This page intentionally left blank.

décrit un cercle d'un rayon égal à cette même distance, et que, d'un point quelconque pris sur la conique, on mène à ce cercle une tangente, supposée limitée au point de contact, la longueur de cette tangente est une fonction rationnelle de l'abscisse du point pris sur la conique.

II.

Si, d'un point quelconque pris sur une ellipse, on mène une tangente au cercle décrit sur le petit axe de la courbe comme diamètre, la longueur de cette tangente est une fonction rationnelle de l'abscisse de ce point.

La même propriété existe pour l'hyperbole.

L'auteur déduit, de ces deux propriétés, différentes conséquences faciles à trouver, et auxquelles nous ne nous arrêterons pas.

La seconde partie du travail, qui n'a, du reste, rien de commun avec la première, traite de la détermination du foyer dans les coniques.

Ce que le petit mémoire de M. Boset renferme d'intéressant se trouve résumé dans le présent rapport. Mais le travail lui-même, quoique bien fait, est trop élémentaire pour prendre place dans nos publications.

J'ai donc l'honneur de proposer à la classe d'adresser des remercîments à l'auteur pour sa communication. »

Rapport de M. Catalan.

« M. Boset, professeur à l'Athénée de Namur, s'est proposé ce problème :

Une conique C *étant donnée, trouver une circonférence telle que, si, d'un point quelconque* M *de* C, *on mène une tangente* MT *à la circonférence, la longueur de cette tan-*

gente soit une fonction rationnelle, du premier degré (*), *des coordonnées* x, y *du point* M.

Ce problème, très-intéressant, généralise la *théorie des foyers*. M. Boset ne l'a résolu, ni complétement, ni d'une manière simple. C'est ce que je me propose d'indiquer dans les remarques suivantes dont l'objet est d'appeler l'attention de l'honorable auteur sur un sujet qui, développé, pourrait produire un véritable Mémoire.

I.

L'énoncé donne l'équation

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2-\mathrm{R}^2=(my+nx+l)^2, \quad . \quad (1)$$

laquelle doit pouvoir être identifiée avec l'équation de C :

$$y^2=2px+qx^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Identifiant, et appliquant, mot à mot, la théorie connue, on trouve, en supposant $m=0$ (**),

$$\beta=0, \quad n^2-1=q, \quad ln+\alpha=p, \quad l-\alpha^2+\mathrm{R}^2=0;$$

puis, par l'élimination des inconnues l, n :

$$\mathrm{R}^2=\alpha^2-\frac{(p-\alpha)^2}{q+1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

L'auteur arrive à ce même résultat, mais par une méthode un peu longue.

(*) Condition sous-entendue.

(**) L'hypothèse de $n=0$ serait inadmissible.

II.

L'équation de la *circonférence focale* est

$$(x-\alpha)^2+y^2=\alpha^2-\frac{(p-\alpha)^2}{q+1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Si l'on y remplace y^2 par la valeur (2), on trouve que l'équation en x a ses racines égales. Par conséquent : 1° *Chaque circonférence focale est doublement tangente à la conique* (*); 2° *les circonférences focales sont celles que l'on obtient quand on projette, sur un plan parallèle aux sections circulaires, une surface du second ordre* (**).

III.

Supposons, pour fixer les idées, que C soit une ellipse, rapportée à son centre et à ses axes. Dans l'équation (4), posons :

$$x=x+a, \quad \alpha=\alpha+a, \quad p=\frac{b^2}{a}, \quad q=-\frac{b^2}{a^2}.$$

Cette équation devient

$$(x-\alpha)^2+y^2=b^2\left(1-\frac{\alpha^2}{c^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Il en résulte, pour la longueur de la tangente MT :

$$\delta=\frac{a}{c}\alpha-\frac{c}{a}x.$$

(*) Le contact est, bien entendu, imaginaire ou réel.

(**) La conique C est la projection du contour apparent de la surface. Voir, par exemple, nos *Mélanges mathématiques*, p. 288.

La longueur de la tangente MT′, menée du même point M de l'ellipse, à la circonférence *focale*, conjuguée de la première, serait donnée par la formule

$$\delta' = \frac{a}{c}\alpha + \frac{c}{a}x.$$

Par conséquent

$$\delta + \delta' = 2\frac{a}{c}\alpha = const.$$

On a donc ce théorème, qui n'a peut-être pas été remarqué (*) :

Si un fil, de longueur constante, est tendu de manière que ses deux parties soient constamment tangentes à deux cercles égaux, le sommet de l'angle, formé par le fil, décrit une ellipse doublement tangente à chacun des deux cercles, et symétriquement placée par rapport à ceux-ci.

IV.

De même que le premier Commissaire, nous n'insisterons pas sur les détails, un peu prolixes, dans lesquels est entré l'honorable Professeur; mais nous croyons devoir relever cette singulière allégation :

« *On voit, par ce qui précède, que la définition du*
» *foyer, par Euler, est peu convenable.* »

M. Boset n'ignore certainement pas que la théorie d'Euler, *retrouvée* ou *reproduite*, d'abord par Alfred Francfort, ensuite par Auguste Comte, permet de résoudre, avec la plus grande facilité, une foule de problèmes, inabordables par la théorie de Lefébure de Fourcy.

(*) Hypothèse fort peu probable.

V.

Ces réserves faites, je m'associe aux conclusions de notre savant Confrère, M. Folie. »

M. De Tilly déclare, par écrit, qu'il s'associe également aux conclusions de ses confrères.

La Classe, sur les propositions de ses Commissaires, vote des remercîments à l'auteur pour sa communication, laquelle sera déposée aux archives.

Révision de la flore heersienne de Gelinden; mémoire accompagné de 16 planches in-4°, par MM. le comte de Saporta et Marion.

Rapport de M. C. Malaise.

« En 1873, MM. le comte G. de Saporta et le docteur A.-F. Marion présentaient à la classe des sciences de l'Académie royale de Belgique un mémoire intitulé : *Essai sur l'état de la végétation à l'époque des marnes heersiennes de Gelinden* (1). Les vingt-sept espèces décrites provenaient d'une collection mise à la disposition des auteurs par M. le professeur G. Dewalque. Cette flore, doublement intéressante, nous faisait connaître des es-

---

(1) *Bull. de l'Académie royale de Belgique*, 2e sér., t. XXXV, p. 463. *Mémoires couronnés, etc., de l'Académie royale de Belgique*, t. XXXVII, 1873 (Coll. in-4°.)