

MESURE DES DÉBITS PAR LA MÉTHODE DU DÉVERSOIR

par Ch. HANOCQ, Professeur à l'Université de Liège

Bien que la méthode de mesure des débits par déversoir ait fait l'objet de très nombreuses recherches systématiques depuis trois quarts de siècle, on peut dire qu'à l'heure actuelle il n'existe aucun travail de synthèse satisfaisant, ni aucune formule valable pour tous les orifices et toutes les conditions d'installation pratiquement possibles.

Et ce n'est pas sans une certaine amertume qu'après avoir fait l'effort considérable de rassembler les documents les plus importants sur cette question, on constate des divergences irréductibles, à première vue en tout cas, entre les résultats fournis par les différents expérimentateurs.

C'est surtout pour les orifices de faible largeur que les résultats apparaissent comme anormaux et pourtant il faut bien le dire lorsqu'on emploie cette méthode du déversoir dans des essais industriels courants, on n'a généralement affaire qu'à des bacs de jauge de petites dimensions.

Les expériences classiques de Bazin (1) en France et de Fteley et Stearns (2) en Amérique ont porté surtout sur les orifices sans contraction latérale de 2,000 m. et plus et dans les expériences de Bazin la mesure du niveau se faisait à 5,000 m. de l'orifice ! On conçoit combien il est peu commode de reproduire des conditions semblables d'installation, même à une échelle réduite.

Pour les orifices à contraction latérale on peut utiliser les résultats des essais classiques de Fresse (3) et de Hegly (4). Nous avons de notre côté depuis plusieurs années abordé la question des orifices à contraction latérale de faible largeur qui nous intéressaient particulièrement au point de vue de la mesure du débit des pompes centrifuges, mais nous nous étions contentés du tarage de l'orifice de 0,300 m. dans un bac de 1,200 m. de largeur. Nous avons été amenés par la suite au tarage de l'orifice de 0,600 m. et comme nous connaissions les résultats obtenus antérieurement par Dwelshauvers-Dery sur l'orifice de 0,075 m. dans un bac de mêmes dimensions, nous disposions ainsi de valeurs relevées sur trois orifices de faibles largeurs placés dans un bac de 1,200 m.

Les différences observées entre les valeurs du coefficient de débit pour ces différentes dimensions nous ont amenés à poursuivre des recherches plus complètes dans le but de généraliser les formules connues et c'est dans cet esprit que notre colla-

borateur M. Schlag avait effectué, dès 1922, un premier travail, en introduisant dans le bac un chenal réalisant avec l'orifice de 0,300 m. les mêmes proportions qu'avec l'orifice de 0,600 m. sans chenal. Faute de temps, il ne put poursuivre cette étude mais nous l'avons reprise grâce au concours dévoué de notre assistant M. Kestlicher et nous allons exposer les résultats décisifs auxquels nous avons abouti.

Il est inutile d'insister, pensons-nous, sur l'importance de la question car le pis en cette matière est de laisser dans l'incertitude le technicien qui se trouve obligé d'utiliser la méthode du déversoir, en le mettant en face de formules ou de courbes qui, sans explication plausible, s'écartent l'une de l'autre de plusieurs %.

Nous nous efforcerons de montrer, en exposant les résultats de nos recherches tant analytiques qu'expérimentales, combien la question, d'apparence relativement simple, est complexe en réalité, et quelle somme d'efforts représente cette simple recherche du coefficient de débit des orifices avec et sans contraction latérale, rien qu'en se plaçant au point de vue purement technique.

Au point de vue scientifique, les conclusions très nettes auxquelles nous sommes arrivés, ne manquent pas d'intérêt non plus, car elles confirment d'une manière très formelle, les lois de similitude, là où les courbes proposées par Bazin paraissaient devoir conduire à des déductions opposées.

CHAPITRE PREMIER

Etude des résultats obtenus sur des orifices sans contraction latérale d'après Fteley et Stearns et Bazin

Nous ne pouvons envisager ici de donner un aperçu du travail formidable fourni par les nombreux expérimentateurs sur cette question : Bazin à lui seul s'est consacré de très nombreuses années à l'étude des différents types de déversoirs.

Nous ne retiendrons de ses travaux que ceux qui se rapportent au déversoir en mince paroi. D'après les renseignements relevés dans les mémoires originaux, les essais qui nous intéressent ont été effectués sur un orifice constitué par une simple lame en tôle de 7 mm. d'épaisseur disposée dans la paroi formant barrage comme l'indique le croquis figure 1.

Dans ces essais, le niveau au-dessus de la crête du déversoir était mesuré soit avec le système de la pointe tournée vers le haut, soit avec un flot-

teur placé à 5,00 m. de l'orifice dans une ouverture ménagée latéralement au canal et en relation par le bas avec celui-ci. Afin d'assurer la libre admission de l'air en dessous de la nappe, deux élargissements avaient été pratiqués immédiate-

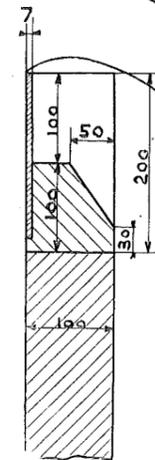


FIG. 1.

ment en aval de l'orifice dans les parois latérales du canal. Des dispositions avaient été prises également pour repérer exactement par rapport à la crête du déversoir le niveau observé au flotteur.

Les essais de Bazin ont porté sur des orifices de 0,500 m. — 1,000 m. — et 2,000 m., en vue de fixer l'influence de la largeur.

Ces essais préliminaires ayant montré apparemment tout au moins, qu'au-dessus de 0,500 m. la largeur restait sans influence, l'expérimentateur s'est attaché à étudier l'orifice de 2,000 m. dans un canal de moins en moins profond, de façon à mettre en relief l'influence du fond.

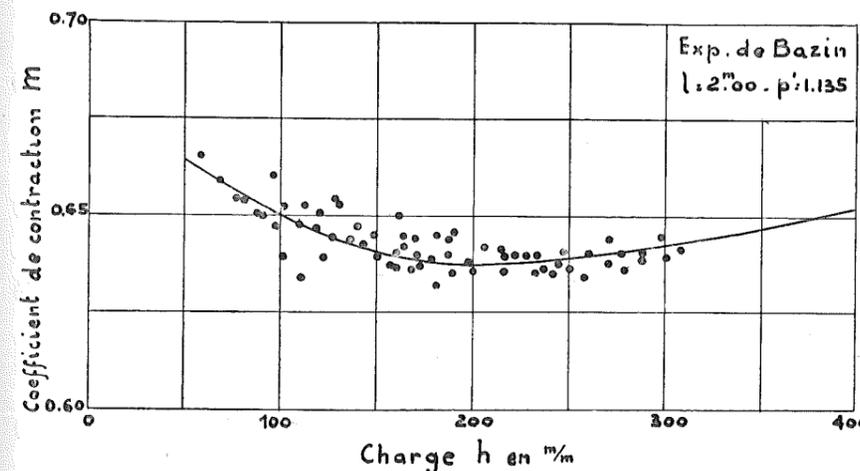


FIG. 2.

Désignant par p' la distance de la crête au fond du canal, nous avons indiqué dans le tableau ci-dessous à la fois pour les essais de Bazin et pour ceux de Fteley et Stearns les valeurs réalisées :

Valeurs de p'	BAZIN		FTELEY ET STEARN	
	$l = 2,000$	$l = 1,520$	$l = 1,520$	$l = 5,790$
I $p' =$	1,135	1,085	1,966	—
II $p' =$	0,750	0,966	—	—
III $p' =$	0,500	0,518	—	—
IV $p' =$	0,350	0,305	—	—
V $p' =$	0,240	0,152	—	—

Nous avons reproduit figure 2 les points expérimentaux de l'essai de Bazin sur le déversoir de 2,000 m., et un fond caractérisé par $p' = 1,135$. Les points expérimentaux ont été reliés par une courbe un peu différente de celle de Bazin, afin de mieux tenir compte de la totalité des points observés, sans nous laisser influencer par les résultats obtenus avec le même fond et les orifices de 1,000 m. et de 0,500 m. de largeur.

Figure 3, nous avons reproduit les courbes expérimentales fournies par l'orifice de 2,000 m. avec les fonds correspondant à des valeurs décroissantes de p' renseignées au tableau ci-dessus. La figure 4 donne les résultats obtenus par Fteley et Stearns dans les mêmes conditions que Bazin mais pour une largeur de 1,520 m. et les différentes valeurs de p' également renseignées ci-dessus.

La seule différence à noter entre le dispositif expérimental de Fteley et Stearns et celui de Bazin est que le flotteur donnant l'épaisseur de la lame au-dessus du seuil de l'orifice était placé à 1,830 m. dans les expériences de Fteley contre 5,000 m. dans celles de Bazin. Pour rendre comparables ces expériences, il est évident qu'il est nécessaire de tenir compte de la perte de charge qui doit fatalement se produire dans le canal sur la longueur de 3,170 m. Cette perte de charge négligeable avec le fond de 1,135 m. ne l'est plus avec le fond de 0,240 m. Utilisant la formule de Weisbach pour la détermination de la correction à introduire sur l'épaisseur h de la lame, nous avons obtenu pour les derniers fonds les courbes corrigées indiquées en pointillé dans la figure 3 des essais de Bazin.

Toutes les valeurs de m portées dans le diagramme sont définies par la relation :

$$m = \frac{Q}{\sqrt[3]{l\sqrt{2gh^3}}} \quad (1)$$

c'est-à-dire par le rapport du débit réalisé au débit théorique qui serait obtenu, s'il n'y avait aucune contraction, ni aucune vitesse en amont de l'orifice.

(1) M. BAZIN. Expériences nouvelles sur l'écoulement en déversoir, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1888.

(2) Id., *idem*, pp. 26 et 54.

(3) FRESSE. *Z. V. D. I.*, 1890, p. 1367, etc.

(4) HEGLY. *Annales des Ponts et Chaussées*, 1921.

Or, cette vitesse ne peut être considérée comme telle que si le fond est à une distance p' très grande de la crête. Pour tous les autres cas, il est

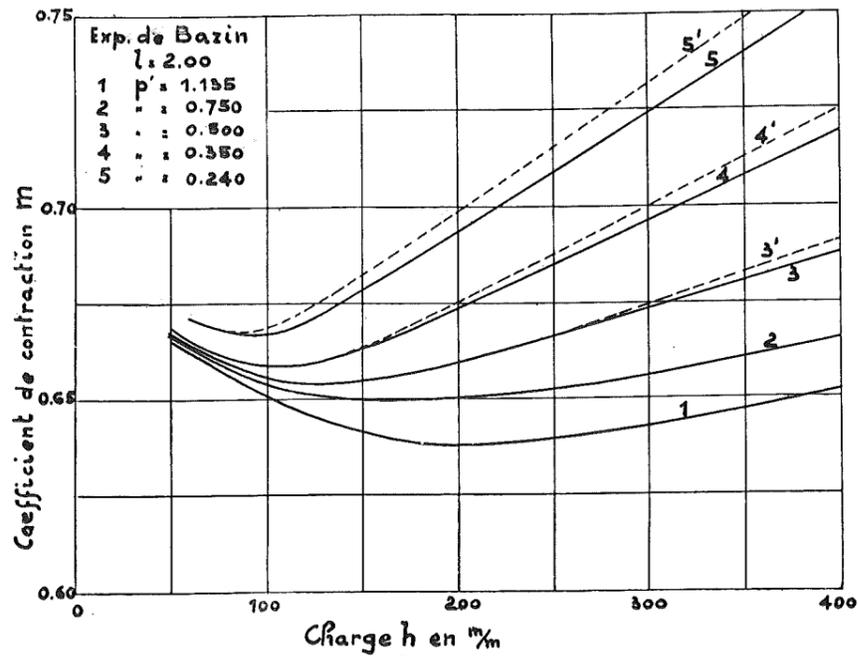


FIG. 3.

évident que la formule du débit théorique devra être corrigée en introduisant pour le calcul de la vitesse non la valeur de h , mais la valeur de

$$\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)$$

v étant la vitesse d'approche dans la section du canal où l'on effectue la mesure de h .

