

Université de Liège
U.D. de Sciences Appliquées Bât. B. 52/4
1 - Chemin des Chevreuils
S-4000 Liège

I. 129.

*Hommage à mon cher
Collègue Camille
Hanoque*

Des ailes aux aubes

Introduction à l'étude des turbo-ventilateurs hélicoïdes

Par Ch. HANOQUE,
Ingénieur civil, Professeur à l'Université de Liège

Des ailes aux aubes

Introduction à l'étude des turbo-ventilateurs hélicoïdes

Par Ch. HANOCQ,
Ingénieur civil, Professeur à l'Université de Liège.

PREMIERE PARTIE

ETUDE DES AILES

PRELIMINAIRES

Une énorme documentation tirée des recherches sur les profils d'ailes existe. Fruit du labeur patient et continu depuis trente ans des principaux laboratoires d'aérodynamique du monde, elle peut servir de base solide à l'étude des aubes des turbo-machines, plus particulièrement des ventilateurs hélicoïdes. Nous voudrions en profiter.

Dans une première partie, nous serons amené à analyser les résultats de ces recherches, à en tirer des vues précises sur le mode d'écoulement le long des ailes, finalement à en déduire des formules propres au calcul des forces qui entrent en jeu comme conséquence de la déviation du flux par l'aile.

L'examen portera d'abord sur les ailes d'envergure infinie.

CHAPITRE I

ETUDE DES PROFILS MINCES PLANS OU COURBES

§ 1. — Etude physique de l'écoulement le long de la plaque.

Dans le cas simple de l'envergure infinie, les éléments fluides pris à l'entrée tracent nécessairement dans l'espace des trajectoires **planes**.

Faisons l'hypothèse d'un flux **illimité** dont tous les éléments s'écoulent avec une vitesse **horizontale** c (fig. 1). Le fluide étant supposé parfait, la plaque sans frottement, on admet comme une conséquence des équations générales du mouvement (appliquées à un fluide parfait) que le plan frappé par le flux ne subit

ni poussée, ni traînée, mais simplement l'action d'un couple.

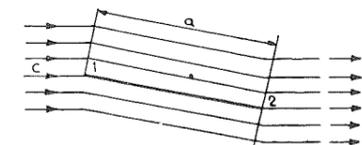


Fig. 1.

Cela tient à ce que l'hypothèse fluide parfait et frottement nul entraîne ou paraît entraîner comme conséquence, **des déviations symétriques et de sens inverse des filets**.

A. — **Cas des déviations symétriques.** — Si on matérialise les filets, le phénomène se traduit par une figure entièrement symétrique par rapport à un axe G situé dans le plan fig. 2).

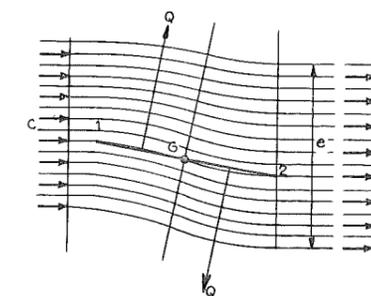


Fig. 2.

Pour préciser cette représentation forcément schématisée, nous avons figuré des trajectoires à peu près concentriques, à courbure de plus en plus faible à mesure que l'élément considéré est plus éloigné de la plaque; les filets s'incurvent à l'entrée vers le bas, pour se redresser à

la sortie et reprendre, dès le bord postérieur, l'orientation rectiligne horizontale.

Pour suivre d'une façon plus serrée le phénomène, il faut tenir compte de ce que les filets pris à l'entrée sous la face inférieure tendent à se concentrer par suite de l'augmentation de la pression et de la diminution du volume spécifique qui en est la conséquence, tandis qu'à la partie supérieure, les filets tendent à s'espacer par suite de l'augmentation de la dépression. Le contraire se présente à la sortie, puisque les courbures des trajectoires sont orientées en sens inverse.

Abstraction faite de la perturbation provoquée par la déviation plus ou moins brusque au bord d'entrée et au bord de sortie, tout se passe comme si l'on avait affaire à deux plaques courbes à courbure inverse solidaires l'une de l'autre (fig. 3). Il est évident que l'effet de la déviation sur une telle plaque est de créer un couple sans résultante.

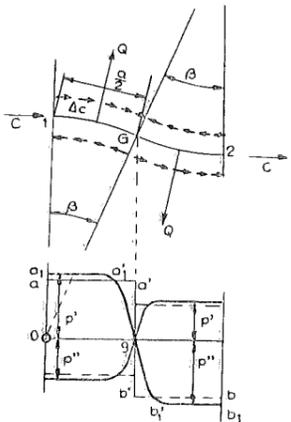


Fig. 3.

B. — Cas théorique de la plaque à double courbure. — Examinons ce cas limite de la plaque à double courbure et cherchons à nous rendre compte de la façon dont l'écoulement se produit le long de cette plaque.

Utilisons pour cela la **formule de Bernouilli** étendue à un fluide compressible, en auscultant en quelque sorte chacun des filets fluides. Les termes en z étant négligeables, la formule peut se ramener à :

$$\int v dp + \frac{1}{2g} c^2 = \text{constante}$$

Sous l'action de la déviation, une force élémentaire est appliquée à chaque élément; cette force a pour effet :

a) d'augmenter la pression p et partant de diminuer la vitesse c le long de la face ventrale, en vertu de la relation ci-dessus;

b) de diminuer la pression p et partant d'augmenter la vitesse le long de la face dorsale.

Cette situation se prolonge jusqu'en G; à partir du point d'inflexion, la courbure étant inverse, la pression tombera à une valeur négative le long de la face ventrale et deviendra positive sur la face dorsale. C'est ce que traduit le diagramme $a a' g b' b$ des pressions pour la face dorsale (fig. 3).

Si nous représentons par le vecteur Δc la différence entre la vitesse générale du flux c et la vitesse locale en chaque point de la trajectoire, nous aurons pour un filet situé près de la paroi, le schéma figure 3 qui donne le vecteur Δc . Théoriquement, les vecteurs Δc resteront constants jusqu'au point d'inflexion G, pour prendre une valeur égale ou de sens inverse à partir de G. Pratiquement, ce changement dans la valeur et le sens du vecteur ne se produira pas brusquement, pas plus d'ailleurs que le changement des pressions : le passage de la courbure orientée vers le bas à la courbure de même valeur mais orientée vers le haut se fera progressivement et le diagramme des pressions passera de la forme $a a' g b' b$ à la forme en trait fort $a_1 a_1' g b_1' b_1$.

C. — Cas de la plaque à simple courbure. — Si nous étudions le cas réel d'une plaque courbe à simple courbure à bord d'entrée tangent, en nous aidant de la même méthode de raisonnement, nous verrons (fig. 4) qu'il ne

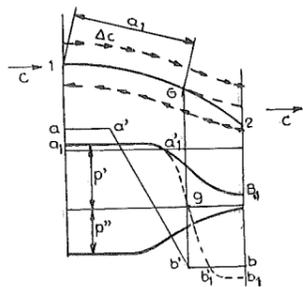


Fig. 4.

saurait être question ici d'un écoulement symétrique par rapport à un axe G situé dans le plan. Si l'on peut encore admettre que le flux dévié sur l'arc 1 G est redressé à la sortie, on ne peut pas négliger que l'arc G 2 aura pour effet d'empêcher le redressement pour les filets les plus rapprochés tout au moins, et de créer

ainsi une surpression sous la plaque, à l'endroit où, dans le cas précédent, on notait une dépression; le phénomène inverse se présentera pour la face dorsale.

Dans ces conditions, le diagramme des pressions qui se serait présenté suivant la droite brisée $a_1 a_1' g b_1' b_1$ pour la face dorsale, en raisonnant comme dans le cas précédent, prendra la forme $a_1 a_1' B_1$, c'est-à-dire que les pressions resteront constamment négatives sur la face dorsale et, par voie de conséquence, constamment positives sur la face ventrale.

Dans ces conditions, les vecteurs Δc garderont le même sens tout en allant en décroissant sur la face dorsale, de même que sur la face ventrale, ils iront croissant, mais dans la direction opposée.

§ 2. — Etude de la circulation et de la répartition des pressions.

Lorsque les vecteurs Δc prennent, comme nous venons de le voir, dans le cas de la figure 4, une même orientation pour la face supérieure et une orientation inverse pour la face inférieure, on dit que la **circulation** existe. Tout se passe, en effet, comme si au courant général de vitesse c se superposait un mouvement de rotation autour de l'aube de vitesse Δc plus ou moins variable, mais toujours de même sens (positif pour la face supérieure, négatif pour la face inférieure).

Si nous revenons à présent (fig. 3) à la question de la répartition des pressions, nous devons remarquer que la force totale appliquée à la partie antérieure de l'aube, qui provient de la déviation du flux sur l'arc 1 G, ne dépend que de l'épaisseur du flux influencé et de l'angle total de déviation.

Si le passage de la courbure positive à la courbure inverse se fait d'une façon progressive, cela veut dire que la courbure des filets dans la première partie de l'arc 1 G devra être plus accentuée, puisque au total la déviation doit atteindre par hypothèse l'angle β : il en résultera nécessairement que la pression sera plus forte à l'entrée que ne l'indiquait l'ordonnée $O a$ du diagramme des pressions dans le cas théorique du changement brusque. D'après ceci, l'aire du rectangle qui est proportionnelle à la force appliquée du fait de la déviation totale d'angle β doit être équivalente à l'aire du diagramme des pressions réelles $a_1 a_1' g b_1' b_1$ (fig. 3), et cette conclusion est, on le conçoit, pour les déductions que nous nous proposons

de tirer de cette analyse, de première importance. La façon dont la déviation se produit le long de l'arc 1 G importe peu au point de vue de la valeur de la résultante appliquée à l'arc β : seul l'angle de déviation β total compte. Le point d'application de la résultante peut être légèrement influencé par une variation non constante de la déviation élémentaire $\Delta\beta$, mais pour des angles 2β ne dépassant pas 18 ou 20°, tels que ceux que l'on envisage dans toute cette étude, pour lesquels les cosinus peuvent être confondus avec l'unité, la force totale ne dépend que de β .

L'épaisseur du flux influencée est évidemment limitée : on peut remplacer l'épaisseur réelle par une épaisseur fictive, dont tous les filets seraient déviés de la même quantité et qui créerait la même résultante sur l'arc considéré. Nous pourrions appeler « flux efficace », le flux d'épaisseur e qui produit le même effet que le flux réel. Les expériences montrent que l'épaisseur de ce flux efficace est commandée exclusivement par la profondeur a_1 de l'arc actif lorsque l'aile est d'envergure infinie.

En résumé, et comme conclusion de ce que nous venons d'analyser :

1) la force appliquée à une plaque plane, qui se comporterait comme une plaque à double courbure symétrique, est nulle; l'action du flux, dans ce cas, se ramène à un couple et la circulation est nulle (fig. 3);

2) pour une plaque courbe (fig. 4), à bord tangent à l'entrée, l'écoulement ne peut être symétrique; il donne lieu à une résultante et le phénomène de la circulation telle que nous l'avons défini existe;

3) la résultante sur chacun des arcs 1 G et G 2 dépend de l'angle de déviation, mais elle n'est pas influencée par la manière dont cette déviation se produit le long de l'arc; au surplus, l'écoulement tend à se régulariser automatiquement au point de rendre à peu près constante la déviation élémentaire $\Delta\beta$ tout le long de l'arc;

4) l'action du flux réel peut être remplacée par l'action d'un flux efficace d'épaisseur e , dont la valeur dépend de a_1 .

§ 3. — Etablissement des formules de base et des valeurs des coefficients c_z et c_x .

Etudions, dans le cas le plus simple qui puisse se concevoir, celui de la plaque courbe à bord tangent dont les filets traceraient depuis l'entrée jusqu'à la sortie des trajectoires concentriques (fig. 5).

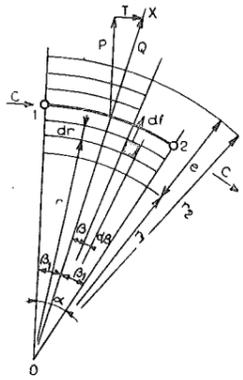


Fig. 5.

Un élément déterminé par les rayons r et $r+dr$ subit une force élémentaire dF que nous pouvons évaluer à :

$$dF = L r d\beta \frac{\delta}{g} dr \frac{c^2}{r}$$

L étant l'envergure.

Etant donné la faible variation de la pression aux différents points d'un même rayon, nous pourrions considérer δ comme constant et intégrer entre r_1 et r_2 ; nous obtiendrions ainsi :

$$dF = \frac{\delta}{g} L e c^2 d\beta$$

$(r_2 - r_1) = e$, épaisseur du flux efficace.

Chacune des forces élémentaires dF peut être décomposée en deux autres, l'une dirigée suivant OX bissectrice de l'angle au centre $2\beta_1$, l'autre dirigée perpendiculairement à celle-ci.

En intégrant les composantes parallèles à la bissectrice, nous obtiendrions la résultante Q appliquée à l'aube :

$$Q = 2 \frac{\delta}{g} L e c^2 \int_0^{\beta_1} \cos \beta d\beta = 2 \frac{\delta}{g} L e c^2 \sin \beta_1$$

Si nous décomposons à présent la résultante Q appliquée suivant la bissectrice, l'une suivant la perpendiculaire à la direction du flux, l'autre dans la direction du flux, nous aurons les valeurs de P et T désignées ordinairement sous le nom de **poûsée** et de **traînée** :

$$P = \frac{\delta}{g} L e c^2 \sin 2\beta_1 \quad (1)$$

$$T = 2 \frac{\delta}{g} L e c^2 \sin^2 \beta_1 \quad (2)$$

En posant que :

$$e = k' a \quad (3)$$

et en représentant par S la surface projetée de l'aile, nous pourrions mettre les valeurs de P et T sous la forme suivante :

$$P = \frac{\delta}{g} S k' c^2 \sin \alpha \quad (4)$$

$$T = 2 \frac{\delta}{g} S k' c^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

On a l'habitude d'introduire deux coefficients c_z et c_x dans l'évaluation de P et de T :

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2\right) c_z \quad (6)$$

$$T = \left(\frac{\delta}{g} S c^2\right) c_x \quad (7)$$

les valeurs de ces deux coefficients étant ainsi définies par les relations :

$$c_z = k' \sin \alpha \quad (9)$$

$$c_x = 2 k' \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (10)$$

α représentant l'angle de déviation totale égal à $2\beta_1$.

Remarque I. — On arriverait au même résultat en appliquant le théorème des quantités de mouvement : la vitesse à l'entrée étant représentée par le vecteur c_0 (fig. 6), la vitesse à la

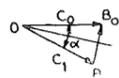


Fig. 6.

sortie par le vecteur c_1 pratiquement égal à c_0 , l'accélération sera représentée par le vecteur $B_1 B_0$ perpendiculaire à la bissectrice de l'angle α . D'où la valeur :

$$Q = 2 M c \sin \beta_1 = 2 \left(\frac{\delta}{g} L e c\right) c \sin \beta_1 \quad (11)$$

Remarque II. — Les formules ci-dessus supposent :

1) que l'angle de déviation du flux d'épaisseur e est le même pour tous les filets et égal

à l'angle α compris entre les tangentes au bord d'entrée et au bord de sortie;

2) que le bord d'entrée est tangent à la direction initiale du flux.

Ces deux hypothèses ne sont pas réalisées dans les expériences effectuées sur des plaques minces, planes ou courbes, et nous verrons au chapitre III comment il faut modifier ces formules pour en tenir compte.

§ 4. — Recherches expérimentales des valeurs c_z et c_x .

Bien que les formules que nous venons d'établir ne s'appliquent que d'une façon approximative au cas réel, nous allons néanmoins comparer les valeurs obtenues expérimentalement tant pour c_z que pour c_x , aux valeurs théoriques et cela successivement :

pour la plaque plane;

pour la plaque courbe à courbure de plus en plus prononcée.

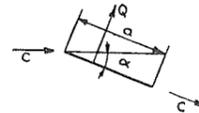


Fig. 7.

Pour la plaque plane, nous désignerons par α l'angle que fait la direction de la plaque avec le flux (fig. 7); pour la plaque courbe de rayon ρ (fig. 8), l'expérience montre que tout se passe comme si un plan était attaché à la plaque courbe qui serait tangent au dos en un point défini par l'angle $(\beta + \gamma)$, de telle sorte que l'angle de déviation α du plan qui peut être substitué à la plaque courbe a pour valeur l'angle i de la corde avec la direction du flux, augmenté de

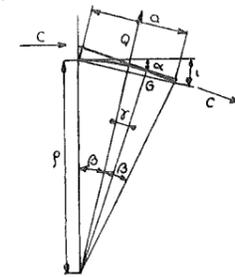


Fig. 8.

l'angle constant γ pour une plaque de courbure donnée :

$$\alpha = i + \gamma = \beta + \gamma$$

Nous avons utilisé pour tracer les diagrammes de c_z les expériences de Riabouchinsky effectuées sur une plaque plane à bords chanfreinés (fig. 9), puis une série de plaques courbes ca-

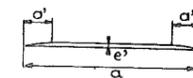


Fig. 9.

ractérisées par les rapports des flèches f à la profondeur a :

	I	II	III	IV
$\frac{f}{a} =$	1/30	1/20	1/16	1/12
soit :				
$\beta =$	7°75	11°75	14°50	19°50
ou encore :				
$\frac{2\rho}{a} = \sin \beta$	0,126	0,195	0,247	0,330

La figure 10 donne les résultats de ces expériences pour la valeur de c_z .

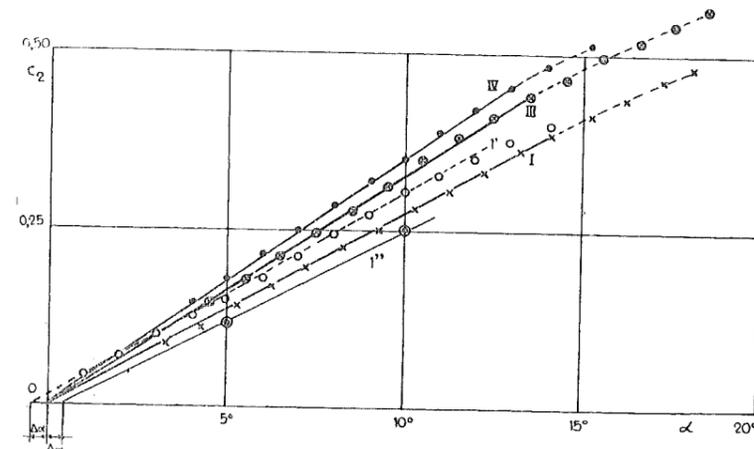


Fig. 10.

Figure 11, nous avons porté les valeurs de c_x :
pour la plaque plane, courbe I;
pour la plaque courbe I, courbe I;
pour la plaque courbe IV, courbe IV.

§ 5. — Conclusions en ce qui concerne c_z .

La loi linéaire est remarquablement confirmée; la valeur de c_z dépend de la courbure et croît avec celle-ci.

Une anomalie toutefois : les points de la courbe I' qui se rapportent au plan sont au-dessus des points qui se rapportent à la courbe I pour $f/a = 1/30$. Cette anomalie disparaît si l'on trace pour la courbe I la moyenne de la courbe I' et de la courbe I'', cette dernière étant obtenue en utilisant les résultats trouvés sur la même plaque figure 9 lorsque les angles α de déviation sont obtenus en déplaçant la plaque en rotation vers le haut. La plaque étant chanfreinée, la déviation pour cette plaque n'est pas égale à α , mais à un angle plus grand d'une valeur $\Delta\alpha$ quand on la présente dans le flux de façon que la déviation s'effectue vers le bas; au contraire, l'angle de déviation est réduit de $\Delta\alpha$ quand on opère en déplaçant la plaque en rotation vers le haut : la courbe I'', qui traduit les résultats pour cette seconde série d'expériences, coupe en effet l'axe des α pour un angle $\Delta\alpha$ positif, comme on peut le voir sur la figure 10.

La moyenne des deux courbes donne donc la droite qui serait obtenue expérimentalement si l'on pouvait opérer sur une plaque infiniment mince. Elle se confond rigoureusement avec la courbe obtenue pour la plaque courbe I ($f/a = 1/30$).

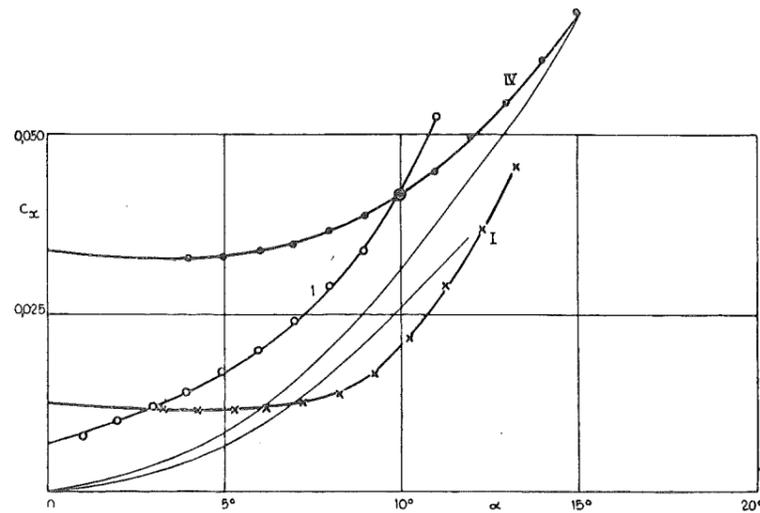


Fig. 11.

Remarque. — La proportionnalité rigoureuse pour les petits angles cesse pour des angles de 8 à 10° lorsqu'il s'agit du plan, de 15 à 18° lorsqu'il s'agit des plaques courbes.

§ 6. — Conclusions en ce qui concerne c_x .

La loi parabolique que laissait prévoir la formule 10 ne se confirme que très imparfaitement. Nous avons tracé, en vue de mettre ce fait en évidence, les courbes théoriques correspondant respectivement au cas de la plaque à faible courbure ($f/a = 1/30$) et au cas de la plaque à forte courbure ($f/a = 1/12$) (fig. 11).

