caractéristiques. Limite de la hauteur d'aspiration.....	436
§ 7. — Résultats obtenus avec 4 diffuseurs nouveaux	442
CHAPITRE III. — Analyse des résultats et conclusions.....	447
§ 1. — En ce qui concerne les pertes externes.....	447
§ 2. — En ce qui concerne les pertes internes.....	449
Remarque I : Au sujet de la prérotation	455
Remarque II : Au sujet de la pression à la sortie de la roue.....	456
Remarque III : Au sujet de la répartition des pressions dans le diffuseur....	457

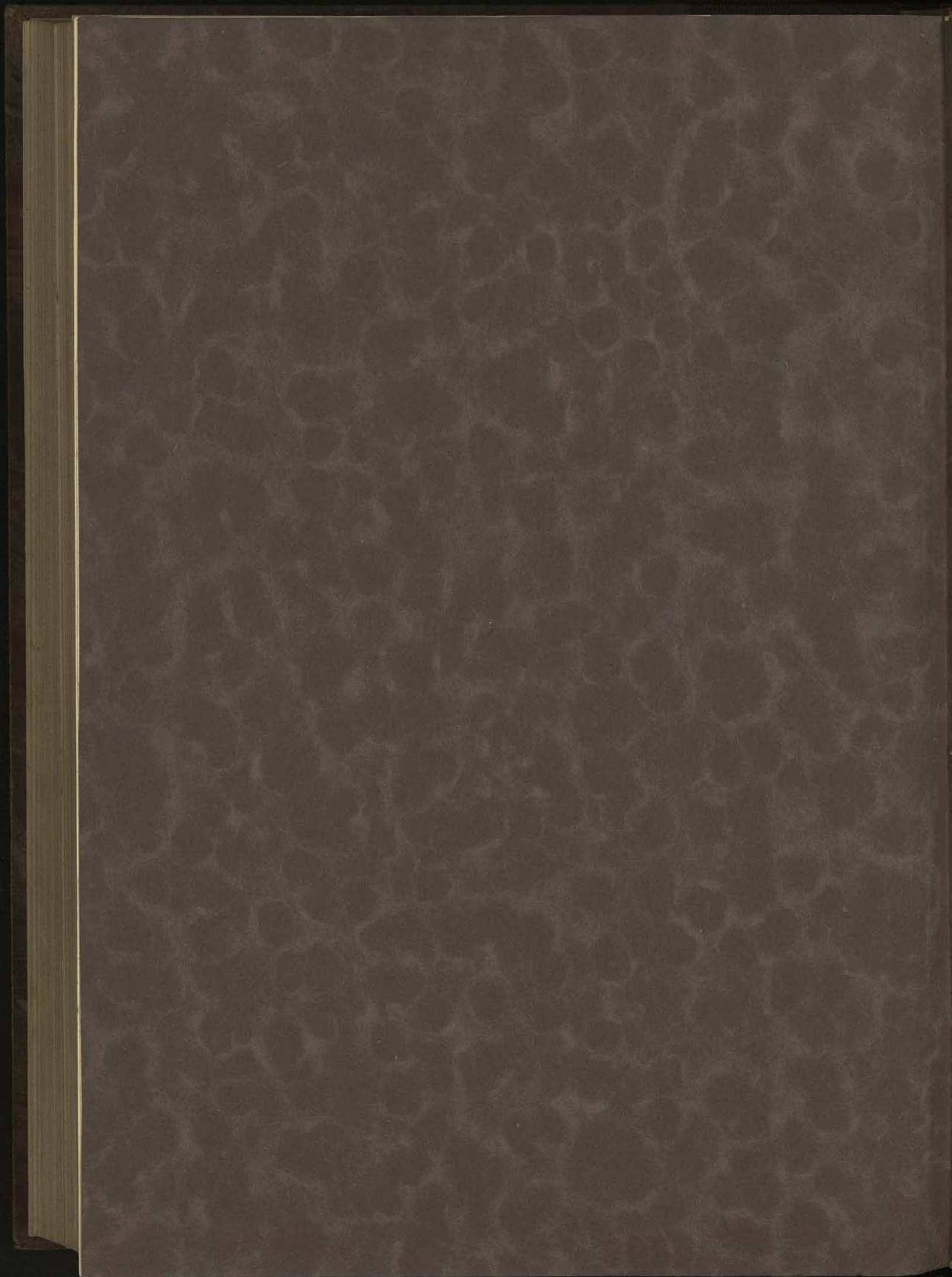
APPENDICE

CHAPITRE I. — Les lois de similitude en hydraulique	461
§ 1. — Conditions de similitude dans le cas d'un fluide incompressible visqueux en régime laminaire.....	462
§ 2. — Conditions de similitude dans le cas limite d'un déplacement par tranches parallèles	467
§ 3. — Evaluation des pertes proportionnelles dans deux systèmes répondant aux conditions de similitude.....	468
CHAPITRE II. — Calcul de la perte de charge dans une conduite forcée.....	470
§ 1. — Formule générale dans l'hypothèse d'un écoulement par tranches parallèles	470
§ 2. — Recherche de la valeur de λ pour l'écoulement laminaire, dans un tuyau cylindrique	471
§ 3. — Recherche de la valeur de λ dans l'écoulement turbulent.....	475
A. — Cas limite des tuyaux polis.....	476
B. — Cas des tuyaux rugueux.....	480
§ 4. — Application des formules précédentes au calcul des pertes de charge....	486
Abaque pour le calcul des pertes de charges dans le régime turbulent.....	492
Premier cas	492
Deuxième cas	494
§ 5. — Calcul des pertes de charge propres aux organes accessoires.....	494
A. — Perte due à un élargissement brusque.....	496
B. — Perte due à un élargissement progressif.....	496
C. — Perte due à un rétrécissement brusque.....	498
D. — Pertes dues à une contraction progressive.....	499
E. — Perte due à l'entrée d'une conduite non évasée.....	499
F. — Perte à la sortie d'une conduite non évasée.....	499
G. — Perte due à une vanne complètement ouverte	500
H. — Perte due à un clapet de pied ou à un clapet de retenue.....	501
I. — Perte provoquée par une crépine	501
J. — Pertes propres aux courbes et aux coudes	502
§ 6. — Application à un exemple numérique.....	502
Evaluation des pertes à l'aspiration.....	503
Evaluation des pertes au refoulement.....	504
§ 7. — Calcul des pertes de charge dans une conduite forcée alimentée en eau boueuse.....	505
CHAPITRE III. — Etude de la vitesse la plus économique.....	507
§ 1. — Minimum des frais d'installation.....	508
§ 2. — Minimum des frais d'exploitation.....	510
§ 3. — Conclusions	511
CHAPITRE IV. — Etude du frottement des disques en rotation dans un fluide visqueux	516
CHAPITRE V. — Etude des pertes aux joints.....	520
CHAPITRE VI. — Méthodes de mesure des débits.....	525
§ 1. — Méthodes utilisables en conduites forcées.....	525
Coefficient de débit des diaphragmes.....	529
