

SYNTHÈSE DES VALEURS EXPÉRIMENTALES DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT UTILISÉ DANS LE CALCUL DES PERTES DE CHARGE ET DE LA RÉSISTANCE A L'AVANCEMENT DES CARÈNES

par Ch. HANOCQ,
Professeur émérite de l'Université de Liège

Résumé. — Utilisant les résultats de deux études antérieures, l'une de 1922 sur les pertes de charge dans les tuyaux lisses ou rugueux, l'autre de 1928 sur le coefficient de frottement des disques en rotation, l'auteur est parvenu à coordonner l'ensemble de tous les documents expérimentaux valant non seulement pour les surfaces internes des tuyaux lisses ou rugueux mais pour les surfaces externes des carènes de navire.

Dans l'étude que nous avons publiée l'an dernier, dans la R.U.M. (1) sur la Résistance à l'avancement des carènes, nous avons regardé comme valables pour le calcul du terme relatif au frottement, la valeur $2k_1''$ tirée de la formule proposée par nous en 1928 (2).

Cette formule se rapportait strictement aux disques en rotation dans un fluide quelconque, mais nous avons des raisons de croire qu'elle s'appliquait également aux surfaces planes en translation, surtout dans la région des grands nombres de Reynolds qui correspond précisément au cas des carènes de navire.

Il n'en est pas moins vrai que cette façon d'opérer pouvait éveiller un doute sur la légitimité de cette généralisation, et c'est ainsi que nous avons entrepris un travail de synthèse dont la portée a dépassé nos espérances, puisque nous sommes parvenu à relier la valeur du coefficient λ utilisé dans le calcul des pertes de charge, à la valeur $2k_1''$ utilisée pour l'évaluation des pertes par frottement dans le cas des surfaces en translation.

§ 1. — Formule utilisée pour les tuyaux lisses et rugueux

Rappelons tout d'abord comment s'introduit dans la formule pour le calcul de la perte de charge, le coefficient λ .

En partant de l'idée simpliste que la résistance au déplacement du fluide provient tout entière de l'action de la paroi sur le fluide, on admet que la résistance élémentaire dJ , pour un élément de périmètre m , de longueur ds suivant l'axe, est proportionnelle :

- a) à la surface mouillée ($m ds$),
- b) au poids spécifique δ du fluide envisagé,
- c) au carré de la vitesse c de déplacement du fluide, soit :

$$dJ = k (m ds) \delta c^2$$

k étant le coefficient de proportionnalité.

La perte de charge h étant par définition la hauteur de la colonne de liquide qui fait équilibre à la résistance de frottement, nous pourrions écrire d'autre part :

$$dJ = \sigma \delta dh.$$

D'où L étant la longueur de la conduite, σ sa section :

$$h = \lambda \left(\frac{m}{\sigma} \right) \frac{c^2}{2g} \times L \quad (1)$$

formule classique dans laquelle λ est mis pour $2 gk$:

$$\lambda = 2 gk \quad (2)$$

(1) R.U.M., 9^e série, tome IX, N° 3, 1953.

(2) R.U.M., 7^e série, tome XVIII, 1928.

Tableau I

$\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}$ ou $\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$	$10^4 b'$ ou $10^4 f\left(\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\right)$	diff.	$\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}$ ou $\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$	$10^4 b'$ ou $10^4 f\left(\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\right)$	diff.	$\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}$ ou $\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$	$10^4 b'$ ou $10^4 f\left(\frac{2}{3} H \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\right)$	diff.
1,500	3,30	0,20	0,600	7,65	0,94	0,200	12,90	0,58
1,400	3,50	0,23	0,500	8,75	1,10	0,175	13,72	0,82
1,300	3,73	0,27	0,450	9,30	0,55	0,150	14,85	1,13
1,200	4,00	0,33	0,400	9,90	0,60	0,135	15,80	0,95
1,100	4,33	0,42	0,350	10,54	0,64	0,120	16,80	1,00
1,000	4,75	0,53	0,300	11,20	0,66	0,110	17,50	0,70
0,900	5,28	0,65	0,275	11,55	0,35	0,100	18,22	0,72
0,800	5,93	0,78	0,250	11,92	0,37	0,090	18,96	0,74
0,700	6,71		0,225	12,32	0,40	0,080	19,72	0,76

En raison de ce que la perte n'est pas entièrement concentrée à la paroi, λ n'est pas une constante, mais une fonction du coefficient de Reynolds pour les tuyaux lisses, du coefficient de Reynolds et de la rugosité pour les tuyaux rugueux.

Stanton a proposé pour représenter, dans le cas des tuyaux lisses, une formule à deux termes :

$$\lambda = \frac{0,133}{Re^{1/3}} + 0,00167 \quad (3)$$

Nous avons cherché en 1922, en partant de cette relation, à grouper tous les résultats connus sur les tuyaux rugueux (rassemblés par Lebeau pour les deux catégories de tuyaux couramment utilisés, les tuyaux en fer d'une part et les tuyaux en fonte d'autre part) et nous sommes parvenu à établir qu'une formule de la forme ci-dessus suffisait pour coordonner toutes les valeurs, à la condition de faire dépendre la constante de la rugosité relative.

Nous disons rugosité relative car il est évident que si nous voulons caractériser la rugosité par une valeur moyenne ε des rugosités, le facteur qui interviendra n'est pas ε , en valeur absolue, mais le rapport ε/d ou d/ε , qui fait apparaître un nombre proportionnel à la valeur relative de la rugosité.

