Comment donner du sens aux nombres relatifs et à leurs opérations grâce à un contexte "concret"

P. Job, A.-Fr. Licot, H. Rosseel, M. Schneider

Ladimath, ULg

Cet article fait suite à un exposé lors du congrès SBPM de 2012. Il rend compte d'expérimentations relatives à une approche des nombres relatifs en première année du secondaire qui mise sur l'étude de mouvements rectilignes uniformes. Ces expérimentations font l'objet à l'heure actuelle d'une analyse didactique approfondie. En l'espace de ces quelques lignes, nous nous contentons de décrire les questions posées aux élèves, leurs enjeux et les réactions observées. Auparavant, nous revenons sur quelques recherches relatives aux difficultés d'apprentissage liées aux nombres relatifs ainsi qu'à certaines pistes d'enseignement.

1 Difficultés d'apprentissage liées aux nombres relatifs

Nombreux sont les chercheurs qui ont identifié ces difficultés dont le lecteur trouvera une bonne synthèse dans Vlassis (2010). Parmi ces difficultés, citons celle qu'éprouvent certains élèves à accepter des solutions négatives d'une équation, la tendance à occulter la présence d'un signe "moins" ou les erreurs liées au contrat didactique telles que : "Quand il y a deux signes "moins", il faut certainement en garder un.".

En particulier, pour bon nombre d'élèves, le sens à donner aux opérations est loin d'être clair. Ainsi, la signification de la règle "moins par moins donne plus" est une question qui en taraude plus d'un comme elle a préoccupé les mathématiciens dans l'histoire. Glaeser (1981) interprète cela comme la "difficulté de s'écarter d'un sens 'concret' attribué aux êtres numériques", difficulté qui elle-même est, d'après Schneider (2008), une manifestation d'un obstacle épistémologique, soit le "positivisme empirique", dont les traces sont visibles en maints apprentissages mathématiques. Les propos recueillis par Berté (1993) dans une classe témoignent de ce malaise :

– **Alice** : *[...] "Moins par moins égale plus", mais moi je n'arrive pas à me représenter ça ...*
– **Alice continue très fort** : *Je trouve que moins par moins ça fait moins ! Voilà !*
– **Les autres** : *Mais comment ça ?*
– **Alice** : *Si je descends 4 fois 3 marches, je descends de 12 marches, non ?*
– *Silence ! Personne ne comprend.*
– **Alice** : *Mais enfin ! Je descends 3 marches, donc (3) et 4 fois en descendant donc (4), d'où le résultat.*
– **Bouba** : *Mais 4 fois, c'est (+4).*
– **Alice criant** : *Mais non ! Puisque c'est en descendant ! C'est toi-même qui m'a parlé de monter et de descendre les marches n'est-ce pas !*

Et la comptine mnémotechnique utilisée dans l'enseignement anglais "*Minus times Minus equals Plus : the reason for this we need not discuss*" ne fait que souligner l'aspect jugé insensé de cette règle des signes.

Historiquement, la crise des négatifs s'est résorbée grâce à la théorie de Hankel (1867) qui, pour justifier cette règle de la multiplication dans $\mathbb{Z}$, s'appuie sur le fait que cette opération doit prolonger la multiplication dans $\mathbb{N}$ tout en gardant de "bonnes propriétés" dont la règle de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Ainsi, 0 peut s'écrire, d'une part, sous la forme

$$a \times 0 = a \times (b + \text{opp } b) = a \times b + a \times (\text{opp } b)$$

et, d'autre part, sous la forme

$$0 \times (\text{opp } b) = (\text{opp } a + a) \times (\text{opp } b) = (\text{opp } a) \times (\text{opp } b) + a \times (\text{opp } b).$$

De là, on tire que

$$(\text{opp } a) \times (\text{opp } b) = ab.$$

HANKEL adopte donc un point de vue formel en justifiant la règle par un principe de permanence, ce que GLAESER (1981) commente en ces termes : "*Il ne s'agit plus de déterrer dans la Nature des exemples pratiques qui 'expliquent' les nombres relatifs sur le mode métaphorique. Ces nombres ne sont plus découverts, mais <u>inventés</u>, <u>imaginés</u>.*". L'obstacle du positivisme empirique est alors surmonté.

2 Pistes d'enseignement

Les pistes possibles pour enseigner les nombres négatifs et leurs opérations sont nombreuses et suscitent des débats entre chercheurs (VLASSIS, 2010), entre autres sur l'utilité et le choix d'éventuels modèles tels que le modèle des dettes et bénéfices ou celui de la droite des nombres. Souvent, ces modèles ne peuvent effectivement expliquer que quelques propriétés algébriques. Ainsi, un bon modèle pour les propriétés additives risque de créer des blocages pour des propriétés multiplicatives, ceux-ci pouvant constituer un obstacle à une conception formelle des négatifs. Par ailleurs, le double statut que l'on octroie aux nombres négatifs, celui d'"état" et celui d'"opérateur", peut s'avérer être une autre difficulté. Par exemple, "$3 - 4$" peut être interprété comme une composée des opérateurs "$+3$" et "-4" que l'on applique à n'importe quel nombre (on ajoute 3 à ce nombre, puis on retranche 4 du résultat obtenu) mais on peut aussi y voir l'opérateur "-4" appliqué à l'état "3".

