

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisationcommerciale@bnf.fr.

» Or il est évident que de cette manière il est très-facile de savoir en quels lieux de l'Europe la température était trop basse, ou trop élevée dans un même moment; dans quels points la pression diminuée de l'air atmosphérique trouvait la compensation, pourvu seulement que le champ embrassé par les observations soit assez étendu. De cette manière, on devra étudier les lois selon lesquelles, en des circonstances données, la température marche de l'orient à l'occident, du sud au nord. J'ai même ajouté des dessins graphiques à l'Annuaire de 1852, sur de petites cartes de l'Europe, en rendant les écarts positifs par des lignes verticales et les écarts négatifs par des lignes horizontales.

» Dans ces aperçus, la forme la meilleure entre toutes celles qui sont possibles, c'est incontestablement la forme des écarts; car, d'après les chiffres eux-mêmes, on ne peut juger s'ils sont plus forts ou plus faibles qu'à l'ordinaire sans penser chaque fois à la situation du lieu. Mais ce n'est pas tout. L'effort que la nature exerce pour rétablir l'équilibre ne peut pas être en rapport simple avec les hauteurs absolues, mais il est à peu près proportionnel aux écarts ou bien à la différence des écarts, comme je le démontrerai pour le baromètre dans une autre Note. »

ASTRONOMIE. — *Découverte d'une 50^e petite planète; Lettre de M. LUTHER à M. Elie de Beaumont.*

« Bilk, près de Dusseldorf, 21 octobre 1857.

» J'ai l'honneur de vous annoncer, en vous priant de la communiquer à l'Académie, la découverte que je viens de faire d'une nouvelle planète de 10^e grandeur. Voici ses positions :

	Temps moyen de Bilk.	Ascension droite.	Déclinaison boréale.
1857 octobre 19	7 ^h 00 ^m 00 ^s ,0	12° 4' 00",0	+ 2° 26' 00",0
19	10 ^h 28 ^m 10 ^s ,7	12° 2' 57",0	+ 2° 24' 51",4

» Observation faite par M. Winnecke à l'observatoire de Bonn, auquel observatoire j'ai communiqué la découverte hier.

	Temps moyen de Bonn.	Ascension droite.	Déclinaison boréale.
Octobre 20	9 ^h 48 ^m 23 ^s ,0	11° 55' 1",7	+ 2° 19' 28",7

MATHÉMATIQUES. — *Sur un cas particulier de la formule du binôme; par M. E. CATALAN.*

« Les ouvrages les plus estimés, par exemple le *Cours d'Analyse* du pro-

fond et regrettable *Sturm*, n'indiquent pas ce que devient la série

$$1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \dots$$

quand on suppose $x = \pm 1$. Cette lacune peut être aisément comblée comme il suit :

» 1. LEMME I. *Le produit*

$$u_1 u_2 u_3 \dots u_n u_{n+1} \dots,$$

dans lequel on suppose, pour plus de simplicité,

$$u_1 > u_2 > u_3 > \dots > u_n > u_{n+1} \dots > 1,$$

converge ou diverge en même temps que la série

$$lu_1 + lu_2 + \dots + lu_n + lu_{n+1} + \dots \quad (*).$$

» 2. LEMME II. *m étant une quantité positive, moindre que l'unité, le produit*

$$P_n = \frac{1}{m} \cdot \frac{2}{m+1} \cdot \frac{3}{m+2} \dots \frac{n}{m+n-1}$$

croît indéfiniment avec n .

» En effet,

$$\lim n l \frac{n}{m+n-1} = \lim n l \left(1 + \frac{1-m}{m+n-1} \right) = 1 - m;$$

donc la série qui aurait pour terme général $l \frac{n}{m+n-1}$ est divergente (**);
donc le produit P_n est divergent (Lemme I).

» 3. LEMME III. *m étant une quantité positive, comprise entre deux nombres*

(*) Cette proposition, qui est évidente, peut être fort utile. Elle prouve, par exemple, que les produits

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{13}{11} \cdot \frac{21}{19} \dots \frac{n^2+n+1}{n^2+n-1} \dots, \quad \frac{e+1}{e-1} \cdot \frac{e^2+1}{e^2-1} \dots \frac{e^n+1}{e^n-1} \dots, \quad \sec a \sec \frac{a}{2} \dots \sec \frac{a}{n} \dots$$

sont convergents, et que les produits

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{10}{7} \dots \frac{n^2+1}{n^2-n+1} \dots, \quad (1 + \tan a) \left(1 + \tan \frac{a}{2} \right) \dots \left(1 + \tan \frac{a}{n} \right) \dots$$

peuvent dépasser toute limite.

