

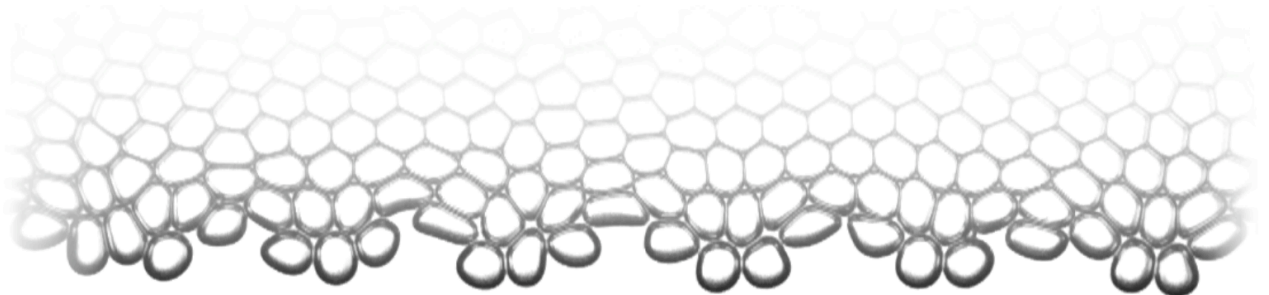
Université  
de Liège



Faculté des sciences  
Département de physique

Group for Research and Applications in Statistical Physics

# Etude et caractérisation de mousses aqueuses sous contrainte



Dissertation présentée par

**Ariane BRONFORT**

en vue de l'obtention du titre de  
Docteur en Sciences  
Année académique 2014-2015



*À ceux sans qui tout ceci  
aurait été impossible.*





# Remerciements

En premier, je souhaite remercier mon promoteur Hervé Caps qui m'a suivie et formée tout au long de ma thèse. Sa patience et ses conseils ont été des ingrédients indispensables à la réalisation de ce travail. Merci d'avoir cru en moi dans mes moments de doute.

Je remercie Nicolas Vandewalle, Emmanuelle Rio, Arnaud Saint-Jalmes, Laurent Dreesen, John Martin et Hervé Caps d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je souhaite remercier tout spécialement tous ceux qui m'ont aidée à achever ce manuscrit : Hervé Caps pour son expertise scientifique, ma mère pour son beau français, Maxime Hubert pour ses qualités de théoricien et mon graphiste 3D personnel pour les superbes schémas.

Lors des balbutiements de ma thèse, J'ai pu profiter de l'expertise d'un expérimentateur, Giles Delon. Un grand merci pour tes conseils et pour les données expérimentales que tu m'as léguées. Je remercie tous mes collègues pour leur assistance et les bons moments passés ensemble. Sans oublier les techniciens, indispensables à la réalisation de ce travail.

Je remercie également de tout coeur Audrey Pesesse et Pierre Verhaegen pour leur soutien logistique sans lequel mes nuits auraient très certainement été plus courtes ces derniers mois.

Une pensée toute particulière pour mes collègues de bureau, Maxime Hubert et Boris Filoux. Merci pour ces petits moments de folie qui m'ont permis de décompresser. L'ambiance n'aurait pas été la même sans vous. *Thank you Maryam for your feminine touch in our crazy office.*

Finalement, je tiens à exprimer ma gratitude envers mes amis, mes parents et mes deux familles pour m'avoir soutenue tout au long de ces six années. Merci pour les bon moments passés ensemble et pour votre soutien lors des périodes difficiles. Mon dernier remerciement est pour à ma boîte à bonne humeur qui ne m'aura jamais fait défaut.



---

## Etude et caractérisation de mousses aqueuses sous contrainte

### Résumé

De nombreuses questions subsistent quant à la nature d'une interface entre une mousse et une solution. Ce travail concerne l'influence des conditions aux limites au niveau d'une telle interface sur le volume de mousse lorsqu'elle est perturbée par une contrainte extérieure. Le lien entre mousse et interface a été étudié dans deux situations différentes : une contrainte normale et une contrainte tangentielle.

L'instabilité de Faraday permet de soumettre l'interface à une contrainte normale périodique. L'influence de la géométrie du système a été investiguée pour une surface libre. La modification de la longueur d'onde a été expliquée en terme d'augmentation de l'énergie interfaciale. La perte d'énergie a également été modélisée à l'aide de trois sources : la viscosité de la solution, la présence de molécules de surfactants à la surface et la condition de non-glissement aux parois. L'interaction entre une mousse et l'instabilité de Faraday est ensuite étudiée. La dissipation visqueuse est augmentée par la présence de bulles et a pu être modélisée à l'aide de considérations énergétiques. Il a également été montré qu'un faible nombre de couches de bulles est suffisant pour amortir efficacement toute perturbation de l'interface.

La contrainte tangentielle est appliquée à l'interface grâce à un dispositif inspiré des milieux granulaires permettant la rotation d'une cellule de Hele-Shaw autour de son centre. Dans un tel dispositif, les caractéristiques de la mousse et de l'interface varient. Deux modèles prédictifs permettent d'expliquer l'évolution temporelle de la fraction de liquide moyenne. Des outils statistiques ont permis de définir une relation entre les déformations des bulles et les caractéristiques macroscopiques de la mousse. Grâce à la modélisation de l'écoulement, un lien a été établi entre le gradient de pression interne de la mousse et la déformation de l'interface. Finalement, nos résultats sont comparés à ceux obtenus pour des ensembles granulaires dans un dispositif expérimental similaire.

**Mots clés :** mousse, contrainte, Faraday, dissipation, rhéologie, drainage.

---

---

## Study and characterization of aqueous foams under strain

### Abstract

Many questions about the nature of foam/liquid interfaces remain. This thesis concerns the influence of the boundary conditions at such interfaces perturbed by an external strain on the foam bulk. The link between foam and interface has been studied in two cases : normal strain and shear strain.

The Faraday instability allows us to impose a normal periodic strain to the interface. The influence of the system geometry has been investigated for a free surface. The modification of the wavelength has been explained in terms of interfacial energy increase. Energy loss has also been modeled using three sources : solution viscosity, surface contamination by surfactant molecules and non-slipping condition at the walls. The interaction between the foam and the Faraday waves has then been studied. Viscous dissipation is increased by the addition of bubbles and has been modeled with energy considerations. It has also been showed that a few bubble layers are enough to absorb efficiently any interface perturbation.

Shear strain has been applied to the interface using a set up inspired by granular research, allowing rotation of a Hele-Shaw cell around its central axis. With such a set up, the foam and the interface characteristics vary. Two predictive models have been drawn for the temporal evolution of the mean liquid fraction. Statistical tools have enabled the definition of a relation between bubble deformations and the foam macroscopic characteristics. Using flow modelisation, a link has been established between the foam internal pressure gradient and the interface deformation. Finally, our results have been compared to those obtained with granular assemblies in a similar experimental set up.

**Keywords :** Foam, strain, Faraday, dissipation, rheology, drainage.

---

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Introduction . . . . .	1
1.2	Généralités . . . . .	2
1.2.1	Les Mousses . . . . .	3
1.2.2	Les Mousses quasi-bidimensionnelles . . . . .	7
1.2.3	L'interface . . . . .	8
1.3	Position du problème . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Méthodologie expérimentale</b>	<b>11</b>
2.1	Introduction . . . . .	11
2.2	Génération de la mousse . . . . .	11
2.2.1	La solution . . . . .	11
2.2.2	Génération de bulles . . . . .	13
2.3	La cellule de Hele-Shaw . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Contrainte normale</b>	<b>19</b>
3.1	Introduction . . . . .	19
3.2	Théorie . . . . .	20
3.2.1	Cas d'un fluide parfait . . . . .	21
3.2.2	Cas d'un fluide faiblement visqueux . . . . .	22
3.2.3	Systèmes particuliers . . . . .	24
3.3	Méthodologie expérimentale . . . . .	27
3.3.1	Dispositif . . . . .	27
3.3.2	Méthodologie . . . . .	28
3.4	Instabilité de Faraday à une surface libre . . . . .	30
3.4.1	Longueur d'onde . . . . .	30
3.4.2	Amortissement de l'onde . . . . .	34
3.4.3	Seuils de l'instabilité . . . . .	39
3.5	Instabilité de Faraday à une interface mousse/solution . . . . .	44
3.5.1	Absorption d'énergie . . . . .	44
3.5.2	Seuils d'instabilité . . . . .	54
3.5.3	Longueur d'onde . . . . .	57
3.6	Conclusion . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Contrainte tangentielle</b>	<b>63</b>
4.1	Introduction . . . . .	63
4.2	Théorie . . . . .	64
4.2.1	Drainage . . . . .	64
4.2.2	Rhéologie . . . . .	70

---

4.3	Méthodologie expérimentale . . . . .	75
4.3.1	Dispositif . . . . .	75
4.3.2	Traitement d'images . . . . .	76
4.4	Phénoménologie . . . . .	86
4.4.1	Description expérimentale . . . . .	86
4.4.2	Inclinaison de l'interface . . . . .	89
4.4.3	Fraction de liquide . . . . .	91
4.4.4	Glissement aux parois . . . . .	94
4.5	Fraction de liquide . . . . .	95
4.6	Rhéologie . . . . .	106
4.6.1	Fluctuations des champs . . . . .	107
4.6.2	Champs de vitesses . . . . .	109
4.6.3	Tenseur de déformation statistique . . . . .	111
4.6.4	Tenseur taux déformation . . . . .	117
4.6.5	De l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique . . . . .	119
4.7	Profils de vitesses . . . . .	123
4.8	Analogie avec les matériaux granulaires . . . . .	130
4.8.1	Observations . . . . .	130
4.8.2	Rhéologie des matériaux granulaires . . . . .	132
4.8.3	Relation entre mousse et ensemble de grains . . . . .	134
4.9	Conclusion . . . . .	139
<b>5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>141</b>
5.1	Conclusion . . . . .	141
5.2	Perspectives . . . . .	143
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>149</b>

# Introduction

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>Généralités</b>	<b>2</b>
1.2.1	Les Mousses	3
1.2.2	Les Mousses quasi-bidimensionnelles	7
1.2.3	L'interface	8
<b>1.3</b>	<b>Position du problème</b>	<b>10</b>

---

## 1.1 Introduction

Lorsque des scientifiques expliquent qu'ils étudient les mousses, la plupart des interlocuteurs ont l'air surpris. La réponse la plus fréquente est "Mais qu'y a-t-il à connaître?". Cette question laisse sous-entendre qu'il n'y a plus rien à étudier à ce sujet. Dans la conscience collective, une mousse est un matériau bien connu qui ne sert qu'à nettoyer.

Or, les mousses ont de nombreuses applications dans presque tous les domaines. Nous sommes toute la journée en contact avec des produits industriels contenant de la mousse. Nous dormons sur des matelas constitués de mousse et nous réveillons avec un bon café et une touche de mousse de lait. Notre salle de bain en contient également dans plusieurs articles tels que les savons, les shampooings, les produits cosmétiques, les mousses à raser, etc. Les sièges de nos voitures et de nos fauteuils sont également constitués de mousses. Et n'oublions pas les périodes récréatives de la journée avec les produits alimentaires tels que les mousses au chocolat, les bières et les bulles de champagne ou encore les "soirées mousse".

La production de plusieurs produits industriels nécessite également la présence de mousse. Par exemple, son utilisation permet de limiter les problèmes de surpression dans les colonnes de forage creusées pour l'extraction du pétrole [Schramm 2000]. Elle est également utilisée dans la séparation de minerais (cuivre, zinc, nickel...). Ceux-ci s'adsorbent aux interfaces des bulles tandis que les autres matières sans valeur l'entourant restent dans la solution [Schramm 2014]. Dans la production de papier, la mousse permet d'augmenter l'uniformité des fibres tout en diminuant leur densité volumique [Lehmonen 2013, Tanaka 2012].

Chacune de ces applications nécessite une mousse possédant des propriétés particulières. Une ménagère préfère un liquide vaisselle produisant beaucoup de mousse. Par contre, dans un lave-vaisselle, il est indispensable que la solution détergente n'en produise quasiment aucune. Les mousses alimentaires doivent évidemment être comestibles, bien que stables. Les bulles de champagne doivent avoir une durée de vie très courte mais une bière avec une mousse durable est largement préférée. Les mousses extinctrices d'incendies occupent de grands espaces aussi vite que possible afin d'isoler un foyer de combustion [Schramm 2014].

Toutefois, malgré leur utilité incontestable dans nos vies quotidiennes, la connaissance des mousses est loin d'être complète. Elles présentent des comportements très variés dont l'évolution n'est pas encore parfaitement contrôlée. Par exemple, lors de la production et du transport de mousse en grande quantité, du liquide s'écoule hors de la mousse et sa structure peut être modifiée de manière non contrôlée, la rendant inhomogène. Ces processus affectent la qualité du produit fini et sont évidemment indésirables.

Dans les sections suivantes, les propriétés principales des mousses liquides sont présentées brièvement avec un vocabulaire simple afin de permettre au plus grand nombre de comprendre la complexité d'un tel matériau.

## 1.2 Généralités

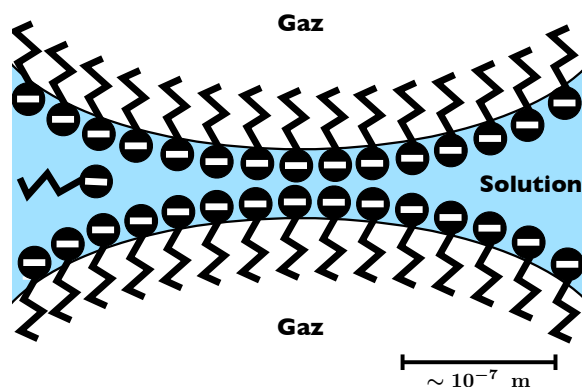
Une mousse est un mélange subtil de gaz et de liquide. Elle est constituée d'une structure complexe de petits volumes de gaz encapsulés dans de minces films de liquide. Dans le cas d'un liquide simple tel que l'eau, des mousses sont observables dans la vie de tous les jours. Par exemple, en ville au pied des fontaines, à la campagne, dans les rivières au pied des cascades ou dans nos appartements, en remplissant un bain d'eau chaude. Ces mousses d'eau pure sont instables, leur durée de vie est très courte ( $\sim 1$  s). Nous parlons d'ailleurs d'écume plutôt que de mousse. Différents mécanismes sont à l'origine de cette instabilité : (i) dans un premier temps, en réponse à la gravité, le liquide s'écoule vers le bas ; la mousse draine. Ce phénomène dépend de la quantité de liquide initialement contenue dans la mousse mais également de la géométrie de la mousse. (ii) Lorsque les films de liquide atteignent des épaisseurs relativement fines ( $\sim 10^{-6}$  -  $10^{-8}$  m), ils deviennent fragiles. Ceux en contact avec l'extérieur de la mousse peuvent être perturbés par des poussières. Sans l'aide de mécanismes stabilisateurs (par exemple, du savon), ils se rompent. La mousse perd alors rapidement du volume et disparaît. D'autres mécanismes plus lents peuvent encore être cités tel que le mûrissement (échange de molécules de gaz entre bulles voisines) mais ceux-ci sont négligeables pour des mousses non-stabilisées.

Les molécules de surfactant (acronyme de Surface Active Agent), communément appelées "savon", permettent de stabiliser les films liquides d'une mousse en ralentissant leur amincissement. Ces molécules de surfactant (ordre de grandeur  $\sim 10^{-8}$  -  $10^{-10}$  m) sont constituées d'une tête hydrophile et d'une longue chaîne carbonée



hydrophobe. Elles ont une tendance à se positionner le long de la surface de l'eau et à y former une monocouche, tout en s'orientant afin respecter les affinités de leurs deux parties.

Les molécules de surfactant s'adsorbent donc à la surface des bulles constituant la mousse, jusqu'à la recouvrir entièrement, comme illustré sur la Figure 1.1. Les têtes hydrophiles des molécules de surfactant sont souvent chargées électriquement. Dans le cadre de cette thèse, la charge de la plupart des molécules de surfactant utilisées est négative. Les surfaces de deux bulles adjacentes sont donc chargées négativement et se repoussent l'une l'autre. Le film liquide les séparant est stabilisé et par conséquent, la mousse a une durée de vie bien supérieure à celle d'une mousse de liquide pur.

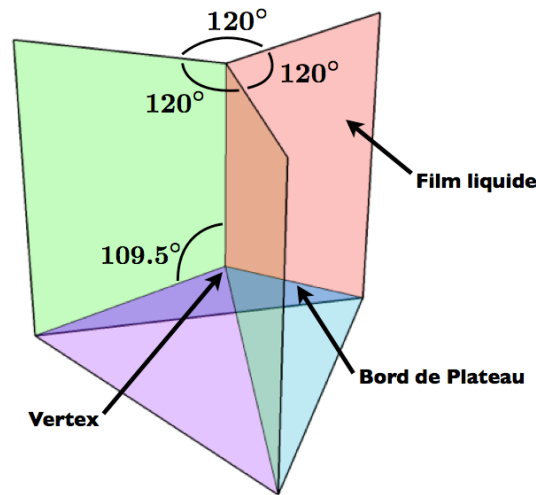


**Figure 1.1** Molécules de surfactant adsorbées à la surface de bulles de gaz. La tête hydrophile est en contact avec l'eau tandis que la chaîne carbonée hydrophobe est en contact avec le gaz. Chaque molécule possède une tête chargée négativement.

### 1.2.1 Les Mousses

Dans une mousse (ordre de grandeur  $\sim 10^0 - 10^{-2}$  m), le liquide entourant les bulles de gaz (ordre de grandeur  $\sim 10^{-2} - 10^{-4}$  m) constitue un réseau continu régi par des règles bien précises. Créer une interface entre un gaz et un liquide demande une certaine quantité d'énergie par unité d'aire, appelée tension de surface, qui est propre au liquide et au gaz en présence. Afin de minimiser son énergie, le système tend à réduire au maximum l'aire totale de l'interface des bulles. Dans le cas d'une bulle isolée, son interface sera sphérique. Dans le cas d'une mousse, les bulles sont en contact les unes avec les autres et la minimisation des interfaces est plus complexe à calculer. Chaque côté partagé par deux bulles est déformé pour créer un film commun le plus plat possible (une courbure résiduelle apparaît lorsque la taille des deux bulles est différente ou lorsque la quantité de liquide dans la mousse est importante). Dans une structure de mousse à l'équilibre, ces films se rejoignent par

trois en une ligne commune appelée bord de Plateau (ordre de grandeur  $\sim 10^{-4}$  -  $10^{-6}$  m). Elles-mêmes se rencontrent par quatre en un point commun, appelé vertex. La Figure 1.2 représente les intersections de plusieurs films en bords de Plateau et de quatre bords de Plateau en un vertex. A condition que les tensions de surface soient les mêmes pour toutes les bulles, ces jonctions sont régies par les lois de Plateau [Plateau 1873]. Les angles de raccord de trois films sont symétriques et valent chacun  $120^\circ$ . Quatre bords de Plateau se rejoignent en formant un motif de tétraèdre régulier et les angles formés valent chacun  $109.5^\circ$ .

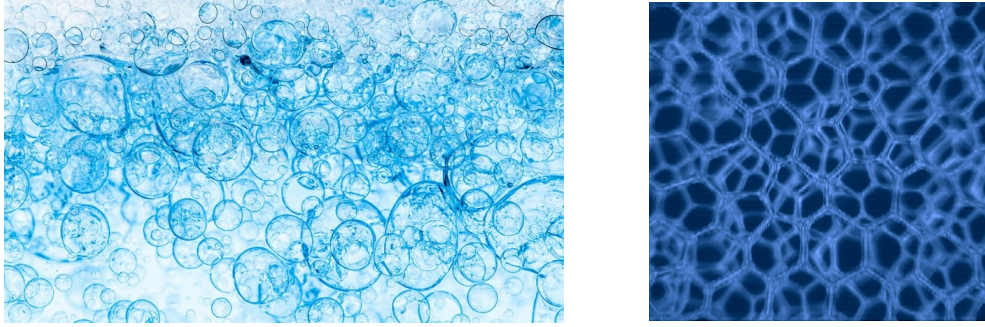


**Figure 1.2** Schéma de l'intersection entre quatre bulles formant plusieurs films liquides, plusieurs bords de Plateau et un vertex.

La mousse est donc constituée de plusieurs éléments avec des ordres de grandeur très variés, allant des molécules de surfactant de taille typique de  $\sim 10^{-8}$  -  $10^{-10}$  m aux bulles de diamètre de l'ordre de  $10^{-2}$  -  $10^{-4}$  m.

### La fraction de liquide

La structure et le comportement d'une mousse dépendent fortement de la quantité de liquide qu'elle contient. Cette quantité est caractérisée par la fraction de liquide moyenne  $\langle \phi_l \rangle$ , c'est-à-dire le rapport du volume de liquide sur le volume total de la mousse. Un ensemble de bulles est appelé *mousse* à condition que la fraction de liquide moyenne soit inférieure à une valeur critique  $\phi_l^*$  au-delà de laquelle les bulles sont sphériques et sans contact. Elles sont en suspension dans le liquide et le système est alors appelé un *liquide bulleux*, comme illustré sur la gauche de la Figure 1.3. La fraction de liquide critique  $\phi_l^*$  correspond à un empilement compact de bulles sphériques avec un seul point de contact entre chaque paire adjacente. Sa valeur est approximativement de l'ordre de 0.3 et dépend du type d'empilement. Lorsque la fraction de liquide est légèrement inférieure à  $\phi_l^*$ , de l'ordre de la dizaine de pourcents, les bulles se déforment et la surface de contact entre elles augmente.

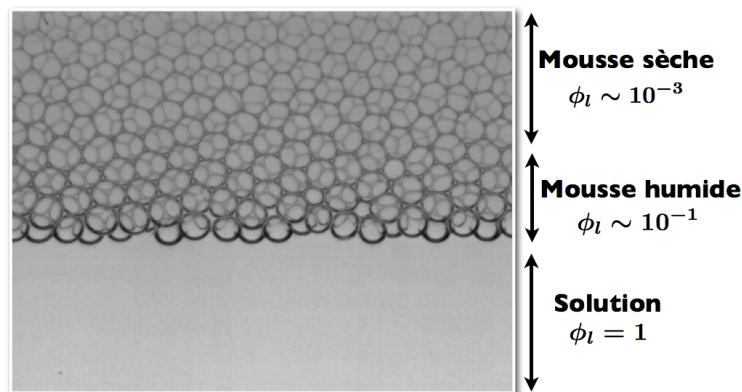


**Figure 1.3** Gauche : exemple de liquide bulleux pour lequel  $\langle \phi_l \rangle \gg \phi_l^*$  © colourbox. Droite : exemple de mousse pour laquelle  $\langle \phi_l \rangle \sim 10^{-3} \ll \phi_l^*$ .

Les bords de Plateau sont épais et la transition avec les films est très étendue. La mousse est qualifiée d'humide. Lorsque la fraction de liquide de la mousse est faible, de l'ordre de quelques pourcents, les bulles sont de forme polyédrale. La surface des films est plus grande et les bords de plateaux sont minces, comme illustré sur la droite de la Figure 1.3. Une telle mousse est appelée une mousse sèche.

### L'équilibre gravitationnel

Lors de sa génération, une mousse est en général humide et en contact avec un bain du liquide à partir duquel elle a été créée. Sous l'effet de la force de gravité, le liquide draine des couches supérieures de la mousse vers le bain liquide. Durant ce processus, la mousse s'assèche progressivement du haut vers le bas et un gradient de fraction de liquide locale  $\phi_l$  apparaît, comme illustré sur la Figure 1.4. Les bulles en contact avec le bain liquide sont sphériques et la mousse est humide. Plus on s'éloigne

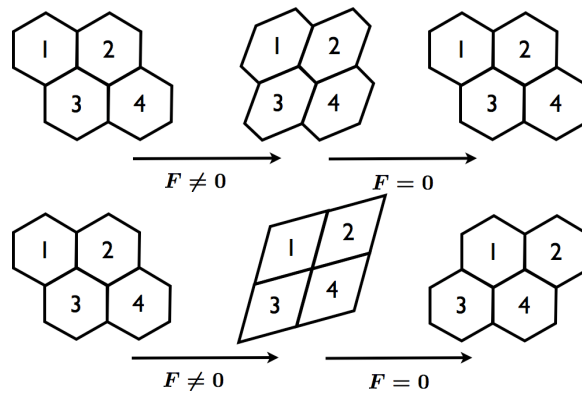


**Figure 1.4** Image d'une mousse à l'équilibre gravitationnel au-dessus de sa solution. La partie de la mousse proche de la solution est humide tandis que la partie supérieure est sèche.

du bain liquide, plus la fraction de liquide devient petite. Les bulles deviennent de plus en plus polyédrales, leur aire augmente, la mousse devient de plus en plus sèche. Dans un même volume de mousse, il est donc possible de retrouver différentes structures de mousse, avec des propriétés différentes.

### Un fluide complexe

Une mousse est un fluide complexe. Lorsqu'aucune contrainte extérieure ne lui est appliquée, elle se comporte comme un solide et possède une structure rigide. Lors d'un léger déplacement, imposé par une contrainte extérieure, la mousse a un comportement élastique, illustré sur la partie supérieure de la Figure 1.5. Les bulles se déforiment sous la contrainte, modifiant la forme initiale de la mousse. Par contre, chaque bulle conserve les mêmes bulles voisines. La mousse est déformée mais sa structure n'est pas modifiée. Un retour à sa forme initiale est toujours possible. Soumise à une plus grande déformation, le comportement de la mousse devient plastique. Les déformations subies par la structure sont irréversibles. Certaines bulles se déforiment jusqu'à la disparition complète d'un de leur film au profit d'un nouveau film partagé avec une nouvelle bulle, comme illustré sur la partie inférieure de la Figure 1.5. Elles ont changé de voisine. Ce phénomène est appelé un réarrangement topologique de type T1 et est irréversible. Lorsque la contrainte extérieure impose une déformation rapide, la mousse s'écoule comme un liquide. Son comportement est alors appelé visqueux. Les bulles changent régulièrement de voisines et les réarrangements T1 se succèdent [Höhler 2005].



**Figure 1.5** Haut : schéma d'un processus élastique. Lorsque la contrainte extérieure s'annule, les bulles retrouvent leur position initiale. Bas : schéma d'un processus plastique irréversible de type T1. Lorsque la contrainte extérieure s'annule, les bulles évoluent vers un nouvel état d'équilibre ; elles changent de voisines.

Un exemple de la vie de tous les jours est la mousse à raser. Posée dans une main ouverte, celle-ci garde sa forme d'origine sans se déformer. Si une petite secousse lui est appliquée, elle se déforme légèrement avant de reprendre sa forme initiale. Si la secousse est trop importante, la mousse se déforme irréversiblement mais retrouve

un état solide après. Finalement, si cette mousse est placée en deux mains et qu'un mouvement de cisaillement lui est imprimé, elle s'écoule comme un liquide sans exercer de résistance notable. Par contre, cette mousse se comprime plus difficilement. Elle va exercer une résistance qu'il est possible de sentir entre ses deux mains.

Ces différents comportements peuvent se produire seuls ou se combiner en fonction de la contrainte extérieure et des différentes propriétés de la mousse telles que le diamètre des bulles ou la fraction de liquide. Les seuils d'apparition des différents régimes dépendent également des propriétés de la mousse. Par exemple, une mousse humide résistera moins bien à une déformation qu'une mousse sèche et la déformation sera irréversible pour une plus petite contrainte extérieure. Pour des conditions expérimentales identiques, une mousse humide aura également une viscosité beaucoup plus petite que la même mousse à fraction de liquide plus faible.

Une variation de la fraction de liquide de quelques pourcents modifie significativement la réaction de la mousse à tout *stimulus* extérieur. De plus, la mousse est constituée d'une structure complexe d'éléments d'échelles de tailles différentes. Cette diversité engendre des propriétés rhéologiques très particulières et en complexifie fortement la compréhension.

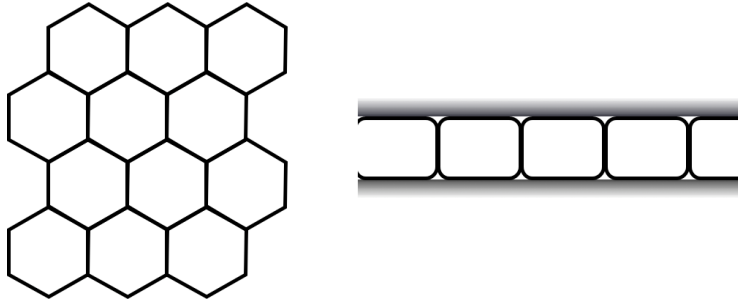
### 1.2.2 Les Mousses quasi-bidimensionnelles

La plupart des mousses auxquelles nous sommes confrontés dans la vie de tous les jours sont des mousses tridimensionnelles (3D), c'est-à-dire s'étendant dans les trois dimensions de l'espace. Dans ce type de système, il est difficile d'observer la mousse à l'échelle de la bulle.

Une alternative est la mousse quasi-bidimensionnelle, ou mousse 2D. Les bulles sont réparties sur une seule couche et sont simultanément en contact avec une frontière supérieure et une frontière inférieure. La mousse s'étend donc dans deux dimensions de l'espace le long de deux frontières qui sont soit solides, soit liquides, soit les deux selon le système. Dans le cadre de cette thèse, le dispositif utilisé – communément appelé cellule de Hele-Shaw [Hele-Shaw 1898] – est constitué de deux frontières solides.

