

ÉTUDE SUR LE FROTTEMENT DES DISQUES EN ROTATION DANS UN FLUIDE VISQUEUX

par Ch. HANOCQ

Ingénieur A.I.Lg. et A.I.M.
Professeur à l'Université de Liège.

Les expériences que nous avons entreprises au Laboratoire de Construction des Machines de l'Université de Liège sur les pertes de charge dans les conduites forcées, en vue de vérifier les formules proposées par nous en 1922 (1), ont montré la valeur pratique de celles-ci, pour les faibles diamètres. Des expériences récentes effectuées au Laboratoire de Beauvert par M. Bourgeat sur une conduite de 300 mm., avec des moyens de contrôle particulièrement précis, ont confirmé cette conclusion pour des diamètres moyens. Les concordances établies autrefois par M. Lebeau pour les grands diamètres, avec les chiffres fournis par les formules de Lévy, permettent de dire que ces relations sont applicables dans les limites les plus étendues et avec un degré d'approximation suffisant pour les applications. Ce degré d'approximation ne pourrait d'ailleurs pas être dépassé, étant donné l'impossibilité dans laquelle on se trouve de fixer la valeur de la rugosité des tuyaux et de la contraction aux joints pour des tuyauteries de différentes provenances établies dans des conditions plus ou moins différentes au point de vue du centrage des joints et de la rectitude de l'axe. La valeur de la méthode qui nous a permis de grouper d'une façon remarquablement simple l'ensemble des résultats expérimentaux connus à ce jour pour les tuyaux cylindriques, nous a conduit à l'appliquer à la recherche d'une formule analogue se rapportant aux disques en rotation dans un milieu fluide.

Cette question ne présente pas seulement un intérêt scientifique en raison de l'analogie qui existe entre les phénomènes du frottement le long de la paroi d'un tuyau cylindrique et le long de la paroi d'un disque, mais elle présente un intérêt technique au point de vue de l'étude du rendement organique des turbo-machines.

Nous nous bornerons toutefois à envisager ici la période d'écoulement tourbillonnaire, la seule d'ailleurs qui présente un intérêt pratique et une analogie certaine avec le phénomène de frottement observé dans une conduite cylindrique. Pour établir la formule classique qui donne le couple ou la puissance absorbée, on raisonne, en effet, de la même manière que pour établir celle relative à l'écoulement tourbillonnaire dans un tuyau cylindrique.

(1) R. U. M., n° du 1^{er} février 1922 et n° du 1^{er} septembre 1927.

§ 1. — Formule pour l'écoulement tourbillonnaire

Considérons un disque tournant d'un mouvement uniforme dans un carter, dont les parois se trouvent à la distance s du disque. Les couches successives du fluide seront entraînées dans un mouvement de rotation continu dont la vitesse ira décroissant de la paroi du disque à la paroi de l'enveloppe. Il y aura donc à la fois frottement du fluide sur la paroi du disque, et frottement des différentes couches les unes contre les autres, comme dans l'écoulement à travers un tuyau cylindrique. Le phénomène sera toutefois plus complexe surtout si, la distance s étant relativement grande, une circulation radiale tend à se produire avec un retour du fluide le long de la paroi fixe vers l'axe.

Nous admettrons comme cela se fait pour établir la formule fondamentale de la perte de charge dans un tuyau cylindrique, que la résistance qui s'oppose à l'écoulement le long de la paroi est proportionnelle à la surface mouillée, au poids spécifique δ du fluide et au carré de la vitesse relative. Pour un élément pris à la distance r de l'axe, ω étant la vitesse angulaire, on aura (fig. 1) :

$$df = k\delta 2\pi r dr (\omega r)^2 \quad (1)$$

la tranche du fluide en contact avec le disque étant supposée immobile, pour prendre le cas le plus défavorable. Le couple C total pour les deux faces du disque s'en déduira immédiatement :

$$C = \frac{4}{5} k\delta \pi \omega^2 R^5 \quad (2)$$

Cette expression de C ne tient pas compte de la surface périphérique du disque dont l'épaisseur b n'est pas nulle ; cette surface donne lieu à un effort de frottement qui suit la même loi que celle énoncée ci-dessus, et partant la force tangentielle qui en résulte a pour valeur :

$$F_1 = k\delta 2\pi R b (\omega R)^2$$

donnant lieu à un moment supplémentaire

$$C' = 2\pi k\delta b \omega^2 R^4 \quad (3)$$

Le moment résistant total du disque sera donc

$$M = \frac{4}{5} \pi k\delta \omega^2 R^5 \left[1 + \frac{5b}{2R} \right], \quad (4)$$

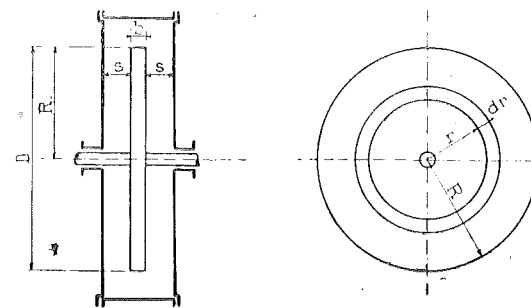


Fig. 1.

que pour la facilité des calculs, on pourra écrire

$$M = \frac{4}{5} \pi k \delta \omega^2 R_e^5 \quad (5)$$

de façon à effectuer les opérations en fonction d'un rayon fictif R_e défini par la relation :

$$R_e^5 = R^5 \left[1 + \frac{5b}{2R} \right]$$

$$\text{ou} \quad R_e = R \left[1 + \frac{5b}{2R} \right]^{1/5} \quad (6)$$

Comme b est presque toujours très faible par rapport à R , nous pourrons nous limiter aux deux premiers termes du développement du binôme et écrire

$$R_e = R \left[1 + \frac{b}{2R} \right] \quad (7)$$

La puissance absorbée par seconde en chevaux sera donc donnée par

$$N_e = \frac{4}{5} \cdot \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 R_e^5 \quad (8)$$

Le coefficient k qui figure dans ces formules a la même signification que celui défini pour les tuyaux cylindriques par la relation

$$\lambda = 2 g k$$

λ étant un coefficient sans dimensions. La loi de variation de ce coefficient k avec les dimensions du disque, sa vitesse et la viscosité du fluide, est toutefois plus complexe que pour les tuyaux cylindriques et nous allons chercher à l'établir en nous basant sur toutes les expériences importantes connues à ce jour.

Comme dans le cas de tuyaux, k est fonction de la viscosité, de la vitesse relative du fluide par rapport à la surface et d'une dimension linéaire du disque ; partant on pourra montrer que la fonction qui en fixe la valeur est de la forme

$$k = \varphi \left(\frac{\omega R_e^2}{\nu} \right) \quad (9)$$

dans laquelle $\nu = \frac{\mu g}{\delta}$ désigne la *viscosité cinématique*, la quantité entre parenthèses représentant ce que nous avons appelé le coefficient de Reynolds et désigné par α ; nous aurons ainsi

$$k = \varphi(\alpha) \quad (10)$$

En exprimant δ et R_e dans les unités kg.-m.-sec., en donnant à μ sa valeur trouvée dans les tables de constantes physiques (unités cgs) il y a lieu de remarquer qu'il faut introduire le rapport des unités 10 g et écrire pour la valeur de α

$$\alpha = \frac{10 \delta \omega R_e^2}{\mu} \quad (11)$$

§ 2. — Analyse des résultats expérimentaux

Dans tous les essais analysés, nous avons cherché à exprimer la valeur de $10^6 k$ et tracé le diagramme en fonction de α .

Les premiers essais examinés ont été ceux de Le-Conte, Gibson et Unwin sur les disques tournant *dans l'eau*. (1).