(**) *Comptes rendus*, tome XLIII, page 627.

entiers consécutifs, $p-1$, p , le produit

$$\frac{p+1}{p-m} \cdot \frac{p+2}{p+1-m} \dots \frac{n+1}{n-m}$$

croît indéfiniment avec n .

» 4. THÉORÈME I. m étant une quantité positive quelconque, on a

$$(A) \quad 2^m = 1 + \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} + \dots$$

» Le reste de la série (A) est (*)

$$R = \frac{m(m-1) \dots (m-n)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n+1)} \frac{1}{(1+\theta)^{n+1-m}}.$$

» Soit p le nombre entier immédiatement supérieur à m : on peut écrire

$$R = \pm \frac{m(m-1) \dots (m-p+1)}{1 \cdot 2 \dots p} \times \frac{p-m}{p+1} \cdot \frac{p+1-m}{p+2} \dots \frac{n-m}{n+1} \times \frac{1}{(1+\theta)^{n+1-m}}.$$

Des trois facteurs de R , le premier est constant, le deuxième a pour limite zéro (Lemme III), le troisième ne surpasse pas l'unité; donc $\lim R = 0$.

» 5. THÉORÈME II. m étant une quantité positive quelconque, on a

$$(B) \quad 0 = 1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} - \dots \pm \frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{1 \cdot 2 \dots n} \mp \dots$$

La démonstration ne diffère pas de la précédente, pourvu que le reste soit mis sous la forme

$$R' = \pm \frac{m(m-1) \dots (m-p+1)}{1 \cdot 2 \dots p} \times \frac{p-m}{p+1} \cdot \frac{p+1-m}{p+2} \dots \frac{n-m}{n+1} \times (1-\theta)^{m-1} (**).$$

» 6. THÉORÈME III. m étant une quantité positive, moindre que l'unité, on a

$$(C) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2^m} = 1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m+1)}{1 \cdot 2} - \frac{m(m+1)(m+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \\ + \frac{m(m+1) \dots (m+n-1)}{1 \cdot 2 \dots n} \mp \dots \end{array} \right.$$

(*) Cours d'Analyse de Sturm, publié par M. Prouhet, page 100.

(**) Cours d'Analyse, page 102.

» Dans ce cas, l'expression du reste est

$$R'' = \pm \frac{m(m+1)\dots(m+n)}{1.2\dots(n+1)} \frac{1}{(1+\theta)^{m+n+1}};$$

donc (Lemme II) $\lim R'' = 0$.

» 7. Il est évident que la série (C) cesse d'être convergente à partir de $n = 1$, et que la série

$$1 + \frac{m}{1} + \frac{m(m+1)}{1.2} + \frac{m(m+1)(m+2)}{1.2.3} + \dots$$

est divergente pour toutes les valeurs positives de m . Les cas dont nous nous sommes occupé sont donc les seuls qui présentent quelque intérêt. »

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur la végétation des hautes montagnes de l'Asie Mineure et de l'Arménie; par M. P. DE TCHIHATCHEF. (Suite.)*

« 5. Parmi les espèces qui habitent l'Olympe, le Bulgardagh, l'Argée, le mont Ali et l'Ararat, pas une seule n'est commune à toutes les cinq chaînes, et l'on peut même admettre que les exemples d'une espèce répandue sur trois massifs sont extrêmement rares, car je n'ai pu constater encore que seize espèces qui soient dans ce cas, chiffre insignifiant comparativement à celui de 2123 qui représente la somme totale des espèces disséminées sur les cinq massifs. D'ailleurs, même le nombre de celles que deux massifs parmi les cinq possèdent en commun, est d'une exiguïté remarquable. Ainsi, bien que le mont Ali ne soit éloigné du mont Argée que seulement d'environ 5 kilomètres, ils n'ont que cinq espèces en commun, c'est-à-dire la cinquante-cinquième partie à peu près de l'ensemble de leurs espèces s'élevant à 282. De même, le Bulgardagh n'a en commun avec l'Argée, dont il est distant de 110 kilomètres environ, que trente-six espèces, ou à peu près la vingt-septième partie de l'ensemble de leurs espèces (992). Entre l'Olympe et l'Ararat séparés par une distance d'environ 1100 kilomètres, il n'y a que sept espèces en commun, c'est-à-dire moins de la cent-quarantième partie de l'ensemble de leurs espèces (982), et entre l'Olympe et le mont Ali la proportion n'est que d'une deux-cent-quatre-vingtième partie. En un mot, si nous prenons la moyenne des proportions qu'offrent sous ce rapport les cinq massifs, elle ne donnera que le chiffre modique de 81,7; ou en d'autres termes, sur environ quatre-vingt-une espèces il n'y aurait entre chaque deux massifs qu'une seule espèce qui soit commune à ces deux derniers; et cependant la distance la plus considérable qui s'inter-