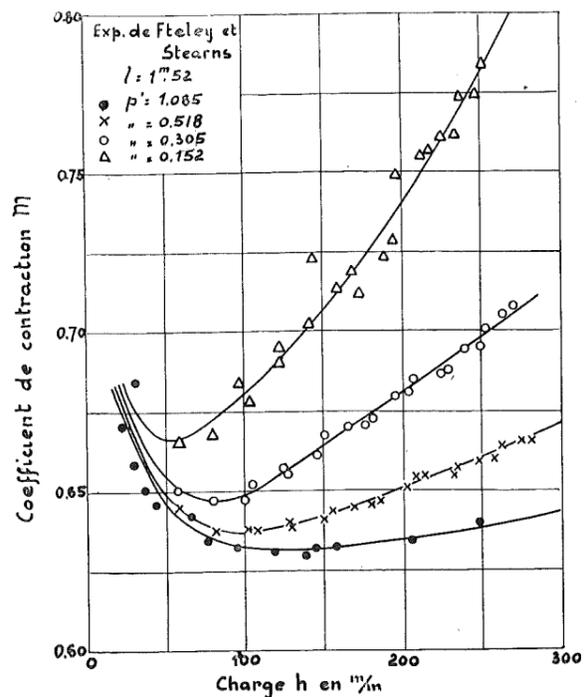


FIG. 4.

Cherchons donc l'expression du débit théorique par la méthode classique, dans l'hypothèse d'une contraction nulle mais d'une vitesse d'approche v .

Pour un élément de largeur l et d'épaisseur dh on aura un débit élémentaire:

$$dq = l dh \sqrt{2g \left(h + \frac{v^2}{2g}\right)}$$

v désignant la vitesse d'approche; et le débit total Q_i sera donné par

$$Q_i = l \sqrt{2g} \int_0^h \sqrt{h + \frac{v^2}{2g}} dh$$

on pourra donc écrire, en intégrant

$$Q_i = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2} \right],$$

ou en négligeant $\left(\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}$

$$Q_i = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} \left(h + \frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}$$

ou encore en développant en série,

$$Q_i = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{v^2}{2gh} \right] \quad (2)$$

$$\text{Or } v = \frac{Q_i}{(p' + h)l} = \frac{\frac{2}{3} m \sqrt{2g} h^{3/2}}{(p' + h)}$$

Donc

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{4}{9} m^2 \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \quad (3)$$

et

$$Q_i = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2} \left[1 + \frac{2}{3} m^2 \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \right] \quad (4)$$

$$\text{Si on pose } \frac{2}{3} m^2 = K \quad (5)$$

la formule deviendra

$$Q_i = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2} \left[1 + K \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \right] \quad (6)$$

En désignant par m_1 le coefficient de débit à introduire dans la formule corrigée pour tenir compte de la vitesse d'approche, on aura la relation

$$Q = m \frac{2}{3} \sqrt{2g} l h^{3/2} = \quad (7)$$

$$= m_1 \frac{2}{3} \sqrt{2g} l h^{3/2} \left[1 + K \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \right]$$

$$\text{d'où } \frac{m}{m_1} = 1 + K \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \quad (8)$$

Pour déterminer les valeurs de K et de m , Bazin procédait comme suit. Désignant par M la valeur obtenue avec le déversoir caractérisé par $p'=1,135$ m. pour une certaine valeur du débit, par m celle obtenue pour le même débit mais avec un fond caractérisé par p' , Bazin évaluait le rapport

$$\frac{M}{m} = \frac{1 + K \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2}{1 + K \left(\frac{h_1}{h_1 + p_1'}\right)^2}$$

et en déduisait la valeur de K

$$K = \frac{\frac{m}{M} - 1}{\left(\frac{h_1}{h_1 + p_1'}\right)^2 - \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2} m \quad (9)$$

Par ce calcul on trouve des valeurs de K variables avec h entre certaines limites relativement rapprochées pour un même fond, mais fort discordantes si on compare celles qui sont obtenues avec différents fonds :

0,77 à 0,69 avec un fond $p'=0,750$ m.

0,53 à 0,55 avec un fond $p'=0,500$ m.

0,50 à 0,53 avec un fond $p'=0,350$ m.

Après discussion de ces résultats, Bazin admet comme valeur moyenne acceptable, 0,55 et déduit de la valeur de m observée pour $p'=1,135$, la valeur de m_1 correspondant au cas limite $p'=\infty$

$$m_1 = 0,6075 + \frac{0,0045}{h} \quad (10)$$

Il est évident que cette valeur de $K=0,55$ résulte d'une moyenne peu satisfaisante et l'on comprend d'ailleurs mal la signification de ce coefficient K lié, d'après la formule (5), à la valeur du coefficient m de la formule classique lequel varie dans des proportions considérables avec le rapport

$$\frac{h}{h + p'}$$

En vue de donner un sens physique au coefficient dont l'introduction est jugée nécessaire pour coordonner les résultats d'expériences, Bazin a employé une seconde formule tirée de l'idée qu'à l'endroit où l'on relève la hauteur de la lame, la répartition de la vitesse n'est pas celle d'un canal

normal et que partant, il y a lieu d'affecter le terme $\frac{v^2}{2g}$ de la formule (2) d'un coefficient α .

On arrive ainsi en suivant les mêmes développements que ci-dessus à écrire

$$m = m_1 \left(1 + \frac{3}{2} \alpha \frac{v^2}{2gh} \right)$$

$$\text{ou } m = m_1 \left[1 + \frac{3}{2} \alpha m^2 \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \right]$$

ce coefficient α étant lié à K par la relation

$$\frac{2}{3} \alpha m^2 = K$$

En suivant la même méthode que celle signalée plus haut, Bazin obtient pour les différents orifices comparés au déversoir type de 1,135 m. les valeurs suivantes

pour $p'=0,750$ $\alpha=2,43$ à $2,33$

$p'=0,500$ $\alpha=1,73$ à $1,72$

$p'=0,350$ $\alpha=1,55$ à $1,57$

$p'=0,240$ $\alpha=1,40$

Cette méthode ne donne pas plus de satisfaction que la première; les valeurs de α sont en effet assez élevées, et elles sont de plus variables avec p' dans des proportions importantes. D'autres part, étant donné l'éloignement de la section où la hauteur est relevée (5,000 m. dans les expériences de Bazin), on comprend mal une répartition des vitesses si différente de la répartition normale. En présence de cette objection, nous avons cru devoir procéder autrement en nous inspirant de l'idée de la similitude géométrique.

Nous avons pour nous guider, nos expériences, qui, effectuées dans des conditions particulières sur lesquelles nous reviendrons tantôt, devaient nous conduire directement à la valeur de m_1 , et non à la valeur de m . Ces expériences étaient effectuées il est vrai sur des orifices étroits, et elles ne pouvaient nous donner des valeurs de m_1 , applicables à l'orifice de 2,000 m. mais elles nous permettaient d'établir d'une manière irrécusable qu'une fois introduite la correction pour tenir compte de la tension superficielle, le coefficient m_1 était rigoureusement constant en fonction de h .

Cette conclusion est conforme au principe de la similitude de Reech-Froude car dans une lame de largeur indéfinie il est toujours possible d'isoler une tranche de largeur telle que le rapport $\frac{h}{l}$

reste le même pour l'orifice envisagé que pour l'orifice qui sert de comparaison. Ce raisonnement n'est applicable bien entendu que si le fond est situé à l'infini et si l'influence des parois peut

être considérée comme nulle, ce qui n'est pas tout à fait le cas ainsi que nous l'établirons plus loin.

Nous reviendrons sur cette question dans le chapitre que nous consacrerons à nos essais mais nous pouvons retenir dès à présent que pour un fond infini le coefficient m_1 est constant.

Quand le fond se trouve à une distance p' finie de la crête, il est évident que pour obtenir des écoulements géométriques semblables il faut que le rapport $\frac{h}{h+p'}$ garde la même valeur; d'autre part, comme l'équation (3) montre que la vitesse d'approche v est également fonction de $\frac{h}{h+p'}$ on peut conclure que le coefficient m ne doit dépendre que de la valeur du rapport $\frac{h}{h+p'}$. C'est en

nous inspirant de ces considérations que nous avons porté en diagramme les résultats d'essais de Bazin (fig. 5) et de Fteley et Stearns (fig. 6) en fonction de $\frac{h}{h+p'}$. Pour les essais de Bazin nous avons relevé les valeurs de m pour $h=100, 200, 300$ et 400 mm. sur les courbes moyennes en trait pointillé de la figure 3. Ces courbes tiennent compte de la perte de charge qui se produit sur une longueur de 3 mètres comme nous l'avons expliqué plus haut. Pour les essais de Fteley et Stearns nous avons relevé les points correspondant à $h=60, 100, 200, 250, 300$ mm. sur les courbes moyennes de la figure 4.

Tous ces points se groupent d'une manière remarquable sur une courbe unique, la même pour les deux séries d'essais de Bazin et de Fteley, sauf pour ce qui concerne les valeurs de h inférieures à $0,100$ m. ou $0,150$ m. Pour ces dernières, la loi est nettement différente et le passage d'une courbe à l'autre paraît discontinu.

L'explication après les observations faites sur notre bac de jauge n'est pas difficile à trouver.

On note, en effet, lorsque le débit cesse à la crête du déversoir, que la hauteur indiquée au flotteur reste encore de 1 mm. 6 à 1 mm. 8 par suite de l'influence de la tension superficielle. L'effet de cette tension superficielle est de réduire la contraction en dessous et nous montrerons en remarque à la fin de ce chapitre que tout se passe comme si la hauteur réelle de h était agrandie d'une quantité constante h' correspondant à 1 mm. pour les essais de Fteley, 1 à 2 mm. pour les essais de Bazin. En déduisant cette valeur constante $h_1 = 1$ mm. pour les essais de Fteley et Stearns et de 1 à 2 mm. pour les essais de Bazin pour tous les points inférieurs à $0,150$ m. on ramène les points isolés, sur une courbe parabolique unique pour les deux groupes d'essais. On peut donc dire que pour les valeurs de h supérieures à $0,150$ m. pour fixer les idées, la valeur de m est une fonction de $\frac{h}{h+p'}$ donnée par la courbe unique des figures 5 et 6. Cette courbe

coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée $0,626$. La valeur de m pour $p' = \infty$ soit $\frac{h}{h+p'} = 0$, est donc $m_1 = 0,626$ indépendante de h .

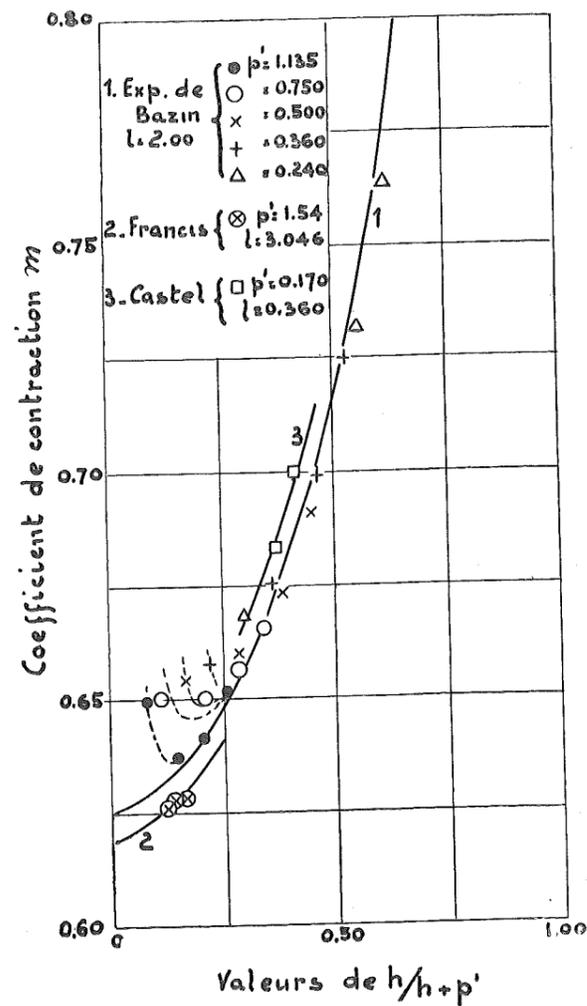


FIG. 5.