Une autre piste pourrait être la méthode "inductive-exploratoire" de FREUDENTHAL (1973) qui consiste à analyser les régularités observées dans les opérations avec les naturels et à en "déduire" des règles dans les négatifs. Par exemple, la suite des calculs : $3-2 = 1$; $3-1 = 2$; $3-3 = 3$; $3-(-1) = 4$; $3 - (-2) = 5$ se justifie en raison d'une régularité : "A chaque fois que le 2ème nombre descend de 1, la réponse augmente de 1.".

Enfin, l'approche des négatifs par la géométrie analytique est un autre parcours possible. Cette piste a été imaginée par FREUDENTHAL (1973), relayée par COJEREM (1995) et développée aujourd'hui par KRYSINSKA au congrès de la SBPM de 2012 et dans le numéro (XXX) de *Losanges*. La piste que nous avons privilégiée rejoint en partie cette dernière approche mais le modèle retenu est issu de la physique : nous nous intéressons aux mouvements rectilignes uniformes avec comme fil conducteur la recherche d'un modèle unique pour un MRU. Et nous verrons que ce contexte constitue un référent pertinent qui favorise l'évolution des élèves. Pour ce faire, le recours à des grandeurs auxquelles on associe un signe négatif dans la vie quotidienne (temps, position sur une trajectoire, ...) et le travail sur des formules littérales sont concomitants. L'introduction des négatifs s'inscrit de la sorte dans un "parcours d'étude et de recherche" intégrant des apprentissages souvent isolés : tableaux numériques, nombres négatifs, droite graduée, systèmes d'axes, formules algébriques, valeur absolue.

Le projet s'adresse à des élèves de première année du secondaire et a été expérimenté initialement dans deux classes de F. Licot au collège de Godinne-Burnot.

Il suppose un pré-requis : la notion de vitesse constante (ou moyenne) comme grandeur "quotient", à savoir le rapport entre un espace parcouru et une durée. D'après les travaux en psychologie génétique, on peut supposer cette notion acquise à cet âge.

Nous reviendrons dans l'analyse sur certaines préalables qui pourraient faciliter l'entrée des élèves dans le projet sans avoir à gérer trop de difficultés en une fois. Par exemple, des exercices de conversions d'unités avaient été proposés auparavant aux élèves concernés.

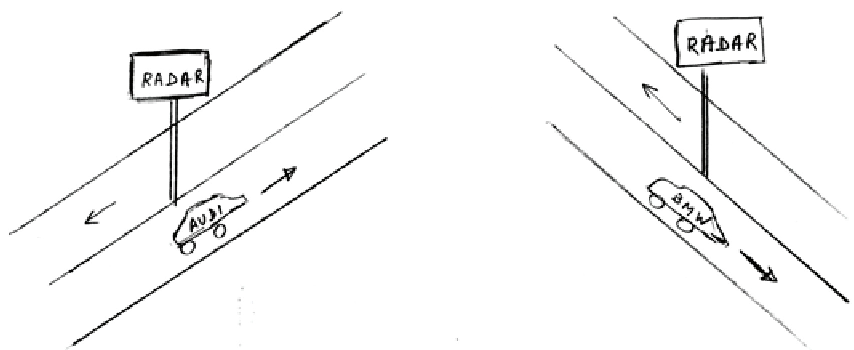
3 Description du projet

Nous décrivons ci-dessous, une à une, les activités proposées aux élèves, leurs enjeux ainsi que les principales réactions observées en classe.

3.1 Première situation : du quotidien à la physique

Une première activité proposée aux élèves a pour objectif de les faire passer d'un contexte quotidien à un point de vue plus scientifique, de créer ainsi un modèle numérique et algébrique qui standardise des mouvements équivalents et de faire travailler la cohérence entre modélisation numérique et modélisation algébrique (ce qu'on appelle la dénotation). Elle est aussi une occasion de faire travailler l'équivalence de formules algébriques. Voici l'énoncé de cette activité.

Sur une route toute droite, une Audi est flashée par un radar à la vitesse de 120 km/h ou, ce qui revient au même, de 2 km/min. Sur une autre route rectiligne, une BMW est également flashée, à la même vitesse.



Les deux radars sont construits de la même façon et donnent, à des instants t précis, la position p de chacune des voitures sur la route. Dans les deux cas, pour les physiciens, on a affaire au même mouvement des automobiles et on peut en rendre compte avec le même tableau de nombres dans lequel on va inscrire des positions des voitures à différents moments.

1) *Si on note le temps par la lettre t, la position des voitures par la lettre p et si les voitures roulent toujours à la même vitesse, complète le tableau ci-dessous.*

t (min)	*p (km)*
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

2) *Par quel calcul obtient-on p à partir de t ? Peux-tu écrire une formule ?*

On observe d'abord une difficulté des élèves à se détacher du contexte des infractions routières et le professeur doit couper court à leur inventaire des ruses pour échapper aux procès.

Ensuite, on constate qu'ils s'expriment en termes d'espace parcouru plutôt que de position ainsi que de durée plutôt que d'instant. C'est bien ce qui est prévu compte tenu de leur pré-requis "vitesse" et ce n'est pas dommageable ici : les élèves peuvent donc investir la situation. Ce qui n'empêche certains d'entre eux de poser des questions sur ce qui signifie le mot "position" et le professeur de répondre, dans un premier temps, en termes de "kilomètres parcourus" ou de "trajet". C'est sans conséquence ici.