Les disques expérimentés par Le-Conte (Université de Californie, 1910) étaient en laiton et en fonte et leurs rayons variaient de 4" à 9". Pour les disques en laiton l'enveloppe était également en laiton. Les résultats fournis indiquaient la puissance absorbée pour un nombre de tours déterminé ; nous en avons déduit au moyen des équations (8) et (11) les valeurs du coefficient de résistance k et du coefficient de

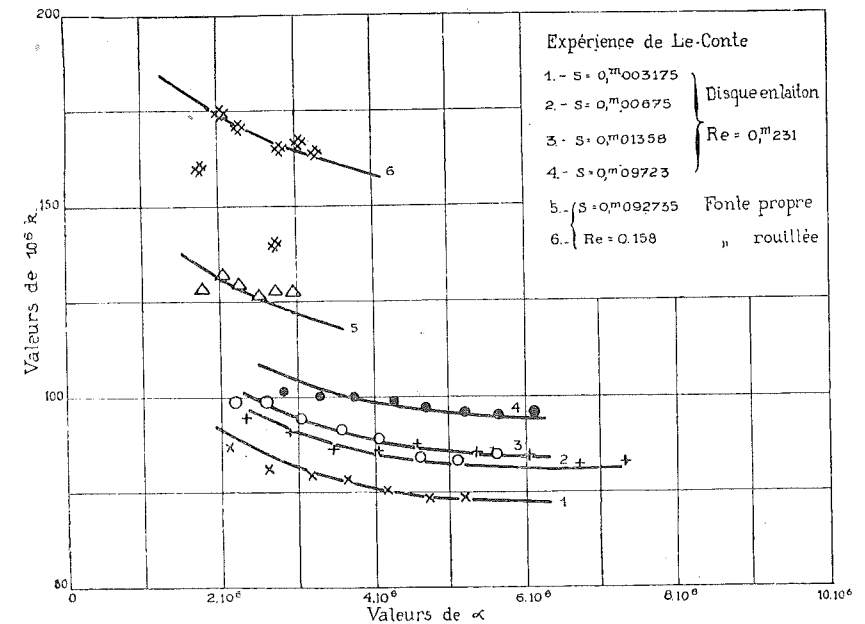


Fig. 2.

(1) Hydraulics and its applications, par A. H. Gibson, pages 183 et suivantes.

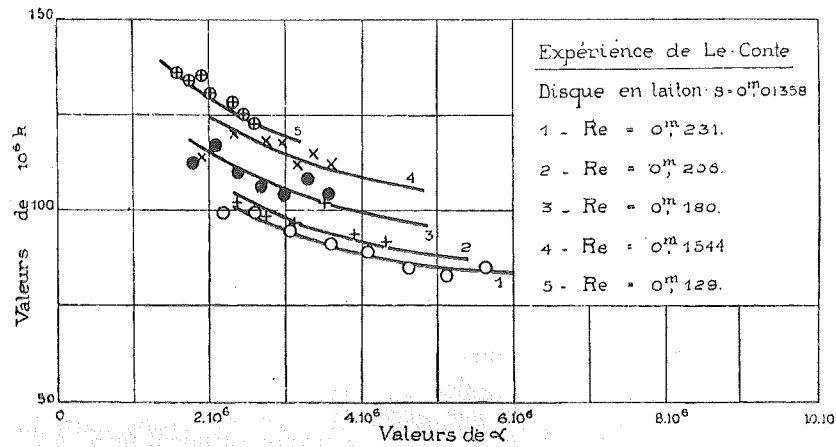


Fig. 3.

Reynolds α correspondant à chacun des cas envisagés. Les figures (2), (3) et (4) traduisent les résultats de ces essais. Comme on le voit, le coefficient k dépend à la fois des dimensions du disque et de la distance du disque à l'enveloppe. Comme dans le cas des tuyaux cylindriques rugueux, ce coefficient k augmente quand les dimensions diminuent ; on peut ajouter qu'il croît également lorsque le rapport s/R augmente.

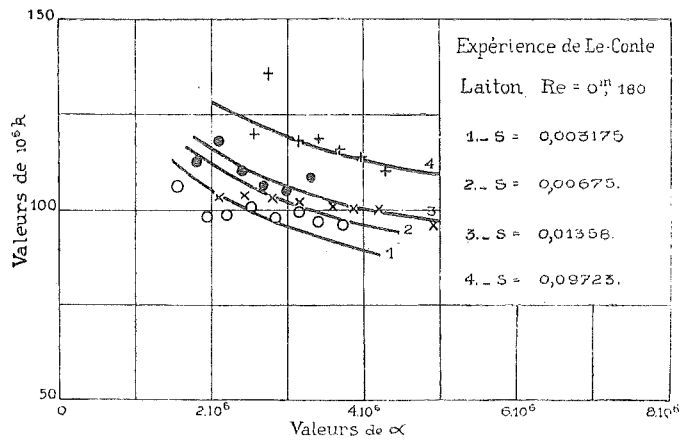


Fig. 4.

La figure (5) donne les courbes analogues pour les essais de Unwin et Gibson sur des disques en laiton polis dans des enveloppes polies ou rugueuses. Les courbes obtenues pour ces essais sont parallèles à celles

de Le-Conte, les valeurs du coefficient étant toutefois plus faibles, à cause de la rugosité moindre des parois. On doit observer toutefois que les essais de Gibson effectués avec un disque poli dans une cage polie puis dans une cage rugueuse n'ont donné pratiquement qu'une seule courbe, ce qui pourrait paraître une contradiction avec ce qui vient d'être dit, mais il faut remarquer que la distance entre le disque et la paroi fixe a varié d'un essai à l'autre, cette distance étant 9 fois plus petite dans le cas de la cage rugueuse que dans le cas de la cage polie ce qui devait diminuer beaucoup le coefficient de perte dans ce dernier cas et compenser ainsi l'influence de la rugosité de la paroi.

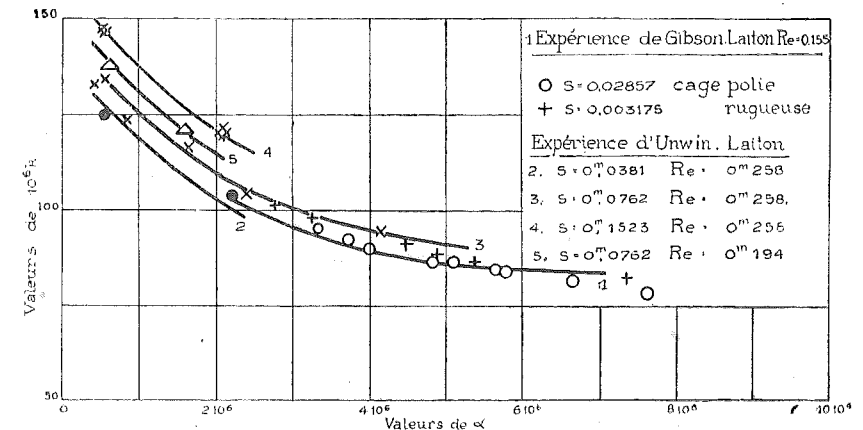


Fig. 5.

Ces essais étant analysés et ces résultats groupés dans les figures (2), (3) et (4) pour les disques rugueux, figure (5) pour les disques polis, nous avons ensuite analysé de la même manière les essais de Kempf cités par Karman (1). Ces essais ont été effectués avec des disques polis en bois, en laiton et en paraffine de quatre diamètres différents tournant dans l'eau sans enveloppe.

