sante et brûlerait même un écran de carton; il fallait donc agrandir cette image en donnant au miroir une courbure excessivement faible, et un très-petit diamètre pour éviter les aberrations de sphéricité.

Telle a été l'idée de M. Journeaux, et il l'a réalisée par lui-même avec beaucoup d'habileté manuelle.

Ses miroirs ont 5 cent. de diamètre, et de 6 à 10 m. de distance focale, ce qui fait varier la grandeur de l'image de 7 à 9 cent., tout en lui laissant toujours une netteté parfaite.

L'inventeur parviendra peut-être à tirer parti de son idée pour doter les amateurs d'astronomie d'un télescope économique, bon et durable; il rendrait ainsi un grand service à la vulgarisation de la science.

En résumé l'appareil de M. Journeaux m'a paru neuf, ingénieux et utile; et j'ai l'honneur de proposer à la classe, avec mes honorables confrères, d'adresser des remercîments à l'auteur de cette intéressante invention. »

Conformément aux conclusions de ces rapports, des remercîments ont été votés à M. Journeaux-Duhamel.

Fragments sur le calcul numérique (2e partie); par M. J. C. Houzeau.

Rapport de M. F. Folie.

« Notre savant confrère M. Houzeau s'occupe, dans le nouveau fragment qu'il vient d'adresser à la classe, du calcul numérique dans les opérations arithmétiques.

Il les distingue, au point de vue de leur étendue, en cursives, communes et laborieuses; au point de vue de leur nature, en opérations dont le résultat est du même ordre (addition et soustraction), ou non (multiplication, division, extraction de racines), que les données. Après avoir insisté avec raison sur l'importance qu'il y a, dans ces dernières surtout, à ne tenir compte que des chiffres utiles à l'obtention du résultat final, il fait remarquer que, selon que l'on veut obtenir les premiers ou les derniers chiffres avec exactitude, on doit opérer suivant le mode descendant ou suivant le mode ascendant.

Il donne ensuite un exposé très-complet des différents procédés d'addition dans les deux modes.

Dans la soustraction, l'auteur, après avoir indiqué un procédé peu avantageux, selon nous, et qui consiste à inscrire colonne par colonne chaque reste positif ou négatif, puis à transformer le résultat en un nombre positif, ce qui constitue une double opération, mentionne naturellement aussi le procédé par complément ; et, dans celui-ci, il commet à nos yeux un grave oubli en ne posant pas cette règle qu'*un complément doit être pris mentalement, et jamais écrit* (*) ; il est obligé ainsi à perdre du temps à l'écriture de ce complément.

Une remarque grammaticale que nous communiquerions volontiers à M. Houzeau, s'il n'habitait la Jamaïque, est celle-ci : il emploie le mot soustrahende, comme on dit

---

(*) Nous avons posé depuis longtemps cette règle dans nos nouvelles tables des logarithmes des nombres naturels et des lignes trigonométriques et tables inverses, à 4 décimales. Voir, entre autres exemples, celui dans lequel nous avons calculé les trois angles d'un triangle et son aire en n'écrivant qu'une seule fois, en tout, les quatre logarithmes de p, $p-a$, etc.

multiplicande, dividende; et soustracteur, comme multiplicateur, diviseur; nous approuverions ces néologismes si leur sens était conforme à l'étymologie; mais soustrahende signifie évidemment qui doit être soustrait, sens radicalement contraire à celui que lui donne M. Houzeau, et soustracteur signifie qui soustrait. Nous avons entendu un mathématicien de nos amis se servir dans le même but des termes diminuende et diminueur, dont le sens est tout à fait d'accord avec l'étymologie.

Notre savant confrère a cru bon d'entrer dans les plus grands détails relativement aux procédés de multiplication ; nous estimons ces détails fort utiles; mais pour être complets, ils auraient dû renfermer, dans les exemples de multiplication à vue, ceux par 5, 25, etc., et quelques autres moins utiles, mais curieux ; et en outre le procédé de multiplication abrégée qui consiste à n'écrire aucun des produits partiels, procédé usité, à notre connaissance, dans les maisons de banque, et indiqué, du reste, dans plusieurs traités.

L'auteur fait quelquefois usage, même en pratique, du procédé de Cauchy; nous avouons qu'il nous semble compliqué, et l'on pourra juger des difficultés qn'il présente par l'exemple suivant : $9 \times 7 = 1\bar{1} \times 1\bar{3} = 1\bar{4}3 = 63$. La préparation des nombres, et la traduction du résultat nous semblent occasionner une grande perte de temps.

L'exposé des procédés de division est également très-complet; et parmi ces procédés il en est plusieurs, très-ingénieux, dont M. Houzeau a, pensons-nous, le droit de revendiquer la paternité.