Comme il ne pouvait être question d'introduire dans le calcul une valeur numérique de ε , nous avons eu l'idée de désigner par ε_1 , la rugosité du fer et d'introduire la fonction $f\left(\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}\right)$ pour les tuyaux de rugosité quelconque ε .

(³) Strictement cette formule proposée par Stanton était la suivante :

$$\lambda = \frac{0,153}{Re^{0,35}} + 0,00179$$

En posant :

$$\lambda = \frac{0,133}{Re^{1/3}} + 0,00157 \times f\left(\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}\right) \quad (4)$$

et en donnant à la fonction la forme exponentielle, nous avons pu déduire celle-ci, des deux conditions suivantes :

- 1) pour $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \infty$ c'est-à-dire pour la rugosité ε nulle, nous devons retrouver la valeur de Stanton, valable pour les tuyaux lisses ;
- 2) pour $d = \infty$ c'est-à-dire pour une rugosité relative nulle, nous devons également retrouver la valeur de Stanton.

Le tableau I est tiré de la valeur explicite de $f\left(\frac{d \varepsilon_1}{\varepsilon}\right)$ que nous avons proposée pour coordonner d'une façon tout à fait satisfaisante l'ensemble des valeurs expérimentales se rapportant tant aux tuyaux lisses qu'aux tuyaux rugueux.

Il permet de trouver simplement la valeur de λ quand on connaît Re, en ajoutant au premier terme, la valeur du second déduite du tableau I, à partir de $\varepsilon_1/\varepsilon$. Pour le fer $\varepsilon_1/\varepsilon$ doit être pris égal à l'unité ; pour la fonte on peut prendre normalement $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 1/8$.

La valeur pratique de cette formule s'est confirmée au cours d'une dizaine d'années d'application. En présence de ce succès, nous avons été amené dès 1928, à tenter une synthèse analogue pour tous les résultats connus sur le frottement des disques, en utilisant comme nous l'avions fait pour les tuyaux, une formule à deux termes.

§ 2. — Formule utilisée pour les disques

Rappelons tout d'abord la méthode utilisée pour le calcul du couple, en partant de la notion ci-dessus du coefficient k de proportionnalité.

Pour un élément de surface ($2\pi r dr$) (fig. 1), le couple élémentaire dC provenant de la résistance du frottement, peut s'évaluer à :

$$dC = k (2 \pi r dr) \delta \omega^2 r^2 \times r$$

Soit pour C et pour les 2 faces du disque :

$$C = 4 \pi k \delta \omega^2 \int_0^R r^4 dr = \frac{4 \pi}{5} k \delta \omega^2 R^5 \quad (5)$$

Des résultats expérimentaux fournis généralement sous la forme : puissances en ordonnées, nombres de Reynolds en abscisses, on peut déduire C puis le coefficient k .

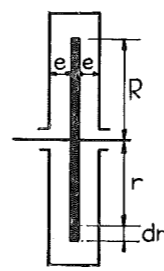


Fig. 1.

Comme la distance e entre le disque et la paroi de l'enveloppe, intervient, les diagrammes sont tracés en fonction de Re, pour un même diamètre $2R$ et pour différentes distances e et cela pour différents matériaux et différents fluides.

On trouvera dans le tome XVIII 7^e série de la R.U.M. (1928), les principaux diagrammes utilisés en vue de cette synthèse qui nous a conduit à la relation :

$$10^6 k = \frac{337.000}{Re^{2/3}} + B \quad (6)$$

dans laquelle B prend la valeur 116 pour les disques lisses et pour $\frac{e}{R} = \infty$.

Dans cette relation Re a été calculé en introduisant pour le facteur dimension, le rayon R :

$$Re = \frac{10 \delta (\omega R) \times R}{\mu}$$

§ 3. — Formule utilisée pour les surfaces en translation

Avant de passer à la synthèse des valeurs de k pour les tuyaux et pour les disques, établissons en fonction de k , la valeur de la résistance J pour une plaque plane de surface $2s$ immergée et en translation, la vitesse de cette translation étant désignée par c :

$$J = 2 k \delta s c^2$$

Pour retrouver le coefficient $2k_1''$ utilisé dans l'étude de la résistance à l'avancement des carènes, il faut noter que l'expression du

coefficient C_2 de l'étude des carènes, peut s'écrire en fonction de J :

$$C_2 = \frac{J}{\delta/g \cdot S c^2} = \frac{2 k \delta s c^2}{\delta/g \cdot S c^2} = 2 g k \left(\frac{s}{S}\right)$$

S étant la section au maître-couple du navire. En désignant par s la surface latérale immergée du navire d'un seul côté, nous avons écrit :

$$C_2 = 2 k_1'' \left(\frac{s}{S}\right) \quad (7)$$

On voit donc que :

$$\lambda = 2 g k = 2 k_1''$$

De la formule (6) ci-dessus, on peut donc déduire :

$$2 k_1'' = \frac{6,72}{Re^{2/3}} + 0,00228 \quad (8)$$

$2k_1''$ ne représente pas autre chose que le coefficient de Froude. Lorsqu'on voudra transposer les valeurs tirées de la formule (8) dans le diagramme donnant les valeurs de Froude, il faudra toutefois tenir compte que pour les disques, nous avons introduit un coefficient de Reynolds calculé en prenant comme facteur de dimension R et non L longueur de la surface remorquée (ainsi que l'a fait Froude). Entre les deux valeurs de Re ainsi calculées, il existe donc un rapport qui peut pratiquement varier de 10 à 20 ; il faudra donc faire correspondre aux abscisses de Froude, des valeurs établies par la formule (8) en prenant pour Re des valeurs 15 fois en moyenne, plus petites. En d'autres termes les valeurs calculées par la formule (8) pour $Re = 10^4, 10^5$, correspondent à des abscisses dans le diagramme de la figure 2 :

$$1,5 \times 10^5, 1,5 \times 10^6 \dots$$

§ 4. — Valeurs limites pour les deux cas λ et $2k_1''$

Les formules (3) et (8) toutes deux écrites pour le cas d'une surface lisse, devraient conduire à la même valeur limite pour $Re = \infty$; or nous trouvons d'une part 0,00167 et d'autre part 0,00228.

