



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

**Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et
des beaux-arts de Belgique.**

Bruxelles.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/5550>

ser.3:t.16 (1888): <http://www.biodiversitylibrary.org/item/109996>

Article/Chapter Title: Sur un cas particulier de la formule du binôme

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 194

Contributed by: Missouri Botanical Garden, Peter H. Raven Library

Sponsored by: Missouri Botanical Garden

Generated 24 November 2015 4:27 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/045661500109996>

This page intentionally left blank.

Sur un cas particulier de la formule du binôme;
par E. Catalan, associé de l'Académie.

Soit

$$S_n = 1 + C_{p,1}x + C_{p+1,2}x^2 + \dots + C_{p+n-2,n-1}x^n$$

la somme des n premiers termes du développement de $(1-x)^{-p}$, p étant un *nombre entier*; soit R_n le reste correspondant.

On trouve, assez facilement :

$$\left. \begin{aligned} (1-x)^{p-1}S_n + [C_{n,n-1}C_{n+1,n-1}(1-x) + \dots + C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-2}]x^n \\ = \frac{1-x^n}{1-x}, \end{aligned} \right\} \text{(A)}$$

$$(1-x)^p R_n = [C_{n-1,n-1} + C_{n,n-1}(1-x) + \dots + C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-1}]x^n. \text{(B)}$$

Remarques. — 1° La relation (A), que nous croyons nouvelle, ramène le calcul de S_n à celui d'un polynôme composé de $p-1$ termes : Si n est beaucoup plus grand que p , le second calcul sera bien plus simple que le premier;

2° *L'équation*

$$\frac{1-x^n}{1-x} - [C_{n,n-1} + C_{n+1,n-1}(1-x) + \dots + C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-2}]x^n = 0,$$

a $p-1$ racines égales à 1;

3° *Le reste R_n est le produit de la fonction proposée, $(1-x)^{-p}$, par un polynôme entier.*