Comme, entre le coefficient C_r fourni par l'auteur et notre coefficient k , il existe la relation

$$10^6 k = 20.300 C_r,$$

nous avons pu déduire les valeurs du coefficient k , nous y avons apporté une correction pour tenir compte de l'épaisseur des disques suivant la formule (7). Ces valeurs ayant été portées sur le diagramme de la fig. (6) courbe 1, nous avons pu constater que pour ce cas particulier de disques

(1) Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik, par Th. v. Karman et T. Levi-Civita, page 168. (Julius Springer, 1924).

polis tournant dans une masse fluide non limitée, la valeur de k ne dépend pas du diamètre, puisque tous les points se groupent sur une courbe unique. En comparant celle-ci à celles déduites des essais de Gibson et d'Unwin pour les valeurs de s/R égales respectivement à 0,185 et à 0,296, courbes (3) et (2), nous pouvons en conclure que k diminue à mesure que s/R diminue et ceci s'explique par le fait que la masse d'eau entraînée par la rotation du disque tend à diminuer avec s/R .

Par contre, ces mêmes expériences ayant été faites avec des diamètres différents, il est possible de vérifier, ainsi que le démontrent les diagrammes présentés plus loin, que k est indépendant du diamètre, même dans le cas d'un espace limité, si l'on a affaire, bien entendu, à des disques polis et des cages polies,

Toutes ces conclusions se rapportent exclusivement à des essais effectués avec des disques tournant dans l'eau. En vue de nous rendre compte de l'influence de la nature du fluide sur le coefficient k et l'allure des courbes, nous avons fait appel aux essais d'Odell⁽¹⁾ sur des disques tournant à l'air libre, ces expériences ayant été faites avec des disques en papier de 4 diamètres différents entraînés par un moteur électrique. La puissance absorbée à vide et en charge étant mesurée pour des nombres de tours variant de 100 à 2000 t/m., la courbe du coefficient de perte pouvait en être déduite. Comme on le voit, elle est parallèle à celles obtenues pour des disques tournant dans l'eau, mais les coefficients sont plus élevés pour la même valeur de α . Les points sont assez réguliers pour les disques de grand diamètre ; pour les disques de faible diamètre, les points sont au contraire très irréguliers, ce qui peut s'expliquer par le fait que les puissances correspondant aux faibles diamètres devaient être, toutes choses égales, 300 fois plus petites que celles mesurées pour les grands, cette puissance variant comme la 5^{me} puissance du diamètre. Que les points observés soient tous situés au dessus de la courbe trouvée pour l'eau, cela n'a rien qui doive étonner, car, comme nous l'avons dit, s'il se forme un courant vers le centre pour remplacer la couche fluide glissant tangentielle-ment le long du disque, le phénomène aura plus d'importance pour l'air que pour l'eau, surtout si le disque tourne à l'air libre : celui-ci tendra à former un véritable ventilateur, aspirant au centre et refoulant à la périphérie, et à la perte propre au frottement s'ajoutera la perte supplémentaire due à la ventilation. Comme la puissance absorbée par un ventilateur varie également comme N^3 , les deux termes s'ajouteront, l'effet de la ventilation étant simplement de déplacer la courbe du coefficient k parallèlement à elle-même.

En vue de traduire en formule les résultats expérimentaux analysés, nous avons cherché à nous entourer du plus grand nombre de valeurs

(1) *Engineering* 1904, pages 33 et suivantes.

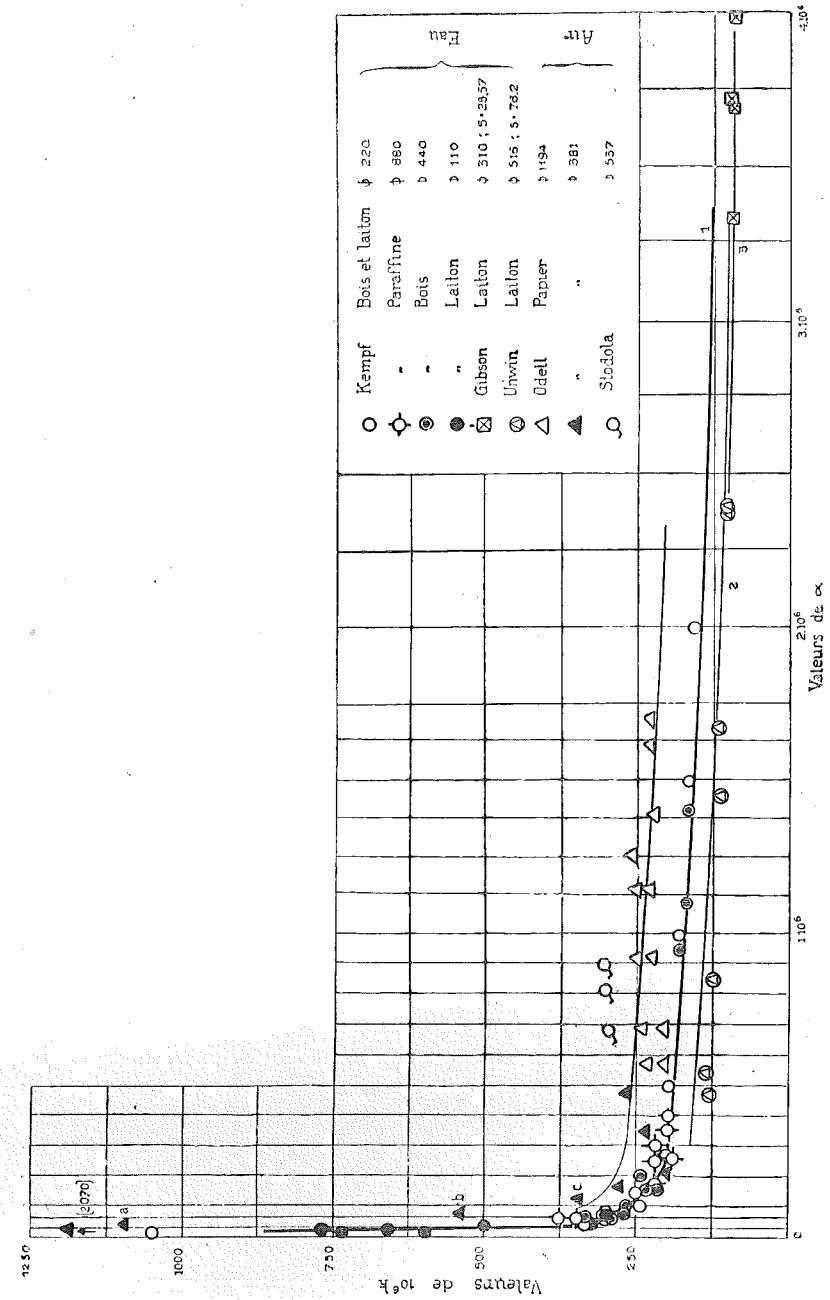


Fig. 6.

possible et c'est pour ne laisser aucun phénomène accessoire dans l'ombre que nous avons porté les valeurs de 10^6k fournies par les essais de Stodola (1) sur un disque lisse tournant dans l'air, bien que ces points sortent un peu de la courbe d'Odell. Nous croyons que cette différence peut s'expliquer par la présence de trous d'équilibrage dans les disques dont l'effet est encore d'accroître légèrement le couple résistant en amorçant des remous à proximité du disque.

§ 3. — Recherche d'une formule représentant le coefficient de résistance 10^6k

Comme on le voit, les courbes obtenues sont toutes parallèles entre elles et les asymptotes de ces courbes seules varient. Il en résulte que 10^6k pourra être représenté par une loi de la forme

$$10^6k = \frac{A}{\alpha^n} + B \quad (12)$$

dans laquelle B est l'ordonnée de l'asymptote à la courbe donnant 10^6k . Nous avons recherché toutes les asymptotes des courbes tracées dans les figures (2) à (6), nous en avons déduit B, et nous avons porté sur le diagramme de la figure (7) les log. ($10^6k - B$) en fonction de log. α . On voit que tous les points expérimentaux se groupent dans une plage assez étendue mais qu'en dehors de 5 points *a, b, c, d, e* se rapportant aux disques d'Odell, de petit diamètre, on peut avec une approximation suffisante les considérer comme groupés autour d'une droite moyenne. Il faut, pour comprendre cette conclusion, observer que les points marqués sur ce diagramme se rapportent à différents expérimentateurs et à des disques de toutes natures et dimensions pour des fluides de viscosités très différentes. En vue de mieux faire apprécier le degré d'approximation de cette conclusion, nous avons réuni sur le diagramme de la figure (8) les résultats déduits de nos essais sur les tuyaux en fer et en fonte de 50, 40, 30 et 20 mm. de diamètre. Comme on peut le voir, malgré tous les soins apportés à ces essais qui nous ont conduit à une erreur expérimentale relativement faible sur la valeur de 10^6k , nous n'avons trouvé que des points relativement épars ne se rapprochant guère plus de la courbe moyenne que ceux de la figure (7).