Ces courbes ont été tracées en utilisant pour k' la valeur déduite de l'identification des courbes théoriques de c_z avec les courbes expérimentales. La courbe I tracée pour la plaque à faible courbure correspond, en fait, à la même valeur de k' que pour la plaque plane (courbe I), les deux courbes de c_z étant superposables.

Ainsi présentés, les résultats observés font apparaître les particularités suivantes :

1) L'allure de la courbe de c_x pour le plan est **totale** différente de celle correspondant à la plaque courbe à faible courbure : pour les angles de déviation de 8 à 10°, les ordonnées de cette dernière sont près de deux fois plus faibles que celles correspondant au plan;

2) Pour la plaque à forte courbure, l'identité des valeurs calculées et observées ne se produit que pour des angles de 15° et au-dessus.

L'interprétation de ces divergences est assez facile. En fait, pour la plaque courbe, les valeurs calculées et observées ne peuvent coïncider approximativement que pour l'angle de dé-

viation qui conduit la direction de la tangente au bord d'entrée à être très voisine de la direction du flux : tant qu'il n'en est pas ainsi en effet, une perturbation importante se produit sur le bord d'attaque qui accroît considérablement la traînée et dont la formule théorique ne tient évidemment pas compte. Pour la plaque plane, au contraire, la déviation brusque à l'entrée amène des remous qui vont s'accroissant avec l'incidence et qui fait que la traînée théorique est presque double.

Si cette constatation manque de rigueur, c'est parce que la traînée théorique que nous avons évaluée, en supposant que tout le flux était dévié de l'angle $(\beta + \gamma)$, est trop élevée du fait du redressement des filets à l'arrière. Pour que le phénomène réel se rapproche du phénomène calculé, il faudrait que la plaque courbe envisagée figure 12 soit suivie d'une plaque redres-

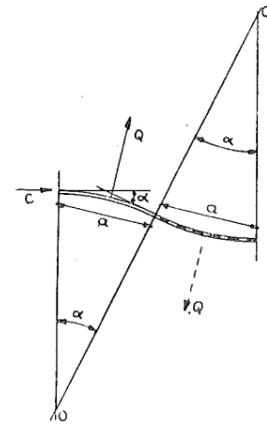


Fig. 12.

seuse orientée tangentiellement au bord de sortie. Lorsque nous aurons tenu compte de ce fait, nous verrons au chapitre III que la valeur

théorique est le double très exactement de la valeur réelle pour la plaque plane.

§ 7. — Conclusions générales.

Nous ferons ressortir les conclusions générales suivantes :

- 1) Il existe une poussée et une traînée;
- 2) La traînée se rapproche de la valeur théorique dans le cas d'une plaque courbe, pour l'angle de déviation qui conduit au bord d'entrée tangent au flux;
- 3) Pour le plan, la traînée se rapproche du double de la valeur théorique.

Ces constatations sont faites pour un rapport $L/a = 3$, mais on peut ajouter qu'elles restent vraies pour des plaques présentant un rapport $L/a = 4$ ou $L/a = 5$.

Une constatation dont nous tirerons des conséquences importantes par la suite est celle-ci :

Si on porte en abscisse la valeur de β ou $\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$ en désignant l'angle total de déviation

par $(\beta_1 + \beta_2) = 2\beta$ et en ordonnée le rapport γ/β_1 , on obtient pour les différentes expériences de Riabouchinsky, et nous y avons ajouté celles d'Eiffel sur des plaques minces (fig. 13), une droite qui vient couper l'axe des ordonnées pour la valeur 1/2 (courbe I tracée pour $\beta_2/\beta_1 = 1$).

Comme on peut confondre β et $\sin \beta$, dans les limites où nous opérons, cela revient à dire que γ/β_1 tend vers 1/2 quand ρ tend vers l'infini, puisque :

$$\frac{\alpha}{2\rho} = \sin \beta$$

Ainsi, pour le plan, le point G à partir duquel le redressement se produit n'est pas situé à égale distance des bords, mais au 1/4 de la profondeur à partir de l'arrière.

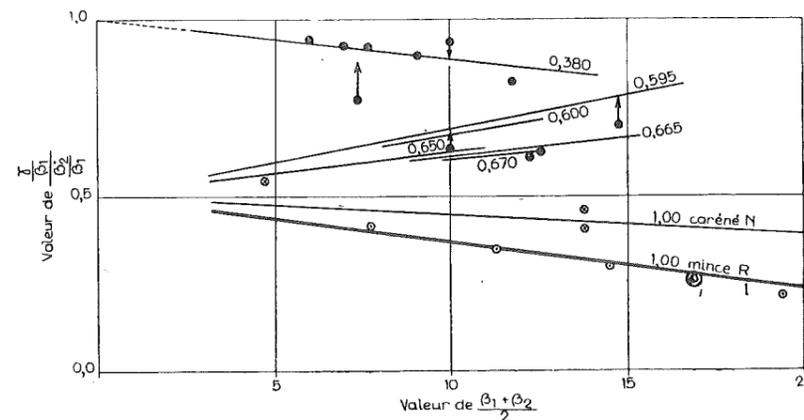


Fig. 13.

CHAPITRE II

VARIATION DE k' AVEC k
AUSCULTATION DES PLAQUES
PAR LE RELEVÉ DES PRESSIONS

Avant d'entamer le problème de la recherche sur une base plus satisfaisante des fonctions c_x et c_z , nous voudrions tout d'abord nous rendre compte de l'influence de l'envergure. Tout ce que nous avons écrit au chapitre I se rapporte au phénomène de déviation du flux pour le cas limite de l'envergure infinie; nous pouvons nous demander comment varie k' avec le rapport k de l'envergure L à la profondeur a .

Les expériences de Riabouchinsky avaient été effectuées avec $k = 3$. Des expériences effectuées à Göttingen avec des plaques courbes de courbure constante définie par $f/a = 1/12$ ont porté sur des valeurs de k égales à :

1, 1,25, 2, 3,5 et 6

La courbe supérieure de la figure 14 traduit les résultats obtenus; cette courbe répond à l'équation :

$$k' = \frac{k^{\sqrt{m}} n}{k+m} \quad (12)$$

avec : $m = 0,8$ et $n = 1,33$

Les expériences de Rabouchinsky sur la plaque de même courbure avec le rapport $k = 3$, ont conduit au point indiqué sur la figure 14 par la lettre R. Pour la plaque plane, nous avons tracé la courbe inférieure résultant des points obtenus en partant des expériences de Riabouchinsky (R), Göttingen (G) et Eiffel (E). L'équation de la courbe peut s'écrire :

$$k' = \frac{k \pi m n'}{k+m}$$

avec : $m = 0,66$ et $n' = 1$

Interprétons ces résultats : le rapport croît avec k et tend vers une limite qui correspond pour l'envergure infinie à :

$$k' = e/a = \pi m n' \text{ ou } \pi m n'$$

suivant qu'il s'agit de la plaque courbe ($1/12$) ou de la plaque plane ($1/\infty$).

Nous montrerons plus tard à quelle valeur de k' conduit la formule de Betz; cette valeur est donnée en fonction de k par la courbe en trait fort (fig. 14) et conduit à la limite :

$$k' = e/a = \pi m \text{ avec } m = 0,8$$

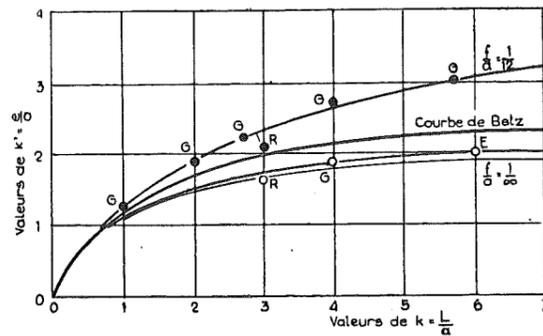


Fig. 14.

Ainsi, la valeur de e , qui est nulle pour l'envergure nulle, tend vers une limite finie πm pour une envergure infinie.

Comment concevoir cette variation de l'épaisseur du flux efficace? Physiquement, l'épaisseur du flux varie sous l'influence de l'écoulement latéral. Il résulte, en effet, de l'auscultation d'une plaque présentant un rapport $k = 6$ effectuée par Eiffel (fig. 15 et fig. 16), que les filets tracent des trajectoires planes dans tous les plans compris entre l'axe de symétrie et des plans limites situés aux environs $0,25 L$ des bords latéraux.

Examinons donc ce qui se passe dans la zone perturbée des bords ainsi définis. La dépression sur le dos tend à créer un appel d'air latéral : les filets tendent à s'épaissir et la courbure,

PRESSIIONS DANS LA SECTION MÉDIANE

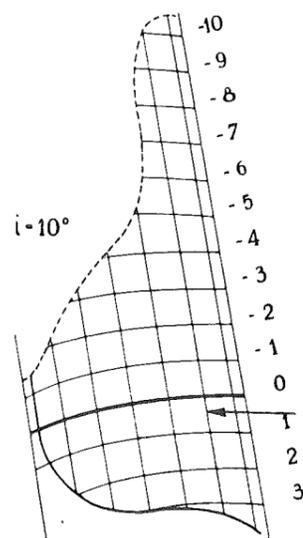
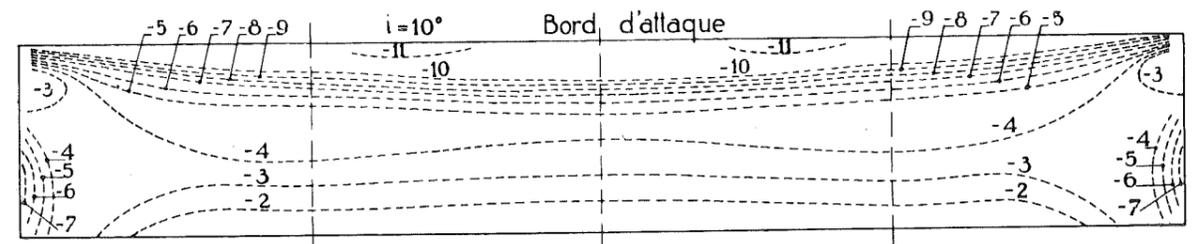


Fig. 16.

COURBES D'ÉGALES PRESSIONS
SUR LA SURFACE CONVEXE



COURBES D'ÉGALES PRESSIONS
SUR LA SURFACE CONCAVE

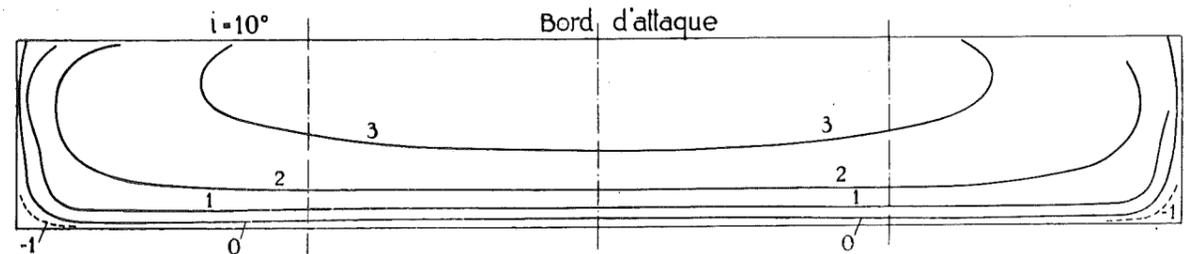


Fig. 15.

cause de la dépression, à s'affaiblir (fig. 17). Pour la face ventrale, l'écoulement latéral sous l'action de la surpression tend à amincir les filets et à réduire également la courbure. Finalement, l'épaisseur du flux fictif qui, tout en réa-

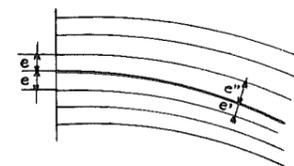


Fig. 17.

lisant l'angle total de déviation α , produirait le même effet sur la plaque, va se réduisant à mesure que l'on se rapproche du bord pour tomber à zéro au bord lui-même.

L'épaisseur grandit donc en passant du bord pour atteindre une valeur constante assez rapidement, disons dans le cas d'envergure 6, dans la section située à environ $0,25 L$ du bord. Nous disons que l'épaisseur devient constante à partir de cette valeur $0,25$ parce que l'on peut constater, par les distributions des pressions, que l'épaisseur du flux efficace reste la même sur toute l'étendue comprise entre $0,25 L$ et

$0,75 L$: tous les diagrammes donnant la répartition des pressions suivant la profondeur sont pratiquement les mêmes, ce qui implique évidemment une épaisseur de flux dévié constante.

Ainsi, on peut se représenter l'écoulement comme se faisant par filets parallèles plans dans la plus grande partie du volume du flux influencé, sauf pour des envergures inférieures à 2,5 ou 3 fois la profondeur L , pour lesquelles la loi de répartition des pressions se modifie de tranche à tranche.

Demandons-nous, à la lumière de ces constatations, ce que serait la loi de k' en fonction de k si nous pouvions admettre (fig. 18) que l'épaisseur du flux influencé reste constante et

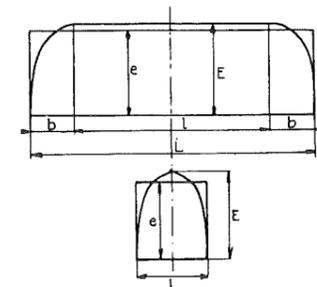


Fig. 18.

égale à E sur la longueur l et que cette épaisseur varie sur l'étendue b des bords suivant une loi elliptique. Nous pourrions, dans cette hypothèse, écrire :

$$eL = El + \frac{\pi}{2} bE$$

et comme $(L-2b) = l$:

$$k' = e/a = E/a \frac{L-b(2-\pi/2)}{L} = E/a \left[1 - \frac{b/a(2-\pi/2)}{k} \right] \quad (13)$$

Comparons les résultats fournis par cette relation à ceux fournis par la formule expérimentale :

$$k' = \frac{k\pi m}{k+m} \quad (14)$$

m étant pris égal à $0,8$ (formule de Betz). D'après ce que nous venons de voir, b/a peut être pris égal à $1,5$ puisque :

$$b = 0,25L, \text{ soit } b/a = 0,25L/a = 1,5$$

L/a , le rapport d'envergure à profondeur pour la plaque auscultée, étant égal à 6 .

Le tableau I ci-dessous fait connaître les valeurs comparées fournies par les formules (13) et (14) lorsque E/a est pris égal à πm , c'est-à-dire lorsque l'on suppose que E/a tend vers la même limite.

TABLEAU I

k	$k' = \frac{k\pi m}{k+m}$	$b/a(2-\pi/2)$	$k' = \pi m []$ (formule 13)	k' corrigé pour $k < 3$
1	1,39	1,31
2	1,78	0,324	1,69	1,73
3	1,97	0,216	1,96
4	2,08	0,162	2,09
5	2,16	0,129	2,18
6	2,20	0,108	2,23
10	2,27	0,065	2,34
	2,50	0,000	2,50

Il y a, peut-on dire, identité des valeurs à partir de $k = 3$; en dessous, la formule ne peut plus donner la moyenne, puisque, pour cette valeur $k = 3$, les demi-ellipses qui limitent l'épaisseur du flux aux deux extrémités de la plaque se recoupent.

Nous pourrions nous demander ce que donnerait la hauteur moyenne pour $k = 2$ et $k = 1$, si l'on admettait que l'épaisseur est limitée par des portions d'ellipses dont le grand axe continuerait à être égal à E ; en faisant les calculs, on arrive aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Pour } k = 2 : & \quad k' = 1,31 \\ \text{Pour } k = 1 : & \quad k' = 1,73 \end{aligned}$$

Sans doute, la pression ne subit pas de discontinuité au sommet comme le supposerait la loi fournie par les deux ellipses se recoupant sur l'axe de symétrie, mais l'on voit que si l'on peut encore regarder la distribution comme elliptique, pour expliquer les valeurs réelles de k' en dessous de $k = 3$, la hauteur du grand axe de l'ellipse doit aller en diminuant pour tomber à zéro quand l'envergure est nulle.

Le fait que, dans la région des valeurs de k égales ou supérieures à 3 , les résultats fournis par les deux formules sont pratiquement concordants, jointe à l'explication que nous venons de donner des écarts à partir des valeurs inférieures à 3 , conduit à regarder avec confiance le schéma tracé du phénomène de l'écoulement pour des envergures finies. Et s'il en est ainsi, nous avons le droit de continuer à appliquer les formules établies au chapitre précédent pour :

c_z et c_x

qu'il s'agisse d'une envergure infinie ou d'une envergure finie, à la condition d'introduire pour k' la valeur donnée par la formule (13) qui

tient compte de la variation de l'épaisseur du flux efficace avec l'envergure.

Pour c_x , il est évident que la formule théorique ne donne qu'une fraction de la traînée, tandis que pour c_z , il faut noter que la valeur de k' donnée par la formule (12) ne convient

que pour une courbure moyenne, puisque du plan à la courbe caractérisée par $f/a = 1/12$, la valeur de k' passe de $2,00$ à $3,10$ pour la valeur $k = 6$. Que la valeur de k' grandisse avec la courbure, cela demande une explication; nous verrons, quand nous aurons établi les formules corrigées, de quoi dépend cette augmentation.

Nous reviendrons sur la question de la variation de c_x avec l'envergure qui constitue le point crucial de toute cette étude. Avant de l'aborder, il nous reste à établir des valeurs corrigées de c_z et de c_x , puis les valeurs complémentaires à ajouter à c_x pour tenir compte du frottement et de la perturbation à l'entrée; il nous reste aussi à appliquer les formules trouvées au cas des profils carénés et à examiner ce que deviennent les valeurs de c_x complétées, lorsque l'on passe des profils minces aux profils galbés.

CHAPITRE III

ETABLISSEMENT DES VALEURS CORRIGÉES DE c_z ET c_x .

Le phénomène de l'écoulement représenté par le schéma de la figure 5, qui a servi à l'établissement des formules de base, ne peut se concevoir sous une forme aussi simple que si le flux était recueilli à la sortie, par une plaque orientée en sens inverse et présentant la même courbure (fig. 12). Nous disons la même courbure parce que l'épaisseur du flux efficace dévié dépend de la profondeur de l'arc actif et que pour obtenir le redressement inverse sur une même épaisseur, il faut compter avec une plaque de même profondeur effective et partant de même courbure. Remarquons en passant que si les deux plaques étaient solidaires, le phénomène de l'écoulement le long de l'ensemble ne donnerait lieu qu'à un couple, sans poussée ni traînée.

Dans la réalité, quand on opère sur une plaque courbe à courbure unique (fig. 19), il se produit dans la masse en mouvement, subissant une incurvation vers le bas, un redressement à l'arrière dû à la présence des filets en direction rectiligne qui existent à la limite de la zone influencée.

Puisque tout se passe, pour une plaque courbe, comme si la déviation était produite par un plan faisant avec la corde (fig. 8) un angle α , de telle façon que l'angle de déviation est égal à :

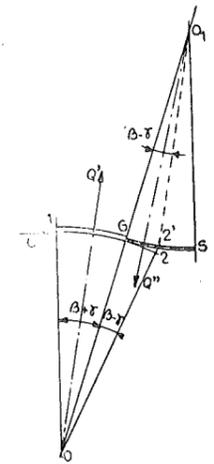


Fig. 19.

$$\alpha = i + \gamma = \beta + \gamma$$

nous pouvons admettre que c'est à partir de cet angle $(\beta + \gamma)$ que le redressement se produit, ce qui permettrait de schématiser le phénomène comme il est indiqué figure 19, O_1 étant le réciproque de O .

Nous pourrions dès lors, en nous servant des formules établies pour un arc simple, évaluer les résultantes Q' et Q'' qui agissent sur chacun des deux arcs, l'un réel $1G$, l'autre fictif $G2'$. En vérité, l'arc réel $G2$ orienté en sens inverse crée un phénomène accessoire de redressement local du flux orienté suivant l'arc $G2'$ et donne lieu à une force dirigée cette fois vers le haut (fig. 20), de telle sorte que la résultante Q ap-

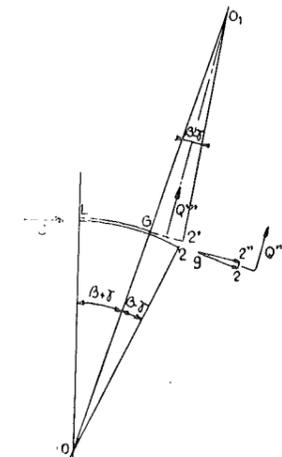


Fig. 20.

pliquée peut être considérée comme la somme algébrique :

$$Q = Q' - Q'' + Q'''$$

l'influence des cosinus étant ici négligeable en raison des faibles angles de déviation considérés (15 à 20° au plus).

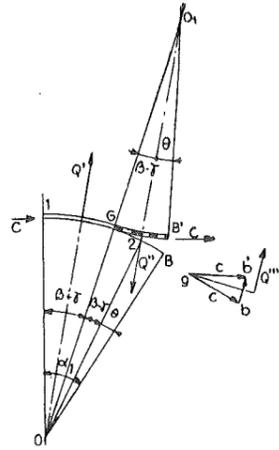


Fig. 21.

Dans le dessin de la figure 21, nous avons supposé que l'arc G 2 était complété par une partie droite 2 B pour nous rapprocher d'un cas plus général; si nous voulons connaître la direction de Q''', nous aurons à tracer le triangle donnant la déviation totale $b b'$ du flux, $g b'$ étant parallèle à la direction du flux en B', $g b$ étant orienté suivant 2 B. Q''' sera parallèle à $b b'$ et pourra s'évaluer en appliquant la formule (11) établie précédemment.

Si nous voulons passer à l'établissement des nouvelles formules sur la base que nous venons d'exposer, force sera tout d'abord de remarquer que, dans la réalité, la plaque courbe que l'on soumet aux expériences n'est pas une plaque qui présente constamment son bord tangent à l'entrée. Or, la perturbation provoquée par la non concordance de la tangente au bord d'entrée avec la direction du flux ne saurait entrer en ligne de compte dans les calculs basés sur les formules générales exposées plus haut. Pour tous les angles de déviation α inférieurs à $(\beta + \gamma)$, il convient donc de substituer à la plaque réelle, une plaque fictive qui, réalisant le même angle de déviation α , présenterait constamment son bord d'entrée tangent au flux.

