Didactique et épistémologie : mariage d'amour ou mariage forcé ?

Maggy Schneider, Université de Liège

Besançon, Séminaire de Didactique des Mathématiques, 20 avril 2012

Thèse développée

- Existence et autonomie (?) des démarches descriptive et prescriptive (Durkheim, Crahay)

  Illusion d'une séparation entre « le scientifique » et «l'idéologique » (Althusser, Bourdieu, Chevallard)
- L'articulation entre l'épistémologie et la didactique permet de rendre le discours sur l'enseignement plus « falsifiable »

Thèse développée et type d'exposé

- Cette articulation peut permettre de débusquer des « points aveugles » de la recherche mais aussi de situer les enjeux de son objet
- Explicitation maximale des choix, y compris liés à l'histoire personnelle du chercheur : participe au « pas de côté » propre à toute démarche scientifique
- Les exemples valent mieux qu'un discours : balade commentée

Plan

- D' une référence première en épistémologie à ma vision des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement
- Articulation de deux dispositifs didactiques extrêmes
- Un regard praxéologique sur les situations fondamentales : deux niveaux
- Aspects liés à la recherche

Ma référence première empruntée à l'épistémologie des sciences

- Choix d'une épistémologie socioconstructiviste inspirée e.a. par une vision poppérienne des théories scientifiques : « Mouvement contemporain de l'épistémologie selon lequel les scientifiques inventent et/ou utilisent des théories pour donner du sens à ce qui les entoure et pour agir » (Fourez et al.)
- Emprunts à spécifier et dont je préciserai des retombées possibles :
  - D'abord, en matière de développement
  - Ensuite, en ce qui concerne la recherche

Ma référence première empruntée à l'épistémologie des sciences

- Selon le positivisme empirique, il existe une « vraie vision scientifique » et les lois et concepts scientifiques sont un « reflet exact du monde »
- Selon l'épistémologie socio-constructiviste, les théories et concepts sont des créations de l'esprit humain, adoptés provisoirement pour leur efficacité à réaliser un projet donné ou à interpréter des phénomènes et

  rejetés lorsque cette efficacité sera mise à mal : il ne s'agit pas d'y croire mais d'en tester les limites

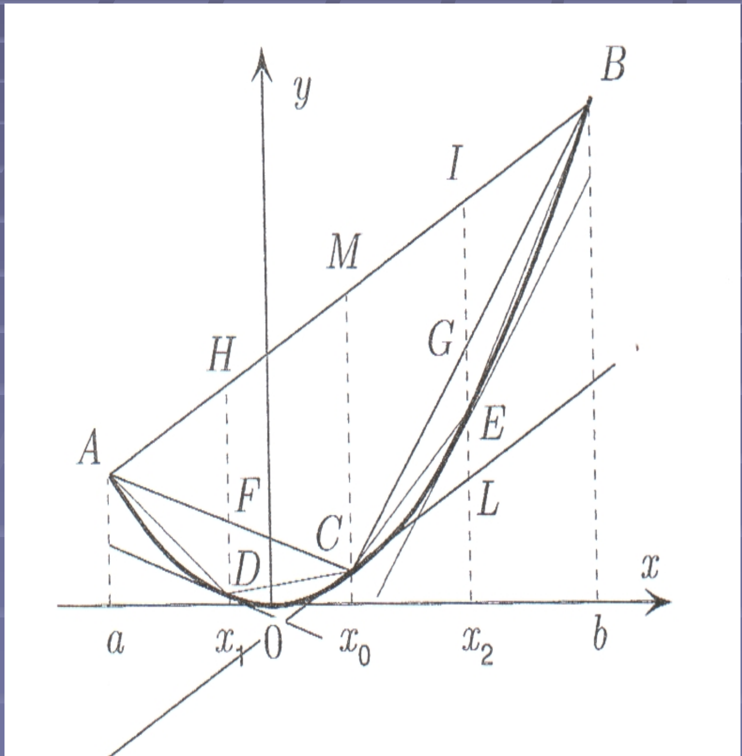
Ma vision corollaire des mathématiques

- Les mathématiques procurent une économie de pensée et d'action : dynamique dont rend compte la modélisation de l'activité mathématique en termes de praxéologies, pourvu que les tâches aient « un caractère fondamental » au sens de la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau
- Les mathématiques ont pour fonction de « tuer » les problèmes en les catégorisant et en créant des techniques pour les résoudre d'une manière « performante », le prix à payer étant le discours technologique ou théorique

Une économie à plusieurs niveaux

Le concept de fonction peut être vu comme concept unificateur au niveau des fondements des mathématiques mais aussi, à un niveau plus « élémentaire », comme outil de catégorisation de phénomènes extra ou intra-mathématiques : l'exemple du calcul intégral

Une économie à plusieurs niveaux : des problèmes qui relèvent de la même catégorie fonctionnelle