Si l'on cherche l'équation correspondant à cette courbe unique des figures 5 et 6, on voit que dans une certaine région, notamment pour des valeurs de $\frac{h}{h+p'}$ comprises entre 0 et 0,5 on trouve avec une approximation très suffisante

$$m = 0,626 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p'} \right)^2 \right] \quad (11)$$

Au delà de $\frac{h}{h+p'} = 0,5$, les valeurs de m augmentent plus vite que le carré de $\frac{h}{h+p'}$ et la formule n'est plus applicable. Nous avons reporté sur la figure 6 les quelques points fournis par les expé-

riences de Francis et Castel, et sur la figure 6 les points obtenus par Fteley et Stearns pour un déversoir de 5,79 m. de largeur. Tous ces points se groupent sur des courbes parallèles à celles trou-

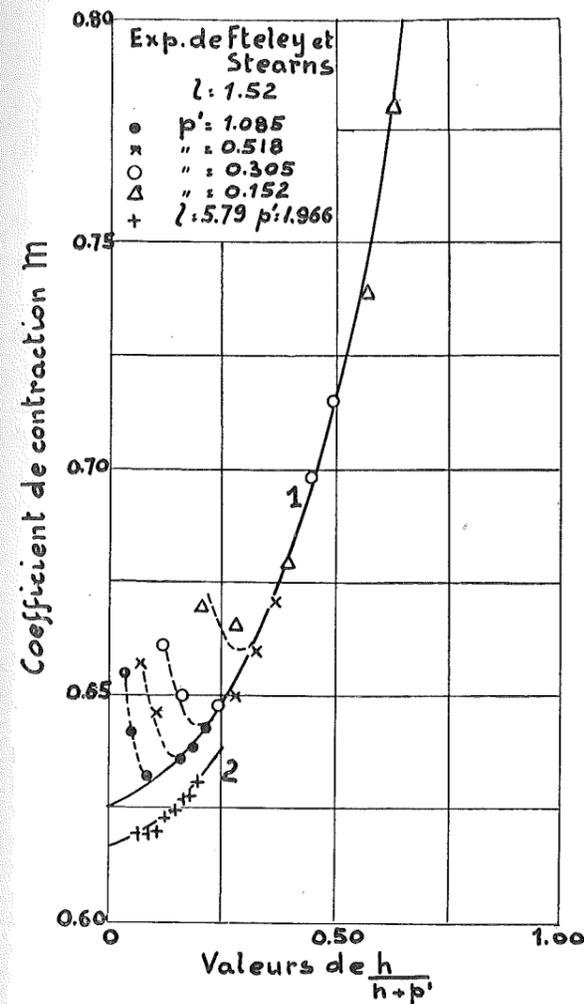


FIG. 6.

vées pour les largeurs 1,52 et 2,00, l'ordonnée initiale de ces courbes étant d'autant plus élevée que la largeur est plus petite.

Abstraction faite de la perturbation apportée par la tension superficielle, comment interpréter le résultat si net que nous venons d'établir et que nous pouvons énoncer ainsi : « Le coefficient de contraction d'un déversoir est une fonction unique de $\frac{h}{h+p'}$ quelle que soit la valeur de h et la valeur de p . »

L'exposé que nous avons fait au début de ce chapitre pour rechercher la formule classique corrigée pour la vitesse d'approche, laisserait supposer que l'explication se trouve dans l'existence d'une répartition des vitesses très différentes de la

répartition normale dans la section où se lit la hauteur h . Nous avons dit plus haut pourquoi une telle explication est sans valeur. Nous pouvons ajouter que si la répartition des vitesses dans la section était très différente de la répartition normale, on constaterait une différence systématique entre les résultats de Bazin et ceux de Fteley et Stearns la répartition ne pouvant être aussi irrégulière à 5,00 qu'à 2,00 de l'orifice. Force est donc d'examiner la question à ce point de vue, sous un jour nouveau, et nous nous proposons de discuter dans le chapitre suivant quels sont les facteurs qui contribuent à faire croître le coefficient m avec le rapport $\left(\frac{h}{h+p'} \right)$.

CHAPITRE II

Etude des facteurs qui influent sur la variation de m fonction de $\frac{h}{h+p'}$

Nous utiliserons pour faire cette analyse les relevés effectués par Bazin avec une précision remarquable, de la pression et de la vitesse du fluide dans la section contractée de la veine.

Préalablement, Bazin avait relevé au moyen de règles appropriées la forme de la veine figure 7 et il avait pu constater que le profil de la lame restait très sensiblement géométriquement semblable à lui-même quelle que soit l'épaisseur h du flux. Il en résulte que si l'on porte en abscisses les rapports des distances de la crête à l'épaisseur h , et en ordonnée les rapports $\frac{\varepsilon}{h}$ et $\frac{\varepsilon+y}{h}$ on trouve une

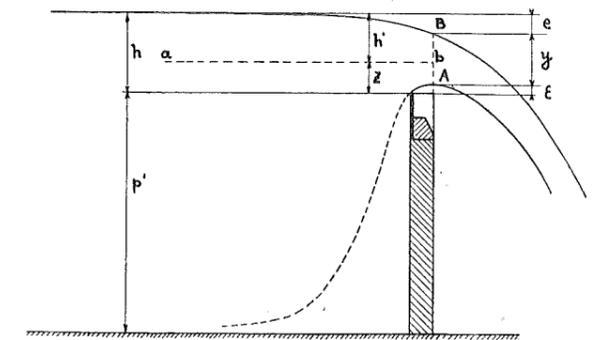


FIG. 7.

figure unique pour toutes les hauteurs h lorsque le fond est très éloigné de la crête et que la hauteur h reste petite par rapport à p' . Il n'en est plus de même avec de faibles valeurs de p' : c'est ainsi que la valeur maximum moyenne de $\frac{\varepsilon}{h}$ qui était de 0,112 pour $p'=1,135$, tombe à 0,100 pour les lames de 120 à 300 avec $p'=0,350$ et à 0,097 pour les

lames de 0,350 m. à 0,450 m., la valeur moyenne de $\frac{y}{h}$ restant égale à 0,688. Le coefficient de contraction dépend donc de la position du fond et les valeurs de $\frac{\varepsilon}{h}$ et $\frac{y}{h}$ doivent être des fonctions du rapport $\frac{h}{h+p'}$; si pour le fond caractérisé par $p'=1,135$ m. pour lequel Bazin a fait l'étude la plus complète de la forme de la lame déversante, $\frac{\varepsilon}{h}$ et $\frac{y}{h}$ paraissent ne pas dépendre de $\frac{h}{h+p'}$ c'est en raison de la trop faible variation de ce facteur dans les limites où il a opéré. Cherchons à présent à établir la formule du débit en tenant compte de la forme de la veine.

A un filet fluide tel que ab (a étant choisi dans la section où la vitesse v peut être considérée comme uniforme), nous pouvons appliquer l'équation de Bernoulli

$$\left(\frac{p_a}{\delta} + h'\right) + \frac{v^2}{2g} + z = \frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\delta} + z \quad (12)$$

d'où nous tirerons, si nous faisons l'hypothèse que dans la section contractée la pression p est uniformément égale à la pression atmosphérique

$$\frac{w^2}{2g} = h' + \frac{v^2}{2g}$$

Le débit d'un élément de largeur l et d'épaisseur dh' sera donc

$$dq = l dh' \sqrt{2g} \sqrt{h' + \frac{v^2}{2g}}$$

et le débit total de la lame aura pour valeur

$$Q = \sqrt{2g} l \int_{h-\varepsilon-y}^{h-\varepsilon} \left(h' + \frac{v^2}{2g}\right)^{1/2} dh'$$

et en intégrant

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} l h^{3/2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{h} + \frac{v^2}{2gh}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{\varepsilon}{h} - \frac{y}{h} + \frac{v^2}{2gh}\right)^{3/2} \right]$$

En identifiant cette valeur de Q avec celle fournie par la formule classique $Q = \frac{2}{3} m \sqrt{2g} l h^{3/2}$, nous obtenons pour le coefficient de débit l'expression

$$m = \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{h} - \frac{v^2}{2gh}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{\varepsilon}{h} - \frac{y}{h} + \frac{v^2}{2gh}\right)^{3/2} \right] \quad (13)$$

En vertu de l'équation (3) nous pouvons remplacer $\frac{v^2}{2gh}$ par

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{4}{9} m^2 \left(\frac{h}{h+p'}\right)^2;$$

d'où

$$m = \left[1 - \frac{\varepsilon}{h} + \frac{4}{9} m^2 \left(\frac{h}{h+p'}\right)^2 \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{\varepsilon}{h} - \frac{y}{h} + \frac{4}{9} m^2 \left(\frac{h}{h+p'}\right)^2 \right]^{3/2} \quad (14)$$

En l'appliquant à un fond situé à l'infini nous devons faire $\left(\frac{h}{h+p'}\right) = 0$ et partant m sera égal à

$$m = \left(1 - \frac{\varepsilon}{h}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{\varepsilon}{h} - \frac{y}{h}\right)^{3/2} \quad (15)$$

Comparons les valeurs fournies par cette formule à celles fournies par l'expérience. Nous pourrions prendre pour $\frac{\varepsilon}{h}$ et $\frac{y}{h}$ les valeurs obtenues par Bazin pour le fond de 1,135

$$\frac{\varepsilon}{h} = 0,118 \text{ et } \frac{y}{h} = 0,665.$$

En les remplaçant dans la relation (15), nous trouvons $m = 0,728$, valeur beaucoup plus élevée que celle correspondant à la réalité $m = 0,626$.

Comment expliquer cette différence? Par le fait que nous avons admis une hypothèse arbitraire, à savoir que dans la section contractée régnait sur toute la hauteur la pression atmosphérique alors qu'il n'en est rien, ainsi que l'ont montré les relevés effectués par Bazin des vitesses et des pressions dans la section contractée. La pression n'est égale à la pression atmosphérique qu'aux points A et B et si sur un diagramme donnant en abscisses les valeurs de $\frac{z}{h}$ nous portons les valeurs de $\frac{p}{\delta h}$ (fig. 8), nous voyons que celles-ci passent par un maximum pour

$$\frac{z}{h} = 0,34$$

Cette constatation n'est pas en contradiction avec la formule de Bernoulli bien entendu, ainsi que l'a vérifié Bazin en déterminant pour chacune des valeurs de $\frac{z}{h}$ les valeurs correspondantes de w puis de $\frac{w^2}{2gh}$.

Le diagramme de la figure 8 donne les valeurs de $\frac{w^2}{2gh}$ et si on les ajoute aux valeurs correspondantes de $\frac{p}{\delta h}$, on obtient pour diagramme une

droite inclinée dont l'équation peut s'écrire

$$\frac{w^2}{2gh} + \frac{p}{\delta h} = 1,006 - \frac{z}{h}$$

de laquelle on tire

$$\frac{w^2}{2gh} + \frac{p}{\delta h} + \frac{z}{h} = 1,006$$

p désignant dans toutes ces équations la pression effective, il faudra pour comparer le résultat à la

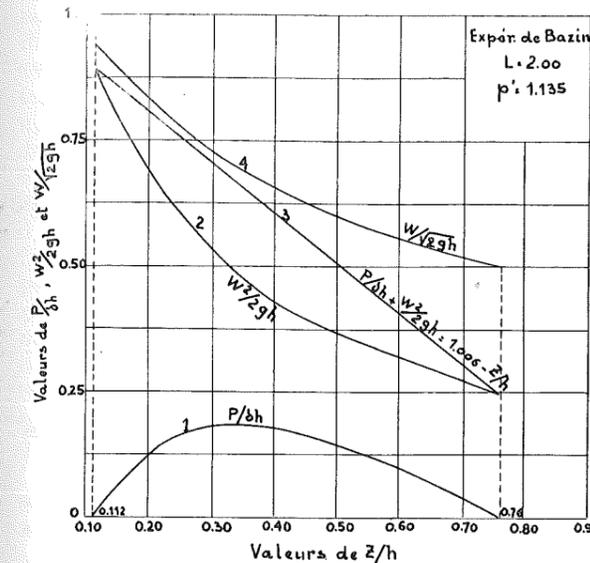


FIG. 8

formule de Bernoulli ajouter $\frac{p_a}{\delta h}$ aux deux membres et on obtiendra ainsi

$$\frac{w^2}{2g} + \frac{p + p_a}{\delta} + z = 0,006 h + \frac{p_a}{\delta} + h$$

formule identique à la formule (12), si l'on remarque que $0,006 h$ représente très approximativement le terme $\frac{v^2}{2g}$

Pour obtenir la vraie valeur du débit il faudrait donc poser

$$Q = \int_{h-\varepsilon-y}^{h-\varepsilon} l dh' w = l \sqrt{2gh} \int_{h-\varepsilon-y}^{h-\varepsilon} \frac{w}{\sqrt{2gh}} dh'$$

ou en remarquant que

$$h' = h - z$$

$$Q = lh \sqrt{2gh} \int_{h-\varepsilon}^{h-\varepsilon-y} \frac{w}{\sqrt{2gh}} d\left(\frac{z}{h}\right)$$

En posant

$$Q = \frac{2}{3} l \sqrt{2g} h^{3/2} \times m$$

on pourra en tirer

$$m = \frac{3}{2} \int_{h-\varepsilon-y}^{h-\varepsilon} \frac{w}{\sqrt{2gh}} d\left(\frac{z}{h}\right) \quad (16)$$

intégrale qui représente la surface comprise entre la courbe (4) et les deux ordonnées correspondant aux limites.