Nous obtiendrons le rayon de courbure de cette plaque fictive en prolongeant (fig. 22) le rayon GO jusqu'à l'intersection avec la normale au flux passant par A; O₁G représentera le rayon de la plaque fictive.

En effet, alors que la plaque réelle provoquait une déviation :

$$i + \gamma$$

la plaque fictive, elle, entraîne une déviation :

$$\beta' + \gamma'$$

Or :

$$\beta' + \gamma' = i + \gamma$$

puisque dans le triangle O₁OO₁ :

$$AO_1O = \beta' + \gamma' = O_1OO_1 + O_1O_1O = i + \gamma$$

O₁ étant obtenu en prolongeant jusqu'à la droite AO la bissectrice XO qui est perpendiculaire à la corde AB soutenant l'arc réel.

Pour la position limite, lorsque $\delta = 0$, la valeur :

$$\beta' + \gamma' = \beta + \gamma$$

et le rayon fictif $\rho = O_1G$ devient égal au rayon réel $R = OG$.

A mesure que δ grandit au contraire, le rayon fictif augmente et pour $\delta = \beta + \gamma$, GO devient parallèle (fig. 23) à AO₁ et le rayon devient infini.

La corde de l'arc réel fait à ce moment un angle γ vers le haut, avec la direction du flux : la portance est nulle et la plaque fictive se ramène à un plan (le rayon étant infini) orienté suivant la direction du flux. Ainsi engendrée, on voit que la plaque fictive peut se substituer à la plaque réelle au point de vue de la déviation produite, depuis l'angle $\alpha = 0$ correspondant à $i = -\gamma$ jusqu'à $\alpha = \beta + \gamma$.

Cette conception implique la relation :

$$\beta' / \gamma' = \beta / \gamma = \text{constante}$$

Évaluons donc, pour le cas de la figure 20, la résultante Q; cette valeur s'appliquera au cas de la figure 22 en y remplaçant les angles au centre :

$$\beta + \gamma \text{ par } \beta' + \gamma'$$

$$\beta - \gamma \text{ par } \beta' - \gamma'$$

$$\alpha_1 \text{ par } \alpha'_1$$

En divisant tous les termes par $(\beta' + \gamma')$ de manière à mettre en évidence :

$$(\beta' + \gamma') = \alpha$$

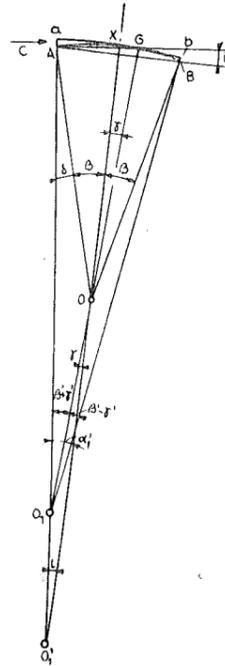


Fig. 22.

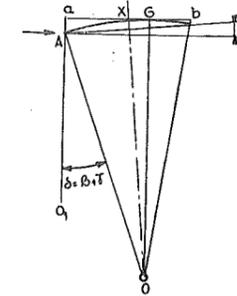


Fig. 23.

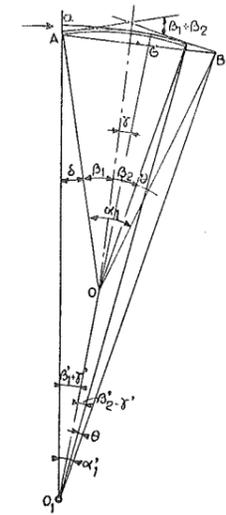


Fig. 24.

angle de déviation, nous obtiendrons les formules donnant la valeur de Q, puis de P et de T, en fonction de α , et d'un certain nombre de rapports qui ne dépendent eux-mêmes que de :

$$\gamma / \beta_1 \text{ et } \beta_2 / \beta_1$$

Dans l'hypothèse de la figure 21, nous aurions eu à remplacer :

$$\beta_1 + \gamma \text{ par } \beta'_1 + \gamma'$$

$$\beta_2 - \gamma \text{ par } \beta'_2 - \gamma'$$

$$\theta \text{ par } \theta'$$

$$\alpha_1 \text{ par } \alpha'_1$$

ainsi que cela ressort de la figure 24. Q serait alors fonction des rapports γ / β_1 , θ / β_1 , β_2 / β_1 .

Pour pouvoir englober dans le cas étudié tous les profils carénés, nous ferons les évaluations de Q', Q'' et Q''', en nous référant à la figure 25, qui correspond à un profil comportant :

- une partie rectiligne A₁A prolongement de la tangente à l'arc AB;
- un arc AB de centre O;
- un plan arrière faisant avec la tangente BF en B un angle δ .

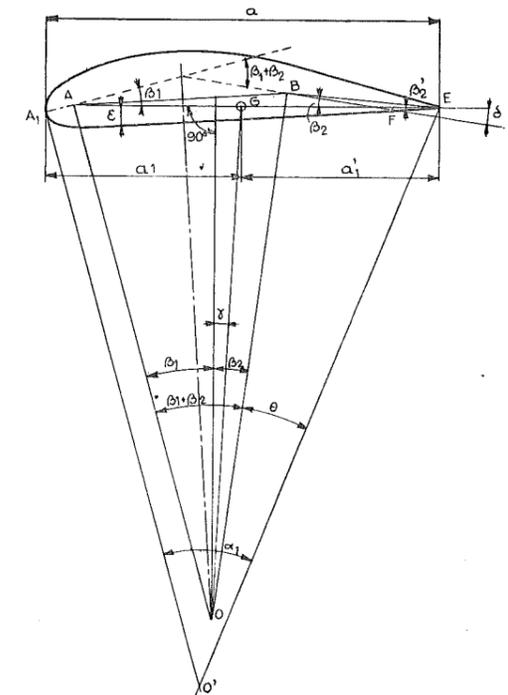


Fig. 25.

La corde par rapport à laquelle nous supposons rapporté l'angle i est ici AE.

L'angle β_1 ou angle d'attaque est plus grand que l'angle de fuite β_2 , alors que dans le cas de l'arc simple, β_1 était égal à $\beta_2 = \beta$.

L'angle que nous désignons par β'_2 est ici l'angle de la tangente au dos avec la corde et l'on peut poser :

$$\beta'_2 = \beta_2 - \delta$$

L'arc θ , qui correspond au plan arrière, est égal à l'angle total α_1 diminué de $(\beta_1 + \beta_2)$ très approximativement.

Avec ces notations, nous pouvons écrire :

$$Q' = \delta/g L e c^2 (\beta_1 + \gamma)$$

$$Q'' = \delta/g L e c^2 [\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)]$$

$$Q''' = \delta/g L e' c^2 [\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma) + (\beta_2 - \gamma) - \delta]$$

e' représentant l'épaisseur du flux influencé par l'arc arrière GE.

Nous admettrons que :

$$e' = k'_1 a'_1$$

le coefficient k'_1 étant probablement différent de k' dans la relation :

$$e = k' a$$

En transposant dans les relations ci-dessus, la valeur de e et en calculant a'_1 en fonction de a par la relation :

$$a'_1 = a \frac{\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)}{\alpha_1}$$

nous obtiendrons pour P, les cosinus étant pris égaux à l'unité :

$$P = (\delta/g S c^2) k' F_{(z)} (\beta_1 + \gamma) \quad (15)$$

avec :

$$F_{(z)} = 1 - \frac{\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)}{\beta_1 + \gamma} + \frac{k'_1}{k'} \left[\frac{\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)}{\beta_1 + \gamma} + \frac{\beta_2 - \gamma + \delta}{\beta_1 + \gamma} \right] \frac{\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)}{\alpha_1} \quad (16)$$

En remarquant que :

$$\alpha_1 = (\beta_1 + \beta_2 + \theta)$$

nous pourrions écrire :

$$F_{(z)} = 1 - A \left(1 - B \frac{k'_1}{k'} \right) \quad (17)$$

avec :

$$A = \frac{\theta/\beta_1 + \beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1}{1 + \gamma/\beta_1} \quad (18)$$

$$B = \frac{(\theta/\beta_1 + \beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1) + (\beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1 + \delta/\beta_1)}{\theta/\beta_1 + \beta_2/\beta_1 + 1} \quad (19)$$

Si nous voulons à présent évaluer la valeur de la traînée totale, nous aurons à faire la somme algébrique de trois termes, qui seront obtenus en projetant les valeurs de Q' , Q'' et Q''' sur la direction générale du flux à l'entrée. Nous obtiendrons ainsi :

$$T = 2 (\delta/g S c^2) k' F_{(x)} \left(\frac{\beta_1 + \gamma}{2} \right)^2 \quad (20)$$

avec :

$$F_{(x)} = 1 - AA_1 + BB_1 K' \frac{k'_1}{k'} \quad (21)$$

dans laquelle A et B ont les significations ci-dessus, A_1 et B_1 les valeurs ci-dessous :

$$A_1 = 2 - A \quad (22)$$

$$B_1 = 2 - \frac{\theta/\beta_1 - \delta/\beta_1}{1 + \gamma/\beta_1} \quad (23)$$

Le coefficient K' a été introduit ici pour tenir compte de ce que la direction de Q''' figurée par la perpendiculaire à la bissectrice de l'angle formé par les deux directions tangentes respectivement à l'arc GB' et à l'arc 2 B (fig. 21), est la **direction théorique**.

La valeur de K' ressortira de la comparaison entre les résultats calculés et les résultats observés quand nous aurons admis pour rapport k'_1/k' la valeur 1, valeur logique tout au moins pour les petits angles de déviation. Disons que cette valeur de K' doit être prise aux environs de 0,5 et que les calculs effectués nous ont montré que K' variait en fonction de l'écart constaté entre la valeur de γ/β_1 et la valeur de $0,5 \beta'_2/\beta_1$. Lorsque nous voudrions appliquer les formules ci-dessus **au plan**, il faudra noter qu'elles ne sont exactes qu'en tenant compte de la condition :

$$\delta/\beta_1 = -(\beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1)$$

ainsi que l'on peut s'en rendre compte aisément.

Pour appuyer les calculs ci-dessus, nous disons :

1) La constance des points d'application des forces Q' , Q'' et Q''' que nous avons admis en faisant l'hypothèse de la constance du rapport :

$$\gamma'/\beta' = \gamma/\beta_1$$

de même que des rapports :

$$\theta'/\theta, \quad \alpha'_1/\alpha_1, \quad \delta'/\delta$$

est conforme à ce que l'on observe, puisque le point d'application de la résultante reste fixe quand $(\beta_1 + \gamma)$ varie. Cela résulte de la mesure du couple appliqué, couple qui varie proportionnellement à P, c'est-à-dire linéairement avec $(\beta_1 + \gamma)$ lorsque l'on fait abstraction de la légère influence du couple provoqué par la traînée T;

2) La vérification des valeurs calculées pour une vingtaine de profils carénés ou non, s'avère comme étant de l'ordre des erreurs expérimentales lorsqu'on introduit dans les relations :

$$c_z = k' F_{(z)} \sin \alpha$$

$$c_x = 2 k' F_{(x)} \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{c_x}{c_z} = \frac{F_{(x)}}{F_{(z)}} \sin \frac{\alpha}{2}$$

les valeurs des rapports caractéristiques du profil :

$$\theta/\beta_1, \quad \beta_2/\beta_1, \quad \delta/\beta_1$$

et que l'on utilise pour γ/β_1 la valeur observée lors des essais au tunnel.

Cette concordance plus que satisfaisante des résultats calculés et des résultats observés sur laquelle nous reviendrons, doit éveiller la plus entière confiance dans les formules que nous venons d'établir.

Au surplus, nous avons pu déduire de l'ensemble des essais sur les profils étudiés, la valeur de γ/β_1 en fonction de :

$$\beta'_2/\beta_1 \quad \text{et} \quad (\beta_1 + \beta_2)$$

qui fixe la courbure de l'aile, si bien que nous nous sommes trouvés en fin de compte en mesure d'établir par le calcul, pour tous les profils étudiés, **sans le secours d'aucun document résultant d'expériences préalables**, les valeurs de P et de T et cela à moins de 5 % près.

CONTROLE EXPERIMENTAL
DES VALEURS NOUVELLES DE c_x ET c_z .

En vue d'établir ce que nous venons d'affirmer en terminant le chapitre précédent, nous avons opéré une vérification de très large envergure, en utilisant cette fois non seulement les recherches sur les plaques minces, mais encore sur les profils carénés essayés dans les laboratoires de Rhode-St-Genèse et de Naca.

Auparavant, nous voudrions rechercher la loi de variation de γ/β_1 et de E/a en fonction des éléments caractéristiques de l'aile pour nous rendre compte des écarts qui peuvent exister entre les résultats expérimentaux fournis par deux laboratoires distincts.

A. — POUR CE QUI CONCERNE c_z .

§ 1. — Valeur de γ/β_1 .

Nous avons déjà exposé (fig. 13) que si l'on porte le rapport $\gamma/\beta_1 : \beta_2/\beta_1$ en ordonnée et $(\beta_1 + \beta_2)$ en abscisse, on obtient, pour les expériences sur les plaques courbes minces, une droite (1) qui coupe l'axe des ordonnées pour la valeur :

$$\gamma/\beta_1 = 1/2$$

Nous avons été amené à cette conclusion en remarquant que pour l'angle $-i = \gamma$ de portance nulle (fig. 26), l'angle γ doit se présenter

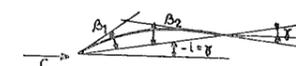


Fig. 26.

approximativement comme la bissectrice de l'angle β_2 , qui est l'angle de la tangente au dos avec la corde.

A vrai dire, cette conclusion ne se vérifie que pour le cas limite, celui de la courbure nulle, comme nous venons de le voir, puisque c'est

pour $\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = 0$, c'est-à-dire $a/2\rho = 0$, que :

$$\gamma/\beta_1 = \frac{1}{2} \beta_2/\beta_1$$

Si l'on a affaire, comme dans le cas de la figure 25, à une plaque présentant une partie

courbe suivie d'une partie terminale droite, β_1 est alors différent de β_2 et nous avons pu déduire des chiffres fournis par Rhode-St-Genève et par Naca, pour différents profils courbes correspondant à des valeurs de β_1/β_2 variant entre 0,6 et 1,0, la relation suivante :

$$\gamma/\beta_1 = \beta'_2/\beta_1 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} F_{(n)} \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right] \quad (24)$$

$F_{(n)}$ étant une fonction de $n = \beta'_2/\beta_1$.

Nous avons appelé, dans cette relation, β'_2 la valeur de l'angle β_2 diminuée de δ d'après la figure 25 :

$$\beta'_2 = \beta_2 - \delta$$

Nous avons indiqué sur la figure 13, pour différentes valeurs de n , la valeur :

$$\frac{1}{2} \left[1 + F_{(n)} \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right]$$

en fonction de $\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$, en prenant pour $F_{(n)}$ la valeur suivante :

$$F_{(n)} = a(1-n)^2 - b n \quad (25)$$

$$a = 0,26, \quad b = 0,01$$

Les droites tracées correspondent aux valeurs de n des différents profils étudiés qui sont représentés dans les planches I à IV. Le tableau II ci-après, qui se rapporte aux profils étudiés, donne les écarts en degré entre la valeur observée et la valeur calculée. Les points indiqués sur le diagramme donnent les valeurs de γ/β_1 résultant des valeurs trouvées expérimentalement pour γ .

Nous n'avons pu tenir compte de l'influence ε (voir fig. 25), qui n'est pas nulle, puisque dans les expériences de Naca sur les profils de même caractéristique, mais d'épaisseur variable, on peut se rendre compte que γ/β_1 diminue quand ε/β_1 grandit.

Pour la famille des profils étudiés dont la face inférieure reste un plan, nous n'avons pu coordonner de cette manière les différentes valeurs de γ/β_1 .

Si, portant en abscisse $1/2(\beta_1 + \beta_2)$ et en ordonnée les valeurs de $\gamma/\beta_1 : \beta_2/\beta_1$, nous cherchons à relier tous les points pour ces derniers profils qui correspondent à une valeur de n moyenne 0,38, nous constatons que c'est une droite passant par l'ordonnée 1 qui satisfait le mieux à l'ensemble des valeurs observées.

Ainsi, la valeur de γ tendrait ici vers β'_2 et non $1/2 \beta'_2$ quand la courbure tend vers zéro :

$$\begin{aligned} \gamma/\beta_1 &= \frac{1}{2} \beta'_2/\beta_1 \left[1 + (1 - A) \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right] \\ &= \beta'_2/\beta_1 \left[1 - \frac{1}{2} A \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right] \quad (26) \end{aligned}$$

Il faudrait poursuivre sur une plus large étendue les investigations pour pouvoir donner une solution sûre à cette question. Provisoirement, nous nous en tiendrons à la formule (24) pour tous les profils dérivant d'une « épine dorsale » en arc de cercle ou en parabole et à la formule (25), dans laquelle A est égal à 0,026, pour tous les profils ayant pour face ventrale un plan, et pour le dos une courbure simple ou complexe variant avec l'épaisseur, de façon à maintenir le même rapport :

$$\beta_2/\beta_1 = 0,380$$

Ces formules fournissent les valeurs de γ/β_1 avec une approximation très satisfaisante, plus faible toutefois pour les profils de grande épaisseur, pour lesquels d'ailleurs la signification de γ est moins précise : on observe, en effet, pour les fortes épaisseurs, quand on trace la droite reliant les points donnant c_z en fonction de α , que les points sont moins réguliers et paraissent se grouper par plages, sur des droites présentant des coefficients angulaires différents.

Pour les profils minces à une seule courbure, la droite 1 résultant des expériences de Riabouchinsky et de Eiffel ne correspond pas à celle donnée par les expériences de Naca à une seule courbure : il y aurait donc une discontinuité quand on passe d'un profil mince à un profil caréné, la valeur de b passant de 0,01 à 0,026 dans la formule (24). Ce point mériterait d'être élucidé par des expériences systématiques, à défaut de pouvoir regrouper des essais suffisamment nombreux venant des différents laboratoires.

De toute façon, il convient de ne pas rechercher les lois en question pour des profils minces ou carénés présentant des angles $(\beta_1 + \beta_2)$ plus grands que 25 à 30° pour fixer les idées, toutes les considérations émises ici ne valent que pour des angles relativement faibles, pour lesquels le cosinus peut être confondu avec l'unité sans trop grande erreur.

Remarque. — Au sujet des valeurs expérimentales de γ , nous avons pu observer qu'elles étaient systématiquement plus faibles dans les

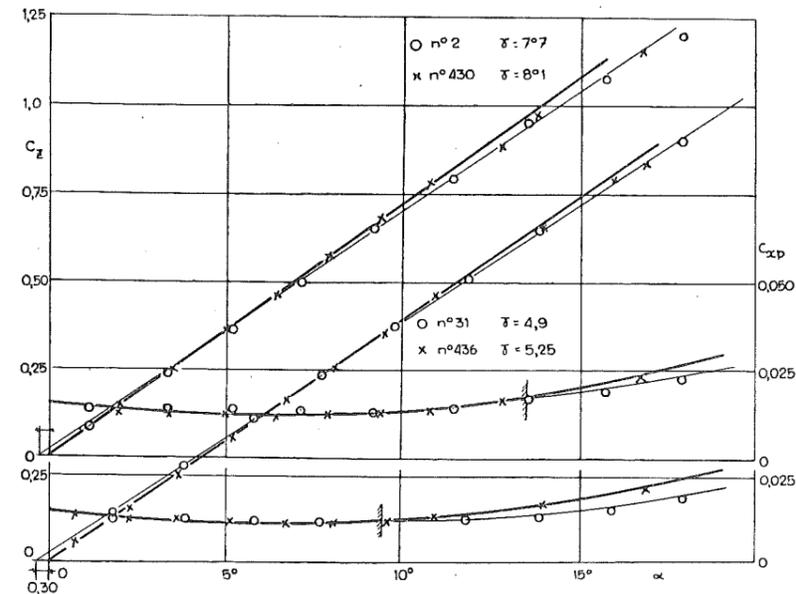


Fig. 27 b.

Fig. 27 a.

essais de Rhode, si on les compare à celles de Göttingen. Les diagrammes comparatifs des figures 27 a et 27 b sont obtenus en utilisant les données de Rhode et de Göttingen pour des profils identiques portant d'une part les nos 2 et 31 et d'autre part les nos 430 et 436. Les droites en trait fort ont été tracées en respectant les valeurs de γ qui sont indiquées par les expérimentateurs et inscrites sur les diagrammes mêmes. Ces droites en trait fort correspondent bien aux points observés jusqu'à 10° environ. Toutefois, dans les expériences de Göttingen, les points correspondant aux valeurs plus élevées de α tombent en dessous de la droite passant par l'origine; pour Rhode, on peut tracer, au contraire, une droite qui passe par tous les points, y compris les derniers points de Göttingen, en l'inclinant de 2 à 3 %, mais alors les valeurs de γ coïncident dans les deux cas, puisque $7,80 + 0,25 = 8,05$ au lieu de 8,1 et $4,9 + 0,30 = 5,20$ au lieu de 5,25.

Nous reviendrons plus loin sur l'analyse de ces écarts et nous en donnerons une explication tout à fait satisfaisante. Nous voudrions conclure dès maintenant que si l'on trace les droites de c_z comme nous l'avons fait, en utilisant tous les points jusque 15 ou 18° dans les expériences de Rhode, on ne doit pas dire qu'il y a une différence dépassant 0,1 de degré entre les chiffres de Rhode et ceux de Göttingen en ce qui concerne la valeur de γ ; la différence porte alors exclusivement sur le coefficient angu-

laire de la droite, plus petit pour Rhode que pour Göttingen.

§ 2. — Valeur de E/a .

