

# LES HÉLICES AÉRIENNES

PAR

**Ch. HANOCQ.**

Ingénieur A. I. Lg.-A. I. M., Répétiteur à l'Université de Liège.

Communication faite à l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège (Section de Liège), le 5 Novembre 1911.

Suite. — Voir tome XXXVII, 1<sup>er</sup> numéro, 1912, page 1.

## § 10. Calcul de $k$ . — Influence du nombre d'ailes et du rapport $\frac{a}{R}$ sur les caractéristiques d'une hélice.

*Formule VI'.* — Avant d'entamer ce paragraphe, il convient de rechercher la valeur réelle de  $\alpha_1$ , pour le fonctionnement au point fixe, en partant de la formule II' (voir § 5, page 27, numéro de janvier).

Remarquons que, pour une hélice fonctionnant au point fixe,  $\beta_0 = 0$ , et par conséquent :

$$P_1 = P \qquad T'_1 = T'$$

d'après les formules (10) et (12).

Remarquons également que la valeur de  $T'_1$  ne change pas, que l'on prenne pour expression de  $P$  celle fournie par la formule II, ou par la formule II'.

Si nous remplaçons  $P$  par la valeur II', nous aurons, avec les notations adoptées au § 5 :

$$P_1 = k \frac{\delta}{g} \int_0^1 w_0^2 \sin \alpha \cos \alpha R dR :$$

En faisant  $c = 0$  dans les formules rappelées au § 5, et en substituant à  $w_0$ ,  $\sin \alpha$  et  $\cos \alpha$ , les valeurs ainsi obtenues, il viendra :

$$P_1 = k \frac{\delta}{g} \omega^2 \int_0^1 \frac{\frac{p}{2\pi R}}{1 + \left(\frac{p}{2\pi R}\right)^2} R^3 dR = k \frac{\delta}{g} \omega^2 \left(\frac{p}{2\pi}\right) \int_0^1 \frac{R^4 dR}{R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}$$

Réolvons l'intégrale :

$$\begin{aligned} \int \frac{R^4 dR}{R^2 + \left(\frac{p}{2R}\right)^2} &= \int \frac{\left[R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2\right] R^2 - R^2 \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2}{R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} dR = \\ &= \int R^2 dR - \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 \int \frac{R^2 dR}{R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} \\ &= \int R^2 dR - \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 \int dR + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^4 \int \frac{dR}{R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} \\ &= \frac{R^3}{3} - \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 R + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^5 \int \frac{dz}{z^2 + 1} = \frac{R^3}{3} - \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 R + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 \operatorname{arc tg} z \\ & \quad z \text{ étant mis pour } \frac{R}{\frac{p}{2\pi}} \end{aligned}$$

Nous aurons donc

$$\int_0^1 \frac{R^4 dR}{R^2 + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} = \frac{R^3}{3} (1 - n^3) - \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 R (1 - n) + \left(\frac{p}{2\pi}\right)^5 \operatorname{arc tg} \frac{m(1-n)}{m^2+n}$$

puisque

$$\begin{aligned} \left[ \operatorname{arc tg} z \right]_0^1 &= \operatorname{arc tg} \frac{1}{\frac{p}{2\pi R_1}} - \operatorname{arc tg} \frac{1}{\frac{p}{2\pi R_0}} \\ &= \operatorname{arc tg} \frac{\frac{1}{\frac{p}{2\pi R_1}} - \frac{1}{\frac{p}{2\pi R_0}}}{1 + \frac{1}{\frac{p}{2\pi R_1} \times \frac{p}{2\pi R_0}}} = \operatorname{arc tg} \frac{\frac{1}{m} - \frac{1}{m}}{1 + \frac{n}{m^2}} \end{aligned}$$

La formule VI' donnant la vraie valeur de  $P_1$ , et de  $\alpha_1$ , pour le fonctionnement au point fixe, est donc la suivante

$$P_1 = k \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^4 \alpha_1 \quad (\text{VI})$$

où

$$\alpha_1 = m \left[ \frac{1}{3} (1 - n^3) - m^2 (1 - n) + m^5 \operatorname{arc tg} \frac{m(1-n)}{m^2+n} \right] \quad (25)$$

Nous avons donné, dans le tableau III, les valeurs de

$$f_4(m) = \frac{1}{3} (1 - n^3) - m^2 (1 - n) + m^5 \operatorname{arc tg} \frac{m(1-n)}{m^2+n}$$

pour différentes valeurs de  $m$ , en supposant  $n = 0$ .

Calcul de  $k$ . — Dans les formules VI, VI' et VII,  $k$  représente le rapport

$$\frac{r_1 - r_2}{R}$$

puisque nous avons posé

$$r_1 - r_2 = k R.$$

De plus, pour l'intégration, nous avons supposé  $k = c^{\text{te}}$  ce qui revient à dire, puisque nous avons représenté le rapport  $\frac{r_1 - r_2}{a}$  par  $e$ , que

$$\frac{a \times e}{R} = k = c^{\text{te}} \quad (26)$$

Il est donc nécessaire pour que les formules soient rigoureusement applicables, de faire varier le produit  $a \times e$  proportionnellement à la distance  $R$  de la section considérée à l'axe de l'hélice. Comme dans les hélices aériennes le diamètre du moyeu est toujours faible, cette condition n'est jamais réalisée : on serait conduit à donner une trop faible largeur à la section de raccord avec le

moyeu qui est la section dangereuse. Cependant dans tous les tracés d'aile, la valeur diminue sensiblement vers le moyeu, et comme la partie centrale ne fournit qu'une faible fraction de la poussée, ainsi que nous le ferons comprendre au § 12, on peut dire que les formules VI, VI' et VII sont applicables avec une approximation suffisante, aux hélices telles qu'on les construit habituellement.

Nous rechercherons au § 13 comment on doit faire varier logarithmiquement  $a$  en fonction de  $R$ .

Pour le moment, posons-nous la question de savoir si la poussée  $P$  et le travail absorbé  $\mathcal{E}$  croissent indéfiniment avec le rapport :

$$\frac{a \times e}{R} = k.$$

A priori, on comprend qu'il y ait un maximum de poussée, et que le rendement donné par la formule VIII ne soit pas absolument indépendant de  $k$ , par conséquent de  $\frac{a}{R}$  et du nombre de pales,  $n$ ; il s'agit de montrer qu'il en est bien ainsi, contrairement à ce que l'on pourrait conclure d'un examen un peu hâtif de la formule VIII.

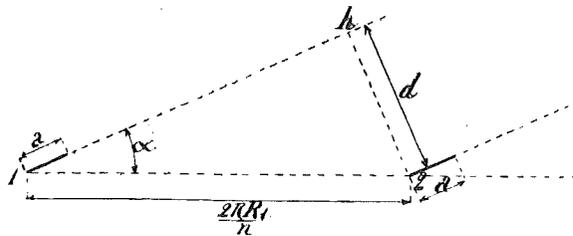


Fig. 23

Supposons développé le cylindre fictif de même diamètre que l'hélice, sur lequel seraient tracées les courbes hélicoïdales, dont les extrémités des ailes sont des portions d'une certaine longueur  $a$  (fig. 23). La distance entre les origines de deux courbes voisines sera égale à  $\frac{2\pi R_1}{n}$ ,

$n$  étant le nombre d'ailes. La distance  $d$  entre deux courbes hélicoïdales consécutives aura donc pour valeur :

$$d = \frac{2\pi R_1}{n} \sin \alpha,$$

ou, en fonction du pas  $p$  :

$$d = \frac{2\pi R_1}{n} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2\pi R_1}{n} \frac{\frac{p}{2\pi R_1}}{1 + \left(\frac{p}{2\pi R_1}\right)^2} = \frac{2\pi R_1}{n} \frac{m}{1 + m^2}$$

Il est évident que l'action d'une pale ne sera pas diminuée par l'action de la pale voisine, si l'épaisseur ( $r_1 - r_2$ ) du flux dévié par l'une est plus faible que la distance  $d$ .

Or, étant donné la relation

$$r_1 - r_2 = k R_1,$$

cela revient à dire que  $k$  doit être plus petit que le rapport

$\frac{d}{R_1}$ , donc que

$$k = \frac{a \times e}{R_1} = \frac{1}{k'} \frac{2\pi}{n} \frac{m}{1 + m^2} \quad \text{IX}$$

où  $k'$  est un coefficient plus grand que l'unité.

Ainsi si l'on donne à  $\frac{a}{R_1}$  une valeur telle que  $k$  dépasse celle donnée par la formule IX où l'on a fait  $k' = 1$ , c'est-à-dire

$$\frac{a}{R_1} = \frac{1}{e} \frac{2\pi}{n} \frac{m}{1 + m^2} \quad (27)$$

la poussée ne croît plus proportionnellement au rapport  $\frac{a}{R_1}$ , et il devient impossible de déterminer sans le secours de l'expérience, la valeur de  $k$ .

Introduisons la valeur IX dans la formule VI; la poussée  $P_1$  pour une hélice à  $n$  pales aura pour expression

$$P_1 = \frac{2\pi}{k'} \frac{m}{1+m^2} \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^2 z \quad X$$

$k'$  décroissant proportionnellement à  $\frac{a}{R_1}$  jusqu'à une valeur voisine de l'unité, puis décroissant jusqu'à un minimum suivant une certaine loi à déterminer par l'expérience, pour les valeurs  $\frac{a}{R_1}$  supérieures à celles données par la relation (27).

Il est évident qu'il y a un minimum à la valeur de  $k'$ , ou si l'on veut un maximum à la valeur de  $P_1$ ; en effet, à partir d'un certain rapport  $\frac{a}{R_1}$ , les filets fluides qui limitent le flux déplacé par l'une des pales, sont déviés également par la pale suivante, de telle manière que toute la masse subit une déviation uniforme égale à l'angle d'attaque; à partir de ce moment, toute augmentation de  $\frac{a}{R_1}$  ne saurait plus produire d'accroissement de la poussée  $P_1$ .

Au point de vue du poids de l'hélice, on comprend qu'il convient de ne pas prendre pour  $\frac{a}{R_1} \times n$  une valeur supérieure à celle que donne la relation IX où l'on a fait  $k' = 1$ , puisqu'à partir de cette limite tout accroissement de  $\frac{a}{R_1}$ , ou du nombre de pales, n'amène pas une augmentation proportionnelle de la poussée.

Quelle est la valeur de  $\frac{a}{R_1}$  qui correspond pour une hélice à  $n$  pales, au rendement maximum? C'est là une

question à laquelle l'expérience peut seule répondre. Cependant il est facile de faire comprendre que le rendement maximum existe, et qu'il n'est pas éloigné de celui qui correspond à la valeur  $\frac{a}{R_1}$  donnée par la relation (27).

En effet, nous avons vu, remarque III, § 9, page 47 (1), que le rendement augmente avec le rapport  $\frac{a}{R}$ ; or, cet accroissement ne se produit pas indéfiniment car, outre qu'il existe un rapport  $\frac{l}{a}$  de l'envergure à la largeur, plus favorable que tous les autres, au point de vue des coefficients  $k_1, k_2, k_3$ , il arrive un moment où  $P_1$  ne croît plus proportionnellement à  $\frac{a}{R_1}$  et où, par conséquent, le travail  $\mathcal{E}'$  tend à augmenter plus rapidement que le travail utile.