Les mousses 2D et les mousses 3D possèdent de nombreuses similitudes mais également des différences. Pour le cas particulier d'une mousse 2D dans une cellule de Hele-Shaw, un vertex n'est formé que par trois bords de Plateau et ceux-ci forment un angle de  $90^\circ$  avec les parois de la cellule. De plus, si la mousse est monodisperse (c'est-à-dire constituée de bulles de même taille), elle forme une structure ordonnée. Une mousse 2D dans une cellule de Hele-Shaw est représentée schématiquement sur la Figure 1.6. La structure d'une mousse 3D est différente. Beaucoup plus complexe, elle dépend de la fraction de liquide. Dans les cas 2D et 3D, cette dernière se calcule de la même façon et sa valeur critique est la même également. Elle vaut  $\phi_l^* = 0.26$  dans le cas d'une mousse ordonnée [Cantat 2010].

Les écoulements lents, dits quasi-statiques, présentent également des similitudes. L'étude des comportements élastiques et plastiques des mousses 2D permettent de



**Figure 1.6** Schéma de la structure d'une mousse quasi-bidimensionnelle dans une cellule de Hele-Shaw. A gauche, une vue en plan et à droite une vue transversale.

comprendre certains processus des écoulements 3D. Par contre, les écoulements rapides du régime visqueux sont différents. Dans une cellule de Hele-Shaw, les frottements des bulles avec les parois induisent une dissipation qui est négligeable dans les systèmes de mousse à trois dimensions [Raufaste 2009].

L'étude des mousses 2D est intéressante puisqu'elle permet une compréhension plus aisée des systèmes 3D et de nombreux résultats obtenus y sont applicables qualitativement. Les mousses quasi-bidimensionnelles ont également des applications industrielles. Elles sont par exemple utilisées dans l'industrie pétrolière afin d'extraire le pétrole des roches poreuses [Schramm 2006].

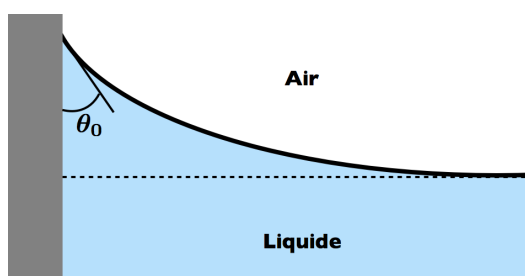
### 1.2.3 L'interface

Une interface est la séparation entre deux matériaux différents, qu'ils soient dans le même état physique, tel que l'eau et l'huile, ou qu'ils soient dans deux états physiques différents, tel que l'eau et l'air.

#### Interface gaz/liquide

L'interface entre un gaz et un liquide est également appelée surface libre. Toute interface tend à réduire au maximum sa surface afin de minimiser son énergie.

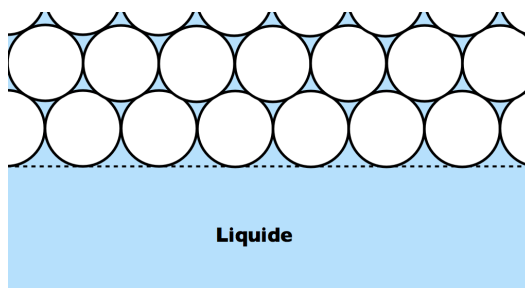
La plupart du temps, un liquide est contenu dans un récipient aux parois solides. Au contact de ces parois, l'interface se déforme sur une distance finie et crée un ménisque représenté schématiquement sur la Figure 1.7. La forme du ménisque dépend de l'angle de contact  $\theta_0$  que forme l'interface liquide avec la paroi. Lorsque l'angle de contact est inférieur à  $90^\circ$  et l'interface est déformée vers le haut. Par exemple, ce comportement peut être observé entre de l'eau et une paroi de verre. Le liquide est alors dit mouillant pour le substrat considéré. Par contre, si l'angle  $\theta_0$  est supérieur  $90^\circ$  et l'interface est déformée vers le bas. Le liquide est dit non-mouillant pour ce solide. Ce phénomène est observable sur les anciens thermomètres dans lesquels du mercure est en contact avec des parois en verre.



**Figure 1.7** Représentation d'un ménisque capillaire entre une surface libre et une paroi solide verticale. Le liquide est dit mouillant et l'angle de contact est inférieur à  $90^\circ$ .

### Interface mousse/solution

L'interface entre une mousse et un liquide est beaucoup plus complexe et beaucoup moins bien connue. Les bulles en contact avec le volume de liquide sont sphériques, comme représenté schématiquement sur la Figure 1.8. Le liquide occupe la partie inférieure du récipient et la mousse la partie supérieure. Chaque bulle est remplie d'air et séparée des autres par du liquide. L'interface pourrait donc être considérée comme une surface libre avec une aire plus grande que celle d'une interface plane. L'aire totale serait alors augmentée par l'interface supplémentaire apparaissant dans chacun des bords de Plateau. L'interface mousse/solution serait alors constituée d'une multitude de ménisques et ne serait plus plane.



**Figure 1.8** Représentation schématique de l'interface entre une mousse et un liquide.

Pourtant, la mousse est un matériau à part entière avec sa propre densité et sa propre viscosité et ne peut donc pas être considérée simplement comme de l'air. L'interface doit-elle être traitée comme une interface entre deux fluides ? Dès lors, ceux-ci doivent-ils être considérés miscibles ou non-miscibles ? Effectivement, des bulles mélangées à un liquide remontent toujours à la surface et se rassemblent pour former un volume de mousse séparé du liquide. Elles ont donc le comportement d'un fluide non-miscible avec l'eau. Par conséquent, l'interface entre les deux fluides ne peut plus contenir les bords de Plateau de la mousse étant donné que ceux-ci appartiennent à la mousse. L'interface devrait alors être considérée comme plane.

Les propriétés de l'interface entre une mousse et un liquide sont encore mal

connues. Dans la suite de ce manuscrit, nous avons considéré la mousse et sa solution comme deux fluides distincts non-miscibles.

### 1.3 Position du problème

Peu d'études ont été réalisées sur les propriétés des interfaces mousse/solution et leur influence sur le volume de mousse. Quelles sont les caractéristiques de telles interfaces ? Quelle est l'influence de la géométrie du système sur leur comportement ? Nous avons tenté de répondre à certaines de ces questions.

Les conditions aux limites au niveau d'une interface liquide/liquide sont relativement complexes, spécialement dans le cas d'une mousse. Nous nous sommes donc interrogés à propos de l'influence de celles-ci sur le comportement d'un volume de mousse.

Afin de mettre en évidence le lien entre l'interface et la mousse, nous avons étudié leur réponse à deux perturbations : la première est inspirée d'une instabilité de surface bien connue, l'instabilité de Faraday [Faraday 1831], qui soumet l'interface à une succession de compressions périodiques.

La deuxième partie de cette étude est basée sur un dispositif inspiré des milieux granulaires, le "rotating drum" [Baumann 1995] qui permet de soumettre l'interface mousse/solution à un cisaillement permanent. Une procédure semblable à celle développée par Dollet [Dollet 2005, Graner 2008] a été mise en place. Elle établit un lien entre les variations microscopiques des bulles et le comportement macroscopique de la mousse. Un tel lien facilite la compréhension de l'influence de l'interface mousse/solution, limite déformable et perméable séparant la mousse de sa solution, sur l'évolution des propriétés de l'ensemble du système.

La suite de ce manuscrit est organisé autour de l'étude de ces deux perturbations. Dans le chapitre suivant, nous détaillons la méthodologie expérimentale commune aux différentes expériences réalisées. Le Chapitre 3 est consacré à l'étude de l'instabilité de Faraday. Après une introduction aux théories utiles à la compréhension et aux méthodologies spécifiques à cette expérience, l'effet de la géométrie sur l'instabilité à une surface libre est étudié. Ensuite, les caractéristiques de l'instabilité à l'interface mousse/solution sont détaillées. Dans le Chapitre 4, nous développons les résultats obtenus lors des expériences consacrées à la contrainte tangentielle à l'interface (cisaillement). Après une introduction théorique et la présentation des algorithmes de traitement d'images utilisés, nous présentons la phénoménologie du système. Ensuite, nous expliquons les différents modèles obtenus pour le comportement macroscopique de la mousse. Finalement, nous terminons ce manuscrit par une conclusion et quelques perspectives.



# Méthodologie expérimentale

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>2.2</b>	<b>Génération de la mousse</b>	<b>11</b>
2.2.1	La solution	11
2.2.2	Génération de bulles	13
<b>2.3</b>	<b>La cellule de Hele-Shaw</b>	<b>15</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, l'ensemble des méthodes expérimentales communes aux différentes expériences réalisées est détaillé.

Dans un premier temps, les constituants de la mousse sont présentés ainsi que leurs propriétés intéressantes pour cette thèse. La technique utilisée pour générer une mousse est ensuite expliquée ainsi que le principe physique permettant la production de bulles, toutes quasiment identiques. Dans un second temps, nous exposons la base commune du dispositif expérimental, le choix de la cellule ainsi que ses implications sur les caractéristiques du système étudié.

## 2.2 Génération de la mousse

### 2.2.1 La solution

Les composants de la mousse choisis pour cette thèse ont été sélectionnés afin de faciliter la génération et la manipulation de la mousse. Sa stabilité et sa résistance aux contraintes extérieures ont également été des critères de choix importants.

La solution de surfactants utilisée est composée de trois éléments : de l'eau bidistillée, du glycérol et une solution concentrée de surfactants commerciale. Le glycérol (fournit par Sigma-Aldrich avec une pureté de 99%) permet de modifier la viscosité de la solution sans trop en altérer les autres propriétés. Il ne modifie que peu la tension de surface et sa masse volumique est légèrement plus élevée que celle de l'eau ( $\rho_{gly} = 1261 \text{ kg/m}^3$  contre  $\rho_{eau} = 998 \text{ kg/m}^3$  pour l'eau). L'ajout de glycérol permet de ralentir les écoulements de solution dans les bords de Plateau, augmentant ainsi la stabilité de la mousse. Les molécules de surfactants proviennent d'une solution de

détergent commercial (Dreft de Procter & Gamble). Son composant principal est le SLES, une molécule de surfactant anionique. Ce type de molécule génère des interfaces de bulles dites mobiles [Cohen-Addad 2013]. Les molécules peuvent facilement se déplacer les unes par rapport aux autres sur l'interface. Ce type de surfactants permet d'obtenir une mousse stable dans le temps (vis à vis du mûrissement) même lors de l'application de contraintes.

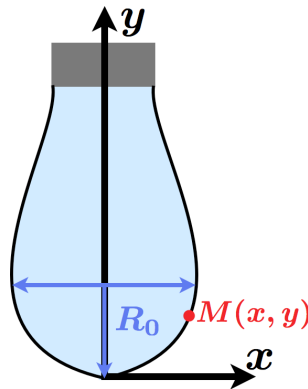
Pour toutes les expériences réalisées, la concentration en surfactants vaut 1% du volume total de la préparation. Cette concentration est supérieure à la concentration micellaire critique (approximativement 84 mg/l). Deux concentrations en glycérol ont été étudiées. La solution principale contient 5% en volume de glycérol tandis que la seconde en contient 30%. Leurs propriétés sont résumées dans la Table 2.1.

Glycérol (%)	$\rho_l$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\eta_l$ (mPa s)	$\sigma_l$ (mN/m)
5	1011	$1.1 \pm 6\%$	$25.5 \pm 1\%$
30	1078	$3.1 \pm 6\%$	$25.5 \pm 1\%$

**Table 2.1** Résumé des propriétés des deux solutions utilisées.  $\rho_l$  est la densité volumique,  $\eta_l$  la viscosité dynamique et  $\sigma_l$  la tension de surface.

La masse volumique a été calculée par rapport aux proportions des composants. La viscosité dynamique a été calculée à partir des tables disponibles dans la littérature [Ernst 1936, Association 1963]. En estimant les variations de température dans le laboratoire à maximum 3°C, l'imprécision sur les valeurs de la viscosité vaut approximativement 6%.

La tension de surface  $\sigma_l$  de la solution varie peu avec la concentration de glycérol. Elle a été déterminée pour la solution principale grâce à la méthode de la goutte pendante [de Gennes 2002]. Cette méthode repose sur l'analyse de la forme d'une goutte de solution suspendue à une aiguille, comme illustré sur la Figure 2.1. Celle-ci



**Figure 2.1** Illustration schématique d'une goutte suspendue soumise à la gravité et aux forces capillaires.

dépend de la compétition entre la gravité et la capillarité. En considérant une goutte axisymétrique, sa forme est donnée par l'équation :

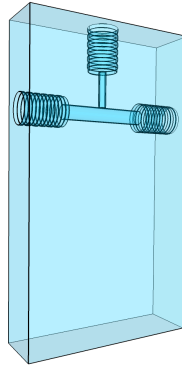
$$\sigma_l \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -(\rho_l - \rho_g)gy + \sigma_l \frac{2}{R_0}, \quad (2.1)$$

pour un point  $M(x, y)$  de la surface de la goutte de coordonnée verticale  $y$  pour lequel les rayons de courbure principaux sont  $R_1$  et  $R_2$ . La courbure  $R_0$  est celle de l'interface à l'origine des axes (en-dessous de la goutte). En connaissant les masses volumiques de la solution  $\rho_l$  et du gaz environnant  $\rho_g$ , il est donc possible de retrouver la tension de surface à partir de l'image d'une goutte à l'équilibre. La tension de surface obtenue pour notre solution vaut  $\sigma_l = 25.5$  mN/m avec une précision de l'ordre de 1%.

Pour le gaz composant la mousse, notre choix s'est porté sur l'air afin de simplifier sa manipulation. Etant donné que les expériences sont en général de relativement courte durée, il n'était pas nécessaire de porter notre choix sur un gaz ralentissant le mûrissement de la mousse.

### 2.2.2 Génération de bulles

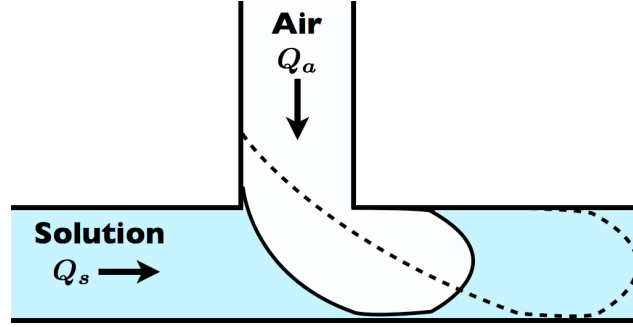
A partir de solution et d'air, la mousse a été générée à l'aide d'une jonction T comme celle illustrée sur la Figure 2.2. Elle est constituée d'une pièce rectangulaire de polycarbonate percée de deux canaux circulaires. Le premier, le canal principal, parcourt toute la largeur de la pièce. Le deuxième, le canal secondaire, intersecte le canal principal perpendiculairement en son milieu.



**Figure 2.2** Illustration de la jonction T avec un canal principal de diamètre  $D_s = 2$  mm et un canal secondaire de diamètre  $D_a = 1$  mm.

Ces canaux sont alimentés à débit constant avec de la solution ( $Q_s$ ) pour le principal et avec de l'air pour le secondaire ( $Q_a$ ). A l'intersection de la jonction T, une interface est donc formée entre l'air et la solution. Celle-ci est courbée par le débit d'air arrivant et pénètre dans le canal principal. Cette "poche" d'air perturbe l'écoulement de solution qui exerce alors une force sur la bulle en formation et la

déforme dans le sens de l'écoulement, comme illustré en trait plein sur la Figure 2.3. L'interface gauche de la bulle continue à s'étirer jusqu'à être arrachée du canal secondaire (comme illustré en trait discontinu sur la Figure 2.3). Le volume d'air s'écoule alors le long du canal principal dans le sens du flux de solution. A l'intersection des canaux, l'interface se reforme et le processus recommence [Thorsen 2001].



**Figure 2.3** Illustration de la formation d'une bulle d'air dans une jonction T. La bulle représentée en trait plein est déformée dans la direction de l'écoulement. Celle en trait discontinu est sur le point de rompre le contact avec le canal secondaire.

Le phénomène de génération de bulles fait intervenir différentes forces antagonistes en fonction de la géométrie de la jonction T et des débits des deux canaux. Deux cas limites existent pour notre dispositif : le régime quasi-statique et le régime dynamique. Lorsque les débits d'air et de solution sont suffisamment petits (lorsque le nombre capillaire, quantifiant la compétition entre les forces visqueuses et la capillarité, vérifie  $Ca < 1$ ), les forces dynamiques (ici, visqueuses) peuvent être négligées. Lors de sa formation, la bulle d'air peut bloquer l'entière du canal. Lorsque l'écoulement de liquide remplit la jonction, il étire alors la bulle jusqu'à l'arracher de l'intersection et l'emporter. Ce régime est contrôlé par deux forces : la capillarité tentant de réduire la surface entre le liquide et l'air et la pression exercée par l'écoulement du fluide [Garstecki 2006, Yamamoto 2013]. Pour des débits constants, une relation simple donne le volume final de la bulle  $V_b$  :

$$V_b \sim V_c \frac{Q_a}{Q_s}, \quad (2.2)$$

avec  $V_c$  le volume de la constriction. Lorsque les débits sont plus importants, le phénomène est dans le régime dynamique. La force visqueuse exercée par le fluide l'emporte alors sur la capillarité, c'est-à-dire lorsque le nombre capillaire  $Ca \gg 1$  [Drenckhan 2015]. La force visqueuse  $F_v$  peut être estimée par la loi de Stokes :

$$F_v \sim 3\pi\eta_l D U_l, \quad (2.3)$$

avec  $D$  le diamètre des bulles,  $U_l$  la vitesse typique de la solution dans le canal principal. La force capillaire  $F_c$  est donnée par l'équation :

$$F_c = \pi\sigma_l D_s, \quad (2.4)$$

avec  $D_s$  le diamètre du canal principal. En égalant ces deux forces, une expression simple peut être obtenue pour le diamètre final  $D$  des bulles :

$$D \sim \frac{\sigma_l}{\eta_l U_l} D_s \sim \text{Ca}^{-1} D_s, \quad (2.5)$$

avec  $\text{Ca}$  le nombre capillaire lié à l'écoulement du fluide dans le canal principal. Dans notre cas, le mécanisme de génération des bulles est situé entre ces deux cas limites. Les diamètres de bulles ont donc été mesurés expérimentalement (*cfr.* Table 2.2).

Les débits de solution et d'air des deux canaux sont contrôlés par deux pousse-seringues. Une jonction T produit des bulles toutes identiques et génère donc une mousse dite monodisperse. Un tel dispositif présente une précision élevée, la dispersion en taille des bulles n'est que de quelques pourcents. Le diamètre des bulles dépend de différents paramètres. Dans le cas présent, seuls les débits d'air  $Q_a$  et de solution  $Q_s$ , ainsi que le diamètre  $D_s$  du canal principal ont été variés. Le diamètre du canal secondaire a été maintenu à  $D_a = 1$  mm. La viscosité de la solution a été variée mais ne modifie pas la taille des bulles dans le cas présent. La Table 2.2 reprend les différents diamètres de bulle  $D$  utilisés dans cette thèse, en fonction des paramètres de contrôle.

D (mm)	$D_s$ (mm)	$Q_a$ (ml/min)	$Q_s$ (ml/min)
$1 \pm 5\%$	1	$5 \pm 3\%$	$7 \pm 3\%$
$2 \pm 5\%$	1	$13 \pm 3\%$	$2 \pm 3\%$
$3 \pm 5\%$	2	$6 \pm 3\%$	$2 \pm 3\%$
$4 \pm 5\%$	2	$8 \pm 3\%$	$2 \pm 3\%$

**Table 2.2** Résumé des paramètres nécessaires à l'obtention des différentes bulles utilisées.  $D$  est le diamètre des bulles et  $D_s$  celui du canal principal. Le débit  $Q_a$  correspond à celui de l'air et  $Q_s$  à celui de la solution.

## 2.3 La cellule de Hele-Shaw

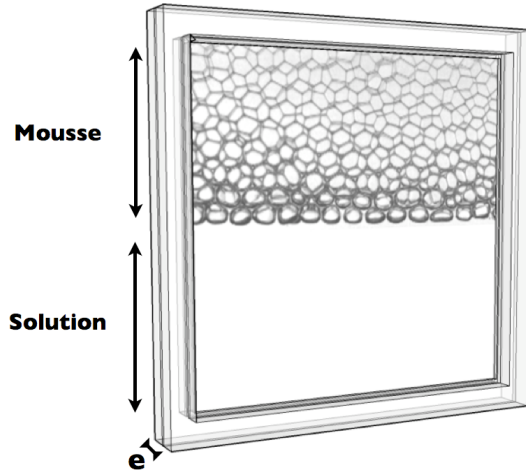
Les cellules de Hele-Shaw utilisées afin d'observer la mousse sont constituées de deux plaques planes de polycarbonate transparent. En fonction des besoins expérimentaux, l'épaisseur de ces plaques vaut soit 5 mm, soit 10 mm. Comparées aux forces qui sont exercées sur les plaques, ces épaisseurs sont relativement importantes afin d'éviter toute déformation durant les expériences.

Les cellules de Hele-Shaw utilisées dans cette thèse sont soit rectangulaires (*cfr.* Chapitre 3) soit circulaires (*cfr.* Chapitre 4) avec une distance entre les deux plaques de polycarbonate beaucoup plus petite que les deux autres dimensions. L'épaisseur  $e$  de la cellule ainsi engendrée varie de 1 mm à 11 mm en fonction des expériences, tandis que les deux autres dimensions sont de l'ordre de la dizaine de centimètres. Le nombre de couches de bulle sur l'épaisseur de la cellule peut donc être soit maintenu

constant en augmentant de manière identique l'épaisseur  $e$  et le diamètre des bulles  $D$ , soit varié.

Pour la plupart des expériences, la cellule est remplie à moitié de solution tandis que la deuxième moitié est entièrement remplie de mousse. Une attention toute particulière a été portée à l'état des bulles lors du remplissage de la cellule. Aucune ne doit être brisée lors du processus afin d'obtenir une mousse bien monodisperse.

Lors des expériences, la cellule remplie est placée verticalement comme représenté sur la Figure 2.4. Le liquide draine alors immédiatement vers le bas et plusieurs centimètres de solution séparent la mousse du fond de la cellule. L'interface mousse/solution est suffisamment éloignée de la paroi inférieure de la cellule pour ne pas être influencée par celle-ci. La hauteur de solution peut être considérée comme infinie. De plus, au-dessus de l'interface, la hauteur de mousse s'élève également sur plusieurs centimètres. Nous allons démontrer dans le Chapitre 3 que l'interface n'est pas influencée par la limite supérieure de la cellule. La hauteur de mousse peut également être considérée comme infinie [Bronfort 2012].



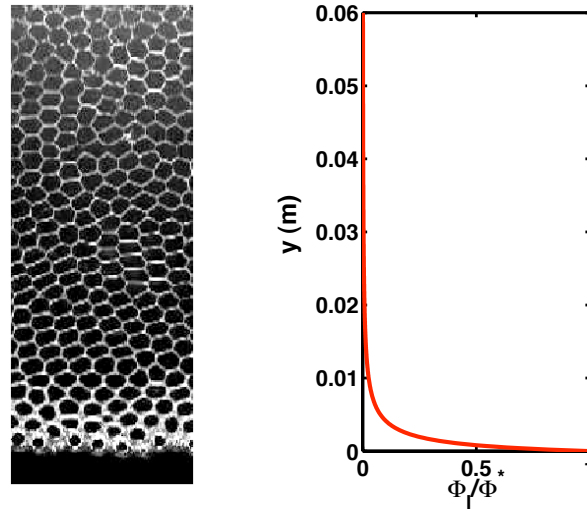
**Figure 2.4** Illustration de la cellule de Hele-Shaw dans le cas d'une cellule rectangulaire placée verticalement.

Lors du drainage gravitationnel de la mousse, le liquide s'écoule le long des bords de Plateau et la fraction de liquide diminue jusqu'à atteindre l'équilibre gravitationnel (*cfr.* Section 1.2.1). La fraction de liquide locale  $\phi_l(y)$  dépend alors de la hauteur  $y$ , comptée depuis l'interface, selon l'équation :

$$\phi_l(y)^{-1/2} - \phi_l^{*-1/2} \sim \frac{\sqrt{3}D}{2\ell_c^2} y, \quad (2.6)$$

avec  $\ell_c = \sqrt{\sigma_l/\rho_l g}$  la longueur capillaire de la solution et  $g$  l'accélération de la gravité [Cantat 2010]. La fraction de liquide locale dépend donc des propriétés de la solution (la viscosité, la masse volumique) et des propriétés de la mousse (diamètre

des bulles). L'Equation (2.6), normalisée par la fraction de liquide critique  $\phi^*$ , est représentée sur la partie de droite de la Figure 2.5, pour une mousse constituée de bulles de diamètre  $D = 3$  mm. La mousse correspondant à ce profil est également représentée avec une échelle verticale identique. La fraction de liquide locale diminue très rapidement sur les deux à trois premières couches de bulles. Au-delà, elle tend vers zéro et la mousse est sèche.



**Figure 2.5** Exemple de profil de fraction de liquide en fonction de la hauteur  $y$  pour une mousse 2D constituée de bulles de diamètre  $D = 3$  mm. L'échelle verticale des deux images est identique. Le graphique est obtenu à partir de l'Equation (2.6).

A partir de l'Equation (2.6), la fraction de liquide locale en tous points de la mousse peut être calculée. Il est donc également possible de calculer la valeur moyenne  $\langle \phi_l \rangle$  sur toute la surface de la mousse. Pour ce faire, il suffit de diviser la surface totale de la mousse par un fin quadrillage régulier et de calculer la fraction de liquide pour le centre de chaque nouvelle petite surface. La moyenne de ces valeurs donne alors la valeur moyenne de la fraction de liquide  $\phi_{grav}$  de toute la mousse à l'équilibre gravitationnel. Cette valeur dépend fortement de la géométrie de la cellule ainsi que de la hauteur de mousse.





# Contrainte normale

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>3.2</b>	<b>Théorie</b>	<b>20</b>
3.2.1	Cas d'un fluide parfait	21
3.2.2	Cas d'un fluide faiblement visqueux	22
3.2.3	Systèmes particuliers	24
<b>3.3</b>	<b>Méthodologie expérimentale</b>	<b>27</b>
3.3.1	Dispositif	27
3.3.2	Méthodologie	28
<b>3.4</b>	<b>Instabilité de Faraday à une surface libre</b>	<b>30</b>
3.4.1	Longueur d'onde	30
3.4.2	Amortissement de l'onde	34
3.4.3	Seuils de l'instabilité	39
<b>3.5</b>	<b>Instabilité de Faraday à une interface mousse/solution</b>	<b>44</b>
3.5.1	Absorption d'énergie	44
3.5.2	Seuils d'instabilité	54
3.5.3	Longueur d'onde	57
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>60</b>

## 3.1 Introduction

Les instabilités hydrodynamiques sont fréquemment utilisées pour obtenir des informations sur les propriétés mécaniques d'une interface ou d'un fluide [Behroozi 2010, Lucassen 1972, Prosperetti 1980]. L'une d'entre elles est l'instabilité de Faraday [Faraday 1831] générant des ondes à la surface d'un fluide lorsque celui-ci est soumis à des vibrations verticales d'intensité suffisante. Les déformations de la surface sont alors constituées d'ondes stationnaires périodiques dont la périodicité est le double de celle de la vibration excitatrice. Dans le cas d'une interface mousse/solution, la vibration verticale mènerait donc à une succession de compressions et de dilatations périodiques de la mousse. L'instabilité de Faraday qui pourrait en résulter permettrait donc de soumettre la mousse à des contraintes normales à l'interface et de déterminer l'influence de cette perturbation sur le volume de la mousse.

Après quelques explications théoriques et les détails de la méthodologie expérimentale, nous vous présentons nos résultats dans le cas d'une instabilité de Faraday le long d'une surface libre (sans mousse) et l'effet de la géométrie de la cellule expérimentale sur les différentes propriétés de l'onde générée. Ensuite, l'interaction entre une mousse et l'instabilité à l'interface mousse/solution est détaillée en fonction de divers paramètres tels que la quantité de mousse, la taille des bulles ainsi que le nombre de bulles sur l'épaisseur de la cellule. L'influence de l'instabilité sur le volume de la mousse est quantifiée à l'aide de différents outils comme le déplacement des bulles durant une période d'oscillation, tandis que l'influence de la présence de la mousse sur la perturbation de l'interface est modélisée à l'aide d'une analyse énergétique du système.

### 3.2 Théorie

Une interface fluide soumise à des vibrations verticales d'intensité faible est stable et conserve sa forme plane. Si l'intensité des vibrations est augmentée, l'interface se déstabilise et des ondes de surface apparaissent. Ce phénomène est une instabilité hydrodynamique appelée instabilité de Faraday [Faraday 1831]. Elle se produit au-delà d'un seuil bien défini en accélération  $\Gamma_a$ . Si l'accélération  $\Gamma$  de l'excitation extérieure est proche (et supérieure) de l'accélération critique  $\Gamma_a$ , les ondes sont stationnaires et le régime est dit linéaire. La fréquence d'oscillation de ces ondes est la moitié de la fréquence d'excitation et leur amplitude  $a$  est beaucoup plus faible que leur longueur d'onde  $\lambda$  [Benjamin 1954]. En fonction des différents paramètres du système, l'instabilité de Faraday peut présenter différents motifs géométriques stationnaires tels des carrés et des hexagones [Müller 1993, Edwards 1994, Binks 1997, Wagner 2000]. La Figure 3.1 présente l'instabilité de Faraday dans une profondeur infinie de liquide de



**Figure 3.1** Instabilité de Faraday sur une surface d'huile silicone de faible viscosité (5 cSt). Le dispositif est constitué d'un petit cylindre ( $r_c = 1.5$  cm) et d'un grand cylindre ( $r_c = 6.5$  cm) concentriques.

faible viscosité dans deux cylindres concentriques de diamètre différent. En fonction de la géométrie, deux motifs sont observables : dans le plus petit cylindrique, les ondes stationnaires forment des cercles concentriques, tandis qu'un réseau carré est généré dans le grand cylindre. Lorsque l'accélération de l'excitation extérieure est progressivement augmentée, ces motifs perdent d'abord leur propriété de stationnarité et ensuite du chaos apparaît [Kudrolli 1996, Westra 2003]. Finalement, pour des accélérations très importantes, les ondes déferlent et un phénomène d'éjections de gouttes est observé [Goodridge 1999, Terwagne 2011].