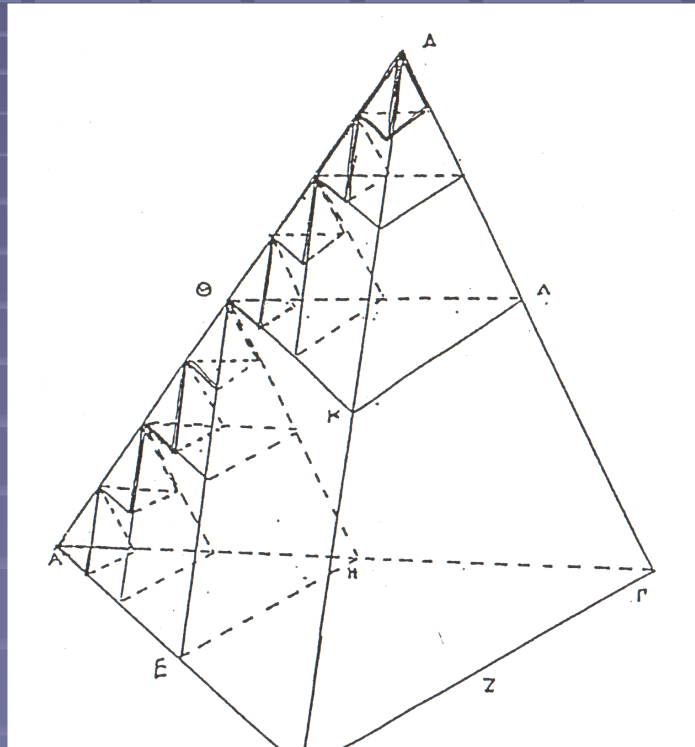


figure 3

Une économie à plusieurs niveaux : Les fonctions sont des outils de classement des problèmes

Pour Archimède, ces problèmes sont distincts même s’ils relèvent tous deux de la méthode d’exhaustion

Pour nous, c’est le même problème : primitive d’une fonction du second degré ou limite de sommes de Riemann de même structure

« Mais pour qu’on ait le droit de voir là un “ calcul intégral ”, il faudrait y mettre en évidence, à travers la multiplicité des apparences géométriques, quelque ébauche de classification des problèmes suivant la nature de “ l’intégrand ” sous-jacent. Au XVIIe siècle, nous allons le voir, la recherche d’une telle classification devient peu à peu l’un des principaux soucis des géomètres » (Bourbaki)

Une économie à plusieurs niveaux : Les fonctions sont des outils de classement des problèmes

- Une classification algébrique de modèles fonctionnels paramétrés qui donnera prise aux techniques de dérivation et de primitivation…
- Possibilité d'une initiation à un tel regard dès les premières années de collège
- Rôle des ostensifs algébriques, en amont d'une définition générale du concept de fonction dans un projet de fondement

Une économie au niveau des fondements : les ensembles structurés

« Une structure est un outil pour le mathématicien. Une fois qu'il a discerné, entre les éléments qu'il étudie, des relations satisfaisant aux axiomes d'une structure de type connu, il dispose aussitôt de tout l'arsenal des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type, là où, auparavant, il devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attache dont la puissance dépendait de son talent personnel, et qui s'encombraient souvent d'hypothèses inutilement restrictives, provenant des particularités du problème étudié » (Bourbaki)

Ma vision corollaire de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques

- Apprendre les mathématiques, c'est d'abord prendre de la distance par rapport aux « faux objets empiriques » : les « faits », les « observations » ne sont que des interprétations humaines
  - « Un éducateur devra donc toujours penser à détacher l'observateur de son objet… » (Bachelard)
  - Décentration psychologique vis-à-vis du phénoménisme de l'expérience immédiate (Piaget)
- C'est ensuite comprendre que les théories et concepts ont une vie propre qui soulève de nouveaux problèmes C'est le monde 3 de Popper, celui des concepts, qui contient « plus que ce que nous y avons mis »

Ma vision corollaire de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques

D'un point de vue plus praxéologique, apprendre les mathématiques c'est savoir utiliser les techniques pour tuer les problèmes, ce qui suppose de :

- Avoir une intelligibilité des problèmes étudiés, des techniques qui permettent de les catégoriser et de les traiter, de leur champ d'opérationnalité et donc de leurs limites
- Savoir justifier le choix d'une technique et de son usage par rapport à une tâche donnée

La compétence à résoudre des problèmes s'exerce alors en brassant des classes de problèmes sans cesse plus nombreuses, sans indice sur le choix de la technique, et non en s'attaquant à des « problèmes inédits et complexes »

Quels dispositifs d'enseignement ?

- Situations adidactiques
- Discours ex cathedra :

Deux dispositifs extrêmes à rapprocher pour prendre en compte des dysfonctionnements observés dans les pratiques enseignantes

Quels dispositifs didactiques ?
Le discours ex-cathedra ?