Coefficient de débit des tuyères.....	531
Coefficient de débit des Venturi.....	532
§ 2. — Méthode du déversoir.....	536
A. — Déversoir en mince paroi sans contraction latérale.....	536
B. — Déversoirs en mince paroi avec contraction latérale.....	540
CHAPITRE VII. — Etude du fonctionnement des turbo-pompes et des turbo-compresseurs en régime varié	545
§ 1. — Formules générales applicables au régime varié.....	545
§ 2. — Application de la formule (V) au cas d'une pompe centrifuge débitant sur un orifice	547

§ 3. — Application de la formule (V') au cas d'une pompe centrifuge débitant sur une conduite	549
§ 4. — Application de la formule (V) au cas d'un compresseur centrifuge débitant sur un réservoir d'air muni d'un orifice	550
Première hypothèse	551
Premier cas	552
Deuxième cas	552
Troisième cas	553
Deuxième hypothèse	554
Troisième hypothèse	555
Premier cas	555
Deuxième cas	555
Troisième cas	555
§ 5. — Conclusions	556
CHAPITRE VIII. — Théorie des coups de bélier	557
Première partie. — Coup de bélier d'onde	558
A. — Cas de la conduite d'alimentation d'une turbine	558
§ 1. — Mise en équation du problème	558
§ 2. — Application des équations aux conditions les plus défavorables	563
1 ^o Cas d'une fermeture instantanée	563
2 ^o Cas d'une fermeture brusque	563
3 ^o Cas d'une fermeture lente et complète	563
§ 3. — Résonance dans la conduite. Influence des pertes de charge	568
B. — Cas de la conduite de refoulement d'une pompe	569
§ 1. — Cas d'arrêt d'une pompe à grand moment d'inertie sans clapet	570
§ 2. — Cas d'arrêt d'une pompe à faible moment d'inertie avec clapet	572
Deuxième partie. — Oscillations en masse	574
§ 1. — Cas de la cheminée d'équilibre	574
§ 2. — Cas du réservoir d'air	577
Premier cas. — Le coup de bélier $\tau = y - y_0$ peut être négligé vis-à-vis de y_0	578
Deuxième cas. — Le coup de bélier τ ne peut pas être négligé vis-à-vis de y_0	579
CHAPITRE IX. — Courbes caractéristiques des turbines hydrauliques en fonction d'un coefficient de débit	581
Premier cas	582
Deuxième cas	584
CHAPITRE X. — Etude des pompes hélicoïdes	585
§ 1. — Introduction	585
§ 2. — Théorie des pompes hélicoïdes à grand nombre d'aubes	585
§ 3. — Tracé des aubes	588
CHAPITRE XI. — Etude des hélices aériennes	589
§ 1. — Formules fondamentales	589
§ 2. — Détermination du rendement de l'hélice	591
§ 3. — Détermination de la poussée et du nombre d'aubes	593
§ 4. — Détermination du coefficient caractéristique pour les hélices	596

NOTES DIVERSES

I. — Au sujet de la démonstration des formules fondamentales	601
II. — Au sujet du phénomène qui accompagne l'écoulement à travers un aubage à réaction pure et un aubage d'action pure	602
III. — Note au sujet du choix du degré de réaction dans les turbines hydrauliques ..	603
IV. — Note au sujet du calcul des pistons d'équilibrage des pompes centrifuges	604
Table des Matières	605



ULg - U.D. Campus



400000016

BAUWENS