### 3.2.1 Cas d'un fluide parfait

Un fluide parfait est un fluide de viscosité dynamique  $\eta_l$  négligeable. Plaçons-nous dans le cas d'une surface infinie pour laquelle les effets de bords dus à la tension de surface peuvent être négligés. Dans un premier temps, considérons des ondes de surface libres sans excitation verticale extérieure. L'approche suivie est basée sur [Benjamin 1954]. Pour un régime linéaire, l'amplitude des ondes est faible par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ . La déformation verticale de l'interface  $z = \xi(x, y, t)$  peut être décomposée sur base des modes propres  $f_m(x, y)$  :

$$\xi(x, y, t) = \sum_m \xi_m(t) f_m(x, y), \quad (3.1)$$

avec  $\xi_m(t)$  une fonction réelle vérifiant l'équation de l'oscillateur harmonique :

$$\frac{d^2 \xi_m}{dt^2} + \omega_m^2 \xi_m = 0, \quad (3.2)$$

où  $\omega_m$  est la fréquence naturelle de l'oscillateur correspondant au mode propre  $m$  et est fixée par la relation de dispersion

$$\omega_m = \sqrt{\left( g k_m + \frac{\sigma_l}{\rho_l} k_m^3 \right) \tanh(k_m h)}, \quad (3.3)$$

avec  $k_m$  le nombre d'onde correspondant au mode  $m$  et  $h$  la hauteur de liquide sous la surface libre. Lorsque la hauteur  $h$  de liquide est importante par rapport à  $k_m^{-1}$ , le facteur  $\tanh(k_m h)$  tend vers 1. Cette limite s'appelle l'approximation de profondeur infinie [Miles 1985] car les ondes de surface n'ont aucune interaction avec le fond du contenant.

Cette relation de dispersion (3.3) peut être obtenue par différentes méthodes. L'une d'entre elles est basée sur la conservation de l'énergie dans le cas d'un fluide de profondeur infinie [Behroozi 2001]. Cette méthode relativement simple consiste à évaluer l'énergie cinétique de l'onde lorsque l'interface est plane et les énergies potentielle et interfaciale de l'onde lorsque l'interface est déformée au maximum. Cette théorie est intéressante car elle fait intervenir la déformation de l'interface dans la relation de dispersion, permettant ainsi une interprétation ultérieure de l'influence du confinement sur la longueur d'onde sélectionnée par le système.

A partir de l'Equation (3.3), les ondes de surface peuvent être divisées en deux régimes :

1. Les ondes habituellement visibles sur les lacs ou les océans, avec des longueurs d'ondes variant de quelques centimètres à plusieurs centaines de mètres, sont appelées *ondes gravitaires*. Comme leur nom l'indique, la gravité est la force stabilisante dominante qui tend à diminuer la perturbation de l'interface. Dans ce cas, le premier terme de la relation de dispersion (3.3) domine.
2. Les ondes de longueur d'onde inférieure au millimètre sont connues sous le nom d'*ondes capillaires*. Dans ce régime, la force capillaire, liée à la tension de surface, est la force stabilisante dominante qui tend à réduire au maximum l'aire de l'interface et le deuxième terme de l'Equation (3.3) domine.

Entre ces deux régimes, les ondes sont appelées gravito-capillaires, la gravité et la tension de surface ayant des importances comparables.

Lorsque l'interface est soumise à une accélération verticale sinusoïdale d'amplitude  $\Gamma$ , cette excitation peut être interprétée comme une modulation de la gravité

$$g_t(t) = g - \Gamma \cos(\omega t), \quad (3.4)$$

avec  $\Gamma = A\omega^2$  où  $A$  est l'amplitude des oscillations et  $\omega$  la fréquence angulaire de l'excitation. En remplaçant l'accélération  $g$  dans l'Equation (3.2) par l'expression de sa modulation  $g_t(t)$ , on obtient l'équation de Mathieu pour un oscillateur paramétrique [Benjamin 1954] :

$$\frac{d^2\xi_m}{dt^2} + [\omega_m^2 - (k_m \tanh(k_m h)) \Gamma \cos(\omega t)] \xi_m = 0, \quad (3.5)$$

avec  $\omega_m$  la fréquence angulaire du mode  $m$ , donnée par la relation de dispersion (3.3). L'Equation de stabilité (3.5) régit les ondes de l'instabilité de Faraday. Ces dernières sont donc des ondes de surface paramétriquement excitées avec  $\omega$  comme paramètre de contrôle.

L'équation de Mathieu (3.5) prédit une résonance de l'interface pour toutes les fréquences multiples entiers ou demi-entiers de la fréquence d'excitation  $\omega$ . Elle prévoit également que tous ces modes soient instables dès que  $\Gamma \neq 0$  ce qui contredit les résultats expérimentaux. Il est donc nécessaire de tenir compte de la viscosité du liquide dans les équations de stabilité [Kumar 1996, Bechhoefer 1995].

### 3.2.2 Cas d'un fluide faiblement visqueux

La viscosité du fluide est prise en compte en ajoutant un terme phénoménologique de dissipation de la forme  $-2\gamma d\xi_m/dt$  à l'Equation (3.5) [Edwards 1994]. Le coefficient d'amortissement  $\gamma$  caractérisant la dissipation visqueuse est donné par le rapport entre l'apport d'énergie  $\overline{E}$  moyennée sur une période d'oscillation et le taux de dissipation d'énergie  $|\overline{\dot{E}}|$  moyenné sur la même période de temps. Il vient donc [Landau 1989] :

$$\gamma = \frac{|\overline{\dot{E}}|}{2\overline{E}}. \quad (3.6)$$

L'apport d'énergie sur un volume  $\Omega$  pour un écoulement à la vitesse  $\mathbf{v}$  est donné par l'équation de l'énergie cinétique :

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho_l \int \mathbf{v}^2 d\Omega, \quad (3.7)$$

tandis que le taux de perte d'énergie dû à la viscosité du fluide évolue comme :

$$|\dot{\bar{E}}| = \frac{1}{2} \rho_l \nu_l \int (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)^2 d\Omega \quad (3.8)$$

avec  $\nu_l$  la viscosité cinématique du fluide. Dans le cas d'une onde de nombre d'onde  $k$  à l'interface d'un fluide de profondeur et de surface infinies, un calcul dimensionnel donne un apport d'énergie égal à  $\bar{E} \sim \rho_l v^2 S k^{-1}$  et un taux de dissipation égal à  $|\dot{\bar{E}}| \sim \rho_l \nu_l (vk)^2 S k^{-1}$  avec un volume d'intégration  $\Omega \sim S k^{-1}$  et une surface totale de l'interface  $S$  dans les deux cas. Le coefficient d'amortissement est alors donné par  $\gamma_\nu \sim \nu_l k^2$ . Un calcul rigoureux donne l'équation suivante pour le coefficient [Milner 1991] :

$$\gamma_\nu = 2\nu_l k^2. \quad (3.9)$$

L'introduction du terme phénoménologique de dissipation visqueuse modifie la courbe de stabilité de l'instabilité de Faraday. Les valeurs d'accélération  $\Gamma$  pour lesquelles l'interface est instable sont supérieures à zéro et d'autant plus élevées que le nombre multiple de la fréquence d'excitation est élevé. Expérimentalement, le premier mode instable atteint en augmentant l'accélération de l'oscillation est le mode sous-harmonique. La fréquence de l'instabilité de Faraday vaut alors  $\omega_m = \omega/2$  et le nombre d'onde  $k_m = k$ .

La relation de dispersion est également modifiée par la viscosité du fluide. Dans ce cas, la simplification de la relation de dispersion complète décrite dans [Lamb 1993] pour les ondes gravito-capillaires donne l'équation suivante pour le mode sous-harmonique [Behroozi 2011] :

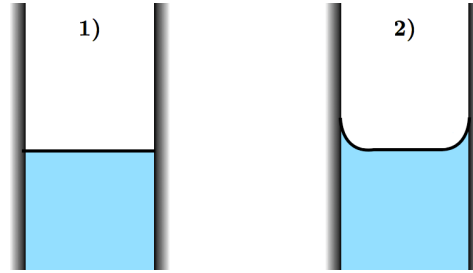
$$\omega = \left[ gk + \left( \frac{\sigma_l}{\rho_l} - \sqrt{\frac{8\eta_l^3 \omega}{\rho_l^3}} + 4 \frac{k\eta_l^2}{\rho_l^2} \right) k^3 \right]^{1/2}. \quad (3.10)$$

L'effet de la viscosité sur la relation de dispersion peut donc être considéré comme une correction du terme de tension de surface. Lorsque la viscosité est négligeable, l'Equation (3.10) prend la forme de la relation de dispersion pour un fluide parfait, c'est-à-dire l'Equation (3.3). Dans le cas de fluides à viscosité dynamique faible (comme l'eau), les deux derniers termes sont faibles et se compensent l'un l'autre pour des fréquences inférieures à  $f = 5000$  Hz. Pour des fluides de grande viscosité, le troisième terme domine et la modification de la relation de dispersion doit être considérée, même à faible fréquence.

### 3.2.3 Systèmes particuliers

#### Géométrie confinée

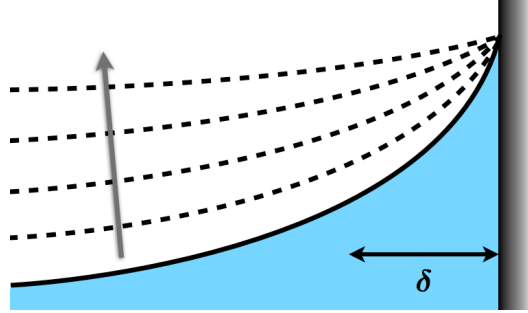
La plupart des études sur l'instabilité de Faraday considère la surface du liquide soit spatialement infinie soit perpendiculaire aux parois du récipient [Kudrolli 1996] comme représenté sur le schéma 1) de la Figure 3.2. Or, dans la plupart des expériences, cette seconde condition n'est pas respectée et les parois du récipient doivent être prises en compte.



**Figure 3.2** 1) Surface libre théorique considérée perpendiculaire aux parois du récipient.  
2) Surface libre avec un ménisque au niveau de chacune des deux parois solides.

La première différence importante entre la plupart des modèles actuels et la réalité est l'apparition d'une courbure de l'interface au niveau de la ligne de contact avec les parois, comme illustré sur le schéma 2) de la Figure 3.2. L'étendue spatiale de ce ménisque est proportionnelle à la longueur capillaire du fluide  $\ell_c = \sqrt{\sigma_l / \rho_l g}$ . Celui-ci a pour effet d'augmenter la surface totale de l'interface et donc d'augmenter l'énergie interfaciale du système. Un deuxième effet du ménisque provient de la modulation de la gravité  $g_t(t)$  selon l'Equation (3.4). La longueur capillaire est inversement proportionnelle à  $\sqrt{g_t(t)}$  et dépend donc du temps. Durant la phase ascendante du mouvement oscillatoire, la gravité apparente est supérieure à  $g$ , la longueur capillaire est plus petite et donc le volume du ménisque est diminué. Pendant la phase descendante, le phénomène inverse se produit et le volume du ménisque est augmenté. Une onde de surface est donc créée, à la fréquence de l'excitation verticale, par les modifications du ménisque [Miles 1967, Douady 1990, Lam 2011]. Cette onde se propage sur l'interface et perturbe l'instabilité de Faraday qui, elle, est sous-harmonique.

Le second effet du ménisque est l'augmentation de l'amortissement des ondes provenant de deux sources différentes : la condition de non-glissement le long des parois solides pour un liquide visqueux et le déplacement de la ligne de contact [Christiansen 1995]. La condition de non-glissement implique une décroissance de la composante de la vitesse du fluide parallèle aux parois sur une couche limite d'épaisseur  $\delta \sim \sqrt{\nu_l / \omega}$ , comme illustré sur la Figure 3.3. Un gradient de vitesse important (proportionnel à  $\delta^{-1}$ ) apparaît donc à proximité de la paroi, générant une dissipation visqueuse non négligeable. Le coefficient d'amortissement lié



**Figure 3.3** Schéma du comportement de la surface libre à proximité d'une paroi solide.

à la présence des parois peut être obtenu par une analyse dimensionnelle similaire à celle utilisée pour le cas du fluide faiblement visqueux (*cf.* Section 3.2.2). Pour un contenant de taille caractéristique  $L$  et un écoulement à la vitesse  $\mathbf{v}$ , l'apport d'énergie moyen est donné par :

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho_l \int \mathbf{v}^2 d\Omega \sim \rho_l v^2 (L^2 k^{-1}), \quad (3.11)$$

avec le volume d'intégration  $\Omega \sim L^2 k^{-1}$ . Le taux de dissipation d'énergie moyen dû à la couche limite le long des parois vaut :

$$|\dot{\bar{E}}| = \frac{1}{2} \rho_l \nu_l \int (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)^2 d\Omega \sim \rho_l \nu_l \left(\frac{v}{\delta}\right)^2 (L k^{-1} \delta), \quad (3.12)$$

où  $v/\delta$  est le gradient de vitesse sur la couche limite  $\delta$  le long de la paroi et  $\Omega \sim L k^{-1} \delta$  est le volume d'intégration. Le coefficient d'amortissement est alors donné par l'équation :

$$\gamma_{paroi} \sim \frac{|\dot{\bar{E}}|}{\bar{E}} \sim \frac{\omega \delta}{L}. \quad (3.13)$$

Ce résultat obtenu par une analyse rapide est identique à celui obtenu par une méthode rigoureuse [Milner 1991, Christiansen 1995].

Dans le cas d'un liquide partiellement mouillant, l'angle de contact est supérieur à zéro. La ligne de contact peut donc se déplacer et l'angle, varier. Ce phénomène n'est possible que si la condition de non glissement aux parois n'est pas respectée. Cette violation se produit sur une échelle microscopique  $s$  dépendant de la taille des molécules du fluide et de la rugosité des parois. Milner a calculé [Milner 1991] le travail effectué par la tension de surface lors du déplacement de la ligne de contact et de la modification de l'angle. Le coefficient d'amortissement associé est donné par :

$$\gamma_l = \frac{8\omega \ln(R/s) k \delta^2 \sin(\theta_0)}{L(\theta_0 - \sin(\theta_0) \cos(\theta_0))} \quad (3.14)$$

avec  $\theta_0$  l'angle de contact statique,  $k$  le nombre d'onde de l'instabilité et  $R$  la longueur macroscopique à laquelle l'interface n'est plus plane. Les estimations

conseillées pour les différents paramètres sont  $s = 10 \text{ \AA}$ ,  $R = \delta$  et  $\theta_0 = \pi/2$ . L'hystérésis de l'angle de contact n'étant pas considérée, l'Equation (3.14) donne la valeur maximale du coefficient d'amortissement  $\gamma_l$ .

### Interface contaminée

Jusqu'à présent, seules les surfaces libres ont été traitées. D'autres cas moins bien connus, tels que les interfaces "contaminées", sont également observables.

Dans le cas d'une interface "contaminée" par des molécules de surfactant, la compressibilité réduite de la couche de molécules augmente la dissipation d'énergie dans la couche limite  $\delta$ . Dans le cas limite d'une couche de surfactants incompressible, le gradient de vitesse augmente considérablement et l'interface agit comme une paroi fixe. Dans ce cas, une estimation de l'ordre de grandeur du coefficient d'amortissement est donnée par l'équation [Milner 1991] :

$$\gamma_{surf} = \omega \delta k. \quad (3.15)$$

La valeur exacte dépend de la compressibilité de la couche de molécules de surfactant et est difficile à déterminer [Christiansen 1995].

### Interface entre deux fluides

Parmi les systèmes particuliers, le cas des interfaces entre deux fluides visqueux de densités différentes peut également être cité.

Un système constitué de deux fluides non-miscibles soumis à une oscillation verticale d'accélération suffisante peut être le siège d'une instabilité de Faraday [Tipton 2004]. Les ondes dépendent alors des propriétés ainsi que de l'épaisseur des deux couches de fluide. Ce système a été étudié à l'aide d'une analyse de stabilité linéaire utilisant le même principe que celui présenté dans le cas d'une surface libre. Pour deux fluides parfaits d'épaisseurs respectives infinies, l'équation de Mathieu donne [Kumar 1994] :

$$\frac{d^2 \xi_m}{dt^2} + \left( \omega_m^2 - k_m \frac{(\rho_{l1} - \rho_{l2})}{(\rho_{l1} + \rho_{l2})} \Gamma \cos(\omega t) \right) \xi_m = 0, \quad (3.16)$$

avec  $\omega_m$  la fréquence naturelle du système, fixée par la relation de dispersion

$$\omega_m = \sqrt{\frac{(\rho_{l1} - \rho_{l2}) g k_m + \sigma_l k_m^3}{(\rho_{l1} + \rho_{l2})}}, \quad (3.17)$$

où l'indice 1 indique le fluide le plus dense et l'indice 2 le fluide le moins dense.

Dans le cas de deux fluides faiblement visqueux, un terme d'amortissement linéaire est ajouté à l'Equation (3.16). En négligeant l'amortissement dû aux effets d'interface entre les deux couches de fluide et au confinement du système, le coefficient d'amortissement calculé à partir de l'Equation (3.6) est donné par [Kumar 1994] :

$$\gamma_{int} = 2k^2 \frac{(\eta_{l1} + \eta_{l2})}{(\rho_{l1} - \rho_{l2})}. \quad (3.18)$$



La relation de dispersion d'une surface libre dans le cas de deux fluides parfaits peut également être adaptée au cas d'une interface entre deux fluides visqueux. En ajoutant un terme de dissipation visqueuse, l'Equation (3.17) devient :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{(\rho_{l1} - \rho_{l2}) g k_m + \sigma_l k_m^3}{(\rho_{l1} + \rho_{l2})} - \left(2k^2 \frac{\eta_{l1} + \eta_{l2}}{\rho_{l1} + \rho_{l2}}\right)^2}. \quad (3.19)$$

L'instabilité de Faraday à l'interface entre deux fluides est sous-harmonique dans le régime linéaire. Pour des fluides de faible viscosité, ce modèle prédit relativement bien l'évolution de la longueur d'onde [Kumar 1994]. Pour des viscosités plus importantes, la longueur d'onde augmente rapidement et la différence entre les prédictions et les valeurs obtenues expérimentalement devient importante. Ne prenant pas en compte les conditions aux limites à l'interface et aux parois, ce modèle sous-estime les accélérations seuils de l'instabilité.

Cette configuration bi-fluidique a également été étudiée pour des fluides miscibles [Zoueshtiagh 2009]. Dans ce cas, l'instabilité observée peut également être considérée comme une instabilité de Faraday. Contrairement au cas non-miscible, l'interface est moins bien définie et une longueur caractéristique de mélange entre les deux fluides doit être établie. Plusieurs propriétés de cette interface sont semblables à celles observées pour des fluides non-miscibles : la longueur d'onde augmente lorsque la viscosité caractéristique augmente ou lorsque l'accélération de l'excitation extérieure diminue. Par contre, ce phénomène est transitoire et l'instabilité disparaît dès que les deux fluides sont complètement mélangés.

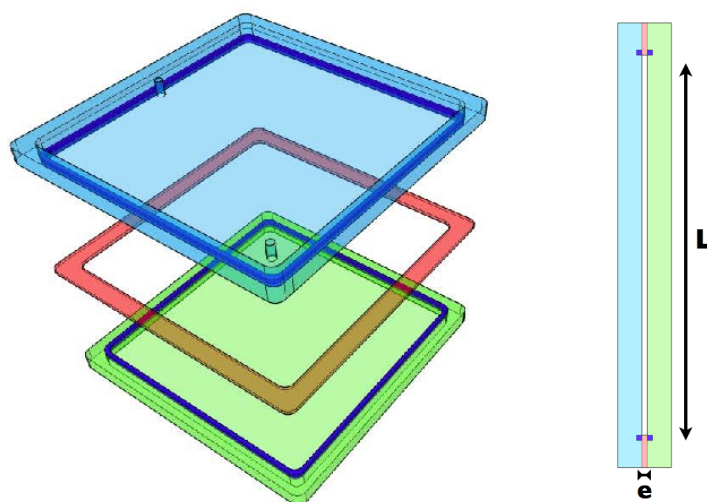
### 3.3 Méthodologie expérimentale

Dans cette section, nous allons décrire la méthodologie expérimentale suivie pour étudier l'instabilité de Faraday à l'interface mousse/solution. En premier lieu, le dispositif spécifique utilisé lors ces expériences est détaillé. Ensuite, la méthodologie suivie lors de la prise de mesures est expliquée.

#### 3.3.1 Dispositif

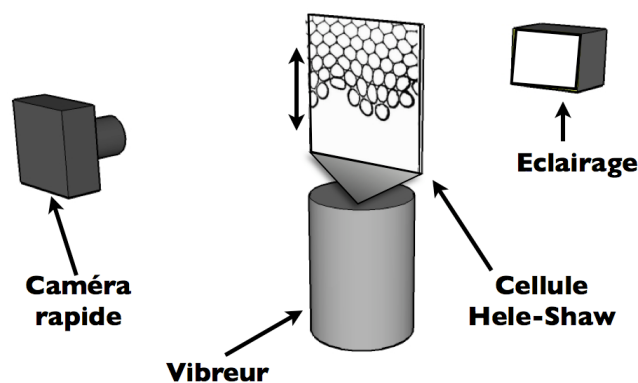
La cellule utilisée pour cette série d'expériences est de type Hele-Shaw, carrée de côté  $L = 135$  mm et d'épaisseur  $e$  variable ( $e \in [1, 11]$  mm). Elle est représentée sur la Figure 3.4. Deux trous de diamètre 4 mm permettent le remplissage. Dans la partie inférieure de la cellule, un papier millimétré transparent de plusieurs centimètres de long est fixé et sert de repère pour déterminer la position verticale de la cellule. Il permet également le calibrage précis de chaque image.

Cette cellule est remplie avec la solution de plus faible viscosité (5% de glycérol, *cfr.* Table 2.1) et est fixée verticalement sur un vibreur électromagnétique, comme illustré sur la Figure 3.5. Le vibreur produit des oscillations sinusoïdales d'amplitude  $A$  et de fréquence  $f$  (appelée fréquence de forçage) contrôlées par l'association d'un



**Figure 3.4** Illustration schématique et à l'échelle de la cellule de Hele-Shaw carrée avec, à gauche, une vue éclatée de la cellule et, à droite, une vue transversale. Les différents éléments sont représentés dans les mêmes couleurs sur les deux vues.

générateur basse fréquence et d'un amplificateur électrique. L'accélération verticale de la cellule est mesurée à l'aide d'un accéléromètre piézoélectrique. Les paramètres utiles sont la fréquence de forçage  $f$  et l'accélération maximale  $\Gamma$ , liée à l'amplitude de l'oscillation du vibreur par  $\Gamma = A(2\pi f)^2$ . Lors des expériences, les images sont enregistrées à l'aide d'une caméra rapide configurée à 1000 images par seconde.



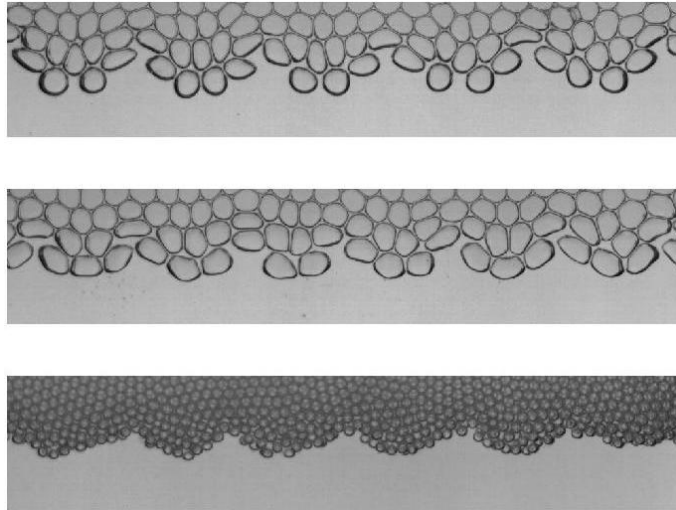
**Figure 3.5** Illustration du dispositif expérimental.

### 3.3.2 Méthodologie

Après la fixation de la cellule sur le vibreur, la mousse nouvellement générée est laissée au repos plusieurs minutes avant chaque expérience. Ce temps permet à la

mousse d'atteindre l'équilibre stationnaire, du point de vue de la fraction de liquide (*cf.* Equation (2.6)). Ensuite, la cellule est vibrée à faible amplitude et à fréquence fixée. L'interface oscille alors à la même fréquence que le vibreur ; elle est au repos dans le référentiel de la cellule. L'amplitude est augmentée progressivement. Au-delà d'un seuil en accélération  $\Gamma_a$ , une onde stationnaire apparaît à l'interface. Celle-ci est périodique dans l'espace et sa fréquence temporelle vaut la moitié de la fréquence du vibreur. Ces ondes peuvent donc être considérées comme des ondes de Faraday. L'apparition de l'instabilité de Faraday est observée à l'interface entre une mousse et sa solution.

La Figure 3.6 présente des exemples d'instabilité de Faraday pour différentes valeurs de la fréquence  $f$  et du diamètre  $D$  des bulles. La dépendance des ondes en la fréquence de forçage et en la taille des bulles est mise en évidence. L'amplitude  $a$  de l'onde est plus petite que la longueur d'onde  $\lambda$ , de l'ordre de grandeur du diamètre des bulles. Comme pour une instabilité de Faraday "classique", la longueur d'onde  $\lambda$  décroît lorsque la fréquence  $f$  de forçage augmente.



**Figure 3.6** Ondes de Faraday typiques à une interface mousse/solution. Les paramètres expérimentaux sont : (haut)  $D = 3$  mm et  $f = 20$  Hz, (milieu)  $D = 3$  mm et  $f = 26$  Hz, (bas)  $D = 1$  mm et  $f = 20$  Hz.

L'instabilité de Faraday est caractérisée par les seuils d'apparition  $\Gamma_a$  et de disparition  $\Gamma_d$  de l'instabilité ainsi que par sa longueur d'onde  $\lambda$ . Pour obtenir les valeurs des seuils  $\Gamma_a$  et  $\Gamma_d$ , une faible amplitude d'oscillation du vibreur est augmentée progressivement par faibles incréments et à intervalles réguliers de plusieurs secondes. Lorsqu'une onde recouvre au minimum 75% de l'interface, le seuil d'apparition  $\Gamma_a$  de l'onde est atteint. Pour obtenir le seuil  $\Gamma_d$  de disparition, le processus inverse est opéré et il est atteint lorsque l'onde est présente sur moins de 25% de l'interface. La longueur d'onde de l'instabilité est mesurée lorsque l'accélération du vibreur est

proche du seuil de disparition, afin de s'assurer que l'onde est bien stationnaire. Finalement, la mousse est renouvelée régulièrement. L'évolution de la mousse dépendant fortement de ses propriétés et des paramètres expérimentaux, le temps séparant deux renouvellements est de l'ordre de quelques minutes.

L'instabilité de Faraday a été étudiée en fonction de différents paramètres expérimentaux, dans un premier temps, le long d'une surface libre, et ensuite à une interface mousse/solution.

### 3.4 Instabilité de Faraday à une surface libre

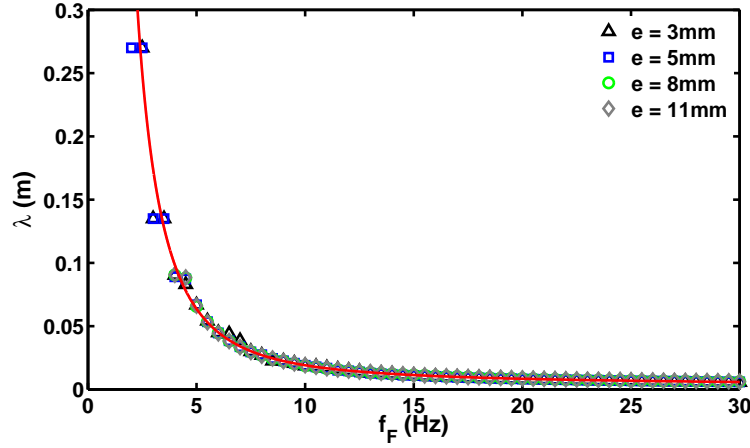
Afin d'étudier la réponse de la mousse aux contraintes imposées par l'interface, il est indispensable de bien comprendre l'influence de la géométrie expérimentale sur l'instabilité de Faraday, en l'absence de mousse. Dans un premier temps, nous allons donc étudier l'instabilité de Faraday à une surface libre.