Calculons les valeurs  $\frac{a}{R_1} \times n$  données par la relation (27), pour les valeurs de  $m$

$$0,1, \quad 0,2, \quad 0,3, \quad 0,4, \quad 0,5.$$

D'après le diagramme fig. 11,  $e$  varie entre 1,4 et 2,6, suivant la valeur du rapport  $\frac{l}{a}$ , pour les angles d'attaque de 4 à 8°, voisins par conséquent de ceux qui correspondent au rendement maximum des hélices;  $e$  dépend donc, dans une certaine mesure de  $\frac{a}{R_1}$ . A défaut de renseignement plus précis pour permettre de déterminer la relation qui existe entre  $e$  et  $\frac{a}{R_1}$ , adoptons pour  $e$  une valeur constante, égale à 1,8; nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} \text{pour } m = 0,1 & \quad \frac{a}{R_1} \times n = 3,5 \frac{0,1}{1 + 0,01} = 0,346 \\ \text{pour } m = 0,2 & \quad \frac{a}{R_1} \times n = 3,5 \frac{0,2}{1 + 0,04} = 0,672 \end{aligned}$$

(1) Voir Numéro de Janvier.

$$\begin{aligned} \text{pour } m = 0,3 & \quad \frac{a}{R_1} \times n = 3,5 \frac{0,3}{1 + 0,09} = 0,968 \\ \text{pour } m = 0,4 & \quad \frac{a}{R_1} \times n = 3,5 \frac{0,4}{1 + 0,16} = 1,205 \\ \text{pour } m = 0,5 & \quad \frac{a}{R_1} \times n = 3,5 \frac{0,5}{1 + 0,25} = 1,400 \end{aligned}$$

Au rapport  $\frac{a}{R_1}$  correspond un angle au centre  $\theta$  donné par la relation :

$$\theta = \frac{360}{2\pi} \times \frac{a}{R_1}$$

En adoptant  $n = 2$ , nous obtiendrons approximativement :

$$\begin{aligned} \text{pour } m = 0,1 & \quad \theta = 10^\circ \\ \text{pour } m = 0,2 & \quad \theta = 19^\circ \\ \text{pour } m = 0,3 & \quad \theta = 28^\circ \end{aligned}$$

A partir de cette valeur, la largeur  $a$  devient relativement grande par rapport au rayon, et l'on peut adopter 3 ou 4 pales; pour  $n = 4$

$$\begin{aligned} \text{et } m = 0,3, & \quad \theta = 14^\circ \\ m = 0,4, & \quad \theta = 17^\circ \\ m = 0,5, & \quad \theta = 20^\circ \end{aligned}$$

A notre avis, les valeurs ci-dessus donnent des proportions qu'il n'y pas lieu de dépasser; on peut même faire observer que l'influence du rapport  $\left(\frac{a}{R_1}\right)$  sur le rendement est relativement faible, tout au moins lorsqu'on choisit pour ce rapport une valeur suffisante, correspondant à  $10^\circ$  par exemple.

Il nous paraît certain, en tous cas, qu'au point de vue du rendement, il est préférable de faire croître  $\frac{a}{R_1}$  que d'augmenter le nombre  $n$  de pales.

REMARQUE. — Les considérations ci-dessus ne s'appliquent pas du tout à l'hélice marine où le rapport  $\frac{a}{R_1} \times n$  est toujours beaucoup plus grand. Dans ce cas, il s'agit en effet d'empêcher le phénomène de la CAVITATION dû à ce que la différence de pression de part et d'autre d'une aile, dépasse la pression qui correspond à la hauteur du plan d'eau au-dessus de l'axe de l'hélice, et détermine l'aspiration d'une quantité d'air ayant pour effet de faire tourner l'hélice non plus dans l'eau, mais dans un mélange d'air et d'eau.

En adoptant un rapport  $\frac{a}{R_1} \times n$ , tel que la distance  $d$  (fig. 23) soit beaucoup plus petite que  $(r_1 - r_2)$ , on diminue évidemment la différence de pression de part et d'autre de l'aile. Il suffit de revoir les considérations qui ont servi à établir les formules fondamentales pour le comprendre.

#### § 11. — Courbes de la poussée $P_1$ et de la puissance $\mathcal{E}$ . Efficacité d'une hélice au point fixe.

Traçons les courbes de poussée  $P_1$  en fonction de  $x$ , pour différentes valeurs de  $m$ , dans l'hypothèse d'une hélice à deux pales, à profil droit. Adoptons pour  $\theta$  la valeur de  $19^\circ$ , et pour les coefficients  $k_1$  et  $k_3$ , les valeurs déjà admises pour le tracé des courbes de rendement, fig. 17 :

$$k_1 = 0,003, \quad k_3 = 1,5.$$

Au lieu de tracer le diagramme de  $P_1$  dont les valeurs varient avec  $\omega$  et  $R_1$ , nous porterons en ordonnée le facteur

$$2k \frac{\delta}{g} a_1,$$

qui caractérise une hélice à deux pales d'un type donné.

Nous prendrons pour  $\delta$ , 1<sup>k</sup>293 poids spécifique à 0° et à la pression normale; pour  $g$ , 9<sup>m</sup>81. A la valeur  $\theta = 19^\circ$ , correspond une valeur de  $k$  donnée par la relation

$$k = \frac{a}{R_1} \times e = 0,336 \times 1,8 = 0,605,$$

si l'on adopte pour  $e$  le chiffre de 1,8 que nous avons choisi au paragraphe précédent.

A partir de  $m = 0,2$ , on peut admettre que  $k$  est constant, mais pour  $m$  inférieur à 0,2 et en particulier pour  $m = 0,1$ , la valeur de  $k$  est inférieure à la valeur ci-dessus, ainsi que nous l'avons fait comprendre au paragraphe précédent. En admettant que  $k$  soit égal à  $\frac{3}{4} \times 0,605$ , on ne sera pas éloigné de la vérité.

La fig. 24 donne les courbes de variation du facteur  $2k \frac{\delta}{g} \alpha_1$ , en fonction de  $x$ , pour différentes valeurs de  $m$ , dans les hypothèses ci-dessus.

Les parties pointillées résultent directement du calcul, lorsqu'on emploie la formule VI; comme nous savons que la poussée au point fixe est donnée par la formule VI', nous avons porté sur l'axe des  $y$  des valeurs calculées au moyen de cette dernière formule, et nous avons raccordé les courbes primitives par des arcs tangents à celles-ci et passant par les points trouvés sur cet axe.

Les courbes en trait plein donnent donc les valeurs de la poussée telles qu'elles résulteraient du calcul si nous avions pu faire l'intégration de la valeur  $P_1$ , en partant de la formule II' (voir § 5). Bien que les courbes de raccordement doivent se tracer de sentiment, il est certain que l'erreur commise est tout à fait négligeable.

Les courbes de  $\zeta'$  ou plutôt de

$$2k \frac{\delta}{g} \beta_1,$$

ne sont pas aussi intéressantes, parce que leur allure

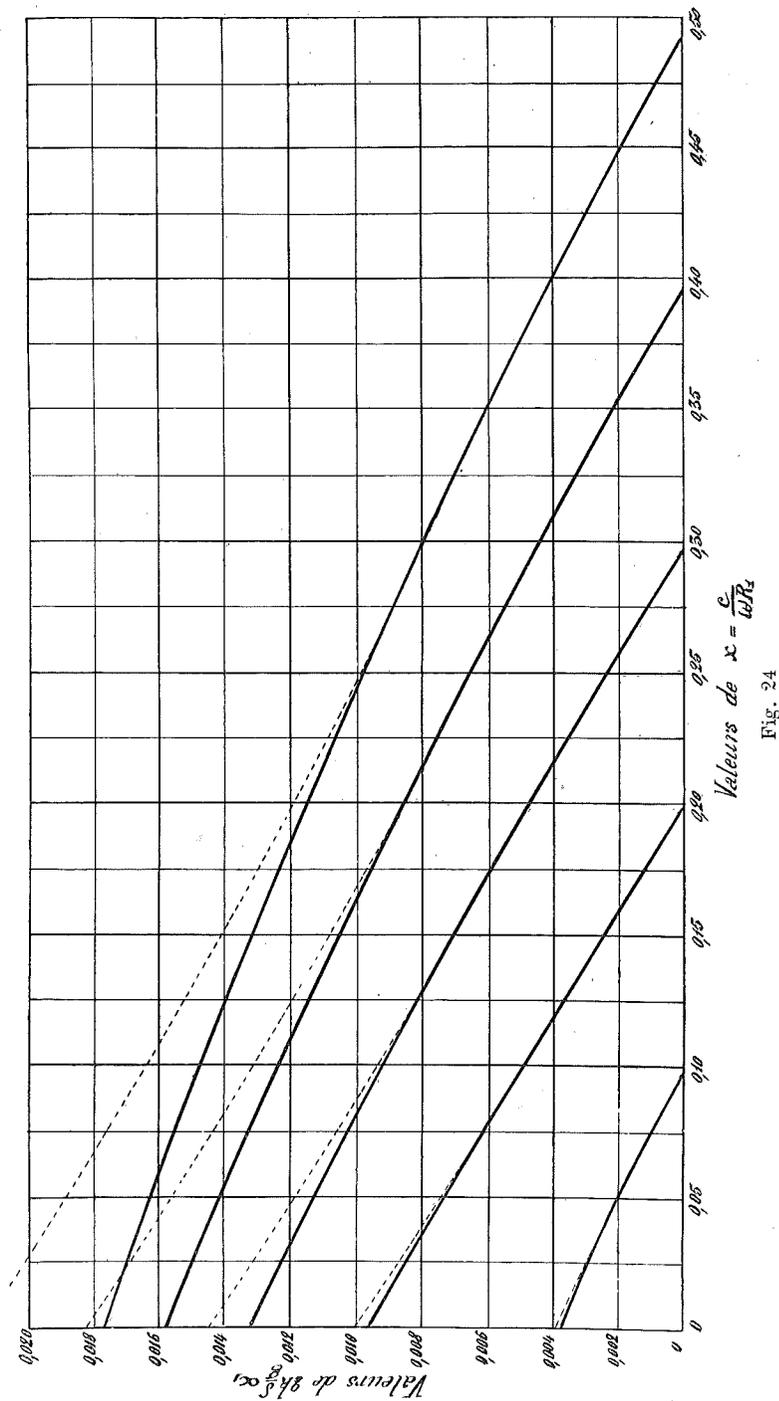


Fig. 24

dépend complètement des coefficients choisis, et que ceux-ci ne sauraient être déterminés d'une manière certaine que par des expériences précises sur des hélices en translation.

A titre d'exemple, nous avons réuni fig. 25, les 3 courbes caractéristiques d'une hélice à deux pales, de pas  $p$  défini par la relation

$$m = \frac{P}{2 \cdot R_1} = 0,25,$$

pour les valeurs suivantes des coefficients

$$k_1 = 0,003, \quad k_2 = 0, \quad k_3 = 1,5.$$

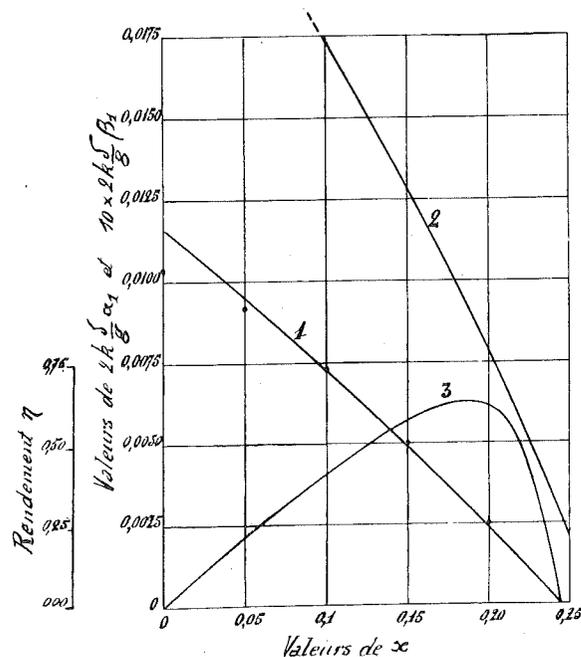


Fig. 25

Fig. 26, nous avons tracé les 3 courbes pour une hélice de même pas, mais en supposant

$$k_1 = 0,01, \quad k_2 = 0,14, \quad k_3 = 1,4.$$

On voit que la courbe 1 relative à la poussée est très peu influencée par la variation des coefficients, tandis que celle relative au travail absorbé est complètement modifiée dans son allure : la courbe (2) de la fig. 25 se rapporte à un profil droit, celle de la fig. 26, à un profil courbe.