Nous considérons donc comme établi que le coefficient k peut être représenté par la formule (12) binôme où A et n restent des constantes pour tous les disques et tous les fluides, le coefficient B étant variable et dépendant des dimensions des disques, de la position relative des parois fixe et mobile et de la rugosité de ces parois. L'inclinaison de la droite de la figure (7) nous permet de calculer la valeur des coefficients A et n ; nous trouvons $A = 347.000$ et $n = 2/3$. La relation (12) est donc

(1) Turbines à vapeur et à gaz, par Stodola, traduction par E. Hahn, page 153. Ed. Dunod, Paris.

Chargement de navires par bandes transportées « Heckel » en Tunisie.
Débit horaire : 200 T.

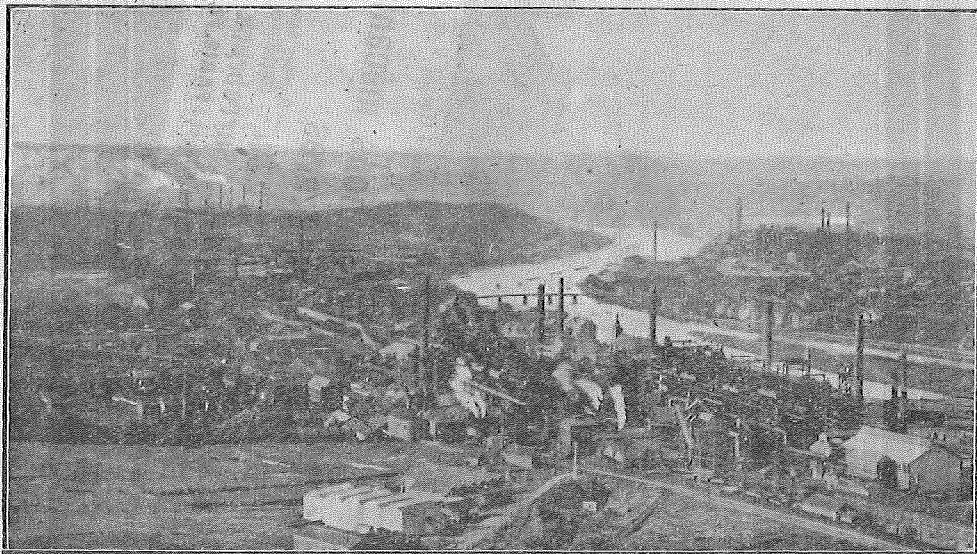
Transports et Manutentions mécaniques en tous genres

Bandes transportées. — Gerbeuses, etc.
Trénages mécaniques. — Extraction par bennes. — SARRERBRUCK (Sarre)
Transporteurs aériens. — Voies de manœuvre. — Extraction par bennes. — SARRERBRUCK (Sarre)
Bureau à CHARLEROI 38, Bd Audent, tél. 403, et à PARIS, 73, rue la Boétie

SOCIETE ERNEST HECKEL

Soc. A^{me} OUGRÉE-MARIHAYE, à Ougrée

Charbonnages — Hauts Fourneaux — Fonderies — Acieries — Laminoirs — Ponts et Charpentes
 Charbons et Coke — Ciments — Broyage de Scories THOMAS sous le contrôle des Laboratoires
 d'analyses de l'Etat.



ACIERS THOMAS, SIEMENS-MARTIN, ACIERS ÉLECTRIQUES SPÉCIAUX

Tôles fortes de 5 à 32 mm. d'épaisseur et plus fortes à convenir

Tôles fines en acier doux Thomas, recuites en vase clos, convenant spécialement pour la galvanisation et l'émaillage; Tôles spéciales pour carrosserie; — Tôles magnétiques avec pertes maxima garanties de 1w6, 2w, 2w6 3w et 3w6. — Tôles étirées, tôles décapées une ou deux fois; Tôles lisses, lustrées, bleues lisses de 0,3 à 2 mm. d'épaisseur; largeur maximum 1,00 m., en longueurs variables suivant épaisseurs et jusqu'à 3,00 m. maximum.

FEUILLARDS ET BANDES A TUBES. de 16 à 216 mm. de largeur sur 0,9 à 8 mm. d'épaisseur (suivant largeur). en rouleaux de 75 et 150 kilogr. en une seule longr.

Rails, Eclisses, Traverses, Bandages, Essteux, Pièces martelées, Blocs pour matrices d'estampage, Poutrelles, Barres U, Aciers marchands et profilés, Barres à béton; Unies et crénelées, Lames de ressorts, Aciers pour fleurets de mines et canons de fusils, Verges pour Tréfileries, Aciers pour Automobiles, Piquets de clôture, Palplanches, Poutres rivées, Charpentes et Ponts.

CHAUFFAGE AU CHARBON PULVÉRISÉ

Centrales de pulvérisation QUIGLEY, Appareils individuels REX ou WAUTHIER

Moulins à rouleaux REMA, Sécheurs verticaux RÉOL

TRANSPORT PNEUMATIQUE des charbons, ciments etc...