Les tableaux numériques proposés sont corrects mais éventuellement non ordonnés. De même, les formules fournies sont pour la plupart correctes : $p = t \times 2, t \times 2 = p, p = 2t, \ldots$. Les rares erreurs (exemple : $p - t = 2$) sont corrigées avec l'aide du professeur en référence au respect du tableau numérique et la formule à garder par la suite est négociée sous la direction du professeur : on retient la formule $p = 2 \times t$.

A ce stade, la représentation sur une droite graduée n'est pas évoquée car non nécessaire.

3.2 Deuxième situation : vers des positions et des temps négatifs

Cette deuxième activité vient compléter la précédente. Elle constitue un contexte porteur pour introduire la droite graduée, pour faire la distinction entre espace parcouru et position, entre durée et instant et pour nécessiter des positions et des temps négatifs. Elle sert également de motivation pour introduire la multiplication d'un négatif par un positif.

Si les voitures roulaient déjà à la même vitesse de 2 km/h avant de se faire flasher, où se trouvaient-elles à différents moments (en minutes) avant d'arriver au radar ? Replace ces nouveaux résultats dans le tableau. Peut-on garder la formule "$p = 2 \times t$" établie précédemment ?

Dans un premier temps, certains élèves "évitent" les négatifs en choisissant des valeurs de t entre 0 et 1 ; d'autres distinguent "avant" et "après" en notant avec des couleurs différentes les valeurs numériques correspondantes.

Les débats soulevés dans la classe les amènent à penser aux négatifs pour exprimer ces nuances. Cependant, l'évolution est plus ou moins rapide et spontanée suivant les élèves pour interpréter des instants et des positions négatifs et pour s'exprimer de manière correcte. Par exemple, décoder que "$t = -1$" signifie "*1 minute avant de se faire flasher*" ou que "$p = -2$" doit s'interpréter comme "*2 km avant le radar*". Des références à l'échelle du temps vue dans un autre cours facilitent l'évolution pour cette grandeur.

Dans la foulée, 0 intervient comme instant intermédiaire entre $t = -1$ et $t = 1$ et est interprété progressivement comme "*moment où il se fait flasher*" et non comme "*départ*". Les élèves n'éprouvent alors aucune difficulté à compléter le tableau numérique et à l'ordonner correctement.

Vient ensuite un débat sur l'opportunité d'un éventuel changement de formule : des réponses spontanées (majoritaires) pour garder la même formule s'opposent à l'idée qu'il faut la changer. Toute proposition est vérifiée en se référant au tableau numérique.

Une synthèse est faite par le professeur afin de mettre tout le monde d'accord sur les idées qui émergent à ce stade :

- La différence entre espace parcouru et position, entre durée et instant.
- La relation entre le signe des grandeurs impliquées et les expressions telles que "avant" et "après".
- La modélisation de la route par une droite graduée et des voitures par un point qu'on imagine mobile sur cette droite.
- Le choix d'une formule unique pour rendre compte du mouvement dans son ensemble et le fait qu'il se paie au prix d'une décision liée à la multiplication d'un nombre positif par un nombre négatif. Ainsi un mouvement correspondant à la formule $p = 2t$ donne $p = -6$ pour $t = -3$, ce qui suppose que $2 \times (-3) = -6$.

3.3 Troisième situation : d'autres mouvements, d'autres vitesses

La troisième activité invite les élèves à modéliser d'autres mouvements rectilignes uniformes, les tableaux numériques étant disposés horizontalement par souci d'économie de place. Les vitesses respectives ne sont plus les mêmes et une généralisation est envisagée sous la forme $p = vt$ (ou $p = v \times t$), ce qui suppose de "littéraliser" la vitesse et de parler de mobile ponctuel.

Jusqu'à présent, nous avons examiné les positions de voitures en mouvement, ce qui nous a amenés à choisir des unités de temps et de position adaptées (km et min). Mais il existe bien d'autres objets mobiles, qui se déplacent plus ou moins vite sur une trajectoire rectiligne, par exemple une fusée, une tortue, une bille qui roule, ... Pour désigner ces objets, le physicien parle de mobiles et de leur position en fonction du temps. Et les unités seront adaptées (en km, m, cm, ... pour les positions et min, sec, ... pour le temps).

1. *Un mobile se déplace sur une droite graduée avec une vitesse constante de 3 cm par seconde. Complète le tableau suivant.*

Temps : t (sec)	-7	...	-3	-2	-1	0	1	2	...	5	...	10
Position sur la droite graduée : p (cm)						0						

   Exprime la régularité des calculs à l'aide d'une seule formule. Au moyen de cette formule, calcule la position du mobile aux temps suivants : 1,5 sec ; -12,4 sec ; 61 sec ; -54 sec.

2. *Un mobile se déplace sur une droite graduée avec une vitesse constante de 1,5 cm par seconde. Complète le tableau suivant.*

Temps : t (sec)	-7	...	-3	-2	-1	0	1	2	...	5	...	10
Position sur la droite graduée : p (cm)						0						

   Exprime sa régularité à l'aide d'une seule formule. Au moyen de cette formule, calcule la position du mobile aux temps suivants : 2,5 sec ; -10 sec ; 61 sec ; -54 sec.