Il y a là une contradiction car pour la limite $R = \infty$, le coefficient k devient constant et la formule (5) déduite par intégration en faisant sortir du signe intégral le coefficient k devient mathématiquement rigoureuse. Si cette contradiction était irréductible, il faudrait en inférer que les résultats fournis par les expériences sur les disques lisses même aux grandes valeurs du coefficient des Reynolds, ne peuvent correspondre aux résultats des expériences sur les tuyaux lisses.

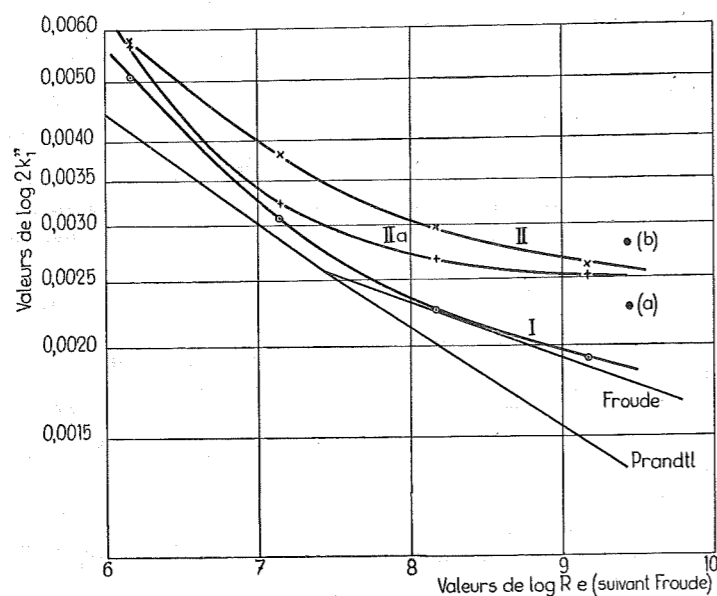


Fig. 2.

Avant d'en arriver là, nous avons repris l'étude des disques à partir des documents originaux. A la lumière des connaissances d'ensemble acquises depuis 1928, nous avons compris rapidement que l'épaisseur e du flux influencé par les disques en rotation, était de l'ordre de $0,35 R$ et que le paramètre $\frac{e}{R}$ qui avait servi à tracer le diagramme figure 3 de la constante B dans la formule (6), ne tend pas à croître jusqu'à l'infini, mais jusqu'à une valeur limite de l'ordre de $0,35$ (1/3 en chiffres ronds).

Nous reproduisons figure 3 le diagramme donnant dans notre première étude, les valeurs de B , la partie en pointillé représentant les extrapolations que nous avons admises faute d'avoir compris que l'épaisseur influencée était limitée à une valeur de l'ordre de $0,35 R$. Ce point admis il en résulte que l'asymptote que nous avions située pour les surfaces lisses (courbe limite inférieure) à la cote 116, ne

dépasse pas 90, valeur mesurée sur le diagramme pour l'abscisse 0,5.

Si nous adoptons cette valeur de 90, nous retrouvons pour la constante non 0,00228, mais 0,00177 qui correspond pratiquement à la constante de la formule (3). Cette concordance non voulue, puisque nous nous sommes servi pour l'établir de diagrammes tracés en 1928, pourrait suffire à nous convaincre de ce que les deux limites doivent coïncider.

Mais le fait qu'en utilisant la nouvelle valeur de B , nous retrouvons pour tracer le diagramme des valeurs de $\log(10^6 k - B)$, des points qui se groupent beaucoup plus rationnellement, avec une dispersion de plus en plus faible à mesure que les valeurs de Re grandissent, montre péremptoirement que c'est bien comme nous le faisons en ce moment, qu'il faut coordonner l'ensemble impressionnant des résultats fournis par le diagramme de la figure 4.

Là ne se bornent pas les avantages de la nouvelle synthèse; dans la coordination anté-

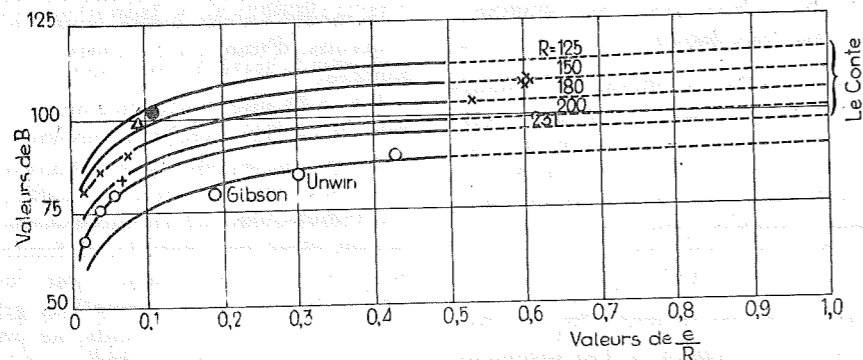


Fig. 3.