Monopole exclusif des ventes :
Société Commerciale de Belgique — OUGRÉE

Adresse télégraphique :
 Socobelge-Ougrée

$$10^6 k = \frac{347.000}{\sqrt[3]{\alpha^2}} + B \quad (13)$$

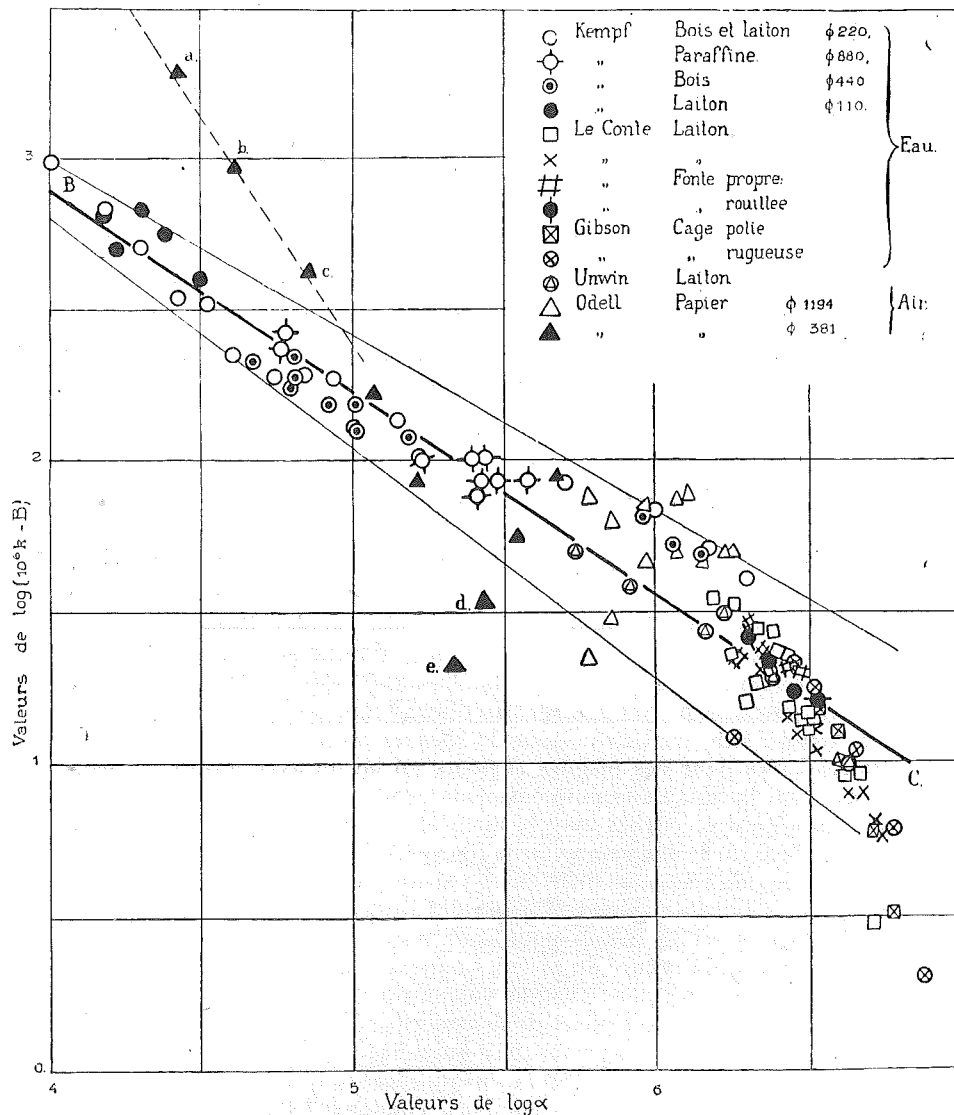


Fig. 7.

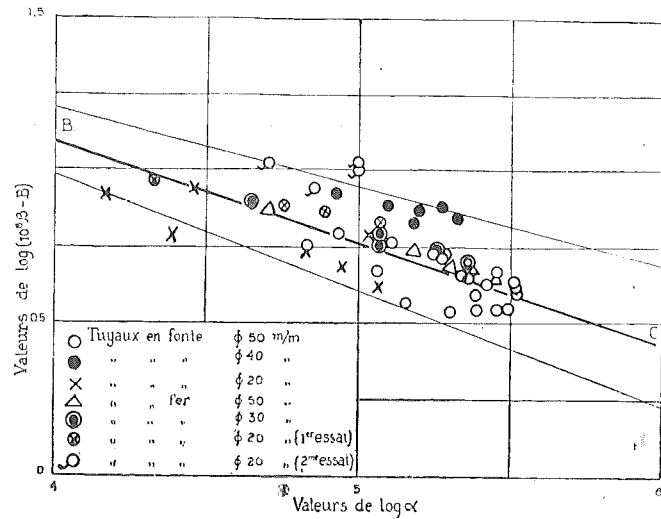


Fig. 8.

§ 4. — Détermination du coefficient B

Les figures (2) à (4) montrent que le coefficient B, qui est l'asymptote de la courbe de $10^6 k$ en fonction de α , varie avec le diamètre et la distance entre les parois fixe et mobile pour les disques rugueux. Pour les disques polis le diamètre n'a plus d'influence sur la résistance de frottement mais par contre la distance entre les parois fixe et mobile garde sa prépondérance. En relevant les asymptotes des courbes de Kempf, Gibson, Unwin pour les *disques polis* et celles des courbes de Le-Conte pour des disques rugueux en laiton avec enveloppe également en laiton, nous pouvons nous rendre compte comment varie l'asymptote des courbes avec le diamètre et avec le rapport s/R . Nous avons tracé sur le diagramme de la figure (9) les courbes du coefficient B en fonction de s/R pour différentes valeurs du rayon fictif R_e pour les disques en laiton rugueux et pour des disques polis. On voit que la courbe de B est la même pour tous les disques polis, quel que soit le diamètre ou la nature du métal, tandis que pour les disques rugueux il y a une courbe pour chaque valeur du diamètre et pour chaque nature du métal du disque et de l'enveloppe. Nous avons reporté sur le même diagramme le point marqué *a* qui se rapporte à un disque en fonte propre de rayon $R_e = 0,158$ m. et qui montre que la *fonte propre* au point de vue du frottement se comporte comme le laiton. Le diagramme de la figure (9) permet de trouver le coefficient B dès que l'on connaît les dimensions du disque et de l'enveloppe s'il s'agit d'un disque

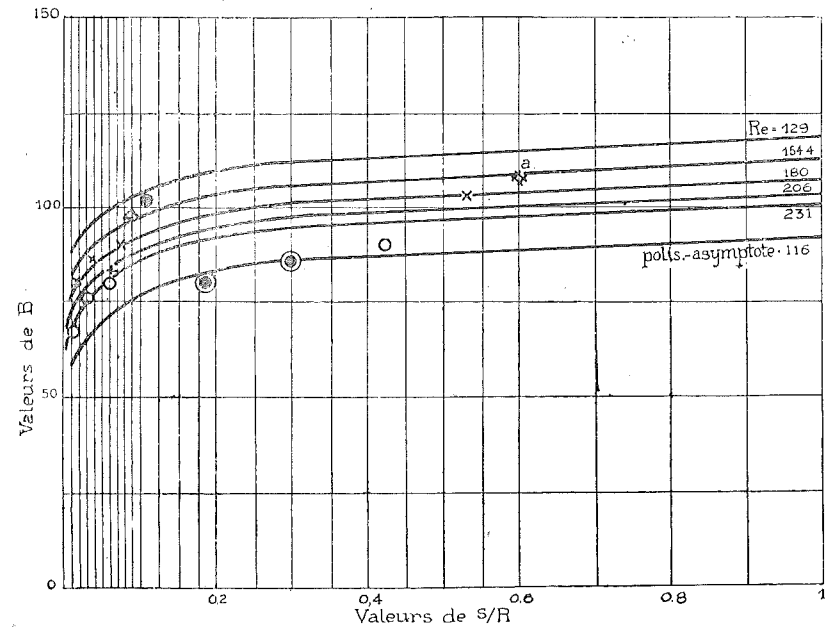


Fig. 9. — Valeurs du coefficient B pour le laiton.

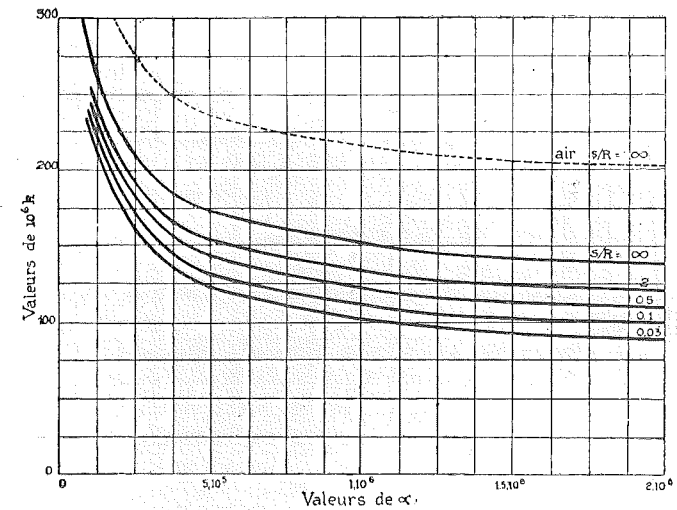


Fig. 10. — Valeurs du coefficient $10^6 k$ pour des disques polis.

en laiton tournant dans une enveloppe de laiton ou de fonte propre, ou du rapport s/R seul, s'il s'agit d'un disque poli ; par l'application de la formule (13) on peut alors trouver la valeur du coefficient 10^6k pour une valeur de α donnée.