Dans la division simple, il ne pense pas qu'on gagne rien à effectuer mentalement les soustractions : nous ne sommes pas du même avis.

Deux procédés fort avantageux dans certains cas sont ceux que l'auteur indique sous les noms de division en série et de division par approximations successives.

Celui-ci, comme M. Houzeau le fait remarquer, se réduit au fond à multiplier le dividende par le réciproque du diviseur. Pour que ce dernier procédé, ainsi que l'approximation qu'il fournit, fussent rapides, il faudrait posséder une table des réciproques des nombres 1 à 1000. L'auteur en a construit une qui s'étend de 1 à 100 pour son usage personnel ; cette table renferme en outre les produits effectués des réciproques par 2, 3....9. Une table semblable qui s'étendrait jusqu'à 1000 rendrait de grands services.

Un autre moyen, parfois très-avantageux, consiste à calculer le réciproque en prenant pour premier terme de la série une puissance entière de 2 ou de 5, de sorte que le premier terme et son réciproque sont finis; malheureusement le nombre de leurs chiffres significatifs est souvent trop considérable. On le voit par la table de ces puissances dont les valeurs varient depuis 1 jusque 9. Il aurait été utile, croyons-nous, de disposer cette table à double entrée.

Comme le dit l'auteur, tous ces procédés, ainsi que celui de la division qu'il appelle mixte, sont fort compliqués; et c'est avec raison, selon nous, qu'il engage à faire la division laborieuse en dressant une table des multiples du diviseur par 2....9.

Ici encore nous croyons devoir signaler une simplification très-considérable, et fort en usage dans les observatoires lorsqu'un même nombre, le log. cos. de la latitude du lieu, par exemple, doit être ajouté à d'autres logarithmes donnés par de nombreuses observations; dans ce cas on écrit le logarithme constant au bord inférieur d'une feuille mobile, et on le fait glisser successivement au-dessus de tous les autres nombres. On procéderait d'une manière analogue pour les multiples de 1 à 9 du diviseur, qui ne seraient ainsi écrits qu'une fois en tout pour effectuer complétement l'opération.

Le procédé donné par M. Houzeau pour trouver le reste d'une division par un nombre rationnel le conduit à des résultats qui peuvent naturellement s'appliquer à la recherche des caractères de divisibilité. Nous ferons remarquer à ce sujet que nous avons donné, pour arriver (*) à ces mêmes résultats, un autre procédé d'une généralité très-grande.

Un dernier paragraphe enfin du travail de notre savant confrère est consacré à l'extraction des racines laborieuses; il préconise avec raison, nous semble-t-il, l'emploi de la méthode mixte qui consiste à trouver d'abord les 6 premiers chiffres exacts de la racine par logarithmes, puis les 6 chiffres suivants par une division opérée également par logarithmes, et ainsi de suite.

En résumé, on voit au premier coup d'œil que ce travail est l'œuvre d'un savant habitué à manier les chiffres, à discuter avec beaucoup de pénétration la rapidité et la sûreté des méthodes, et sachant, de plus, en imaginer de très-ingénieuses. Aussi les calculateurs retireront-ils le plus grand fruit de la lecture de ces pages. C'est même pour cette raison, et pour contribuer, dans la mesure de nos moyens, à accroître cette utilité, que nous nous sommes permis d'indiquer ici quelques simplifications que M. Houzeau avait omis de signaler.

(*) *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége*, 2e série, t. Ier.

Nous proposons avec le plus grand plaisir à la classe de voter, en même temps que des remercîments à notre savant confrère, l'impression de son intéressant travail dans les *Bulletins.* »

Rapport de M. E. Catalan.

Tout en acceptant les conclusions formulées par M. Folie, je crois pouvoir présenter les remarques suivantes, que m'a suggérées la lecture du nouveau travail de notre savant confrère M. Houzeau.

29. VII. *Addition algébrique.* L'auteur désigne ainsi une addition dans laquelle les chiffres des nombres donnés peuvent être *négatifs,* ou du moins considérés comme tels. Exemple (n° 43) :

$$\begin{array}{r} 28\ 173\ 940 \\ 2\bar{1}\ 1\bar{7}\bar{3}\ \bar{2}55 \\ \hline 47\ 200\ 795 \end{array}$$

Sauf le cas où il s'agit de logarithmes à caractéristiques négatives et à parties décimales positives, on ne voit guère comment l'on peut être conduit à de pareilles additions.

30. I. *Soustraction sans emprunts.* Il y a quelque cinquante ans, les élèves des petites écoles ne manquaient pas de dire : « *J'emprunte un*, *qui vaut dix.* » J'aime à croire que cette pratique, mauvaise à tous égards, est abandonnée. Peut-être l'honorable et savant auteur eût-il bien fait de n'en point parler.