Nous avons vu que l'on pouvait représenter la valeur de k' par la relation :

$$k' = E/a \left[1 - \frac{3(1-\pi/4)}{k} \right]$$

qui conduit :

pour les profils minces de Riabouchinsky ($k = 3$) à :

$$k' = E/a \times 0,786$$

pour les profils carénés de Naca et de Rhode-St-Genève ($k = 5$) à :

$$k' = E/a \times 0,872$$

pour les profils minces d'Eiffel ($k = 6$) à :

$$k' = E/a \times 0,892$$

Nous avons vu aussi que la formule ci-dessus pouvait être remplacée avantageusement par la relation :

$$k' = \frac{k \pi m}{k+m}$$

puisque cette formule s'applique non seulement entre $k = 3$ et $k = \infty$, mais encore entre $k = 1$ et $k = \infty$.

Lorsque, utilisant les valeurs de c_x , on en déduit les valeurs de E/a , on constate que E/a varie et cela dans d'assez larges limites.

Nous avons assez rapidement compris que E/a dépendait de γ/β_1 et nous avons raisonné comme suit :

L'arc actif n'est égal à $1/2 (\beta_1 + \beta_2)$ que si la déviation était symétrique par rapport à un axe G (fig. 19) situé à égale distance des bords (cas de la poussée nulle). Pour le cas d'une aile à une seule courbure, pour lequel $\beta_1 = \beta_2$, l'arc actif est égal à :

$$\beta_1 + \gamma$$

si bien que si nous représentons par K la valeur limite correspondant à une déviation symétrique, la valeur de E/a pour le cas réel sera égale à :

$$E/a = K \times \frac{\beta_1 + \gamma}{\beta_1} = K (1 + \gamma/\beta_1) = K \Phi \quad (27)$$

Lorsque le profil comporte un arc d'angle au centre $(\beta_1 + \beta_2)$ suivi d'une partie rectiligne correspondant à un angle au centre θ , la valeur de E/a doit s'écrire :

$$E/a = K \left[1 + \frac{\gamma/\beta_1 + n \theta/\beta_1}{1/2 (1 + \beta_2/\beta_1)} \right] = K \Phi \quad (28)$$

En adoptant $n = 0,4$, nous avons trouvé pour les 20 profils étudiés une constance remarquable de la valeur K par l'introduction toutefois d'un coefficient de correction tenant compte de l'épaisseur e' de l'aube :

$$K = K_1 \left[1 - \frac{e'}{E} \right]$$

Dire que K_1 tiré de cette formule est constant, c'est dire que l'épaisseur du flux influencé, en y comprenant l'épaisseur de l'aube, reste constant.

Les chiffres trouvés sont les suivants :

$K_1 = 2,04$ à + ou - 4 % pour les profils de Rhode-St-Genève;

$K_1 = 2,10$ à + ou - 3 % pour les profils de Naca;

$K_1 = 1,83$ à + ou - 4 % pour les profils minces de Riabouchinsky.

L'approximation est moins satisfaisante pour les profils minces et la formule ne se vérifie que pour autant que les angles $(\beta_1 + \beta_2)$ réalisés ne dépassent pas :

$$\beta_1 + \beta_2 \leq 25^\circ$$

La différence systématique de K_1 , de l'ordre de 3 % entre les valeurs de Rhode et les valeurs de Naca, trouve son explication dans la remarque précédente. On peut voir sur la figure 27 que la courbe tracée en tenant compte des points de Rhode pour les grands angles, conduit à un coefficient angulaire inférieur de 2 à 3 % à celui fourni par la droite tracée en tenant compte des résultats de Göttingen pour les faibles valeurs de α seulement et les résultats de Göttingen peuvent être considérés comme identiques à ceux de Naca.

§ 3. — Conclusion en ce qui concerne la variation de γ/β_1 et de E/a .

Il importe, pour bien apprécier la valeur des résultats que nous commenterons dans les chapitres suivants, d'analyser minutieusement les écarts observés entre les résultats des deux laboratoires distincts, pour un même profil.

La différence systématique sur la valeur de γ n'existe que si on utilise pour l'orientation de la droite les points observés à Rhode pour des valeurs de α inférieures à une valeur que nous préciserons plus loin; si on utilise tous les points jusqu'à 15 ou 18° suivant la courbure du profil étudié, alors la différence systématique sur la valeur de γ disparaît.

La différence sur k' qui apparaît alors sur la figure 27 est de l'ordre de 2 à 3 %, c'est-à-dire égale précisément à la valeur que nous avons tirée comme moyenne de nos calculs entre K_1 observé à Rhode et K_1 observé à Naca.

Pour mieux faire ressortir encore cet écart, nous étudierons les résultats obtenus dans le cas le plus simple : celui du plan caréné; nous disposons pour cela des valeurs de Rhode et de Göttingen pour deux profils identiques (n° 22 d'une part, n° 409 d'autre part), ainsi que des valeurs obtenues à Rhode et à Naca pour des carénages un peu différents. La droite en trait fort, figure 39 planche III, donne la moyenne des essais de Rhode, celle en trait pointillé, la moyenne des essais de Göttingen. Si on négligeait le point a , il serait possible de ne tracer qu'une droite conformément à la remarque que nous avons faite ci-dessus.

La droite en trait fort se trouve 7 % au dessous de celle de Göttingen, qui se confond avec la droite traduisant les résultats obtenus par Naca pour la même épaisseur d'aile.

Si nous admettons que la différence systématique entre les essais de Rhode et de Göttingen est de 3 %, nous voyons que l'on peut conclure qu'il peut exister une différence occa-

sionnelle de 4 %, qui représente à notre avis l'ordre de grandeur des erreurs d'expériences, compte tenu des différences non décelables sur la réalisation du modèle et des erreurs sur la mesure des angles quand il s'agit de comparer les résultats observés aux résultats calculés.

B. — POUR CE QUI CONCERNE c_x .

La valeur de K_1 étant connue, il est possible de déduire c_x des résultats d'expériences et ainsi de faire la comparaison entre les valeurs observées et les valeurs calculées. Il n'est toutefois possible de calculer c_x qu'en se donnant une valeur de K' dont nous allons rappeler la signification physique.

§ 4. — Valeur de K' .

De même que la résultante totale de l'action du flux sur l'aile n'est pas dirigée suivant la bissectrice, mais suivant une direction plus voisine de la verticale, de même la valeur de Q''' résultante des forces élémentaires appliquées à l'arc GB (fig. 21) n'est pas bissectrice de l'angle de déviation, comme nous l'avons supposé pour établir la composante T''' . Cela revient à dire que la composante réelle est plus faible que la valeur théorique, d'où le coefficient K' de réduction que nous avons dû introduire dans les formules.

Par des tâtonnements successifs, nous avons pu nous rendre compte que K' était de l'ordre de 0,400 pour les angles $(\beta_1 + \beta_2)$ très faibles, mais que K' augmentait ou diminuait à partir de cette valeur limite, comme l'écart noté entre les valeurs de γ/β_1 et les valeurs de β'_2/β_1 . Nous sommes parvenus à relier d'une façon tout à fait satisfaisante les résultats du calcul aux résultats expérimentaux, en adoptant pour :

$$K' = 0,400 + \frac{1}{3} F_{(a)} \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \quad (29)$$

pour les profils carénés dérivés d'une épine dorsale en arc de cercle ou en arc de parabole auquel nous avons substitué un arc de cercle et une droite, ou bien en adoptant :

$$K' = 0,400 + \frac{1}{3} \left[1 - A \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right] \quad (30)$$

pour les profils obtenus en partant d'une face ventrale plane.

Cette relation fait intervenir l'idée que K' varie au-dessus et en dessous de la valeur 0,400

de la même manière que l'écart entre γ/β_1 et $1/2 \beta'_2/\beta_1$: si γ/β_1 est plus grand que $1/2 \beta'_2/\beta_1$, la valeur de K' est supérieure à 0,400; si γ/β_1 est plus petit que $1/2 \beta'_2/\beta_1$, la valeur de K' est plus faible que 0,400.

Pour les profils non carénés, la valeur de K' paraît moins bien déterminée, la constante 0,400 paraît passer à 0,600 pour les valeurs de $f/a = 1/30$ et monter à 1,00 pour les valeurs de $f/a = 1/12$.

On comprend que, par suite des remous qui se présentent à l'arrière pour les grandes valeurs de $(\beta_1 + \beta_2)$, plus particulièrement pour les profils non carénés, la loi que nous venons d'indiquer paraisse moins bien vérifiée.

Bornons-nous à dire que pour les profils carénés, les valeurs de c_x fournies par la formule ci-dessus se sont révélées exactes à moins de 6 ou 7 % près.

Nous reviendrons sur cette question quand nous aurons établi la valeur du coefficient de traînée complet en tenant compte du frottement et des remous à l'entrée.

Pour le moment, nous nous bornerons à signaler l'ordre de grandeur des différences obtenues pour un même profil, dans des laboratoires distincts.

§ 5. — Conclusions en ce qui concerne la variation de c_x pour un même profil.

Nous utiliserons pour faire cette étude les résultats des essais sur le plan caréné.

Les résultats des essais de Göttingen (n° 409) et de Rhode (n° 22) sont pratiquement coïncidants (fig. 39, pl. III).

Par contre, les résultats des essais obtenus pour le n° 24 de Rhode, dont le carénage est moins satisfaisant en raison du plus faible arrondi à la pointe, sont nettement plus élevés.

Si on compare les résultats de Rhode (n° 22) et de Göttingen (n° 409) (courbe 2) avec les résultats de Naca (fig. 40, pl. III), pour la même épaisseur, on constate que c_x est rigoureusement le même, compte tenu de la valeur de k' (plus élevé de 7 % pour Naca). L'interprétation des courbes exige toutefois pour être poursuivie que nous ayons établi l'influence pour c_x du frottement et des perturbations à l'entrée et c'est ce que nous allons faire dans le chapitre suivant.

Nous pourrions alors, reprenant les courbes de la figure 27 en ce qui concerne c_{xp} , la traînée de profil, donner une explication des différences systématiques constatées entre les essais de Rhode et les essais de Göttingen.

CHAPITRE V

VALEUR COMPLETEE DE c_x
EN TENANT COMPTE DU FROTTEMENT
ET DES PERTURBATIONS A L'ENTREE

§ 1. — Profil mince courbe.

A la valeur de c_x calculée comme nous venons de l'établir, doit être ajoutée la valeur de c_x'' correspondant au frottement le long de l'aile et, pour les ailes épaisses, à l'influence du maître couple.

La valeur de T'' résultant de cette action peut être mise sous la forme :

$$T'' = 2 g k_1'' \left(S \frac{\delta}{g} c^2 \right) + g k'' e' L \frac{\delta}{g} c^2$$

ce qui correspond à une valeur de :

$$c_x'' = 2 g k_1'' + g k'' e'/a \quad (30)$$

e' désignant l'épaisseur maximum de l'aile.

La valeur de $2 g k_1''$ dépend du degré de poli des surfaces en jeu et du coefficient de Reynolds; elle ne saurait être prise, en tout cas, inférieure à :

$$0,0012$$

D'après les chiffres relevés sur les profils carénés et en tenant compte de cette valeur de $2 g k_1''$, il semble que $g k''$ puisse être évalué à :

$$g k'' = 0,015$$

Sur cette base, en effet, nous avons pu coordonner les résultats observés avec les profils de Naca tracés en utilisant des épaisseurs variant de $e'/a = 0,06$ à $e'/a = 0,18$.

Si, après avoir ajouté c_x'' à c_x , on veut opérer une identification des courbes théoriques avec les courbes expérimentales, on éprouve une forte déception : pour le plan et la plaque courbe présentant un rapport $f/a = 1/30$, nous avons

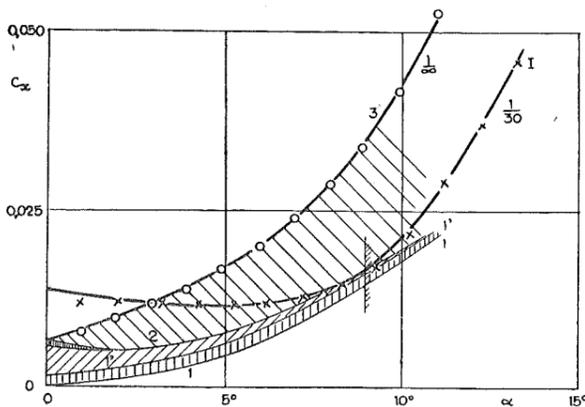


Fig. 28.

tracé à nouveau (fig. 28) les valeurs observées pour le coefficient de traînée totale en fonction de α ; avec la plaque mince utilisée, on peut prendre :

$$c_x'' = 0,0012 + 0,015 \times 0,02 = 0,0015$$

le rapport e'/a pouvant être pris à 0,02.

Nous avons tracé la courbe 1 répondant à la valeur théorique de c_x et nous y avons ajouté la valeur constante c_x'' .

Nous avons obtenu la courbe 1' tangente à la courbe expérimentale pour l'angle d'environ 9° ; cet angle de 9° est un peu inférieur à celui qui correspond au bord d'entrée tangent au flux. Entre la valeur théorique ainsi évaluée et la valeur réelle, l'écart va diminuant de $\alpha = 0$ à $\alpha = 9^\circ$, ainsi que le montre la courbe tracée en passant à travers les points expérimentaux marqués d'une croix.

Comment expliquer cet écart? Lorsque l'angle α de déviation est nul, la corde fait avec la direction du flux un angle négatif γ et la

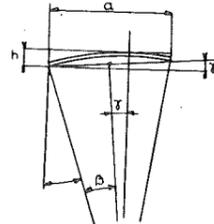


Fig. 29.

traînée supplémentaire peut s'évaluer en écrivant (fig. 29) :

$$T''' = g k''' \frac{\delta}{g} h L c^2$$

$h \times L$ représentant la surface frappée prise perpendiculairement au flux. En remplaçant h par $a \sin(x-\alpha)$, on obtiendra :

$$T''' = g k''' \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \sin(x-\alpha)$$

qui correspond à la valeur ci-dessus, pour :

$$x = \gamma, \quad \alpha = 0$$

Lorsque la plaque fait un angle $i = 0$, soit $\alpha = \gamma$, la surface projetée se ramène à $f \times L$ (f étant la flèche), soit à :

$$f \times L = a/2 \sin \beta/2 L = (aL) \sin \beta/4$$

Pour que la formule ci-dessus reste applicable, il faut donc remplacer x par la valeur :

$$x = \beta/4 + \gamma$$

puisque alors $\alpha = \gamma$ et :

$$\sin(x-\alpha) = \sin(\beta/4 + \gamma - \gamma) = \sin \beta/4$$

Si nous adoptions cette valeur de x , nous ne tiendrions pas compte de ce que la perturbation subsiste pour les valeurs de α plus grandes que $\beta/4 + \gamma$ et que tout en allant s'atténuant, elles ne deviennent strictement nulles que quand α prend une valeur voisine de $(\beta + \gamma)$. C'est pour tenir compte de ce fait que nous proposons de prendre, au lieu de la valeur ci-dessus, la valeur :

$$x = \beta/2 + \gamma$$

En procédant ainsi, nous exagérons quelque peu le terme T''' pour les faibles valeurs de α , mais nous restons plus exacts dans les valeurs voisines de :

$$\alpha = \beta/2 + \gamma$$

Dans la réalité, nous verrons que la loi ainsi exprimée suit avec une approximation remarquable la loi expérimentale, pour les profils carénés plus particulièrement.

La traînée totale, d'après ce que nous venons d'exposer, peut donc se calculer en fonction d'un coefficient c_t donné par la relation :

$$c_t = c_x + c_x'' + c_x''' \quad (31)$$

avec :

$$c_x''' = g k''' \sin[(\beta/2 + \gamma) - \alpha] \quad (32)$$

Nous pouvons exprimer c_x''' avec une approximation suffisante en développant la valeur du sinus et en négligeant la variation du cosinus. Dans ces conditions :

$$c_t = 2 k' \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 2 g k''' \sin \frac{\alpha}{2} + [2 g k_1'' + g k'' e'/a + g k''' \sin(\beta/2 + \gamma)] \quad (34)$$

La valeur de k''' résulte immédiatement de la mesure de l'ordonnée à l'origine, puisque $2 g k_1'' + g k'' e'/a$ peut être pris égal à 0,0015 pour le cas envisagé. On trouve ainsi :

$$g k''' = 0,100$$

Si, utilisant les données expérimentales fournies par les expériences de Riabouchinsky, nous portons c_t en ordonnée et α en abscisse pour les plaques courbes présentant un $f/a = 1/20$, $1/16$ et $1/12$, nous obtiendrons les courbes II, III et IV de la figure 30, planche I. Sur cette figure, nous avons tracé les courbes paraboliques tangentes aux courbes expérimentales aux points définis respectivement :

- Courbe II pour $\alpha = 10^\circ$
- Courbe III pour $\alpha = 12^\circ$
- Courbe IV pour $\alpha = 15^\circ$

valeurs de α qui correspondent à $\beta/2 + \gamma$ pour

chacun des cas envisagés. La courbe tangente doit être en réalité celle qui est obtenue en ajoutant aux ordonnées de la parabole la valeur du terme :

$$2 g k_1'' + g k'' e'/a$$

terme que nous avons porté à 0,0025, puis à 0,0030 et 0,0035 pour les deux derniers profils à forte courbure, en raison de l'influence des remous particulièrement importants pour ces derniers. Les valeurs de $g k'''$ ainsi obtenues, par différence, sont respectivement de :

$$0,115, \quad 0,130 \quad \text{et} \quad 0,132$$

La moyenne des 3 valeurs est de 0,125 avec un écart peu conséquent, 8 %. On peut considérer comme satisfaisante, à notre avis, cette constatation, si on tient compte de l'allure forcément schématique des considérations qui ont servi de base à ces déductions et que pour les profils **non carénés** travaillant sous un angle très différent de $(\beta + \gamma)$, la notion du frottement des filets sur la paroi paraît précaire, étant donné les remous qui existent forcément **sur la face concave**. Cette remarque perd beaucoup de sa valeur lorsqu'il s'agit de profils carénés; aussi verrons-nous que, **pour ce cas**, les relations ci-dessus s'appliquent avec plus de rigueur.

Ce qui est en tout cas significatif, c'est que la courbe expérimentale suit fidèlement la loi fixée par l'équation dès que l'on adopte pour $g k'''$ la valeur déduite de la mesure de l'ordonnée à l'origine.

§ 2. — Plaque mince plane.

Si nous revenons à la figure 28, qui donne également la courbe observée pour le cas de $f/a = 1/\infty$, on voit que l'allure est totalement différente ainsi que nous l'avons déjà fait ressortir; la courbe théorique 1' de :

$$c_x + (2 g k_1'' + g k'' e'/a)$$

reste la même, qu'il s'agisse du plan ou de la plaque courbe correspondant à $f/a = 1/30$, puisque c_x , nous l'avons vu, est **strictement le même pour les deux cas, ce qui entraîne la même valeur de k'** . La constatation fondamentale est ici que l'ordonnée de la courbe expérimentale pour le point de tangence (9°) est sensiblement égale **au double** de l'ordonnée théorique, ce qui implique une résultante normale au plan et non bissectrice de l'angle α comme la théorie l'établit.

Comment expliquer cet écart? Si nous nous reportons à la figure 31, nous voyons en schématisant le phénomène de la déviation par le plan comme nous l'avons fait pour évaluer c_x , que l'augmentation de la traînée peut être regar-

PLANCHE I

RIABOUCHINSKY

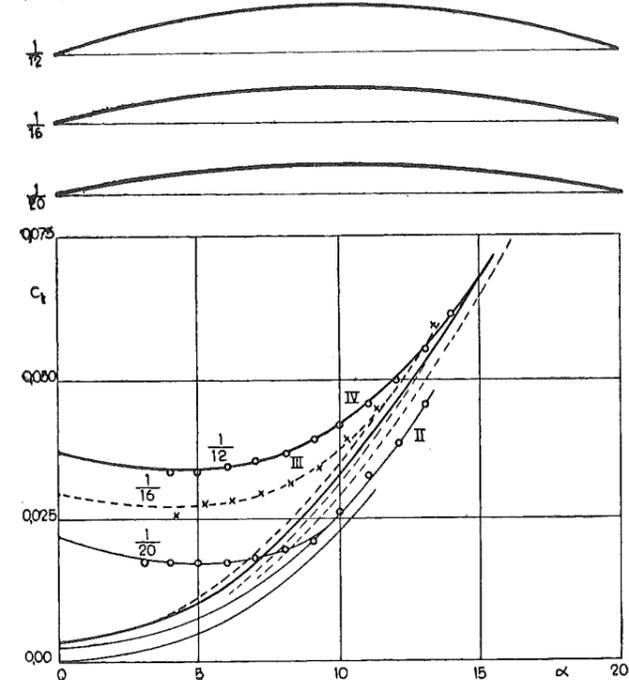


Fig. 30.

RHODE N° 16

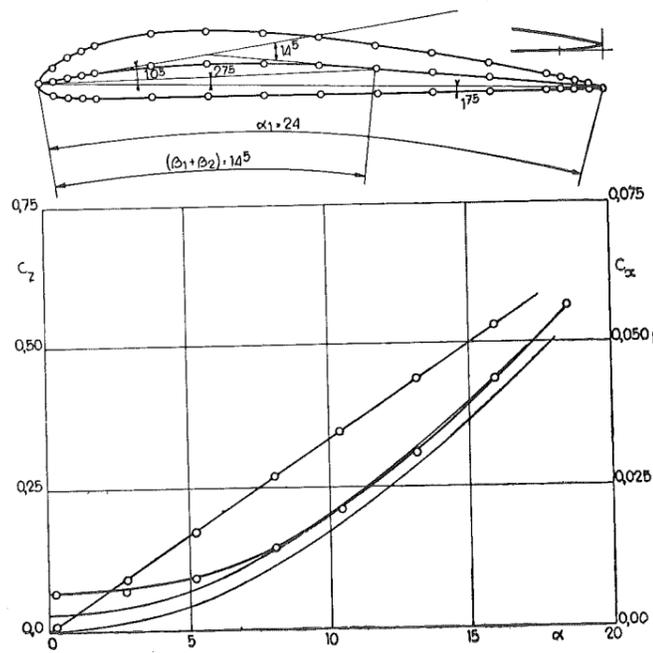


Fig. 32.