Le rendement maximum est sensiblement le même dans les deux hypothèses, le recul relatif correspondant diffère

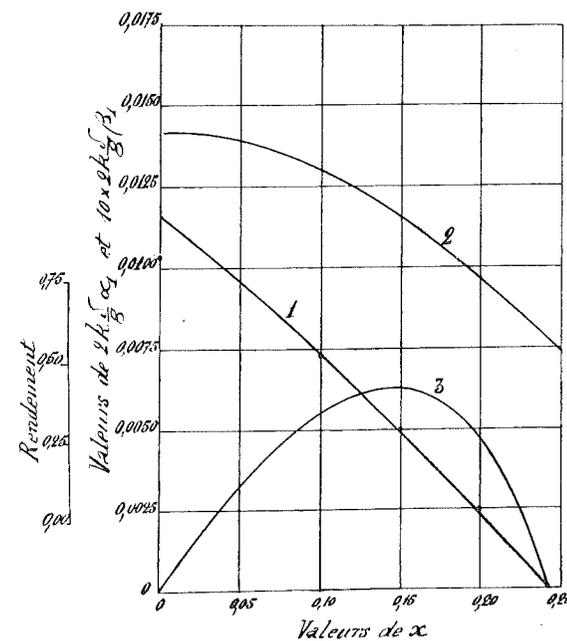


Fig. 26

seul sensiblement. Ce qui ne veut pas dire que pour  $m = 0,25$ , le rendement maximum ne puisse dépasser 0,63; une très faible diminution de la valeur du coefficient  $k_1$  dans le cas du profil courbe, aurait eu, en effet, pour résultat de donner à la courbe de  $\mathcal{C}'$ , fig. 26, une allure plus plongeante et par conséquent de diminuer  $\mathcal{C}'$  pour les valeurs de  $x$  correspondant aux environs du maximum.

Nous avons réuni en diagramme, afin de mieux nous faire comprendre, les résultats d'expériences obtenus par le capitaine Dorand sur une hélice en translation dont le pas  $p$  était donné par la relation

$$\frac{p}{2R_1} = 0,75 \quad \text{ou} \quad m = \frac{p}{2\pi R_1} = 0,24.$$

On voit que l'allure de la courbe (2) est intermédiaire entre les deux courbes correspondantes obtenues par le

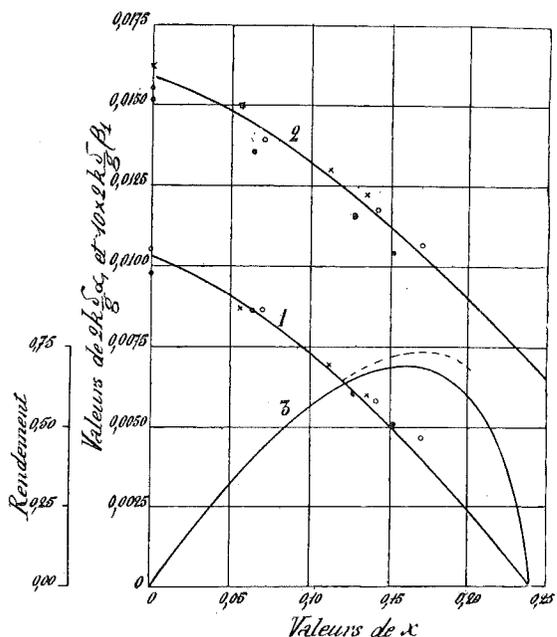


Fig. 27

calcul figures 25 et 26. Le rendement maximum de 0,63 passe à 0,69.

Nous reviendrons sur cette question au chapitre IV où nous examinerons dans quelle mesure les conclusions du chapitre III sont vérifiées par les expériences faites sur des hélices au point fixe ainsi que sur des hélices en translation suivant l'axe.

REMARQUE I. — Les courbes de rendement que nous avons tracées fig. 19, correspondent aux valeurs de  $P_1$  fournies par les courbes pointillées de la fig. 24; les courbes de rendement devraient donc être légèrement modifiées pour tenir compte de ce que les vraies valeurs théoriques de  $P_1$  sont données par les courbes en trait plein.

Nous ferons remarquer cependant que dans la partie voisine du rendement maximum les différences sont absolument négligeables.

Efficacité. — Dans les essais au point fixe, il ne peut être question de parler de rendement, puisque celui-ci est toujours nul, mais on peut rechercher comment varie le rapport  $\frac{P_1}{\mathcal{E}}$ , ou mieux le rapport :

$$E = \frac{nk \frac{\delta}{g} \alpha_1}{nk \frac{\delta}{g} \beta_1} = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \quad \text{XI}$$

qui caractérise un type d'hélice, et qui mesure ce que nous appelons l'efficacité de l'hélice.

Nous avons tracé fig. 28, en fonction de  $m$ , les courbes donnant

$$2k \frac{\delta}{g} \alpha_1 \quad 2k \frac{\delta}{g} \beta_1 \quad E = \frac{\alpha_1}{\beta_1}$$

pour le fonctionnement au point fixe, dans l'hypothèse où les coefficients  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  ont respectivement pour valeur

$$0,003, \quad 0,0 \quad \text{et} \quad 1,5$$

et où l'angle au centre  $\theta$  est constant et égal à  $19^\circ$ .

Pour les valeurs de  $m$  inférieures à 0,2, nous avons cependant été forcé de faire différentes hypothèses. En

effet, nous avons vu que, à partir de  $\theta = 19^\circ$ , la poussée et le travail absorbé cessent d'être proportionnels à  $k$ , pour les valeurs de  $m$  inférieures à 0,2. Voici comment nous avons raisonné :

La puissance absorbée par le frottement des pales contre le fluide, est donnée par la valeur que prend  $\mathcal{C}'$  pour  $x = m$ , puisque pour cette valeur de  $x$ , il n'y a

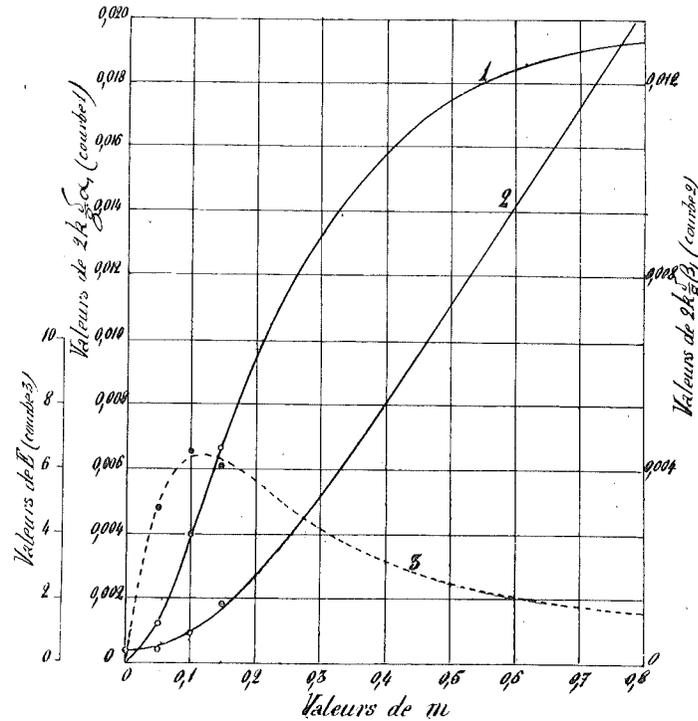


Fig. 28

plus d'énergie cinétique communiquée au fluide. Cette puissance pour  $m = 0,2$  a pour valeur

$$\mathcal{C}'_1 = 0,000187 \omega^3 R_1^3.$$

Nous pouvons supposer cette puissance constante lorsque  $m$  prend des valeurs inférieures à 0,2 puisque la

surface et la forme des pales ne changent pas, et admettre que la puissance totale absorbée par l'hélice est la somme de la puissance théorique  $\mathcal{C}$  qu'exigerait l'hélice s'il n'y avait pas de frottement, et de la puissance  $\mathcal{C}'_1$  calculée ci-dessus.

Or  $\mathcal{C}$  est donné par les formules ordinaires lorsqu'on y fait  $k_1 = 0, k_2 = 0, k_3 = 1$ ; pour  $x = 0$

$$\mathcal{C} = 2k \frac{\delta}{g} \omega^3 R_1^3 [0,2 - f_3(m)].$$

Donc

$$\mathcal{C}' = \mathcal{C} + \mathcal{C}'_1 = \omega^3 R_1^3 \left\{ 0,000187 + 2k \frac{\delta}{g} [0,2 - f_3(m)] \right\}$$

La distance  $d$  (fig. 23) dont dépend  $k$ , diminue avec le pas et est nulle pour  $m = 0$ ; nous admettrons que  $2k \frac{\delta}{g}$  prend les valeurs suivantes :

pour $m = 0,0$	$2k \frac{\delta}{g} = 0$
» $m = 0,05$	$2k \frac{\delta}{g} = 0,07 \left( \frac{1}{2} \text{ valeur normale} \right)$
» $m = 0,10$	$2k \frac{\delta}{g} = 0,12 \left( \frac{3}{4} \text{ » } \right)$
» $m = 0,15$	$2k \frac{\delta}{g} = 0,14 \left( \frac{4}{5} \text{ » } \right)$
» $m = 0,20$	$2k \frac{\delta}{g} = 0,159 \left( 1 \text{ » } \right)$

Les points résultant de ces derniers calculs sont indiqués sur la fig. 28.

On voit que l'efficacité maximum correspond à  $m = 0,1$  environ ou à  $\frac{P}{D} = 0,31$ , alors que le rendement maximum qui est donné par le diagramme fig. 20, pour ce type d'hélice, correspond à  $m = 0,55$ .

Il n'y a donc aucune relation entre le pas qui procure l'efficacité maximum et le pas qui fournit le maximum de rendement possible, comme beaucoup d'auteurs semblaient le croire; tout au plus peut-on espérer qu'une hélice qui donne au point fixe une valeur élevée pour le coefficient E, est supérieure au point de vue du rendement à une autre de même pas.

Le défaut de la théorie élémentaire de l'hélice au point fixe ne réside donc pas dans le fait que l'hélice travaillerait dans des conditions très différentes suivant qu'elle fonctionne à l'arrêt ou en translation, mais dans le fait qu'elle est incapable d'établir, même par l'analyse des résultats d'expérience, les proportions, les formes, les dimensions de l'hélice qui procure le maximum de rendement.

§ 12. — Influence du rapport  $\frac{R_0}{R_1}$

Nous avons fig. 29 tracé les courbes donnant les valeurs de

$$2k \frac{\delta}{g} \alpha_1, \quad 2k \frac{\delta}{g} \beta_1, \quad \gamma_1$$

en fonction de  $x$ , pour

$$m = 0,25 \quad \frac{R_0}{R_1} = 0,5$$

$k_1 k_2 k_3$  ayant les valeurs adoptées précédemment pour le profil plan.

En comparant les résultats obtenus à ceux qui sont indiqués fig. 25 pour  $R_0 = 0$ , on voit que

1) la poussée est diminuée d'environ 10 %,

2) le rendement est sensiblement le même aux environs du maximum,

lorsqu'on passe d'une pale dont la longueur n'est que la moitié du rayon, à une pale occupant toute la longueur de celui-ci.

Il y a lieu de faire remarquer que cela suppose

implicitement que la largeur de la pale varie proportionnellement au rayon.

