

Journal de mathématiques
pures et appliquées : ou
recueil mensuel de mémoires
sur les diverses parties des
mathématiques [...]

Journal de mathématiques pures et appliquées : ou recueil mensuel de mémoires sur les diverses parties des mathématiques / publié par Joseph Liouville. 1838.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisationcommerciale@bnf.fr.

Note sur un Problème de Combinaisons ;

PAR E. CATALAN.

M. Brianchon vient d'insérer, dans le XXV^e cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, un Mémoire assez étendu sur la détermination du nombre des termes de la puissance m d'un polynome de nom n .

La formule à laquelle il arrive, et qui n'est pas, je crois, nouvelle, peut se démontrer de la manière suivante.

Le terme général du développement de $(a + b + c + \dots + t)^m$ est, comme on sait,

$$\frac{1.2.3\dots m}{1.2.3\dots\alpha.1.2\dots\beta\dots1.2\dots\theta} a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots t^\theta, \quad (1)$$

en posant

$$\alpha + \beta + \gamma + \dots + \theta = m. \quad (2)$$

Le nombre des termes de ce développement est celui des solutions, en nombres entiers non négatifs, de l'équation (2), qui renferme n inconnues, n désignant le nombre des termes du polynome proposé; ou le nombre de manières dont il est possible de former une somme m , avec n nombres entiers positifs ou nuls; ou enfin, le nombre de combinaisons que l'on peut effectuer avec n lettres différentes, en les prenant m à m , et en supposant que chaque lettre peut entrer 0, 1, 2, ... fois dans chaque terme. C'est sous ce dernier point de vue que je considère la question; et je désigne par N le nombre cherché.

Pour trouver ce nombre, j'observe que, pour former toutes les combinaisons dont il s'agit, on pourrait employer le moyen suivant:

a, b, c , étant pour fixer les idées, trois lettres qu'il s'agit d'arranger 7 à 7 :

1°. Prenons la quantité $a'b'c'd'e'f'g'$, qui renferme sept lettres accentuées, écrites en ordre alphabétique;

2°. Dans un terme quelconque égal à celui-là, effaçons 1, 2 ou 3 lettres (et en général, n lettres au plus, si n est $< m$, m lettres au plus, si n est $> m$); puis remplaçons chaque lettre effacée par l'une des lettres a, b, c (et en général, par l'une des n lettres $a, b, c, \dots t$), en ayant soin que, dans chaque terme ainsi formé, les lettres sans accent n'offrent pas d'inversion alphabétique; qu'aucune ne se trouve répétée; et qu'une suite de lettres accentuées soit toujours précédée d'une lettre sans accent (ce qui exige que l'on efface toujours la lettre a').

Nous obtiendrons ainsi une suite de termes tels que

$$ab'c'be'f'g', \quad abc'd'e'cg', \quad bb'c'd'cf'g', \text{ etc.} \quad (\text{A})$$

3°. Enfin, dans chacun des termes de la suite (A), remplaçons chaque lettre accentuée par la lettre sans accent qui la précède. Nous aurons la nouvelle suite :

$$aaabbbb, \quad abbbbcc, \quad bbbbccc, \text{ etc.} \quad (\text{B})$$

Si l'on a effectué sur la quantité $a'b'c'd'e'f'g'$ les opérations indiquées, de toutes les manières possibles, la suite (B) renfermera toutes les combinaisons demandées, sans qu'il y en ait d'omises, ni de répétées : nous supprimerons la démonstration, qui est fort simple.

Or, la suite (A), qui contient autant de termes que la suite (B), renferme toutes les combinaisons des 6 lettres b', c', d', f', g' , et des 5 lettres a, b, c , prises 7 à 7. Donc en général, $N = C_{n+m-1, m}$; savoir

$$N = \frac{n+m-1}{1} \cdot \frac{n+m-2}{2} \dots \frac{n+1}{m-1} \cdot \frac{n}{m}, \quad (3)$$

ou

$$N = \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \dots \frac{m+n-1}{n-1}. \quad (4)$$

Les formules (3) ou (4), donnent le nombre des termes du développement dont (1) est le terme général.