La figure (10) représente le faisceau de courbes de 10^6k en fonction de α pour des disques polis et des cages polies pour différentes valeurs du rapport s/R . Ces courbes restent valables pour des disques de toutes dimensions et de toute nature, pour tout fluide liquide et gazeux.

Pour le cas de rotation dans l'air libre nous savons qu'il y a une perte supplémentaire due à la ventilation ; comme la perte totale est donnée, par la courbe pointillée tracée sur le même diagramme, la perte supplémentaire sera mesurée par la différences des ordonnées. Ajoutons encore que dans le cas de fluides très visqueux, comme les huiles lourdes, par exemple, on doit toujours considérer les disques et les parois de l'enveloppe comme polis à cause de la couche d'huile qui vient adhérer à la paroi ainsi que nous avons déjà eu l'occasion de le faire ressortir pour les cas de pompage des huiles lourdes et de l'eau boueuse (1).

§ 5. — Application au calcul du rendement organique d'une pompe ou d'une turbine

Nous allons monter par un exemple numérique comment on peut utiliser les formules et les diagrammes de cette étude en vue de calculer la puissance absorbée par le frottement d'une roue de pompe centrifuge ou de turbine, tournant dans une enveloppe remplie d'un fluide de qualité connue. Adoptons une roue d'une pompe centrifuge (fig. 11) de 406 mm. de diamètre extérieur tournant à la vitesse de

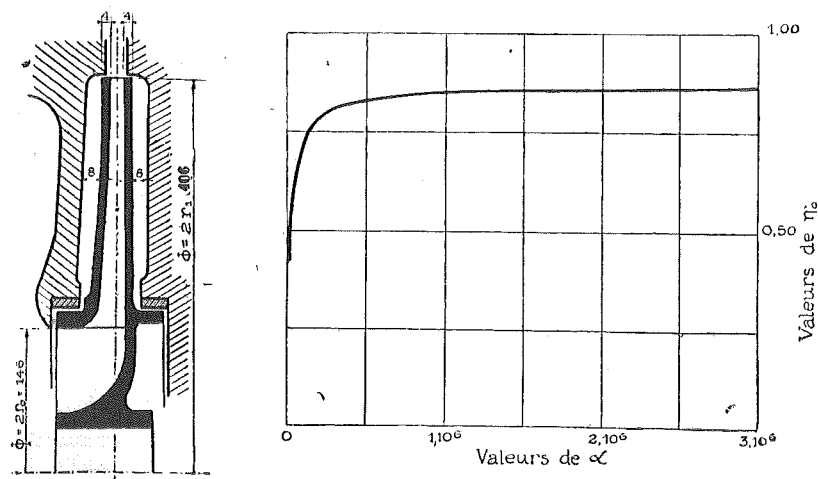


Fig. 11.

(1) R. U. M. n° du 1^{er} septembre 1927.

1450 t/m., le fluide pompé étant de l'eau ou une huile quelconque dont la densité et la viscosité à la température du régime sont connues. Le frottement a lieu sur les faces externes des flasques et sur la périphérie de la roue. En négligeant le rayon à l'ouïe $2r_0$, vis-à-vis du rayon extérieur $2r_1$ (ce qui peut se faire parce que la puissance absorbée par le frottement varie comme la 5^{me} puissance du rayon), nous pourrions considérer la roue, au point de vue du frottement, comme un disque plein de diamètre 400 mm. et de largeur $b = 8$ mm., tournant dans une enveloppe dont les parois sont distantes de $s = 8$ mm. La roue étant en bronze poli et les parois de l'enveloppe également bien lisses, le diagramme de la fig. 9 nous donnera pour un disque poli et pour $s/R = 0,04$ la valeur $B = 70$ et dès lors le coefficient de résistance sera donné par la formule (13).

$$10^6k = \frac{347.000}{\sqrt[3]{\alpha^2}} + 70 \quad (14)$$

dans laquelle la valeur de α devra être calculée d'après la relation (11)

$$\alpha = \frac{10\delta\omega r_e^2}{\mu} \quad (15)$$

Dans notre exemple r_e est déterminé d'après la formule (7) et donne $r_e = 0,205$ m. Pour l'eau avec $\delta = 1000$ kg/m³ et $\mu = 0,010$ correspondant à une température de 20°, nous aurons $\alpha = 6.384.000$ et partant $10^6k = 80$.

La puissance absorbée par frottement aura donc pour valeur :

$$N_f = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 r_e^5 = 3,41 \text{ chevaux}$$

Si la pompe utilisait non de l'eau, mais une huile dont les caractéristiques seraient $\delta = 910$ kg/m³ et $\mu = 0,415$ à une température donnée de 20°, nous aurions

$$\alpha = 140.000$$

et partant $10^6k = 198,5$, ce qui conduirait à une puissance absorbée de $N_f = 7,7$ chevaux.

Ainsi, si la puissance absorbée par la pompe exempte de toutes pertes externes était $N_i = 25$ chevaux, à son débit normal, le rendement organique, abstraction faite de pertes propres aux bourrages et paliers, que nous désignerons par η'_0 , atteindrait

$$\eta'_0 = \frac{N_i}{N_i + N_f} = \frac{1}{1 + \frac{N_f}{N_i}}$$

Pour la pompe utilisant de l'eau, on trouve ainsi $\eta'_0 = 0,88$; pour la pompe utilisant de l'huile $\eta'_0 = 0,765$. Il est possible de tracer un diagramme unique donnant η'_0 pour un débit constant en fonction de α , quels que soient le fluide pompé et la vitesse de rotation. Le diagramme de la figure (11) donne la courbe de η'_0 en fonction de α pour un débit de 100 m³/h. correspondant à une puissance $N_i = 25$ chevaux.

§ 6. — Vérification au moyen des formules théoriques des courbes expérimentales fournies par une pompe centrifuge pompant des liquides visqueux

Les résultats d'essais qui nous ont été communiqués par M. Cameron, ingénieur en chef aux *Ateliers de Construction Hayward Tyler*, sur une pompe centrifuge utilisant des liquides de plus en plus visqueux, nous ont donné une occasion particulièrement intéressante d'utiliser le calcul des pertes par frottements externes, que nous venons d'exposer, et de vérifier d'une manière remarquable les déductions de la théorie concernant les courbes caractéristiques des pompes centrifuges. Ne possédant que le diamètre de la roue de la pompe centrifuge, 16'', et le diamètre de l'orifice du refoulement, 4'', nous avons dû déduire de la courbe hauteurs-débits qui nous était fournie pour l'eau, les autres dimensions probables : largeur de la roue, rayon à l'ouïe, angles d'entrée et de sortie de l'aubage. Sans doute, un tel calcul peut introduire des erreurs d'une certaine importance au point de vue absolu mais au point de vue de la comparaison des résultats obtenus pour des liquides de viscosités différentes, les erreurs doivent être considérées comme négligeables.

Voici la marche que nous avons suivie. Pour chaque huile utilisée dont le tableau p. 23 donne la densité et la viscosité à la température d'utilisation, nous possédions la courbe de hauteur en fonction du débit de même que les puissances absorbées ; il nous était donc possible de déduire de la première courbe la valeur du coefficient manométrique

$$M = \frac{2 g H'}{u_1^2} \text{ en fonction de } \alpha = \frac{w_1}{u_1}$$

rapport de la vitesse relative à la sortie de la roue à la vitesse périphérique u_1 .

