This page intentionally left blank.

$C^{10}H^{12}Br^2$; l'auteur lui donne le nom de camphylène bibromé ;

4° Enfin l'oxyde d'argent humide agit à 100° sur l'hydrocamphène tétrabromé dissous dans l'acétate d'éthyle et fournit, comme la solution d'hydroxyde de potassium, du camphène tribromé ($C^{10}H^{13}Br^3$).

Les analyses, fort bien réussies, de ces dérivés bromés ne laissent aucun doute sur leur composition.

Le travail de M. De la Royère pourra contribuer à résoudre la question des relations des hydrures de l'essence de térébenthine ($C^{10}H^{18}$) et des camphres $C^{10}H^{16}O$; aussi ai-je l'honneur de proposer à la Classe de l'insérer dans son *Bulletin.* »

La Classe a adopté ces conclusions, auxquelles a souscrit M. Stas, second commissaire.

Sur certains développements en séries ; par M. J. Deruyts.

Rapport de M. Catalan.

« Le Mémoire de M. Deruyts roule, essentiellement, sur les relations entre les séries et les intégrales définies. Les questions traitées par le jeune Géomètre sont si générales, et les notations *qu'il a dû* employer sont si compliquées, qu'il m'est bien difficile de faire comprendre, en langage ordinaire, l'importance des résultats auxquels il est parvenu. Cependant, j'essaierai d'en indiquer quelques-uns :

1° $\varphi(x)$, $f(z)$ étant développées en séries, l'Auteur transforme la seconde série en une autre, dont les termes sont des intégrales portant sur la fonction $\varphi(x)$, multipliée par une fonction $\psi_n(x)$, convenablement choisie.

Réciproquement, au moyen de la fonction f, il exprime $\varphi(x)$ par une intégrale définie. Il résout donc, comme il le dit lui-même, un problème *d'inversions d'intégrales.*

2° Après avoir généralisé la formule appelée, souvent, *théorème de Parseval,* M. D. se propose de déterminer

$$F_n(x) = \alpha_0 T_0(x) + \cdots + \alpha_n T_n(x),$$

par la condition qu'une certaine intégrale définie soit un minimum. Il trouve que $F_n(x)$ est la somme des $n+1$ premiers termes de

$$A_0 T_0(x) + \cdots + A_n T_n(x) + \cdots$$

Ce théorème me paraît remarquable.

3° L'Auteur généralise, notablement, les relations obtenues par Legendre, Jacobi, Hermite,..... Citons cette application très particulière :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{(1 - 2zx + x^2)^{\frac{2}{3}}} \mathcal{L}.\frac{1+x}{2} = -\frac{2}{z(1+z)} \mathcal{L}(1+z),$$

à propos de laquelle nous ferons la remarque suivante :

Si l'on multiplie les deux membres par $z(1+z)$ et que l'on ait égard à la formule fondamentale

$$\frac{1}{1 - 2zx + x^2} = \sum_0^\infty X_n z^n,$$

on trouve que, dans le premier membre, le coefficient de z^n est

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{x} \left[n X_n + (n-1) X_{n-1} \right] \mathcal{L}.\frac{1+x}{2}.$$

Dans le second membre, développé en série, ce coefficient est $\frac{2}{n}(-1)^n$.

On a donc cette formule, peut-être nouvelle, et d'où l'on en conclut d'autres :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{x}\left[n\mathrm{X}_n + (n-1)\mathrm{X}_{n-1}\right] \mathcal{L}.\,\frac{1+x}{2} = \frac{2}{n}(-1)^n.$$

Ces quelques lignes suffiront, je l'espère, à prouver que le jeune Auteur est au courant des parties les plus délicates et les plus élevées de la théorie des intégrales et des séries (*), et que son Mémoire est très digne d'être publié dans le Recueil des *Savants étrangers.* »

Rapport de M. P. Mansion.

« Le mémoire de M. Deruyts est divisé en six paragraphes dont les trois premiers contiennent des formules générales relatives à certains développements en séries et les trois derniers des applications de ces formules à des cas particuliers.

Dans le premier paragraphe, l'auteur considère deux fonctions développées en série convergente :

$$\varphi(x) = \mathrm{A}_0\mathrm{T}_0(x) + \mathrm{A}_1\mathrm{T}_1(x) + \mathrm{A}_2\mathrm{T}_2(x) + \text{etc.}$$
$$f(x) = \mathrm{A}_0 + \mathrm{A}_1 x + \mathrm{A}_2 x^2 + \text{etc.},$$

l'une suivant des fonctions $\mathrm{T}_n(x)$, l'autre suivant les puissances de la variable, les coefficients étant les mêmes dans les deux formules.

S'il existe des fonctions $\psi(x)$, telles que

$$\int_c^d \psi_n(x)\,\mathrm{T}_n(x)\,dx = 1, \quad \int_c^d \psi_n(x)\,\mathrm{T}_{n+k}(x)\,dx = 0,$$

(*) M. J. Deruyts, l'un de mes anciens *meilleurs élèves*, est membre de la Société des sciences de Liège.