3. *Si on note la vitesse d'un mobile par la lettre v, le temps par la lettre t et sa position par la lettre p, écris une formule qui relie ces 3 grandeurs.*

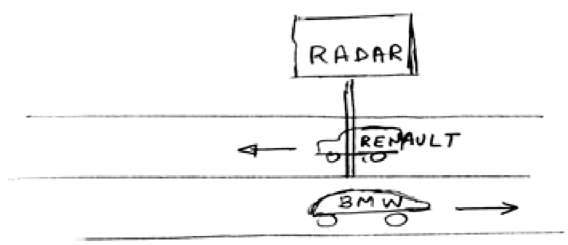
Les élèves ne sont nullement perturbés par la disposition horizontale des tableaux. Le travail se déroule sans heurts et, pour éliminer de rares formules incorrectes fournies par les élèves (telles que $t = p \times 3$), on revient à la dénotation. Par ailleurs, des formulations différentes d'une même loi sont l'occasion de travailler l'équivalence de formules. Ainsi, en va-t-il des trois formules suivantes : $t = p/1,5$; $p = t + \frac{1}{2}\,t$, $p = t \times 1,5$.

Certains élèves éprouvent des difficultés liées à la diversité des unités pour écrire les bonnes formules ou à comprendre ce que signifie "généraliser" en termes de formule unique. Ils acceptent une formule à trois lettres par référence aux formules d'aires vues à l'école primaire et évoquées par le professeur.

3.4 Quatrième phase : mouvements en sens opposé

Cette quatrième phase de notre projet a pour but d'adapter le modèle au sens du parcours, de percevoir l'intérêt de garder le même repère pour les deux voitures, d'accepter l'idée d'une vitesse négative et d'introduire le produit d'un négatif par un négatif.

Au moment où la BMW passe devant le radar, une Renault passe aussi devant le radar à 120 km/h mais va dans l'autre sens.

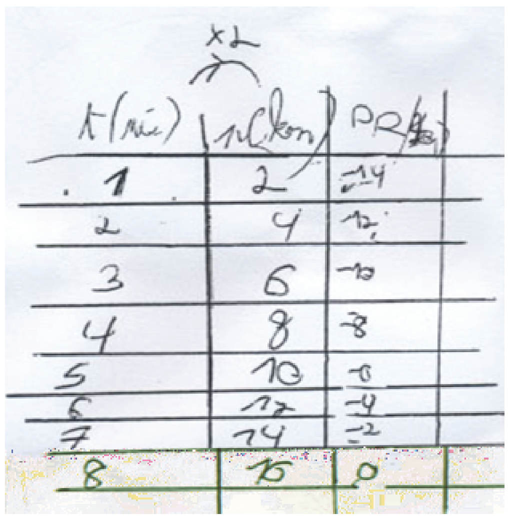


1) *Recopie les résultats du premier tableau et complète la troisième colonne qui traduit le mouvement de la Renault : p_R représente sa position.*

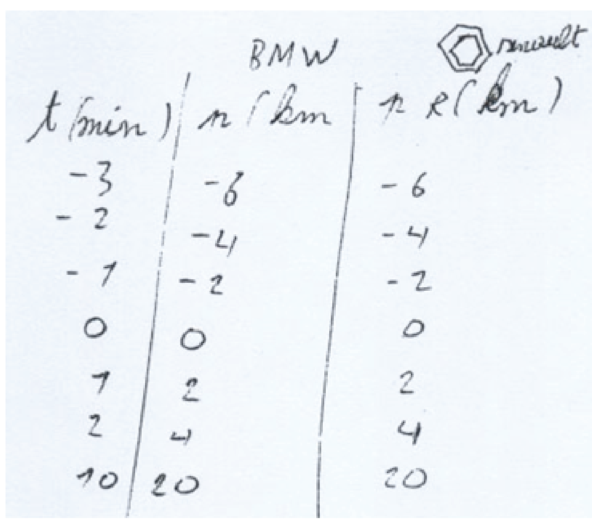
t *(min)*	p *(km)*	p_R *(km)*
...	...	...
...	...	...
...	...	...
...	...	...

2) Peux-tu associer une formule aux calculs pour établir la troisième colonne du tableau ? Quelle est cette formule ?

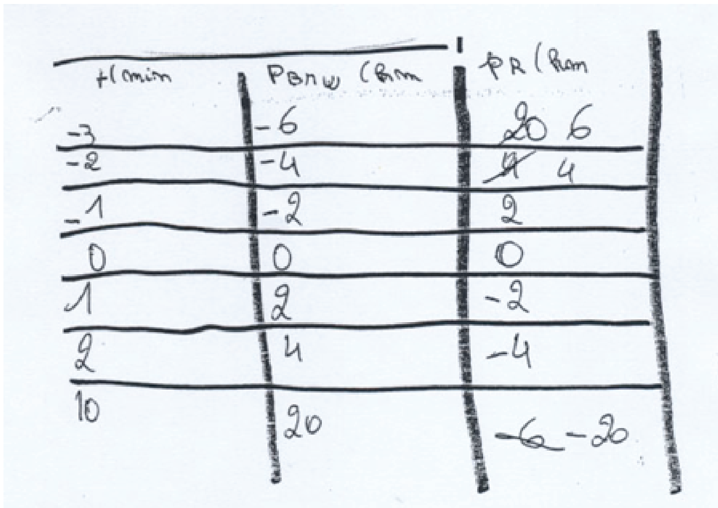
Parmi les propositions fournies par les élèves, nous avons rencontré plusieurs tableaux complétés de manière erronée, par exemple en échangeant les valeurs des positions ou en inversant les colonnes de positions d'une voiture à l'autre. En voici quelques exemples :