30. II. *Soustraction transformée* (c'est-à-dire, soustraction avec compléments). On l'a remarqué depuis longtemps, l'emploi des compléments a pour résultat de remplacer, *par une soustraction et une addition,* la soustraction proposée : au lieu d'une opération, on en fait deux ! J'ai exécuté beaucoup de calculs numériques ; et l'emploi des compléments m'a toujours paru désavantageux.

34. Multiplication de Cauchy. Comme l'a fait observer M. Folie, la simplification proposée par l'illustre Géomètre est, au fait, une véritable complication. Du reste, il n'y a pas à s'affliger de ce résultat : avant de passer au cas général de la multiplication, l'élève doit savoir, *par cœur*, la *table de Pythagore ;* et la détermination du produit de deux nombres d'un seul chiffre chacun ne doit exiger aucun travail intellectuel.

40. Division par 9. M. Houzeau s'appuie sur la relation

$$\frac{1}{9}=\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots$$

Cette formule, étant un cas particulier de celle qui donne la somme des termes d'une progression par quotient, ne peut être démontrée que vers la fin du cours d'arithmétique. Heureusement, elle est inutile. Dès 1840, je ne manquais pas de faire remarquer à mes élèves que, pour diviser un nombre par 9, on peut commencer par chercher le reste de la division, puis le chiffre des unités du quotient, puis le chiffre des dizaines, etc.

43. Notre confrère, comme la plupart des arithméticiens, préconise le procédé connu sous le nom de *Crible d'Ératosthènes.* Je pense que c'est à tort. J'ai indiqué, il y a bien longtemps, une simplification notable, dont cette méthode est susceptible.

46. Division en série. L'exemple choisi par l'auteur prouve, me semble-t-il, que cette manière d'opérer est moins simple que la pratique habituelle. En outre, à cause des termes positifs ou négatifs, les chances d'erreurs sont fort nombreuses.

47. Division par approximations successives. On peut répéter la remarque précédente : le nombre des opérations auxiliaires est si considérable, qu'elles augmentent peut-être le travail total, au lieu de le diminuer.

48. Division par la recherche du réciproque. M. Houzeau s'est donné la peine de construire une table renfermant, avec les réciproques des 100 premiers nombres naturels, leurs produits par 1, 2,....10. Ces tables, si elles étaient suffisamment prolongées, pourraient servir aux calculateurs, à la condition d'être portatives, peu coûteuses, etc. Pourra-t-on satisfaire à ces diverses conditions? Il est permis d'en douter.

52. Reste de la division. En représentant par $a + 10b + 10^2c + ...$ le dividende, et par $10 + k$ le diviseur, notre savant confrère trouve que le reste de la division est $R = a - kb + k^2c - ....$ Cette formule, que je ne connaissais pas, me paraît fort remarquable. Mais la démonstration employée par M. Houzeau est très-compliquée : l'auteur recourt à des *développements en séries*, à des *transformations de séries*, etc. On arrive tout de suite au résultat, en observant que les identités

$$10 + k = \mathcal{M}(10 + k),\ 10^2 - k^2 = \mathcal{M}(10 + k),\ 10^3 - k^3 = \mathcal{M}(10 + k), \ldots$$

donnent

$$b\,(10 + k) + c\,(10^2 - k^2) + d\,(10^3 + k^3) + \cdots = \mathcal{M}(10 + k)$$

ou

$$a + 10b + 10^2c + 10^3d + \cdots = \mathcal{M}(10 + k) + a - kb + k^2c - \cdots$$

De cette manière, la curieuse formule de M. Houzeau pourra prendre place dans les Traités élémentaires. »

La Classe, conformément aux rapports précédents, ainsi qu'à l'opinion de M. J. Liagre, troisième commissaire, décide l'impression du travail de M. Houzeau dans les *Bulletins*; elle a voté, en même temps, des remercîments à l'auteur.

Sur quelques plantes fossiles de l'étage du Poudingue de Burnot, par M. Alfred Gilkinet.

Rapport de M. de Koninck.

« La notice de M. Gilkinet est relative à deux fragments de plantes qui ont été découverts dans les schistes imprégnés de malachite des environs de Rouveroy, appartenant à l'étage du poudingue de Burnot.

Déjà notre savant et bien regretté confrère Coemans avait eu l'occasion d'examiner ces plantes et les avait désignées l'une sous le nom de *Filicites pinnatus*, et l'autre sous celui de *Filicites lepidorachis*, sans toutefois en faire une description détaillée, ni un examen critique.

En soumettant ces mêmes échantillons à de nouvelles recherches, monsieur Gilkinet a pu confirmer que l'une des deux plantes est réellement une fougère et il est d'avis que le nom de *Filicites pinnatus*, Coemans, doit lui être conservé.

Quant à la seconde, M. Gilkinet, croit qu'elle n'a aucun des caractères génériques de la première et qu'elle doit