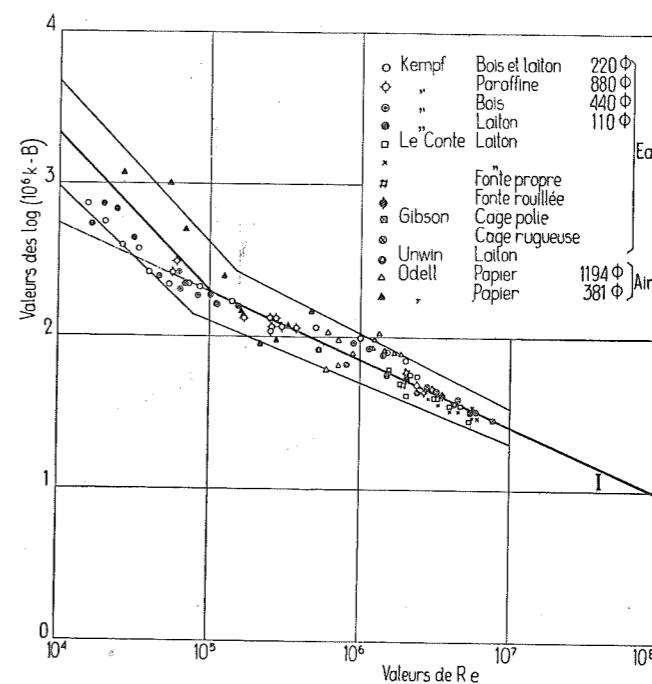


Fig. 4.

rieure, il avait fallu faire un sort spécial aux essais effectués avec les disques en papier tournant dans l'air : ces points sont particulièrement dispersés, il est vrai, mais pour faire cadrer la moyenne avec les autres, nous avons dû admettre un effet de ventilation qui n'apparaissait pas pour les disques tournant dans l'eau.

A l'heure présente, avec les nouvelles valeurs de la constante B , ces points se groupent comme les autres, compte tenu d'une dispersion plus grande, et cela sur une droite unique distincte à partir du nombre de Reynolds égal à 10^5 .

Il nous a fallu toutefois admettre que pour le disque en papier de petite dimension, la rugosité de la surface était analogue à celle des disques en laiton de Le Conte, ce qui ne peut apparaître en rien anormal, et que pour le disque de 1,200 m de diamètre, la rugosité était de l'ordre de celle du fer, ce qui peut s'expliquer aisément par un léger plissement latéral dont l'effet aura été de faire croître la rugosité apparente et d'amener une dispersion plus grande des points observés. Cette fois, nous pouvons dire que c'est la formule nouvelle (9), qui traduit fidèlement le diagramme en trait fort de la figure 4 entre l'abscisse 10^5 et l'abscisse 10^8 :

$$2 k_1'' = \frac{0,695}{Re^{0,45}} + 0,00177 \quad (9)$$

Nous nous sommes demandé toutefois à quel diagramme d'ensemble nous aurions été conduit si nous avions admis pour la constante B le chiffre 85 au lieu de 90 qui aurait fait

apparaître dans la formule (9) la constante 0,00167 au lieu de 0,00177.

Nous avons repris pour cela le calcul de $\log(10^6 k - 85)$ pour les différentes abscisses, et tracé figure 5 les nouveaux points, sensiblement plus hauts à partir de l'abscisse 10^6 .

Le groupement apparaît cette fois plus satisfaisant autour de la moyenne représentée par la droite I, pour le régime turbulent et autour de la droite II, pour le régime laminaire, cette droite étant toutefois distincte de la droite IIb valant seulement pour le disque en papier tournant dans l'air.

Nous ne sommes pas en mesure, à vrai dire, d'affirmer que les points qui se groupent sur les droites II et IIb relèvent du régime laminaire. Ces droites qui répondent bien à la moyenne des points observés, ont pour équations :

$$2 k_1'' = \frac{A}{Re}$$

de la même forme que celle valable pour les tuyaux en régime laminaire, mais avec une constante A beaucoup plus élevée que pour ces derniers.

Nous pensons toutefois que cette manière de coordonner l'ensemble est plus satisfaisante et que la formule que traduit la courbe I, doit devenir définitive; elle est valable pour le régime turbulent entre les valeurs de :

$$Re = 10^5 \text{ et } Re = 10^8$$

$$2 k_1'' = \frac{0,286}{Re^{0,384}} + 0,00167 \quad (10)$$

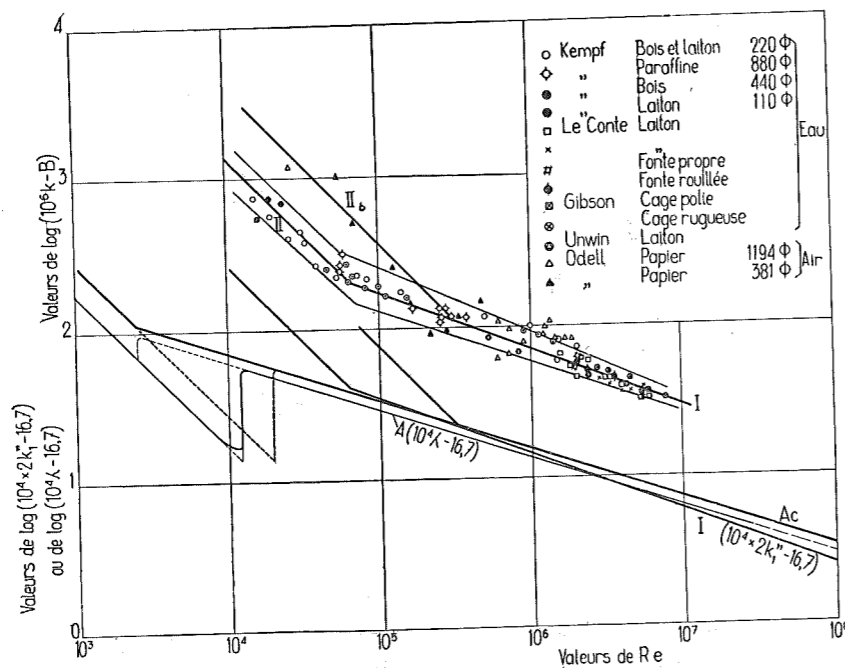


Fig. 5.