En ce qui concerne le rendement, il y a lieu d'observer que les valeurs indiquées fig. 29 sont obtenues en faisant

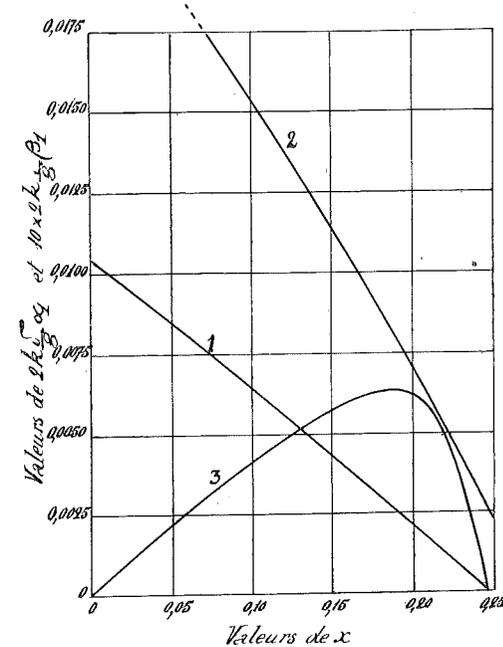


Fig. 29

abstraction de la résistance absorbée par les bras supportant les pales; il est donc certain que le rendement de l'hélice dont les pales n'occupent qu'une partie du rayon, est plutôt inférieur à celui de l'hélice qui est profilée jusqu'au moyeu, les autres éléments restant les mêmes.

§ 13 — Tracé du contour d'une aile.

Nous avons vu qu'il convenait de choisir le rapport  $\frac{a}{R_1}$  de manière que

$$\frac{a}{R_1} \times e = \frac{1}{h'} \frac{2\pi}{n} \frac{m}{1+m^2}$$

(formule IX),  $k'$  étant plus grand que l'unité. Cette formule a été établie, en exprimant que l'épaisseur  $(r_1 - r_2)$  du flux influencé à la périphérie par une pale devait être au plus égale à la distance  $d$  séparant deux pales consécutives. (fig. 23).

Il paraît rationnel de s'imposer pour le tracé du contour d'une pale, la condition que l'épaisseur du flux influencé à une distance  $R$  du centre, soit une fraction constante de la distance  $d$  correspondante.

Or la distance  $d$  est donnée en fonction du pas  $p$  par la relation

$$d = \frac{2\pi R}{n} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2\pi R}{n} \frac{\frac{p}{2\pi R}}{1 + \left(\frac{p}{2\pi R}\right)^2}$$

et, si nous posons

$$R = n_1 R_1$$

$$d = \frac{2\pi R}{n} \frac{\frac{m}{n_1}}{1 + \left(\frac{m}{n_1}\right)^2} = \frac{2\pi}{n} n_1^2 \frac{m}{n_1^2 + m^2} R_1$$

Donc on doit avoir, avec la condition ci-dessus énoncée,

$$(r_1 - r_2) = a \times e = \frac{1}{k'} \frac{2\pi}{n} n_1^2 \frac{m}{n_1^2 + m^2} R_1$$

ou

$$a = \frac{1}{k'} \frac{1}{e} \frac{2\pi}{n} n_1^2 \frac{m}{n_1^2 + m^2} R_1$$

Pour une hélice à 2 pales, en supposant comme précédemment  $e = 1,8$ , et en adoptant pour  $k'$  la valeur 1,5,

$$a = 1,16 n_1^2 \frac{m}{n_1^2 + m^2} R_1.$$

Traçons le contour de la pale d'une hélice de pas  $p$  donné par la relation

$$m = \frac{p}{2\pi R_1} = 0,3$$

Calculons pour  $n_1$  égal à 1, 0,75, 0,50, ..., les valeurs de  $a$  ;

pour $n_1 = 1$	$a = 0,319 R_1$
$n_1 = 0,75$	$a = 0,300 R_1$
$n_1 = 0,50$	$a = 0,255 R_1$
$n_1 = 0,4$	$a = 0,222 R_1$
$n_1 = 0,3$	$a = 0,174 R_1$
$n_1 = 0,2$	$a = 0,142 R_1$
$n_1 = 0,0$	$a = 0$

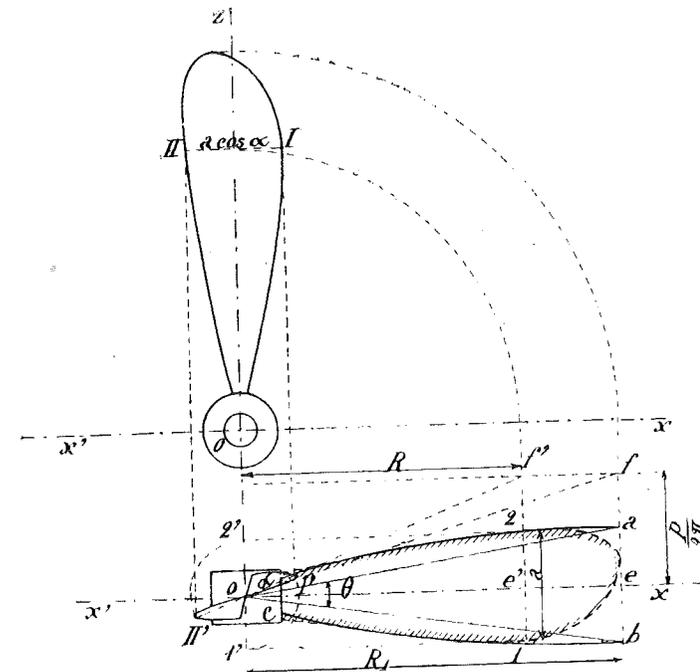


Fig. 30

Sur l'axe  $ox$  (fig. 30), nous avons porté les distances  $R_1, 0,75 R_1$ , etc., et sur les perpendiculaires élevées en ces points, de part et d'autre de l'axe, les valeurs de

$\frac{1}{2} \frac{a}{R_1}$ ; en reliant tous les points par deux courbes symétriques. nous avons obtenu le contour  $a b c d$ , qui représente la forme d'une aile d'hélice redressée, et répondant aux conditions que nous avons énumérées ci-dessus.

Pour éviter des remous à la périphérie, on arrondit et on amincit ordinairement l'extrémité de l'aile de façon que les filets puissent glisser sans choc, le long du bord d'attaque; l'expérience *semble* avoir démontré que cette manière de tracer l'extrémité de la pale procurait une augmentation de rendement; elle a, en tous cas, l'inconvénient de réduire la surface de l'aile dans la partie qui est animée de la plus grande vitesse, et partant de diminuer sensiblement la poussée, pour un angle au centre  $\theta$  déterminé. Comme il est impossible de conserver au moyeu une largeur aussi faible que celle donnée par le calcul, le contour qu'il convient de conserver est celui qui est délimité sur la figure, par un liseré de hachures.

Cette courbe étant donnée, il sera facile de trouver les projections horizontales et verticales de la pale.

Elevons sur l'axe  $ox$  à l'extrémité du rayon  $R_1$ , une perpendiculaire, et portons sur celle-ci une largeur  $ef$  égale à  $0,3 R_1$ ; la ligne  $of$  donnera l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la surface à l'extrémité de la pale, puisque

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{2\pi R_1} = 0,3$$

Comme  $p$  est constant, l'angle  $\alpha$  à une distance  $R$  quelconque sera donné par l'inclinaison de la droite  $of'$  sur  $ox$ , et par conséquent les points du contour correspondant à cette distance  $R$ , seront obtenus, en projection horizontale, en portant sur  $of'$  des distances.

$$o I' = e' 1 \quad \text{et} \quad o II' = e' 2$$

Pour obtenir ces points en projection verticale, il suffira de mener deux lignes de rappel jusqu'à l'intersection avec la ligne horizontale tracée à la distance  $R$  de l'axe  $o$ .

La figure 30 donne les projections obtenues par cette construction; on remarquera que la forme ainsi trouvée se rapproche de celles adoptées par un grand nombre de constructeurs.

#### CHAPITRE IV.

##### Vérification expérimentale des formules proposées.

###### § 14. — Au point fixe.

Un assez grand nombre d'expérimentateurs ont effectué des essais d'hélices aériennes au point fixe; on peut citer notamment M. Boyer-Guillon et M. Riabouchinsky.

Tous les expérimentateurs se sont trouvés d'accord pour conclure que les formules

$$\begin{aligned} P_1 &= \alpha N^2 D^4 \\ \mathcal{C}' &= \beta N^3 D^5 \end{aligned}$$

se vérifiaient avec une approximation suffisante, voisine de la limite des erreurs d'expérience.

En faisant des essais avec une même hélice à des nombres de tours différents, puis en répétant ces essais sur des hélices géométriquement semblables, plus grandes ou plus petites, les expérimentateurs ont trouvé pour  $\alpha$  et  $\beta$  des valeurs variant d'environ 10 % ou 15 % au maximum, le nombre de tours  $N$  et des diamètres  $D$  variant du simple au double ou au triple.

M. Riabouchinsky a entrepris, en dehors de ces essais, trois séries d'expériences.

a) Des expériences sur des hélices de même diamètre à deux pales, de même angle au centre, mais de *pas variable*;

b) Des expériences sur des hélices à deux pales de même diamètre, de même pas, mais d'angle au centre variable ;

c) Des expériences sur des hélices de même diamètre, même pas, même angle au centre, mais possédant un nombre d'ailes allant de 1 à 11.

#### Première série d'expériences.

Cette première série d'expériences a été effectuée avec des hélices formées de deux pales d'épaisseur uniforme (3,5 mm.) ayant un diamètre de 0,3 m. ; les pales

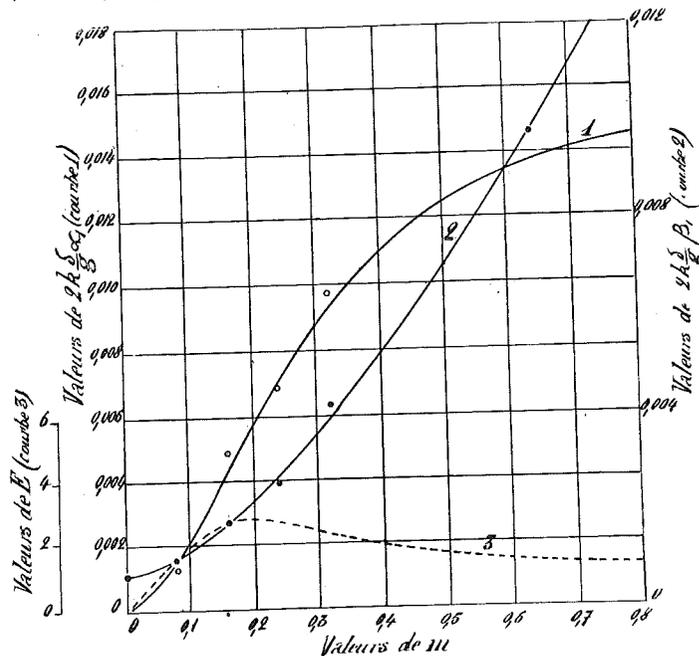


Fig. 31

réalisaient une portion de surface hélicoïde à plan directeur d'angle au centre  $\theta = 18^\circ$ . Les hélices essayées étaient au nombre de 7, le pas variant de telle manière que le rapport  $\frac{p}{2R_1}$  prit les valeurs suivantes

0,0, 0,25, 0,30, 0,75, 1,0, 2,00, 3,00.

La fig. 31 donne les courbes des valeurs de

$$2k \frac{d}{g} \alpha_1 \text{ (courbe 1),}$$

$$2k \frac{d}{g} \beta_1 \text{ (courbe 2),}$$

$$E \text{ (courbe 3)}$$

résultant des expériences.

Ces courbes sont tracées à la même échelle que celles du diagramme fig. 28, qui résultent du calcul. L'allure des courbes est identique, mais les valeurs des coefficients diffèrent notablement, en raison de l'épaisseur relativement très forte donnée aux pales, et de ce fait que les bords de celles-ci n'étaient pas amincis ; les remous importants qui en sont résultés, ont eu pour effet d'augmenter la puissance absorbée, par conséquent le coefficient  $\beta_1$ , et de diminuer l'épaisseur du flux influencé par conséquent la valeur de  $k$ .

L'efficacité maximum correspond pour cette raison à  $m = 0,2$  environ au lieu de 0,1 donné par le calcul.