#### 3.4.1 Longueur d'onde

Pour chaque épaisseur de cellule, une série d'images de l'interface soumise à l'instabilité a été enregistrée pour des fréquences allant de quelques Hertz jusqu'à 60 Hz. Dans la plupart des cas, la limite inférieure a été imposée par l'amplitude maximale permise par le vibreur. La limite supérieure correspond, elle, à des longueurs d'onde de l'ordre du millimètre, ce qui correspondra plus tard à la taille typique des bulles. Pour une interface mousse/solution, la longueur d'onde semble alors être définie par la taille des bulles plus que par l'instabilité elle-même.

Les longueurs d'onde  $\lambda$  en fonction de la fréquence  $f_F = f/2$  de l'instabilité sont présentées sur la Figure 3.7 pour différentes épaisseurs  $e$  de la cellule. Les barres d'erreur n'ont pas été ajoutées aux données afin de ne pas alourdir les symboles. La précision des mesures est telle que la différence entre la barre supérieure et la barre inférieure des barres d'erreur est plus petite que l'épaisseur du trait. Nous constatons que la longueur d'onde  $\lambda$  diminue lorsque la fréquence  $f$  augmente, comme attendu. Les données correspondant aux différentes épaisseurs de cellule semblent se superposer parfaitement et évoluer selon la même courbe. A très faible fréquence, la valeur de la longueur d'onde de Faraday est du même ordre de grandeur que la largeur de la cellule. Elle semble être définie plus par la dimension de la cellule que par l'excitation elle-même.

Les données de la longueur d'onde de Faraday ont été ajustées par la relation de dispersion pour une onde de surface gravito-capillaire (*cfr.* Section 3.2). Plusieurs centimètres séparent l'interface de la limite inférieure de la cellule, l'approximation de profondeur infinie  $\tanh(kh) \rightarrow 1$  a donc été appliquée. La solution utilisée est un fluide de viscosité dynamique non négligeable  $\eta_l = 1.1\text{mPa}\cdot\text{s}$  et l'Equation (3.10) est donc d'application. Une vérification rapide de l'ordre de grandeur des termes de



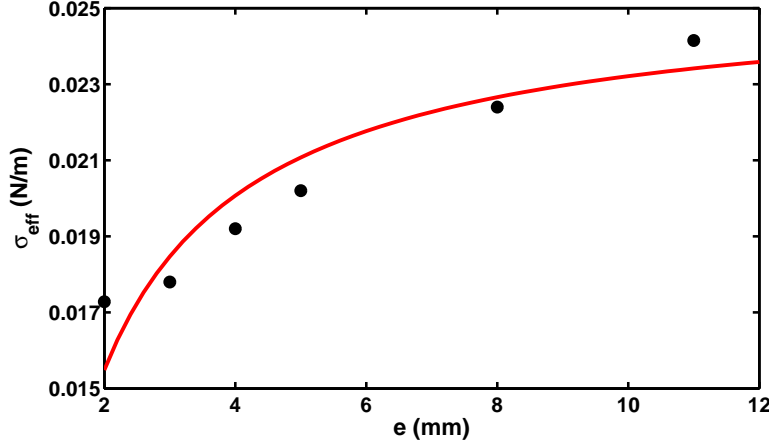
**Figure 3.7** Longueur d’onde  $\lambda$  de l’instabilité à une surface libre pour différentes épaisseurs  $e$  de cellule en fonction de la fréquence de Faraday  $f_F = f/2$ . La courbe rouge correspond à l’ajustement par la relation de dispersion.

correction de la tension de surface donne :

$$\sigma/\rho_l \sim 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}^2, \quad \sqrt{8\eta_l^3\omega/\rho_l^3} \sim 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}^2, \quad 4k\eta_l^2/\rho_l^2 \sim 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}^2.$$

Plus la fréquence est grande, plus les termes correctifs sont importants. En choisissant la pire situation,  $f = 60$  Hz, nous constatons que les corrections dues à la viscosité sont négligeables par rapport au terme de tension de surface. L’Equation (3.10) se réduit donc à la relation de dispersion pour un fluide parfait. Les données ont été ajustées avec, comme paramètre libre, la tension de surface  $\sigma_{eff}$ . L’instabilité de Faraday est donc utilisée pour déterminer la tension de surface de la solution. Un exemple de courbe est illustré en rouge sur la Figure 3.7 pour  $e = 5$  mm. Le résultat remarquable ici est que la tension de surface obtenue n’est pas constante en fonction de l’épaisseur  $e$ . La valeur du paramètre  $\sigma_{eff}$  obtenue en fonction de l’épaisseur  $e$  est représentée sur la Figure 3.8. Toutes les valeurs de la tension de surface effective  $\sigma_{eff}$  sont inférieures à la valeur obtenue pour la solution  $\sigma_l = 0.0255 \pm 0.25 \cdot 10^{-3}$  N/m grâce à la méthode de la goutte pendante. De plus, la tension effective diminue lorsque l’épaisseur de la cellule diminue. Il y a donc une influence de la géométrie de la cellule sur la relation de dispersion, la tension de surface du liquide étant bien constante d’une expérience à l’autre.

Pour mieux comprendre cette influence, reprenons l’approche proposée par Behroozi [Behroozi 2001] pour trouver la relation de dispersion d’un fluide parfait de profondeur infinie, grâce à la conservation de l’énergie. Pour ce faire, l’énergie de la surface soumise à sa déformation maximale (*i.e.* pour une amplitude de l’onde maximale) est égalée à celle pour une déformation minimale (*i.e.* pour une amplitude nulle). L’énergie d’une surface libre parcourue par une onde, lors du maximum



**Figure 3.8** Tension de surface effective  $\sigma_{eff}$  obtenue à l'aide de l'ajustement des longueurs d'onde par la relation de dispersion (Equation (3.10)) en fonction de l'épaisseur  $e$  de la cellule. La courbe continue est la valeur de la tension effective donnée par l'Equation (3.28).

d'amplitude de celle-ci est la somme de deux termes : l'énergie potentielle gravitationnelle et l'énergie potentielle interfaciale. La première est liée au déplacement vertical du fluide et sa valeur par unité de surface est donnée par l'équation :

$$E_{pot} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} (2a \cos kx)^2 \rho_l g dx \sim \rho_l g a^2, \quad (3.20)$$

avec  $a$  l'amplitude de l'onde. La deuxième contribution provient de l'augmentation de l'aire de la surface libre due à la déformation par rapport à sa position d'équilibre plane. Cette augmentation par unité de surface est régie par l'équation suivante :

$$E_{int}^w = \frac{4\sigma_l}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} (ds - dx) \sim \frac{4\sigma_l}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} \frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \sim \sigma_l a^2 k^2, \quad (3.21)$$

avec  $ds$  un élément infinitésimal en coordonnées curvilignes du profil de l'onde et la position verticale de l'interface évoluant comme  $y(x) = 2a \cos(kx)$ . Dans le cas d'une surface infinie, lorsque l'onde de surface passe par sa configuration d'équilibre, l'interface du liquide est plane. Son énergie est donc entièrement cinétique et sa valeur par unité de surface est donnée par :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 4\rho_l a^2 \omega^2 \exp(2ky) dy \sim \frac{\rho_l a^2 \omega^2}{k}, \quad (3.22)$$

avec un profil de vitesse évoluant comme  $v = 2a\omega \exp(ky)$ . Lorsque la dissipation d'énergie est nulle, l'énergie cinétique peut être égalée à la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie interfaciale et la relation de dispersion en découle immédiatement.

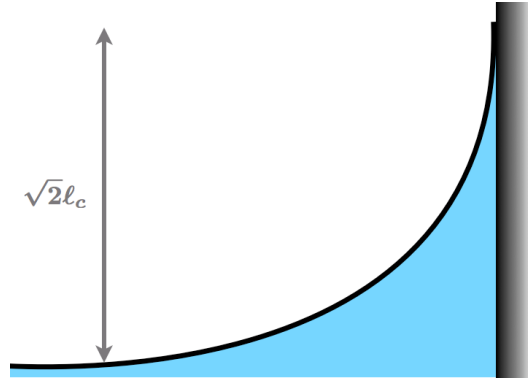
Dans le cas d'un fluide confiné entre deux parois solides, la surface libre n'est jamais plane. Afin de respecter l'angle de contact entre la surface du fluide et les parois, un ménisque se forme. Celui-ci a une extension spatiale proportionnelle à la longueur capillaire  $\ell_c$  et augmente l'aire totale de la surface entre les deux parois. L'énergie interfaciale totale en est donc également augmentée. Pour tenir compte de cette déformation, l'énergie interfaciale  $E_{int}^c$  engendrée par la géométrie de la cellule est écrite sous la forme :

$$E_{int}^c \sim \frac{2\sigma_l}{e} \int_0^{e/2} \frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx. \quad (3.23)$$

Cette énergie par unité de surface est calculée sur la moitié de l'épaisseur de la cellule, et le profil du ménisque est donné par la loi [de Gennes 2002] :

$$\frac{x(y) - x_0}{\ell_c} = \operatorname{acosh} \left( \frac{2\ell_c}{y} \right) - 2\sqrt{1 - \left( \frac{y}{2\ell_c} \right)^2}, \quad (3.24)$$

avec  $x_0 = \ell_c \operatorname{acosh}(\sqrt{2}) - \sqrt{2}$  déterminé tel que la hauteur maximale  $y = \sqrt{2}\ell_c$  corresponde à l'origine de l'axe horizontal  $x = 0$ , comme illustré sur la Figure 3.9. On considère ainsi que l'angle de contact entre l'interface et les parois est nul (mouillage total).



**Figure 3.9** Schéma du ménisque en mouillage total. L'angle de contact entre le ménisque et la paroi est nul.

L'énergie interfaciale des ménisques est numériquement calculée et insérée dans l'équation de conservation :

$$\rho_l g a^2 + \sigma_l k^2 a^2 = \frac{\rho_l \omega^2 a^2}{k} + E_{in}^c. \quad (3.25)$$

Nous obtenons alors la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \frac{k}{\rho_l} \left( \rho_l g + \sigma_l k^2 - \frac{E_{int}^c}{a^2} \right), \quad (3.26)$$

où le terme dû aux ménisques dépend de l'amplitude de l'onde. En considérant la courbure  $\mathcal{C}$  de l'interface (liée à l'onde) proportionnelle à l'amplitude  $a$  et à la longueur d'onde  $\lambda$ , il vient  $\mathcal{C} \sim a/\lambda$ . Or, la longueur d'onde est liée au nombre d'onde selon  $\lambda = 2\pi/k$ , l'amplitude peut donc être éliminée de l'Equation (3.26) et on obtient :

$$\omega^2 = gk + \left( \sigma_l - \frac{E_{int}^c}{\Upsilon^2} \right) \frac{k^3}{\rho_l}, \quad (3.27)$$

avec  $\Upsilon$  le coefficient de proportionnalité entre l'amplitude et l'inverse du nombre d'onde, tel que  $a = \Upsilon/k$ . La tension de surface effective est donnée par la loi :

$$\sigma_{eff} = \sigma_l - \frac{E_{int}^c}{\Upsilon^2}. \quad (3.28)$$

Cette équation est ajustée aux données expérimentales et représentée en rouge sur la Figure 3.8 pour un coefficient de proportionnalité  $\Upsilon = 2.9$ . Or, expérimentalement, nous mesurons  $\Upsilon$  proche de 0.6. La valeur obtenue avec l'ajustement est donc plus grande que ce qui était attendu.

La présence des ménisques explique bien la différence entre la tension de surface réelle  $\sigma_l$  du liquide et la tension de surface effective mesurée à l'aide de la relation de dispersion (3.10). La valeur du coefficient  $\Upsilon$  plus grande qu'attendu est probablement due à l'angle de contact qui a été idéalisé dans le profil des ménisques (*cf.* Equation (3.24)).

### 3.4.2 Amortissement de l'onde

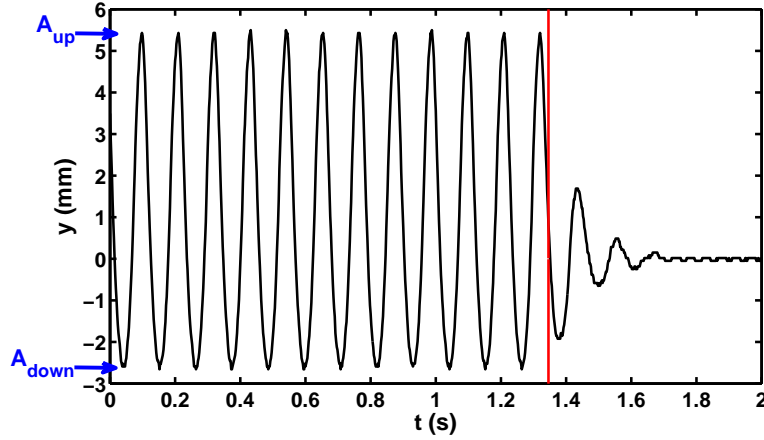
Une onde à la surface d'un liquide confiné, comme c'est le cas dans nos cellules quasi-bidimensionnelles, dissipe une certaine quantité d'énergie en raison de ce confinement. Pour caractériser la perte d'énergie dans le système, nous avons étudié l'amortissement des ondes de Faraday et quantifié le coefficient d'amortissement  $\gamma$ . Pour cette série d'expériences, seules les données relatives à la cellule d'épaisseur  $e = 3$  mm sont présentées.

#### 3.4.2.1 Méthodologie

Pour mesurer l'amortissement des ondes, le système est vibré avec une accélération  $\Gamma$  juste au-dessus du seuil de disparition  $\Gamma_d$  ( $\Gamma/\Gamma_d \sim 1.03$ ). La surface du liquide est donc le siège d'ondes de Faraday stationnaires de fréquence  $f_F$  moitié celle de l'excitation. Ensuite, le vibreur est soudainement arrêté. Des ondes libres succèdent aux ondes de Faraday. Leur fréquence tend vers la valeur de résonance de la surface libre et leur amplitude décroît exponentiellement vers zéro en un temps court, de l'ordre du dixième de seconde. La Figure 3.10 illustre ce comportement.

Afin d'étudier l'évolution de la position de l'interface au cours du temps, un graphique spatio-temporel de l'amplitude de l'onde est réalisé sur un ventre de vibration, comme illustré sur la Figure 3.10. Comme nous pouvons le constater sur les





**Figure 3.10** Evolution de la position  $y$  de l'interface avant et après l'arrêt du vibreur pour une cellule remplie de solution sur une épaisseur  $h \sim 65 \text{ mm} \gg k^{-1}$  et une fréquence d'excitation  $f = 18 \text{ Hz}$ . La ligne rouge met en évidence le moment précis de l'arrêt du vibreur.

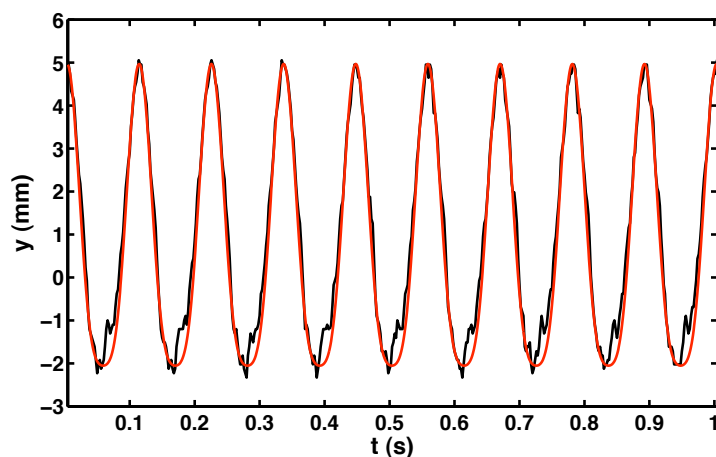
Figures 3.10 et 3.11, l'amplitude de l'onde n'est pas symétrique autour de la position d'équilibre notée  $y = 0$  : sa valeur est plus importante au-dessus de sa position d'équilibre. Nous avons donc ajusté la courbe de la position de l'interface avec une fonction sinusoïdale dont l'amplitude varie en fonction du temps selon l'équation suivante :

$$A(t) = \frac{A_{up} + A_{down}}{2} + \frac{A_{up} - A_{down}}{2} \cos(2\pi f_F t) \quad (3.29)$$

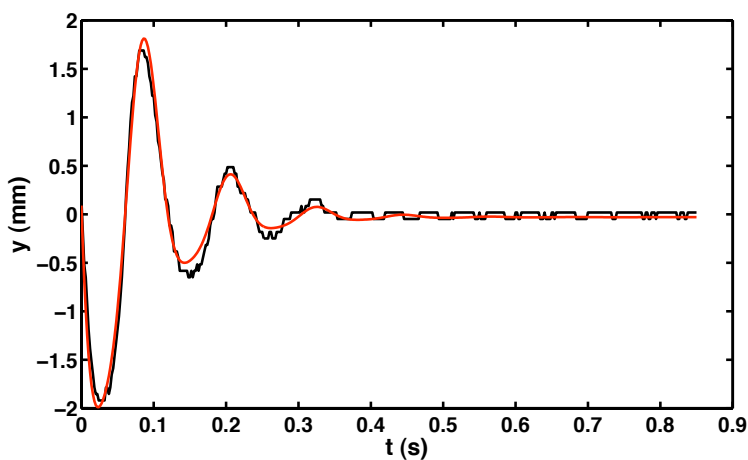
avec  $A_{up}$  l'amplitude maximale de l'onde pour  $y > 0$  et  $A_{down}$  l'amplitude maximale pour  $y < 0$ . L'ajustement de la position de l'interface à l'aide de cette amplitude variable est présentée en rouge sur la Figure 3.11. A l'arrêt du vibreur, l'amortissement des ondes libres est ajusté par une fonction sinusoïdale dont l'amplitude est amortie exponentiellement. La fonction choisie suit la loi :

$$y(t) = A(t) \cos(2\pi f_l t + \Phi) \exp(-\gamma t) \quad (3.30)$$

avec  $f_l$  la fréquence de l'onde libre,  $\Phi$  la phase et  $\gamma$  le coefficient d'amortissement typique du système. La Figure 3.12 présente en rouge un résultat typique d'un ajustement avec comme paramètres, la fréquence  $f_l$  et le coefficient d'amortissement  $\gamma$ . La fréquence de l'onde libre  $f_l = 8.3 \text{ Hz}$  est très légèrement inférieure à celle de l'onde de Faraday  $f_F = 9 \text{ Hz}$ . Sur la Figure 3.12, elle ne correspond pas parfaitement à l'observation car le changement de fréquence n'est pas abrupte à l'arrêt du vibreur. Sa valeur évolue continûment vers la fréquence de résonance.



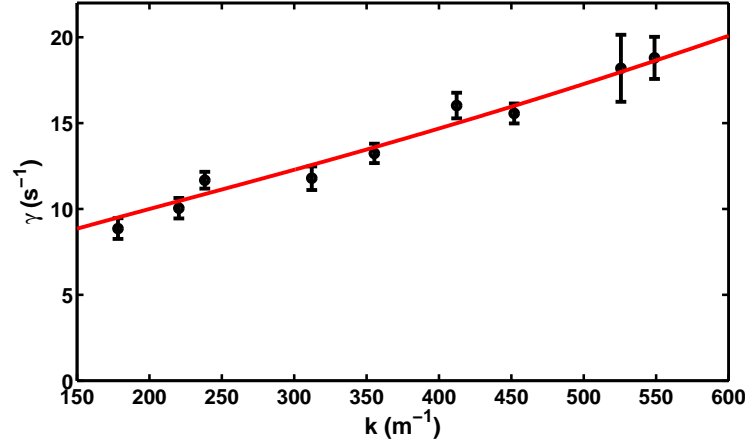
**Figure 3.11** Evolution temporelle de la position  $y$  d'une surface libre soumise à l'instabilité de Faraday pour une fréquence  $f = 18$  Hz. La courbe rouge représente l'ajustement des données par l'Equation (3.29).



**Figure 3.12** Ajustement de l'amortissement de l'onde libre par l'Equation (3.30) pour une surface libre vibrée à  $f = 18$  Hz. Le coefficient d'amortissement vaut  $\gamma \sim 12$  s<sup>-1</sup>.

### 3.4.2.2 Résultats

Le coefficient d'amortissement a été mesuré pour des fréquences comprises dans l'intervalle  $f \in [14; 30]$  Hz. Ces limites ont été imposées par le matériel expérimental. Les expériences ont été réalisées avec une profondeur de solution considérée comme infinie ( $k \gg h^{-1}$ ). Les coefficients d'amortissement  $\gamma$  obtenus sont présentés sur la Figure 3.13 en fonction du nombre d'onde  $k$  mesuré expérimentalement. Le coefficient d'amortissement dépend de la fréquence d'excitation et augmente avec  $k$ .



**Figure 3.13** Coefficient d’amortissement  $\gamma$  en fonction du nombre d’onde  $k$  pour une surface libre en approximation de profondeur infinie. La courbe rouge représente l’ajustement des données par l’Equation (3.34).

Ces résultats sont obtenus pour un liquide visqueux chargé en surfactants. La surface libre étudiée est donc “contaminée” et confinée entre deux parois solides. Dans la Section 3.2, quatre sources de dissipation ont été déterminées pour ce type de système et proviennent de : (i) la viscosité du fluide, (ii) la “contamination” de la surface par les molécules de surfactant, (iii) la condition de non glissement aux parois et (iv) le déplacement de la ligne de contact entre le liquide et les parois.

La génération d’ondes de Faraday à la surface d’un liquide visqueux implique une dissipation visqueuse dans le volume donnant le coefficient d’amortissement  $\gamma_v = 2\nu_l k^2$  (cfr. Equation (3.9)).

La condition de non glissement implique une décroissance de la vitesse sur une couche limite d’épaisseur  $\delta$ . Le coefficient d’amortissement associé est donné par l’Equation (3.13) et dépend de la géométrie du système. La cellule de Hele-Shaw étant définie par deux longueurs caractéristiques ( $L$  et  $e$ , avec  $L \gg e$ ), une analyse dimensionnelle montre que l’apport d’énergie cinématique dans le système peut être estimé par :

$$\bar{E} = \frac{1}{2}\rho_l \int \mathbf{v}^2 d\Omega \sim \rho_l v^2 (Lek^{-1}) \quad (3.31)$$

avec  $v \sim a\omega$  la vitesse typique de l’interface et  $\Omega \sim Lek^{-1}$  le volume d’intégration. La perte d’énergie est due au gradient de vitesse dans la couche limite  $\delta$  proche des parois. Elle peut être estimée sur base de la dissipation dans un écoulement de cisaillement :

$$|\bar{E}| = \frac{1}{2}\rho_l \nu_l \int (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)^2 d\Omega \sim \rho_l \nu_l \frac{v^2}{\delta^2} (L+e) \delta k^{-1}. \quad (3.32)$$

Cette intégrale est calculée sur le volume de la couche limite  $(L+e) \delta k^{-1}$ . Le coeffi-

cient d'amortissement  $\gamma_{paroi}$  est alors donné par le rapport de ces deux estimations :

$$\gamma_{paroi} \sim \omega \delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right). \quad (3.33)$$

La forme obtenue correspond bien à l'Equation (3.13). Notre système ayant un très grand rapport d'aspects ( $e \ll L$ ), la longueur de la cellule ne joue qu'un rôle minime.

La troisième source de dissipation d'énergie provient de la composition de la solution utilisée. Celle-ci contient des molécules de surfactant qui s'adsorbent à la surface libre. L'amortissement augmente en raison de la compressibilité réduite de la surface [Milner 1991]. Une approximation de la valeur maximale du coefficient d'amortissement  $\gamma_{surf}$  est alors donnée par l'Equation (3.15).

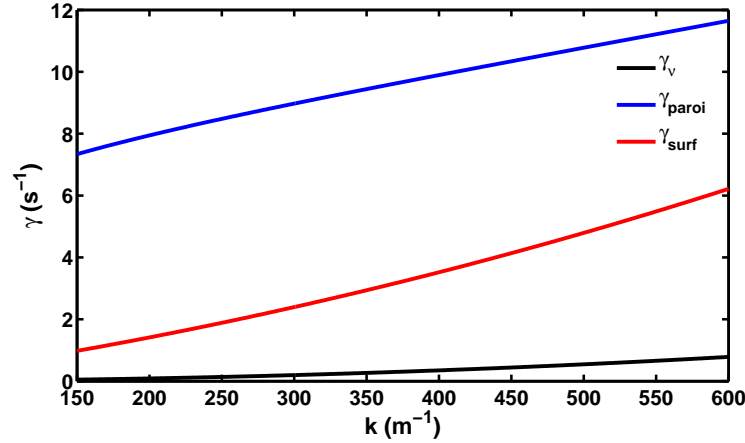
La dernière source de perte d'énergie possible est le déplacement de la ligne de contact entre la surface liquide et les parois solides. Nous considérons cette source comme négligeable pour la surface libre étudiée dans le cadre de cette thèse. En effet, lors des expériences, un film liquide est observable sur les parois de la cellule, pour les grandes longueurs d'onde. Bien que l'angle de contact entre la solution et les parois en polycarbonate soit non nul, l'onde de surface semble déposer un film liquide sur les parois. Celui-ci n'a pas le temps de drainer sur une période d'oscillation de l'interface et les deux parois restent donc mouillées tout au long des expériences. Un deuxième argument venant renforcer cette hypothèse est la valeur des seuils  $\Gamma$  observée lors de la première mesure effectuée : ce seuil est systématiquement légèrement plus élevé ( $\Gamma \sim 0.15g$ ) que les mesures suivantes, à fréquence fixée. Ce phénomène semble indiquer qu'une source de dissipation d'énergie disparaît entre la première mesure et les suivantes.

Au final, le coefficient d'amortissement d'une onde de Faraday pour une surface libre est modélisé de la manière suivante :

$$\gamma = \gamma_\nu + 2B\gamma_{paroi} + C\gamma_{surf} \sim 2\nu_l k^2 + 2B\omega \delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right) + C\omega \delta k \quad (3.34)$$

avec  $B$  et  $C$  les paramètres libres. L'amortissement aux parois est multiplié par deux pour tenir compte des couches limites aux deux parois. Le paramètre  $B$  est choisi positif tandis que  $C$  doit nécessairement être compris dans l'intervalle  $C \in [0; 1]$  étant donné que le coefficient  $\gamma_{surf}$  correspond à une valeur maximale. Sur la Figure 3.13, la courbe rouge correspond à l'ajustement des données par l'Equation (3.34) avec comme valeurs des paramètres libres  $B = 1.75$  et  $C = 1$ . Ce modèle semble bien rencontrer les données expérimentales. La valeur de  $B$  proche de l'unité confirme la consistance du modèle dimensionnelle. Par contre, la valeur de  $C$  si proche de 1 est un peu moins prévisible pour une solution de surfactants mobiles et donc avec une compressibilité de surface relativement élevée. Ce résultat est peut-être dû à la courbure de l'interface qui augmente la pression interfaciale lors des oscillations, diminuant de ce fait la compressibilité de l'interface. La Figure 3.14 représente la contribution de chacun des termes de l'Equation (3.34). Les trois coefficients augmentent avec le nombre d'onde et donc avec la fréquence d'excitation. La dissipation d'énergie

due à la présence des parois domine largement les deux autres sources d'amortissement, comme attendu pour un système quasi-bidimensionnelle, tandis que la perte d'énergie dans le volume du liquide est relativement faible.

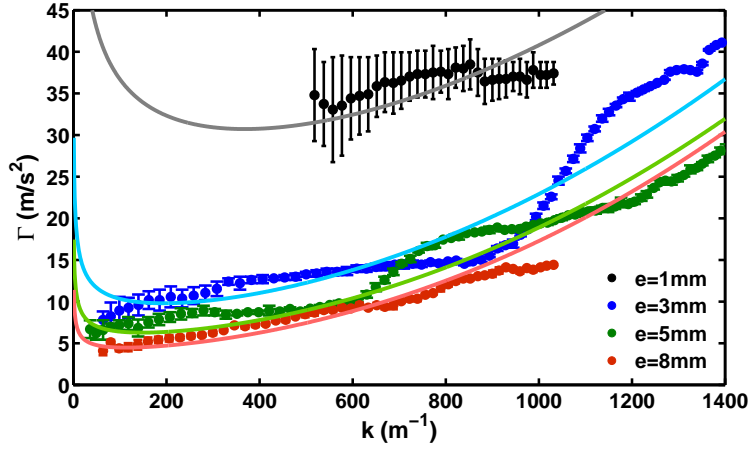


**Figure 3.14** Contributions des différentes sources de dissipation d'énergie en fonction du nombre d'onde  $k$  (cf. Equation (3.34)).

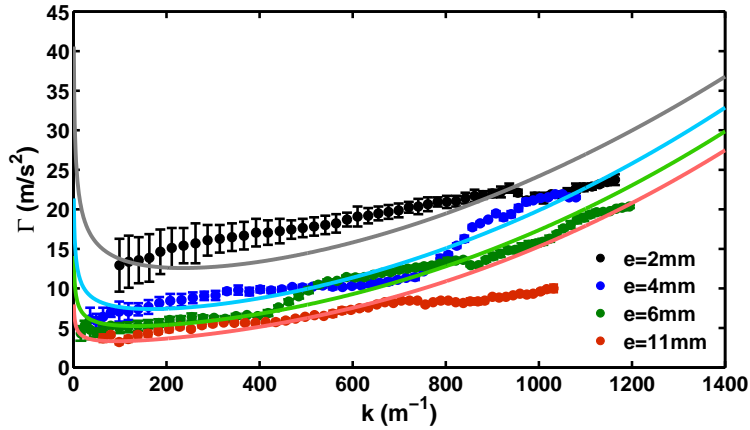
### 3.4.3 Seuils de l'instabilité

Les seuils d'apparition de l'instabilité de Faraday fournissent des informations sur la quantité d'énergie dissipée dans le système. Leur avantage sur les coefficients d'amortissement est la facilité de leur mesure. En effet, une simple observation en direct suffit pour obtenir une valeur relativement précise. Les seuils de l'instabilité  $\Gamma$  ont donc été mesurés en fonction de la fréquence d'excitation  $f$  pour différentes épaisseurs de cellule  $e$ . Pour une meilleure lisibilité des graphiques, les résultats sont répartis sur les deux Figures 3.15 et 3.16, en fonction du nombre d'onde  $k$ . Pour toutes les épaisseurs, les seuils augmentent avec le nombre d'onde, et par voie de conséquence, avec la fréquence. En général, les seuils sont plus importants pour des épaisseurs de cellule plus faibles. Plusieurs courbes présentent également une ou plusieurs augmentations rapides. Par exemple, sur la Figure 3.15, le seuil pour l'épaisseur  $e = 3$  mm double sa valeur sur l'intervalle  $k \in [1000; 1200]$  m<sup>-1</sup>.

