

**Si les mathématiques m'étaient contées :
quel discours pour les professeurs,
quel discours pour les élèves ?**

*Maggy Schneider
Toulouse, CIID, juin 2007*

Quelques questions préalables

Survol de quelques « outils » comme enjeu de mise à l'épreuve de quelques concepts :

- ✓ Quid des PER et des AER ?
- ✓ Quid de leurs relations ?
- ✓ Quid de leur construction et de leurs « échelles » respectives ?

Traitement d'exemples plutôt que généralités

Quelques questions préalables

En amont des PER et AER :

Quid des MER ?

- Part des contraintes, de l'empirisme ?
- Part d'une analyse épistémologique, d'une analyse institutionnelle ?

Survol de quelques exemples

- ✓ Nombres complexes
- ✓ Calcul des dérivées
- ✓ Géométrie analytique dans l'espace
- ✓ Problèmes de dénombrement et premiers modèles fonctionnels
- ✓ Fonctions trigonométriques et phénomènes harmoniques
- ✓ Géométrie du triangle

Nombres complexes

- ✓ Approche algébrique : créer le « scandale » et risquer le non-sens lié à la « fantasmagorie » causée par l'usage du mot « nombre » et entretenue par le recours à des écritures « habituelles » : $a + bi$?
- ✓ S'inspirer de l'histoire pour commencer, a contrario, par un codage algébrique de similitudes particulières au moyen de couples de réels ?
- ✓ Les nombres complexes : pour qui, pour quoi ?
- ✓ S'écarter de l'histoire pour permettre aux élèves d'éviter un obstacle épistémologique ?

Le calcul des dérivées

- ✓ Modèle épistémologique de référence inspiré de l'histoire et composé de deux pôles complets en termes praxéologiques : calcul de grandeurs, d'une part, et mise au point d'un système de validation d'autre part
- ✓ Création d'un milieu graphique et pseudo-cinématique où la dérivée est d'abord une vitesse et où les autres phénomènes sont « interprétés » en termes de mouvements
- ✓ S'en tenir, pour certains élèves, à un discours technologique qui n'a plus cours dans la théorie d'analyse « standardisée » ?

Autre MER pour l'analyse (Fonseca et al.)

- OM1 : calcul de limites basé sur l'axiomatique de l'algèbre des limites
- OM2 : axée sur la topologie des limites où la question essentielle est l'existence de la limite d'un type déterminé de fonctions

Bicéphalie initiale : « praxis » du côté de OM1 et « logos » du côté de OM2;
tentative d'intégrer les deux

La géométrie analytique dans l'espace

- ✓ Nécessité de travailler les registres paramétrique et cartésien sans les « subordonner » d'office au registre vectoriel
- ✓ Et en tenant compte du fait que les objets « droite » et « plan » sont à caractériser au sein d'une géométrie calculatoire, à partir de propriétés géométriques avant d'y être définis
- ✓ Pour quels étudiants les aspects structurels sont-ils nécessaires ?

Problèmes de dénombrement et premiers modèles fonctionnels

- ✓ Etude de suites de nombres figurés : entrée dans le modèle algébrique mais aussi entrée dans la pensée fonctionnelle
- ✓ Enjeu de standardisation des phénomènes au moyen de quelques modèles fonctionnels; rôle particulier joué par les progressions arithmétiques et géométriques
- ✓ S'agit-il de faire passer les élèves de l'univers des équations et inconnues à celui des fonctions et variables ou d'inscrire d'emblée les équations, inéquations et identités dans l'étude des fonctions ?

Fonctions trigonométriques et phénomènes harmoniques

- ✓ Etudier les fonctions sinusoïdales comme modèles des mouvements circulaires uniformes, eux-mêmes modèles des mouvements harmoniques
- ✓ Subordonner l'étude du cercle et des nombres trigonométriques (angles associés, ...) à celle des fonctions
- ✓ Montrer que le choix du radian permet de regarder la variable indépendante à la fois comme mesure du temps, mesure de longueur d'arc et mesure d'angle et de construire un modèle « adaptable » à tout phénomène
- ✓ Revenir à cette modélisation dans le cadre de la mécanique, après apprentissage des dérivées

Géométrie du triangle

- ✓ Contexte des distances « inaccessibles », à partir de problèmes « édulcorés », le triangle étant l'outil privilégié pour réduire les problèmes des macro et méso espaces à des propriétés de figures tracées sur une feuille de papier
- ✓ Place centrale des cas d'isométrie et de similitude des triangles e.a. comme outil d'action et mode de validation « imposé »
- ✓ Remplacement progressif des mesures faites sur papier par des calculs, aspects contractuels : Thalès, trigonométrie, Pythagore
- ✓ Poursuivre avec l'étude des lieux et de la localisation d'un point par la méthode des deux lieux, en particulier les arcs capables, et avec des problèmes d'arpentage « réels » qui mobilisent des configurations spatiales

Niveau de description des outils

- ✓ Description en termes de PER, d'éventuelles AER leur étant subordonnées
- ✓ Sujets pensés en termes de secteurs (à partir d'une tâche ou d'une technique)
- ✓ Sujets mathématiques ou mixtes
- ✓ Qui restaurent l'autonomie de domaines inféodés à d'autres au prix d'un discours technologique non standard (étude de moments charnières au cours desquels les « outils » deviennent « objets »)
- ✓ Un point commun : la recherche d'une « histoire » qui permet d'échapper à l'arbitraire

Questions sur les MER

- ✓ Construction empirique à partir des praxéologies affichées dans les programmes, manuels, ...
- ✓ Ou, « réflexion d'ordre épistémologique prenant en compte la situation générale et non la situation spécifique qui sera réalisée » (A. Bessot et C. Comiti)

Intégrant ou non les pratiques existantes au risque d'y rester « enfermé » ou s'appuyant sur un fonctionnement hors institution scolaire (histoire, institutions actuelles)

Retour à la philosophie des PER

En réponse à une perspective monumentaliste des mathématiques

- ✓ Restaurer les couples (Q, R) : OUI
- ✓ Elaborer les OM à partir des Q ou des R ???
 - L'entrée par les Q conduirait-elle plus vite aux mathématiques mixtes ?
 - L'entrée par les R favorise le « pas de côté » qui caractérise l'économie de pensée des mathématiques (une technique pour plusieurs tâches ?)
- ✓ Combiner R « poinçons » et R « cœur » ou s'en tenir à montrer la relativité des R « poinçons »,?
(socio-épistémologie : « si les mathématiques m' étaient contées »)
- ✓ Questionner le choix actuel des R et leur pertinence aujourd'hui : responsabilité de la noosphère ?

Textes pour professeurs ou pour élèves ?

- ✓ Textes discursifs qui racontent des mathématiques, en « long et en large »
- ✓ Pas d'encadrés du type « à retenir », « exercices pour s'entraîner »
- ✓ En annexe : notes « didactiques » à l'adresse des professeurs
- ✓ Fragilité « commerciale », outils de formation

Quelques incontournables ?

- ✓ Dimension fondamentale des situations, relative à une institution : « *Il existe pour tout savoir une famille de situations susceptibles de lui donner un sens correct. Ce sens est correct par rapport à l'histoire de ce concept, par rapport au contexte social, par rapport à la communauté scientifique* » (G. Brousseau)
- ✓ Distinction et hiérarchisation entre caractère fondamental et caractère adidactique d'une situation : intégration nécessaire des AER dans des PER