RHODE N° 26

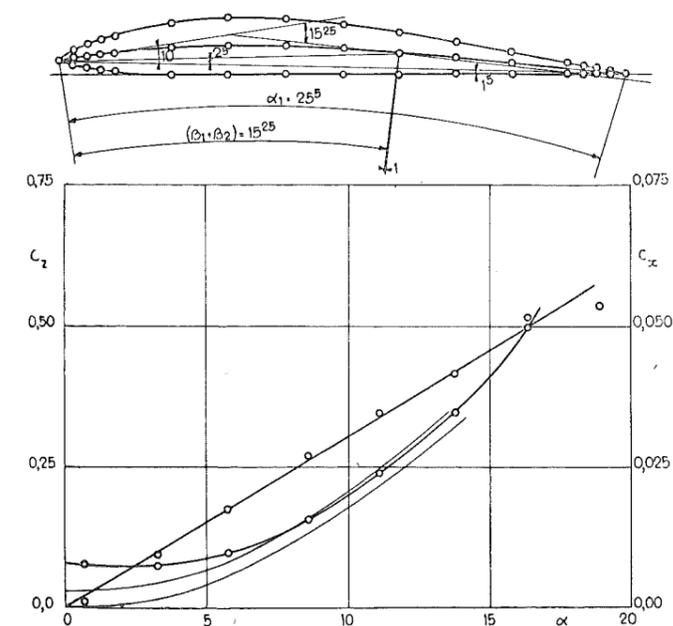


Fig. 33.

RHODE N° 28

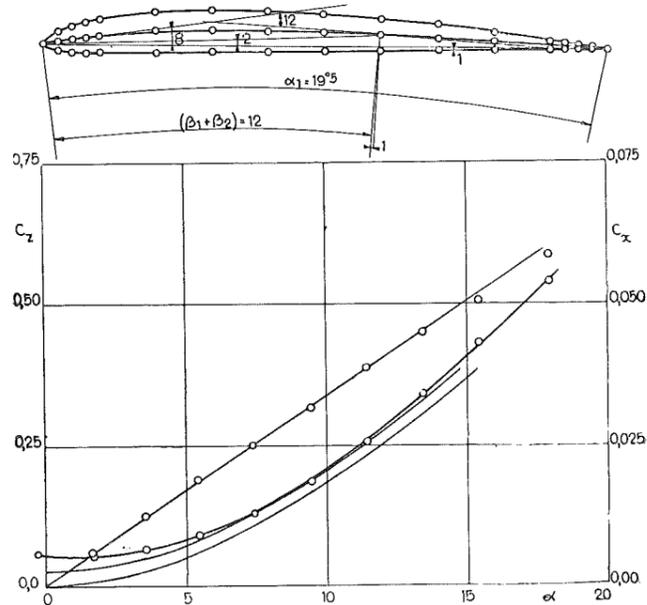


Fig. 34.

PLANCHE II

RHODE N° 30

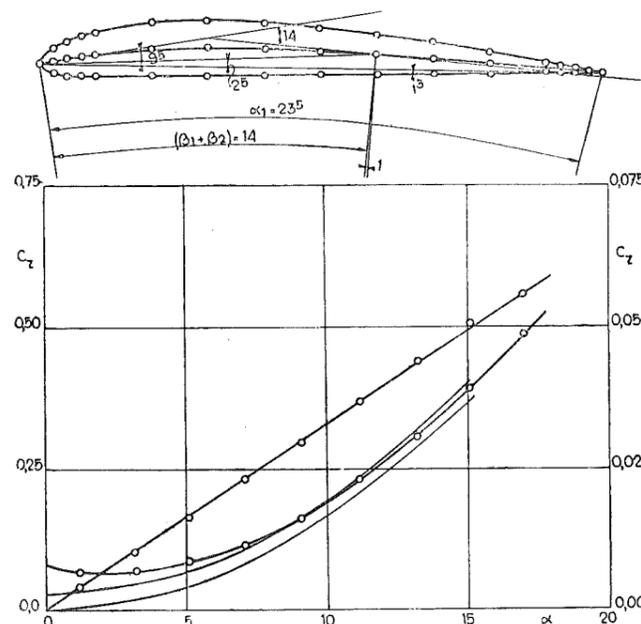


Fig. 35.

RHODE N° 32

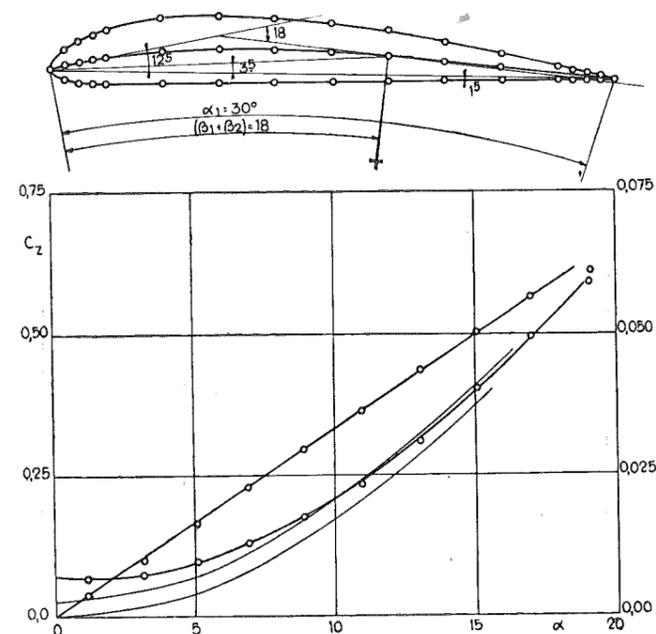


Fig. 36.

RHODE N° 34

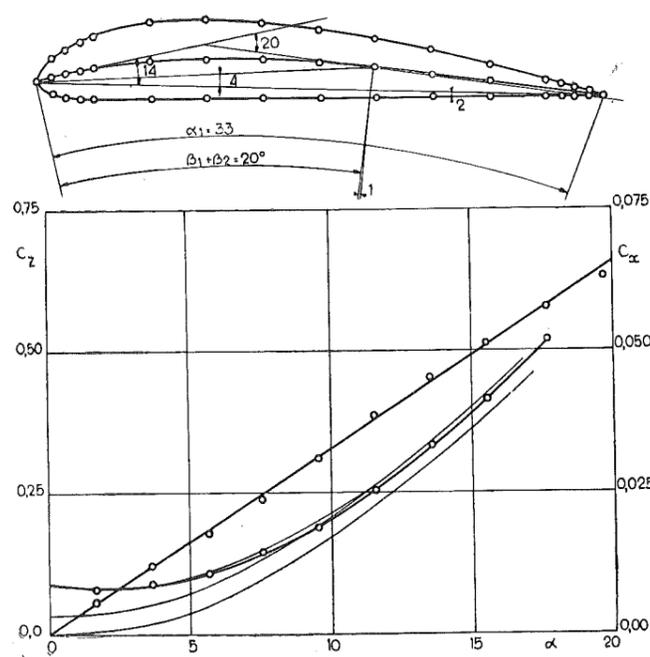


Fig. 37.

RHODE N° 36

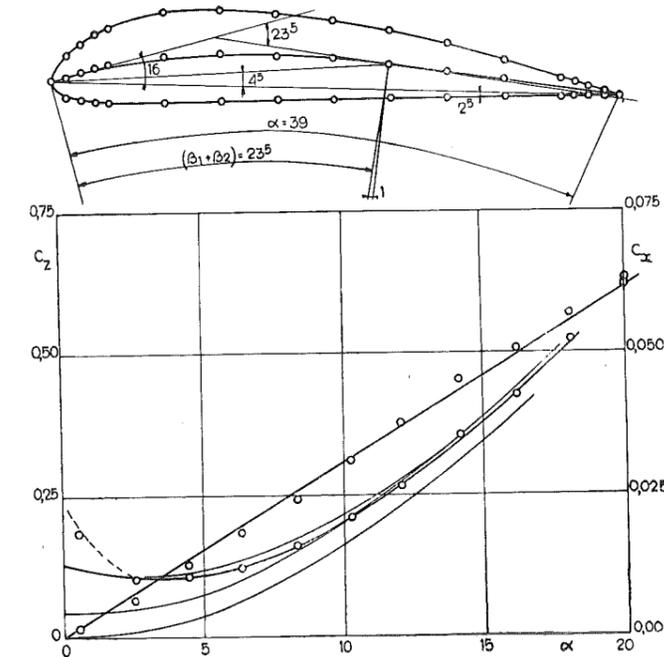


Fig. 38.

PLANCHE III

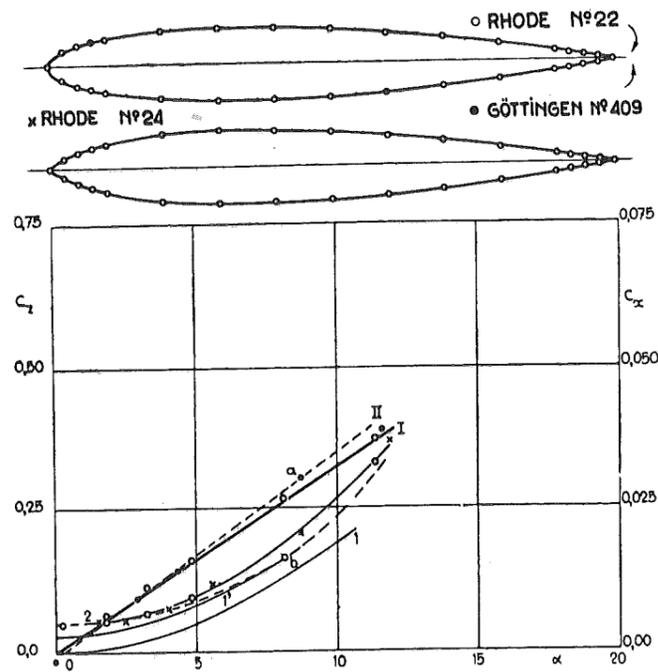


Fig. 39.

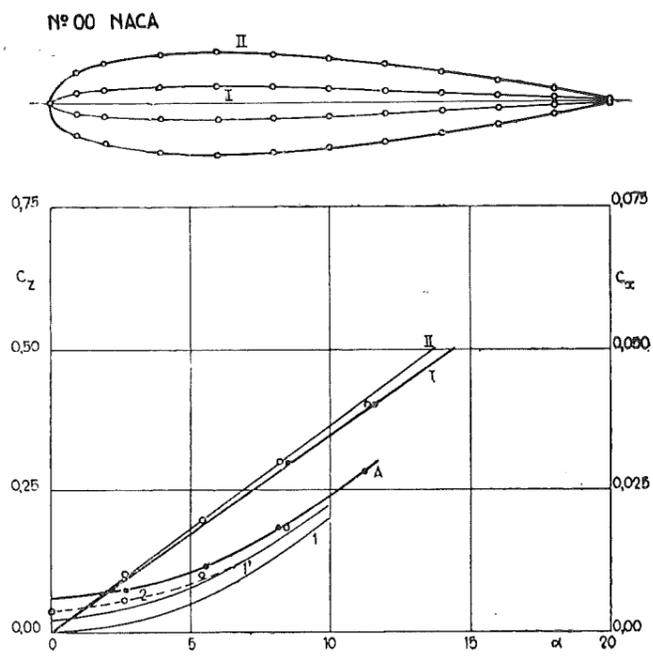


Fig. 40.

PLANCHE IV

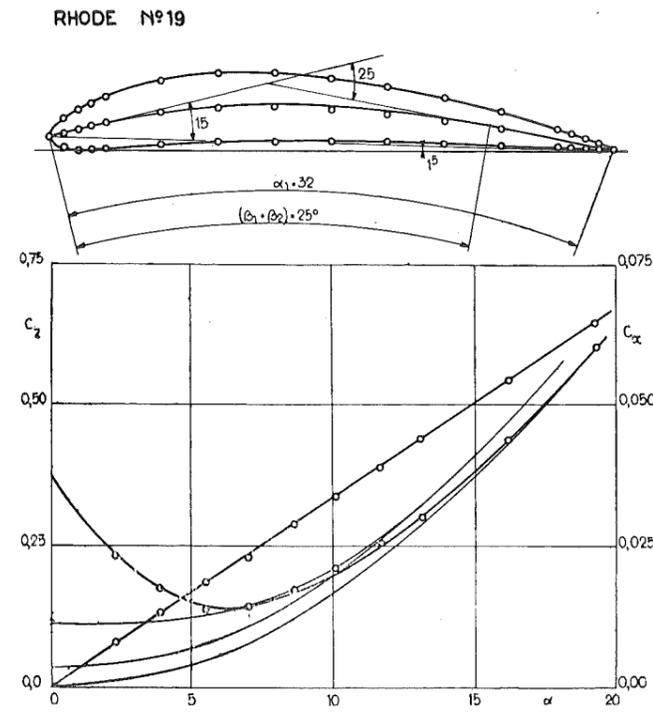


Fig. 43.

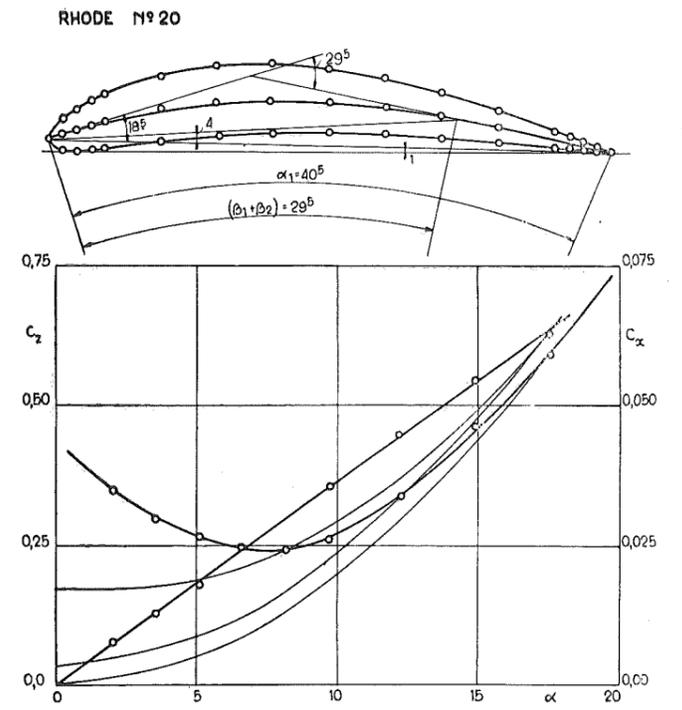


Fig. 44.

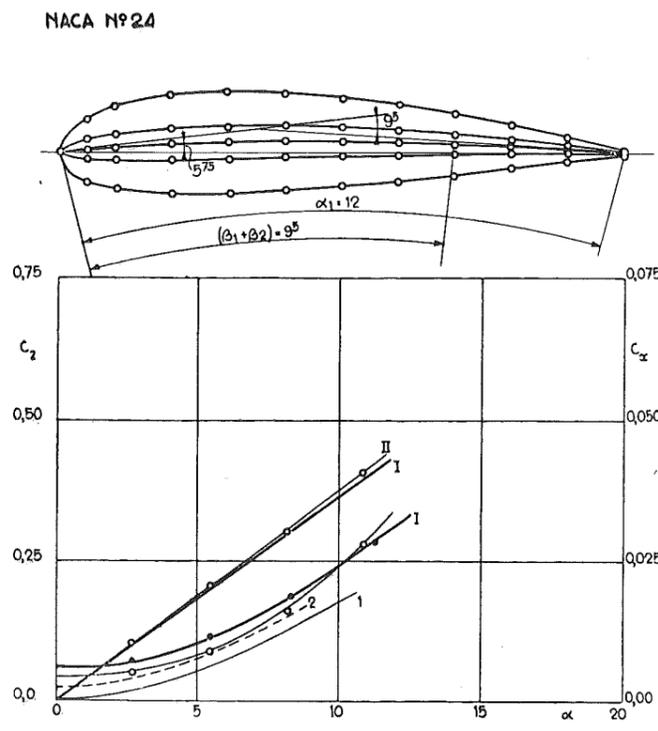


Fig. 41.

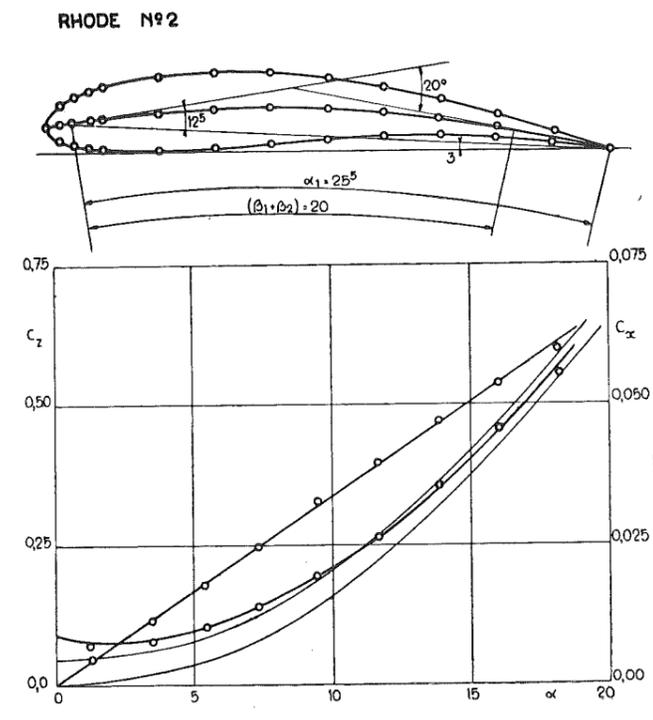


Fig. 42.

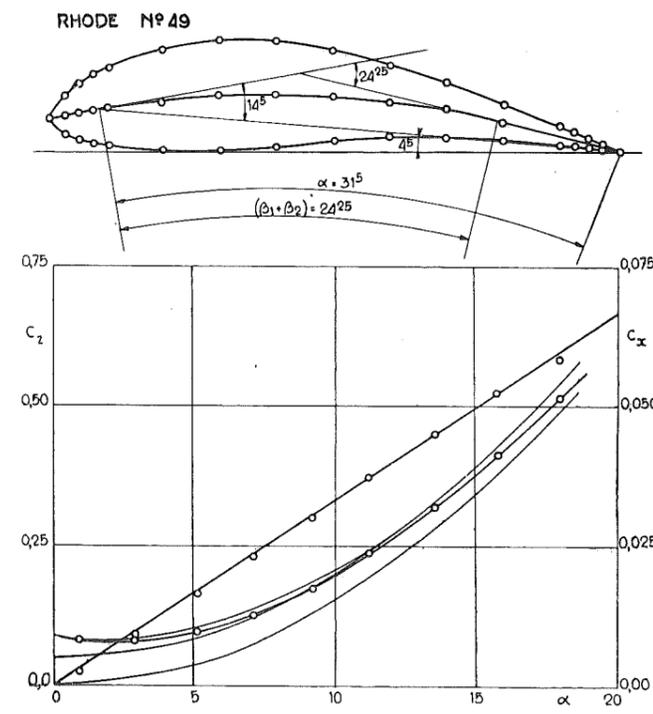


Fig. 45.

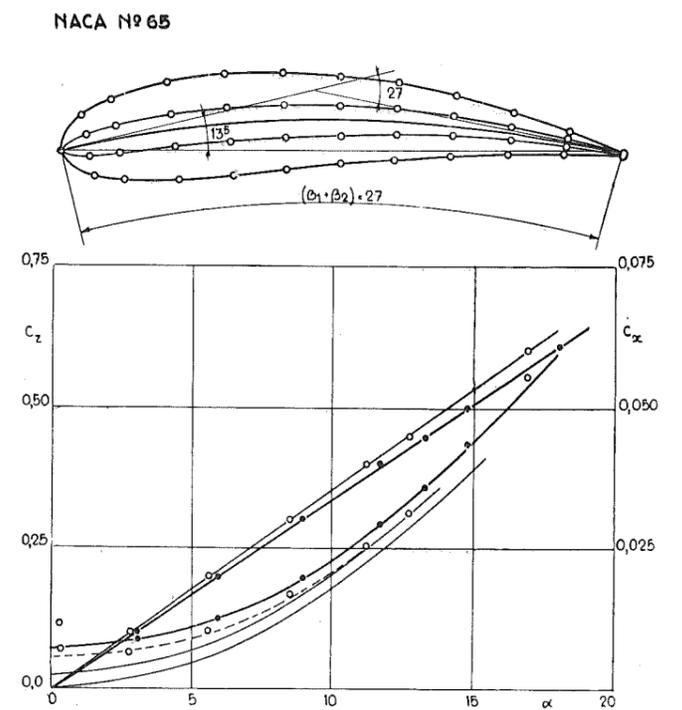


Fig. 46.

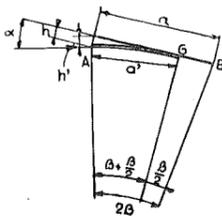


Fig. 31.

dée comme résultant du choc sur la surface projetée de hauteur h' à l'entrée, hauteur h' qui varierait avec l'angle α ; nous avons admis, en effet, que pour le plan, les filets suivaient des trajectoires concentriques comme dans le cas de la plaque courbe, la plus rapprochée de la plaque étant tangente au point défini pour l'angle $(\beta + \gamma) = 3/2 \beta$. Comme nous pouvons confondre h' avec h_1 dans les limites de variation de α (10°), nous pourrions évaluer h' par la relation :

$$h_1 = a' \sin 1/2 (\beta + \beta/2)$$

et compte tenu de ce que a' est donné par la relation :

$$a' = 2 R \sin 1/2 (\beta + \beta/2) \\ = a / \sin \beta \times \sin 1/2 (\beta + \beta/2)$$

on voit que :

$$h_1 = 1/2 a \frac{\sin^2 1/2 (\beta + \beta/2)}{\sin \beta} \\ = 3/8 a \sin 3/4 \beta$$

ou encore en fonction de α puisque :

$$\alpha = \beta + \beta/2 = 3/2 \beta \\ h' = h_1 = 3/8 a \sin \alpha/2$$

(Nous rappellerons que pour le cas limite du plan, l'angle γ est égal à $1/2 \beta$.)