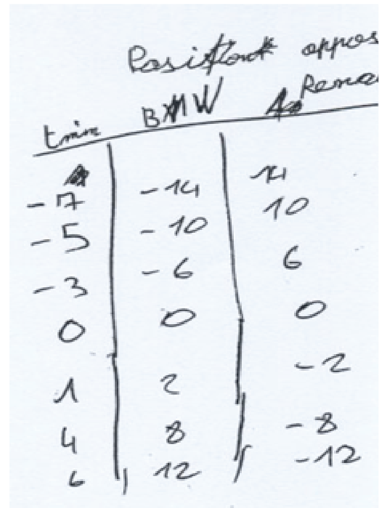
t (min)	x (km) ×2	PR (km)
1	2	-14
2	4	-12
3	6	-10
4	8	-8
5	10	-6
6	12	-4
7	14	-2
8	16	0



t (min)	BMW x (km	renault x R (km)
-3	-6	-6
-2	-4	-4
-1	-2	-2
0	0	0
1	2	2
2	4	4
10	20	20

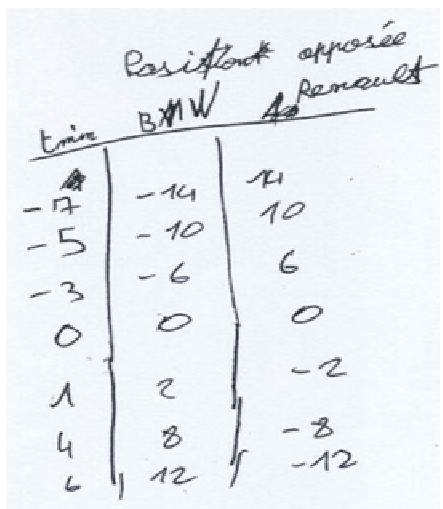


t (min)	PBMW (km)	PR (km)
-3	-6	~~20~~ 6
-2	-4	~~4~~ 4
-1	-2	2
0	0	0
1	2	-2
2	4	-4
10	20	~~-6~~ -20



Position oppos

t min	BMW	Rena
-7	-14	14
-5	-10	10
-3	-6	6
0	0	0
1	2	-2
4	8	-8
6	12	-12



Position opposée

t min	BMW	Renault
-7	-14	14
-5	-10	10
-3	-6	6
0	0	0
1	2	-2
4	8	-8
6	12	-12

Certaines de ces erreurs sont probablement liées à la difficulté de passer du point de vue du conducteur à celui du physicien qui observe de l'extérieur les deux mouvements se dérouler en même temps et qui tente de les distinguer par rapport à un même repère. Ces tableaux sont corrigés par retour au contexte et à sa modélisation.

Voici quelques formules proposées par les élèves : $p = t \times 2/2v$; $t = p_R : 2$; $p_R = t \times (-2)$. Leur pertinence est débattue au moyen d'arguments numériques et algébriques.

Finalement, la formule $p = -2t$ est retenue : pour marquer le sens de parcours, on décide que la vitesse est négative. La mise en application de cette formule pour des t négatifs amène les élèves à constater que cela suppose d'accepter que "$- \times - = +$". Par exemple : $2 = (-1) \times (-2)$ eu égard au fait que le couple $(-1, 2)$ figure dans le tableau numérique.

Voici quelques énoncés de la règle des signes, proposés spontanément par les élèves :

- *"Dans une multiplication, deux $-$ égale $+$."*
- *"Un nombre négatif multiplié par un nombre négatif égale un nombre positif."*
- *"Le produit de deux nombres négatifs égale un nombre positif."*

S'ensuit l'énoncé des règles de multiplication :

- de deux négatifs ;
- d'un négatif par un positif : "Un nombre négatif (positif) multiplié par un nombre positif (négatif) égale un nombre négatif.".

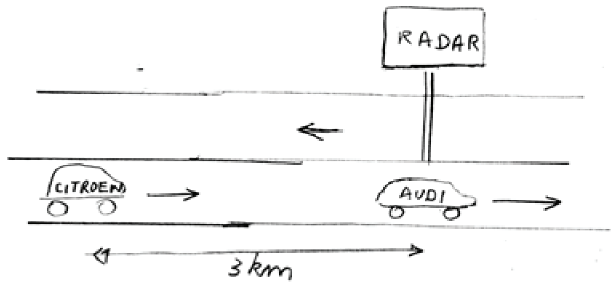
La commutativité de la multiplication peut être mentionnée : vitesse positive et temps négatif ou vitesse négative et temps positif donnent une même position.

3.5 Cinquième phase : deux mouvements décalés

Les enjeux de cette nouvelle situation sont

- de faire percevoir l'intérêt de garder, en certaines circonstances, le même repère pour deux voitures et par là celui d'utiliser des formules du type $p = vt + e$,
- de revenir sur la distinction entre espace parcouru et position,
- d'introduire l'espace parcouru à partir d'une différence de deux positions et donc de définir la distance entre les deux réels,
- d'introduire, pour la première fois, la valeur absolue comme mesure de cet espace,
- de travailler les règles liées à l'addition et la soustraction des nombres relatifs.

Sur la route, l'Audi est suivie par une Citroën qui roule à la même vitesse de 2 km/min et qui se trouve 3 km derrière l'Audi.



1) *Recopie les résultats du premier tableau et complète la troisième colonne qui traduit le mouvement de la Citroën : p_C représente sa position.*

t (min)	*p (km)*	p_C *(km)*
...	...	...
...	...	...
...	...	...
...	...	...