#### Deuxième série d'expériences.

La seconde série d'expériences a été effectuée avec une série d'hélices du même diamètre, du même type que les précédentes, mais avec un pas constant tel que

$$\frac{p}{2R_1} = 0,75 \quad \text{ou} \quad m = 0,24$$

les angles au centre  $\theta$  allant en croissant depuis  $12^\circ \frac{1}{2}$  jusqu'à  $144^\circ$ . Nous avons réuni fig. 32 les résultats obtenus, en les traduisant dans nos notations.

On voit que

1°  $k$  croît proportionnellement à  $\theta$  jusqu'à  $22^\circ$  environ ; le calcul nous avait indiqué  $23^\circ \frac{1}{2}$  (§ 10, page 58) ;

2° Pour les valeurs inférieures à 20°,  $2k \frac{\delta}{g} \beta_1$  ne diminue pas proportionnellement à  $\theta$ , ce qui revient à dire que les coefficients  $k_1$  et  $k_2$  qui entrent dans le calcul de  $\beta_1$ , croissent à mesure que  $\theta$  diminue ;

3° L'efficacité est sensiblement constante entre 10° et 150°.

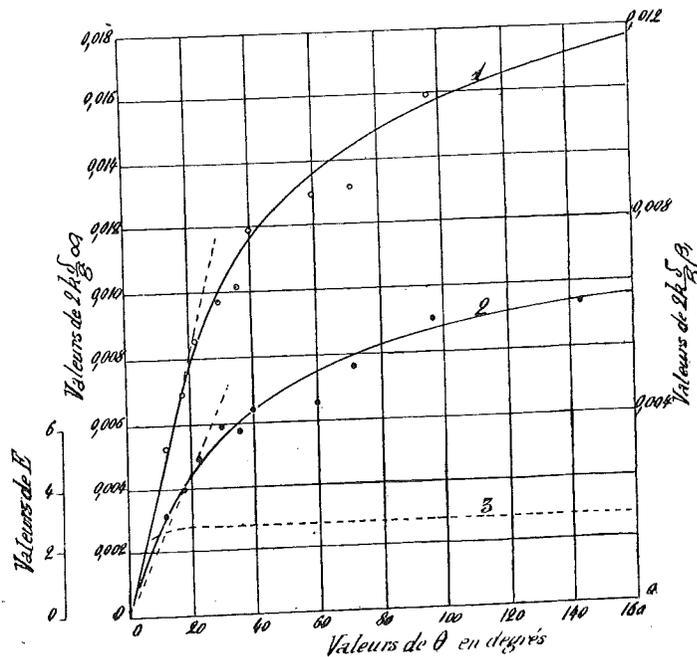


Fig. 32

Cette dernière conclusion ne se vérifierait probablement pas avec des hélices profilées correctement.

Remarquons encore que

pour  $\theta = 40^\circ$   $k = 1,45 k_{20}$   
 $\theta = 60^\circ$   $k = 1,70 k_{20}$

$k_{20}$  représentant la valeur correspondant à  $\theta = 20^\circ$ .

Troisième série d'expériences.

M. Riabouchinsky a déterminé l'influence du nombre d'ailes dans une 3<sup>me</sup> série d'expériences, au moyen d'hélices de 2 m. de diamètre, d'angle au centre  $\theta = 18^\circ$ , profilées suivant les coupes données fig. 6. Le pas apparent de toutes ces hélices, c'est-à-dire le pas de la corde, était égal à  $0,75 \times 2R_1$ .

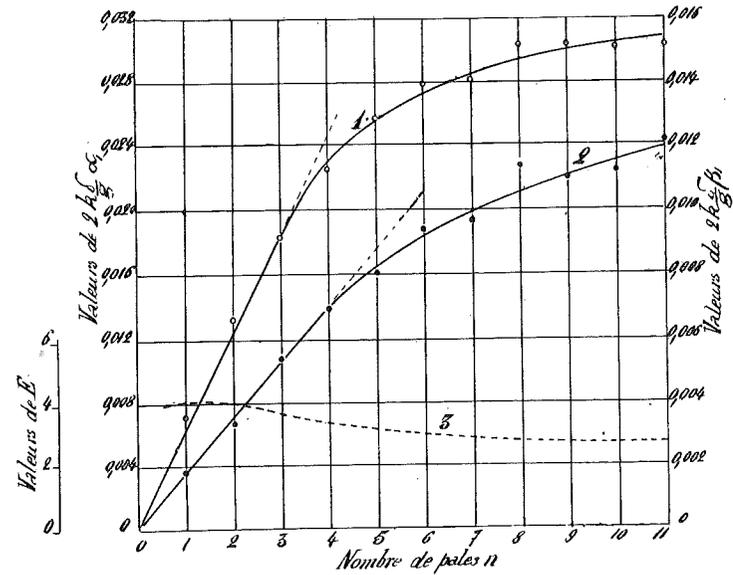


Fig. 33

En prenant pour  $\gamma$ ,  $4^\circ$ , on trouve pour pas réel

$$p = 2R_1 \text{ environ, soit } m = 0,32.$$

Les résultats obtenus dans les expériences sont donnés par les courbes de la fig. 33.

On voit que

1°  $k$  croît proportionnellement au nombre d'ailes jusqu'à  $n = 3$ ; le calcul nous avait donné pour  $m = 0,3$  (§ 10, page 58),

$$\theta = \frac{360}{2\pi} \frac{a}{R_1} = \frac{360}{2\pi} \frac{0,968}{n}$$

ou

$$n = \frac{360}{2\pi} \frac{0,968}{\theta} = 3,1;$$

2° L'efficacité est maximum pour  $n = 2$ .

Remarquons en passant que l'efficacité pour

$$n = 2, \quad \theta = 18^\circ, \quad \text{est ici égale à } 4.$$

Si nous adoptons pour pas réel  $p = 2 R_1$ , c'est-à-dire pour  $m$  la valeur 0,32, chiffre calculé ci-dessus, nous voyons que nous retrouvons très sensiblement la valeur donnée par le calcul, dans les diagrammes de la fig. 28.

Ce chiffre de 4 est presque le double de celui obtenu dans l'essai sur l'hélice de 0<sup>m</sup>30 de diamètre, de même pas, mais mal profilée.

Pour terminer, notons que pour

$$\begin{array}{lll} n = 4 & nk = 1,8 \times 2 k_2 & k = 0,90 k_2 \\ n = 6 & nk = 2,19 \times 2 k_2 & k = 0,73 k_2 \\ n = 8 & nk = 2,37 \times 2 k_2 & k = 0,59 k_2 \end{array}$$

$k_2$  représentant la valeur de  $k$  correspondant à une hélice à 2 pales, d'angle au centre  $\theta = 18^\circ$ .

### CONCLUSIONS.

Les résultats d'expérience que nous venons d'exposer et de commenter, confirment pleinement les considérations émises aux chapitres précédents, notamment en ce qui concerne le nombre de pales, l'angle au centre, etc.

C'est à l'expérimentation qu'il faut demander les renseignements nécessaires pour compléter la théorie, pour en déterminer les coefficients. Encore faudrait-il pour que les conclusions soient nettes et que les coefficients établis soient utilisables dans la pratique, que les expériences fussent faites avec des hélices se rapprochant autant que possible de celles que l'industrie utilise, dans des conditions de vitesse se rapprochant de celles employées ordinairement. Les expériences de M. Riabouchinsky ne sont pas toujours dans ce cas.

### § 15. En mouvement de translation suivant l'axe.

Les seules expériences entreprises jusqu'à présent pour déterminer directement le rendement de l'hélice en marche, à des vitesses de translation croissantes, sont celles du capitaine Dorand.

Malheureusement dans la publication des résultats, qui a été faite dans *La Technique Aéronautique* (n<sup>os</sup> du 1<sup>er</sup> juin et du 1<sup>er</sup> novembre 1910), l'auteur ne donne aucun renseignement sur le profil et sur le contour des pales des hélices essayées; il se borne à indiquer les résultats obtenus.

Dans la première série d'essais, il a utilisé deux hélices de même pas :

$$p = 0,75 \times 2 R_1$$

de même angle au centre, mais de diamètres différents : 2<sup>m</sup>50 et 4<sup>m</sup>30.

Il résulte de ces expériences que les formules :

$$\begin{array}{l} P_1 = \alpha N^2 D^4 \\ \mathcal{C}' = \beta N^3 D^5 \end{array}$$

sont applicables à une hélice en marche,  $\alpha$  et  $\beta$  variant avec le rapport  $\frac{c}{\omega R_1}$ , de la vitesse de translation à la vitesse périphérique.

Des diagrammes publiés se rapportant à l'hélice de 2<sup>m</sup>50 de diamètre, nous avons déduit les courbes 1 et 2 de la fig. 27 qui donnent les valeurs de :

$$2k \frac{\delta}{g} \alpha_1 \quad \text{et} \quad 2k \frac{\delta}{g} \beta_1$$

Les points indiqués par une croix se rapportent aux essais effectués à 11,3 tours par seconde; les points indiqués par un cercle se rapportent aux essais effectués à la vitesse de 9 tours par seconde; ceux marqués par un point noir se rapportent aux essais correspondant à

$$n = 10 \text{ tours.}$$

On voit que l'approximation des formules proposées reste dans les limites des erreurs expérimentales. Nous avons tracé la courbe 1 de manière à la faire passer entre les points, et de faire couper l'axe des  $x$  à l'endroit correspondant à :

$$x = m = \frac{p}{2\pi R_1} = 0,24 \text{ environ.}$$

Nous avons prolongé la courbe 2 donnant la valeur de  $2k \frac{\delta}{g} \beta_1$  jusqu'à l'ordonnée  $x = m$ , et nous avons déterminé la courbe de rendement correspondant aux courbes 1 et 2.

Le maximum se présente pour la valeur de  $x = 0,165$  et atteint 0,69.

La partie pointillée indique la courbe telle que l'avait tracée le capitaine Dorand ; nous pensons que la nôtre correspond mieux aux résultats fournis par les essais. D'ailleurs dans la seconde série d'essais qui fait l'objet de l'article de novembre 1911, le maximum de rendement trouvé pour  $m = 0,24$  n'est que 0,66, alors qu'il s'agissait là d'une hélice fournissant un rendement limite de 0,83 pour  $m = 0,4$ , présentant par conséquent un profil particulièrement avantageux.

Si nous comparons la courbe (1) à la courbe calculée, représentée fig. 25, nous voyons que la première est plus concave dans la partie correspondant aux faibles valeurs de  $x$ , mais que, par contre, elle coïncide complètement avec la seconde dans la partie voisine du maximum de rendement. Les points marqués sur la fig. 25 donnent les valeurs de  $2k \frac{\delta}{g} \alpha_1$  fournies par l'expérience.

Cette différence entre les deux courbes peut s'expliquer aisément par ce fait que, dans le fonctionnement au point fixe ou aux faibles vitesses de translation, l'air arrive

sur l'hélice avec une certaine vitesse, ce qui tend à diminuer l'angle d'attaque.

On peut montrer par contre, pourquoi cette vitesse axiale mesurée par Riabouchinsky, en aval de l'hélice, n'a pas pour effet de diminuer autant qu'on pourrait le croire à première vue, l'angle d'attaque et par conséquent la poussée.

La courbe expérimentale donnant la puissance absorbée, est intermédiaire entre les courbes 2 résultant du calcul, tracées fig. 25 et 26.

### CONCLUSIONS.

Comme on peut s'en rendre compte, les formules semblent se vérifier avec une approximation qu'on n'aurait pu espérer *a priori*.

Ce qu'il importe si l'on veut aboutir à des conclusions certaines, c'est d'effectuer des expériences comme celles du capitaine Dorand, avec la plus grande précision possible, en organisant les essais de manière à pouvoir utiliser des hélices profilées correctement, et à pouvoir mesurer la poussée fournie et le travail absorbé, avec une approximation suffisante, pour des reculs relatifs voisins de zéro.

Par des expériences, sur une portion de surface profilée de la même manière que les pales des hélices essayées, on pourrait déterminer la valeur de  $\gamma$  pour laquelle la composante normale au flux est nulle, et partant la valeur réelle du pas à introduire dans les formules.