Un raisonnement dimensionnel permet d'obtenir un modèle pour la tendance générale du seuil en fonction du nombre d'onde. Dans le régime linéaire des ondes de surface et pour une accélération proche du seuil de l'instabilité, l'apport énergétique moyen par unité de temps peut être égalé au taux moyen de dissipation d'énergie  $|\overline{E}|$  dans le système. L'apport énergétique fourni par l'excitation extérieure peut être considéré comme le travail exercé par une force  $F = m\Gamma$  sur une distance typique  $k^{-1}$  avec  $m$  la masse de la solution déplacée. Au vu de l'Equation (3.6), le taux de dissipation est proportionnel à l'énergie cinétique moyenne  $\overline{E}$  de l'onde de surface,



**Figure 3.15** Seuils  $\Gamma$  de l'instabilité de Faraday en fonction du nombre d'onde  $k$  pour des épaisseurs de cellule  $e = \{1, 3, 5, 8\}$  mm. Les courbes continues correspondent à l'Equation (3.39).



**Figure 3.16** Seuils  $\Gamma$  de l'instabilité de Faraday en fonction du nombre d'onde  $k$  pour les épaisseurs de cellule  $e = \{2, 4, 6, 11\}$  mm. Les courbes continues correspondent à l'Equation (3.39).

multipliée par le coefficient d'amortissement  $\gamma$ . L'égalité entre l'apport d'énergie et sa dissipation est alors donnée par l'équation suivante :

$$m\Gamma k^{-1}\omega \sim \bar{E}\gamma, \quad (3.35)$$

avec  $\omega^{-1}$  le temps caractéristique de l'apport d'énergie. La masse de solution déplacée peut être approximée par  $\rho_l S k^{-1}$  avec  $S$  l'aire totale de la surface libre et  $S k^{-1}$

le volume total de solution déplacée. Le seuil de l'instabilité est alors donné par :

$$\Gamma \sim \frac{\bar{E}}{\rho_l S k^{-2} \omega} \gamma. \quad (3.36)$$

Selon l'Equation (3.31), l'énergie cinétique moyenne peut être approximée par  $\bar{E} \sim \rho_l v^2 (S k^{-1})$  avec  $v \sim \omega k^{-1}$  la vitesse verticale typique de l'onde. Nous obtenons alors la loi du seuil de l'instabilité en fonction du coefficient d'amortissement de l'onde de surface :

$$\Gamma \sim \frac{\rho_l v^2 S k^{-1}}{\rho_l S k^{-2} \omega} \gamma \sim \omega k^{-1} \gamma. \quad (3.37)$$

Considérons un exemple : un fluide visqueux de surface et de profondeur infinie en l'absence de surfactants. Le coefficient d'amortissement est donné par l'Equation (3.9). En remplaçant  $\gamma$  dans l'Equation (3.37), le seuil de l'instabilité devient  $\Gamma \sim 2\omega \nu_l k$ . Prenons le cas des ondes capillaires déjà considéré dans la littérature [Edwards 1994]. La relation de dispersion donnée par l'Equation (3.3) se simplifie en  $\omega^2 = \sigma_l / \rho_l k^3$ . En remplaçant le nombre d'onde dans l'équation du seuil, l'Equation (3.37) devient finalement :

$$\Gamma \sim 2 \left( \frac{\rho_l}{\sigma_l} \right)^{1/3} \nu_l \omega^{5/3}. \quad (3.38)$$

Ce résultat obtenu à partir d'un calcul dimensionnel correspond à l'équation obtenue par Edwards et Fauve [Edwards 1994] à un facteur 4 près. Ce raisonnement, bien que simple, semble donner la bonne dépendance du seuil de l'instabilité en fonction des paramètres du système.

L'Equation (3.37) a donc été appliquée à nos données. Le coefficient d'amortissement de la solution dans une cellule de Hele-Shaw comporte trois termes et est donné par l'Equation (3.34). Le seuil de l'instabilité de Faraday est alors donné par le modèle dimensionnel suivant :

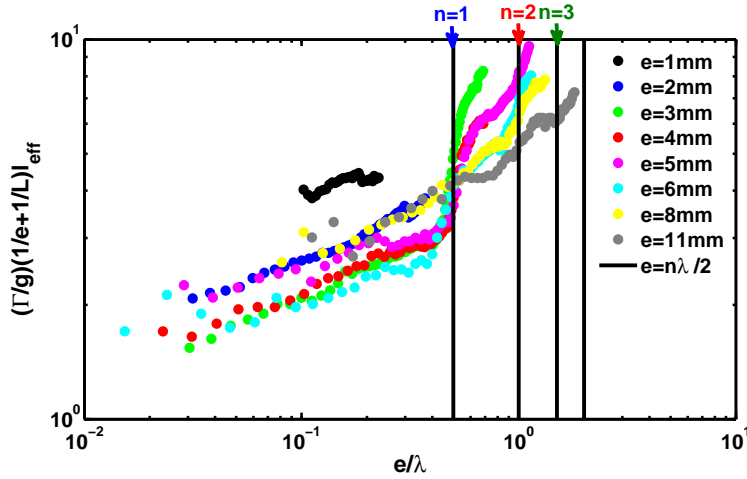
$$\Gamma \sim C \frac{\omega}{k} \left[ 2 \nu_l k^2 + 3.5 \omega \delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right) + \omega \delta k \right] \quad (3.39)$$

avec  $C$  un paramètre libre et  $\omega$  vérifiant la relation de dispersion pour une interface confinée (*cf.* Equation (3.27)). Le premier terme correspond à la dissipation due à la viscosité de la solution, le deuxième est dû au confinement du système et le troisième provient de la "contamination" de la surface.

Ce modèle est représenté par les courbes continues sur les Figures 3.15 et 3.16. Pour chaque série de données, la courbe correspondante est colorée dans les mêmes tons que les symboles. L'ajustement donne une valeur du paramètre libre quasiment identique pour toutes les épaisseurs de cellule. Le préfacteur de l'Equation (3.39) vaut  $C = 4 \pm 0.2$  qui n'est pas sans rappeler le facteur obtenu entre notre modèle dimensionnel pour une onde capillaire (Equation (3.38)) et la valeur des seuils présentée dans [Edwards 1994]. Ce modèle donne le bon ordre de grandeur des seuils de

l'instabilité et également une bonne estimation de l'évolution des valeurs en fonction du nombre d'onde  $k$  pour la plupart des séries. Par contre, pour les épaisseurs les plus faibles, la dépendance en  $k$  du seuil semble surestimée.

Bien que ce modèle donne une bonne idée de la tendance générale des courbes, il ne permet pas de comprendre certaines de leurs caractéristiques. En effet, les variations rapides des seuils de l'instabilité, facilement observables sur plusieurs courbes des Figure 3.15 et 3.16, ne sont pas modélisées par l'Equation (3.39). Ces variations des seuils semblent se produire pour des valeurs différentes du nombre d'onde en fonction de l'épaisseur de la cellule étudiée. Afin d'affiner la représentation des seuils de l'instabilité, l'accélération  $\Gamma$  a été adimensionnée par l'accélération gravitationnelle  $g$  et par le rapport entre le coefficient géométrique  $(1/e + 1/L)$  déterminé pour le coefficient d'amortissement (cf. Equation (3.33)) et la longueur d'onde capillaire effective  $\ell_{eff} = \sqrt{\sigma_{eff}/\rho_l g}$ . Les seuils adimensionnés sont présentés sur la Figure 3.17 en fonction du rapport entre l'épaisseur de la cellule  $e$  et la longueur d'onde  $\lambda$ . Pour toutes les courbes, le premier "saut" des valeurs se produit lorsque



**Figure 3.17** Seuils  $\Gamma$  adimensionnés en fonction du rapport entre l'épaisseur  $e$  et la longueur d'onde de l'instabilité de Faraday pour différentes cellules. Les droites verticales noires correspondent à un rapport  $e/\lambda$  égal à la moitié d'un nombre entier naturel positif  $n$ .

la demi-longueur d'onde de l'instabilité est égale à l'épaisseur  $e$ . Cette valeur du rapport  $e/\lambda$  est illustrée par la première droite verticale noire sur la Figure 3.17. Un second "saut", plus petit que le premier, est observable pour des longueurs d'onde plus faibles. Celui-ci se situe aux alentours d'un rapport  $e/\lambda \sim 1$ . Pour l'épaisseur de cellule la plus grande  $e = 11$  mm, un troisième "saut" du seuil est observable pour un rapport proche de  $e/\lambda \sim 3/2$ . Le seuil de l'instabilité de Faraday augmente donc abruptement pour chaque valeur de la longueur d'onde vérifiant la relation :

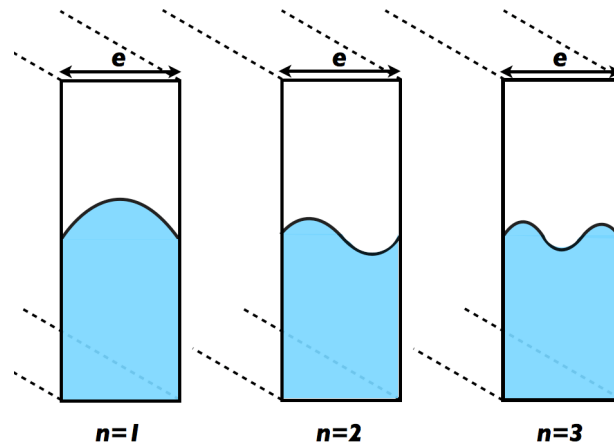
$$e/\lambda \sim n/2 \quad (3.40)$$

avec  $n$  un nombre entier naturel et positif.



Ces variations rapides du seuil  $\Gamma$  pourraient être expliquées par l'apparition d'une onde dans la deuxième dimension de l'interface, c'est-à-dire dans le sens de l'épaisseur de la cellule. En effet, pour de grandes longueurs d'onde, l'instabilité de Faraday n'est visible que selon la plus grande dimension  $L$  de la cellule de Hele-Shaw. Lorsque la longueur d'onde est de l'ordre de l'épaisseur de la cellule, elle peut se propager selon les deux dimensions de l'interface et ainsi générer une instabilité en trois dimensions. L'apparition de l'onde selon l'épaisseur  $e$  de la cellule génère alors une augmentation du cisaillement dans la solution. La dissipation d'énergie à l'intérieur du liquide augmente également. La variation abrupte des seuils pourrait donc être expliquée par la nécessité d'un apport d'énergie plus important pour compenser la dissipation visqueuse.

La condition de non-glissement aux parois devant être respectée, les noeuds de l'onde doivent se situer au niveau des deux parois. Dès lors, les longueurs d'onde possibles dans la direction de l'épaisseur sont discrétisées et doivent respecter la condition de l'Equation (3.40). Les trois cas présents sur les courbes du seuil sont schématisés sur la Figure 3.18. Le premier "saut" du seuil sur la Figure 3.17 serait alors généré par l'apparition de la moitié d'une longueur d'onde avec un seul ventre sur l'épaisseur de la cellule. Ce mode correspond à  $n = 1$ . Le deuxième "saut" indiquerait l'apparition d'une longueur d'onde complète avec deux ventres sur l'épaisseur  $e$  avec  $n = 2$  tandis que le troisième apparaîtrait lorsque trois ventres sont présents ( $n = 3$ ).



**Figure 3.18** Vue schématisée de l'onde de Faraday générée selon l'épaisseur de la cellule pour les trois cas observés expérimentalement :  $n = 1$ ,  $n = 2$  et  $n = 3$ .

Dans la cellule de Hele-Shaw utilisée pour ces expériences, l'observation des ondes transversales est très difficile. Le seul indice de leur existence est la diminution drastique de l'amplitude des ondes de Faraday pour des fréquences proches de l'apparition du premier ventre  $n = 1$ . L'amplitude, facilement observable à l'oeil nu, devient rapidement difficile à observer. Pour les valeurs de  $n$  les plus élevées, la seule observation possible est la variation spatiale et périodique de la luminosité de

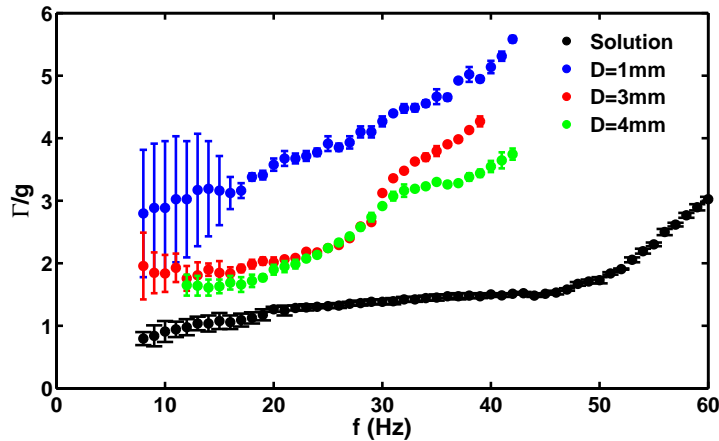
la surface du liquide. Une telle diminution de l'amplitude peut aisément être attribuée à l'augmentation du cisaillement dans le système lors de l'apparition de l'onde transversale.

### 3.5 Instabilité de Faraday à une interface mousse/solution

L'addition de mousse au-dessus du liquide modifie de manière importante les propriétés de la surface libre. En soumettant le système à des oscillations verticales d'amplitude suffisante, l'instabilité de Faraday peut y être observée (*cfr.* Figure 3.6).

#### 3.5.1 Absorption d'énergie

La Figure 3.19 présente l'accélération critique  $\Gamma$  de l'instabilité de Faraday normalisée par l'accélération gravitationnelle  $g$  en fonction de la fréquence d'excitation  $f$ . Différents diamètres de bulles sont présentés pour une épaisseur de la cellule

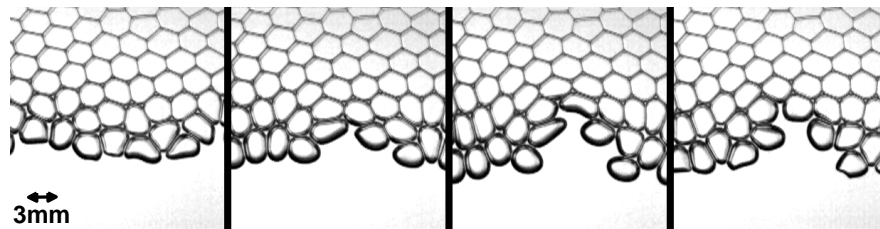


**Figure 3.19** Seuil de l'instabilité de Faraday d'une surface libre et d'une interface mousse/solution. La cellule mesure  $e = 3$  mm d'épaisseur. Les barres d'erreurs indiquent les seuils d'apparition et de disparition de l'instabilité tandis que le symbole représente la valeur moyenne des deux.

$e = 3$  mm. Pour permettre la comparaison, l'accélération critique correspondant à une surface libre est également reportée sur le graphique. L'information la plus importante à retenir de ces courbes est la valeur de  $\Gamma/g$  systématiquement plus importante en présence de mousse. Les valeurs sont au minimum doublées. De plus, tout comme pour la surface libre, l'accélération critique augmente avec une fréquence d'excitation croissante. La présence de mousse impose donc un apport d'énergie plus important pour permettre l'apparition de l'instabilité. On peut donc supposer que lors de la formation de l'onde, le déplacement des bulles dans la mousse, entre autre,

dissipe une partie de l'énergie. Le seuil en accélération semble également plus important pour des diamètres de bulles plus petits. L'apport supplémentaire d'énergie semble donc augmenter avec la densité de bords de Plateau de la mousse le long de l'interface. Sur la Figure 3.19, les barres d'erreurs représentent l'écart entre les seuils d'apparition et de disparition de l'instabilité. Tout comme pour une surface libre, celui-ci est généralement plus important à faible fréquence lorsque la longueur d'onde et l'amplitude de l'onde de Faraday sont plus grandes. Cette hystérésis est également plus importante pour de petits diamètres de bulle, allant jusqu'à une valeur approximative de  $\Delta\Gamma = 2g$  pour les bulles de  $D = 1$  mm, ce qui est relativement élevé. L'hystérésis  $\Delta\Gamma$  provient d'effets non-linéaire de l'instabilité de Faraday. A faible fréquence d'excitation, l'amplitude des ondes est grande et une petite erreur dans la mesure du seuil d'apparition  $\Gamma_a$  génère immédiatement des ondes non-linéaires à l'interface mousse/solution.

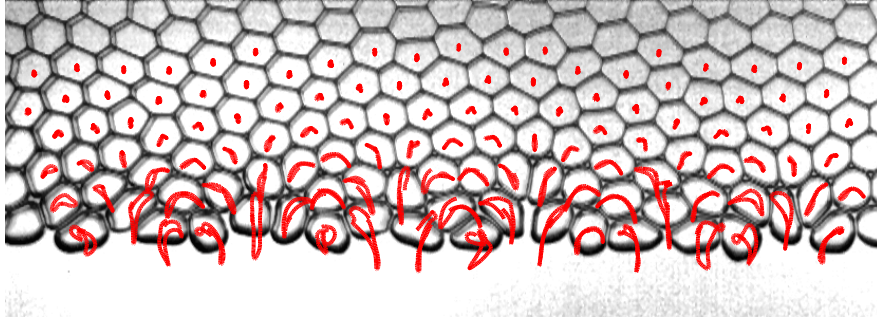
Pour comprendre l'origine de l'augmentation des seuils de l'instabilité en présence de mousse, une observation plus détaillée du comportement des bulles est nécessaire. La Figure 3.20 présente l'évolution typique d'une portion de mousse lorsque l'interface est le siège d'ondes de Faraday. La première couche de bulles, celle en contact avec la solution, est très fortement déformée par l'onde. Les déformations de l'interface déplacent les bulles de plusieurs millimètres. La forme des bulles est également modifiée, au profit d'une forme allongée dans la direction des déformations. Les bords de Plateau sont également affectés, certains sont élargis tandis que d'autres sont compressés. Les quelques couches de bulles supérieures sont également perturbées par l'instabilité, mais beaucoup moins. La forme des bulles y est beaucoup plus proche de l'équilibre et leurs déplacements sont plus faibles également. Le haut de la mousse ne semble pas affecté par l'instabilité de Faraday. Au-delà des premières couches en contact avec l'interface, les bulles ne semblent même pas être cisailées durant les oscillations.



**Figure 3.20** Quatre images successives de l'instabilité de Faraday pour  $D = 4$  mm,  $e = 3$  mm et  $f = 14$  Hz. L'intervalle de temps entre les images vaut  $\Delta t = 0.02$  s.

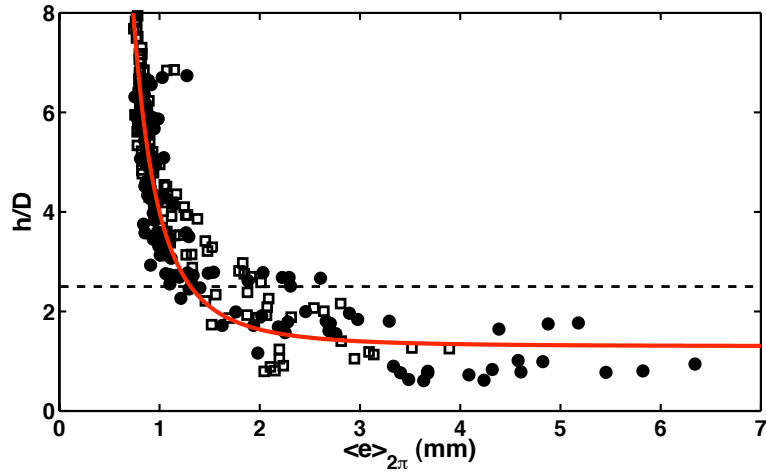
Afin de confirmer ces observations, le déplacement du centre géométrique des

bulles a été suivi numériquement d'une image à l'autre durant une période complète de l'instabilité (deux périodes d'oscillation du vibreur). La Figure 3.21 illustre la trajectoire suivie par les bulles durant une période d'oscillation complète. Les premières couches de bulles ont un déplacement vertical de plusieurs millimètres. Les couches supérieures se déplacent beaucoup moins. La distance totale parcourue par les bulles diminue rapidement sur quelques couches de bulles et tend à être nulle dans le haut de la mousse. L'amplitude du mouvement des bulles semble uniforme selon l'axe horizontal. La différence entre les noeuds et les ventres de l'onde n'apparaît pas clairement. On peut également constater qu'après une période d'oscillation complète, la plupart des bulles retournent quasiment à leur position initiale.



**Figure 3.21** Image d'une mousse avec, en rouge, les déplacements des bulles durant une période d'oscillation. Les paramètres sont  $f = 14$  Hz,  $e = 3$  mm et  $D = 4$  mm.

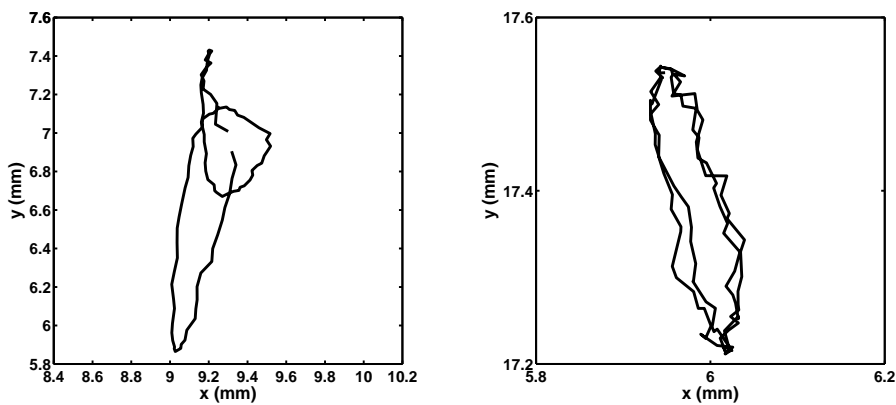
Le calcul de l'excursion moyenne des bulles pendant une période d'oscillation permet de quantifier leurs déplacements. Cette excursion est définie comme la somme des déplacements du centre géométrique d'une bulle, d'une image à l'autre, pendant une période. La Figure 3.22 présente la position verticale des bulles en fonction de l'excursion moyenne  $\langle e \rangle_{2\pi}$ . La position verticale est mesurée lorsque l'interface est plane. Elle est moyennée par le diamètre des bulles et est donc comptée en nombre de couches de bulle. L'interface est positionnée à une hauteur nulle tandis que la hauteur des bulles en contact avec la solution vaut  $h/D \sim 0.5$ . Ce graphique met clairement en évidence la diminution importante de l'excursion avec la hauteur de mousse. Pour les couches supérieures ( $h/D > 3$ ), l'excursion des bulles est de l'ordre du millimètre. Cette valeur n'est pas négligeable par rapport à celles des bulles plus proche de l'interface. Deux sources probables de déplacements pour les couches supérieures peuvent être énoncées : (i) la première est une erreur de détection de la position du plateau vibrant. Cette dernière est relativement précise mais comporte malgré tout une erreur de l'ordre du pixel qui additionnée sur plusieurs images peut éventuellement devenir non négligeable. (ii) La deuxième source de déplacements pour les couches supérieures de la mousse provient de la déformation élastique et



**Figure 3.22** Position verticale des bulles normalisée par le diamètre de celles-ci en fonction de leur excursion moyenne, durant une période d'oscillation complète. Les paramètres sont  $f = 24$  Hz,  $e = 3$  mm. Les symboles circulaires pleins correspondent à  $D = 3$  mm et les symboles carrés à  $D = 2.5$  mm. La courbe rouge présente l'ajustement exponentiel et la ligne discontinue, la hauteur caractéristique.

d'un éventuel déplacement résiduel des bulles. En effet, sous la contrainte extérieure, celles-ci peuvent se déformer et éventuellement se réarranger pour diminuer l'énergie interfaciale de la mousse.

La Figure 3.23 présente l'évolution sur une période d'oscillation de la position de deux bulles d'une même mousse dont les hauteurs  $h/D$  sont différentes. Le gra-

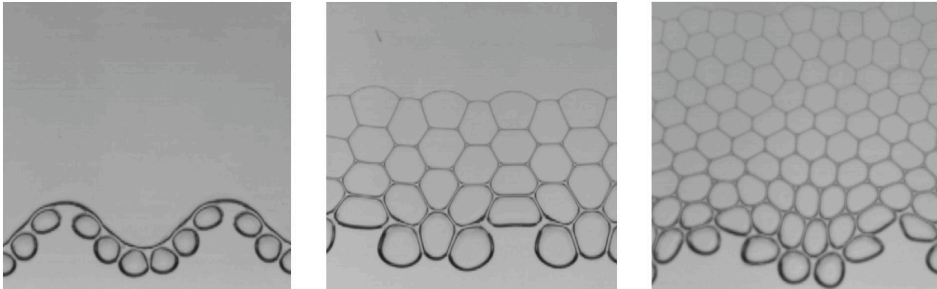


**Figure 3.23** Comparaison de l'excursion de deux bulles d'une même mousse. L'image de gauche correspond à une bulle en contact avec l'interface,  $h/D \approx 0.5$ . Celle de droite présente l'excursion d'une bulle des couches supérieures,  $h/D \approx 4.5$  et son échelle spatiale est multipliée par quatre. Les paramètres sont  $f = 19$  Hz,  $e = 3$  mm et  $D = 4$  mm.

phique de gauche correspond à une bulle de la première couche  $h/D \sim 1$  en contact avec l'interface. Le déplacement est relativement important et se produit principalement selon l'axe vertical. La période de ce mouvement est la même que celle de l'instabilité. Le graphique de droite présente l'évolution de la position pour une bulle située plus haut dans la mousse, séparée de l'interface par quelques couches. Le déplacement du centre géométrique de la bulle est beaucoup plus faible (inférieur au millimètre) mais ne semble pas être aléatoire. Il ne tire donc pas ses origines uniquement des erreurs de détection. On peut observer un mouvement de période moitié plus petite que celle de l'instabilité. Les bulles en haut de la mousse ont donc un mouvement de période identique à celle du vibreur. Le déplacement apparent du centre géométrique provient probablement d'une déformation élastique de la bulle sous l'effet des variations de la gravité apparente à laquelle elle est soumise.

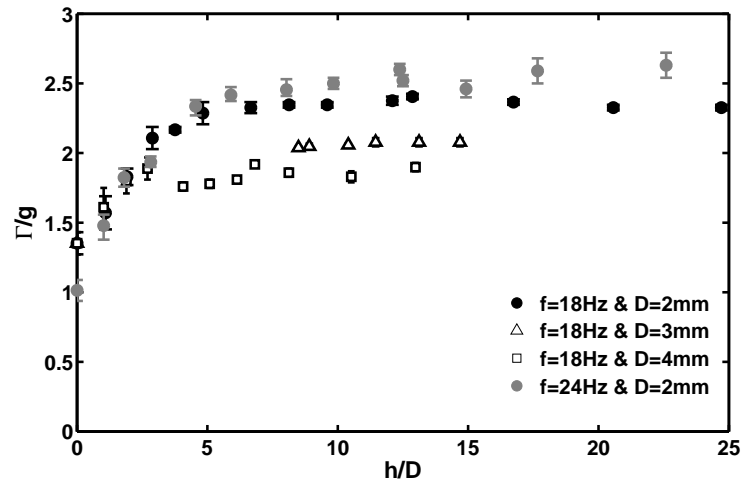
L'évolution de l'excursion moyenne  $\langle e \rangle_{2\pi}$  des bulles en fonction de la hauteur de mousse a été ajusté par une fonction exponentielle décroissante. Celle-ci est présentée en rouge sur la Figure 3.22. L'ajustement des courbes donne la profondeur de pénétration typique du profil de déplacement produit par l'onde à l'interface. Cette profondeur caractéristique vaut  $H^* \approx 2.5 D$  et confirme donc les observations réalisées précédemment.

L'instabilité de Faraday affecte les premières couches de bulles mais ne perturbe pas les couches supérieures de la mousse. Les ondes générées à l'interface mousse/solution ne pénètrent pas profondément dans la mousse. Une explication éventuelle peut provenir de la variation des propriétés de la mousse avec la hauteur. En effet, la fraction de liquide de la mousse diminue avec la hauteur. La viscosité effective de la mousse est donc plus importante pour des couches plus élevées [Denkov 2012], impliquant une résistance à la pénétration de l'onde plus élevée. La dissipation visqueuse dans la mousse peut être considérée comme dominante près de l'interface tandis que l'élasticité des films de surfactants devrait jouer un rôle important pour les couches de bulles supérieures. Chaque couche de bulles devrait donc avoir une influence qui lui est propre sur l'instabilité de Faraday.