2) *Quelle formule peut-on associer aux calculs faits pour établir la troisième colonne du tableau ?*

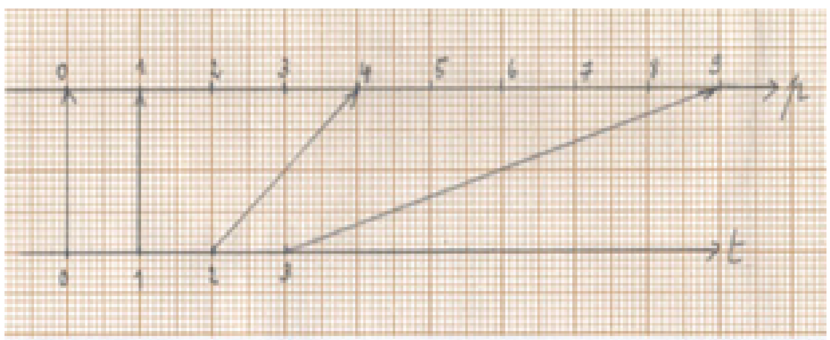
Nous n'avons pu tester cette situation faute de temps.

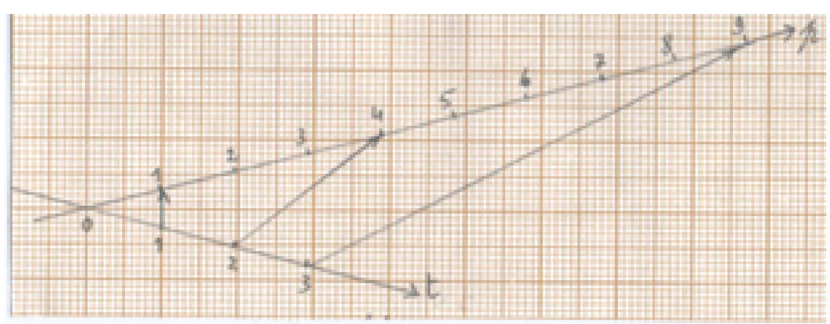
3.6 Sixième phase : contraster graphiquement des mouvements uniformes et un qui ne l'est pas

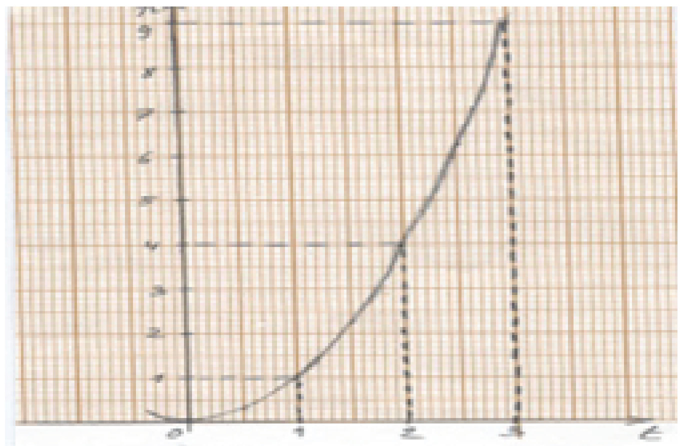
Il nous paraît utile de montrer aux élèves qu'une loi de la forme $p = vt + e$ ne modélise, parmi les mouvements rectilignes, que ceux qui sont uniformes. C'est pourquoi nous avons jugé intéressant de contraster les mouvements étudiés avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré correspondant au modèle $p = t^2$.

Le contraste est non seulement étudié à travers l'allure du modèle algébrique mais aussi à travers des modèles graphiques.

Mais il y a un autre enjeu : les élèves concernés avaient étudié préalablement les systèmes d'axes dans le cadre de l'étude de points alignés. Il y avait donc ici une possibilité pour eux de réinvestir cet acquis dans un nouveau contexte bien que nous ayons prévu aussi qu'ils envisagent d'autres types de représentations ainsi que l'illustrent nos graphiques suivants, à propos du mouvement $p = t^2$ (le lecteur est invité à les compléter de graphiques analogues qui représentent les autres mouvements). Ceux-ci montrent plus ou moins bien le caractère croissant (ou non), le caractère uniforme (ou non) et le caractère continu des mouvements.