En procédant avec beaucoup de méthode, en sériant les expériences de manière à établir les différents coefficients de la théorie que nous proposons, on pourra espérer élucider complètement la question des hélices aériennes, et solutionner de la manière la plus générale, le problème que nous posons au début de cette étude :

« Déterminer les dimensions d'une hélice capable de donner une poussée de  $P_1$  kg à la vitesse de rotation de  $N$  tours par seconde, en remorquant un appareil à la vitesse de  $c$  mètres par seconde, de manière à obtenir le maximum de rendement possible. Si le nombre de tours  $N$  n'est pas imposé, déterminer la vitesse angulaire la plus favorable. Calculer la puissance absorbée correspondante. »

## CHAPITRE V.

### Calcul des hélices aériennes.

Nous avons vu que le rendement d'une hélice d'un type déterminé, croît jusqu'à un maximum avec la valeur  $x$  du rapport de la vitesse de translation  $c$  à la vitesse périphérique  $\omega R_1$ . Comme le rendement croît peu aux environs du maximum, il n'y a pas lieu de choisir pour  $x$  la valeur qui correspond à ce maximum, mais une valeur un peu inférieure, valeur qui peut être donnée en fonction de  $m$  par la relation linéaire

$$x = am - b \quad (\text{formule 24})$$

dont nous avons parlé au § 9.

A chaque type d'hélice, correspondent des valeurs particulières des coefficients  $k$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$ , par conséquent des courbes de rendement d'allures différentes; il en résulte que  $a$  et  $b$  sont deux constantes qui prennent des valeurs particulières pour chaque type.

Nous avons calculé les constantes  $a$  et  $b$  dans les deux hypothèses envisagées, d'une hélice à profil droit et d'une hélice à profil courbe, pour lesquelles nous avons adopté respectivement

$$\begin{array}{lll} k_1 = 0,003 & k_2 = 0 & k_3 = 1,5 \\ k_1 = 0,010 & k_2 = 0,14 & k_3 = 1,4 \end{array}$$

Les valeurs de ces coefficients semblent, d'après les résultats du capitaine Dorand, constituer des limites. C'est ainsi que  $k_1 = 0,003$  est faible, tandis que  $k_3 = 1,5$  est probablement un maximum;  $k_1 = 0,010$  au contraire est une valeur trop grande pour les profils ordinairement adoptés.

Les résultats des calculs qui vont suivre seront vraisemblablement exagérés dans un sens ou dans l'autre, suivant que nous nous en rapporterons aux premiers coefficients ou aux seconds; il ne s'agit d'ailleurs ici que d'exposer une méthode rigoureuse qui permet, les coefficients étant connus par des expériences préalables sur une hélice du type adopté, de déterminer complètement et rationnellement les dimensions de l'hélice répondant aux conditions imposées.

Les valeurs de  $\alpha_1$  étant à peu près indépendantes des coefficients ci-dessus, nous pourrions déterminer  $\alpha_1$ , quel que soit le profil, au moyen du diagramme fig. 24. Nous pourrions donc construire, en fonction de  $m$ , la courbe de  $\alpha_1$  correspondant aux valeurs de  $x$  déterminés par la relation :

$$x = am - b$$

#### Problème I.

La solution du problème énoncé à la fin du paragraphe précédent n'offrira pas de difficulté si l'on connaît la courbe dont nous venons de parler.

En effet, la formule IV donne :

$$P_1 = nk \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^4 \alpha_1 \quad (25)$$

pour une hélice à  $n$  pales.

D'autre part :

$$x = \frac{c}{\omega R_1} = am - b \quad (29)$$

et

$$nk = \frac{1}{k'} 2\pi \frac{m}{1 + m^2} \quad (\text{formule IX})$$

En remplaçant  $R_1$  par dans l'équation (28) par sa valeur tirée de l'équation (29), et  $nk$  par :

$$\frac{2\pi}{k'} \frac{m}{1+m^2}$$

il viendra :

$$\frac{m \alpha_1}{(1+m^2)(am-b)^4} = \frac{k' P_1 \omega^2}{2\pi \frac{\delta}{g} c^4} \quad (30)$$

Dans cette équation  $\alpha_1$  représente la valeur particulière que prend cette fonction pour  $x = am - b$ ,  $k'$  est un coefficient qui varie proportionnellement à  $\frac{a}{R_1}$  jusqu'à une valeur voisine de l'unité, puis décroît jusqu'à une valeur limite voisine de 0,5, suivant une certaine loi expérimentale.

Le premier membre de l'équation (30) est une fonction de  $m$  que l'on peut calculer pour chaque type d'hélice.

Désignons cette fonction par  $f_5(m)$

$$f_5(m) = \frac{m}{1+m^2} \alpha_1 \frac{1}{(am-b)^4} \quad (31)$$

Nous avons tracé, fig. 34, la courbe 1 donnant  $f_5(m)$  et la courbe 1' donnant  $\frac{m}{1+m^2} \alpha_1$  dans l'hypothèse

$$k_1 = 0,003 \quad k_2 = 0 \quad k_3 = 1,5.$$

Les courbes 2 et 2' donnent respectivement  $f'_5(m)$  et  $\frac{m}{1+m^2} \alpha_1$ , pour

$$k_1 = 0,010 \quad k_2 = 0,14 \quad k_3 = 1,4.$$

Ces courbes étant connues, il suffira de se donner  $k'$  pour trouver  $m$ , puisque le problème fixe les valeurs de  $P_1$ ,  $\omega$  et  $c$ . Le second membre de l'équation (30) qui est égal à  $f_5(m)$  est, en effet, complètement connu en

fonction de ces éléments; en portant la valeur trouvée en ordonnée, dans le diagramme de la fig. 34, et en menant une parallèle à l'axe des abscisses jusqu'à la courbe des valeurs de  $f'_5(m)$ , nous obtiendrons un point dont l'abscisse sera la valeur de  $m$  cherchée.

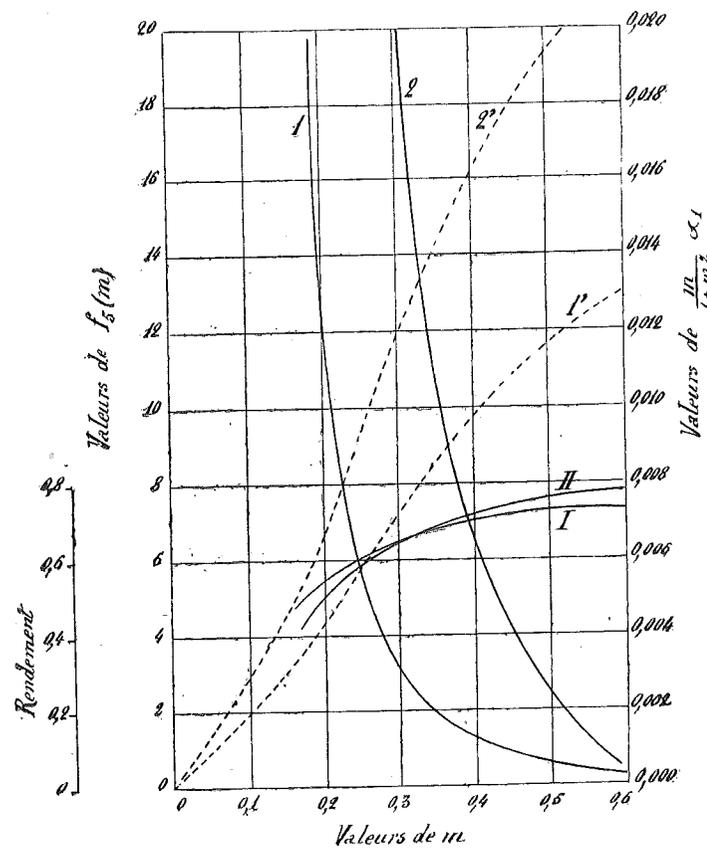


Fig. 34

En ce qui concerne le choix de  $k'$ , rappelons que nous avons admis et reconnu comme vérifié par les expériences de M. Riabouchinsky, que la valeur la plus favorable était voisine de l'unité et que le rendement

dépendait peu, tout au moins dans certaines limites, de cette valeur. Pour les valeurs de  $k'$  inférieures à l'unité, on est conduit à adopter plus de deux pales à partir de  $m = 0,25$  et il y a lieu de voir si cette complication est justifiée par l'accroissement du rendement que l'on obtient. Un exemple numérique nous fera mieux comprendre.

**Exemples.** — Déterminer les dimensions d'une hélice capable de fournir un effort de traction de 110 kg. en remorquant un appareil à la vitesse de 60 km. à l'heure, de manière à obtenir le maximum de rendement possible.

Nous supposons deux cas :

A. — La vitesse de rotation de l'hélice est donnée et égale à 800 tours par minute.

B. — La vitesse de rotation de l'hélice reste à déterminer.

A. — Pour un nombre de tours égal à 800 par minute  
 $\omega = 83,73 \text{ m.}$

La vitesse  $c$  en mètres par seconde correspondant à 60 km à l'heure, est de  
 $c = 16,66 \text{ m.}$

Adoptons pour  $\delta$  le poids spécifique à 0° et 760 mm de pression, c'est-à-dire 1,293 kg.

Nous aurons

$$f_5(m) = k' \frac{110 \times 7011}{6,28 \frac{1,293}{9,81} \times 77006} = 12,1 k'.$$

Adoptons  $k' = 1$ ,  $f_5(m)$  sera égal à 12,1.

a) Si nous choisissons un profil courbe pour lequel les coefficients précédemment adoptés sont applicables, il suffira de porter en ordonnée dans la fig. 34,  $y = 12,10$ , de mener une horizontale jusqu'à la courbe 2, et une verticale par ce point de rencontre jusqu'à l'axe des abscisses. On trouvera ainsi

$$m = 0,344 \quad \text{ou} \quad \frac{p}{2 R_1} = \frac{p}{D} = 1,08.$$

En portant cette valeur de  $m$  dans la relation (29) où, pour le cas qui nous occupe,

$$a = 0,75 \quad b = 0,075,$$

ainsi que nous l'avons établi au § 9, nous trouverons,

$$R_1 = \frac{c}{\omega(am - b)} = \frac{16,66}{83,73 \times (0,75 \times 0,344 - 0,075)}$$

$$\text{d'où} \quad R_1 = 1,088 \quad D = 2 R_1 = 2^m 17.$$

L'équation IX fera d'autre part connaître, la valeur de  $nk$ , et par conséquent le nombre d'ailes et l'angle au centre  $\theta$ ,

$$nk = \frac{1}{1} \times 6,28 \frac{0,34}{1 + 0,116} = 1,824$$

ce qui pour  $n = 4$ , donne

$$k = \frac{a \times e}{R_1} = 0,462$$

et

$$\theta = \frac{360}{2 \pi} \times \frac{a}{R_1} = 14^\circ \frac{7}{10} \approx 15^\circ$$

en adoptant pour  $e$ , 1,8, chiffre déjà admis.

Le rendement correspondant donné par la courbe II (fig. 34) est égal à 0,68.

b) Voyons quelles seraient les dimensions de l'hélice si nous adoptons un profil droit pour lequel les coefficients

$$k_1 = 0,003, \quad k_2 = 0 \quad k_3 = 1,5$$

seraient applicables.

$k'$  étant égal à 1,  $f_5(m)$  sera égal à 12,10 comme dans le cas précédent. En prenant l'intersection de l'horizontale menée par l'ordonnée  $y = 12,10$ , avec la courbe 1, et en abaissant la perpendiculaire sur l'axe des  $m$  par ce point d'intersection, nous trouverons cette fois

$$m = 0,2, \quad \frac{p}{D} = 0,628.$$

En portant cette valeur dans la relation (29) dont les coefficients  $a$  et  $b$  ont respectivement pour valeur

$$0,875 \quad \text{et} \quad 0,052,$$

nous trouverons :

$$R_1 = \frac{c}{\omega(am - b)} = \frac{16,66}{83,73 (0,875 \times 92 - 0,052)}.$$

D'où

$$R_1 = 1^m622 \quad D = 3^m24.$$

L'équation IX nous fera connaître, d'autre part, la valeur de  $nk$ , et par conséquent le nombre d'ailes et l'angle au centre  $\theta$ .

$$nk = \frac{1}{1} \times 6,28 \frac{0,2}{1,00 + 0,04} = 1^m21$$

ce qui pour  $n = 2$ , donne

$$k = \frac{a \times e}{R_1} = 0,605$$

et

$$\theta = \frac{360}{2\pi} \times \frac{a}{R_1} = 19^\circ \frac{2}{10},$$

$e$  étant pris égal à 1,8.