Discours du professeur à l'adresse des élèves :

- visant à rendre intelligible le projet global à l'étude et ses raisons d'être
- de type heuristique et non déductiviste (Lakatos)
- évitant l'épistémologie normative et les arguments d'autorité pour faire éprouver à l'élève la nécessité du savoir
- s'accommode parfaitement de références à des « tiers-objets » (média)

Quels dispositifs didactiques ? Le discours ex-cathedra ?

Discours du professeur à l'adresse des élèves :

- éventuellement ponctué de moments adidactiques que le professeur situera en tant qu'artifices didactiques en regard du projet global
- en restaurant une « netteté » topogénétique mise à mal dans les cours dialogués
- intérêt de distinguer caractère fondamental d'une question et caractère adidactique d'une situation qui suppose, en outre, l'existence d'un milieu adidactique et d'un contrat qui permet la dévolution (Perrin-Glorian)

Quels dispositifs didactiques ?
Le discours ex-cathedra ?

Discours du professeur à l'adresse des élèves :

- savoir d'expérience personnel - politiquement incorrect ?- à rapprocher du discours « méta », de la dialectique media-milieux, de la Théorie de Médiation Sémiotique, … ?
- hypothèse d'action dont il conviendrait d'analyser les conditions minimales de fonctionnement sans lesquelles le modèle se casse la gueule (signes langagiers d'un discours socio-constructiviste, contrat relatif à l'évaluation,…)

Opportunités principales d'usage de situations adidactiques

Quand « l'expérience première » fait obstacle (au sens d'obstacle épistémologique) et qu'il faut « apprendre contre ses connaissances antérieures » (Bachelard) :

L'attraction de poussières sur une paroi électrisée expliquée par l'existence d'un « fluide glutineux »

Non pas une métaphore mais une explication réduite à la sensation : *« On pense comme on voit, on pense ce qu'on voit : une poussière colle à la paroi électrisée, donc l'électricité est une colle, une glu »*

D'une vision positiviste au rationalisme appliqué : retour à un enjeu majeur d'apprentissage

Opportunités principales d'usage de situations adidactiques

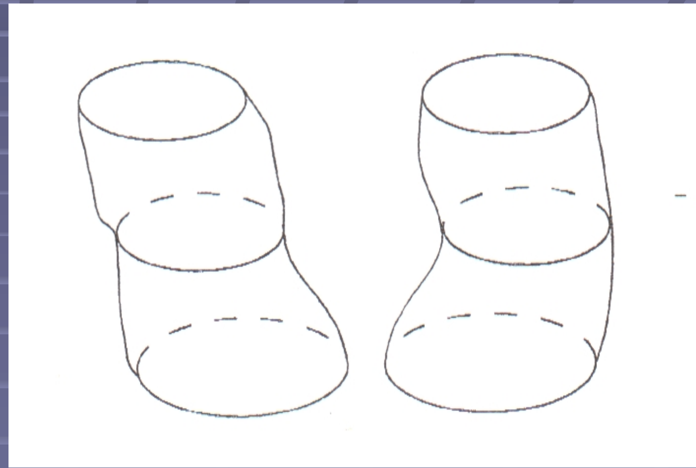
Au delà du débat sur le caractère culturel des obstacles épistémologiques et sur la distinction entre obstacles didactiques et obstacles épistémologiques :

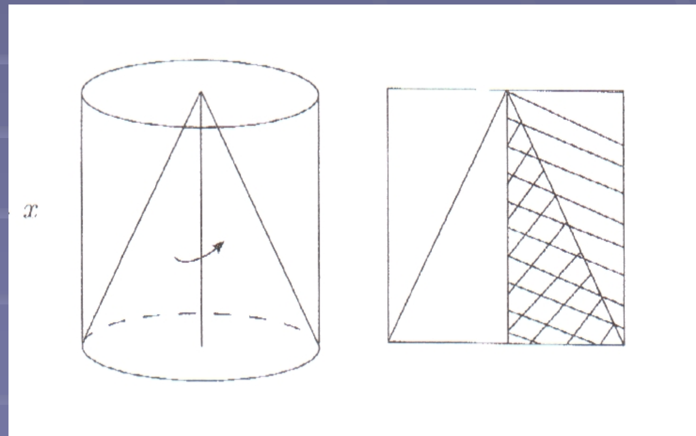
- L'empirisme reste source d'obstacle, qu'il soit ou non conforté par des pratiques enseignantes (ostension) relevant d'une épistémologie empiriste-sensualiste
- Mais aussi les « expériences premières » liées au contrat didactique

Des « expériences premières » qui « font obstacle »

Peut-on déduire un rapport entre les volumes de 2 solides de l'invariance du rapport des aires des surfaces qui les « composent » ?