**Figure 3.24** Instabilité de Faraday pour différents nombres de couches de bulles au-dessus de l'interface. Les paramètres sont  $f = 18$  Hz,  $e = 3$  mm, (gauche)  $D = 2$  mm,  $h/D = 1$ , (centre)  $D = 4$  mm,  $h/D = 4$  et (droite)  $D = 3$  mm,  $h/D \gg 1$ .

L'influence des couches de bulles successives sur la dissipation d'énergie dans la mousse est vérifiée en mesurant les seuils  $\Gamma/g$  de l'instabilité de Faraday pour des mousses de hauteurs différentes. Le nombre de couches de bulles  $h/D$  au-dessus de l'interface a donc été varié de  $h/D = 0$  pour une surface libre à  $h/D \sim 65 \cdot 10^{-3}/D$  pour une cellule entièrement remplie (*cfr.* Figure 3.24). Pour des hauteurs de mousse faibles (typiquement  $h \sim D$ ), l'entièreté de la mousse est humide. Les bulles semblent même être sous l'interface et la fraction de liquide locale est probablement supérieure à la valeur limite  $\phi^*$  d'une mousse constituée de bulles sphériques. Les deux à trois couches suivantes sont également humides mais la fraction de liquide locale est moindre. Au-delà des premières couches, la mousse est entièrement sèche, comme illustré sur les images du centre et de droite de la Figure 3.24. Cette inhomogénéité de la fraction de liquide influence probablement l'effet de chaque couche de bulles sur la dissipation d'énergie dans la mousse. La Figure 3.25 présente les seuils de l'instabilité  $\Gamma/g$  en fonction de la hauteur de mousse adimensionnée  $h/D$  pour différentes fréquences d'excitation et différents diamètres de bulle. Le premier point de chaque courbe  $h/D = 0$  correspond au cas d'une surface libre. La valeur du seuil augmente avec le nombre de couches de bulles jusqu'à atteindre une valeur de saturation aux alentours de  $h/D \sim 5$ . La saturation semble être atteinte pour des hauteurs de mousse correspondant aux premières couches de bulles sèches (4 à 5 couches au-dessus de l'interface). Tout comme la tendance observée sur la Figure 3.19, la valeur de saturation diminue avec une augmentation du diamètre des bulles et dépend également légèrement de la fréquence d'excitation.



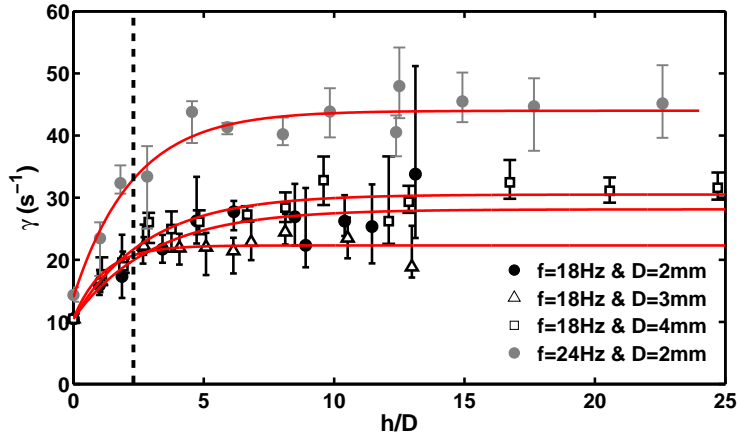
**Figure 3.25** Seuil  $\Gamma$  de l'instabilité normalisé par  $g$  en fonction de la hauteur de mousse adimensionnée  $h/D$  pour une cellule d'épaisseur  $e = 3$  mm.

Pour étudier quantitativement la dissipation d'énergie responsable de cette élévation du seuil  $\Gamma$ , l'amortissement de l'onde lors de l'arrêt du vibreur a été mesuré

en fonction de la hauteur de mousse présente dans la cellule. Cette mesure du coefficient d'amortissement  $\gamma$  a été précédemment expliquée dans le cas d'une surface libre (*cf.* Section 3.4.2). La Figure 3.26 présente le coefficient d'amortissement en fonction de la hauteur de mousse adimensionnée  $h/D$ . Les premiers points des courbes correspondent aux valeurs du coefficient obtenues pour une surface libre ( $h/D = 0$ ). Toutes les courbes présentent une augmentation rapide avant de tendre vers une valeur de saturation. Cependant, les valeurs asymptotiques dépendent des paramètres expérimentaux. Ces données sont ajustées par la loi exponentielle suivante :

$$\gamma = \gamma_{\infty} - (\gamma_{\infty} - \gamma_{sol}) \exp\left(-\frac{h/D}{\zeta}\right), \quad (3.41)$$

avec  $\gamma_{sol}$  le coefficient d'amortissement d'une surface libre à la fréquence considérée,  $\gamma_{\infty}$  la valeur de saturation pour une hauteur de mousse importante et  $\zeta$  la hauteur adimensionnée caractéristique, qui est le paramètre libre des ajustements. Les valeurs de la hauteur caractéristique sont proches et valent approximativement  $\zeta \approx 2.3$  (représentée par la ligne discontinue sur la Figure 3.26).



**Figure 3.26** Coefficient d'amortissement  $\gamma$  en fonction de la hauteur de mousse adimensionnée  $h/D$  pour une cellule d'épaisseur  $e = 3$  mm. Les barres d'erreur indiquent les positions extrémales des valeurs mesurées. Les courbes rouges correspondent aux ajustements des données par l'Equation (3.41).

Ce comportement rappelle fortement celui des seuils de l'instabilité de la Figure 3.25. Cette similitude entre seuils et coefficients d'amortissement est constante et pourrait être liée à la saturation du taux de dissipation d'énergie lorsque la hauteur de mousse est supérieure à quelques couches de bulles, typiquement deux à trois couches comme indiqué par les hauteurs caractéristiques du coefficient et des seuils. Le paramètre important pour la dissipation d'énergie semble donc être le nombre de couches de bulles.

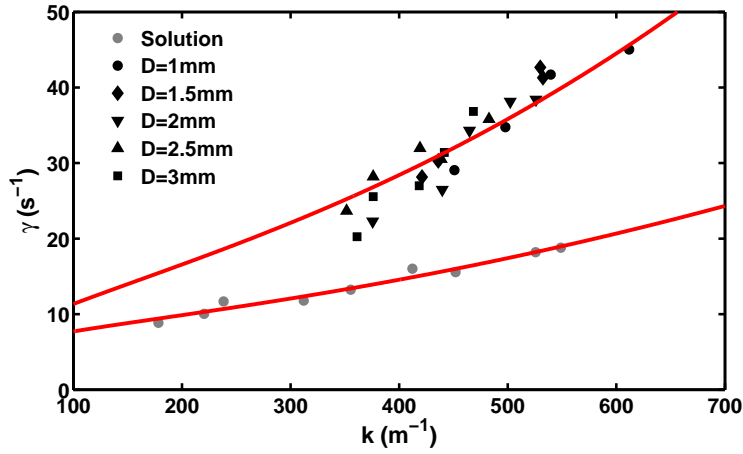


L'évolution macroscopique de la fraction de liquide avec la hauteur pourrait jouer un rôle mais son effet semble être de second ordre. Une observation plus détaillée de l'interface déformée présentée sur la Figure 3.24 révèle qu'un effet géométrique pourrait être responsable de ce phénomène de saturation. Lorsque l'interface est déformée, sa surface totale augmente. Dès lors, la distance entre les bulles composant la première couche en contact avec l'interface augmente également. Des espaces remplis de liquide sont créés entre les bulles. Ceux-ci sont principalement situés au niveau des maxima de l'onde de Faraday. De par la pression générée par l'onde à l'interface, le liquide pénètre dans la mousse par les bords de Plateau. A chaque oscillation, ces régions se dilatent puis se compressent. Du liquide pénètre donc dans les bords de Plateau avant d'en ressortir. La profondeur de pénétration du liquide semble être de quelques couches de bulles et pourrait éventuellement expliquer la hauteur caractéristique  $\zeta$  obtenue.

Sur la Figure 3.26, la courbe de saturation pour des bulles de diamètre  $D = 4$  mm sature plus rapidement et possède une hauteur caractéristique plus faible que la courbe correspondant à  $D = 3$  mm. L'effet décrit précédemment pourrait expliquer cette différence. Une image caractéristique de l'instabilité est présentée au centre de la Figure 3.24. Dans le cas des plus grandes bulles testées (*i.e.*  $D = 4$  mm), la pression interne due à la courbure de la surface est plus faible. Les déformations observées pour les bulles de la première couche sont donc beaucoup plus importantes. De plus, pour des fréquences relativement élevées, le diamètre des bulles est de l'ordre de grandeur de  $\lambda/2$ . La contrainte exercée sur les bulles en est donc d'autant plus élevée. Dès lors, les bulles de grande taille ont une tendance plus importante à se déformer. Les bords de Plateau sont donc plus petits et moins perturbés par l'onde de surface. Le liquide pénètre donc moins haut et la hauteur caractéristique de l'amortissement est plus faible.

Les valeurs du coefficient d'amortissement  $\gamma$  pour différentes fréquences et différents diamètres de bulles sont reportées sur la Figure 3.27 en fonction du nombre d'onde  $k$  mesuré expérimentalement. Les données correspondent à une interface mousse/solution en présence d'une profondeur infinie de liquide et d'une hauteur de mousse pouvant être considérée comme infinie ( $h/D \sim 20$ ). Les résultats obtenus pour le cas d'une surface libre sont également présentés sur le graphique afin de faciliter la comparaison. L'évolution du coefficient d'amortissement avec l'addition de mousse au-dessus de l'interface est en accord avec celle des valeurs du seuil de l'instabilité. Le coefficient  $\gamma$  croît également avec le nombre d'onde  $k$ . Par contre, il ne dépend pas significativement du diamètre des bulles pour un nombre d'onde fixé.

Afin de modéliser cette loi  $\gamma(k)$ , notons que la contribution de la solution au coefficient d'amortissement est donnée par l'Equation (3.34). Supposons-la inchangée et considérons la dissipation d'énergie à l'intérieur de la mousse. Celle-ci est liée au mouvement du fluide dans le réseau des bords de Plateau. Comme l'illustre bien la Figure 3.24, les déformations de l'interface en augmentent l'aire totale. Le nombre de bulles en contact avec celle-ci étant fixé, l'onde crée des espaces (remplis



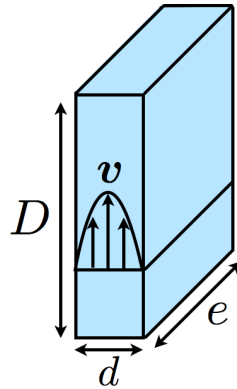
**Figure 3.27** Coefficient d'amortissement en fonction du nombre d'onde  $k$ . Les courbes rouges continues correspondent aux modèles pour une surface libre et pour une interface mousse/solution.

de solution) entre les bulles. Ces espaces atteignent une taille typique proche du diamètre des bulles. L'élargissement des bords de Plateau est un processus coûteux en énergie. Cette perte peut être estimée à l'aide d'arguments dimensionnels.

Considérons un écoulement de Poiseuille dans un bord de Plateau de largeur  $d$  régité par l'équation :

$$\frac{1}{\rho_l} \nabla p \sim \nu_l \Delta \mathbf{v}, \quad (3.42)$$

avec  $\nabla p$  le gradient de pression à l'intérieur du bord de Plateau, et  $\mathbf{v}$  la vitesse du liquide. Le liquide monte sur une hauteur typique  $D$  avec une vitesse caractéristique dans le bord de Plateau  $v = \omega k^{-1}$ , comme illustré sur la Figure 3.28. La variation



**Figure 3.28** Schéma de l'écoulement de Poiseuille dans un bord de Plateau de taille typique  $d$ .

de pression sur cette hauteur est donc donnée par :

$$\Delta p \sim \eta_l D \frac{\omega k^{-1}}{d^2}. \quad (3.43)$$

Cette estimation correspond à la pression que doit exercer le bain liquide sur la solution montant dans la mousse. Cette pression effectue un travail pour élargir les bords de Plateau de leur largeur typique  $d$  jusqu'à la valeur observée  $D$ . Celui-ci est donné par la variation de pression multipliée par la variation de volume  $d\Omega \sim eD(D-d)$  :

$$W \sim \Delta p e D (D-d) \sim \eta_l \omega k^{-1} e \frac{D^2 (D-d)}{d^2}, \quad (3.44)$$

avec  $(D-d)$  la variation de largeur du bord de Plateau. Le taux de dissipation d'énergie moyenné sur une période peut alors être estimé par le travail par unité de temps et vaut donc :

$$|\bar{E}| \sim W \omega \sim \eta_l \omega^2 k^{-1} e \frac{D^2 (D-d)}{d^2}. \quad (3.45)$$

Pour obtenir la dissipation d'énergie totale due à la mousse, l'Equation (3.45) doit être multipliée par le nombre de bords de Plateau sur la longueur  $L$  de la cellule, *i.e.*  $L/D$ . Finalement, le coefficient d'amortissement provenant du déplacement des bulles est donné par :

$$\gamma_m \sim \frac{L |\bar{E}|}{D \bar{E}} \sim \nu_l k \frac{D(D-d)}{d^2}, \quad (3.46)$$

avec l'énergie moyenne  $\bar{E}$  estimée par l'Equation (3.31). La contribution  $\gamma_m$  dépend du nombre d'onde de Faraday et de la taille des bulles.

Le coefficient d'amortissement total pour une onde de Faraday à l'interface mousse/solution est la somme des contributions de la mousse et de la solution et est ainsi donné par :

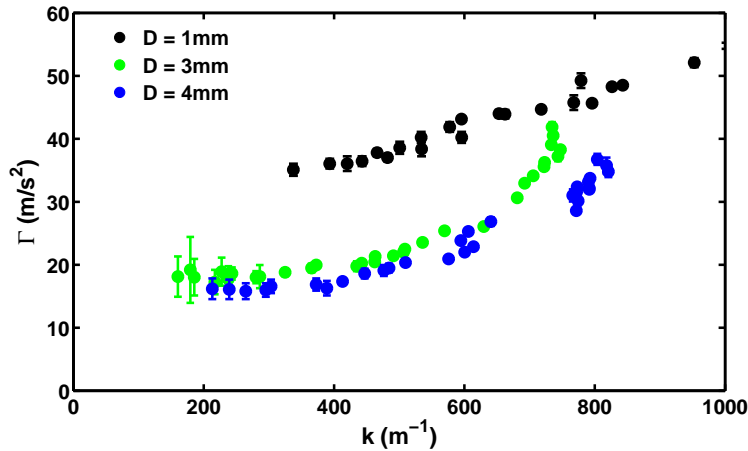
$$\gamma \sim 2 \nu_l k^2 + 3.5 \omega \delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right) + \omega \delta k + C \nu_l k^2 \frac{D(D-d)}{d^2}, \quad (3.47)$$

avec  $C$  le seul paramètre libre. Un ajustement de cette équation aux données expérimentales (de l'interface mousse/solution) est présentée sur la Figure 3.27. En considérant la largeur initiale des bords de Plateau proportionnelle à la taille des bulles selon  $d \sim 0.1D$ , le paramètre libre vaut  $C = 0.85$ . Le lien entre la fréquence  $\omega$  et le nombre d'onde est estimé par la relation de dispersion (3.27), dépendante de la géométrie du système.

Malgré la simplicité de cette approche énergétique, ce modèle reproduit relativement bien les observations. Un détail remarquable est la disparition de la dépendance de  $\gamma_m$  en la taille des bulles. En effet, en supposant les bords de Plateau proportionnels au diamètre  $D$ , ce dernier disparaît de l'Equation (3.46). Ceci peut expliquer les valeurs proches du coefficient d'amortissement pour les différentes tailles de bulles présentées sur la Figure 3.27.

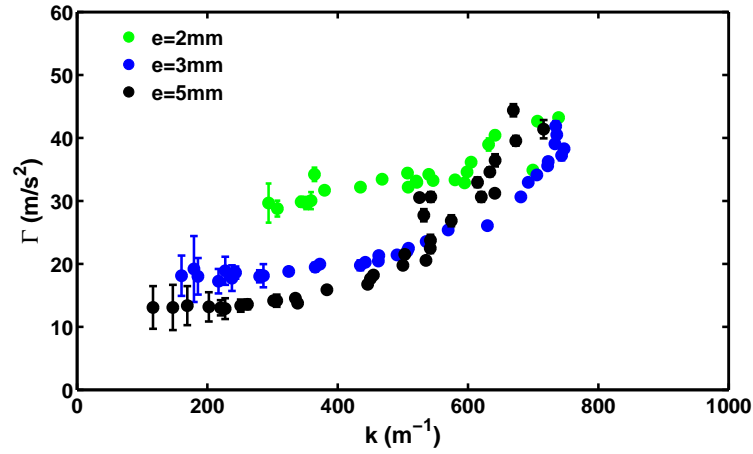
### 3.5.2 Seuils d'instabilité

Les seuils de l'instabilité de Faraday ont été mesurés pour différentes combinaisons du diamètre de bulles et de l'épaisseur de la cellule. La Figure 3.29 présente le seuil  $\Gamma$  pour une épaisseur de cellule constante  $e = 3$  mm. Pour les trois diamètres proposés,  $\Gamma$  augmente continûment avec le nombre d'onde  $k$ . Contrairement aux résultats obtenus pour le coefficient d'amortissement (*cfr.* Section 3.5.1), le seuil montre une dépendance au diamètre des bulles : les valeurs semblent augmenter lorsque  $D$  diminue. Les courbes pour  $D = 3$  mm et  $D = 4$  mm ont des valeurs proches dans la gamme de nombres d'onde étudiée, par contre, le seuil est largement supérieur pour  $D = 1$  mm. Cette dépendance peut éventuellement s'expliquer par le nombre de bords de Plateau. En effet, nous avons vu dans la section précédente que le cisaillement visqueux dans les bords de Plateau augmente la dissipation d'énergie dans le système. Pour une cellule d'épaisseur  $e = 3$  mm, le nombre de bords de Plateau en contact avec l'interface n'augmente pas significativement lorsque le diamètre passe de  $D = 4$  mm à  $D = 3$  mm. Par contre, lorsque la taille des bulles descend à  $D = 1$  mm, le nombre de bords de Plateau est augmenté sur la longueur  $L$  de la cellule et sur son épaisseur  $e$  (approximativement 9 fois plus important que pour  $D = 3$  mm).



**Figure 3.29** Seuils de l'instabilité de Faraday en fonction du nombre d'onde  $k$  pour une épaisseur de cellule fixée  $e = 3$  mm et différents diamètres de bulles.

La Figure 3.30 présente le seuil  $\Gamma$  de l'instabilité pour un diamètre de bulles fixé à  $D = 3$  mm. Plus la cellule est étroite, plus le seuil est élevé. Ce phénomène avait déjà été observé dans le cas des surfaces libres et est dû à la dissipation dans la couche limite le long des parois. Nous supposons que le même phénomène se produit dans le cas de l'interface mousse/solution. Pour les grands nombres d'onde ( $k \gtrsim 500 \text{ m}^{-1}$ ), la dépendance du seuil en l'épaisseur de la cellule semble être moins évidente.

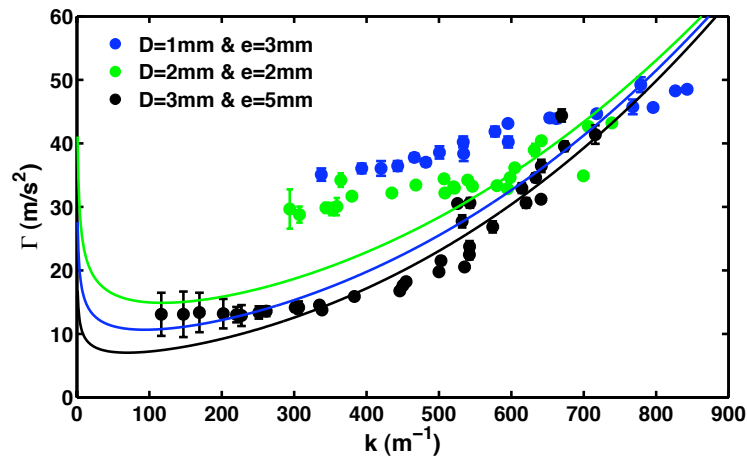


**Figure 3.30** Seuils de l'instabilité de Faraday en fonction du nombre d'onde  $k$  pour un diamètre de bulles fixé,  $D = 3$  mm, et différentes épaisseurs de cellule.

Afin de modéliser l'évolution du seuil de l'instabilité, nous avons tenté une approche similaire à celle utilisée dans le cas de la surface libre (*cfr.* Section 3.4.3). Le seuil  $\Gamma$  est estimé par l'Equation (3.37) avec le coefficient d'amortissement  $\gamma$  pour une interface mousse/solution donné par l'Equation (3.47). Il vient donc :

$$\Gamma \sim \frac{4\omega}{k} \left[ 2\nu_l k^2 + 3.5\omega\delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right) + \omega\delta k + 0.85\nu_l k^2 \frac{D(D-d)}{d^2} \right]. \quad (3.48)$$

Cette équation est tracée sans paramètre d'ajustement sur la Figure 3.31 pour différents paramètres expérimentaux. La largeur des bords de Plateau est estimée par



**Figure 3.31** Seuils  $\Gamma$  de l'instabilité en fonction du nombre d'onde  $k$  en fonction du nombre d'onde  $k$ . Les courbes continues correspondent à la prédiction de l'Equation (3.48).

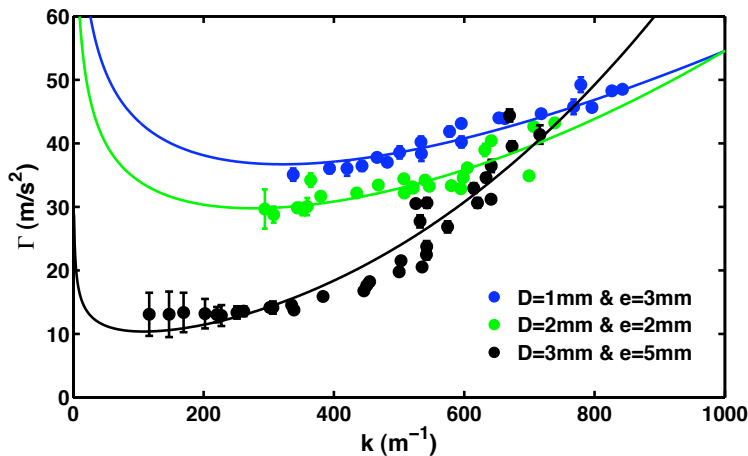
$d = 0.1D$  et la relation entre la fréquence  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  est donnée par la relation de dispersion (3.27).

Bien que le bon ordre de grandeur soit prédit, l'accord entre le modèle et les données expérimentales n'est pas bon. Seules les combinaisons des plus grands diamètres et des cellules épaisses sont acceptables. Dans les autres cas, le modèle ne tend vers les données que pour les grandes valeurs de  $k$ . Pour les petits nombres d'onde, un mécanisme de dissipation semble manquer au modèle. En effet, ce dernier ne tient compte que de la dissipation dans les bords de Plateau le long de l'interface. Or, le déplacement de bulles le long d'une paroi solide engendre une dissipation visqueuse non négligeable (*cf.* Section 4.2.2). De plus, comme nous le verrons dans la prochaine section (Section 3.5.3), la relation de dispersion reliant la fréquence et le nombre d'onde est modifiée par la présence de la mousse. Dès lors, notre estimation de la fréquence  $\omega$  par la relation de dispersion (3.27) n'est pas tout à fait correcte.

L'une des possibilités envisagées afin de tenir compte de la dissipation lors du mouvement des bulles le long des parois est l'ajout de deux paramètres libres à l'Equation (3.48). En considérant la dissipation aux parois du même type pour la mousse et pour la solution, nous avons ajouté un premier paramètre libre devant le terme  $\gamma_{paroi}$  tenant compte de la géométrie de la cellule. Un deuxième paramètre libre est utilisé pour le coefficient d'amortissement  $\gamma_m$  lié à la mousse permettant de corriger une éventuelle erreur d'estimation de la contribution des bords de Plateau en contact avec l'interface. Au final, nous obtenons l'équation suivante :

$$\Gamma \sim \frac{4\omega}{k} \left[ 2\nu_l k^2 + C_1 \omega \delta \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{L} \right) + \omega \delta k + C_2 \nu_l k^2 \frac{D(D-d)}{d^2} \right]. \quad (3.49)$$

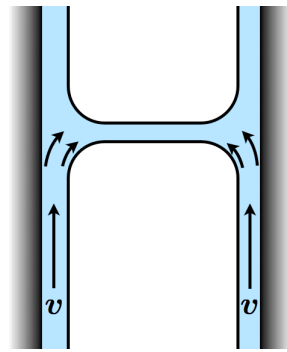
avec  $C_1$  et  $C_2$  les deux paramètres libres. Ce modèle est illustré sur la Figure 3.32 par les courbes continues. Celui-ci semble présenter un bon accord avec les données



**Figure 3.32** Seuils  $\Gamma$  de l'instabilité en fonction du nombre d'onde  $k$ . Les courbes continues correspondent à l'ajustement de l'Equation (3.49).

expérimentales. Par contre, les paramètres libres ne présentent aucune évolution claire. Le coefficient  $C_1$  évolue dans l'intervalle  $C_1 \in [6; 15]$  et semble décroître pour une augmentation du diamètre. Le paramètre  $C_2$  est compris dans l'intervalle  $C_2 \in [0; 0.4]$  et semble indiquer que la contribution  $\gamma_m$  des bords de Plateau est surestimée. Ne pouvant justifier ni l'utilisation ni l'évolution des deux paramètres libres, nous ne souhaitons pas nous résoudre à considérer ce modèle comme valide.

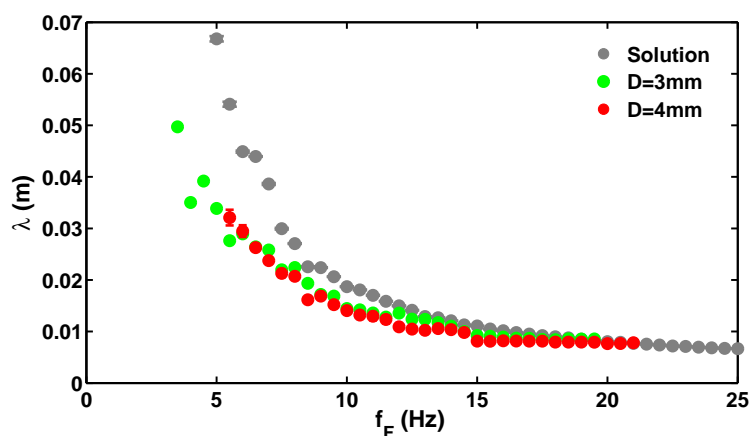
Une piste éventuelle pour la dissipation supplémentaire peut être proposée. Remarquons tout d'abord que le modèle actuel ne tient que très peu compte du diamètre des bulles. Cependant, les Figures 3.29, 3.30 et 3.32 démontrent que celui-ci joue un rôle important pour les valeurs du seuil de l'instabilité. Cette observation nous conduit à considérer la dissipation lors de l'écoulement du fluide dans les ménisques en contact avec la paroi solide. La solution est poussée entre les bulles et la paroi à une vitesse  $v$  par l'onde de Faraday, comme illustré sur la Figure 3.33. Le long de la bulle, l'écoulement est plan. L'interface des bulles étant mobile, la dissipation visqueuse peut être considérée comme négligeable. Par contre, au niveau des ménisques, la largeur disponible augmente, l'écoulement doit être considéré en trois dimensions. Deux gradients de vitesse doivent maintenant être considérés : un horizontal sur la couche limite  $\delta^{-1}$  et un vertical, avec un ordre de grandeur de l'ordre de  $r_{bP}^{-1}$ , le rayon de courbure des bords de Plateau. Par conséquent, plus le nombre de ménisques est élevé, plus la dissipation est importante. Dès lors, ce mécanisme permettrait éventuellement de tenir compte de la dépendance du seuil  $\Gamma$  à la taille des bulles.



**Figure 3.33** Illustration schématique de l'écoulement de fluide le long de la paroi solide.

### 3.5.3 Longueur d'onde

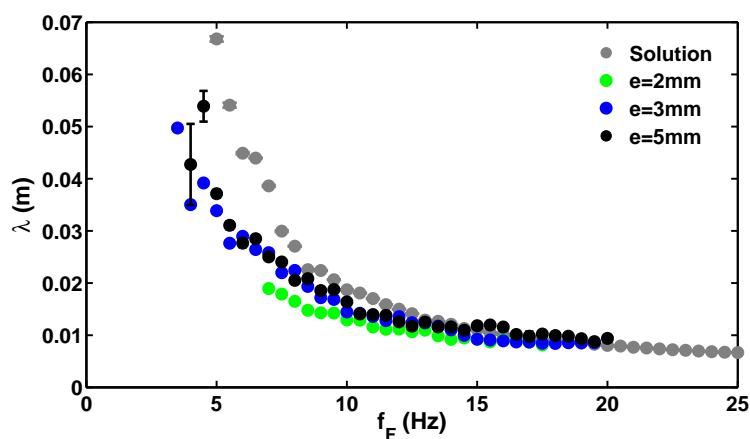
La Figure 3.34 présente la longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de la fréquence de Faraday  $f_F$  pour une épaisseur fixée à  $e = 3$  mm. Les données expérimentales pour la solution sont également représentées afin de faciliter la comparaison. Les barres d'erreur sont ajoutées pour les deux séries de données mais pour la plupart, l'écart entre les deux extrémités est inférieur à la taille du symbole correspondant.