La théorie nous permettant de calculer d'autre part le coefficient de puissance $P = (a + bx)$ unique, quel que soit le fluide pompé,

Tableau donnant les caractéristiques des fluides pompés

Fluide pompé	Densité δ kg/m ³	Coefficient de viscosité absolu μ u.cgs.
Eau	1000	0,010
Benzine	768	0,00723
Warm-Residium	910	0,415
Cold-Residium	938	5,580
Heavy-Oil 89°F	948	10,22
Heavy-Oil 84°F	948	14,3

a et b étant, en effet, des fonctions des proportions et des angles (1) nous pouvions en déduire le rendement indiqué

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P}$$

pour chaque espèce de fluide. Utilisant alors les formules du rendement organique, nous avons calculé η_0 et déduit de la courbe du rendement total observé avec l'eau comme fluide pompé, la valeur du coefficient $(1 - f/Q)$ qui tient compte des fuites, par application de la formule

$$\eta_t = \eta_0 \times \eta_i \times (1 - f/Q) \quad (16)$$

Les courbes de la figure (12) donnent les courbes expérimentales du coefficient manométrique M fournies pour les différents liquides ainsi que la courbe du rendement total η_t obtenue pour l'eau et la benzine. La courbe marquée P est la courbe calculée du coefficient de puissance.

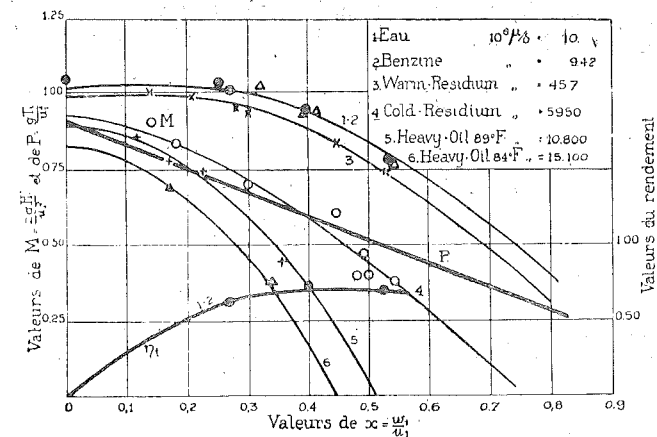


Fig. 12.

(1) Théorie et construction des turbo-machines, par Ch. Hanocq.

En procédant comme nous venons de l'indiquer nous avons obtenu successivement à la vitesse $N = 1450$ t/m. les chiffres suivants :

A) Pour l'eau (voir l'exemple numérique (§ 5))

$$\alpha = 6.384.000, \quad B = 70, \quad 10^6 k = 80$$

Puissance absorbée par les frottements des flasques $N'_f = 4,51$ ch.

Puissance absorbée par les frottements dans les paliers et bourrages évaluée à $N''_f = 0,51$ ch.

Puissance totale absorbée par les frottements externes

$$N_o = N'_f + N''_f = 3,92 \text{ ch.}$$

Puissance indiquée en fonction de P et de x , $N_i = 115 x P$.

Valeur du rendement organique, par définition

$$\eta_o = \frac{N_i}{N_i + N_o} = \frac{1}{1 + \frac{N_o}{N_i}}$$

avec

$$\frac{N_o}{N_i} = 0,0341 \frac{1}{x P}$$

Rendement effectif

$$\eta_e = \eta_i \times \eta_o$$

et enfin,

$$1 - f/Q = \eta_i / \eta_e$$

La courbe ainsi obtenue est tracée fig. (13), courbe 1.

B) Pour la benzine dont la valeur $\frac{\mu}{\delta} = 9,42 \cdot 10^{-6}$ est sensiblement la même que pour l'eau, nous avons trouvé pour η_o et $(1 - f/Q)$ des valeurs qui sont pratiquement les mêmes que celles calculées ci-dessus.

C) Pour le Warm-Residium dont le rapport $\frac{\mu}{\delta}$ est près de 50 fois plus élevé et dont δ est égal à 910 kg/m^3 nous avons trouvé

$$\alpha = 140.000, \quad 10^6 k = 198,5$$

$$N'_f = 7,7 \text{ ch.}, \quad N''_f = 0,51 \text{ ch.}, \quad N_o = 8,21 \text{ ch.}$$

$$N_i = 104,6 x P, \quad \frac{N_o}{N_i} = 0,0785 \frac{1}{x P}$$

et enfin pour η_o , la courbe indiquée sous le N° 3 en trait fort, figure (13). Pour déterminer les fuites, nous avons posé, en partant de la théorie des fuites

$$f/Q = A k_2 \sqrt{M'} \quad (17)$$

dans laquelle A dépend des dimensions de la roue et du joint ainsi que du coefficient de débit x , k_2 étant un coefficient qui tient compte de la

perte de charge au joint, M' représentant le coefficient manométrique correspondant à la pression fournie par la roue seule. En admettant que

le degré de réaction $r = \frac{M'}{M}$ soit constant pour tous les fluides, nous aurons, pour une valeur de x donnée

$$f/Q = A' k_2 \sqrt{M'} \quad (18)$$

quel que soit le fluide pompé.

On voit donc que la valeur de la fuite relative f/Q pour les différents fluides se trouve proportionnelle au produit $k_2 \sqrt{M'}$ pour un même débit de la pompe. Or le coefficient k_2 se trouve en relation avec le coefficient de perte de charge $10^8 \beta$ à travers le joint. En effet, en appliquant au joint le théorème de Bernoulli et en admettant que la perte au joint soit proportionnelle à la surface mouillée, au carré de la vitesse et à la densité du fluide, on arrive à la relation (1)

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{1,5 + a \cdot 10^8 \beta}}$$

dans laquelle la constante a ne dépend que des dimensions du joint.

Comme nous avons obtenu par le calcul précédent la valeur des fuites pour l'eau, il nous a été possible d'en déduire la valeur des coefficients α et $10^8 \beta$ correspondant à la section de fuites de la roue. Le coefficient α variant comme μ/δ quand on passe d'un fluide à un autre, nous avons pu calculer la valeur de α et de $10^8 \beta$ pour une huile donnée et nous rendre compte de la variation possible du coefficient k_2 .

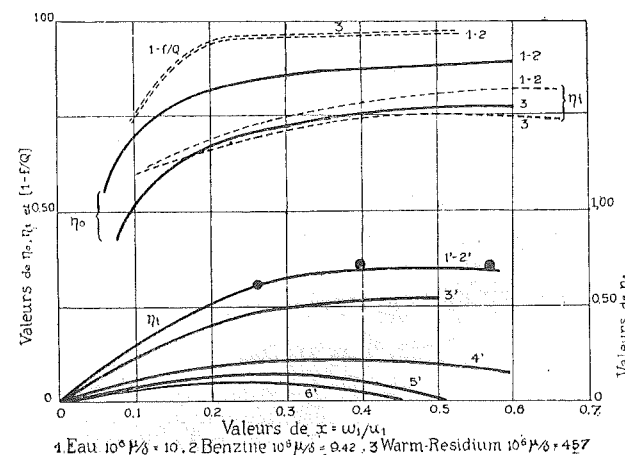


Fig. 13.

(1) Théorie et construction des turbo-machines, par Ch. Hanocq, page 327.

Nous nous sommes ainsi trouvé en mesure de calculer f/Q en fonction de x pour une huile déterminée.

La courbe correspondant au *Warm-Residium* est tracée figure (13), courbe 3 pointillée. Les rendements partiels étant déterminés, nous avons pu en déduire le rendement total η_t et le porter en diagramme sur la même figure (13) (courbe 3').

D) Pour le *Cold-Residium*

$$\frac{\mu}{\delta} = 5950.10^{-6}, \quad \delta = 938 \text{ kg/m}^3.$$

On trouve $\alpha = 10700, 10^6k = 785$

$$N'_f = 31,4 \text{ ch.}, \quad N''_f = 0,51 \text{ ch.}, \quad N_0 = 31,91 \text{ ch.}$$

$$N_i = 108 xP \text{ et partant } \frac{N_0}{N_i} = 0,295 \frac{1}{xP}$$

La courbe correspondant à η_0 est tracée figure (14), courbe 4 en trait fort.