Pas toujours





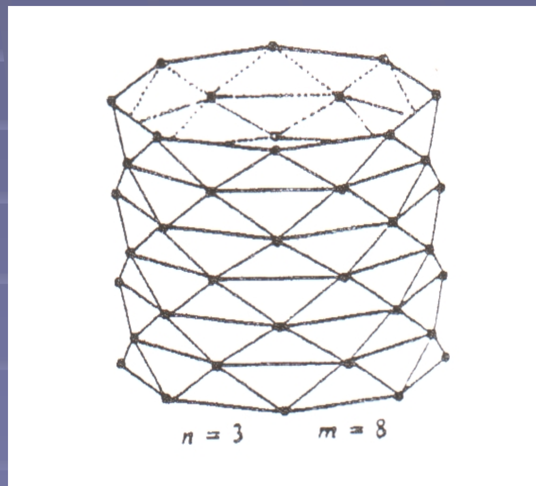
Des « expériences premières » qui « font obstacle »

- Et pourtant, la tentation est grande de considérer que les mesures de grandeurs se doivent d'exprimer ce que l'on « voit » des grandeurs elles-mêmes. Les mesures sont alors des reflets des objets du « monde physique », ce qui fait obstacle à leur conceptualisation mathématique
- Cet obstacle est signe d'une absence de distanciation entre les phénomènes observés et les concepts créés pour les modéliser : il est une manifestation du positivisme empirique

Autres manifestations du positivisme empirique

Douter que la limite d’une suite de sommes d’aires de rectangles donne la valeur exacte d’une aire curviligne car ces rectangles n’épousent pas parfaitement la surface ou se réduisent en segments

Définir l’aire d’une surface courbe comme la limite de la somme des aires des triangles d’une surface polyédrale inscrite, jusqu’au contre-exemple de Schwarz en 1883



Autres manifestations du positivisme empirique

Douter que le calcul d'une limite puisse donner la valeur exacte d'une vitesse instantanée qui échappe jusqu'à un certain point aux observations et aux mesures

Penser, voire définir, la tangente comme 'limite' de sécantes, manière d'exprimer ce que l'on voit, sans avoir défini une quelconque topologie sur l'ensemble des droites

Autres manifestations du positivisme empirique

Conceptions causaliste et chronologique de la probabilité conditionnelle, signes d'une difficulté à se détacher d'exemples précis où existent un caractère d'antériorité-postériorité ou un lien de cause à effet

Refus d'accepter les relatifs comme « nombres » faute de pouvoir « déterrer dans la Nature des exemples pratiques qui les expliquent sur le mode métaphorique »

Des « expériences premières » liées au contrat

- Les équations y - 2x +1 = 0 (ou y = 2x - 1) sont, dans l'espace « usuel », celles d'une droite
- L'équation ax + by + cz + d = 0 généralise à l'espace l'équation d'une droite dans le plan

  On peut interpréter ces réactions d'élèves « en relation avec les conditions concrètes de l'activité de l'élève » et, *in fine*, liées au contrat didactique. En l'occurrence, un élève croit devoir gérer convenablement les expressions algébriques en respectant les différences ostensives et en préservant la complexité ostensive

Opportunités principales d’usage de situations adidactiques

L’impact de ces expériences premières dans l’apprentissage appelle des dispositifs didactiques spécifiques

Des jeux adidactiques (ou mixtes) devraient permettre :

- une mise à l’épreuve de connaissances anciennes

ET/OU

- la mise en évidence d’un projet qui en suppose un prolongement

Opportunités principales d'usage de situations adidactiques

Une vision poppérienne de mise à l'épreuve et d'émergence de modèles mathématiques :

- La situation du puzzle de Brousseau permet de falsifier le modèle additif qui « en tant qu'obstacle résistant à la mise en place du modèle multiplicatif doit pouvoir lui être opposé dans des situations ouvertes , ce choix devant se faire sur des critères rationnels et intellectuels », alors que l'exploitation du pantographe le ferait découvrir comme une « loi de la nature »
- A propos de l'équivalence des couples permettant de coder l'épaisseur des feuilles de papier : « les couples qui obéissent à la loi implicite ne donnent lieu à aucune remarque : ce sont des couples qui ne lui obéissent pas qui, par l'accident qu'ils révèlent, rendent la formulation nécessaire : comme une théorie, le modèle se révèle par ses contradictions - apparentes ou réelles - avec l'expérience et non avec ses accords »

Opportunités principales d'usage de situations adidactiques

La déstabilisation créée est d'une certaine « violence » qui suppose un « environnement » didactique particulier:

- Équilibre entre ruptures du contrat didactique que suppose la dévolution de telles situations et maintien de la relation didactique
- Processus de dépersonnalisation : analyse collective de stratégies candidates plutôt qu'entraînement à résoudre des problèmes
- Rentabilisation de l'investissement initial des élèves : accepter qu'ils prennent plaisir à « tuer » les problèmes au moyen des techniques apprises, la dévolution se portant alors sur le choix de la technique appropriée lorsque les classes de problèmes se multiplient

Opportunités principales d'usage de situations adidactiques

A certaines occasions, cette violence peut être évitée, les nouveaux savoirs étant présentés dans la continuité des anciens

Exemple des extensions des ensembles de nombres, « source d'obstacles épistémologiques » :

- A propos des complexes : « Tout devient facile si l'on admet que les manipulations auxquelles nous allons nous livrer concernent non pas des nombres mais des couples de nombres. La fantasmagorie alors disparaît et chacun peut suivre un cheminement qui n'a plus rien de mystérieux » (Jacquard)

Postposer et justifier l'usage du mot « nombre » ?

Une conclusion intermédiaire

- Possibilité d'un discours du professeur qui favorise le face-à-face direct de l'élève avec le savoir
- Doit s'appuyer sur des questions qui ont un caractère fondamental
- Les situations adidactiques sont particulièrement intéressantes quand les élèves doivent faire leur deuil d'expériences premières (év. construire de nouveaux savoirs); elles ne peuvent faire perdre l'intelligibilité du projet global
- Il existe d'autres occasions de dévolution

Les « situations » fondamentales

- Les situations fondamentales sont avant tout des modèles des savoirs mathématiques (Bosch et Chevallard)
- Postulat d'existence lié à la distinction entre caractère fondamental et caractère adidactique
- Rejoint l'hypothèse des épistémologues socio-constructivistes : toute théorie scientifique répond à un projet humain
- Relativité institutionnelle de ces modèles : « Ce sens [du savoir] est correct par rapport à l'histoire de ce concept, par rapport au contexte social, par rapport à la communauté scientifique » (Brousseau)

Un regard praxéologique sur les « situations » fondamentales

Exemple du concept de limite

Pour Bloch, une situation fondamentale du concept de limite doit faire intervenir le système de validation propre à l'analyse. Elle se réfère à LA situation fondamentale telle que formulée par C. et R. Berthelot :

- « il faut maîtriser la fonction de base f ;
- il faut être capable de faire une hypothèse sur l'existence et la valeur d'une limite L en x_0 :
- il faut valider ou infirmer cette hypothèse en construisant […] deux applications : une fonction **H**, définie de l'ensemble des voisinages de L dans l'ensemble des voisinages de l'un des antécédents de x_0, dont l'image par f est incluse dans un voisinage de L ; une fonction G, définie dans l'ensemble des voisinages de x_0, vers l'ensemble des parties de F. »

Un regard praxéologique sur les « situations » fondamentales

Cette formulation semble dictée par un regard plutôt conceptuel que l'on peut contraster avec un regard plus praxéologique

Celui-ci amène à distinguer plusieurs niveaux d'étude du concept de limite auxquels on peut formuler une situation fondamentale et plusieurs praxéologies qui se différencient tant par le bloc « logos » que par le bloc « praxis » pour que l'un soit adapté à l'autre

Premier niveau : le travail de modélisation

Praxéologie « grandeurs »

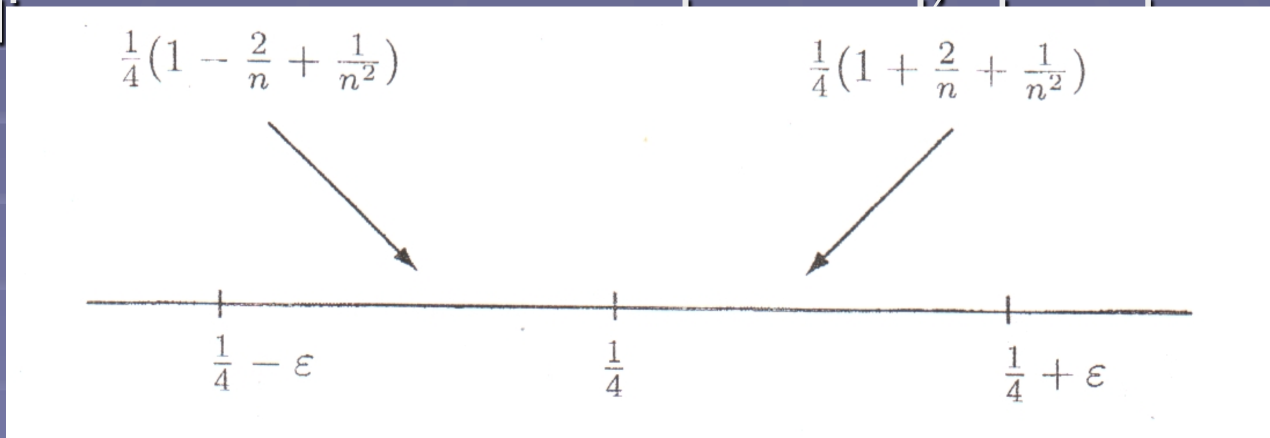
- ✓ Les tâches fondamentales consistent à déterminer des aires curvilignes, des vitesses variables, des tangentes et à optimiser des grandeurs, par des techniques « conviviales » : calcul de limites, de dérivées, de primitives
- ✓ Le concept de limite apparaît sous une forme embryonnaire : c'est ce qu'on obtient en supprimant des termes dans une expression algébrique, sans jeu de compensations (à l'instar de Lagrange)
- ✓ Le caractère fondamental est pluriel, l'unité se créant à partir de formes langagières communes modélisant les phénomènes étudiés : « aussi proche que l'on veut », « suffisamment proche de »