La formule de c_t se présentera comme une somme de trois termes, le 3^e terme T_1 ayant pour valeur :

$$T_1 = k_1 \frac{\delta}{g} h' L c^2 \\ = k_1 \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \times 3/8 \sin \alpha/2 \quad (35)$$

Si nous donnons à k_1 la valeur qui fait coïncider l'ordonnée totale calculée avec l'ordonnée expérimentale au point d'abscisse 9° , nous obtenons pour le terme en $\sin \alpha/2$ la courbe 2, si bien qu'il apparaît entre les courbes 1' et 2 une différence systématique qui va s'atténuant avec α . Cette différence provient de l'action du flux sur le dos biseauté de la plaque dont

l'influence disparaît quand la tangente au biseau se trouve dirigée suivant l'horizontale. Pour faire coïncider les valeurs de c_t calculées avec les valeurs de c_t observées, il faut donc encore ajouter un 4^e terme analogue au terme T''' du cas de la plaque courbe :

$$T''' = 2 g k''' \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \sin (x - \alpha) \quad (36)$$

x prenant ici la valeur de 9° très voisine de l'angle du biseau.

Compte tenu de cette dernière remarque, la formule complète de c_t pour le cas du plan mince est donc la suivante :

$$c_t = 2 k' \sin^2 \alpha/2 \\ + 3/8 g k_1 \sin \alpha/2 - 2 g k''' \sin \alpha/2 \\ + [2 g k_1'' + g k'' e'/a + g k''' \sin 9^\circ]$$

les valeurs de k_1 et de k''' pouvant être prises égales à :

$$g k_1 = 0,600, \quad g k''' = 0,027$$

§ 3. — Profils carénés dérivés du plan.

Nous sommes en mesure à présent de reprendre l'examen des courbes de c_t expérimentales tracées figure 39 et figure 40, planche III.

Pour le rapport e'/a de l'épaisseur à la profondeur dans le cas de plaque n° 22, la valeur de :

$$2 g k_1'' + g k'' e'/a$$

peut être prise égale à :

$$0,0012 + 0,0018 = 0,0030$$

Compte tenu du coefficient angulaire k' déduit de la courbe I fournissant les valeurs de c_t , nous pouvons tracer la courbe fournie par la relation :

$$c_t = 2 k' \sin^2 \alpha/2 + 2 g k_1'' + g k'' e'/a \\ = 2 k' \sin^2 \alpha/2 + 0,0030$$

On trouve ainsi, pour le premier terme, la courbe 1 et, pour l'ensemble des deux termes, la courbe 1' tangente à la courbe expérimentale au point b pour l'angle de 8° .

Entre la courbe réelle et la courbe 1' pour le profil 22 correspondant aux points marqués d'un cercle, la différence provient des termes en k''' de la relation (37) ci-dessus, 9° étant remplacé par 8° et $g k'''$ prenant la valeur de 0,014. Le terme en k_1 est nul; mais si on s'en rapporte à la courbe expérimentale tracée pour le profil 24 (points marqués d'une croix) qui est plus haute, on voit que le terme en k_1 , qui était si important dans le cas du plan mince, doit être

maintenu à une valeur voisine de $g k_1 = 0,100$ au lieu de $g k_1 = 0,600$ pour le plan mince.

Ainsi, on se rend compte que si $3/8 g k_1$ était égale à environ $2 g k'''$, la valeur de c_t se ramènerait à :

$$c_t = 2 k' \sin^2 \alpha/2 \\ + [2 g k_1'' + g k'' e'/a + g k''' \sin 9^\circ] \quad (38)$$

Si on se reporte aux expériences de Naca figure 40, on voit que le terme en k_1 est nul, comme c'est le cas pour le profil n° 22 de Rhode et n° 409 de Göttingen bien carénés; seul le terme en k''' subsiste et prend une valeur un peu plus faible, 0,010 au lieu de 0,014 trouvée pour les premiers.

Pour comprendre le tracé de la courbe 2 en pointillé sur le diagramme de la figure 40, il faut tenir compte de ce que la courbe A correspond au profil épais pour lequel la valeur de k' est donnée par la courbe I. En traçant la courbe pointillée plus basse que celle fournie par les points expérimentaux marqués d'un cercle, dans le rapport des ordonnées II à I, nous obtenons donc la courbe de c_t que l'on observerait si la valeur de k' était la même que pour le profil épais. La distance des courbes (1') et (2) donne donc le terme $g k'''$ qui provient de l'action perturbatrice du flux sur le dos, très réduite si on la compare à ce que l'on a trouvé pour le plan non caréné. La distance entre 1 et 1' donne la valeur des termes $(2 g k_1'' + g k'' e'/a)$ pour le profil mince, la distance entre 2 et A, la valeur du terme $g k'' e'/a$ supplémentaire pour tenir compte de l'augmentation d'épaisseur quand on passe des premiers résultats aux seconds ($e'/a = 0,06$ dans le premier cas, $e'/a = 0,18$ dans le second). Ce sont ces résultats vérifiés pour les courbes tracées pour les profils Naca 24 et 65 qui nous ont permis de fixer la valeur de :

$$2 g k_1'' = 0,0012$$

et

$$g k'' e'/a = 0,015 \times e'/a$$

§ 4. — Profils carénés courbes.

Adoptant ces valeurs des coefficients $2 g k_1''$ et de $g k'' e'/a$ pour tous les profils étudiés, nous avons pu déduire du tracé des courbes expérimentales les valeurs de :

$$g k'''$$

Elles ont varié entre 0,014 et 0,033 (voir tableau II) pour tous les profils courbes bien carénés, montant à 0,45 et plus pour les profils courbes mal carénés à grande courbure.

Pour les profils courbes minces, le chiffre de 0,027 doit être considéré comme un minimum et réalisé pour le plan; il doit être pris 3 fois plus grand pour les plus faibles courbures et 5 fois pour les très fortes courbures.

Que ces chiffres varient de profil à profil et de laboratoire à laboratoire dans une certaine mesure, il ne faut pas s'en étonner, puisqu'ils dépendent essentiellement de la perfection du poli des surfaces en jeu et de la turbulence dans le flux soufflé.

Ce que l'on peut affirmer, c'est qu'en appliquant les formules, avec les valeurs :

$$2 g k_1'' = 0,0012 \\ g k'' = 0,015 \\ g k''' = 0,016$$

pour les profils bien carénés, dérivés d'une épine dorsale courbe,

$$g k''' = 0,032$$

pour les profils bien carénés présentant la face ventrale plane,

on ne commet sur la valeur de c_t totale, dans les angles d'utilisation de 5 à 10° , aucune erreur qui dépasse les erreurs expérimentales. Lorsque, pour le plan caréné, l'arrondi de la pointe est insuffisant, il apparaît un terme complémentaire qui, à la limite, pour le cas du plan mince, atteint un maximum :

$$g k_1 = 0,600$$

Pour le profil n° 24 mal caréné à la pointe, la valeur de $g k_1$ était tombée à :

$$g k_1 = 0,100$$

c'est-à-dire à une valeur 6 fois moindre.

Les profils de Rhode que nous avons étudiés sont représentés planches I à IV. Ils comprennent :

1) la famille des profils à face ventrale plane, les nos 28 à 36, en plus de 16 et de 26, soit en tout 7;

2) les profils à épine dorsale courbe :
le groupe n° 2 et n° 49;
le groupe n° 19 et n° 20,

à très forte courbure. Au total, 11 profils auxquels il faut ajouter les 4 profils de Naca :

Série 24 :	rapport $e'/a = 0,06$
Série 24 :	rapport $e'/a = 0,18$
Série 65 :	rapport $e'/a = 0,06$
Série 65 :	rapport $e'/a = 0,06$

les deux premières à très faible courbure, les deux dernières à forte courbure. A ces 15 profils carénés dont les caractéristiques et les valeurs des coefficients sont inscrites dans le

tableau II, nous devons ajouter les profils plans n° 22 et n° 24 de Rhode et les profils n° 00 de Naca, ainsi que les profils minces de Riabouchinsky correspondants à :

$$f/a = 1/30 \text{ et } 1/20$$

Nous avons groupé dans le tableau II, avec les profils carénés à forte courbure, les profils minces à forte courbure :

$$f/a = 1/16 \text{ et } 1/12$$

que nous avons mis hors cadre en raison de ce que l'angle $(\beta_1 + \beta_2)$ dépasse 25° , que nous considérons comme l'angle limite pour l'application des formules.

Les calculs ont été faits en adoptant pour γ/β_1 les valeurs calculées, les écarts étant négligeables entre valeurs calculées et valeurs observées, sauf pour les fortes épaisseurs et les fortes courbures.

Nous avons fait exception pour le n° 16, pour lequel nous avons utilisé la valeur observée et non la valeur calculée, l'écart entre les deux atteignant $0,65$ de degré, et cela en raison de ce que le bord arrière du profil était légèrement relevé, ainsi que nous l'avons souligné dans un dessin complémentaire (fig. 32); la formule (26) ne tient évidemment pas compte de cette particularité.

Les rapports qui entrent dans la formule de $F_{(z)}$ et $F_{(x)}$, c'est-à-dire :

$$\beta_2/\beta_1, \theta/\beta_1, \delta/\beta_1, \beta_2'/\beta_1$$

résultent des mesures de :

$$\beta_1, \beta_2, \theta \text{ et } \delta$$

effectuées avec la plus grande précision possible et qui sont indiquées sur les profils eux-mêmes, planche I, au $1/4$ de degré près.

En calculant :

$$C_z = \frac{c_z}{\left[1 - \frac{3(1-\pi/4)}{k}\right] \sin \alpha} \quad (39)$$

$$C_x = \frac{c_x}{2 \left[1 - \frac{3(1-\pi/4)}{k}\right] \sin^2 \alpha/2} \quad (40)$$

nous avons pu déterminer :

$$\frac{E}{a} = \frac{C_z}{F_{(z)}} \quad (41)$$

Colonne 12

puis :

$$K = \frac{E/a}{\phi} \quad (42)$$

Colonne 14

ϕ ayant pour valeur :

$$\phi = 1 + 2 \frac{\gamma/\beta_1 + 0,4 \theta/\beta_1}{1 + \beta_2/\beta_1} \quad (43)$$

Colonne 13

K désigne le rapport de l'épaisseur du flux influencé à la corde de l'arc actif; il ne devrait pas varier d'une aile à une autre quand on tient compte toutefois de l'épaisseur de l'aile.

Pour en tenir compte, nous avons admis que l'épaisseur de l'aile vient en déduction de l'épaisseur efficace du flux influencé, ce qui conduit à la valeur de :

$$K_1 = K \left[1 + \frac{e'/a}{E/a}\right] \quad (44)$$

C'est la valeur de K_1 qui devrait rester constante quand on fait varier le rapport e'/a ; nous voyons que pour les profils identiques de Naca essayés avec deux épaisseurs différentes :

$$e'/a = 0,06 \text{ et } e'/a = 0,18$$

la différence ne dépasse pas 1% .

Pour tous les profils de Rhode à faible courbure, K_1 peut être pris égal à :

$$2,04$$

avec un écart qui ne dépasse pas $+ \text{ ou } - 3 \frac{1}{2}\%$.

Pour les profils de Naca à faible courbure, K_1 est égal à :

$$2,09$$

avec un écart de $+ \text{ ou } - 3 \frac{1}{2}\%$.

La différence systématique de $2 \frac{1}{2}\%$ que nous constatons ici entre la valeur K_1 pour les deux laboratoires, nous l'avons expliquée au chapitre IV. L'écart de $+ \text{ ou } - 3 \frac{1}{2}\%$ ne nous paraît pas exagéré si l'on tient compte des erreurs introduites dans la mesure des angles et, partant, des rapports :

$$\beta_2/\beta_1, \theta/\beta_1 \text{ et } \gamma/\beta_1$$

Pour les profils à forte courbure nos 2, 19, 20, 49, la valeur de K_1 moyen tombe à :

$$1,91$$

à $+ \text{ ou } - 2 \frac{1}{2}\%$.

A notre avis, l'influence des remous à l'arrière qui interviennent davantage avec les fortes courbures, explique cette chute de l'épaisseur du flux influencé.

Pour ce qui concerne les essais de Riabouchinsky sur les ailes minces, la différence systématique est beaucoup plus considérable (12%), comme cela ressort d'ailleurs des points mar-

TABLEAU II

18	Moyenne	0,030		0,014	0,015		0,019		0,027	0,120	
		2gk ₁	2gk ₁ + gk ₁ '/a	2gk ₁							
17	gk ₁ '	0,024	0,032	0,014	0,009	0,010	0,020	0,016	0,027	0,130	0,132
16	gk ₁ ' sin $\frac{\gamma}{\beta_1/2 + \gamma}$	0,0037	0,0050	0,0020	0,0015	0,0017	0,0020	0,0035	0,0040	0,0270	0,0340
15	2gk ₁ ' + gk ₁ ' e'/a	0,0030	0,0027	0,0030	0,0021	0,0039	0,0021	0,0039	0,0015	0,0030	0,0035
14	2gk ₁ '	0,0012	»	»	»	»	»	»	»	»	»
13	$\frac{\gamma/\beta_1}{\beta_2/\beta_1}$	0,755	0,906		0,538	0,495	0,460	0,407	0,675	0,413	0,205
12	γ/β_1 calculé	0,344	0,338	0,500	0,500	0,364	0,432	0,420	0,405	0,400	0,248
11	γ/β_1 observé	0,285	0,350		0,350	0,322	0,460	0,407	0,375	0,413	0,205
10	différence	+0,63	-0,12		+0,10	+0,25	-0,45	+0,25	+0,36	-0,15	+0,25
9	γ calculé	3,63	3,38		2,10	2,10	5,75	5,75	5,06	3,05	4,84
8	γ observé	3,00*	2,80		2,00	1,85	6,20	5,50	4,70	4,00	4,25
7	δ	0	-1,5								
6	θ	9,5	10,25		2,5	2,5	0,0	0,0	5,5	0,0	0,0
5	α_1	24,0	25,5		12,0	12,0	27,0	27,0	25,5	15,50	29,0
4	β_2	4,0	5,25		3,75	3,75	13,50	13,50	7,50	7,75	14,50
3	β_1	10,5	10,0		5,75	5,75	13,50	13,50	12,50	7,75	14,50
2	$\beta_1 + \beta_2$	14,5	15,25		9,5	9,5	27,0	27,0	20,0	15,50	29,0
1	N°	16	26	22/24	N 6	N 18	N 6	N 18	2	R 1/∞	R 1/16
		28	30		N 6	N 18	N 6	N 18	19	R 1/30	R 1/12
		32	34		N 6	N 18	N 6	N 18	20	R 1/20	R 1/12
		36							49		

(*) Valeur trop faible parce que le plan arrière est redressé légèrement ainsi que le montre le dessin complémentaire de la fig. 32, planche I.

La formule établie pour le calcul de γ/β_1 ne tient évidemment pas compte de cette particularité : de là l'erreur relativement très élevée de $+0,63$ qui a conduit à exécuter les calculs ultérieurs pour le n° 16 en partant pour γ/β_1 de la valeur expérimentale.

qués sur le diagramme donnant les valeurs de k' (fig. 13), où l'on reconnaît que les résultats de Riabouchinsky pour le plan et pour la courbe $f/a = 1/13,5$ sont systématiquement en dessous de la moyenne fournie par les laboratoires de Göttingen et d'Eiffel : 7 1/2 % pour le plan, 12 % pour la plaque courbe.

Pour la détermination de c_x inscrite dans la colonne (23), nous avons relevé les ordonnées correspondant aux angles inscrits dans la colonne (9), angles voisins, d'une manière générale, de l'angle $(\beta + \gamma)_x$ pour lequel le bord d'entrée devient tangent à la direction du flux et, partant, pour lequel c_t se ramène à :

$$c_t = c_x + (2gk_1'' + gk'' e'/a)$$

En décomptant, de l'ordonnée mesurée, la valeur du terme entre parenthèses que nous savons calculer et qui est inscrite dans la colonne (15) du tableau II, nous savons en déduire c_x .

Nous avons dû toutefois, pour les expériences de Rhode, tenir compte de ce que les valeurs expérimentales de c_t sont trop faibles, ainsi qu'en font foi les diagrammes de la figure 27; ceux-ci, en effet, accusent, à partir d'un angle bien précis, que nous allons calculer, une différence systématique entre Rhode et Göttingen, dans les valeurs de c_{xp} , le trait faible reliant les points observés à Rhode, le trait fort reliant les points observés à Göttingen.

Nous admettons que c'est à partir du moment où l'angle de redressement à l'arrière atteint l'angle de 8° que ce phénomène se produit; or, l'angle de redressement à l'arrière peut être évalué à :

$$(\theta + \beta_2 - \gamma) + (\beta_2 - \gamma + \delta)$$

lorsque l'angle de déviation atteint $\beta + \gamma$; entre α'_1 , l'angle de redressement, et α , l'angle de déviation réalisé, le rapport est donc égal à :

$$\frac{\alpha'_1}{\alpha} = \frac{[\theta/\beta_1 + \beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1] + [\beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1 + \delta/\beta_1]}{1 + \gamma/\beta_1} \quad (45)$$

Nous obtiendrons donc l'angle α' , pour lequel $\alpha'_1 = 8^\circ$, en écrivant :

$$\frac{\alpha'_1}{\alpha} = \frac{1 + \gamma/\beta_1}{[\theta/\beta_1 + \beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1] + [\beta_2/\beta_1 - \gamma/\beta_1 + \delta/\beta_1]} \times 8 \quad (46)$$

Ces valeurs ont été indiquées dans la colonne (31) du tableau III. Pour les profils de la figure 27, ces angles sont marqués sur les diagrammes d'un trait avec liseré : on peut se rendre compte que c'est pour cette valeur précise de α' que les deux courbes se séparent et que la différence systématique sur c_{xp} apparaît.

Nous avons admis, pour rendre comparables les résultats de Naca et de Rhode, qu'il convenait d'ajouter à partir de l'angle α' , tel que nous venons de le définir, aux valeurs observées de c_t , l'écart noté entre les valeurs de c_{xp} de la figure 27, faible pour les profils à faible courbure, fort pour les profils à forte courbure.

C'est dans ces conditions que nous avons tracé en trait fin, sur les figures des planches I à IV donnant les résultats expérimentaux pour les différents profils étudiés, les courbes corrigées de c_t . Nous en avons déduit les valeurs de c_x que nous avons inscrites dans la colonne (23). De c_x , nous avons déduit C_x , par la formule (41), puis le rapport C_x/C_z qui mesure ce que l'on appelle la « finesse » (colonne 25). Nous lui avons comparé le rapport $F_{(x)}/F_{(z)}$ et chiffré en % les différences : on voit qu'elles sont du même ordre que celles notées pour K_1 .

Une seule fois, cette différence atteint 10 %, et c'est pour le cas du profil à faible courbure de Naca, qui conduit à la mesure de la plus faible ordonnée, partant à la plus grande erreur relative. Pour cette faible courbure, en effet, la valeur de c_x doit être mesurée pour l'angle $(\beta/2 + \gamma)$ qui est ici de 6° , angle très faible si on le compare aux angles α utilisés pour les autres profils et inscrits dans la colonne (9).

Pour les fortes courbures, les valeurs de c_x calculées sont systématiquement en dessous des valeurs observées (7 % au lieu de 1 ou 2 % pour les profils à faible courbure) et cela confirme l'explication que nous avons donnée des écarts entre Rhode et Göttingen, de l'influence des remous à l'arrière à partir d'une certaine courbure, qui a pour effet de diminuer l'épaisseur du flux influencé et de réduire les valeurs de c_{xp} .

Tous les calculs ci-dessus auraient pu être effectués en maintenant le rapport k'_1/k' constant et égal à l'unité, mais l'on peut serrer de plus près la vérité en admettant qu'à partir de l'angle α pour lequel l'angle de déviation dû à l'arc G B arrière (fig. 21) atteint la valeur 8° , donnée par la relation (46), le rapport k'_1/k_1 diminue.

Pour affirmer cela, nous nous servons des deux observations suivantes faites sur le plan caréné et sur le plan mince :

1) A partir de 8° , la valeur de k' diminue à peu près linéairement jusque 13° lorsque le carénage existe;

2) Au delà de 13° , la variation est beaucoup plus rapide.

Nous interprétons ce fait comme étant dû aux remous jusqu'à 13° tout au moins, remous

qui provoquent une diminution de l'épaisseur du flux influencée. Si nous cherchons à nous rendre compte de l'importance de la variation de k' entre 8 et 13° , nous constatons qu'elle se trouve être à Rhode de l'ordre de 8 % pour $13 - 8 = 5^\circ$ et nous avons admis qu'elle était proportionnelle à l'écart entre α'_1 et l'angle 8° .

En admettant cette variation linéaire, nous pourrions déterminer k'_1/k' pour l'angle α , qui correspond à l'angle inscrit dans la colonne (9) pour lequel nous avons fait les mesures de c_z et c_x . A cet angle α correspond, en effet, un angle α'_1 donné par la relation (45).

Pour ce qui concerne la valeur de K' , nous avons utilisé la formule (28) ou (29), sauf en ce qui concerne les profils minces pour lesquels nous avons été amenés à changer la constante pour le plan et la plaque courbe $f/a = 1/30$, 0,600 au lieu de 0,400 et pour les plaques courbes présentant un $f/a = 1/20$, 0,900 au lieu de 0,400, pour les plaques courbes correspondant à $f/a = 1/16$ et $1/12$, 1,00 au lieu de 0,400.

Les chiffres déduits du calcul sont indiqués colonnes (19) et (20).

Nous allons, dans le chapitre suivant, commenter les principales conclusions que l'on peut déduire de l'ensemble de ces résultats.