En effectuant cette intégration graphiquement, on trouve $m = 0,64$ qui correspond cette fois assez bien avec la moyenne des points observés pour les différentes valeurs de $\frac{h}{h+p'}$ correspondant à $p' = 1,135$ m. Cette fois le phénomène peut être considéré comme complètement connu: la valeur du coefficient de contraction dépend non seulement de la forme de la lame déversante, mais de la répartition de la pression (et partant des vitesses) dans la section contractée, et la forme de la lame aussi bien que la loi de répartition des pressions dépend de la vitesse d'approche, c'est-à-dire du rapport $\frac{h}{h+p'}$.

Si nous voulons, par la valeur du coefficient m , nous rendre compte de l'influence de la section d'amont, appliquons la formule (15) qui correspond à l'hypothèse du fond infini et d'une pression constante et égale à la pression atmosphérique dans la section contractée. Les relevés effectués par Bazin ont donné en fonction de $\frac{h}{h+p'}$

des valeurs de $\frac{\varepsilon}{h}$ et de $\frac{y}{h}$ variant approximativement suivant les courbes pointillées figure 9. Le calcul fournit dans ces conditions la courbe (1) qui fixe la réduction du débit par suite de la contraction de la section et de la réduction de la charge qui passe de h à $(h-\varepsilon)$.

Si nous utilisons à présent la formule (14) nous pourrions nous rendre compte de la vitesse d'approche par l'évaluation de l'écart entre la courbe (1) et la courbe (2) tirée de cette dernière formule. Entre cette dernière et la courbe expérimentale qui tient compte à la fois de l'influence de la contraction, de la vitesse d'approche et de la variation de la pression dans la section contractée, la différence est appréciable et reste sensiblement constante quelle que soit la vitesse d'approche puisque cette dernière dépend du rapport $\frac{h}{h+p'}$.

Il semble donc que l'on puisse conclure que la courbure des filets dépend exclusivement de cette vitesse d'approche.

Nous trouverons dans l'étude des déversoirs à contraction latérale une confirmation de cette conclusion.

Remarque. — On pourrait se demander comment la tension superficielle qui a pour effet de remonter le niveau de l'eau au débit nul de

1,5 mm. à 2,5 mm. conduit à ajouter, à la hauteur effectivement lue, une valeur h_1 , de 0,8 à 1,6 mm. et non à la soustraire de cette dernière.

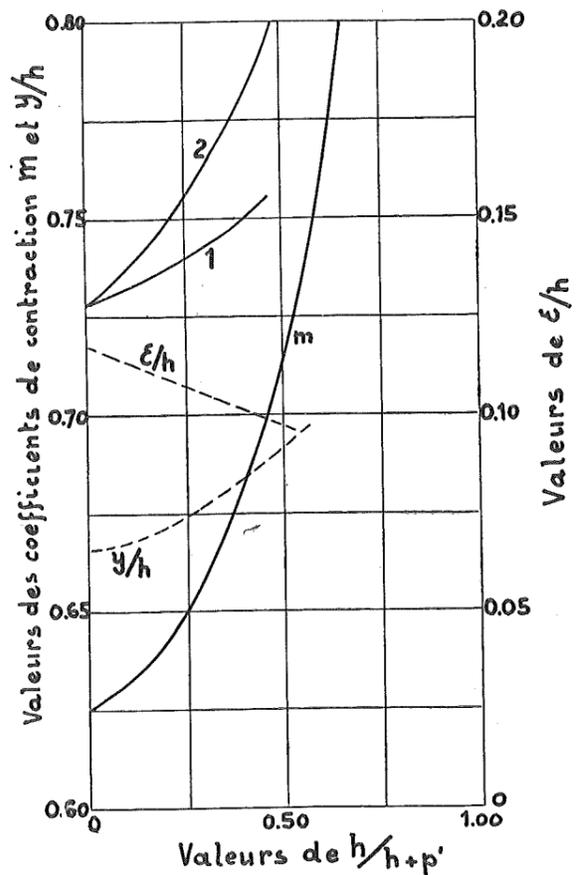


FIG. 9

Voici comment nous pouvons expliquer ce fait : La tension superficielle représente une force qui s'oppose à l'écoulement des filets inférieurs : c'est ainsi qu'aux débits faibles, la veine reste collée à la paroi d'aval si bien que l'on ne peut opérer qu'avec des hauteurs pratiquement supérieures à 2 mm. et 2,5 mm.

On peut donc dire que du fait de la tension superficielle, la valeur de ϵ normal (fig. 7) est réduite d'une quantité qui paraît pratiquement constante pour un même liquide et une même largeur d'orifice et qui est d'autant plus grande que la tension est plus grande. La hauteur de chute réelle est donc de ce fait agrandie de h_1 , puisqu'elle passe de $h - \epsilon$ à $(h - \epsilon + h_1)$; et si l'on refait à nouveau le raisonnement pour établir la formule classique on voit que la correction revient à remplacer dans celle-ci h par $(h + h_1)$.

Nous indiquons ci-dessous les valeurs de h_1 telles qu'elles résultent des calculs pour les différents expérimentateurs cités ici, en fonction de la largeur l du déversoir, et de la valeur p' de la distance du fond à la crête.

Valeur à ajouter aux lectures pour ramener les points observés sur la courbe de m
Expériences de Fteley & Stearn
 $l = 1,52$

$p' =$	1,085	0,518	0,305	0,152
$h = 40$ mm.	1 mm.	1 mm.	1,2 mm.	1 mm.
$h = 60$ mm.	de 0,9 à 1,00 mm.			

Expériences de Bazin
 $l = 2,00$

$p' =$	1,135	0,750	0,500	0,35	0,24
$h = 100$ mm.	2 mm.	1,8 mm.	1,8 mm.	1 mm.	1 mm.

Expériences de Ch. Hanocq

$l =$ mm.	75	150	300
$h = 15$ mm.	0,3 mm.	0,7 mm.	0,6 mm.
$h = 25$ mm.	0,2 mm.	0,55 mm.	0,45 mm.
$h = 50$ mm.			0,35 mm.

CHAPITRE III

Résultats fournis par nos propres essais sur les orifices sans contraction latérale

L'installation qui nous a servi dans nos essais comporte un bac de jauge ayant les dimensions indiquées sur le plan ci-contre (fig. 10).

Destiné à la mesure des débits dans l'installation de la pompe centrifuge du Laboratoire de Construction des Machines de l'Université de Liège (fig. 11), il avait été conçu pour permettre l'utilisation d'orifices à contraction latérale pouvant aller jusqu'à 0,600 m. de largeur.

Les dimensions du bac d'empottement avaient été réduites par suite des nécessités d'installation à 0,500 m³ utile, ce qui pour les débits correspondant à des lames de 150 mm. avec l'orifice de 300 mm., est manifestement insuffisant.

Sur la figure 11, on peut voir le volant de manœuvre de la vanne v destinée à obturer rapidement la tubulure de décharge du bac d'empottement et les tubes indicateurs permettant de relever les niveaux atteints. Une tôle striée était prévue pour briser le jet sortant du déversoir et éviter des remous dans le bac.

Des dispositions étaient prises pour assurer également tout au moins pour les débits normalement réalisés une nappe d'eau parfaitement calme.

La méthode de la mise à zéro du flotteur protégé par une gaine cylindrique (fig. 12) est celle utilisée par Dwelshauvers-Dery. La pointe (fig. 10) est réglée au préalable au moyen d'un niveau de précision et de deux règles disposées l'une sur l'autre, l'une appuyant sur la crête du déversoir, l'autre touchant la pointe.

En remplissant le bac de jauge jusqu'à la pointe, ce qui peut se faire avec une grande précision à

cause du phénomène de capillarité qui se produit à l'instant précis de contact avec la nappe, on pouvait régler le zéro du flotteur. Cette opération du réglage était reproduite au commencement et à la fin de chaque essai. Comme nous disposons sur la conduite de refoulement de la pompe alimentant le bac, de deux Venturi nous avons l'occasion de contrôler les résultats fournis par l'empottement et de déceler ainsi immédiatement les résultats qui auraient été entachés d'une erreur accidentelle. Les opérations conduites par M. Kestlicher comportaient toujours une mise en régime de 15 minutes, puis deux observations à 3 minutes qui étaient abandonnées lorsqu'elles ne concordaient pas à 4/10 de seconde près.

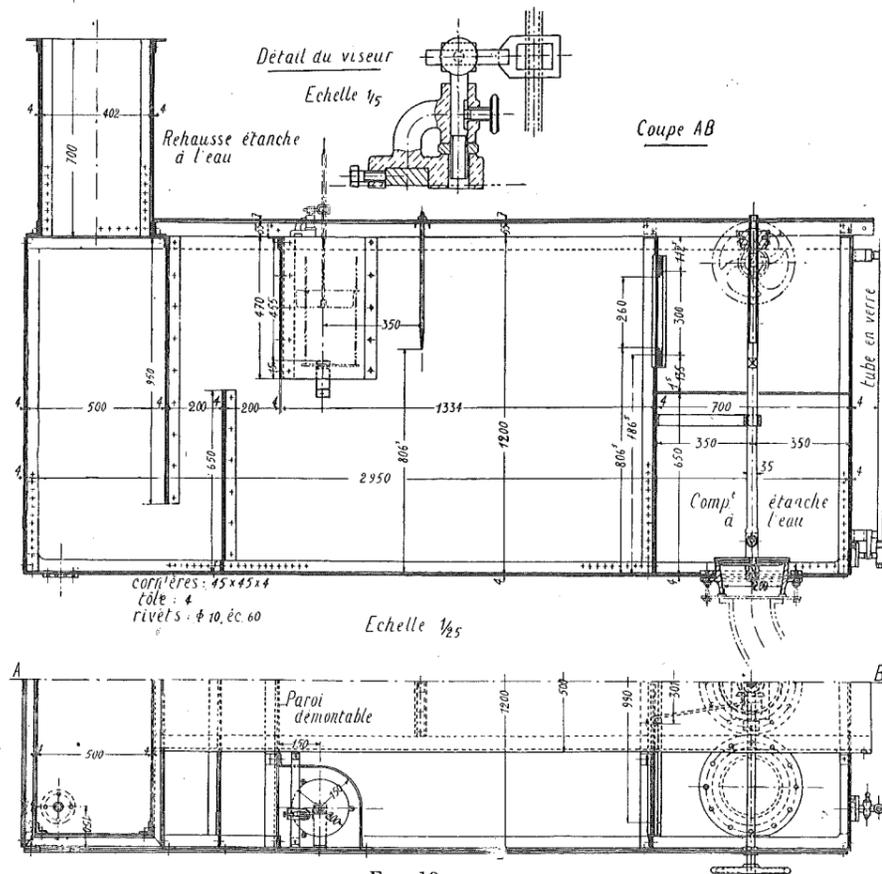


FIG. 10.

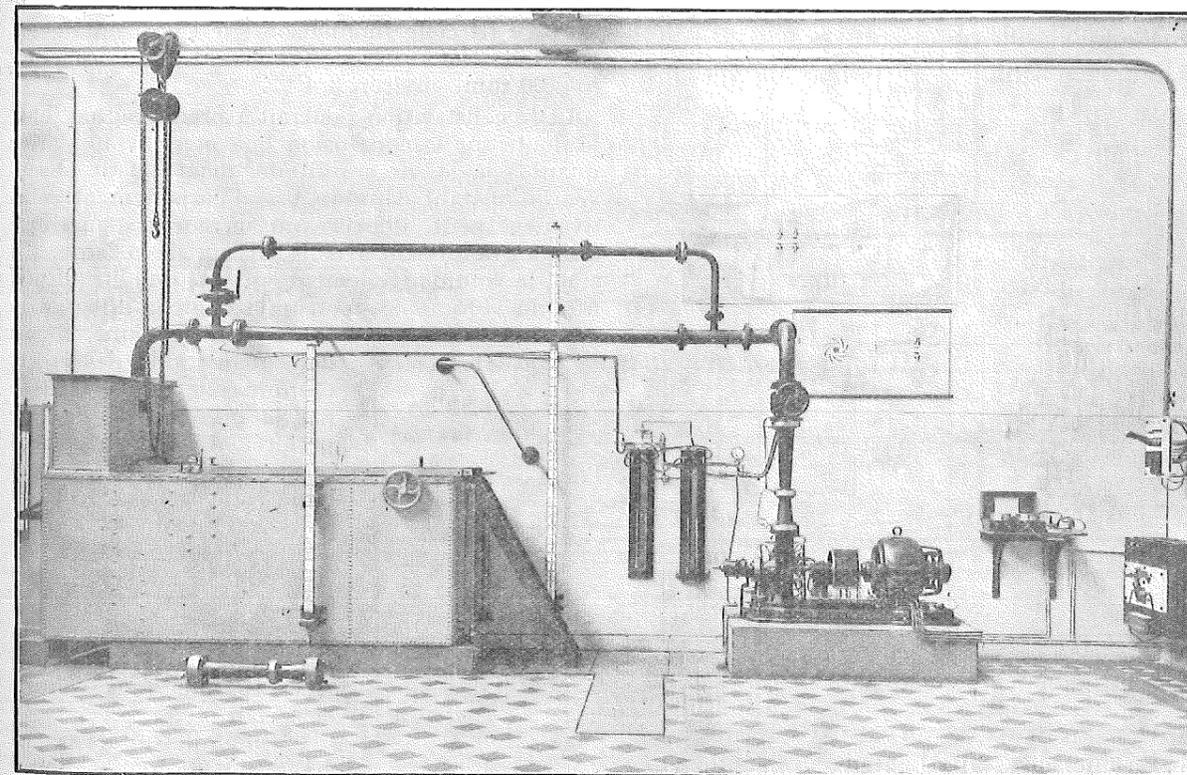


FIG. 11.