Le rendement correspondant, donné par la courbe I, est égal 0,55.

REMARQUE. — On voit par les calculs qui précèdent, quelle influence peut avoir le profil sur les dimensions et le rendement de l'hélice. Alors que le rendement *maximum* de l'hélice à profil droit est sensiblement égal au rendement de l'hélice à profil courbe, on n'obtient à 800 tours que 0,55 avec la première, contre 0,68 avec la seconde. Des différences aussi importantes semblent déjà avoir été constatées; nous insistons cependant sur ce fait que les conclusions ci-dessus dépendent essentiellement de la valeur des coefficients choisis et que seules, des

expériences scientifiques sur des hélices de profils différents, pourraient fixer la valeur des coefficients *d'une manière certaine*.

B. — Traitons maintenant le problème de la détermination des dimensions d'une hélice lorsque le nombre de tours n'est pas imposé.

Nous avons vu que le rendement maximum augmentait avec la valeur de  $m$ ; choisissons la valeur de

$$m = 0,45$$

qui ne correspond pas encore au *maximum maximorum*, mais qu'il est difficile de dépasser en raison des grands diamètres et des faibles vitesses de rotation auxquels on est conduit.

a) A  $m = 0,45$  correspond pour un profil courbe, une valeur de  $f_5(m) = 4$ .

$P_1$  étant égal à 110 kg et  $c = 16^m66$  l'équation (30), donnera

$$\omega^2 = 2\pi \frac{\delta}{g} \frac{c^4 f_5(m)}{k' P_1} = 2335 \quad (32)$$

$$\omega = 48,2 \quad \text{ou} \quad N = 460$$

par minute,  $k'$  étant égal à 1.

Connaissant  $m$ ,  $c$  et  $\omega$ , on peut calculer  $R_1$  au moyen de l'équation (29), puisque :

$$a = 0,75 \quad b = 0,075$$

dans le cas de l'hélice à profil courbe ;

$$R_1 = \frac{16,66}{48,2 (0,75 \times 0,45 - 0,075)} = 1,372 \text{ m}$$

Pour l'angle au centre  $\theta$ , nous aurons, en adoptant  $n=4$  :

$$\theta = \frac{360}{2\pi} \times \frac{a}{R_1} = 18^\circ \frac{5}{10}$$

Le rendement est cette fois égal à 0,745.

b) Pour  $m = 0,43$  la valeur de  $f_5(m)$  correspondant à un profil plan est égal à 1, c'est-à-dire à une valeur 4 fois plus petite que la précédente.

Comme la valeur de  $\omega$  varie proportionnellement à la racine carrée de  $f_5(m)$ , nous trouverons dans cette hypothèse,  $k'$  étant toujours choisi égal à 1 :

$$\omega = 24,1 \quad N = 230 \quad \text{par minute.}$$

A cette valeur de  $N$  correspond un rayon  $R_1$  :

$$R_1 = \frac{16,66}{24,1 (0,875 \times 0,43 - 0,052)} = 2^m 14$$

On voit que la solution est inacceptable.

REMARQUE I. — La formule (32) montre que l'on peut accroître le nombre de tours, en choisissant une valeur de  $k'$  plus élevée, c'est-à-dire en augmentant le nombre d'ailes, ou en adoptant un angle au centre  $\theta$  plus grand. Cette conclusion était inattendue.

Il y a lieu d'observer cependant que le rendement tend à diminuer lorsqu'on s'écarte sensiblement de la valeur  $k' = 1$  dans un sens ou dans l'autre, et que pour les valeurs de  $k'$  inférieures à 1, il n'y a plus proportionnalité entre  $nk$  et  $k'$ , ce qui entraîne une augmentation de poids pour une poussée déterminée.

REMARQUE II. — L'équation (30) peut être transformée en observant que la résistance à l'avancement d'un dirigeable ou d'un aéroplane voyageant sous un angle d'attaque constant, est proportionnelle au carré de la vitesse, et que l'on peut poser, puisqu'il y a égalité entre la résistance et la poussée  $P_1$ ,

$$P_1 = K c^2$$

On aura, en faisant la substitution,

$$\omega = \sqrt{2 \pi \frac{\delta}{g} f_5(m)} \frac{c}{\sqrt{k' K}}$$

Cette formule montre que, pour des hélices géométriquement semblables, la vitesse de rotation doit croître proportionnellement à la vitesse de translation, et inversement proportionnellement à la racine du coefficient de résistance, si l'on veut conserver le même rendement.

Cette remarque explique pourquoi on emploie à bord des dirigeables, dont la vitesse de translation est relativement faible, alors que la valeur de  $\sqrt{K}$  est élevée, des hélices de grand diamètre, tournant très lentement.

#### Problème II.

On peut poser le problème suivant :

Etant donné un moteur à couple constant  $C$ , attaquant une hélice de pas et de proportions déterminés, calculer la vitesse de rotation de l'hélice et la vitesse de translation de l'appareil, pour une valeur du coefficient de résistance égal à  $K$ .

Puisque

$$P_1 = K c^2, \quad x = \frac{c}{\pi R_1},$$

on a

$$K c^2 = n k \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^2 \alpha_1$$

et par conséquent

$$\frac{\alpha_1}{x^2} = \frac{K}{n k \frac{\delta}{g} R_1^2} \quad (33)$$

D'autre part,

$$\mathcal{C}' = C \omega = n k \frac{\delta}{g} \omega^3 R_1^3 \beta_1;$$

d'où

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{n k \frac{\delta}{g} R_1^3}} \frac{1}{\sqrt{\beta_1}}. \quad (34)$$

En observant que  $\omega = \frac{c}{x R_1}$ , on pourra également écrire

$$c = \sqrt{\frac{C}{n k \frac{\delta}{g} R_1^2}} \frac{x}{\sqrt{\beta_1}} \quad (35)$$

Calculons en fonction de  $x$ , les valeurs de  $\frac{\alpha_1}{x^2}$  et  $\frac{x}{\sqrt{\beta_1}}$  pour différentes valeurs de  $m$ , les coefficients  $k_1, k_2, k_3$  ayant pour valeurs celles adoptées précédemment dans le cas du profil courbe.

Les courbes pointillées 2, 3, 4 de la fig. 35 donnent les valeurs trouvées pour  $\frac{\alpha_1}{x^2}$ , les courbes 2, 3, 4 en trait plein, celles de  $\frac{x}{\sqrt{\beta_1}}$ , respectivement pour  $m = 0,2, 0,3$  et  $0,4$ .

Ces diagrammes étant tracés, la solution du problème devient extrêmement simple. Prenons un exemple numérique.

*Exemple.* — Soit une hélice ayant les dimensions

$$R_1 = 1^m 10 \quad n = 2 \text{ pales} \quad \theta = 18^\circ \quad m = 0,3.$$

et supposons que le coefficient de résistance soit tel que pour remorquer l'appareil à la vitesse de 60 km. à l'heure, il faille une poussée de 110 kg. Nous aurons

$$K = \frac{110}{16,66^2} = 0,396.$$

Supposons encore le moteur soit capable de développer une puissance de 55 chevaux effectifs à la vitesse de rotation de 1200 tours, ce qui correspond à un couple de

$$C = \frac{55 \times 75 \times 60}{2 \pi \times 1200} = 32 \text{ kgm} \cdot \text{s}.$$

Le problème énoncé revient à déterminer quelle sera la vitesse communiquée à l'appareil par ce moteur attaquant l'hélice en prise directe, le couple étant supposé constant.

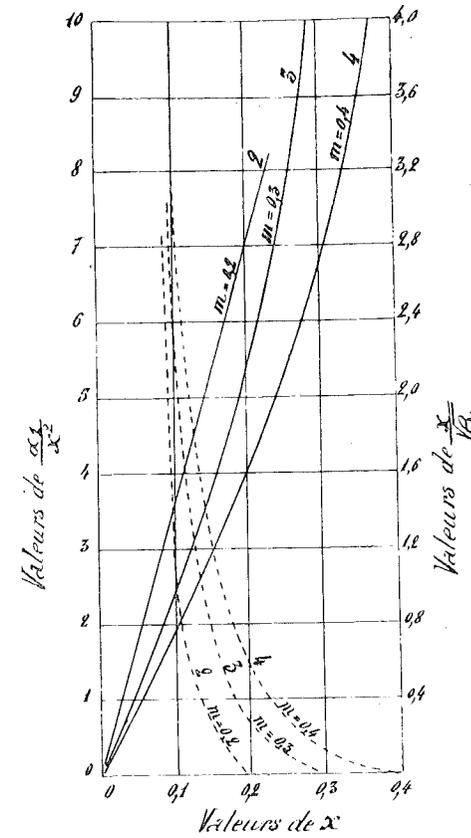


Fig. 35.

La formule (33) donne

$$\frac{\alpha_1}{x^2} = \frac{0,396}{2 \times 0,565 \frac{1,293}{9,81} \frac{1}{1,1^2}} = \frac{0,396}{0,18} = 2,1$$

en prenant pour  $e$  1,8.

Portons en ordonnée 2,1 et menons l'horizontale jusqu'à la rencontre avec la courbe (3) donnant  $\frac{x_1}{x_1}$  pour  $m=0,3$ ; l'abscisse correspondante déterminera  $x$ , et la perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par ce point, donnera, en la prolongeant jusqu'à la courbe 3 en trait plein, la valeur de  $\frac{x}{\sqrt{\beta_1}}$ , et par conséquent  $\omega$  et  $c$ . On trouve

$$x = 0,145 \quad \frac{x}{\sqrt{\beta_1}} = 1,436$$

$$c = \sqrt{\frac{32,8}{2 \times 0,565 \frac{1,293}{9,81} 1,1^2}} \times 1,436 = 18,47, \text{ soit } 66^{\text{km}8}$$

$$\omega = \frac{c}{x \times R_1} = 115,7 \quad \text{ou} \quad N = 1105 \text{ tours.}$$

Avec  $m = 0,2$

$$x = 0,101, \quad \frac{x}{\sqrt{\beta_1}} = 1,52 \quad c = 19,52, \text{ soit } 70^{\text{km}3}$$

$$\omega = 160,5 \quad \text{ou} \quad N = 1530 \text{ tours.}$$

Avec  $m = 0,4$

$$x = 0,175 \quad \frac{x}{\sqrt{\beta_1}} = 1,36 \quad c = 17,47 \text{ soit } 62^{\text{km}9}$$

$$\omega = 90,8 \quad \text{ou} \quad N = 867 \text{ tours.}$$

Nous avons tracé, fig. 36, les courbes représentant les variations en fonction de  $m$ , c'est-à-dire du pas de l'hélice :

- de la vitesse de rotation en tours par minute, (courbe 1);
- de la vitesse de translation en km à l'heure, (courbe 2);
- du rendement de l'hélice, (courbe 3);

le couple étant supposé constant et égal à 32,8 kgm.

Les courbes 1', 2' et 3' donnent respectivement les mêmes valeurs pour le cas d'une hélice à 4 pales, au lieu de 2, de même diamètre, de 15° d'angle au centre au lieu de 18°.