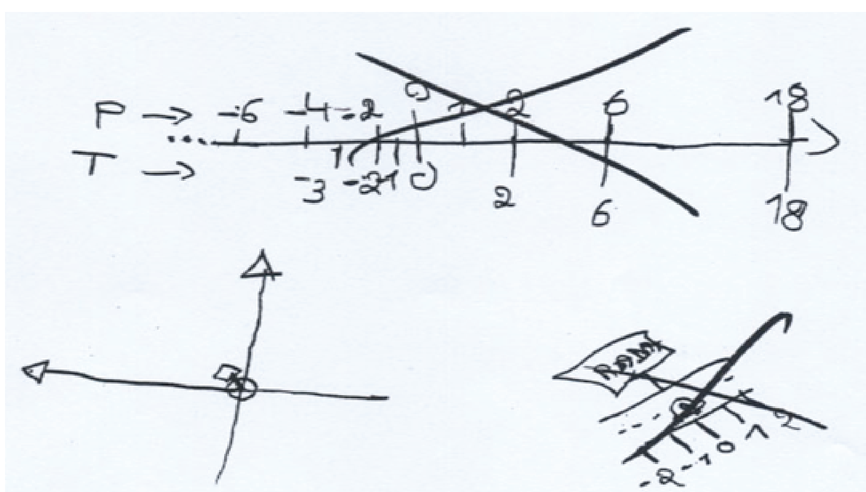


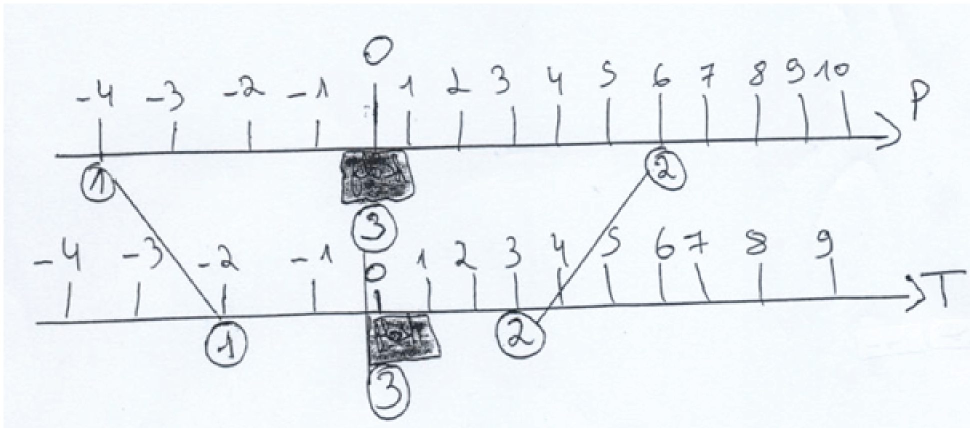


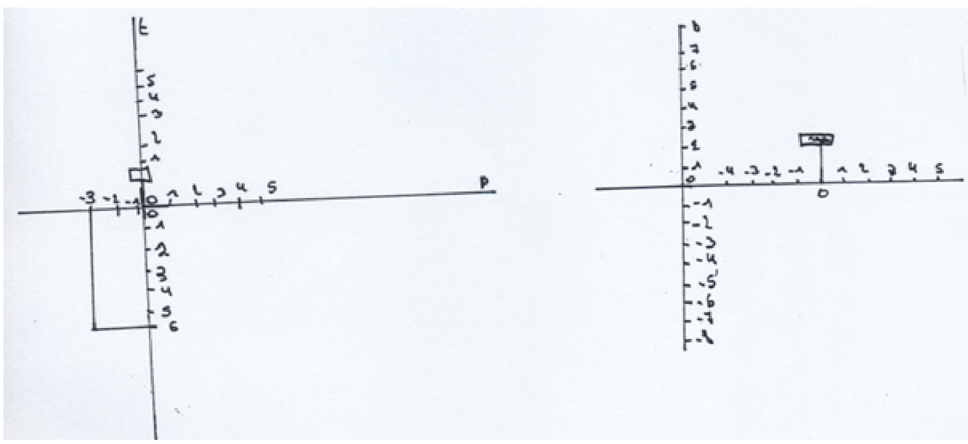
C'est là un enjeu d'apprentissage qui nous paraît important, toute représentation graphique devant être comprise dans sa spécificité, son efficacité et ses limites et l'expérience réalisée montre à quel point on force les élèves en leur imposant d'emblée la représentation canonique. La tâche qui leur est proposée est la suivante :

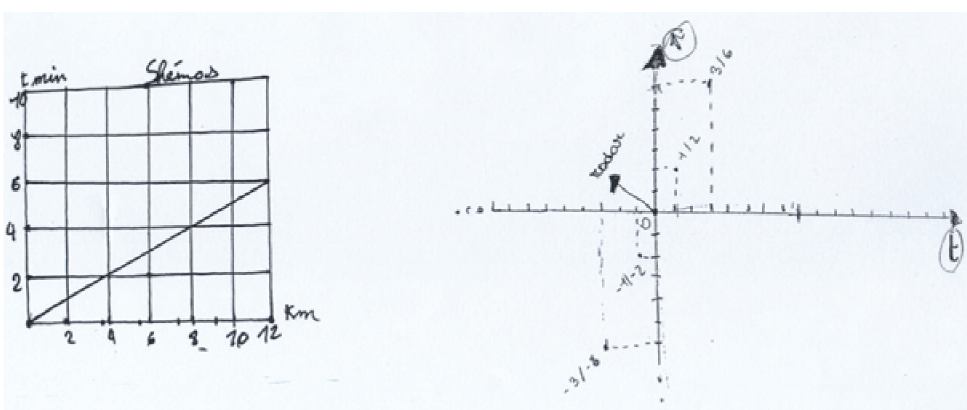
Pour chacun des mouvements correspondant aux formules $p = 2t; p = -2t; p = 2t - 3; p = t^2$*, établis un tableau numérique de correspondances entre* t *et* p *et illustre ce tableau par un schéma.*