Les fuites calculées par la méthode exposée plus haut sont données par la courbe 4 en trait pointillé. En calculant la courbe de η_1 comme cela a été indiqué plus haut, on peut trouver la courbe du rendement total η_t . Cette courbe 4' concorde d'une manière très satisfaisante avec les résultats expérimentaux.

E) Avec le *Heavy Oil* 89°F.

$$\frac{\mu}{\delta} = 10800.10^{-6}, \quad \delta = 948 \text{ kg/m}^3.$$

On trouve $\alpha = 5900 ; 10^6k = 1135$

$$N'_f = 46 \text{ ch.} \quad N''_f = 0,51 \text{ ch.} \quad N_0 = 46,51 \text{ ch.}$$

$$N_i = 109 xP \text{ et } \frac{N_0}{N_i} = 0,426 \frac{1}{xP}$$

On en déduit la valeur de η_0 représentée par la courbe 5 en trait fort (figure 14).

Les pertes de charge étant très élevées et la courbe du coefficient manométrique très plongeante, les fuites se trouvent être négligeables. La courbe du rendement total représentée par la courbe 5 marquée η_t , est en concordance parfaite avec les résultats d'essai.

F) Pour le *Heavy Oil* 84°F

$$\frac{\mu}{\delta} = 15100.10^{-6}, \quad \delta = 948 \text{ kg/m}^3.$$

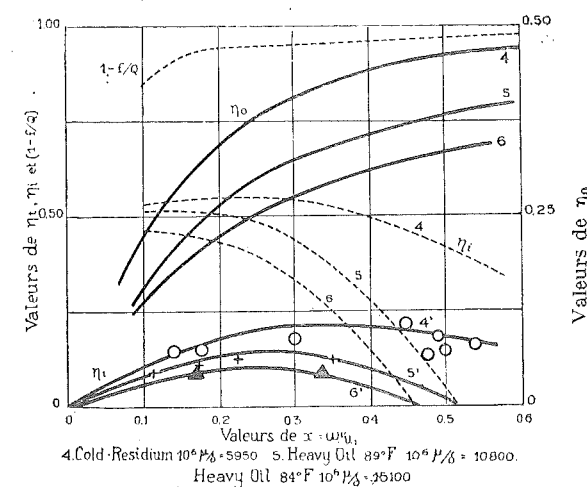


Fig. 14.

On trouve dans ce cas

$$\alpha = 4230 ; 10^6k = 1400$$

$$N'_f = 56,6 \text{ ch.} ; \quad N''_f = 0,51 \text{ ch.} ; \quad N_0 = 57,11 \text{ ch.}$$

$$N_i = 109 xP \text{ et } \frac{N_0}{N_i} = 0,524 \frac{1}{xP}$$

Les courbes correspondantes sont tracées sur le diagramme de la figure (14) sous le n° 6 et montrent encore une concordance complète des points expérimentaux donnant le rendement total η_t et les valeurs calculées.

Conclusions

La méthode si féconde introduite par Lebeau et par nous pour le calcul des pertes de charge dans les conduites cylindriques, s'est donc trouvée ici encore particulièrement décisive pour l'étude des pertes par frottement des disques tournant dans un liquide visqueux. Comme pour la première application, en effet, elle nous a permis de grouper dans une seule formule les résultats de toutes les expériences effectuées non seulement avec un fluide comme l'eau, mais avec un fluide comme l'air, quels que soient le diamètre, la rugosité du disque et la distance de celui-ci à la paroi.

Nous aurons l'occasion de montrer plus tard que la forme binôme adoptée pour la fonction donnant $10^8\beta$ est d'ailleurs la seule formule rationnelle qui tient compte des phénomènes physiques dans l'écoulement tourbillonnaire.

Les essais dont nous avons rendu compte dans le n° 3 de février 1928 de la *R. U. M.*, effectués sur un fluide tenant en suspension des matières solides, nous ont apporté une nouvelle preuve de la valeur de cette conception.

L'application que nous avons faite des formules au calcul des résultats d'essais sur une pompe centrifuge pompant des liquides de plus en plus visqueux, montre l'intérêt de la question au point de vue de la prédétermination des courbes de rendement de ces appareils.

En passant nous ferons observer que l'application des formules de la théorie générale des turbo-machines ne peut se faire que dans la région du régime tourbillonnaire, lorsque les pertes peuvent être considérées comme fonction du carré de la vitesse approximativement. Lorsque les pertes ne croissent plus que proportionnellement à la vitesse, les lois de similitude ne sont plus vraies et les formules devraient en toute rigueur être établies sur de nouvelles bases.

Les applications à des cas concrets étant extrêmement rares, ces formules ne présenteraient qu'un faible intérêt technique, mais il convient tout de même de signaler que l'approximation des formules habituelles est beaucoup plus relative lorsque l'on a affaire au régime d'écoulement laminaire.

SOMMAIRE :

Mémoires :	Pages
BUFFET, B. et THYSSEN, H. — Au sujet de l'hérédité des fontes.....	p. 5
HANOCQ, Ch. — Etude sur le frottement des disques en rotation dans un fluide visqueux.....	p. 8
 Bulletin :	
BADLAM, Stephen. — L'évolution dans le laminage des larges plats. (Traduit et résumé par Hock, O.).....	p. 29
BIGGERT, F. C. — Développement du laminoir à quatre cylindres. (Traduit et résumé par Hock, O.).....	p. 36
Revue des Périodiques techniques	p. 41 à 51
Bibliographie	p. 52

Cristalleries DU Val St-Lambert

Quelques spécialités :

- Verres pour lampes de mines
- Verreries de laboratoire en Boromica
- Dalles lumineuses.

Protégez l'Industrie Nationale !

4 407 R 12

Mentionnez la R. U. M. en écrivant aux annonceurs

REVUE UNIVERSELLE DES MINES. B.I.C. -- 1 AVRIL 1928 -- (7^{me} SÉRIE, TOME XVII, N° 1)

REVUE UNIVERSELLE DES MINES

DE LA

MÉTALLURGIE, DES TRAVAUX PUBLICS DES SCIENCES ET DES ARTS APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

Annuaire de l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège. (A. I. Lg.)
paraissant le 1^{er} et le 15 de chaque mois

Revue publiée sous la direction du Comité Scientifique de l'A. I. Lg.

Sommaire : Voir 4^{me} page de la couverture

ABONNEMENT } Belgique et Congo Belge : Un an 125 francs
Etranger : Un an 150 francs
Le numéro : 10 francs.

RÉDACTION ET ADMINISTRATION : 16, Quai des Etats-Unis, Liège

Imprimerie H. VAILLANT-CARMANNE, 4, Place St-Michel, Liège. — 1100.

SOCIÉTÉ ANONYME

JOHN COCKERILL

SERAING (Belgique)

MINES, MÉTALLURGIE, CONSTRUCTIONS MÉCANIQUES CONSTRUCTIONS NAVALES, ARTILLERIE

Fontes — Lingots — Blooms — Larges plats — Cornières — Barres en T et U — Tôles — Aciers pour armes — Aciers spéciaux — Acier électrique — Rails et Accessoires — Ressorts — Pièces de forge des plus grandes dimensions — Roues — Essieux — Bandages — Trains montés.

CHAUDIÈRES — PONTS — TOITURES MÉTALLIQUES — CHARPENTES
Machines diverses — Pompes — Grues — Moteurs et machines soufflantes à gaz — Machines d'extraction, d'épuisement — Ventilateurs de mines — Machines de laminage — Appareils de fabriques de fer, d'aciéries et de hauts fourneaux. — Locomotives — Turbines Parsons — Moteurs Diesel

Paquebots — Cargo boats — Sternwheels — Dragueurs — Barges — Canots automobiles — Baleinières — Pirogues.

Cansons — Munitions — Affûts — Coupoles cuirassées

CIMENT HYDRAULIQUE

5 521R24

Mentionnez la R. U. M. en écrivant aux annonceurs