**Figure 3.34** Longueurs d'onde de l'instabilité de Faraday pour une épaisseur fixée  $e = 3$  mm et différents diamètres de bulles.

La longueur d'onde à l'interface mousse/solution décroît pour une augmentation la fréquence et est inférieure aux valeurs obtenus dans le cas d'une surface libre pour presque toutes les fréquences testées. L'écart entre les deux situations se réduit lorsque  $f_F$  augmente et la longueur d'onde  $\lambda$  tend vers les valeurs d'une surface libre à haute fréquence. La mousse semble donc jouer un rôle plus important à basses valeurs de  $f_F$ . Par contre, le diamètre des bulles n'influence pas significativement la longueur d'onde. Les courbes pour les bulles de  $D = 3$  mm et  $D = 4$  mm sont relativement similaires.

La Figure 3.35 présente la longueur d'onde  $\lambda$  pour un diamètre de bulles fixé

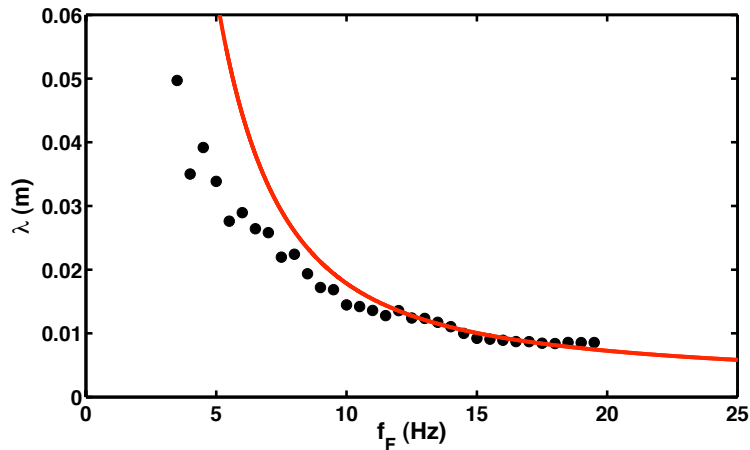


**Figure 3.35** Longueurs d'onde de l'instabilité de Faraday pour un diamètre de bulles fixé  $D = 3$  mm et différentes épaisseurs de cellule.



à  $D = 3$  mm ainsi que la courbe pour la solution dans une cellule de  $e = 3$  mm. L'évolution de  $\lambda$  est similaire à celle observée sur la Figure 3.34. Pour toutes les valeurs de l'épaisseur  $e$ , les courbes tendent vers celle de la surface libre à haute fréquence. La longueur d'onde dépend de la géométrie de la cellule. La différence entre les courbes  $e = 3$  mm et  $e = 5$  mm est relativement faible, mais les données de  $e = 2$  mm sont nettement plus faibles que les autres. Tout comme pour la solution, l'écart entre les différentes courbes se réduit pour une augmentation de la fréquence.

Comme pour les seuils  $\Gamma$ , la longueur d'onde est fortement influencées par l'épaisseur de la cellule tandis que le rôle du diamètre des bulles est moindre (sans tenir compte des bulles de diamètre  $D = 1$  mm). La diminution de la longueur d'onde à l'interface mousse/solution, par rapport à une surface libre, est relativement contre-intuitive. En effet, l'addition de mousse à la surface de la solution augmente la dissipation dans le système. Il est alors attendu que la longueur d'onde sélectionnée diminue pour minimiser la dissipation visqueuse [Kumar 1994]. Or les Figures 3.34 et 3.35 montrent le comportement inverse. La longueur d'onde de l'instabilité a été ajustée par la relation de dispersion (3.3) avec comme paramètre libre la tension interfaciale. Un exemple typique est présenté en rouge sur la Figure 3.36 pour des

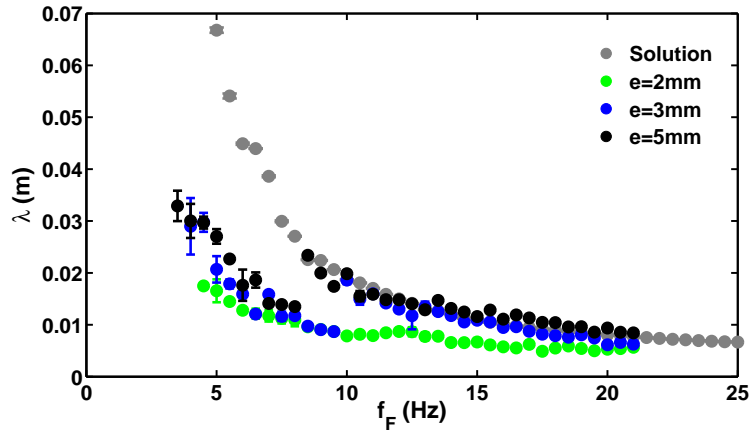


**Figure 3.36** Longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de la fréquence  $f_F$  de l'instabilité. La courbe continue correspond à l'ajustement des données par la relation de dispersion (3.3).

bulles de diamètre  $D = 3$  mm et une épaisseur de cellule  $e = 3$  mm. A basses fréquences, l'écart entre l'ajustement et la longueur d'onde observée est relativement important. La courbe ne tend vers les données que pour des fréquences élevées. La relation de dispersion classique ne permet donc pas d'expliquer les données expérimentales obtenues.

L'évolution de la longueur d'onde pour des bulles de diamètre  $D = 1$  mm est moins claire. La Figure 3.37 présente son évolution en fonction de la fréquence pour différentes épaisseurs de cellule. Pour chaque courbe, la longueur d'onde est bien

inférieure aux valeurs obtenues dans le cas d'une surface libre bien que l'écart se réduise également pour des fréquences plus élevées. Aux alentours de  $f_F = 8$  Hz, les courbes de  $e = 2$  mm et  $e = 5$  mm subissent une augmentation brutale. Dans le cas de l'épaisseur  $e = 2$  mm, la courbe est inférieure aux longueurs d'onde de la surface libre et semble tendre vers les valeurs des deux autres épaisseurs à faibles fréquences.



**Figure 3.37** Comparaison des longueurs d'onde de l'instabilité de Faraday pour un diamètre de bulles fixé  $D = 1$  mm et différentes épaisseurs de cellule.

Ce comportement est très différent de celui-ci observé pour les autres diamètres de bulles. Les seuils observés pour des bulles de diamètre  $D = 1$  mm sont plus importants que pour des bulles plus grandes (*cf.* Figures 3.29 et 3.32), particulièrement à des fréquences faibles. Par contre, les longueurs d'onde sont plus petites que les valeurs observées pour d'autres diamètres. De plus, certaines courbes présentent une variation brutale (*cf.* Figure 3.37). Ce comportement peut éventuellement être expliqué par le rapport entre le diamètre des bulles et la longueur d'onde capillaire. En effet, les bulles de diamètre  $D = 1$  mm ont une taille inférieure à la longueur capillaire  $\ell_c \sim 1.6 \cdot 10^{-3}$  m. Dès lors, celles-ci se comportent comme des objets solides, indéformables, contrairement aux autres diamètres de bulle. Au vu de ces différences, nous avons préféré ne pas en tenir compte.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'instabilité de Faraday à une interface mousse/solution. Les oscillations verticales imposées à l'interface amènent des contraintes normales consistant en une succession de compressions et de dilatations. Nous espérons ainsi obtenir des informations sur les propriétés de l'interface ainsi que sur l'influence de ses conditions aux limites sur le comportement du volume de

mousse.

Dans un premier temps, l'influence de la géométrie de la cellule sur les propriétés de l'instabilité de Faraday a été étudiée pour une surface libre. Il a été démontré que l'épaisseur de la cellule modifie la longueur d'onde de l'instabilité. Cette perturbation peut être expliquée en terme d'augmentation de l'énergie interfaciale due à la présence de ménisques le long des parois. Une tension de surface effective est obtenue en ajoutant un terme correctif à la tension de surface du liquide  $\sigma_l$ . La dissipation d'énergie dans le système dépend également de la géométrie de la cellule. L'augmentation du coefficient d'amortissement de l'onde de Faraday est expliqué à l'aide de trois sources de dissipation : la viscosité du fluide, la condition de non glissement et la "contamination" de l'interface par les molécules de surfactants. Un raisonnement dimensionnel permet de relier ce résultat aux valeurs du seuil de l'instabilité et d'obtenir un modèle simple.

Dans un second temps, l'interaction entre une mousse et l'instabilité de Faraday à l'interface a été étudiée. L'addition de mousse au-dessus du liquide modifie significativement les caractéristiques de l'instabilité. L'une d'entre elles est la dissipation visqueuse d'un système soumis à une onde de Faraday. Les mesures du seuil ainsi que du coefficient d'amortissement ont montré que la dissipation est augmentée par la présence de mousse. Celle-ci a pu être en partie expliquée grâce au mouvement de liquide dans le réseau des bords de Plateau en contact avec l'interface. A faible fréquence, un mécanisme supplémentaire probablement lié à la friction visqueuse dans les ménisques en contact avec les parois doit être pris en compte. La longueur d'onde est également perturbée par la présence de mousse. La relation de dispersion classique ne permet pas d'expliquer les valeurs obtenues expérimentalement. Des mesures supplémentaires seraient nécessaires afin de déterminer avec précision l'origine de ce comportement.

Il a également été montré qu'au-delà d'un nombre de couches de bulles critique, l'instabilité de Faraday ne perturbe plus la mousse. Cette dernière n'est influencée par les conditions aux limites de l'interface que sur une faible épaisseur. La mousse amortit donc efficacement toute perturbation. Cette propriété pourrait se révéler utile dans plusieurs procédés industriels dans lesquels les mouvements de l'interface doivent être minimisés. Par exemple, lors du transport de liquide dans de grandes citernes, les variations de vitesse abruptes provoquent des ondes d'amplitude importante à l'interface. Celles-ci peuvent appliquer des forces considérables sur les parois de la citerne, allant parfois jusqu'à la déstabiliser, et même, la briser. La mousse est un matériau bon marché et facile à produire qui permettrait de résoudre ce problème dans la plupart des citernes [Sauret 2015].



# Contrainte tangentielle

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>Théorie</b>	<b>64</b>
4.2.1	Drainage	64
4.2.2	Rhéologie	70
<b>4.3</b>	<b>Méthodologie expérimentale</b>	<b>75</b>
4.3.1	Dispositif	75
4.3.2	Traitement d'images	76
<b>4.4</b>	<b>Phénoménologie</b>	<b>86</b>
4.4.1	Description expérimentale	86
4.4.2	Inclinaison de l'interface	89
4.4.3	Fraction de liquide	91
4.4.4	Glissement aux parois	94
<b>4.5</b>	<b>Fraction de liquide</b>	<b>95</b>
<b>4.6</b>	<b>Rhéologie</b>	<b>106</b>
4.6.1	Fluctuations des champs	107
4.6.2	Champs de vitesses	109
4.6.3	Tenseur de déformation statistique	111
4.6.4	Tenseur taux déformation	117
4.6.5	De l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique	119
<b>4.7</b>	<b>Profils de vitesses</b>	<b>123</b>
<b>4.8</b>	<b>Analogie avec les matériaux granulaires</b>	<b>130</b>
4.8.1	Observations	130
4.8.2	Rhéologie des matériaux granulaires	132
4.8.3	Relation entre mousse et ensemble de grains	134
<b>4.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>139</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que la mousse absorbe efficacement l'énergie lorsqu'elle est soumise à une contrainte normale, c'est-à-dire à une compression. Les perturbations de l'interface ne pénètrent pas profondément dans le volume de la mousse. Une deuxième expérience a été réalisée permettant de

soumettre l'interface et la mousse à un autre type de perturbation : le cisaillement. Le principe global de ce deuxième dispositif est inspiré d'une expérience largement utilisée dans les milieux granulaires, communément appelée le “*rotating drum*” [Brewster 2009, Lumay 2010, Chou 2011]. Celle-ci permet d'appliquer une contrainte tangentielle à l'interface mousse/solution ainsi que la mise en rotation du volume de mousse.

Dans un premier temps, quelques explications théoriques de drainage et de rhéologie sont présentées. Ensuite, la méthodologie expérimentale est décrite ainsi que les différents algorithmes de traitement d'images et de données. Dans un troisième temps, la phénoménologie complète est détaillée ainsi que l'évolution des principales caractéristiques de la mousse. Finalement, les résultats obtenus sont détaillés et des tentatives de modélisation sont proposées. La première section concerne l'évolution de la fraction de liquide moyenne de la mousse. Les deux sections suivantes sont consacrées à la rhéologie et au lien existant entre les résultats obtenus à l'échelle microscopique et les lois d'évolution macroscopiques. Dans la dernière section, une comparaison est réalisée entre nos résultats et ceux obtenus pour des matériaux granulaires.

## 4.2 Théorie

Cette section reprend les notions théoriques de drainage sous l'effet de la gravité et celles de rhéologie des mousses liquides. Seuls les résultats utiles à la compréhension des modèles réalisés sont présentés dans ce manuscrit.

### 4.2.1 Drainage

Le drainage est, par définition, le passage d'un liquide ou d'un gaz à travers un milieu perméable. Dans une mousse, celui-ci est semblable à l'écoulement d'un liquide dans un milieu poreux. Deux différences majeures existent entre ces deux milieux : dans une mousse, (i) le liquide s'écoule dans un réseau de pores dont la section dépend de l'écoulement liquide et (ii) les interfaces des particules (ici, des bulles) sont fluides et peuvent être partiellement entraînées par cet écoulement. La modélisation de ce phénomène macroscopique doit tenir compte de différentes échelles de taille : une échelle nanométrique pour les molécules de surfactant, une échelle micrométrique pour les films, une échelle millimétrique pour les bulles, et finalement une échelle centimétrique pour la mousse.

La modélisation du drainage s'inspire de celle développée pour les milieux poreux solides. Ceux-ci sont modélisés comme une suite de pores de forme cylindrique dont l'orientation spatiale est distribuée de manière uniforme. L'écoulement du liquide dans un pore est régi par l'équation de Stokes liant les forces visqueuses, la gravité et les forces de pression :

$$\eta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dl} + \rho_l g \cos \Psi, \quad (4.1)$$

avec  $r$  la coordonnée radiale,  $u$  la vitesse du liquide,  $dp/dl$  le gradient de pression mesuré suivant l'axe du pore et  $\Psi$  l'orientation spatiale de celui-ci [Cantat 2010]. En considérant que la vitesse est nulle aux parois et en moyennant sur toutes les orientations possibles des pores, nous obtenons la loi de Darcy :

$$u_m \hat{\mathbf{u}} = -\frac{K}{\eta_l} (\nabla p - \rho_l \mathbf{g}), \quad (4.2)$$

avec  $\hat{\mathbf{u}}$  la direction moyenne de l'écoulement et  $K$  le coefficient de perméabilité macroscopique du milieu, donné par l'équation :

$$K = \frac{sK_c \phi_l}{3}, \quad (4.3)$$

avec  $s$  la section du pore et  $K_c$  un coefficient géométrique. Le débit par unité de surface  $u_m = \langle u \rangle \phi_l$  est défini comme le débit de liquide divisé par l'aire de l'échantillon mesurée transversalement à l'écoulement. Il est égal à la vitesse moyennée sur tous les pores, multipliée par la fraction de liquide.

Pour obtenir l'équation de drainage dans une mousse, considérons un volume fixe de mousse, de fraction de liquide locale  $\phi_l$ . La conservation de la masse de liquide s'écrit :

$$\frac{d\phi_l}{dt} + \nabla \cdot (\phi_l \mathbf{u}) = 0, \quad (4.4)$$

avec la condition d'incompressibilité du liquide et  $\mathbf{u}$  le vecteur vitesse du liquide. L'écoulement est généré par l'action combinée de la gravité et des forces de pression. La loi de Darcy (Equation (4.2)) permet de relier le débit par unité de surface  $u_m$  du liquide aux forces motrices. De plus, la loi de Laplace corrèle la pression du liquide  $p$  dans la mousse à la courbure  $r_{bP}$  des bords de Plateau selon  $p \sim \sigma_l / r_{bP}$ . Nous obtenons alors l'équation suivante pour le débit par unité de surface :

$$u_m \hat{\mathbf{u}} = \frac{K}{\eta_l} \left( \rho_l \mathbf{g} + \nabla \left( \frac{2\sigma_l \phi_l^{-1/2}}{\delta_b D} \right) \right), \quad (4.5)$$

avec  $\delta_b = 1.74$  une constante géométrique [Cantat 2010]. En injectant l'Equation (4.5) dans l'Equation (4.4) de la conservation de la masse, nous obtenons l'équation générale de drainage :

$$\frac{d\phi_l}{dt} + \nabla \cdot \left( \frac{K \rho_l}{\eta_l} \mathbf{g} \right) - \nabla \cdot \left( \frac{\sigma_l K \phi_l^{-3/2}}{\delta_b D \eta_l} \nabla \phi_l \right) = 0, \quad (4.6)$$

qui régit l'évolution de la fraction de liquide sous l'action de la gravité et des forces capillaires. Un paramètre important est le coefficient de perméabilité  $K$ . Celui-ci dépend des caractéristiques de la mousse, telles que sa géométrie ainsi que des propriétés des interfaces (en fonction du type de surfactants, l'interface des bulles est plus ou moins mobile).

Différents modèles de perméabilité ont été développés [Stevenson 2012, Pitois 2008a, Rouyer 2010, Cohen-Addad 2013]. Pour une mousse sèche ( $\langle \phi_l \rangle < 0.2$ ), le réseau liquide est constitué d'un assemblage de bords de Plateau très allongés pour lequel les vertex peuvent être négligés. Dans ce cas, le lien entre le diamètre des bulles et le rayon de courbure  $r_{bP}$  s'écrit [Cantat 2010] :

$$r_{bP} = \frac{\delta_b}{2} D \sqrt{\phi_l}, \quad (4.7)$$

et la section des bords de Plateau est donnée par l'équation :

$$s = \delta_a r^2, \quad (4.8)$$

avec  $\delta_a = (\sqrt{3} - \pi/2)$  un coefficient géométrique. En considérant des interfaces non-mobiles (*i.e.* sur lesquelles les surfactants ne se déplacent pas) et un écoulement de type Poiseuille, la perméabilité est modélisée en utilisant l'Equation (4.3) développée pour les milieux poreux. En utilisant les Equations (4.7) et (4.8), nous obtenons :

$$K = \frac{\delta_a \delta_b}{12} K_c D^2 \phi_l^2, \quad (4.9)$$

avec le paramètre  $K_c$  pouvant être estimé [Lorenceanu 2009] par l'équation :

$$K_c = \frac{3}{25} + \sqrt{\frac{2}{\text{Bo}}} \text{atan} \left( \sqrt{\frac{2}{8\text{Bo}}} \right) - \text{atan} \left( \frac{1}{2\pi\text{Bo}} \right). \quad (4.10)$$

Le nombre adimensionnel de Boussinesq  $\text{Bo} = \eta_s / \eta_l r_{bP}$  décrit la compétition entre la viscosité de surface  $\eta_s$  et la viscosité de volume  $\eta_l$  et compare l'écoulement de l'interface à celui du liquide dans les bords de Plateau.

Un modèle plus complet de perméabilité considère la résistance à l'écoulement des différents éléments constitutifs de la mousse, c'est-à-dire de l'assemblage des bords de Plateau et de leurs vertex. L'élément de base de cet assemblage est alors un bord de Plateau et un quart de vertex à chacune de ses extrémités (et non plus un bord de Plateau seul). La perméabilité est, dans ce cas, donnée par l'équation suivante [Lorenceanu 2009] :

$$K = \frac{\phi_l^2 L^2}{\frac{1}{K_c^0 (1 + 2.48\text{Bo}^{-1})} + \frac{\sqrt{\phi_l}}{K_n}} \quad (4.11)$$

avec  $K_c^0 \sim 6.6 \cdot 10^{-3}$  estimé numériquement [Nguyen 2002],  $K_n \sim 3 \cdot 10^{-3}$  provient de la contribution des vertex.  $K_n$  est considéré comme constant et est estimé expérimentalement [Lorenceanu 2009]. Pour un nombre Bo élevé (interfaces non-mobiles) et une faible fraction de liquide, le premier terme du dénominateur de l'Equation (4.11) domine, l'écoulement est de type Poiseuille et la perméabilité est dominée par la contribution des canaux. Ce régime est appelé le cas limite des canaux. Pour un faible nombre Bo (interfaces mobiles) et une fraction de liquide élevée, le deuxième

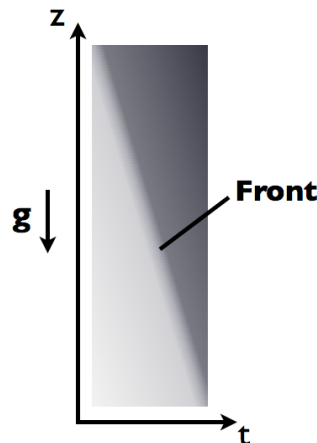


terme du dénominateur domine, l'écoulement est de type "bouchon" et la contribution des vertex prime [Pitois 2008b]. Ce régime est appelé le cas limite des vertex. Pour les valeurs intermédiaires de fraction de liquide ou du nombre  $Bo$ , les deux contributions doivent être prises en compte pour le calcul de la perméabilité.

Ce modèle (4.11) tient compte des contributions des noeuds et des vertex et représente mieux le comportement des mousses à interface mobile. Par contre, il décrit moins bien les mousses humides car il est basé sur des considérations géométriques valables uniquement pour les mousses sèches (*cfr.* Equation (4.7)). D'autres modèles permettant de décrire la perméabilité de mousses humides ( $\langle \phi_l \rangle < 0.2$ ) [Lorceau 2009] et très humides ( $\langle \phi_l \rangle < 0.8$ ) [Rouyer 2010] ont été développés.

Les expériences de drainage peuvent être divisées en trois grandes familles, différenciées principalement par leurs conditions initiales. En effet, le modèle classique de drainage se base sur une équation différentielle. Afin de pouvoir la résoudre, il est indispensable de déterminer plusieurs conditions aux limites. Ci-dessous, une description rapide de ces trois familles est proposée. Plusieurs des résultats présentés seront utilisés dans nos modèles de drainage (*cfr.* Section 4.5).

L'expérience la plus simple conceptuellement est le drainage forcé, pour lequel un débit de solution constant est imposé en haut d'une colonne de mousse sèche de fraction de liquide initialement uniforme. Le liquide injecté descend dans la colonne de mousse en formant un front relativement étroit se déplaçant à vitesse constante. L'évolution temporelle de celui-ci est illustrée schématiquement sur la Figure 4.5. La fraction de liquide au-dessus du front est uniforme et plus importante que sa valeur initiale. La vitesse du front correspond à la vitesse verticale moyenne du liquide dans la mousse. La fraction de liquide de la partie supérieure étant uniforme, le liquide s'écoule uniquement sous l'action de la gravité (les forces capillaires sont



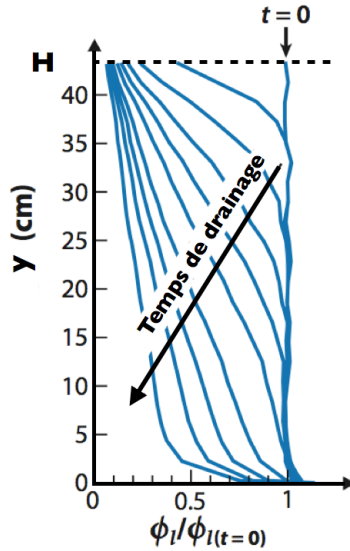
**Figure 4.1** Illustration schématique spatio-temporelle de l'avancée du front liquide lors d'une expérience de drainage forcé.

négligeables dans les bords de Plateau). D'après la loi de Darcy (Equation (4.2)), la vitesse du front est donnée par [Stevenson 2012] :

$$u_{front} = \frac{K}{\eta_l} \frac{\rho_l g}{\phi_{main}}, \quad (4.12)$$

avec  $u_{front} = u_m / \phi_{main}$  la vitesse du front. Elle est reliée au débit  $u_m$  par la fraction de liquide  $\phi_{main}$  derrière le front. A partir des mesures expérimentales, cette équation donne accès à la perméabilité de la mousse et à la fraction de liquide derrière le front  $\phi_{main} = Q / S u_{front}$  avec  $Q$  le débit de liquide en haut de la colonne et  $S$  la section de celle-ci [Cohen-Addad 2013].

Une deuxième expérience type est le drainage libre, qui consiste à étudier l'évolution de la fraction de liquide d'une colonne de mousse initialement uniforme  $\phi_{l(t=0)}$ . La Figure 4.2 présente un exemple typique d'évolution de la fraction de liquide. En  $t = 0$ , la fraction est uniforme sur toute la hauteur  $H$ . Ensuite, le liquide draine



**Figure 4.2** Exemple d'évolution temporelle du profil vertical de fraction de liquide dans une mousse lors d'un drainage libre. D'après [Cohen-Addad 2013].

en conservant toujours une fraction  $\phi_l$  croissante du sommet vers le dessous de la mousse. Une caractéristique typique est la zone de transition  $y_{tr}$  entre la région où la mousse s'est asséchée, *i.e.*  $\phi_l < \phi_{l(t=0)}$ , et la région où la fraction de liquide est toujours à sa valeur initiale  $\phi_{l(t=0)}$ . Cette zone de transition descend et atteint le fond de la colonne de la mousse au temps  $t_c$ . Pour  $t < t_c$ , le drainage de la mousse est rapide et, pour le cas limite des canaux (une mousse à interfaces non-mobiles), son profil vertical est linéaire en fonction de  $y$  ( $\forall y > y_{tr}$ ). Pour des temps  $t > t_c$ , le drainage ralentit progressivement. Ce temps caractéristique  $t_c$  correspond au drainage de la moitié du volume de liquide présent dans la mousse  $V_l(t_c) = \phi_{l(t=0)} V_f / 2$

et peut être calculé à partir de l'Equation (4.12) pour la vitesse du front :

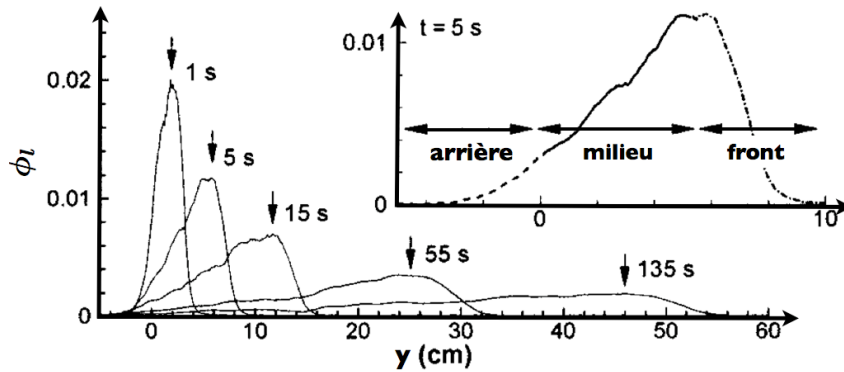
$$t_c \sim \frac{\phi_{l(t=0)} H \eta_l}{2K \rho_l g}, \quad (4.13)$$

avec  $K$  la perméabilité dans le cas limite des canaux. Dans le cas limite des vertex, un temps caractéristique équivalent peut être défini. Les profils verticaux de fraction de liquide sont alors hyperboliques et le temps caractéristique  $t_{cm}$  est donné par l'équation :

$$t_{cm} \sim \frac{2\phi_{l(t=0)} H \eta_l}{3K \rho_l g}, \quad (4.14)$$

et correspond à l'instant où deux tiers du volume initial de liquide ont été drainés. Le paramètre  $K$  est la perméabilité dans le cas limite des vertex. Pour des temps supérieurs à ces valeurs caractéristiques  $t_c$  et  $t_{cm}$ , le volume drainé hors de la colonne est proportionnel à  $t^{-1}$  et à  $t^{-2}$  dans le cas limite des canaux et des vertex respectivement [Saint-Jalmes 2002].

Une troisième série d'expériences de drainage consiste à étudier l'évolution d'un volume fini de liquide (un pulse) injecté dans une mousse avec une fraction liquide initiale très faible [Verbist 1996]. La gravité attire le liquide injecté vers le bas tandis que les forces capillaires propagent le liquide dans toutes les directions [Koehler 2001]. L'évolution d'un tel pulse est présentée sur la Figure 4.3 avec l'origine de l'axe  $y$  correspondant à la position initiale du pulse. La fraction de liquide, d'abord localisée, se propage dans la mousse et son intensité diminue.



**Figure 4.3** Exemple d'évolution temporelle du profil vertical de fraction de liquide dans une mousse lors d'un drainage pulsé. Les flèches indiquent la position du maximum de la fraction de liquide. L'insert présente les trois régions d'un pulse. Les données proviennent de [Koehler 2000] pour une mousse à interfaces mobiles.