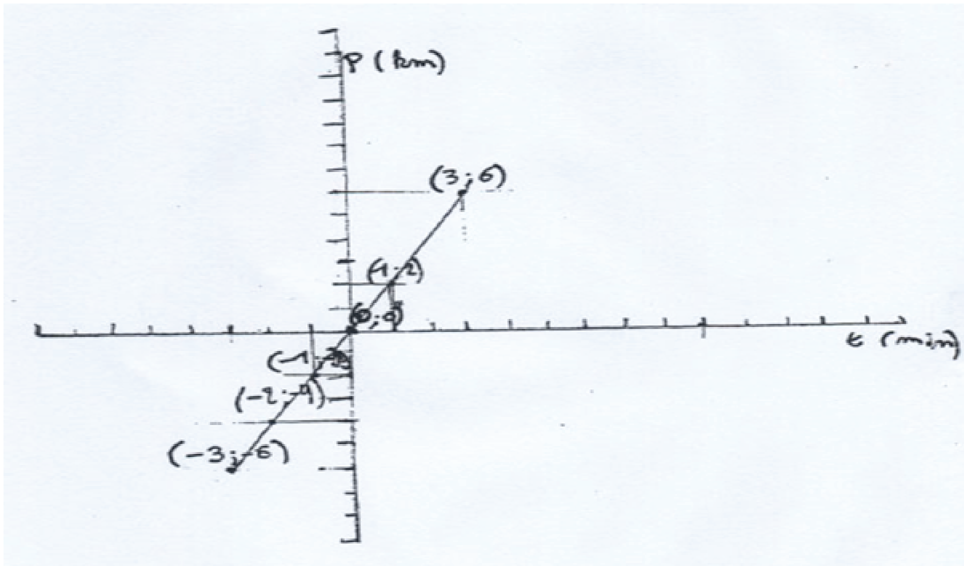
Faute de temps, nous ne disposons que de dessins d'élèves pour la loi $p = 2t$. Les voici.




P
T




t min
Km
t



Ces graphiques suscitent quelques commentaires :

– Beaucoup d'élèves veulent garder en tête des éléments concrets et les notent sur leurs schémas ; ainsi le radar est dessiné très souvent.
– Trois élèves donnent une représentation qui n'est pas en axes cartésiens :
  - un seul axe avec des indications au-dessus et en-dessous, respectivement pour le temps et la position ;
  - deux axes parallèles, l'un pour le temps, l'autre pour la position.
– En axes cartésiens :
  - L'axe du temps est tantôt horizontal, tantôt vertical ; le sens des axes n'est pas forcément conventionnel.
  - La notation des 0 pas nécessairement à l'intersection des axes.
  - Certains notent les coordonnées des points dessinés.
  - Les points sont ou ne sont pas reliés.

Et, quand on les interroge sur le fait que les points reliés forment une droite, ils répondent : “Parce qu'on respecte une règle, à savoir la formule.”

Comme l'illustre donc cette expérience, la question posée offre la possibilité à l'enseignant de retravailler la représentation cartésienne dans un contexte où elle relève de la modélisation.

4 Analyse globale et conclusions

Le premier enjeu est d'étendre le sens des expressions $a+b$, $a-b$, $a\times b$ et a/b lorsque a et b sont susceptibles de représenter des nombres négatifs (entiers et rationnels). Dans cette proposition, ce sens est négocié comme le prix à payer pour préserver l'unicité du modèle algébrique d'un mouvement uniforme quelles que soient les positions ou instants considérés. Cette volonté de garder une unique formule est une raison d'être qui justifie la méthode inductive-exploratoire s'appuyant sur la permanence d'une régularité dans un tableau numérique. Ici, c'est donc l'algébrique qui commande au numérique et qui régit les règles des opérations sur les négatifs. On peut imaginer des dispositifs d'enseignement analogues à partir du souhait de représenter tous les points d'une même droite par une équation unique (Freudenthal, 1973 ; Cojerem, 1995). Le contexte des mouvements uniformes apporte cependant des atouts supplémentaires :

– Les expressions littérales mobilisées sont des "formules" avec des lettres "objets" (p pour position, t pour temps, v pour vitesse), espèce que les élèves ont rencontré dès l'école élémentaire.
– Les statuts "état" et "variation" (ou "opérateur") des nombres relatifs sont particulièrement bien distingués par le biais de la différence entre "instant" et "durée" ou de celle entre "position" et "espace parcouru".
– La modélisation d'expériences est plus que jamais considérée, dans les programmes, comme un objectif important.

Le dispositif mis en place implique de nombreux apprentissages intégrés les uns aux autres :

– droites graduées et systèmes d'axes,
– premières fonctions,
– équivalence de formules,
– représentations graphiques comparées,
– lois de mouvements qui permettent de travailler, d'une manière contrastée, variables dépendantes et indépendantes, inconnues, variations, paramètres.

Pour préparer les élèves à entrer dans ce dispositif, quelques apprentissages préalables peuvent les y aider, à savoir, l'étude de suites de nombres figurés, les premières droites graduées : échelle du temps, thermomètre, altitudes, ..., les conversions d'unités pour les vitesses.

En outre, ce dispositif devrait constituer un "parcours d'étude et de recherche" s'inscrivant dans la durée. En particulier, il devrait se poursuivre par l'étude des mouvements rectilignes uniformément accélérés pour permettre aux élèves de les distinguer des premiers mouvements étudiés et pour qu'ils apprennent à ne pas confondre trajectoire et représentation graphique d'une loi de position.

Références

[1] Berte A., *Mathématique dynamique*, Nathan, Paris, 1993.

[2] Cojerem, *Des situations pour enseigner la géométrie*, (1er/4ème guide méthodologique), De Boeck-Wesmael, Bruxelles, 1995.

[3] Freudenthal H., *Mathemactis as an educational task*, D. Reidel, Dordrecht, 1973.

[4] Glaeser G., Epistémologie des nombres relatifs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2-3, 1981, pp. 303-346.

[5] Schneider M., *Traité de didactique des mathématiques*, Presses ULg, 2008.

[6] Vlassis J., *Sens et symboles en mathématiques : Etude de l'utilisation du signe "moins" dans les réductions polynomiales et la résolution d'équations du premier degré à une inconnue*, Peter Lang, Berne, 2010.