This page intentionally left blank.

on déduit

$$\lim(p - aq) = 0.$$

Par conséquent, la parallèle passe aussi près qu'on le veut d'un nœud, et comme elle ne sort pas de la bande considérée, celle-ci contient une infinité de nœuds.

Par suite, il est toujours possible de déterminer deux nombres y_p, x_p, entiers, de telle sorte que

$$\left| \frac{y_p - ax_p - b}{\sqrt{1 + a^2}} \right| < \varepsilon,$$

ε étant une quantité positive aussi voisine de zéro qu'on le veut.

Une conséquence du Problème des Partis; par E. Catalan.

Une ancienne Note sur ce célèbre problème, publiée dans les *Mélanges mathématiques* (*), contient la formule

$$\begin{aligned} &\frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}(x+y)^{a+b-1} = \\ x^a&\left[\frac{1}{a}(x+y)^{b-1} - \frac{b-1}{1}\frac{x}{a+1}(x+y)^{b-2} - \ldots \pm \frac{x^{b-1}}{a+b-1}\right] \\ +y^b&\left[\frac{1}{b}(x+y)^{a-1} - \frac{a-1}{1}\frac{y}{b+1}(x+y)^{a-2} - \ldots \pm \frac{y^{a-1}}{a+b-1}\,(^{**})\right], \quad \text{(A)} \end{aligned}$$

dans laquelle a, b sont des *nombres entiers*.

(*) Tome I, p. 66.

(**) A l'endroit indiqué, on a imprimé, par erreur, $\dfrac{a+b-1}{y^{a-1}}$.

Si l'on suppose

$$x + y = c = \text{const},$$

on a, en remplaçant

$$\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

par

$$\frac{1.2.3\ldots(a-1)}{b(b+1)\ldots(a+b-1)} = \frac{1}{(a+b-1)C_{a+b-2,\,a-1}}:$$

$$\frac{c^{a+b-1}}{(a+b-1)C_{a+b-2,\,a-1}} =$$

$$c^{b-1}\frac{x^a}{a} - \frac{b-1}{1}c^{b-2}\frac{x^{a+1}}{a+1} + \cdots \pm \frac{x^{a+b-1}}{a+b-1}$$

$$+ c^{a-1}\frac{y^b}{b} - \frac{a-1}{1}c^{a-2}\frac{y^{b+1}}{b+1} + \cdots \pm \frac{y^{a+b-1}}{a+b-1}. \qquad \text{(B)}$$

Le premier membre ne contenant ni x ni y, il en est de même pour le second. De cette remarque résulte un théorème d'Algèbre, à peut près évident quand $c = 1$:

a, b *étant des nombres entiers, et* x, y *satisfaisant à la condition*

$$x + y = c = \text{const},$$

la quantité

$$c^{b-1}\frac{x^a}{a} - C_{b-1,1}c^{b-2}\frac{x^{a+1}}{a+1} + C_{b-1,2}c^{b-3}\frac{x^{a+2}}{a+2} - \cdots \pm \frac{x^{a+b-1}}{a+b-1}$$

$$+ c^{a-1}\frac{y^b}{b} - C_{a-1,1}c^{a-2}\frac{y^{b+1}}{b+1} + C_{a-1,2}c^{a-3}\frac{y^{b+2}}{b+2} - \cdots \pm \frac{y^{a+b-1}}{a+b-1}$$

est indépendante de x *et de* y.

J'ignore si cette proposition est connue. De plus, elle ne me semble par s'étendre, facilement, au cas de a, b *non entiers.*

—