Premier niveau : le travail de modélisation

- C'est à ce niveau que doivent être gérées les questions qu'une vision empiriste induit sur la pertinence des techniques : *« Un calcul de limite peut-il donner la valeur exacte d'une aire curviligne ou d'une vitesse instantanée ? »*
- D'où la nécessité d'un discours technologique qui ne s'apparente pas à un discours théorique standard dans lequel les aires, vitesses, … sont <u>définies</u> par le biais du concept de limite

Premier niveau : le travail de modélisation

- On justifie que ce calcul donne bien ce que l'on cherche, au prix d'une « validation » non canonique (intuitions géométriques ou cinématiques, validation pragmatique, expériences mentales,examen de cas extrêmes , …)
- Par exemple, jouer sur un encadrement d'une aire curvili



Premier niveau : le travail de modélisation

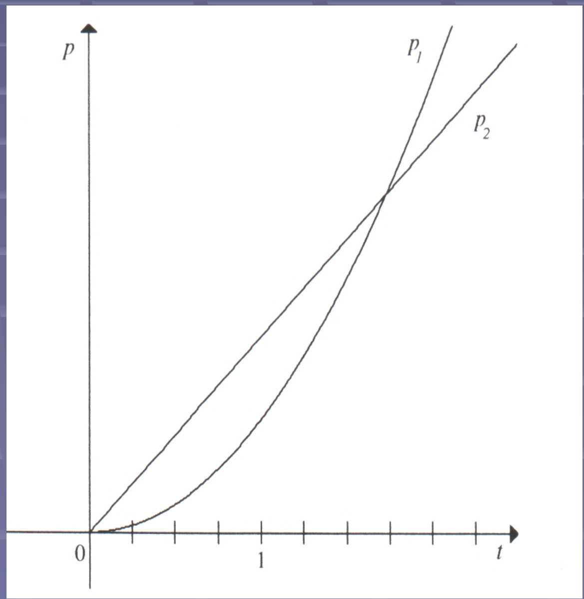
- Ou rendre crédible une nouvelle technique, sujette à caution, en montrant qu'elle permet de retrouver des résultats déjà acquis par d'autres méthodes
- A l'instar de Fermat qui met à l'épreuve sa méthode d'adégalité, où intervient un infinitésimal au statut ambigu, en l'appliquant à un problème d'optimisation et un autre de tangente déjà résolus dans l'Antiquité

Exemple : émergence et validation pragmatique du calcul des dérivées

Quand les 2 mobiles ont-ils même vitesse ?

D'abord quand le mouvement non uniforme est décrit par une fonction du 2e degré et puis par une fonction du 3e degré

Trois stratégies dont une est « infinitésimale », crédibilisée par les autres dans le 1er cas, seule efficace dans le second



Premier niveau : le travail de modélisation

- A ce niveau, la praxéologie « grandeurs » s'articule avec la praxéologie « modélisation fonctionnelle » dont la tâche fondamentale consiste à catégoriser des phénomènes extra ou intra-mathématiques par des modèles fonctionnels paramétrés qui donnent prise au calcul des dérivées et des primitives
- Les « situations » fondamentales relatives au calcul de limites peuvent alors être liées aux comportements asymptotiques de certains de ces modèles

Deuxième niveau d'étude : couler le modèle dans un moule euclidien

- ✓ Définir mathématiquement les objets initiaux (vitesses, aires, …) par les techniques qui permettaient de les déterminer au stade précédent, ce qui suppose que soient réglées les questions relatives à l'efficacité et la l'intelligibilité des techniques
- ✓ Agencer les pièces du modèle en une organisation déductive où le mode de validation est exempt de toute considération liée aux contextes d'origine

Deuxième niveau d'étude : couler le modèle dans un moule euclidien

Du calcul infinitésimal à l'analyse :