Les expériences ont d'abord porté sur des orifices à contraction latérale de 75, 150 et 300 dont nous parlerons au chapitre IV, nous réservant pour le moment de n'insister que sur les résultats obtenus avec des orifices sans contraction latérale que nous avons été amenés à étudier en vue

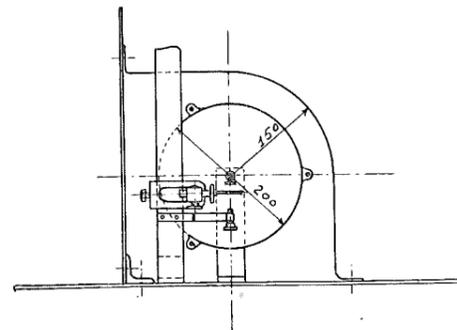
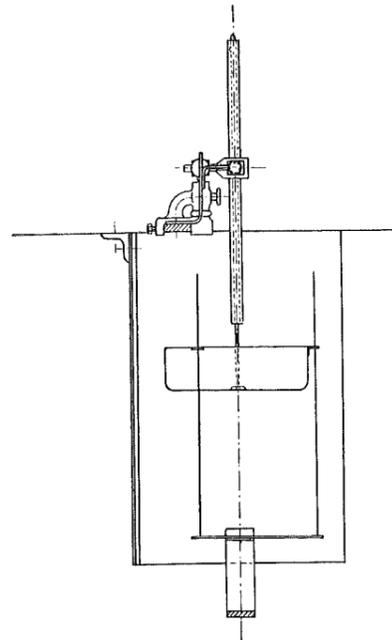


FIG. 12

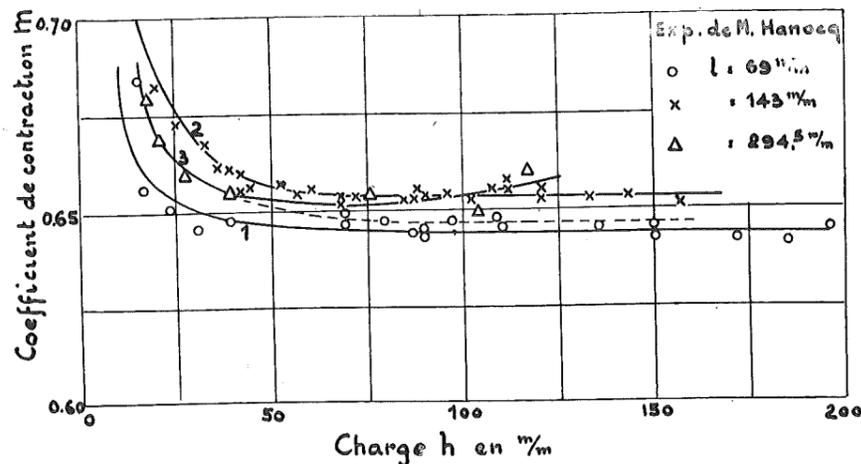


FIG. 13

de débrouiller les anomalies constatées à l'origine du présent travail de synthèse. Pour réaliser ces essais nous avons utilisé des parois latérales en tôle de laiton s'engageant dans l'orifice de façon à guider les lames au delà de l'orifice, ces parois étant maintenues à distance rigoureusement constante. Les tôles du côté amont étaient cintrées sur une certaine longueur vers l'extérieur, de façon à éviter la formation de remous à l'entrée du chenal ainsi constitué.

Le flotteur conservant toutefois le même emplacement dans tous les essais, cette manière de réaliser un orifice de Bazin conduisait à cette conséquence que la valeur de h était constamment lue à un endroit où la vitesse d'approche pouvait être considérée comme nulle. A vrai dire, étant donné que ce chenal qui se prolongeait à 0,200 m. en dessous de la crête du déversoir ne possédait pas de fond propre, la valeur de p' pouvait être négligée constamment vis-à-vis de h , ce qui revient à dire que les valeurs observées pour m devaient se confondre avec les valeurs de m_1 correspondant au fond situé à l'infini.

Les résultats obtenus avec les orifices de

I	II	III
0,069	0,143	0,2945

sont traduits par les courbes 1, 2 et 3 de la figure 13.

La courbe correspondant à l'orifice I est rigoureusement une ligne horizontale à partir de $h = 75$ mm.

La courbe obtenue pour l'orifice II tend à se relever légèrement, semble-t-il, tandis que pour l'orifice III cette inclinaison sur l'horizontale est manifeste, les différences pouvant atteindre pour $h = 100$ mm. environ 3/4 %.

Cette constatation pourrait à première vue jeter le doute sur la conclusion que nous avons émise quant à la loi de similitude; mais il faut observer qu'opérant dans un bac d'empotement relativement petit, il existe une erreur systématique qui va grandissant avec la largeur de la lame. En effet, le volume réellement empoté doit être diminué du volume occupé sur la hauteur d'empotement par la lame d'eau descendant du déversoir. Comme cette lame est brisée par la présence d'une tôle perforée il n'est pas possible de calculer avec une certaine rigueur la correction, mais on peut se rendre compte qu'avec l'orifice de 300 elle atteint aisément 3/4 %.

Ainsi, nous pouvons conclure de nos essais corrigés comme nous venons de le faire :

1° Qu'au-dessus de $h = 70$ la courbe de m est nettement une droite parallèle à l'axe des h ;

2° Que l'ordonnée de cette droite va croissant pour les valeurs de l comprises entre 300 et 145 pour décroître entre 145 et 69.

Comment interpréter ces résultats ?

Si nous n'avions que nos documents, nous pourrions être assez embarrassés et nous serions forcés de poursuivre les essais sur les orifices plus petits et plus grands. Mais nous disposons des essais de Fteley et Stearns et de Bazin que nous avons analysés plus haut.

La figure 14 donne les valeurs de m_1 coefficient correspondant à un fond infini, pour les différents déversoirs expérimentés par Fteley et Stearns, Bazin, Francis, Castel et les nôtres. Les valeurs de m_1 ont été relevées sur les diagrammes des figures 5, 6 et 13. Pour mieux faire ressortir l'allure rigoureusement constante de m_1 en fonction de h nous avons porté dans le diagramme de la figure 14 les valeurs de m_1 pour la largeur $l = 5,79$ m. calculée à l'aide

de la formule (11) applicable pour toute l'étendue de la courbe, la valeur de $\frac{h}{h' + p'}$ étant très inférieure à la valeur de 0,5 que nous avons considérée comme limite d'applicabilité de la formule.

Ainsi, à mesure que la largeur diminue le coefficient m s'élève.

Si nous admettons que le phénomène à la paroi qui a pour effet de freiner les filets et de relever latéralement la nappe, suit la loi de similitude, nous pourrions dire que l'accroissement de section de la veine sera proportionnel à h et que partant l'accroissement du coefficient m sera inversement proportionnel à la largeur l de l'orifice.

$$\Delta m = \frac{\sigma}{h \times l} = \frac{K \times h}{h \times l} = \frac{K}{l}$$

Si on trace la courbe de Δm en fonction de l , on constate toutefois que pour tenir compte des résultats connus, la courbe de Δm doit être plus plate que celle fournie pour une hyperbole ainsi définie, et que nous avons tracée en pointillé figure 15. L'écart va grandissant au fur et à mesure que l'on se rapproche des petits orifices et à partir de l égal à 100 mm. environ la valeur de Δm diminue.

Il est facile d'interpréter ce résultat car le rai-

sonnement que nous venons de faire pour trouver Δm fait évidemment abstraction de l'influence des frottements à la paroi, influence négligeable pour les valeurs de 1 m. 00 et plus, mais prépondérante pour les largeurs de 0 m. 100 et moins, ainsi que le montre l'allure des courbes pleines et pointillées de la figure 15.

Cette fois, il est possible de fixer la valeur de m quelles que soient les dispositions expérimentales adoptées.

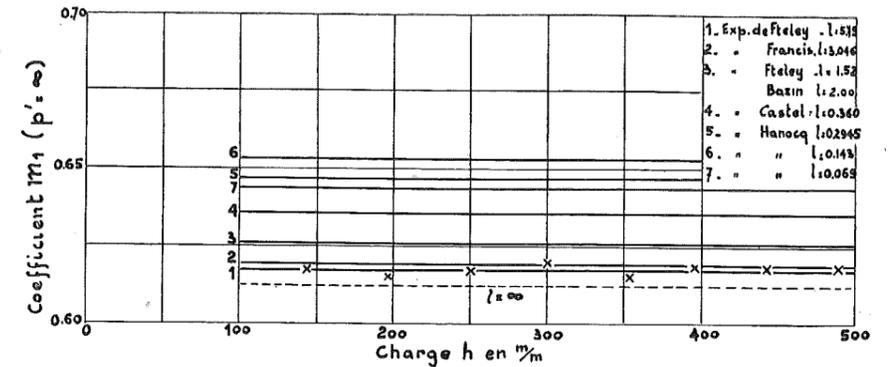


FIG. 14.

Au-dessus de 100, ou de 150 mm., pour être à l'abri de tout doute, puisque dans les expériences de Bazin il semble que l'influence de la tension se soit fait sentir jusqu'à $h = 150$, alors que dans les nôtres elle paraissait déjà être nulle à partir de $h = 70$, la valeur de m est donnée par la relation

$$m = 0,6125 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'} \right)^2 \right] (1 + \Delta m) \quad (17)$$

Δm étant fourni par la courbe en trait plein de la figure 15.

En dessous de 100 ou 150, on pourrait encore appliquer la formule, mais il faudrait ajouter à h

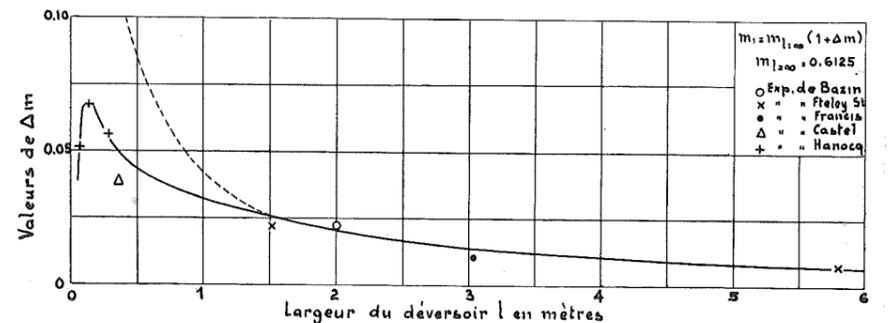


FIG. 15.

0,8 mm. à 1,6 mm. suivant l'importance de la tension superficielle du liquide sur la paroi de l'orifice employé, d'après le tableau établi antérieurement.

Notre conclusion à cet égard sera la suivante :

« Il y a lieu d'opérer avec des lames de 100 mm. et plus. »

Et nous nous résumerons en disant :

1° La distance du flotteur à l'orifice peut être ramenée à trois ou quatre fois l'épaisseur de la lame la plus grande utilisée ;

2° La mise à zéro doit être effectuée avec soin, surtout si l'on descend à des lames de 100 ou 150 ;

3° Il convient de ne pas descendre en dessous de 100 ou 150, et lorsque l'on y est forcé, on doit, pour pouvoir appliquer la formule, ajouter à h une valeur de l'ordre de 0,8 mm. à 1 mm. l'incertitude pouvant atteindre 3 ou 4/10 de mm. en plus ou en moins ;

4° Il importe de réaliser des parois lisses, tant pour la paroi formant l'orifice que pour les parois latérales, surtout si l'on a affaire à un orifice étroit.

5° Toutes les expériences connues cadrent avec la formule ci-dessous à plus de 1/2 % près en plus ou en moins.