Cette formule se rapproche davantage de la formule (3) établie pour les tuyaux lisses entre les limites que nous venons d'indiquer.

Nous présenterons plus loin un diagramme comparatif des valeurs de :

$$2k_1'' \text{ et de } \lambda.$$

§ 5. — Etude de la formule pour le cas des surfaces rugueuses

Nous avons vu que pour les tuyaux, la valeur de la constante change quand la rugosité varie.

Pour coordonner les expériences de Le Conte avec celles des autres expérimentateurs, nous avons dû admettre que la constante B était fonction de $\frac{e}{R}$ et que l'asymptote variait avec le diamètre, comme cela se voit figure 3. Ici encore nous avons trouvé une coordination inespérée : faisant usage du tableau I dressé pour les tuyaux rugueux, nous avons pu faire apparaître que tous les disques essayés par Le Conte présentaient une même rugosité.

Voici comment nous avons conduit le calcul. Nous avons dressé le tableau II des valeurs

Tableau II

1	2	3	4	5	6	7	8
R ou H	$\frac{2}{3} R \frac{\epsilon_1}{e}$	B	$0,00157 + b'$	$10^4 b'$	Valeur déduite du tableau I	$\frac{\epsilon_1}{e}$	Moyenne
0,125	$0,083 \frac{\epsilon_1}{e}$	114	0,00224	6,7	0,700	8,5	$\epsilon = \frac{1}{9} \epsilon_1$
0,150	0,100	109	0,00216	5,9	0,800	8,0	
0,180	0,120	104	0,00200	4,3	1,100	9,2	
0,200	0,133	99	0,00196	3,9	1,240	9,3	
0,230	0,153	96	0,00188	3,1	1,550	10,1	
0,200	$0,133 \frac{\epsilon_1}{e}$	110	0,00216	5,9	0,800	6,0	$\epsilon = \frac{1}{6} \epsilon_1$
0,600	0,400	140	0,00275	11,8	0,258	0,65	$\epsilon = 1,5 \epsilon_1$

asymptotiques de B déduites de la figure 3 (colonne N^o 3).

Si nous admettons que $\frac{e}{R}$ limite est de l'ordre de 1/3, valeur voisine de la limite 0,35 nous pouvons écrire :

$$\frac{e}{R} = \frac{R}{3 \epsilon}$$

Au rapport $\frac{d \epsilon_1}{2 \epsilon}$ du tableau I, nous aurons à faire correspondre :

$$\frac{R \epsilon_1}{3 \epsilon}$$

Nous disons $\frac{d}{2}$ car la courbe donnant la loi de distribution des vitesses dans la section du tuyau, atteint son maximum pour $\frac{d}{2}$, comme il atteint son maximum dans le cas du disque, pour la distance e, e étant mesuré à partir de la paroi latérale de celui-ci. Ainsi, à $d \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$ devra

correspondre $\frac{2R}{3} \times \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$ que nous inscrivons dans la colonne N^o 2 du tableau II.

Dans la colonne N^o 3 nous avons fait figurer comme nous l'avons dit plus haut, les valeurs de B lues au diagramme figure 3 et nous en avons déduit les valeurs de $b' + 0,00157$ égales à $10^{-6} \times 2gB$, puis de $10^4 b'$ et enfin en nous servant du tableau I, les valeurs de $\frac{2R \epsilon_1}{3 \epsilon}$.

En comparant les valeurs de la colonne 6 avec celles de la colonne 2, nous avons pu calculer $\frac{\epsilon_1}{\epsilon}$.

La valeur moyenne comme on le voit, correspond à un chiffre tel que 9,0 ce qui veut dire que la rugosité des disques en laiton des expériences de Le Conte était de l'ordre de $\frac{1}{9} \epsilon_1$.

ϵ_1 représentant la rugosité du fer et fait remarquable parce que non voulu, était constant à $\pm 9 \%$, ce qui veut dire constant, les erreurs d'expérience étant certainement de cet ordre.

Pour coordonner de façon satisfaisante les valeurs se rapportant aux disques en papier tournant dans l'air, nous disions plus haut que nous avons dû admettre pour le disque de rayon R = 0,190, une valeur de B égale à 110. Pour le disque de grand rayon (R = 0,600) cette constante B a dû être portée à 140.

Cela nous a conduit pour le premier à :

$$\epsilon = \frac{1}{6} \epsilon_1$$

c'est-à-dire du même ordre de grandeur que celui des disques en laiton de Le Conte; par contre, pour le second, la rugosité devait atteindre $1,5 \epsilon_1$ ce qui peut s'expliquer si, en raison du grand diamètre de la feuille de papier il s'est produit un léger plissement en rotation, qui devait fatalement engendrer une perte supplémentaire, se traduisant par une valeur plus grande de la rugosité apparente.

§ 6. — Diagrammes comparés des valeurs de $2k_1''$ et de λ

Pour établir des diagrammes comparatifs, il faut se demander tout d'abord comment il convient de calculer les valeurs de Re qui figureront en abscisses.