- Euler, le concept de fonction et le renversement de l'ordre d'exposition de la théorie : les questions d'ordre géométrique ou physique deviennent des applications
- Lagrange et la reformulation de l'analyse en termes de fonctions dérivées et de fonctions primitives
- Cauchy et la volonté d'une refonte déductive basée sur le concept « mère » de limite, respectant la « rigueur des géomètres grecs de l'Antiquité »
- Bolzano et le projet métaphysique d'épurer le discours de toute connotation géométrique ou cinématique et de définir la continuité numérique

Deuxième niveau d'étude : couler le modèle dans un moule euclidien

- ✓ Ce 2ème niveau se distingue du 1er par des tâches et techniques d'un autre ordre : conjecturer un ordre d'agencement de théorèmes, démontrer l'un d'eux au moyen des règles d'inférence du calcul propositionnel, établir un lot d'axiomes, réfuter une conjecture fausse par la technique de la recherche du lemme coupable, …
- ✓ Pose des questions épistémologiques : nature des concepts scientifiques, falsifiabilité des théories, problème méthodologique de la simplicité des modèles, refus du mélange des genres, …

Deuxième niveau d'étude : couler le modèle dans un moule euclidien

A ce niveau, les fonctions d'une situation fondamentale du concept de limite seraient

- De construire ce dernier comme « proof-generated concept » au sens de Lakatos
- De changer le rapport personnel des élèves aux définitions qui ne sont plus des descriptions des objets mais des référents qui donnent prise au raisonnement déductif, ce qui suppose un dépassement de l'obstacle empiriste (Job)

Situations fondamentales au sens large : l'enjeu n'est plus un savoir particulier mais l'évolution du rapport personnel nécessitée par l'entrée dans une nouvelle institution

Deux niveaux praxéologiques

Processus pour décrire deux facettes de l'activité mathématique et produits de ces processus en termes d'organisations mathématiques

- ✓ Praxéologies « modélisation » : on cherche à modéliser des objets non définis mathématiquement mais dont on a une certaine connaissance (ce sont des 'préconstruits' au sens de Chevallard et ils fonctionnent comme des 'objets mentaux' au sens de Freudenthal)
- ✓ Praxéologies « déduction » : on construit une organisation déductive des éléments du modèle ainsi construit, les objets étant définis par les techniques qui les modélisent

Deux niveaux praxéologiques

L'absence d'identification du premier niveau praxéologique est suggérée par les investigations de Rouy auprès de plusieurs publics : élèves-professeurs, professeurs d'université, enseignants du secondaire

Qu'en est-il de la visibilité du 2ème niveau pour les élèves ou étudiants ?

Les praxéologies « déduction » sont souvent présentées sous une forme achevée, le travail heuristique étant gommé, même par « îlots »

Or, il y a là sans doute des opportunités de situations fondamentales ?

Deux niveaux praxéologiques

- Comment s'articulent ces deux niveaux praxéologiques?
- Séquentiellement ou simultanément; au sein d'une même institution ou non
- L'enseignement universitaire gère essentiellement les praxéologies « déduction ». La transposition en vigueur dans le secondaire se calque sur le discours universitaire, emprunte sa structure, des éléments « emblématiques » et édulcore le discours des endroits plus délicats

Exemple de la géométrie analytique 3D

Subordination de la géométrie analytique à l'algèbre linéaire

Dans la théorie standard :

- Les droites et plans sont définis d'emblée comme variétés linéaires ou affines. Les vecteurs sont des éléments d'un espace vectoriel et des vecteurs colinéaires sont définis à partir de la notion de partie liée
- Un théorème permet de traduire les écritures vectorielles en termes de coordonnées : *Tout espace vectoriel E de dimension finie n sur un corps commutatif K est isomorphe à l'espace K^n des coordonnées*

Dans la transposition didactique en vigueur dans le secondaire :

- Le point de départ est toujours vectoriel
- On passe du vectoriel au paramétrique (puis au cartésien) sans aucune justification

Imaginer des transpositions non standardisées Lesquelles et pourquoi ?

Peut-on modéliser des objets géométriques dans les registres paramétrique et cartésien sans déduire ceux-ci du registre vectoriel ?

Une tentative qui s'appuie sur un discours technologique hybride (Lebeau) :

validation des ostensifs cartésiens et paramétriques qui s'appuie sur un mélange de cadres : géométrie analytique 2D et géométrie synthétique 3D

Ne correspond pas au critère formulé par Chevallard : « Les formes de justifications utilisées sont-elles proches des formes canoniques en mathématiques ? »

Imaginer des transpositions non standardisées Lesquelles et pourquoi ?

Un tel travail de modélisation permet :

- de prendre en compte les questions des élèves sur la pertinence des modèles mathématiques
- de leur faire travailler des erreurs ‘résistantes’ à la variabilité transpositionnelle
- de préparer une entrée dans les praxéologies « déduction »

Est-on prêt à reconnaître ces praxéologies « modélisation » où le travail déductif est édulcoré et où les modes de validation sont autres comme un travail mathématique en dépit de son caractère non standard ?