CONCLUSIONS

Les formules que nous venons d'établir conduisent à la détermination, sans le secours d'aucun document expérimental, de la valeur de la poussée P et de la traînée T pour un profil caréné quelconque, quelles que soient l'envergure ou l'épaisseur, et cela avec une approximation que nous pouvons fixer avec sécurité :

$$\begin{aligned} \text{pour P :} & \quad \text{de } + \text{ ou } - 3 \text{ } 1/2 \text{ \%;} \\ \text{pour T :} & \quad \text{de } + \text{ ou } - 6 \text{ \%} \end{aligned}$$

Il y a là, en dehors de tout examen plus approfondi, une raison de présumer fortement que les hypothèses mises à la base ne s'écartent pas sensiblement de la réalité; en dehors de l'approximation résultant de ce que nous avons dû confondre les cosinus avec l'unité, il nous paraît qu'il n'y a en fait qu'une hypothèse qui aurait pu se révéler insuffisante, c'est celle qui nous a fait supposer que le redressement à l'arrière se faisait sur un arc de même rayon et cela en nous appuyant sur l'idée logique que si l'épaisseur du flux influencé est commandée par la profondeur de l'arc actif, il faut, pour que la même épaisseur de flux soit « redressée » à l'arrière, que tous les filets de ce flux suivent des trajectoires symétriques de même courbure,

s'étendant par conséquent sur un arc de même profondeur que l'arc d'entrée.

Il nous reste à tirer des conclusions quant à la valeur relative des profils et à la mesure de leurs qualités.

Nous avons indiqué dans le tableau III les valeurs du rapport $F_{(x)}/F_{(z)}$ qui mesure, en dehors des perturbations créées par les remous à l'entrée, la valeur du profil au point de vue de la finesse. Montrons tout d'abord ce qu'il signifie physiquement. Pour cela, calculons le rapport de T/P en limitant la valeur de c_t au premier terme c_x :

$$\begin{aligned} T/P &= \frac{2 F_{(x)} \phi \sin^2 \alpha/2}{2 F_{(z)} \phi \sin \alpha/2} \\ &= F_{(x)}/F_{(z)} \sin \alpha/2 \quad (47) \end{aligned}$$

Si nous faisons passer $\sin \alpha/2$ dans le premier membre et si nous le confondons avec $\text{tg } \alpha/2$, nous obtiendrons le coefficient caractéristique R_t de la finesse qui mesure le rapport entre la traînée réelle T et la traînée théorique $P \text{ tg } \alpha/2$:

$$R_t = \frac{T}{P \text{ tg } \alpha/2} = F_{(x)}/F_{(z)}$$

En effet, si nous nous reportons à la figure 5, qui donne la valeur de Q pour le cas d'une déviation totale α , cas théorique limite, nous voyons que la traînée théorique est égale à :

$$P \text{ tg } \alpha/2$$

Ainsi la valeur de R_t que nous avons fait figurer dans le tableau et qui varie entre 0,600 et 0,700 en chiffres ronds pour les profils carénés, mesure l'importance de la réduction de la traînée réelle par rapport à la traînée théorique. Il est vrai que cette réduction n'est acquise qu'aux dépens de la portance. C'est pourquoi l'aile la plus favorable, c'est celle qui conduit au minimum du rapport :

$$R_t/F_{(z)} \phi$$

C'est ce nombre que nous avons fait figurer dans la colonne (30) et qui montre cette fois très nettement l'infériorité du plan caréné par rapport aux profils courbes.

Pour tirer des chiffres une conclusion définitive, il faut toutefois tenir compte que si, avec les fortes courbures, les valeurs de 0,560 peuvent être atteintes, le bénéfice ne serait réel que si l'on pouvait utiliser ces profils sous de très grands angles d'attaque, de l'ordre de $\beta/2 + \gamma$, pour lesquels les termes accessoires qui donnent la valeur totale c_t sont négligeables.

Comme des angles aussi grands ne sont pas utilisés, il faut les exclure dans la comparaison des profils. Si l'on veut examiner le problème

TABLEAU III

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	N°	β_2/β_1	θ/β_1	$-\beta_1$	β_2/β_1	γ/β_1	$F[z]$	α	c_z	C_z	E/a	Φ	K	e'/a	$\frac{e'/a}{E/a}$	K ₁	Moyenne
1	16	0,380	0,905	0,0	0,380	0,285*	0,570	14	0,465	2,200	3,870	1,940	1,995	0,12	0,033	2,060	Rhode 2,04 ± 3,5 %
2	26	0,525	1,025	0,150	0,375	0,340	0,505	14	0,423	2,020	4,000	1,985	2,020	0,10	0,025	2,055	
3	28	0,500	0,937	0,125	0,375	0,345	0,550	12	0,400	2,210	4,020	1,960	2,050	0,08	0,020	2,090	
4	30	0,474	1,000	0,105	0,370	0,340	0,527	14	0,450	2,140	4,065	2,000	2,030	0,10	0,025	2,080	
5	32	0,440	0,962	0,080	0,360	0,318	0,540	14	0,463	2,200	4,070	1,978	2,055	0,12	0,030	2,012	
6	34	0,428	0,930	0,071	0,355	0,310	0,552	14	0,460	2,180	3,950	1,960	2,010	0,14	0,040	2,090	
7	36	0,468	0,970	0,062	0,405	0,345	0,549	14	0,430	2,040	3,730	2,000	1,860	0,16	0,045	1,940	
8	22/24	—	—	—	—	0,500	0,750	10	0,326	2,140	2,850	1,500	1,900	0,12	0,042	1,980	
9	N 6	—	—	—	—	0,500	0,750	8	0,288	2,360	3,140	1,500	2,090	0,06	0,019	2,130	
10	N 18	—	—	—	—	0,500	0,750	8	0,280	2,300	3,070	1,500	2,050	0,18	0,057	2,160	
11	N 6	0,650	0,435	0,0	0,650	0,364	0,726	6	0,298	2,450	3,370	1,655	2,030	0,06	0,019	2,070	
12	N 18	0,650	0,435	0,0	0,650	0,364	0,726	6	0,286	2,340	3,230	1,655	1,960	0,18	0,055	2,065	
13	N 6	1,000	0,0	0,0	1,000	0,432	0,812	14	0,490	2,310	2,850	1,432	1,990	0,06	0,022	2,035	
14	N 18	1,000	0,0	0,0	1,000	0,432	0,812	14	0,467	2,200	2,700	1,432	1,885	0,18	0,067	2,020	
15	2	0,600	0,440	—	0,600	0,405	0,725	18	0,600	2,230	3,070	1,727	1,780	0,14	0,045	1,860	
16	19	0,665	0,466	—	0,665	0,421	0,714	18	0,600	2,230	3,130	1,725	1,820	0,12	0,038	1,880	
17	20	0,595	0,595	—	0,595	0,457	0,687	18	0,652	2,420	3,550	1,870	1,880	0,12	0,035	1,950	
18	49	0,670	0,500	—	0,670	0,418	0,698	18	0,600	2,230	3,200	1,742	1,840	0,20	0,062	1,960	
19	R 1/∞	—	—	—	—	0,500	0,750	10	0,275	2,020	2,720	1,500	1,810	0,02	0,007	1,820	
20	R 1/30	1,000	—	—	1,000	0,400	0,828	10	0,275	2,020	2,440	1,400	1,740	0,02	0,009	1,760	
21	R 1/20	1,000	—	—	1,000	0,348	0,823	10	0,280	2,030	2,460	1,348	1,820	0,02	0,009	1,840	
22	R 1/16	1,000	—	—	1,000	0,311	0,810	12	0,390	2,370	2,912	1,311	2,210	0,02	0,007	2,220	
23	R 1/12	1,000	—	—	1,000	0,248	0,794	14	0,490	2,620	3,300	1,248	2,640	0,02	0,007	2,650	

(*) Valeur observée et non calculée.

TABLEAU III (Suite)

1	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
	K	$\frac{\alpha_1}{\alpha}$	$\frac{k_1}{k}$	$F[x]$	c_x	C_x	$\frac{C_x}{C_z}$	$\frac{F[x]}{F[z]}$	diff. %	Moyenne	$E[z] \times \Phi$	$\frac{F[x]/F[z]}{F[z] \times \Phi}$	α'	α'	β_1	$\beta_1 + \gamma$	$\beta_1/2 + \gamma$
1	0,571	0,852	0,945	0,322	0,032	1,250	0,570	0,565	— 0,9	Rhode	1,110	0,510	10,3	12,0	10,5	13,5	8,25
2	0,668	0,952	0,923	0,314	0,033	1,280	0,635	0,623	— 1,9	Moyenne + 3 %	1,000	0,623	8,6	12,9	10,0	13,5	8,50
3	0,682	0,836	0,967	0,327	0,025	1,330	0,605	0,595	— 0,3	—	1,082	0,550	9,6	10,0	8,0	10,8	6,80
4	0,673	0,868	0,933	0,319	0,032	1,245	0,580	0,605	+ 0,3	—	1,052	0,575	9,2	12,2	9,5	12,7	7,95
5	0,656	0,855	0,936	0,321	0,033	1,270	0,591	0,594	+ 0,5	—	1,070	0,556	9,3	12,0	12,5	16,4	10,25
6	0,647	0,835	0,944	0,321	0,0327	1,260	0,578	0,578	+ 0,0	—	1,080	0,535	9,6	11,7	14,0	18,6	11,30
7	0,631	0,860	0,936	0,326	0,0308	1,190	0,575	0,576	+ 0,0	—	1,100	0,523	9,3	12,0	16,0	21,3	13,50
8	0,400	0,333	1,000	0,509	0,0187	1,410	0,657	0,680	+ 3,4	—	1,125	0,605	—	—	—	—	—
9	0,400	0,333	1,000	0,509	0,0140	1,650	0,698	0,680	— 2,5	Naga	1,125	0,605	—	—	—	—	—
10	0,400	0,333	1,000	0,509	0,0132	1,550	0,668	0,680	+ 1,8	—	1,125	0,605	—	—	—	—	—
11	0,440	0,723	1,000	0,412	0,0072	1,500	0,612	0,568	— 7,0	—	1,200	0,470	11,0	4,3	5,75	7,75	5,00
12	0,440	0,723	1,000	0,412	0,0070	1,460	0,622	0,568	— 10,0	—	1,200	0,470	11,0	4,3	5,75	7,50	5,00
13	0,355	0,785	0,925	0,512	0,0357	1,380	0,597	0,630	+ 5,2	—	1,160	0,543	10,2	11,8	13,5	19,25	12,85
14	0,355	0,785	0,925	0,512	0,0345	1,330	0,605	0,630	+ 4,0	—	1,160	0,543	10,2	11,8	13,5	19,25	12,85
15	0,522	0,596	0,957	0,457	0,0543	1,270	0,572	0,632	+ 7,0	Rhode	1,250	0,505	13,4	10,7	12,5	17,6	11,30
16	0,491	0,669	0,945	0,433	0,0535	1,242	0,558	0,608	+ 6,5	—	1,230	0,495	12,0	12,0	15,0	21,3	13,80
17	0,580	0,600	0,962	0,430	0,0613	1,425	0,590	0,626	+ 6,0	—	1,280	0,490	13,4	10,4	18,5	27,0	17,75
18	0,485	0,706	0,925	0,406	0,049	1,145	0,513	0,580	+ 11,0	—	1,220	0,556	11,3	12,7	14,5	20,6	13,50
19	0,600	0,333	1,000	0,526	0,0175	1,460	0,730	0,702	— 4,0	—	1,125	0,623	—	—	—	—	—
20	0,550	0,856	1,000	0,611	0,0175	1,460	0,730	0,738	+ 1,0	—	1,160	0,636	9,4	8,5	7,75	11,0	7,10
21	0,800	0,964	0,973	0,753	0,0227	1,940	0,935	0,935	— 2,0	—	1,110	0,825	8,2	9,6	11,75	15,75	9,90
22	0,875	1,046	0,925	0,811	0,045	2,620	1,110	1,000	+ 10,0	—	1,060	0,945	7,7	12,6	14,50	18,75	11,50
23	0,830	1,206	0,858	0,800	0,056	2,400	0,967	1,010	— 10,0	—	0,990	0,980	6,7	16,9	19,50	23,50	13,75

de plus près, il faut faire intervenir la valeur complète de c_1 pour évaluer R_f dans la région des angles d'utilisation. On remarquera, en effet, que les termes complémentaires de la formule complète donnent à R_f la valeur :

$$R_f = \frac{F_{(x)}/F_{(z)}}{2 k \pi m F_{(z)} \phi \sin \alpha/2} + \frac{(k+m) [2 g k_1'' + g k_2'' e'/a + g k_3'' \sin(\beta/2 + \gamma)]}{2 k \pi m F_{(z)} \phi \sin^2 \alpha/2} \quad (48)$$

ces termes complémentaires augmentant quand $\sin \alpha/2$ diminue.

Posons :

$$R_f = k_3 + \frac{k_2}{\sin \alpha/2} + \frac{k_0}{\sin^2 \alpha/2} \quad (49)$$

En utilisant les valeurs moyennes suivantes :

	k_3	k_2	k_0
Pour le plan mince :	0,700	+0,038	+0,0012
Pour la plaque courbe mince :	0,740	-0,045	+0,0045
Pour le plan caréné :	0,680	-0,011	+0,0015
Pour le profil courbe caréné :	0,600	-0,011	+0,0015

nous avons tracé les courbes donnant R_f sur les figures 47 a et 47 b, en fonction de α pour les quatre cas envisagés.

Les valeurs ci-dessus ont été calculées en adoptant :

$$k = \infty$$

$$\frac{k \pi m}{k+m} = \pi m = 2,07$$

$$F_{(z)} \phi = 1,10$$

$$2 F_{(z)} \phi \times 2,07 \cong 4,5$$

$$g k_3'' = 0,027$$

$$k_1 = 0,600$$

pour le plan mince,

$$g k_3'' = 0,015$$

pour les profils courbes ou le plan caréné,

$$g k_3'' = 0,100$$

pour les plaques minces courbes présentant un f/a faible,

Nous avons admis en plus :

$$2 g k_1'' + g k_2'' e'/a = 0,0012 + 0,015 \times 0,15$$

enfin :

$$\beta/2 + \gamma = 8^\circ$$

Les résultats du calcul consignés dans les diagrammes de la figure 47 a montrent la supériorité des profils carénés sur les profils minces et plus particulièrement sur le plan mince.

Dans notre étude des hélices aériennes de 1912 (1), nous avons été amené à introduire le

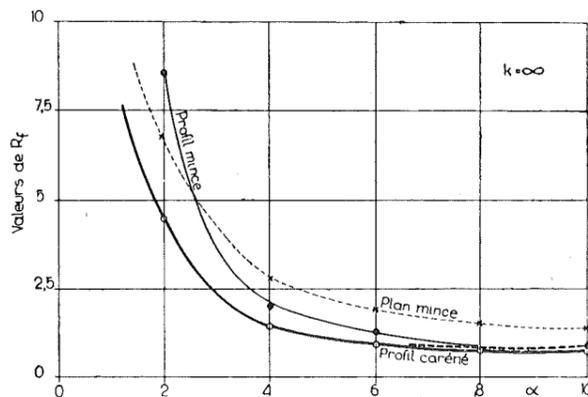


Fig. 47a.

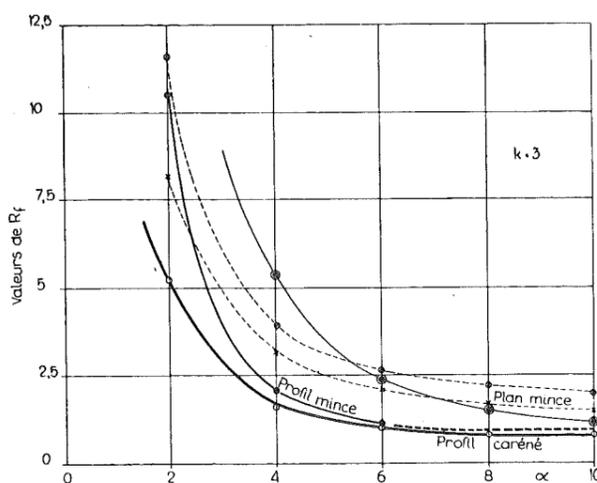


Fig. 47b.

(1) Ch. Hanocq, Les Hélices aériennes (1912) - Béranger, éditeur.

rapport de la traînée réelle à la traînée théorique et nous avons posé, nous basant sur les résultats d'expériences d'Eiffel et de Riabouchinsky sur les plaques planes et courbes, et cela d'une manière tout à fait empirique :

$$T/T_{th} = k_3 + \frac{k_2}{\sin \alpha/2} + \frac{k_0}{\sin^2 \alpha/2}$$

sans donner à k_3 , k_2 et k_0 de signification physique précise.

Aujourd'hui, nous pouvons nous rendre compte de la valeur théorique de cette relation et précalculer, pour les différents profils carénés ou non, les valeurs des trois coefficients.

Si on se reporte à l'étude des hélices, on verra que ces coefficients sont très différents de ceux que nous établissons en ce moment parce que nous les avons déduits par le calcul sur la simple condition d'identifier aussi bien que possible la courbe expérimentale avec la courbe déduite de l'équation.

Bien que ces coefficients soient très différents, la courbe qui en résulte n'est pas très écartée de la courbe réelle déduite des considérations actuelles, ainsi que le montrent les diagrammes comparatifs de la figure 47 b. Aussi les conclusions tirées de l'étude des hélices restent-elles numériquement valables, à la condition toutefois d'envisager des hélices utilisant des profils minces. Avec des profils particulièrement bien choisis, les rendements limites seraient donc un peu améliorés.

Les courbes de la figure 47 b ont été tracées pour $k = 3,0$ et non pour $k = \infty$, attendu que les valeurs de k_3 , k_2 et k_0 tirées antérieurement de l'examen des courbes expérimentales de Eiffel et de Riabouchinsky se rapportaient à des plaques présentant un rapport $k = 3$.

En comparant les courbes théoriques des deux diagrammes 47 a et 47 b, on pourra se rendre compte de l'influence sur R_f de l'envergure, puisque les premières sont tracées pour $k = \infty$ et les secondes pour $k = 3$.

De l'examen des formules, on peut d'ailleurs déduire que R_f est d'autant plus faible, toutes choses égales, que :

1) l'envergure est plus grande, puisque les deux derniers termes contiennent le rapport $k \pi m / k+m$ au dénominateur;

2) le carénage est mieux réussi, puisque dans ce cas k_1 devient nul, même pour le plan;

3) l'épaisseur est plus faible, puisque e'/a tend vers zéro pour l'épaisseur nulle;

4) le terme $\phi F_{(z)}$ est plus grand, la valeur maximum étant d'environ 1,2 atteinte pour les profils à faible courbure.

Pour ce qui concerne $F_{(x)}/F_{(z)}$, on peut voir que :

1) ce rapport tend vers 0 pour $\gamma/\beta_1 = 0$, valeur qui serait réalisée dans le cas tout à fait limite et théorique du flux symétriquement dévié par rapport à un axe situé à égale distance des bords, cas non réalisé, même pour le plan, puisque pour le cas du plan $\gamma/\beta_1 = 1/2$, ainsi que nous l'avons établi expérimentalement;

2) ce rapport tend vers 0,8 quand $\gamma/\beta_1 = 1/2$, comme c'est le cas pour le plan, et que l'on fait $K' = 1$ dans l'équation donnant $F_{(x)}$;

3) ce rapport tend vers 0,7 quand $\gamma/\beta_1 = 1/2$ et que l'on tient compte de K' ;

4) ce rapport paraît tendre vers une limite inférieure de l'ordre de 0,6 pour les profils à faible courbure bien carénés et bien tracés.

La plupart de ces conclusions qui résultent de nos formules paraissent concorder avec les déductions tirées de la comparaison des différents profils d'après les résultats d'essais au tunnel.

En dehors de ces déductions tirées de l'examen des formules, nous nous trouvons en mesure de donner une explication complète de certaines déductions tirées de l'examen des résultats d'essais et qui se trouvent généralement présentés sans justification. Nous signalerons :

1) l'augmentation de c_x maximum avec l'épaisseur pour les profils comportant une face ventrale plane, qui n'est qu'une conséquence logique de l'accroissement de l'angle $(\beta + \gamma)$;

2) l'augmentation de la traînée en même temps que la portance pour cette série de profils, augmentation qui découle des formules elles-mêmes;

3) l'anomalie dans la chute de c_{xp} observée au Laboratoire de Rhode, que nous avons mise en évidence par les diagrammes de la figure 27, dont la naissance coïncide exactement avec l'angle pour lequel la déviation à l'arrière atteint 8° .

D'autre part, l'influence du carénage, qui apparaissait comme un phénomène extrêmement complexe et défiant une analyse, se trouve pour ainsi dire chiffré dans nos formules, par l'étude comparée du plan mince et du plan caréné.

Les précisions que nous avons pu donner au surplus au sujet des écarts observés entre les profils plans nos 22 et 24 sont de nature à convaincre les plus sceptiques.

DEUXIEME PARTIE

ETUDE DES VENTILATEURS HELICOIDES

CHAPITRE I

QUEL SORT FAUT-IL FAIRE A LA CONCEPTION CLASSIQUE ?

§ 1. — Formule de Betz.

L'expérience démontre de façon indiscutable que :

$$c_z = k' i$$

($k' i$) étant une fonction de l'envergure. Si on admet que k' ne varie pas avec l'envergure, force est de conclure que i dépend de celle-ci. C'est ce qui découle de la théorie de Betz, qui établit que i est donné par la relation :

$$i = i_{\infty} + c \times \frac{1}{\pi} \frac{1}{k} \quad (49)$$

Ainsi, si $o c$ (fig. 48) traduit la loi de variation de c_z pour l'envergure infinie, on pourra passer de l'envergure infinie à l'envergure correspondant à un rapport quelconque k par la construction suivante :

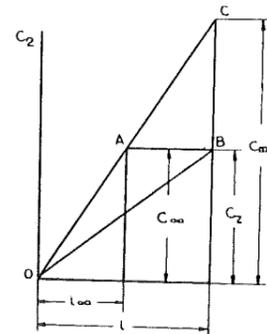


Fig. 48.

A un point A donnant c_z pour l'envergure infinie correspondra un point B pour l'enver-

$$c_{xt} = 0 \text{ pour } k = \infty$$

Nous venons de présenter une théorie nouvelle de la réaction des ailes qui permet de précalculer, avec une approximation qui est de l'ordre des erreurs de mesure, la poussée et la traînée en fonction des données caractéristiques du profil.