CHAPITRE IV

Etude des résultats obtenus sur l'orifice contracté d'après les essais de Frese et de Hégly

Les essais de Frese ont porté sur des déversoirs pouvant aller jusqu'à près de 6 m. de largeur avec un fond situé à 4 m. en dessous du niveau du plan d'eau. La mesure de la hauteur h était faite par flotteur à une distance de 14 m. pour le flotteur et par pointe renversée à une distance de 4 m. 80. Pour faire varier l'épaisseur de la lame, Frese

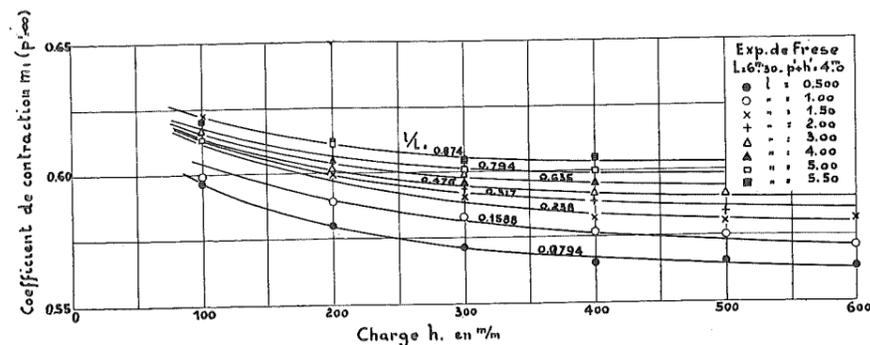


FIG. 16.

descendait la crête de l'orifice et ainsi la mise à zéro devenait plus délicate. Comme les lectures n'ont porté que sur des hauteurs plus grandes que 100 mm., l'erreur qui pouvait résulter d'une différence de quelques dixièmes sur le zéro, ne pouvait toutefois avoir d'effet sensible sur les résultats. La grande profondeur du chenal utilisé a eu par contre cet énorme avantage de rendre la vitesse d'approche pratiquement négligeable et de simplifier ainsi l'analyse des résultats.

Fort des conclusions que nous avons émises au chapitre précédent sur la similitude, nous avons admis que la valeur du coefficient m pour les orifices à contraction latérale utilisé par Frese avec une vitesse d'approche négligeable, devait être une fonction de $\frac{h}{l}$ et de $\frac{l}{L}$ réserve faite de l'influence éventuelle de la largeur l . La figure 16 donne les

valeurs de m en fonction des valeurs de h observées dans un chenal de 6 m. 300 avec des orifices ayant les largeurs l suivantes :

$l = 5$ m. 50	soit un rapport $\frac{l}{L} = 0,874$
5 m. 00	— — — = 0,794
4 m. 00	— — — = 0,635
3 m. 00	— — — = 0,476
2 m. 00	— — — = 0,3175
1 m. 50	— — — = 0,238
1 m. 00	— — — = 0,1588
0 m. 50	— — — = 0,074

Pour des rapports élevés de $\frac{l}{L}$ et les grandes lames, nous avons introduit la correction de la vitesse d'approche en suivant la méthode que nous indiquerons un peu plus loin ; cette correction ne dépasse pas d'ailleurs 0,7 % pour le plus grand rapport de $\frac{l}{L}$ et pour la plus grande hauteur h employée : 400 mm.

La figure 17 donne en fonction de $\frac{h}{l}$ les résultats portés sur les courbes précédentes. On peut se rendre compte tout au moins pour le rapport $\frac{l}{L}$ égal à 0,874, que à partir d'une certaine valeur de $\frac{h}{l}$, la courbe de m en fonction de $\frac{h}{l}$ se sépare de la courbe limite pour devenir une ligne horizontale, l'ordonnée de cette courbe étant d'autant plus élevée que $\frac{l}{L}$ est plus voisin de l'unité.

Cette constatation est beaucoup plus nette sur la figure 20 qui se rapporte aux essais de Hégly.

Avant d'analyser les résultats en fonction de $\frac{h}{l}$ pour ces dernières expériences, nous voudrions tout d'abord présenter les résultats fournis par Hégly directement en fonction de h pour différentes valeurs de p' . La figure 18 donne les points observés pour les différents fonds, et les courbes moyennes qui relient tous ces points. Pour pouvoir comparer ces essais avec ceux de Frese, il importe de tenir compte de l'influence du fond et de rechercher ce que deviendraient les résultats avec un fond situé à l'infini par rapport à la crête du déversoir.

D'après ce que nous avons vu concernant l'orifice sans contraction latérale, la forme de la lame et la loi des pressions dans la section contractée sont commandées par la vitesse d'approche, laquelle dépend non plus du rapport $\frac{h}{h+p'}$ en vertu de la relation (3) établie pour un orifice non con-

tracté latéralement, mais du rapport

$$\left(\frac{h}{h+p'} \right) \frac{l}{L}$$

qui fixe la valeur de la vitesse pour un orifice à contraction latérale.

En appliquant la formule :

$$m = m_1 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p'} \right)^2 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right]$$

nous avons pu observer que pour deux séries d'expériences effectuées avec des fonds respectivement de 0,412 et de 0,814 les valeurs obtenues par m_1 étaient identiques à moins de 0,2 % près.

Tenant compte de cette relation, nous avons porté figure 19 les valeurs de m_1 en fonction de h puis figure 20 les mêmes valeurs en fonction de $\frac{h}{l}$

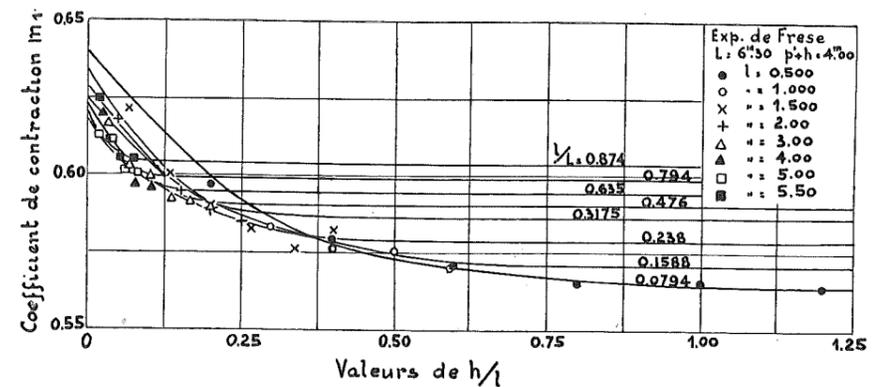


FIG. 17.

L'allure de la courbe limite est la même que celle obtenue avec les essais de Frese mais elle reste constamment en dessous de celle-ci.

Les parties horizontales correspondant aux diverses valeurs de $\frac{l}{L}$, sont ici nettement tracées par

les points eux-mêmes et l'on peut chercher comment varient en fonction de

$$\frac{l}{L}$$

les ordonnées de celles-ci

La figure 21 donne les points ainsi trouvés pour les expériences de Hégly (courbe 2) et de Frese (courbe 1). On peut relier avec une approximation suffisante tous ces points, en traçant pour chacun des expérimentateurs, une droite passant par le même point situé sur l'ordonnée correspondant à

$$\frac{l}{L} = 1$$

Comme nous le montrerons plus loin les résultats obtenus par nous sur un bac de jauge de 1 m. 200 de largeur, se groupent également sur une droite 3 (fig. 21) passant par le même point, mais distincte des deux premières.

Comment interpréter ces résultats ?

Tout d'abord, le chiffre vers lequel paraissent tendre les valeurs de m_1 pour $\frac{l}{L} = 1$ est celui qui

correspondrait à l'orifice sans contraction latérale de largeur infinie, et cela est rationnel car si l'influence du frottement des parois se fait sentir dans l'orifice sans contraction latérale, il n'en est plus de même avec l'orifice avec contraction latérale.

Tout au moins lorsque $\frac{l}{L}$ est nettement différent

de l'unité ; lorsque $\frac{l}{L}$ se rapproche de l'unité, il est vraisemblable que les courbes réelles s'écartent des droites 1, 2 et 3 d'une manière plus ou moins discontinue pour aboutir à la valeur limite observée avec l'orifice sans contraction latérale res-

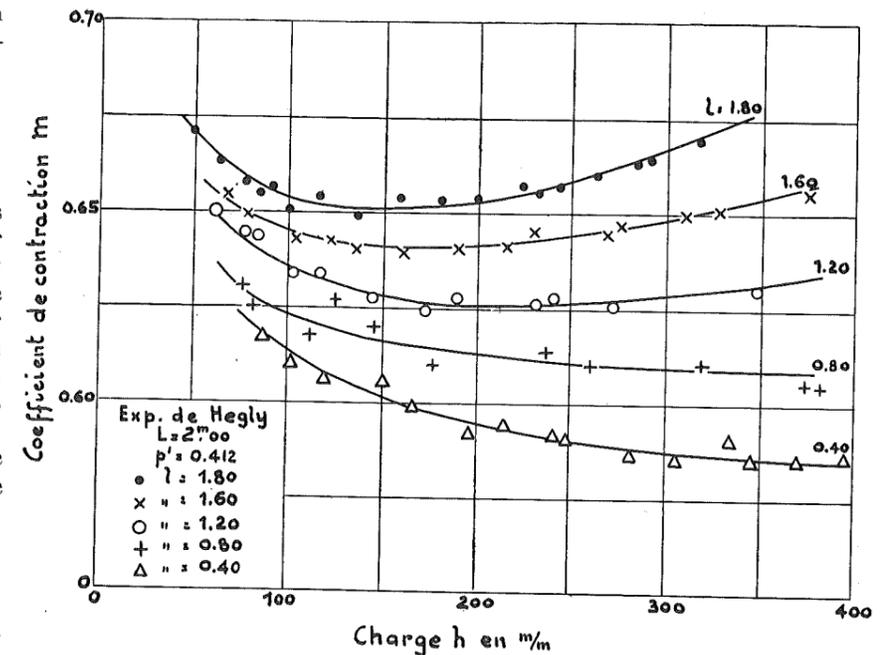


FIG. 18.

pectivement de 6 m. 300, 2 m. 000 et 1 m. 200. Nous avons prolongé les droites 1, 2 et 3 jusqu'à l'axe des m bien que pour les très petites valeurs de l , on ne puisse assurer que l'allure rectiligne se

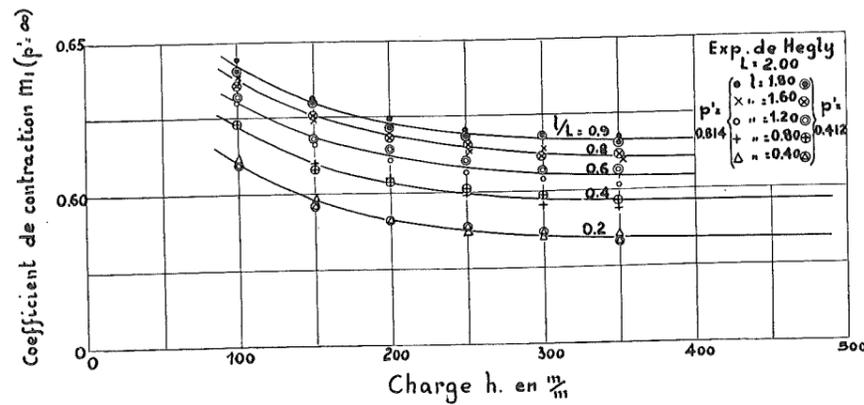


FIG. 19.

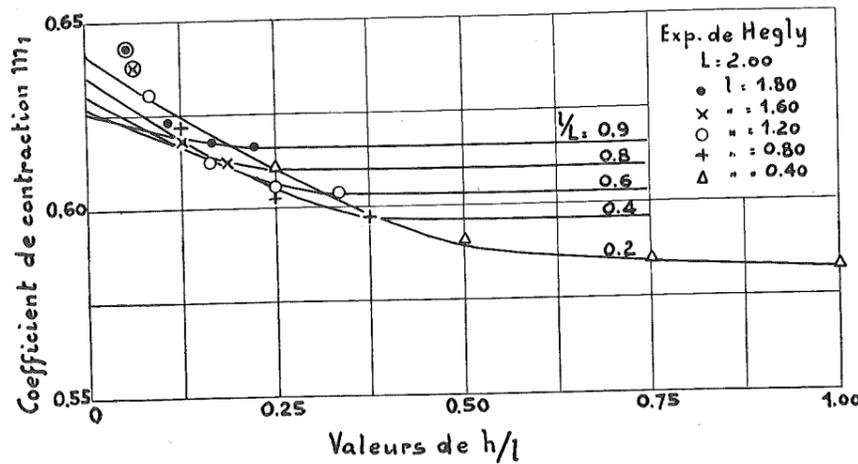


FIG. 20.