Choix de cadres théoriques pour la recherche

- Choix de la TAD et la TSD dans leur solidarité conceptuelle et méthodologique comme réseaux conceptuels permettant une falsifiabilité du discours
- Concept de falsifiabilité à considérer en un sens large :
  - Discours au sujet desquels on peut déterminer une situation où le modèle pourrait ne pas fonctionner

    OU

  - Discours dans lequel on tente d'expliciter autant que faire se peut les présupposés sous-jacents et que l'on spécifie autant que possible pour permettre une enquête susceptible de l'invalider

Choix de cadres théoriques pour la recherche

La TSD et la TAD sont à considérer comme garde-fous contre des utilisations normatives :

- Le concept de contrat rend falsifiable le modèle des situations adidactiques et permet de débusquer les apprentissages illusoires
- L'étude de la transposition didactique dans sa relativité institutionnelle permet de prendre conscience que toute recherche ou proposition d'enseignement est sous la contrainte d'une transposition que l'on se doit de dénaturaliser sous peine de travailler au sein d'hypothèses qui ne s'affichent pas comme telles

Choix de cadres théoriques pour la recherche

La TSD et TAD permettent :

- de falsifier des certitudes illusoires liées à des théories d’apprentissage qui se transforment en idéologies d’enseignement
- de mettre en évidence des dysfonctionnements qui leur sont liés et donc des conditions sine qua non à leur fonctionnement

La TSD et la TAD sont elles-mêmes des modèles théoriques dont il faut sans cesse éprouver le pouvoir d’interprétation des phénomènes, affiner ou réfuter

Elles peuvent être complétées d’autres modèles (ou concurrencées) mais panacher n’est pas sans risques, en l’absence d’une réelle articulation des modèles

Les ingénieries comme méthodologies de recherche

- Les ingénieries, d'abord conçues comme méthodes de recherche ont eu des répercussions au niveau du développement
- Peut-on faire des thèses « autour » d'ingénieries ? Risque de recherches qui sont des plaidoyers « cachés » en faveur d'un projet d'enseignement

Les ingénieries comme méthodologies de recherche

Dans une perspective poppérienne, il est plus facile de tirer parti des ingénieries qui « ne marchent pas » que des autres pourvu qu'on recherche « ce que, dans les hypothèses engagées, les distorsions constatées invalident […] plutôt que de se borner à proposer des modifications de l'ingénierie visant à les réduire sans s'engager véritablement dans une démarche de validation » (Artigue)

Les ingénieries comme méthodologies de recherche

Pour les ingénieries qui marchent,

- Importance de la délimitation des conditions d'apparition de ces phénomènes et de celle des conditions dans lesquelles un phénomène didactique n'apparaît pas (Johsua). On en revient aux conditions limites d'une théorie
- Scepticisme sur des résultats trop liés à la théorisation retenue : « Tant qu'on en reste à l'observation des comportements didactiques effectifs, on a toujours le loisir de 'rentrer' ces observations dans la théorie, et le discours sera un peu fermé sur lui-même » (Johsua)

Les ingénieries comme méthodologies de recherche

- Débat sur une critique : *« Mais on peut faire fond sur un énoncé qui se détache largement des conditions de la recherche : 'on peut faire, au primaire, de la dialectique outil-objet'. Que cet énoncé, pris au pied de la lettre, soit quelque peu dogmatique, c'est certain. Mais sans cette dîme payée à la dogmatisation, on ne peut guère parler de résultat »* (Johsua)

ET POURTANT

- Les travaux de Douady sur la dialectique outil-objet mettent à l'épreuve des certitudes ou implicites liés, encore aujourd'hui, au modèle « j'apprends, j'applique »
- Ils montrent, au prix d'une analyse épistémologique, la possibilité d'existence de formes embryonnaires de savoirs mathématiques

Conclusion

- La genèse historique est un « promontoire d'observation » pour analyser un enseignement donné ou une « base de travail » pour élaborer une genèse scolaire (Artigue)
- « … l'analyse épistémologique aide la didactique à se déprendre de l'illusion de transparence des objets qu'elle manipule au niveau du savoir et aide le didacticien à se dégager des représentations épistémologiques erronées que tend à induire sa pratique d'enseignant » (Artigue)

Conclusion

Plus généralement, la dimension épistémologique d'une recherche, quel qu'en soit l'objet, favorise l'émergence d'hypothèses implicites liées à la transposition au sein de laquelle elle s'effectue et permet ainsi :

- de détecter l'impact de certains paramètres qui , sinon, pourraient demeurer transparents
- de relativiser les résultats mêmes de la recherche, en particulier les enjeux des apprentissages ou enseignements étudiés

C'est sans doute important au moment où l'on cherche à « démonumentaliser » (Chevallard) l'enseignement des mathématiques !