Pour le cas des tuyaux, la valeur de Re a été établie en introduisant pour le facteur dimension, le diamètre d. Or, lorsqu'il s'agit du calcul de Re pour les disques, nous avons introduit le rayon R. Pour faire correspondre les abscisses des deux courbes envisagées, il faudrait utiliser non pas d mais $\frac{\pi}{2} d$; nous

disons bien $\frac{\pi}{2} d$ et non πd car par suite de la notation adoptée $2k_1''$ pour les surfaces en rotation ou en translation, ce n'est pas la surface totale qui intervient dans le calcul mais la moitié, c'est-à-dire la surface d'une seule des faces.

Nous ferons donc correspondre au rayon R du disque (ou à la hauteur H de la surface immergée entraînée en translation), la valeur $\frac{\pi d}{2}$, d'où l'équivalence :

$$R = H = \pi \frac{d}{2} \text{ et partant } \frac{d}{2} = \frac{R}{\pi} = \frac{H}{\pi}$$

valeur qui correspond à celle déduite plus haut en partant de la limite de $\frac{e}{R} = \frac{1}{3}$.

Les diagrammes inférieurs de la figure 5 ont été dressés en utilisant les deux formules donnant respectivement $2k_1''$ et λ , mais en ayant soin de porter en abscisse pour cette dernière :

$$\log \left(Re \times \frac{\pi}{2} \right).$$

La courbe A de $10^4 \lambda - 16,7$, étant tracée, il a suffi pour obtenir la courbe corrigée A_c de décaler verticalement la première d'une quantité égale à $\frac{1}{3} \log \frac{\pi}{2}$.

La courbe I de la figure 5 qui donne la valeur de $(10^4 \times 2k_1'' - 16,7)$ doit donc être comparée à la courbe A_c .

On voit que les deux courbes sont très voisines l'une de l'autre, la courbe A_c étant toutefois sur presque toute l'étendue plus haute que la courbe I; ceci montre, que la distribution des vitesses à partir de la paroi, n'est pas la même dans les deux cas.

Nous avons complété les deux courbes inférieures en traçant les courbes expérimentales établies pour le régime laminaire.

Pour les valeurs de Re supérieures à 10^5 , c'est donc les formules (3) et (10) qu'il faut

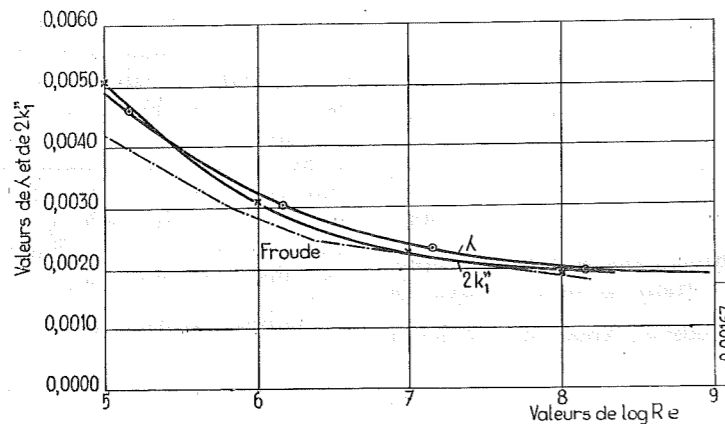


Fig. 6.

appliquer et cela non seulement pour les surfaces en rotation, mais pour les surfaces en translation.

Pour le faire voir, nous avons tracé figure 6 les diagrammes des valeurs de $2k_1''$ et de λ

en fonction de $\log Re$ pour $2k_1''$, de $\log \left(Re \times \frac{\pi}{2} \right)$

pour λ ; nous avons ensuite marqué en pointillés la courbe de Froude (fig. 2) (4) en tenant compte de ce que les abscisses des diagrammes de la figure 2 ont été calculées en introduisant dans la valeur Re non H mais L , c'est-à-dire un facteur 15 fois trop grand, en moyenne.

Nous pouvons conclure cette fois, avec le degré d'approximation valable pour de tels calculs, que la formule établie par la voie expérimentale pour les disques, est applicable aux surfaces planes en translation.

Cette certitude doit être d'autant plus ancrée dans l'esprit que l'établissement des constantes qui figurent dans les deux formules, résulte d'une coordination de dizaines de milliers d'observations, ce qui leur donne une valeur statistique moyenne inattaquable.

Pour ceux qui resteraient sceptiques devant ces résultats, tout compte fait, inattendus,

(4) Courbe présentée dans la publication hollandaise *Weerstand en Voortstuwing van Schepen* du Dr Ir. W.P.A. Van Lammeren.

nous ferons remarquer que dans la région des grandes valeurs de Re , les pertes croissent pratiquement comme le carré de la vitesse, c'est-à-dire, conformément à la loi qui a servi à établir les deux formules donnant respectivement λ et $2k_1''$, ce qui fait que celles-ci prennent dans cette région une signification strictement mathématique.

Dire que les valeurs de λ et de $2k_1''$ tendent à être indépendantes de Re , cela revient à admettre que la perte est de plus en plus loca-

lisée à la paroi, n'affectant qu'une couche de fluide de plus en plus faible.

L'image que l'on peut se faire ainsi du phénomène, à la faveur de cette remarque, aide à comprendre pourquoi :

1^o les valeurs trouvées pour les surfaces en rotation, valent pour les surfaces en translation tout au moins dans la région des grandes valeurs de Re ;

2^o dans le cas du calcul de la résistance des carènes, l'évaluation du terme dû à la déviation, se fait sans erreur appréciable en traitant le problème comme si toute la masse influencée, était animée de la même vitesse relative c .

