This page intentionally left blank.

8. Si cette condition est remplie, on a donc, *identiquement* :

$$\left.\begin{aligned}&[(a+b)^2p^2+(a-b)^2q^2+(a^2+b^2)]^2\\ &=[(a+b)^2-q^2]^2\,[(a-b)^2-p^2]^2\\ &+4(a+b)^2q^2[(a-b)^2+p^2]^2\\ &+4(a-b)^2p^2[(a+b)^2-q^2]^2\end{aligned}\right\}\ .\quad (8)\ (^*)$$

9. *Application.* a = 3, b = 2, p = 3, q = 4. On trouve :

$$x = 15,\ y = 4,\ z = 15,\ X = -72,\ Y = 400,\ Z = 54;$$

puis

$$(15^2 + 4^2 + 15^2)^2 = 72^2 + 400^2 + 54^2,$$

ou

$$410^2 = 168\,100 = 5\,184 + 160\,000 + 2\,916\ (^{**}).$$

Une récréation arithmétique (***) ; par E. Catalan, Associé de l'Académie.

Soient p, q *deux nombres premiers : supposons* q *supérieur à* p. *Soit* δ *un diviseur de* q — p, *et* a *un nombre entier donné. Si l'on considère la progression*

$$a,\ a+\delta,\ a+2\delta,\ a+3\delta, \ldots;$$

(*) Si l'on cherche à *simplifier* cette égalité, on trouve qu'elle devient

$$(p^2q^2 - 4a^2b^2)\left[p^2q^2 + 2a^4 + 2b^4 + 2(a+b)^2p^2 + 2(a-b)^2q^2\right] = 0.$$

a, b, p, q étant *des nombres*, la condition (7) est donc *nécessaire et suffisante*.

(**) Encore une solution qui ne résulte pas de l'identité (1).

(***) Suggérée par l'un de ces jeux de cartes appelés *patiences*.

qu'on divise par p *les* p *premiers termes de cette progression, et que l'on prenne les résidus positifs correspondants, ils formeront une suite*

$$a_1, a_2, a_3, \ldots a_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{A})$$

De même, le diviseur q *donnera lieu à une suite formée de* q *résidus :*

$$b_1, b_2, b_3, \ldots b_q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{B})$$

Cela posé, si, dans (B), *on supprime le terme* p *et les termes supérieurs à* p, *on retombera sur la suite* (A).

Exemple :

$$p = 13,\quad q = 23,\quad \delta = 5,\quad a = 2.$$

La progression est

2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, 62, 67, 72, 77, 82, 87, 92, 97, 102, 107, 112, ...

Divisant par 13, on trouve les résidus :

2, 7, 12, 4, 9, 1, 6, 11, 3, 8, 6, 5, 10 . . . . (A)

Divisant par 23, on obtient la suite

2, 7, 12, *17**, *22**, 4, 9, *14**, *19**, 1. 0, 4, *16**, *21**,
3, 8, *13**, *18**, 0, 5, 10 . . . . . (B)

Celle-ci contient les 13 termes de la suite (A), rangés comme ils le sont dans (A).

La démonstration est si simple qu'il me semble inutile de la donner.

La propriété que nous venons de signaler peut être énoncée ainsi, d'une manière un peu plus générale :

Les p *résidus formant une suite telle que* (A) *se reproduiront, sans altération d'ordre, dans toutes les suites,* *analogues à* (B), *répondant aux diviseurs premiers compris dans la formule*

$$q = p + \mathfrak{M} . \delta.$$

Exemple :

$$p = 7,\ \delta = 6,\ a = 2.$$

$$2,\ 1,\ 0,\ 6,\ 5,\ 4,\ 3.$$

$q = 13 :\quad 2, 8^*, 1, 7^*, 0, 6, 12^*, 5, 11^*, 4, 10^*, 3, 9^*.$

$q = 19 :\quad 2, 8^*, 14^*, 1, 7^*, 13^*, 0, 6, 12^*, 18^*, 5, 11^*, 17^*, 4, 10^*, 16^*, 3, 9^*, 15^*.$

$9 = 31 :\quad 2, 8^*, 14^*, 20^*, 26^*, 1, 7^*, 13^*, 19^*, 25^*, 0, 6, 12^*, 18^*, 24^*, 30^*, 5, 11^*, 17^*, 23^*, 29^*, 4, 10^*, 16^*, 22^*, 28^*, 3, 9^*, 15^*, 21^*, 27^*.$

—

Note sur les mouvements du cerveau de l'homme; par Léon Fredericq, correspondant de l'Académie.

(Travail du laboratoire de physiologie de l'Université de Liège.)

§ 1.

Dans la note que j'ai consacrée récemment à l'étude graphique de la circulation encéphalique du chien (voir *Bulletin* de l'Académie, séance du 5 mai 1885), j'ai montré que la pulsation du cerveau est un phénomène plus complexe qu'on ne l'a admis jusqu'à présent. La pulsation cérébrale résulte, en effet, de la combinaison de deux facteurs qui sont : 1° *le pouls artériel,* c'est-à-dire les variations périodiques dans l'afflux du sang artériel apporté du ventricule gauche par les carotides et les vertébrales, et 2° *le pouls veineux,* c'est-à-dire les variations périodiques dans l'écoulement du sang veineux vers l'oreillette droite.