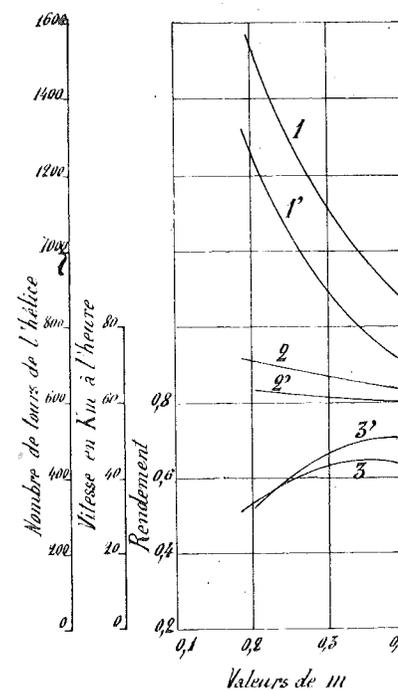


Fig. 36

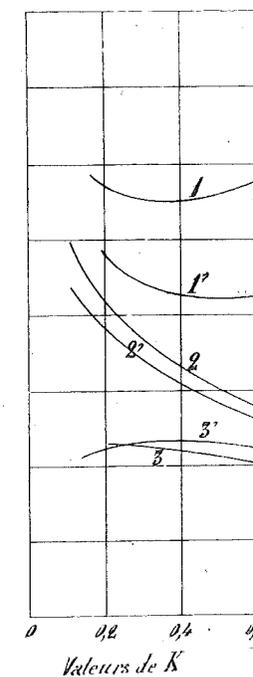


Fig. 37

L'examen des courbes montre que :

- 1) l'hélice à 4 pales donne un rendement supérieur pour les valeurs de  $m > 0,25$ ;
- 2) l'hélice à 4 pales tourne sensiblement moins vite pour un couple donné, mais la vitesse de translation imprimée à l'appareil est inférieure à celle communiquée par une hélice à 2 pales de même angle au centre.

## Problème III.

On peut se demander comment varient le nombre de tours de l'hélice et la vitesse de translation de l'appareil, lorsque l'on fait varier le coefficient de résistance  $K$ , le couple du moteur étant maintenu constant.

Nous avons calculé, pour  $m = 0,3$  et pour trois valeurs de  $K$  :

0,200            0,396            0,600

les valeurs de :

$x$              $\frac{x}{\sqrt{\beta_1}}$              $c$  et  $\omega$

Les résultats obtenus ont été mis en diagramme (fig. 37); la courbe 1 donne le nombre de tours par minute; la courbe 2, la vitesse de translation en km à l'heure; la courbe 3, le rendement de l'hélice, dans l'hypothèse d'une hélice à 2 pales, de  $18^\circ$  d'angle au centre, de  $1^m10$  de diamètre, le couple étant égal à  $32^{kgm8}$ .

Les courbes 1', 2' et 3' donnent respectivement les mêmes valeurs que les courbes 1, 2 et 3, mais pour une hélice à 4 pales de même diamètre et de  $15^\circ$  d'angle au centre.

L'examen de ces courbes montrent que :

1° l'hélice à 4 pales fournit un rendement supérieur tout au moins pour un coefficient de résistance à l'avancement élevé (0,25 au moins);

2° l'hélice à 4 pales tourne sensiblement moins vite pour un couple donné, et un même coefficient de résistance;

3° le nombre de tours de l'hélice, pour un couple constant varie de quelques %, à peine pour des variations du coefficient de résistance du simple au double, et même au triple.

REMARQUE. — Pour un type déterminé d'aéroplane, le coefficient de résistance  $K$  est fonction du poids à enlever, car c'est ce poids qui fixe pour une vitesse de propulsion

déterminée, les dimensions de la voilure et la valeur de l'angle d'attaque de celle-ci.

Pour élucider d'une manière complète la question du choix de l'hélice à placer sur un appareil déterminé, il faudrait connaître la fonction qui relie  $K$ , à  $S$  et  $\alpha$ , et qui est de la forme

$$K = \frac{\delta}{g} \left( K_1 + K_3 S \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right)$$

## Problème IV.

Un dernier problème qu'il est intéressant de résoudre est celui-ci : Déterminer la poussée  $P_1$  et le nombre de tours d'une hélice de dimensions données, tournant au point fixe, cette hélice étant commandée par un moteur fournissant un couple constant connu.

Supposons qu'il s'agisse d'une hélice ayant les dimensions suivantes

$$R_1 = 1^m10 \quad n = 2 \text{ pales} \quad \theta = 18^\circ \\ m = 0,3$$

le couple étant égal à  $32^{kgm8}$ .

La formule (34) permet de déterminer  $\omega$ ; il suffit de calculer  $\beta_1$  pour la valeur particulière  $x = 0$  :

$$\beta_1 = -k_3 f_3(m) + (2k_1 + k_2) \left( \frac{1}{5} d_x - \frac{x^2}{3} c_x \right).$$

En supposant que les coefficients qui se rapportent à notre type d'hélice, soient ceux précédemment adoptés

$$k_1 = 0,010, \quad k_2 = 0,14, \quad k_3 = 1,4,$$

on trouve

$$\beta_1 = 0,01253;$$

par conséquent

$$\omega = \sqrt{\frac{32,8}{2 \times 0,565 \frac{1,293}{9,81} 1,1^5}} \times \frac{1}{\sqrt{0,01253}} = 104^m5$$

et

$$N = 1000 \text{ tours par minute.}$$

La poussée  $P_1$  peut être calculée au moyen de la formule VI

$$P_1 = nk \frac{\delta}{g} \omega^2 R_1^2 \alpha'_1 = 2380 \times 0,08337 = 198 \text{ kg.}$$

Or cette hélice, commandée par le même moteur, est capable de propulser, comme nous l'avons vu, un appareil dont le coefficient de résistance  $K$  a pour valeur 0,396, à la vitesse de  $66^{\text{km5}}$  à l'heure, en fournissant une poussée

$$P_1 = 135 \text{ kg}$$

et en tournant à la vitesse de rotation de 1105 tours par minute.

#### CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

La théorie que nous venons d'exposer est, croyons-nous, la plus complète et la plus précise, de toutes celles qui ont été publiées jusqu'aujourd'hui, et l'on sait combien elles sont nombreuses. Nous ne pensons pas qu'il soit possible de pousser plus loin l'analyse mathématique des phénomènes qui accompagnent le fonctionnement de l'hélice propulsive : le développement des calculs qui précèdent, est déjà suffisamment long pour qu'on veuille y introduire de nouvelles complications, en vue de serrer de plus près la vérité.

Une idée qui vient immédiatement à l'esprit, est celle de remplacer l'hypothèse que nous avons faite sur la variation de  $a$  en fonction de  $R$ , en posant

$$a \times e = k R,$$

par une autre qui se rapprocherait plus de la réalité; la forme ordinairement adoptée pour la pale correspond plutôt, en effet, à une courbe parabolique.

Outre que les difficultés d'intégration deviendraient presque insurmontables, l'exactitude des résultats n'en serait guère accru : les phénomènes sont d'une telle

complexité, qu'au delà d'une certaine approximation, il est vain de vouloir chercher à condenser la vérité en formules.

Est-ce à dire qu'il faut bannir des formules? Certainement non puisqu'elles sont indispensables au constructeur pour déterminer les dimensions *à priori* de ses hélices.

A l'heure actuelle, on met en doute *la loi du carré de la vitesse* qui forme la base de tous les calculs de l'aérodynamique, par suite de l'interprétation un peu hâtive des dernières expériences sur les surfaces sustentatrices et sur les hélices; et ceux qui veulent ignorer la théorie, s'en réjouissent presque, et s'empressent de conclure à l'impuissance des mathématiques pour formuler des conclusions.

Nous verrons le parti que les expérimentateurs pourront tirer de leurs expériences, s'ils n'organisent leurs essais en vue de déterminer les coefficients de la théorie.

La théorie, en indiquant dans quelle voie doivent s'engager les expérimentateurs, permet seule de coordonner les résultats d'expériences, et de formuler des conclusions utiles pour le constructeur. Si les coefficients que la théorie suppose constants pour les besoins de la cause, sont variables, c'est à l'expérience d'indiquer dans quelles limites ils varient, et leurs valeurs en fonction des éléments du problème.

Ce qui a manqué dans l'organisation des essais, ce n'est pas l'argent, c'est quelquefois les hommes et surtout le temps : on a voulu aller trop vite, on a manqué un peu de méthode.

Il est nécessaire de répéter pour terminer que les coefficients sur lesquels nous avons basé tous nos calculs, n'ont pas été déduits d'expériences sur les hélices, mais d'expériences sur le plan mince; il ne s'agit donc de voir dans les calculs numériques que des applications de la

méthode proposée en vue de préciser les idées et d'établir une première approximation.

Une notion qu'il conviendrait de bien établir si l'on veut aboutir à des conclusions nettes et précises, est celle du *pas*. Nous avons vu la signification de ce mot pour une portion d'hélicoïde à plan directeur; pour une hélice dont le profil ne peut être assimilé à un plan mince, on peut définir le pas en disant *qu'il est mesuré par l'avance qu'il faut communiquer à l'hélice, par tour de celle-ci, pour que la poussée soit nulle.*

Il est bien entendu que cette notion n'a de signification précise que si l'hélice est tracée de manière que l'inclinaison de la corde sous-tendant le profil varie avec le rayon  $R$ , de manière à définir surface hélicoïde à plan directeur.

Tout en admettant *à priori* que les hélices à angle d'attaque constant soient avantageuses au point de vue du rendement, il est certain que les expériences devraient d'abord porter sur des hélices dont les pales seraient des portions d'hélicoïde pure, ou dont la corde sous-tendant le profil définirait une surface hélicoïde.

## SOMMAIRE.

- Pages.
1. La production de la fonte au four électrique, par PAUL NICOU, ingénieur au Corps des mines de France . . . . . 127
  2. Les hélices aériennes, par Ch. HANOCQ, Ingénieur A. I. Lg.-A. I. M., Répétiteur à l'Université de Liège. — Suite, voir tome XXXVII, 1<sup>er</sup> numéro, 1912, page 1 . . . . . 185

## BULLETIN.

Production minérale et métallurgique de la Hongrie en 1910. 235

## BIBLIOGRAPHIE.

Cours de métallurgie des métaux autres que le fer, par EUGÈNE PROST, professeur à l'Université de Liège. — I giacimenti petroliferi dell' Emilia, par E. CAMERANA et GALDI. — La métallurgie du fer, PAUL DOUMER, P. IWEINS, FRITZ THYSSEN, J. O. ARNOLD, L. BACLÉ, P. NICOU, E. DE LOIZY, WILHELM KESTRANEK, BARON DE LAVELEYE, FERNAND MEYER . . . . . 241

Pl. 8 à 12.

REVUE UNIVERSELLE DES MINES ETC. TOME XXXVII 1912

# REVUE UNIVERSELLE

DES 232 / 1

# MINES, DE LA MÉTALLURGIE

DES

TRAVAUX PUBLICS, DES SCIENCES ET DES ARTS

APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

56<sup>e</sup> ANNÉE. — QUATRIÈME SÉRIE

ANNUAIRE DE L'ASSOCIATION DES INGÉNIEURS SORTIS DE L'ÉCOLE DE LIÈGE  
CINQUIÈME SÉRIE

FÉVRIER 1912

TOME XXXVII. — 2<sup>e</sup> NUMÉRO

Société Géologique  
de Belgique  
Secrétariat  
7, Place du 20 août, 7  
LIÈGE

LIÈGE

18, Rue Bonne-Femme, 18

PARIS

H. Le Soudier, 174, Boulevard Saint-Germain

ST-PÉTERSBOURG, C. RICKER. ODESSA, G. ROUSSEAU.

MADRID, FUENTES Y CAPDEVILLE. BERLIN, ERNST & KORN. LEIPZIG, ARTHUR FÉLIX.

FREIBERG (SAXE), ORAZ ET GERLACH. MILAN, ADMINISTRAZIONE DEL Politecnico.

LONDRES, WILLIAM ET NORGATE. TURIN, BOCCA FRÈRES.

REPRODUCTION INTERDITE

Le dépôt légal a été fait en France, en Belgique et en Angleterre