§ 7. — Influence de la rugosité sur le coefficient de résistance à l'avancement des carènes

Grâce au rapprochement que nous venons de faire entre les pertes de charges dans les tuyaux et les pertes à la paroi dans les disques ou les surfaces planes en translation, nous avons le moyen d'étendre la formule (10) au cas des surfaces rugueuses, en utilisant la notion de rugosité relative du mémoire de 1922.

En reprenant les valeurs calculées en fonction de $\left(d \frac{c_1}{\epsilon} \right)$, et en les faisant figurer dans le tableau I

en fonction de la valeur correspondante lorsqu'il s'agit des surfaces en translation, $\left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right)$, nous pourrions déduire la valeur de la constante $f \left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right)$, puis celle de $2k_1''$, en appliquant la relation (11) :

$$2k_1'' = \frac{0,286}{Re^{0,384}} + 0,00157 + f \left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right) \quad (11)$$

Inversement si nous connaissons la valeur de la constante, nous pourrions en déduire le rapport $\frac{c_1}{\epsilon}$.

Dans les diagrammes de la figure 2, nous avons fait figurer la courbe I qui correspond aux surfaces lisses, c'est-à-dire à la constante $f \left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right) = 0,0001$, constante qui ramène la formule (11) à la formule (10), pour ce cas particulier.

Nous avons tenu compte bien entendu, pour le tracé en question, de la remarque que nous avons faite plus haut, quant à la valeur des abscisses.

La courbe II a été calculée en adoptant pour $\frac{c_1}{\epsilon}$ une valeur de $\frac{1}{12}$. Pour un bateau ayant les dimensions du Bremen ou de l'Europa, c'est-à-dire un tirant d'eau de 10 m :

$$\left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right) = \frac{2}{3} \times 10 \times \frac{1}{12} = 0,555$$

ce qui donne à la constante, d'après le tableau I, une valeur de $0,00157 + 0,00082 = 0,00239$. C'est en adoptant cette valeur que nous avons calculé les ordonnées de la courbe II.

On voit qu'avec le rapport $\frac{c_1}{\epsilon} = \frac{1}{12}$, la courbe II passe au-dessus du point indiqué (a) par les auteurs de la figure 2, comme donnant le coefficient de résistance du Bremen. On pourrait en déduire que l'on surévalue les pertes par frottement quand on adopte $\frac{c_1}{\epsilon} = \frac{1}{12}$; mais en réalité, dans nos calculs sur les carènes nous n'avons fait intervenir qu'une partie de la surface immergée : celle comprise entre les points d'inflexion du flux enveloppant la carène, c'est-à-dire dans le cas particulier envisagé ici, les 0,8 de la surface totale, environ. Pour retrouver la valeur numérique du terme frottement correspondant au point (a), il faudrait donc partir d'un coefficient 1,25 fois plus grand, c'est-à-dire prendre le joint (b) pour terme de comparaison.

On peut se rendre compte ainsi que la formule (11) utilisée en se donnant au rapport $\frac{c_1}{\epsilon} = \frac{1}{12}$,

conduit à une valeur inférieure à la valeur expérimentale, si tant est que l'on puisse admettre que le point (a) a été établi autrement que par différence; il n'existe en effet, aucune mesure directe du terme frottement lorsque l'on opère, non sur une plaque mince immergée, mais sur une coque de navire.

Dire que $\epsilon = 12 \epsilon_1$, c'est dire que la paroi doit avoir une rugosité égale à 1,5 la rugosité de la fonte, puisque pour la fonte on peut admettre normalement $\epsilon = 8 \epsilon_1$, ϵ_1 étant, nous le rappelons, la rugosité du fer. Cela revient à admettre que la rugosité d'une paroi en tôles d'acier rivées, avec recouvrement, serait de l'ordre de $1 \frac{1}{2}$ fois la rugosité de la fonte.

Si nous avions affaire à des tôles soudées bout à bout, nous pourrions admettre que la rugosité de la paroi devrait être du même ordre que celle de la fonte, c'est-à-dire que le calcul de $2k_1''$ pour ce cas concret devrait être fait en adoptant $\epsilon = 8 \epsilon_1$. Dans ces conditions, on trouve $2k_1'' = 0,00259$; le tableau I donne

à $10^4 f \left(\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} \right)$ la valeur 5,75 pour $\frac{2}{3} H \frac{c_1}{\epsilon} = 0,825$.

La différence avec le cas précédent serait donc de 0,00026 et en valeur relative :

$$\frac{0,00026}{0,00259} = 0,100$$

Le bénéfice sur le terme frottement en passant de la tôle rivée à recouvrement à la tôle soudée bout à bout, serait donc de 10 %, soit pour l'ensemble de 5 %, le terme frottement intervenant à peu près pour la moitié dans la perte totale. Nous pensons que cette évaluation est bien de l'ordre de celle admise généralement.

Dans notre étude de l'an dernier, nous avons évalué $2k_1''$ en partant de la formule (8), en adoptant pour constante 0,00254 au lieu de 0,00228. La courbe IIa tracée sur la figure 2, qui correspond à cette formule, montre que nous n'avons introduit de ce fait, dans l'étude des carènes, aucune erreur appréciable, les nombres de Reynolds dans la région des applications envisagées, étant de l'ordre de 3×10^8 à 3×10^9 , quand Re est évalué à la manière de Froude, c'est-à-dire en introduisant pour le facteur dimension non H , la hauteur du tirant d'eau mais L la longueur du navire.

Conclusions

Nous croyons cette fois, avoir dissipé tout doute, quant à la valeur d'application de la formule (11) pour la détermination du coefficient $2k_1''$ relatif au calcul des pertes par frottement, qu'il s'agisse de disques en rotation ou de surfaces en translation.