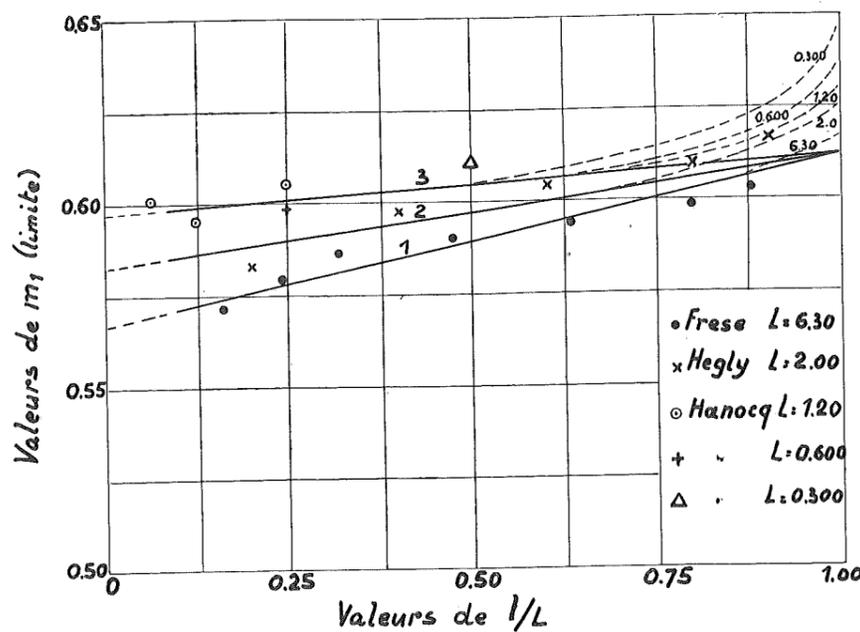


FIG. 21.

maintienne. Ce que nous allons déduire des points observés ne doit donc pas s'étendre nécessairement à des valeurs de l/L très faibles, inférieures pour fixer les idées, à quelques centièmes.

Représentons par Y l'ordonnée à l'origine mesurée à partir de la cote 0,6125, pour une quelconque des courbes de la figure 21 en trait plein; nous pourrions écrire pour chacune d'elles

$$m_1 = 0,6125 - Y \left(1 - \frac{l}{L} \right) \quad (18)$$

Or, si nous portons en diagramme les valeurs de Y en fonction de L , nous voyons que les points se trouvent très approximativement sur une hyperbole équilatère ayant pour équation (fig. 22)

$$(0,0525 - Y) \times L = K$$

d'où la valeur de

$$Y = 0,0525 - \frac{K}{L}$$

et

$$m_1 = 0,6125 - Y \left(1 - \frac{l}{L} \right) = 0,6125 -$$

$$\left(0,0525 - \frac{K}{L} \right) \left(1 - \frac{l}{L} \right)$$

$$= 0,56 \left[\left(1 + 0,09375 \frac{l}{L} \right) + \frac{K}{L} \left(1 - \frac{l}{L} \right) \right] \quad (19)$$

Pour $\frac{l}{L} = 0$

$$m_1 = 0,56 + \frac{K}{L}$$

En relevant m_1 sur la figure 21 pour $\frac{l}{L} = 0$ et une valeur déterminée de L , on peut trouver la valeur de K . On obtient ainsi:

$$K = 0,045$$

d'où

$$m_1 = 0,56 \left(1 + 0,09375 \frac{l}{L} \right) + 0,045 \frac{l}{L} \left(1 - \frac{l}{L} \right) \quad (20)$$

Cette formule n'est applicable que pour des déversoirs débitant sur un bac dont la largeur ne descend pas en dessous de 1 m. 200 ainsi que cela paraît ressortir de nos expériences. Nous verrons en effet, au chapitre suivant que les points obtenus pour les bacs de 0,150, 0,300 et 0,600 m. viennent se grouper sur la courbe correspondant au bac de 1 m. 200 de la figure 21.

Cela nous a conduit à tracer la courbe de la figure 22 pour les valeurs de L inférieures à 1,200 de manière qu'elle présente un minimum.

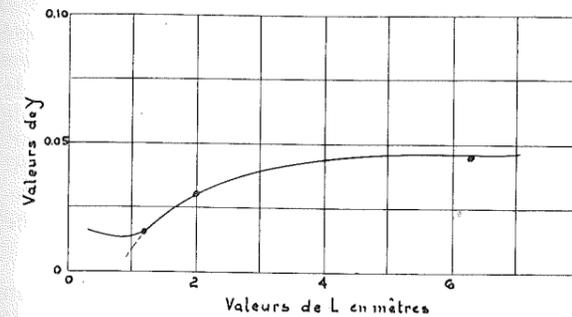


FIG. 22.

Dans cette région, il conviendrait de regarder $\frac{K}{L}$ comme étant constant et d'adopter partant la formule

$$m_1 = 0,6125 \left[1 - 0,0253 \left(1 - \frac{l}{L} \right) \right] \quad (21)$$

Cette discontinuité dans la courbe de la figure 22 qui tient compte de la largeur du bac, serait analogue à celle constatée pour l'orifice sans contraction latérale (figure 15); elle n'aurait donc rien d'anormal. La figure 22, ci-dessus ne s'appliquerait donc que pour les valeurs de L supérieures à 1,200 m. et pour des valeurs de $\frac{h}{l}$ ne dépassant pas celles données par la relation

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{5} \left(\frac{L}{l} - 1 \right) \quad (22)$$

Pour les valeurs inférieures, il faut suivre les données de la courbe limite. Cette courbe limite n'est unique toutefois que pour les grandes valeurs de $\frac{h}{l}$; pour les petites valeurs, c'est-à-dire pour les points des diagrammes se rapportant à de grands rapports $\frac{l}{L}$ la courbe limite doit logiquement tendre vers la valeur observée pour l'orifice de Bazin de largeur L . Elle doit donc être distincte pour chacune des valeurs de $\frac{l}{L}$.

Les tracés que nous avons effectués pour tenir compte de cette observation, ne se trouvent d'ail-

leurs en contradiction avec aucun des points expérimentaux à part deux que nous avons entourés d'un cercle et qui sur les diagrammes de Hegly étaient d'ailleurs nettement trop hauts, si on rapporte l'allure des courbes de Hegly à celles de Frese dans cette région.

CHAPITRE V

Etude des résultats obtenus dans nos propres essais pour les orifices à contraction latérale

Nous avons dit comment nous avons été amenés à étudier cette question et nous avons donné dans le chapitre précédent les résultats tirés de nos expériences sur le bac de 1 m. 200. Nous croyons nécessaire de donner ici un court aperçu de nos essais. A l'origine, nous avons fait porter nos efforts sur la détermination des valeurs de m pour trois orifices

150 300 600

dans un bac de 1,200 m. de largeur.

Avec ce dernier orifice nous ne pouvions opérer avec une très grande certitude en raison des trop faibles dimensions du bac d'empottement

En vue de généraliser les résultats, notre chef de travaux, M. Schlag, avait eu l'idée de placer un chenal dans le bac de façon à réaliser avec l'orifice de 300 exactement les mêmes proportions qu'avec l'orifice de 600 placé dans le bac de 1200.

Les difficultés d'interprétation des résultats trouvés nous étant apparues comme insurmontables, nous avons jugé nécessaire de simplifier le problème et c'est pourquoi nous avons repris une série d'essais en rétrécissant la largeur du chenal alimentant l'orifice, mais en utilisant des parois en tôle analogues à celles employées pour l'orifice de Bazin, c'est-à-dire en conservant ainsi invariablement le même fond. En portant en fonction de $\frac{h}{l}$ les résultats ainsi obtenus, nous avons trouvé les courbes (fig. 23):

- 1 — pour $l=150$ $L=1200$.
- 2 — pour $l=75$ $L=1200$.
- 3 — pour $l=300$ $L=1200$.
- 1' — pour $l=150$ $L=600$.
- 1'' — pour $l=150$ $L=300$.

Malheureusement, sauf pour les orifices de 75 et de 150, nous avons dû rester en dessous de $h=150$, c'est-à-dire en dessous de la limite pour laquelle la tension superficielle est sans influence.

Si nous voulons comparer avec les valeurs de Frese et de Hegly, les valeurs de m_1 obtenues par nous directement, puisque nous pouvons considérer dans nos expériences le fond comme situé pratiquement à l'infini, il sera nécessaire que nous introduisions une correction sur la hauteur h ; or, nous avons évalué cette correction pour nos expériences à 1/2 mm. d'après ce qu'indique notre tableau précédent du chapitre II. Les courbes tracées figure 24 donnent les résultats obtenus pour

chacun des orifices après correction. On voit que les courbes tracées en fonction de $\frac{h}{l}$ tendent bien vers une valeur à l'origine qui correspond sensiblement à celle admise pour les orifices sans contraction latérale de largeur l correspondante.

On voit également qu'à partir d'une certaine valeur de $\frac{h}{l}$ la courbe tend vers une horizontale.

Les ordonnées correspondant à ces parties horizontales ont été portées dans le diagramme de la figure 21 dont nous avons déjà parlé et les points ainsi obtenus se trouvent sensiblement sur la droite 3.

Nous avons fait ressortir comment on pouvait expliquer cette anomalie d'une courbe unique pour toutes les valeurs de L comprises en 1 m. 200. et 0,300 m.

Nous n'avons pas utilisé les résultats fournis par les expériences sur l'orifice de 0 m. 600 dans le bac de 1 m. 200 ; le chiffre qui correspond à la partie horizontale étant en effet nettement au-dessus de la droite (3) de plus de 2 %.

Outre que la précision dans les mesures de débit faisait défaut pour des lames plus grandes que 80 mm., il faut noter que la disposition de l'alimentation du déversoir tendait à maintenir dans notre bac, à l'endroit de flotteur, une vitesse nettement supérieure à la vitesse calculée en fonction de la section nette du bac. Nous nous proposons de refaire des essais avec une alimentation améliorée à ce point de vue et nous ne doutons pas que les résultats obtenus avec l'orifice de 0 m. 600 cadrent cette fois avec tous les autres. C'est en tous cas à l'heure actuelle la seule expérience qui nous ait donné une valeur incompatible et elle nous sert à faire comprendre le rôle important que peut jouer l'alimentation, sur les valeurs observées pour le coefficient de débit. Il doit donc être entendu que toutes les formules proposées par nous, supposent une alimentation du déversoir telle que l'écoulement du flux se fasse dans toute la section du bac à l'endroit où est placé le flot-

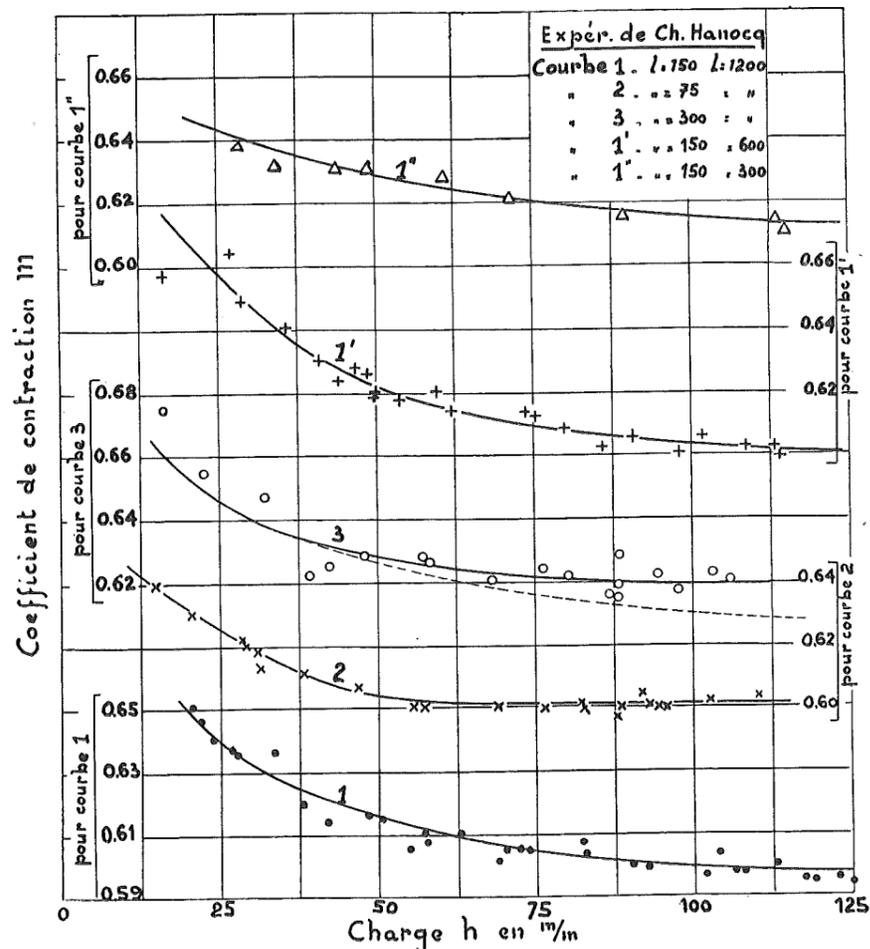


FIG. 23.

