



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

Bruxelles.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/5550>

ser.3:t.16 (1888): <http://www.biodiversitylibrary.org/item/109996>

Article/Chapter Title: Rapport sur des nouvelles recherches sur quelques formules de calcul intégral

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 543, Page 544

Contributed by: Missouri Botanical Garden, Peter H. Raven Library

Sponsored by: Missouri Botanical Garden

Generated 18 January 2016 3:33 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/047450700109996>

This page intentionally left blank.

Nouvelles recherches sur quelques formules de calcul intégral; par J. Beaupain.

Rapport de M. E. Catalan, premier commissaire.

« Ce nouveau Mémoire complète celui qui a été, il y a quelques mois, approuvé par l'Académie. M. Beaupain, creusant son sujet, cherche les cas, très nombreux, dans lesquels les transcendentes

$$\int_0^1 x^{\frac{q-p}{2}-1} (1+x)^p dx \quad (*), \quad \int_0^1 x^{\frac{q-s-r}{2}} (1-x)^r (1+x)^s dx,$$

$$\int_0^1 \frac{(1+x)^r (1-x)^s - (1-x)^r (1+x)^s}{x} dx$$

sont réductibles à la fonction Γ ; et, bien entendu, il démontre les formules qui permettent d'effectuer cette réduction.

Certaines intégrales définies, considérées par le jeune Géomètre, sont surtout intéressantes, parce qu'elles ont été

(*) Celle-ci est, pour ainsi dire, *conjuguée* de l'intégrale eulérienne :

$$\int_0^1 x^{\frac{q-p}{2}-1} (1-x)^p dx.$$

traitées autrement par l'illustre Legendre. Ce sont, par exemple, les quantités :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^8}},$$

qu'il ramène aux intégrales elliptiques de première espèce (*). Au contraire, comme nous l'avons déjà dit, M. Beaupain les réduit aux fonctions Γ . Pour la seconde, cette réduction est évidente et connue; mais il n'en est pas de même à l'égard de la première; et, à plus forte raison, pour les intégrales

$$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1+x^4)\sqrt{1-x^8}}, \quad \int_0^1 \frac{x^6 dx}{(1+x^4)\sqrt{1-x^8}}, \text{ etc.}$$

A priori, on ne voit pas qu'elles soient réductibles aux intégrales eulériennes. Il semble donc, si je ne me trompe, que M. Beaupain a complété, utilement, une théorie difficile et intéressante. Je n'ai pu, faute de temps, refaire tous les calculs contenus dans le nouveau Mémoire; mais, par la manière dont ils sont présentés et par les vérifications auxquelles s'est livré l'Auteur, il y a lieu de les croire exacts. D'ailleurs, il pourra les revoir encore.

En résumé, le nouveau Mémoire de M. Beaupain me paraît valoir, pour le moins, celui qui a reçu l'approbation de l'Académie, et j'ai l'honneur d'en proposer l'impression dans le *Recueil in-4°*. »

(*) *Traité des fonctions elliptiques*, t. II, p. 382.