Peut-être estimera-t-on qu'il valait la peine d'entreprendre ce dernier travail de synthèse

qui permet de ramener le calcul des pertes par frottement dans le cas d'une conduite ou d'une surface en rotation ou en translation, à la détermination d'un coefficient valable quelle que soit :

- 1) la nature du fluide utilisé,
- 2) la rugosité envisagée.

L'ampleur de cette synthèse laissera incrédules ceux qui aiment à parler, comme il l'ont toujours fait, du coefficient de Darcy pour les tuyauteries, du coefficient de Froude pour les carènes. Elle ne satisfera pas non plus les théoriciens qui sont plus confiants dans la théorie que dans les faits, et qui iraient jusqu'à douter des faits s'ils ne parvenaient pas à relier ceux-ci par une théorie mathématique.

Enfin, il y aura, et ce sera le plus grand nombre qui, d'instinct, et pour n'avoir pas à « repenser » la question si diluée dans les ouvrages spéciaux, se contenteront de dire « impossible ». Enfermer en effet, dans une formule aussi simple, les *dizaines de milliers de points expérimentaux fournis par quelques dizaines d'expérimentateurs* opérant à longueur d'années les uns après les autres, pendant près d'un siècle, cela est-il possible ?

Ce que nous pourrions leur dire, c'est que nous n'avons pas rencontré une seule contradiction pas plus qu'une seule coïncidence fortuite qui n'ait trouvé une explication physique satisfaisante, l'écart entre les points calculés et les points expérimentaux ne dépassant pas, en général, les erreurs expérimentales, compte tenu de l'instabilité de régime dans certaines régions, et des difficultés de réaliser des rugosités équivalentes pour toutes les surfaces d'un même groupe.

Nous ajouterons qu'il serait vain de vouloir

donner une signification strictement mathématique à de telles études, étant donné qu'au point de départ, pour établir la formule de base, on est amené à supposer que le phénomène est tout entier concentré à la paroi. C'est en effet, en partant de cette idée que l'on introduit le coefficient de proportionnalité k que l'on fait sortir du signe intégral, pour admettre ensuite qu'il varie avec le coefficient de Reynolds. Or, admettre que celui-ci intervient, c'est reconnaître que le phénomène analysé est beaucoup plus compliqué, qu'il n'intéresse pas seulement une faible masse de fluide voisine de la paroi mais une masse plus importante dans laquelle le glissement des couches élémentaires, l'une sur l'autre, est une fonction du coefficient de Reynolds.

Le bénéfice de cette synthèse ne se limite pas à la mise au point de deux formules d'un caractère général, valables entre $Re = 10^5$ et $Re = 10^8$; grâce à elle, en effet, il est possible de se faire une idée un peu simplifiée, nous voulons bien l'admettre, mais suffisante, de l'allure générale des phénomènes qui provoquent ces pertes.

On peut dire, en effet, en se référant aux diagrammes de la figure 3, que la plus grande partie de celles-ci sont localisées dans une région voisine de la paroi, de très faible épaisseur par rapport à l'épaisseur du flux influencé par la déviation latérale, dans l'étude des carènes. C'est ce qui explique pourquoi on ne commet pas d'erreur appréciable, surtout dans le cas des grands nombres de Reynolds, quand, pour calculer l'effet de la déviation dans l'étude des carènes, nous admettons que la vitesse relative c est constante dans toute l'épaisseur de la masse influencée.

CONSIDÉRATIONS SUR LA DÉFORMATION ÉLASTIQUE DU DIAPHRAGME I.S.A.

par Guy THIBESSARD,
Assistant à l'Université de Liège

Résumé. — Dans le but de simplifier la forme du diaphragme I. S. A. pour la mesure des débits de fluides, l'auteur s'est demandé s'il n'était pas possible de satisfaire simultanément à deux conditions imposées par les Recommandations internationales :

- a) avoir une épaisseur suffisamment faible pour se contenter d'un alésage cylindrique dans une plaque plane ;
- b) avoir une épaisseur suffisamment forte pour éviter une flexion exagérée de l'appareil.

Une épaisseur de 0,02 fois le diamètre de la conduite serait la solution si elle pouvait satisfaire à la seconde condition. Déterminer la flèche d'une plaque circulaire chargée uniformément et percée d'un orifice circulaire en son centre s'imposait au préalable. L'étude théorique de cette question permet à l'auteur d'établir différents abaques et diagrammes.

La conclusion de l'étude de différents cas pratiques est en faveur d'un diaphragme simplifié, symétrique, dont l'épaisseur serait les 0,02 du diamètre intérieur de la conduite dans laquelle il est monté.

P. 232/1

REVUE UNIVERSELLE

DES

**MINES, DE LA METALLURGIE,
= DES TRAVAUX PUBLICS, =**

DES SCIENCES ET DES ARTS APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

97^{me} ANNÉE

Annuaire de l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège

A. I. Lg.

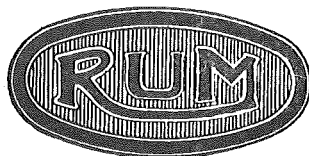
Revue paraissant le 15 de chaque mois

Publication effectuée sous la direction du Comité Scientifique de l'A. I. Lg.

1954

(9^e SÉRIE - TOME X) N°2

Rédaction et Administration : 12, Quai Paul Van Hoegaerden, LIÈGE



SOCIÉTÉ GÉOLOGIQUE
DE BELGIQUE

Secrétariat :
7, Place du 20 Août, 7
B - 4000 LIÈGE