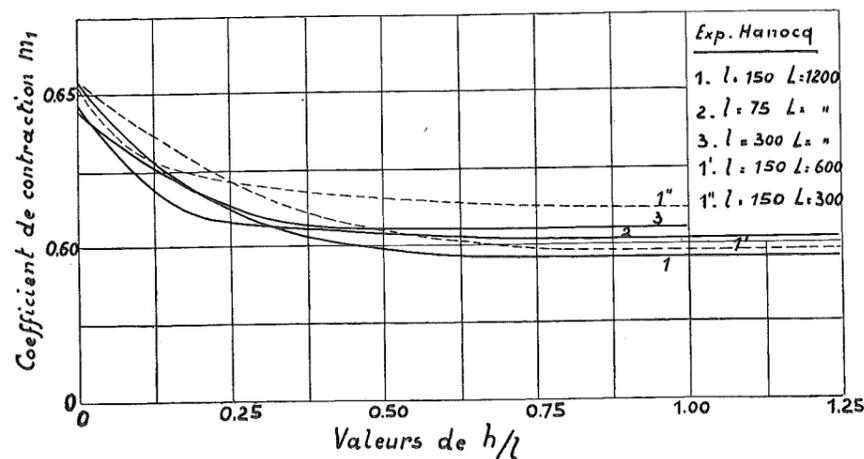


FIG. 24.

teur, et cela suivant une répartition normale des vitesses.

Ce résultat qui est toujours atteint lorsque le chenal qui alimente l'orifice est de grande longueur devient forcément difficile à réaliser dans un bac court, et d'autant plus difficile que l'orifice est plus large par rapport au bac.

Nous ferons observer en terminant que la formule déduite par Hegly de ses propres expériences correspond avec nos notations à

$$m_1 = 0,6075 + \frac{0,00405}{h} - 0,045 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \quad (23)$$

et que cette formule est de même forme que la nôtre si on tient compte de ce que pour les faibles valeurs de h nous avons admis qu'il y avait lieu d'introduire dans la formule du débit, non pas h mais

$$h + h_1$$

h_1 variant de 1/2 à 2 mm. selon les expérimentateurs (2 mm. pour les essais de Bazin).

Introduire $(h + 0,002)$ au lieu de h , cela revient à ajouter en effet à m_1 un terme

$$\frac{3}{2} \frac{m_1}{h} \times 0,002$$

soit

$$\frac{0,0019}{h}$$

ce qui conduit à écrire notre formule comme suit

$$m_1 = 0,6125 + \frac{0,0019}{h} - 0,0413 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \quad (24)$$

puisque $\frac{K}{L} = \frac{0,045}{4,000} = 0,0112$.

Remarquons que prendre $\frac{K}{L} = 0,0112$, c'est prendre la valeur moyenne qui correspond aux essais de Frese et de Hegly combinés, c'est-à-dire à une droite qui serait comprise entre les droites 1 et 2 de la figure 21.

Nous avons montré que l'on ne saurait par ce moyen coordonner nos résultats avec ceux de Frese et de Hegly, et partant que la formule de Hegly ne peut être considérée comme générale.

D'ailleurs Hegly lui-même avait été conduit à proposer pour les petits orifices, dans des bacs de grandes largeurs, une formule différente dans laquelle la largeur intervient en valeur absolue.

$$m_1 = 0,6075 + \frac{0,0045}{h} - 0,0495 \left(\frac{1}{1 + l}\right) \quad (25)$$

Conclusions

La méthode de la mesure des débits par déversoir peut donner des résultats corrects à la condition d'assurer une alimentation d'amont satisfaisante.

Avec un bac court cette question est délicate, car il faut assurer un amortissement de la vitesse à la sortie du tuyau et obtenir malgré la présence

de chicanes nécessaires à l'amortissement, un mouvement d'ensemble à l'endroit du flotteur qui correspond à une répartition normale des vitesses dans la section.

Nous nous proposons d'étudier tout particulièrement cette question.

En attendant nous pouvons faire remarquer que les valeurs de m tendent à augmenter lorsque la vitesse tend à être plus grande à l'endroit du flotteur que celle qui résulterait d'une répartition normale des vitesses dans la section.

Pour obtenir les valeurs fixées par nos formules avec un bac comme celui que nous avons dessiné figure 10, il faudrait tout au moins pour les orifices supérieurs à 0 m. 300 écarter notablement les tôles formant chicanes et allonger le bac de 1 m. 000 ou de 1 m. 500 en laissant le flotteur dans la position actuelle par rapport à l'orifice. Avec la disposition dessinée et un bac réduit à une longueur minimum le coefficient m pour l'orifice de 0 m. 600 est nettement supérieur à celui calculé de 2,5 %.

Pour des orifices alimentés au moyen d'un chenal de grande longueur, avec un flotteur situé à une distance de trois à quatre fois l'épaisseur de la plus grande lame employée, nous sommes persuadés que les erreurs sur le débit ne dépassent pas 1/2 à 3/4 % en plus ou en moins, lorsqu'on applique la formule (17) :

$$m = 0,6125 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2\right] (1 + \Delta m)$$

pour l'orifice sans contraction latérale étudié de façon à assurer la libre circulation de l'air sous la lame, Δm étant fourni en fonction de l par la courbe de la figure 15,

Pour l'orifice à contraction latérale, la formule devient

$$m = 0,560 \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + p'}\right)^2 \left(\frac{l}{L}\right)^2\right] \times \left[1 + 0,09375 \frac{l}{L} + 0,0805 \frac{l}{L} \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{1}{l}\right]$$

Dans le calcul du débit, il convient de remplacer h par $(h + h_1)$ lorsque h est inférieur à 0,100 ou 0,150 m.

Pour h_1 , il semble que l'on puisse prendre faute de données plus précises, 1 mm. le chiffre pouvant varier de 0,5 à 1,5 mm. probablement avec la forme du biseau de la tôle formant l'orifice. Pour nos expériences avec une tôle de 3 mm. et un biseau à 45° atteignant 2 mm. d'épaisseur la valeur de h peut être prise égale à 0,5 mm. On peut au surplus s'en rapporter au tableau précédent. En ce qui concerne l'orifice à contraction latérale, il est nécessaire de faire observer que la formule n'est applicable que pour autant que $\frac{h}{l}$ soit supérieur à la valeur donnée par la relation

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{5} \left(\frac{L}{l} - 1\right)$$

En dessous, il convient de s'en rapporter au diagramme de la figure 20. Pour des rapports $\frac{l}{L}$ trop voisins de l'unité, supérieurs à 0,75 ou 0,80, la formule peut également être en défaut comme nous l'avons fait ressortir sur le diagramme de la figure 21.

Enfin, pour les orifices de petites dimensions travaillant dans des bacs de largeur L inférieure à 1 m. 200, il semble que la formule peut se simplifier, la largeur n'intervenant plus en valeur absolue, tout au moins tant que l reste égal ou supérieur à 0 m. 075 et que L reste compris entre 0 m. 300 et 1 m. 200.

$$m = 0,6125 \left[1 - 0,0253 \left(1 - \frac{l}{L} \right) \right] \times \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p'} \right)^2 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right]$$

Les restrictions que nous avons faites au sujet de h/l et de h doivent être maintenues naturellement pour cette dernière comme pour la formule générale.

En dehors de l'intérêt technique que présente

la question que nous venons d'étudier pour les mesures précises des débits, notre étude a le mérite d'établir au point de vue scientifique, qu'abstraction faite de la tension superficielle, la loi de similitude de Reech Froude est applicable, comme le faisait prévoir la théorie, et contrairement à ce que l'on était tenté d'accepter à la suite des déductions de Bazin tirées de ses propres expériences. Cette loi de similitude ne peut toutefois être appliquée strictement que pour les orifices de grande largeur, l'influence des parois ayant pour effet d'introduire un terme correctif d'une certaine importance. L'introduction de ce terme correctif n'est même pas contraire à l'idée de similitude géométrique, car si la paroi provoque un phénomène local qui obéit à la loi de similitude, il doit en résulter un accroissement du coefficient de débit qui doit aller s'atténuant à mesure que la largeur de l'orifice croît.

La forme des fonctions adoptées pour représenter l'ensemble des résultats connus à ce jour, est de nature à simplifier beaucoup la recherche des débits au déversoir pour des liquides dont la viscosité est sensiblement plus grande que celle de l'eau à la température ordinaire.

UNIVERSITÉ DE LIÈGE
INSTITUT DE MÉCANIQUE
Professeur J. WOLPER
Rue F. Solvay, 21 - 4000 LIÈGE

Congrès International de Mécanique Générale

Sous le Haut Patronage de S. M. le Roi des Belges

International Congress for General Mechanics

under the High Patronage of H. M. the King of Belgium

Internationaler Maschinenbau-Kongress

unter dem Hohen Protektorat S. M. des Königs der Belgier

LIÈGE, 31 AOUT - 5 SEPTEMBRE 1930

VOLUME III

Hydraulique. Instruments de mesure. Divers
Procès-verbaux des séances du Congrès

Hydraulics. Recording instruments. Miscellaneous
Minutes of the sittings of the Congress

Hydraulik. Messinstrumente. Verschiedenes
Berichte der Sitzungen des Kongresses

Secrétariat - Secretary - Sekretariat :

INSTITUT DE MÉCANIQUE

Boulevard de la Constitution, 32

LIÈGE (Belgique)

[1931]

ÉTAT ACTUEL DE NOS CONNAISSANCES SUR LA MESURE DES DÉBITS PAR LA MÉTHODE DU DÉVERSOIR

par CH. HANOCQ

Professeur à l'Université de Liège.

Après avoir montré à la fois l'importance et la difficulté d'une coordination satisfaisante des résultats fournis par de très nombreux expérimentateurs dont les travaux font autorité en cette matière, l'auteur analyse dans un premier chapitre les valeurs du coefficient de contraction fournies par les essais de Bazin et de Fteley et Stearns, et il arrive à cette conclusion, en s'aidant de ses propres recherches, que le coefficient de contraction pour un fond situé à l'infini est *constant*, si on introduit une légère correction pour tenir compte de la tension superficielle.

Lorsque le fond est situé à une distance p' de la crête du déversoir, le coefficient m est une fonction unique de $\frac{h}{h+p'}$ quelle que soit la valeur de h , pour autant que l'on néglige l'influence, faible d'ailleurs, de la largeur l de l'orifice. Cette conclusion très nette qui ressort des expériences de Bazin et de Fteley est conforme au principe de la similitude.

Avant d'analyser l'influence de la largeur, l'auteur étudie dans un second chapitre, les facteurs qui influent sur la variation de m ; il utilise pour cela les relevés de Bazin sur la forme de la veine et sur la pression dans la section contractée.

Dans un troisième chapitre, l'auteur analyse les résultats obtenus par lui pour les orifices étroits et qui lui ont permis d'introduire dans la formule déduite des résultats de Bazin et de Fteley un terme correctif pour tenir compte de la largeur.

Le chapitre IV est consacré aux essais de Frese et de Hegly sur les orifices à contraction latérale; l'auteur est conduit à une conclusion très nette en ce qui concerne l'influence de la largeur l et du rapport de la largeur l à la largeur L du chenal d'amont.

Les essais de l'auteur relatés au chapitre V permettent de confirmer les résultats de Hegly et de Frese et de généraliser la formule proposée par Hegly.

Dans ses conclusions, l'auteur fait ressortir que malgré les divergences très nettes à première vue entre les différents résultats fournis par l'ensemble des expérimentateurs, il n'existe plus en fin de compte *aucune contradiction*. La coordination d'ensemble à laquelle il aboutit ne conduit pas seulement à des formules d'un caractère absolument général, mais encore à cette

conclusion très nette que la loi de similitude de Reech-Froude est applicable aux orifices en mince paroi de grandes dimensions.

Le paramètre qui apparaît dans les relations pour tenir compte de l'effet de paroi et qui ne peut être négligé pour les faibles largeurs, n'est même pas en contradiction avec l'idée de similitude géométrique.

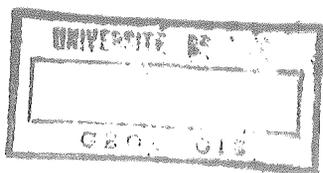
note

LIÈGE 1930

**Congrès International
de Mécanique Générale**

**International Congress
General Mechanics**

**Internationaler
Maschinenbau Kongress**



1930.1

o. Ap

[Résumés]

ENCODÉ

24 JUL 1986