La vérification des formules nous paraît plus que satisfaisante, puisque, appliquée à une vingtaine de profils, les écarts entre les valeurs calculées et les valeurs observées sont restés :

- pour la poussée, de l'ordre de + ou - 3 à 4 %;
- pour la traînée, de l'ordre de + ou - 5 %, avec quelques écarts atteignant 10 %.

Non seulement les formules permettent de précalculer la poussée et la traînée sans le secours d'aucun document expérimental, mais elles permettent de se rendre compte de tous les faits observés qui, dans beaucoup de cas, apparaissent comme des anomalies. Nous pouvons aller plus loin et montrer que sur cette base, on peut édifier la théorie des ventilateurs hélicoïdes qui fournit, avec une remarquable concordance entre les valeurs observées et les valeurs calculées, le coefficient de puissance. Auparavant, nous voudrions examiner dans un premier chapitre les réponses à faire aux questions suivantes :

- 1) La formule de Betz correspond-elle à une réalité physique?
- 2) La formule de la traînée induite rend-elle compte des valeurs observées dans les limites de l'expérimentation?
- 3) La formule d'Euler, qui dérive de façon immédiate de l'application des principes de la mécanique, peut-elle s'accommoder de la conception :

gure finie, qui peut être obtenu en portant en abscisse la valeur de i calculée par la formule ci-dessus. Dans cette conception, le flux aborde l'aile sous un angle réel qui dépend de l'envergure; il n'y aurait coïncidence entre l'angle de la corde avec la direction du flux que pour le cas irréalisable de l'envergure infinie. Aucune explication physique n'est proposée pour expliquer cette variation de l'angle avec l'envergure et aucune vérification expérimentale n'a été effectivement tentée; tout ce qui fait la valeur de la formule de Betz, c'est qu'elle rend compte d'un fait observé : la variation de c_z avec l'envergure.

Demandons-nous comment il faudrait faire varier k' pour obtenir des valeurs de c_z conformes à celles fournies par la formule de Betz, i représentant cette fois l'angle vrai. Nous pouvons, d'après la figure 48, écrire :

$$\frac{c_m - c_z}{c} = \frac{i - i_{\infty}}{i_{\infty}} = \frac{c}{\infty} \times \frac{1}{\pi} \frac{1}{k}$$

Désignons par πa la valeur de k' , a ayant

la valeur appropriée pour conduire à celle déduite de la formule de Betz; il viendra :

$$\frac{c_m - c_z}{c} = \frac{c_m - c_z}{c_z} = \frac{\pi a \times i}{i} \times \frac{1}{\pi} \frac{1}{k} = \frac{a}{k} \quad (50)$$

Or, de cette relation, nous tirons immédiatement :

$$\frac{c_m}{c_z} = \frac{k+a}{k} \quad (51)$$

et si nous divisons par i le numérateur et le dénominateur du premier membre, nous pourrions écrire :

$$\frac{c_m/i}{c_z/i} = \frac{k'}{k'} = \frac{k+a}{k}$$

D'où :

$$k' = \frac{k \pi a}{k+a} \quad (52)$$

relation qui n'est autre que la formule déjà présentée comme traduisant fidèlement la variation de c_z avec l'envergure lorsqu'on admet que l'angle i géométriquement mesuré est l'angle vrai, quelle que soit l'envergure.

Nous pouvons donc conclure qu'au point de vue de la vérification expérimentale, il n'y a aucune différence numérique entre l'une et l'autre conception :

1) L'une, qui consiste à regarder l'angle i comme l'angle géométriquement mesuré entre la direction du flux et la direction de la corde et qui admet que k' varie avec k suivant la loi ci-dessus (formule 52).

2) L'autre, qui consiste à regarder k' comme constant et à admettre que i cesse d'être égal à l'angle mesurable quand l'envergure cesse d'être infinie, mais est donné par la relation (49) ci-dessus.

Nous avons adopté la première conception et nous avons exposé au chapitre II notre manière de voir à cet égard, mais il n'est pas exagéré de dire qu'il est absurde de supposer k' constant, c'est-à-dire de regarder l'épaisseur efficace du flux influencée comme étant constante, quelle que soit l'envergure; de toute évidence, pour l'envergure nulle, l'épaisseur du flux influencé est nulle.

Comment est-on arrivé à mettre en doute cette vérité fondamentale pour admettre que l'angle mesuré n'est pas l'angle vrai, et cela sans un contrôle expérimental satisfaisant? Parce que la formule ci-dessus apparaît comme une déduction mathématique inattaquable dès que l'on fait l'hypothèse d'une répartition elliptique des pressions le long de l'axe transversal, c'est-à-dire suivant l'envergure. Or, faire l'hypothèse à première vue très anodine et pour le surplus très proche du fait expérimental d'une répartition elliptique, c'est explicitement et sans s'en rendre compte admettre que l'épaisseur moyenne du flux efficace est constante : c'est donc admettre, en vue de rendre le problème déterminé au point de vue mathématique, une impossibilité. En effet, une répartition elliptique des pressions signifie une épaisseur du flux efficace variant suivant les ordonnées d'une ellipse. Or, l'épaisseur moyenne correspondante, si L désigne l'un des axes et b l'axe orienté suivant l'épaisseur, est égale à :

$$1/2 \frac{\pi b L/2}{L} = \frac{\pi}{4} b \quad (53)$$

c'est-à-dire à une constante, puisque b est admis invariable, faute de quoi le problème resterait indéterminé.

On se rappellera comment nous avons retrouvé les valeurs de k' en supposant une distribution elliptique aux deux extrémités sur une portion invariable quelle que soit l'envergure; il nous paraît inutile d'insister sur la valeur des deux conceptions, mais nécessaire de demander au lecteur un effort d'objectivité suffisant pour reprendre à tête reposée tout l'exposé du chapitre II.

§ 2. — Valeur de la traînée induite c_{xi} .

Nous avons établi que :

$$c_x = \frac{1}{2} k' F_{(x)} i^2$$

$$= 1/2 \frac{k \pi m}{k+m} F_{(x)} \phi i^2 \quad (54)$$

alors que pour la théorie classique, on admet pour :

$$c_{xi} = \frac{2}{k \pi} c^2$$

Comme :

$$c = k' i = \pi a \times i = (i - i) k \pi$$

en vertu de la relation (49), on peut écrire :

$$i = \frac{k \pi}{k \pi + \pi a} i = \frac{k}{k+a} i$$

D'où :

$$c_{xi} = \frac{2}{k \pi} (\pi a)^2 \left(\frac{k}{k+a}\right)^2 i^2 \quad (55)$$

Comme on peut admettre, en première approximation tout au moins, $m = a$, l'identification des deux valeurs (54) et (55) conduira à la relation ci-dessous :

$$\frac{1}{2} F_{(x)} \phi = \frac{2 a}{k+a}$$

En deçà et au delà de cette valeur, les divergences seront considérables. Pour porter un jugement, force est de confronter dans les limites accessibles à l'expérimentation, les valeurs données par l'une et l'autre formule quand on fait varier k .

Nous avons utilisé à cette fin les résultats de Göttingen sur une plaque courbe mince présentant un $f/a = 1/13,5$.

En admettant que pour l'angle de 19° , la différence entre c_{xi} et l'ordonnée mesurée sur les courbes expérimentales est égale à :

$$(2 g k_1'' + g k'' e'/a) = 0,006$$

valeur que nous avons utilisée dans nos calculs précédents, nous avons pu déduire des documents expérimentaux :

$$c_{xi}/i^2 \text{ pour } k = 1 \text{ et } k = 4$$

Sur le diagramme de la figure 49, nous avons marqué les deux points correspondants. La courbe déduite de la formule donnant c_{xi}/i^2 est tracée suivant 1, la courbe déduite de la formule donnant c_x/i^2 est tracée suivant 2.

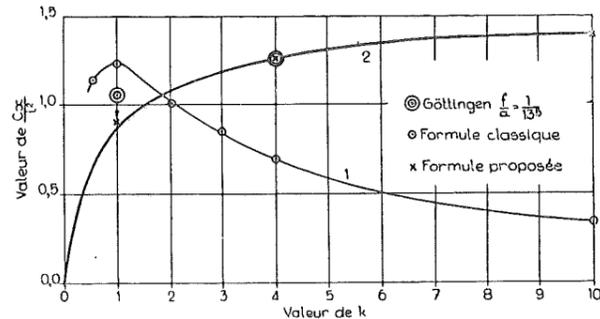


Fig. 49.

Nous avons tenu compte, pour le calcul de cette dernière, de ce que la valeur de K déduite des expériences sur les plaques minces conduisaient à des valeurs plus faibles que celles observées par les autres laboratoires dans le rapport 2,07/1,83 et nous avons admis que pour les plaques minces à forte courbure, on devait adopter $F_{(x)}/F_{(z)} = 1$. C'est dans ces conditions que les valeurs observées et calculées pour $k = 4$ se sont trouvées coïncider, la valeur calculée pour $k = 1$ restant en dessous de la valeur observée; il faut tenir compte toutefois, pour juger cet écart, de ce que la formule néglige les perturbations supplémentaires propres aux très petites envergures.

Nous ne croyons pas qu'il y ait lieu de commenter l'examen des courbes (1) et (2); nous nous bornerons à faire remarquer qu'entre $k = 4$ et $k = 10$, le phénomène de l'écoulement le long de l'aile varie peu, puisque la traînée n'est accrue, toutes choses égales, que de 7 %, alors que s'il fallait admettre comme réels les résultats donnés par la courbe (1), la modification du phénomène devrait, peut-on dire, être radicale.

§ 3. — Formule d'Euler.

Nous voudrions montrer ici sous quelles conditions l'équation d'Euler, qui fournit la base de toute l'étude théorique des turbo-machines, peut être établie en partant de la théorie des ailes.

A. — CAS OU $w = c^{te}$.

Nous voudrions prendre tout d'abord le cas le plus simple, celui où l'on pourrait admettre w constant tout le long de l'aube, dans un turbo-ventilateur axial.

Représentons la roue en élévation (fig. 50) tournant autour l'axe OO_1 , avec une vitesse tangentielle u_1 . Considérons une aube courbe dont le centre est en O' , le point d'entrée du flux sous l'angle $(180^\circ - \beta_0)$ étant en E .

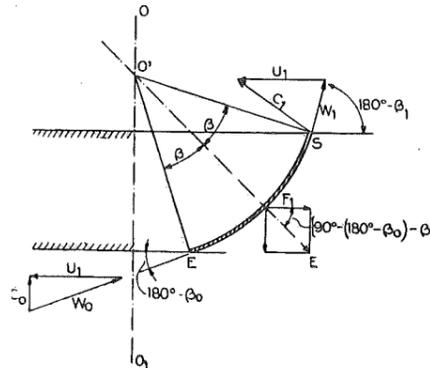


Fig. 50.

L'envergure L , c'est-à-dire la longueur des aubes suivant le rayon, est supposée assez faible pour que l'on puisse admettre que tous les éléments sont animés d'une même vitesse tangentielle u_1 .

Dans le cas tout à fait théorique d'une déviation totale allant de l'angle β_0 à l'angle β_1 , qui, nous le savons, ne se réalise pas, tout au moins pour le cas d'un nombre d'aubes faible, nous pourrions admettre que la résultante F des forces agissant sur l'aube sera orientée suivant la bissectrice de l'angle au centre O' et aura pour valeur :

$$F = 2 \delta/g L e w_0^2 \sin \beta/2$$

en désignant par e l'épaisseur influencée pour l'aube.

Nous pourrions, connaissant F , en déduire F_1 et calculer T_1 , le travail par kg de fluide débité :

$$T_1 = - \frac{F \times u_1 \cos [90^\circ - (\beta_0 - \beta)]}{\delta L e w_0}$$

$$= + u_1/g w_0 \sin (\beta_0 - \beta) \sin \beta$$

Et comme :

$$\beta = (\beta_0 - \beta_1)/2$$

$$T_1 = 2 u_1/g w_0 \sin \frac{1}{2} (\beta_0 + \beta_1) \sin \frac{1}{2} (\beta_0 - \beta_1)$$

Or, on arrive facilement à montrer que cette relation conduit à :

$$T_1 = u_1/g (w_0 \cos \beta_1 - w_0 \cos \beta_0)$$

formule d'Euler quand on suppose :

$$u_0 = u_1 \text{ et } w_1 = w_0$$

Remarque. — Nous noterons en passant que la direction de F est perpendiculaire à la corde et que celle-ci fait avec la direction d'entrée un angle β égal à la moitié de l'angle de déviation.

B. — CAS OU w VARIE.

Pour traiter le cas plus général où w varie, nous reprendrons la figure précédente en considérant un élément d'angle au centre $d\beta$ (figure 51).

La valeur de $d f$ pourra s'écrire :

$$d f = \delta/g L e w^2 d \beta$$

et

$$d T_1 = - \frac{d f_1 \times u_1}{\delta L e w}$$

$$= - \frac{1}{g} u_1 w \sin (180^\circ - \beta) d \beta$$

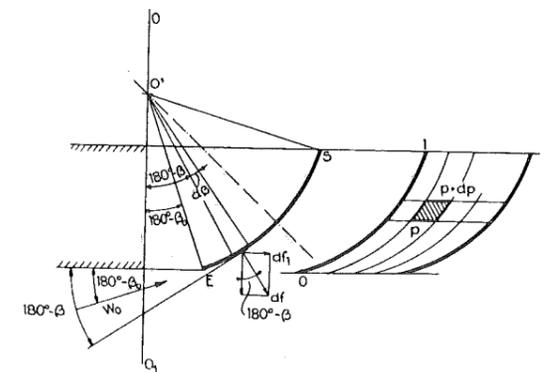


Fig. 51.

De là :

$$T_1 = - \frac{u_1}{g} \int_0^1 w \sin \beta d \beta$$

Remarquons que l'on peut écrire :

$$d (w \cos \beta) = - w \sin \beta d \beta + \cos \beta d w$$

et partant :

$$T_1 = \frac{u_1}{g} (w_1 \cos \beta_1 - w_0 \cos \beta_0) - \int_0^1 \cos \beta d w$$

Nous retrouverions la formule d'Euler si nous pouvions établir que le second terme est nul. Que représente-t-il en fait? Nous pourrions l'écrire sous cette forme :

$$\frac{1}{g} \int_0^1 \frac{dw}{dt} \cos \beta u_1 dt$$

et remarquer, puisque tout est écrit pour 1 kg, que :

$$\frac{1}{g} \frac{dw}{dt}$$

représente la force d'inertie dans la direction du déplacement et que $dw/dt \cos \beta$ représente la composante de cette force d'inertie dans la direction tangentielle u_1 . L'intégrale représente donc le travail de la force d'inertie pour chaque kg de fluide qui traverse la roue.

Or, il est possible de montrer que ce travail est nul (fig. 51). En effet, lorsqu'il s'agit d'un fluide, la variation de la vitesse dw se traduit par une variation de la pression et cette pression, s'exerçant finalement sur les deux faces de l'aube avec la même intensité, ne détermine aucune résultante sur l'aube, susceptible d'absorber un travail.

A l'élément isolé de section $d\sigma$, on peut appliquer l'équation fondamentale de la dynamique :

$$-d\sigma dp = (ds d\sigma) \frac{\delta dw}{g dt}$$

et en déduire :

$$\begin{aligned} -v dp &= \frac{1}{g} \frac{dw}{dt} ds \\ &= \frac{1}{g} w \frac{ds}{dt} = \frac{1}{g} d \left(\frac{w^2}{2} \right) \end{aligned}$$

ou encore :

$$-\int_0^1 v dp = \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_0^2)$$

La variation de l'énergie cinétique dans le mouvement relatif par kg débité est égale à l'énergie potentielle de pression acquise par kg en passant de p_0 à p_1 . On voit ainsi qu'il n'y a du fait de la variation de w , en passant de w_0 à w_1 , ni cession ni absorption d'énergie à l'aube de la roue.

§ 4. — Conclusion.

Lorsque l'on admet que le phénomène de déviation le long de l'aube se présente comme nous l'avons supposé au chapitre I pour l'établissement des premières formules, on peut dire qu'il y a identité entre la formule d'Euler et la

formule déduite de l'action de la poussée et de la traînée résultantes sur l'aube.

Mais nous savons que le phénomène de l'écoulement le long de l'aube n'est pas aussi simple et, dès lors, si on utilise la formule d'Euler, il faut y apporter les corrections nécessaires pour qu'elle s'applique au phénomène réel.

1) Une première remarque, c'est que la déviation n'atteint pas l'angle $\beta_0 - \beta_1 = 2\beta$, mais l'angle plus petit :

$$\beta + \gamma$$

et que de ce fait, l'angle de sortie n'est pas β_1 , mais $\beta + \gamma$ (fig. 52). Cela avait été mis en évidence par nos expériences sur les pompes centrifuges; l'angle de sortie ne peut être pris égal à l'angle β_1 , géométriquement mesuré sur l'aube, que pour le cas limite d'un nombre d'aubes infini.

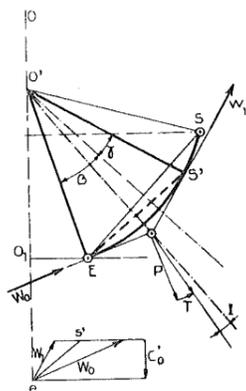


Fig. 52.

2) Une seconde remarque, c'est que du fait du redressement des filets à la sortie, non seulement la résultante est réduite dans le rapport des angles de déviation :

$$\frac{\beta + \gamma}{2\beta}$$

mais amoindrie (voir fig. 20) dans le rapport :

$$\frac{Q' - Q'' + Q'''}{Q'}$$

Si nous faisons abstraction du phénomène de redressement à la sortie sur l'arc G2, la résultante F serait appliquée suivant la bissectrice de l'angle $(\beta + \gamma)$ et réduite dans la proportion $\frac{\beta + \gamma}{2\beta}$. La formule d'Euler resterait strictement applicable à la condition de considérer l'angle

de sortie égal à β'_1 et non à β_1 , l'angle β'_1 étant donné par la relation :

$$180^\circ - \beta'_1 = 180^\circ - \beta_0 + (\beta + \gamma)$$

soit :

$$(\beta_0 - \beta'_1) = (\beta + \gamma)$$

au lieu de :

$$(\beta_0 - \beta_1) = 2\beta$$

La résultante serait, en effet, dirigée suivant la bissectrice O'I de l'angle $\beta + \gamma$ comme elle était dirigée suivant la bissectrice de l'angle 2β dans le cas de la figure 50, qui a servi à la démonstration de l'identité des deux formules.

Si nous voulons continuer à utiliser la formule d'Euler quand le nombre d'aubes est faible, il faut réduire la valeur de T_1 dans le rapport de $F_{(z)}/I$ et prendre pour angle de sortie :

$$\beta'_1 = \beta_0 - (\beta + \gamma)$$

mais il n'en restera pas moins qu'elle ne constituera qu'une approximation, car en procédant ainsi, on admet que $F_{(x)} = F_{(z)}$.

En fait, la résultante n'est dirigée suivant la bissectrice O'I que quand c_1 total conduit à une

De là, on peut déduire le coefficient de puissance :

$$P = \frac{g T_1}{u_1^2} = \left(1 + \frac{x'}{\operatorname{tg} \beta'_1}\right) F_{(z)}$$

si l'on pose :

$$x' = c'_1/u_1$$

$w_1 \sin \beta'_1$ étant égal à c'_1 , lequel est égal à c'_0 , puisque la section totale de sortie est égale à la section totale d'entrée.

Cette relation fondamentale corrigée n'exprime toutefois la vérité que pour le cas limite où les flux influencés par les aubes successives se rejoignent sans s'entamer.

Lorsque les flux s'entament, P cesse nécessairement de croître avec le nombre d'aubes. D'autre part, nous verrons qu'à partir du cas limite, lorsque le nombre d'aubes diminue, la valeur de P décroît et cela proportionnellement au nombre d'aubes.

Nous donnons figure 53 les valeurs de P expérimentales en fonction de x' pour 5 et 10 aubes de même profil, en indiquant les points observés.

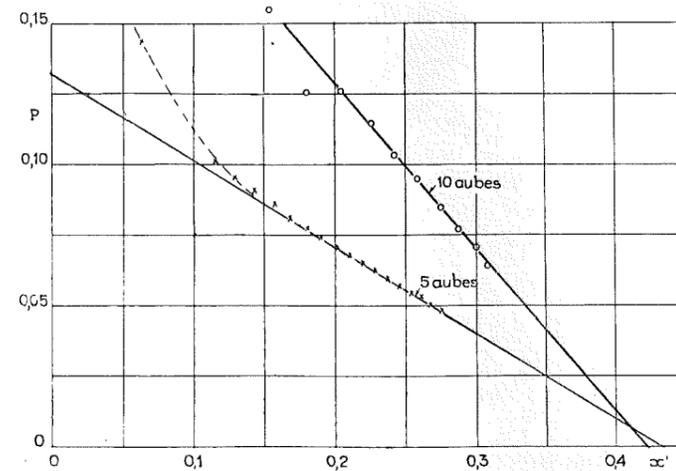


Fig. 53.

valeur de T égale à la traînée théorique, c'est-à-dire quand $R_t = 1,00$ (fig. 52).

Lorsque R_t est plus grand que 1,00, on fait une erreur en moins; lorsque R_t est plus petit que 1,00, on fait une erreur en plus. Pour le cas où $R_t = 1,00$, on peut donc écrire :

$$T_1 = u_1/g (w_1 \cos \beta'_1 + u_1) F_{(z)}$$

puisque :

$$-w_0 \cos \beta_0 = u_1$$

la vitesse c_0 étant supposée orientée, quel que soit le débit, suivant l'axe $O_1 O$ (fig. 50).

On se rendra compte ainsi jusqu'à quel point les considérations ci-dessus, qui assignent à la valeur de P une variation linéaire avec le coefficient de vitesse, se vérifient à partir du moment où l'angle réel d'entrée (qui varie nécessairement avec le débit, ainsi que l'implique le triangle des vitesses à l'entrée, tracé avec une vitesse absolue constamment axiale) atteint une valeur voisine de β_0 .

Nous exposerons dans une prochaine étude avec documents expérimentaux à l'appui, comment P varie en fonction du nombre d'aubes.