Le profil de fraction de liquide peut être divisé en trois zones principales. (i) La première est la *région arrière* où le profil du pulse se connecte avec la mousse sèche au dessus du point d'injection du liquide ( $y = 0$  sur la Figure 4.3). Sa fraction de liquide est faible et l'effet des forces capillaires et de la gravité sont d'importances comparables pour le drainage. Le profil est similaire à celui de la partie supérieure

d'un drainage libre. (ii) La deuxième région est le *front*, sous la valeur maximale de  $\phi_l$ . Il fait la jonction entre le maximum et la mousse sèche en dessous du pulse. Ces caractéristiques sont similaires à celle d'un drainage forcé. (iii) La région intermédiaire est la *région du milieu* où la fraction de liquide est croissante du point d'injection ( $y = 0$ ) jusqu'à la position du maximum  $\phi_{max}$ . Cette région contient la majorité du volume de liquide injecté et les forces capillaires y sont négligeables. Son évolution peut être caractérisée par la valeur de la fraction de liquide maximale  $\phi_{max}$  ainsi que par sa position  $y_{max}$ . Pour le cas limite des vertex, leur évolution est donnée par les équations suivantes [Koehler 2000] :

$$y_{max} \sim \frac{3}{4} \left( 4 \frac{\rho_l g L^2}{\eta} \sqrt{\frac{V_{liq}}{A}} K_{nt} \right)^{2/3}, \quad (4.15)$$

$$\phi_{max} \sim 4 \left( \frac{1}{4} \frac{\eta}{\rho_l g L^2} \frac{V_{liq}}{A} \frac{1}{K_{nt}} \right)^{2/3}, \quad (4.16)$$

avec  $V_{liq}$  le volume de liquide injecté et  $A$  la section transversale du contenant. Pour le cas limite des canaux, l'évolution de  $y_{max}$  et  $\phi_{max}$  est donnée par [Koehler 1998] :

$$y_{max} \sim 2 \sqrt{\frac{\rho_l g}{\eta} V_{liq} t}, \quad (4.17)$$

$$\phi_{max} \sim \frac{2}{\delta_a \delta_b^2 D^2} \sqrt{\frac{\eta}{\rho_l g} \frac{V_{liq}}{t}}. \quad (4.18)$$

Dans les deux cas limites (vertex et canaux), les équations définissant les propriétés du maximum de la fraction de liquide ne sont pas valables aux temps relativement longs.

En résumé, l'évolution de la fraction de liquide d'une mousse dépend fortement des différents paramètres expérimentaux. De plus, cette dépendance varie en fonction des conditions initiales du système. Or, la fraction de liquide influence fortement la réponse de la mousse à tout stimulus extérieur, comme nous le verrons dans la section suivante. Comprendre son évolution est donc important dans l'étude d'une mousse sous contrainte.

### 4.2.2 Rhéologie

Les mousses aqueuses appartiennent à la famille des fluides complexes et peuvent présenter un comportement visco-élastique. Soumise à une contrainte extérieure  $\tau$  suffisamment faible, la mousse se comporte comme un matériau solide élastique. Dans ce régime, les bulles sont déformées mais la topologie de la mousse reste inchangée. Cette réponse élastique due à la tension de surface est réversible. Pour chaque film, une tension mécanique proportionnelle à  $2\sigma_l$  existe. Lors de l'application d'une contrainte, les bulles sont déformées et l'orientation moyenne des films

se déplace dans la direction de la contrainte. Une force élastique apparaît dans la mousse et s'oppose à la contrainte extérieure.

Lors d'un cisaillement de la mousse et pour une contrainte suffisamment faible, la déformation  $\varepsilon$  lui est proportionnelle avec un coefficient appelé le module d'élasticité  $G = \tau/\varepsilon$ . Ce dernier évolue comme le rapport entre la tension de surface  $\sigma_l$  et la taille moyenne des bulles, multiplié par un préfacteur dépendant des caractéristiques de la mousse. Si celle-ci est sèche, le module d'élasticité évolue selon l'équation [Denkov 2012] :

$$G = 0.51 \frac{\sigma_l}{R_{32}}, \quad (4.19)$$

avec  $R_{32} = \langle R_b^3 \rangle / \langle R_b^2 \rangle$  le rayon de Sauter donné par le rapport entre le troisième et le deuxième moment de la distribution des rayons des bulles  $R_b$  pour une mousse polydisperse. La fraction de liquide moyenne de la mousse joue un rôle important sur l'élasticité. Plus  $\langle \phi_l \rangle$  augmente, plus le module  $G$  diminue et lorsque la fraction approche de la valeur critique  $\phi^*$ ,  $G$  tend vers zéro [Saint-Jalmes 1999]. Le module d'élasticité est donné par la relation empirique suivante :

$$G = 1.4(1 - \langle \phi_l \rangle)(\phi^* - \langle \phi_l \rangle) \frac{\sigma_l}{R_{32}}. \quad (4.20)$$

Pour une contrainte plus élevée (mais toujours insuffisante pour générer des réarrangements topologiques), les films se tordent sous la contrainte extérieure et la réponse élastique de la mousse devient non-linéaire.

Lors d'une compression, le coefficient de proportionnalité entre la contrainte  $\tau$  et la déformation  $\varepsilon$  est le module de compression  $K$ . Celui-ci évolue comme le rapport entre le module de compression du gaz confiné dans les bulles et la fraction de liquide de la mousse [Sjoblom 2001]. Pour la plupart des expériences,  $K$  est donc lié à la pression atmosphérique et est plusieurs ordres de grandeur supérieur au module d'élasticité  $G$ . Dès lors, une compression de la mousse est beaucoup plus difficile à réaliser qu'un cisaillement.

Au-delà d'une contrainte seuil  $\tau_y$ , des réarrangements topologiques, appelés des événements  $T1$  (*cf.* Section 1.2.1), se produisent dans la mousse. Les bulles changent de voisines et ces réarrangements sont irréversibles. La mousse subit alors une transition d'un comportement solide à un comportement liquide. Les déformations  $\varepsilon_y$  subies par les bulles pour une contrainte  $\tau_y$  sont relativement petites. Le seuil de contrainte est faible et de l'ordre de  $G\varepsilon_y$ . En loi d'échelle, l'évolution de  $\tau_y$  est donc semblable à celle du module d'élasticité. De plus, lorsque la fraction de liquide moyenne tend vers  $\phi^*$ , les contacts entre les bulles sont trop peu nombreux pour résister à une contrainte extérieure. Tout comme  $G$ , la contrainte seuil tend alors vers zéro pour  $\langle \phi_l \rangle \rightarrow \phi^*$  [Saint-Jalmes 1999]. Son évolution en fonction des caractéristiques de la mousse est donnée par la loi empirique [Höhler 2005] :

$$\tau_y \sim \frac{\sigma_l}{\langle D \rangle} (\phi^* - \langle \phi_l \rangle)^2, \quad (4.21)$$

avec  $\langle D \rangle$  le diamètre moyen des bulles.

Pour un taux de déformation faible  $\dot{\epsilon}$ , les bulles ont le temps de retourner à leur état d'équilibre entre chaque événement  $T1$ . Dans ce régime, les déformations sont quasi-statiques et l'écoulement lent des bulles est appelé plastique. Pour des taux  $\dot{\epsilon}$  plus élevés, les événements  $T1$  se succèdent et se chevauchent. La mousse s'écoule alors comme un liquide visqueux rhéofluidifiant.

Pour modéliser l'écoulement stationnaire d'une mousse soumise à un cisaillement, la contrainte peut être divisée en deux contributions : (i) la contrainte seuil  $\tau_y$  tenant compte de l'élongation des bulles et (ii) la contrainte visqueuse  $\tau_v$  dépendant du taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$ . Dans ce cas, le comportement de la mousse est généralement bien représenté par le modèle de Herschel-Bulkley suivant la loi [Cohen-Addad 2013] :

$$\tau = \tau_y + \tau_v = \tau_y + \eta_p \dot{\epsilon}^n, \quad (4.22)$$

avec  $\eta_p$  la viscosité "plastique" et  $n$  un exposant typiquement compris dans l'intervalle  $n \in [0.2; 0.5]$ . Ce dernier permet de tenir compte du comportement fortement rhéofluidifiant des mousses. Deux cas limites peuvent être mis en évidence. Pour le premier, l'exposant vaut  $n \sim 0.25 \pm 0.03$  et les contraintes visqueuses mesurées  $\tau_v$  expérimentalement sont généralement élevées [Denkov 2005, Denkov 2009]. Les solutions de surfactants du premier type sont généralement caractérisées par des interfaces de bulles dites non-mobiles ou rigides. Dans le deuxième cas limite,  $n \sim 0.45 \pm 0.03$ , les contraintes visqueuses sont généralement plus faibles que dans le premier cas et les interfaces sont mobiles. Ces résultats semblent montrer que les mécanismes dominants de dissipation visqueuse sont différents.

Trois sources principales de dissipation visqueuse doivent être considérées pour expliquer les données expérimentales [Tcholakova 2008, Denkov 2008] : (i) une dans les films formés par deux bulles voisines, (ii) une seconde dans les ménisques entourant les films et (iii) la dernière dans les couches de surfactants adsorbés sur les interfaces des bulles.

Dans un premier temps, considérons la dissipation d'énergie dans les films due au mouvement relatif de bulles voisines. Ce dernier génère des gradients de vitesse dans le liquide confiné dans ces films. Le flux de liquide est la superposition de deux écoulements : un de Couette et un de Poiseuille [Stevenson 2012]. L'écoulement de Couette est dû au glissement en sens opposé des deux interfaces du film. Il s'agit de la source principale de perte d'énergie dans le système. Tandis que l'écoulement de Poiseuille provient de la différence de pression entre les films et les bords de Plateau environnants (différence imposée par la pression capillaire liée à la courbure des bulles). Ce déplacement de liquide de l'intérieur vers les bords de Plateau génère une réduction de l'épaisseur des films. Cet amincissement détermine l'épaisseur instantanée des films et influence donc fortement le gradient de vitesse du fluide. A partir de ces deux profils de la vitesse du fluide et du calcul du taux de dissipation d'énergie à l'intérieur des films, la contrainte visqueuse pour une mousse cisillée est

estimée par la loi [Tcholakova 2008, Denkov 2008] :

$$\tau_{vf} = 1.16 \frac{\sigma_l}{R_{32}} \text{Ca}^{0.47} \frac{(1 - \langle \phi_l \rangle)^{5/6} (\phi^* - \langle \phi_l \rangle)^{0.1}}{\sqrt{\langle \phi_l \rangle}} \quad (4.23)$$

avec le nombre capillaire  $\text{Ca} = \eta_l \dot{\epsilon} R_{32} / \sigma_l$  équivalent à un taux de cisaillement adimensionné et  $\tau_{vf}$  la contrainte visqueuse associée à la dissipation dans les films. Cette équation est applicable aux mousses ordonnées ou désordonnées, monodisperses ou polydisperses. Par contre, cette loi suppose que les forces de surface entre les interfaces de deux bulles voisines formant un film sont négligeables. De plus, le taux de cisaillement de la mousse doit être suffisamment important. En effet, à faible taux  $\dot{\epsilon}$ , une structure désordonnée de la mousse peut générer un écoulement très irrégulier des bulles. La rhéologie de la mousse ainsi que le lien entre la friction visqueuse locale, définie à partir de la vitesse relative de deux bulles voisines [Durian 1995, Durian 1997], et la dissipation visqueuse macroscopique donnée par l'Equation (4.23) peuvent en être modifiés. Ce mécanisme de dissipation (Equation (4.23)) dans les films est dominant pour les mousses constituées d'interfaces mobiles.

Une dissipation supplémentaire due à la friction dans les ménisques doit être prise en compte pour les nombres capillaires élevés ( $\text{Ca} > 10^{-4}$ ) et les mousses à fraction de liquide élevée ( $\langle \phi_l \rangle > 0.05$ ). Cette contribution est calculée en considérant les ménisques comme une partie de surface sphérique. La connexion de ceux-ci avec les films peut alors être estimée par une forme parabolique. L'épaisseur des films est affectée par la présence d'une friction non-négligeable dans les ménisques attenants. Finalement, en tenant compte de la contribution des films et des ménisques à la dissipation d'énergie, la contrainte visqueuse est donnée par la loi semi-empirique suivante [Tcholakova 2008] :

$$\tau_v = 0.7 \frac{\sigma_l}{R_{32}} \text{Ca}^{0.47} \frac{(1 - \langle \phi_l \rangle)^{5/6}}{\sqrt{\langle \phi_l \rangle}} + 8 \frac{\sigma_l}{R_{32}} \text{Ca}^{0.7} \frac{(1 - \langle \phi_l \rangle)^{5/6}}{\langle \phi_l \rangle^{0.15}}. \quad (4.24)$$

Le premier terme du membre de droite tient compte de la dissipation visqueuse dans les films résultant du mouvement relatif de deux bulles voisines. Celui-ci est adapté de l'Equation (4.23) et domine à faible valeur du nombre capillaire  $\text{Ca}$  et/ou à faible fraction de liquide moyenne. Le deuxième terme provient de la dissipation dans les ménisques et domine pour un nombre  $\text{Ca}$  élevé et/ou pour une fraction  $\langle \phi_l \rangle$  élevée.

Enfin, la dernière source de dissipation provient de la surface des bulles. Dans une mousse cisailée, les collisions entre bulles génèrent des oscillations de l'aire totale de l'interface des bulles autour de leur valeur d'équilibre. Cette variation de l'aire de l'interface conduit à une dissipation visqueuse dans la couche de surfactants adsorbés. L'expression théorique de cette contribution est la suivante [Tcholakova 2008, Stevenson 2012] :

$$\tau_{vs} = 9.8 \pi \frac{\sigma_l}{R_{32}} \frac{G_{vs}}{\sigma_l} (1 - \langle \phi_l \rangle) \delta_S \ln(S) \quad (4.25)$$

avec  $G_{vs}$  le module de viscosité de surface,  $\delta_S \ln(S)$  l'amplitude relative des oscillations de l'aire des bulles et  $\tau_{vs}$ , la contribution des surfaces à la contrainte visqueuse. La dissipation de surface n'est importante que pour les mousses constituées d'une solution de surfactants non-mobiles. Dans le cas de notre solution, les surfactants sont plutôt mobiles. Dès lors, l'Equation (4.24) est d'application.

Lorsque la mousse est en contact avec une paroi solide, d'autres phénomènes se produisent. Entre autres, lorsque la paroi n'est pas texturée à l'échelle de la bulle et qu'une contrainte extérieure est appliquée, la couche de bulles en contact avec la paroi glisse le plus souvent le long de celle-ci. La loi classique de non-glissement n'est donc pas respectée dans le cas d'une mousse et une dissipation visqueuse supplémentaire apparaît. Expérimentalement [Bretherton 1961, Terriac 2006, Raufaste 2009, Cantat 2004], il a été montré que la contribution aux parois  $\tau_w$  était modélisable par la loi empirique :

$$\tau_w = k_w \text{Ca}^m, \quad (4.26)$$

avec  $k_w$  dépendant des paramètres de la mousse. Le nombre capillaire est dans ce cas-ci donnée par  $\text{Ca} = \eta_l V_0 / \sigma_l$  avec  $V_0$  la vitesse de glissement des bulles. Le paramètre  $m$  est un exposant pour lequel deux cas limites peuvent être mis en évidence. Pour des bulles à interface mobile, l'exposant vaut  $n \sim 2/3$  tandis que pour celles à interface non-mobile, l'exposant est plus faible  $n \sim 1/2$  [Stevenson 2012].

Les modèles de la contrainte aux parois  $\tau_w$  sont basés sur le calcul du profil de vitesse du liquide dans les films entre les bulles et la paroi. Une condition de non-glissement à la paroi solide est alors appliquée, tandis que la condition limite le long de l'interface des bulles dépend de la rhéologie de surface. Pour une mousse à interfaces mobiles, le profil de vitesse considéré est de type "bouchon" (sans gradient de vitesse). Dès lors, la dissipation d'énergie est négligeable dans les bords de Plateau et la contrainte aux parois est dominée par la friction dans les ménisques. La contrainte  $\sigma_w$  est alors donnée par la loi [Denkov 2005] :

$$\tau_w = 3C_m \frac{\sigma_l}{R_{32}} \left( 1 - 3.2 \left( \frac{1 - \langle \phi_l \rangle}{\langle \phi_l \rangle} + 7.7 \right)^{-1/2} \right) \text{Ca}^{2/3} \quad (4.27)$$

avec  $C_m$  une constante numérique. Pour une mousse à interfaces non-mobiles, la condition classique de non-glissement est appliquée à la surface des bulles également. Le profil de vitesse dans le film est alors caractérisé par un gradient de vitesse non négligeable. Dès lors, la friction entre les bulles et la paroi solide est dominée par la dissipation dans le film liquide et la contrainte aux parois est donnée par la loi [Denkov 2005] :

$$\tau_w = C_{im} \Pi \left( 1 - 3.2 \left( \frac{1 - \langle \phi_l \rangle}{\langle \phi_l \rangle} + 7.7 \right)^{-1/2} \right)^{1/4} \text{Ca}^{1/2} \quad (4.28)$$

avec  $C_{im}$  une constante numérique,  $\Pi$  la pression osmotique de la mousse [Princen 1987]. Dans ces deux cas limites, les exposants  $n$  du nombre capillaire correspondent bien à ceux obtenus expérimentalement.

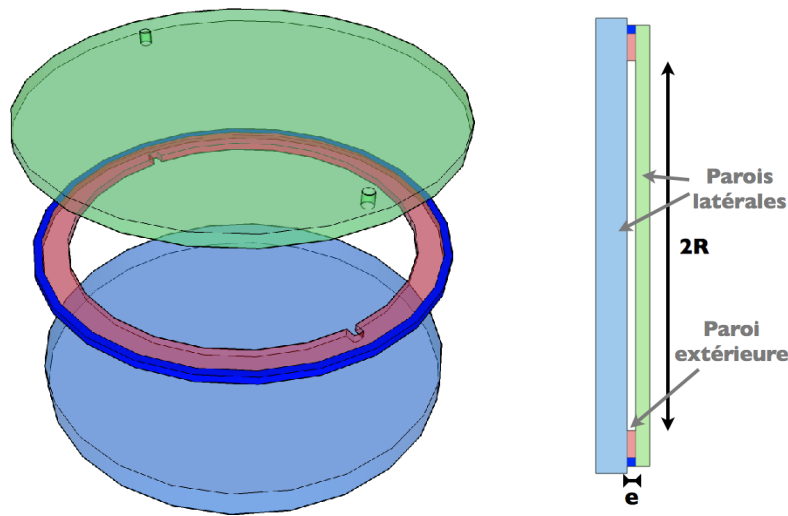


### 4.3 Méthodologie expérimentale

Cette section est consacrée à la description de la méthode expérimentale utilisée ainsi qu'à la présentation des différents algorithmes de traitement d'images développés.

#### 4.3.1 Dispositif

Dans le cadre de cette série d'expériences, la cellule de Hele-Shaw utilisée est de forme circulaire, de rayon  $R = 65$  mm et d'épaisseur fixée à  $e = 3$  mm. Elle est dessinée schématiquement sur la Figure 4.4. Les faces avant et arrière de la cellule sont appelées *parois latérales* tandis que le pourtour de la cellule est nommé *paroi extérieure*. Après le remplissage, la cellule est déposée verticalement sur deux cylindres horizontaux et parallèles contrôlés à l'aide d'un moteur pas à pas et d'un ordinateur. Ce dispositif représenté schématiquement sur la Figure 4.5 permet la rotation de la cellule autour de son centre géométrique avec un seul paramètre de contrôle, sa vitesse angulaire  $\omega$ . En outre, la cellule est rétroéclairée et les images sont acquises à l'aide d'une caméra rapide avec une vitesse d'acquisition comprise entre 50 et 100 images par seconde.



**Figure 4.4** Illustration schématique et à l'échelle de la cellule de Hele-Shaw circulaire. A gauche, une vue éclatée de la cellule et à droite une vue transversale. Les différents éléments sont représentés dans les mêmes couleurs sur les deux vues.

Avant chaque expérience, la cellule est maintenue immobile plusieurs minutes afin de permettre à la mousse d'atteindre l'équilibre gravitationnel. Ensuite, la rotation de la cellule est débutée, de manière abrupte, à la vitesse  $\omega$  de l'expérience et dans le sens horloger.

Deux types d'études ont été réalisés : (i) le premier se focalise sur les premiers

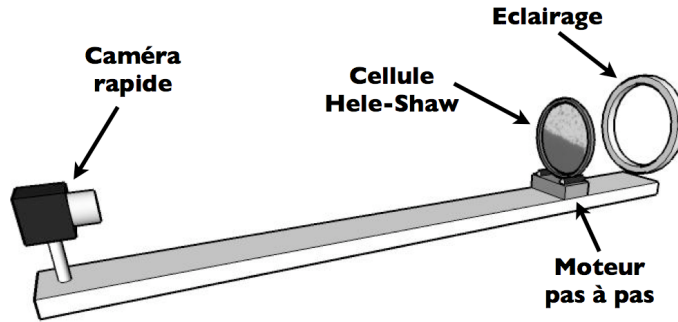


Figure 4.5 Illustration schématique du dispositif expérimental.

instants de rotation de la cellule et son influence sur la mousse, en terme de fraction de liquide et de position de l'interface. Dans ce cas, l'enregistrement des images et le moteur sont enclenchés simultanément et la durée de l'expérience est comprise entre 20 s et 40 s. (ii) La deuxième étude se focalise sur l'analyse de l'état dynamique stable atteint par la mousse. L'enregistrement n'est enclenché que plusieurs minutes après le début de la rotation et l'acquisition est de durée plus courte, entre 10 s et 20 s en fonction des expériences. Notons finalement que la mousse est renouvelée régulièrement afin d'éviter tout vieillissement, et ainsi assurer la reproductibilité des expériences.

Le comportement de la mousse dans une cellule de Hele-Shaw verticale en rotation dépend de différents paramètres. L'influence de trois d'entre eux a été étudiée : la viscosité de la solution, le diamètre des bulles et la vitesse angulaire de la cellule. Les deux types de solution ont été utilisés (*cf.* Section 2.2.1). Deux diamètres de bulles ont été utilisés,  $D = 1$  mm et  $D = 3$  mm. Finalement, la vitesse angulaire de la cellule a été variée dans l'intervalle  $\omega \in [0.085; 2.4]$  rad/s. Ces deux limites sont imposées par la résistance de la mousse aux contraintes qui lui sont appliquées : à basse vitesse, la mousse est très sèche et les bulles se brisent rapidement. A haute vitesse, les contraintes aux parois sont trop importantes et les bulles se brisent. Des micro-bulles apparaissent en dessous de l'interface.

### 4.3.2 Traitement d'images

Afin d'analyser le comportement de la mousse, plusieurs programmes de traitement d'images ont été réalisés. Cette section détaille les principaux algorithmes développés durant cette thèse.

#### 4.3.2.1 Détection de l'interface

Ce premier algorithme permet de déterminer la position de l'interface ainsi que sa forme. Les informations recueillies nous permettent d'obtenir une valeur précise de la fraction de liquide contenue dans la mousse.

Le programme de détection de l'interface traite chaque image indépendamment des autres. Sur la première image de chaque série, la limite extérieure de la cellule est détectée manuellement. Les coordonnées du centre  $(x_c, y_c)$  de la cellule ainsi que la longueur de son rayon  $R$  sont calculés à l'aide des coordonnées de trois pixels appartenant à son périmètre. La limite circulaire de la cellule est alors connue et la valeur 1 (correspondant à un pixel blanc) est attribuée à tout pixel extérieur à celle-ci. Ces informations sont les seules à être communes à toutes les images. Pour chaque image, la deuxième étape est la binarisation et la reconstitution des films liquides, éventuellement morcelés par la binarisation, grâce à une fermeture morphologique. L'entièreté du volume de la mousse est alors formée de pixels noirs. Cette étape permet de faciliter la détection de l'interface sans en modifier la forme. Une simple addition des pixels noirs ne permet toutefois pas de calculer l'aire de la mousse : certaines bulles en contact avec la paroi de la cellule ont été ouvertes lors de la suppression des limites et ne sont donc pas colorées en noir. La Figure 4.6 présente une image traitée de la cellule. Les bulles ouvertes le long des parois sont bien visibles sur le haut de la mousse.

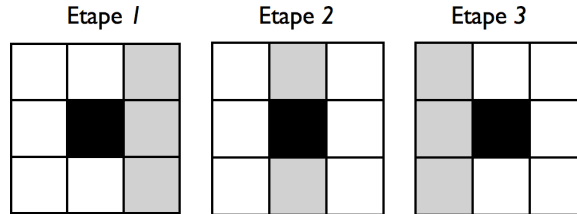


**Figure 4.6** Image traitée d'une mousse dans une cellule de Hele-Shaw à l'arrêt. Tous les pixels de la mousse sont noirs.  $D = 3$  mm.

Après ce traitement, l'interface mousse/solution est considérée comme parfaitement continue. Chaque pixel de l'interface est en connexion directe avec le précédent et le suivant (horizontalement, verticalement ou diagonalement). Afin de détecter l'interface pixel par pixel, le programme parcourt l'interface de gauche à droite. Le premier pixel de l'interface est obtenu en remontant la colonne de pixels la plus proche du bord gauche de la cellule, c'est-à-dire celle correspondant à  $x = x_c - R$ .

Pour une interface continue, un pixel est contraint d'être en contact avec son voisin. Il se situe donc dans un carré de trois unités de côté centré sur le pixel précédent. Pour passer d'un point au suivant, nous devons donc déterminer quel pixel noir contenu dans ce carré possède les propriétés nécessaires pour appartenir à l'interface. Cette détection se fait en trois étapes. Le carré de neuf pixels ainsi que

les trois étapes sont représentées sur la Figure 4.7. Le point déjà détecté est coloré en noir tandis que la colonne analysée durant l'étape est grise.



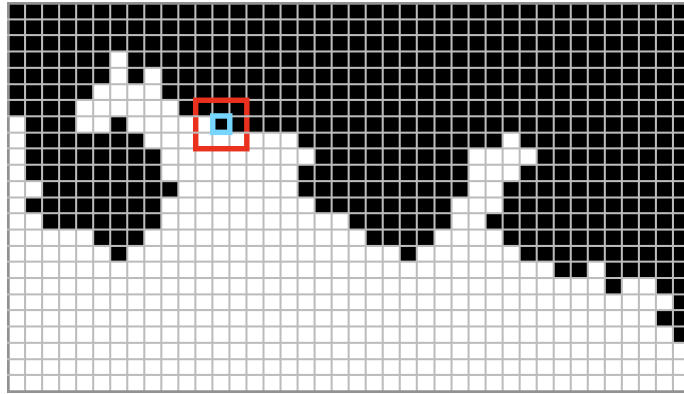
**Figure 4.7** Représentation des trois étapes successives dans la recherche des pixels de l'interface. Le pixel noir est le dernier pixel détecté tandis que les pixels gris sont ceux analysés lors de l'étape considérée. Le pixel précédent ainsi que le pixel suivant ne sont pas illustrés sur ces schémas.

L'interface étant parcourue de gauche à droite, la probabilité de trouver le pixel suivant dans la micro-colonne de droite est plus élevée que dans les deux autres. Celle-ci est donc analysée en premier. Ses trois pixels sont étudiés l'un après l'autre en commençant par le bas de la colonne. Pour faire partie de l'interface, le nouveau pixel doit être en contact avec la solution et avec la mousse. Il doit donc être entouré par au minimum un voisin de valeur 1 et un voisin de valeur 0. Pour chaque point de la micro-colonne, la solution peut se situer de tous les côtés. Si elle est en dessous et que directement au-dessus se trouve la mousse, alors le pixel appartient à l'interface, peu importe les valeurs de ses voisins latéraux. Par contre, si cette condition n'est pas vérifiée, les valeurs des pixels latéraux sont importantes. Le pixel n'appartient à l'interface qu'à condition que son voisin de gauche possède une valeur différente de celui de droite.

Si l'un des pixels de la micro-colonne de droite répond à l'une de ces conditions, le point suivant de l'interface a été détecté à condition qu'il n'ait pas déjà été enregistré précédemment dans le programme. Sinon, la micro-colonne centrale est analysée selon la même méthode. Pour celle-ci, le pixel central est le dernier obtenu. Il est donc noir et seul deux pixels restent à analyser. Durant cette étape, le point est immédiatement considéré comme appartenant à l'interface si les deux voisins verticaux ont des valeurs différentes. Sinon, comme lors de l'étape 1, il faut analyser les voisins latéraux.

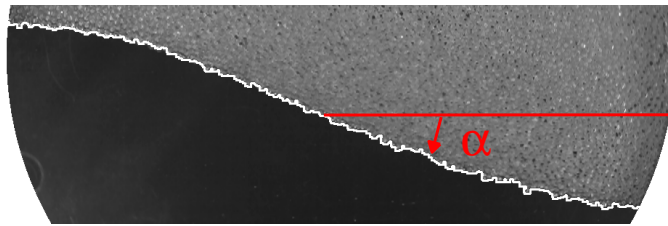
Finalement, si aucune des deux colonnes précédemment analysées ne contient de point appartenant à l'interface, ce point doit être situé dans la micro-colonne gauche. Dans ce cas, l'interface est parcourue de droite à gauche. Si la solution est située au-dessus du pixel analysé et la mousse en dessous, celui-ci appartient d'office à l'interface. Sinon, à nouveau, il faut vérifier si ses voisins latéraux ont bien des valeurs différentes.

Le programme de détection s'arrête dès que le dernier pixel détecté a atteint le bord de la cellule  $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$ . La Figure 4.8 présente le schéma d'une interface reprenant une majorité des possibilités rencontrées par le programme lors



**Figure 4.8** Exemple schématique d'une interface à détecter. Le pixel bleu est le dernier point trouvé par le programme et le carré de neuf pixels en rouge représente ceux à analyser pour obtenir le pixel suivant.

de l'analyse d'une image. Cette méthode permet de détecter l'interface à quelques pixels près. Un exemple de détection est présenté sur la Figure 4.9 avec les coordonnées obtenues en blanc.



**Figure 4.9** Superposition d'une image de la mousse en rotation et de son interface détectée avec le programme de traitement d'images. Les paramètres sont  $D = 1$  mm,  $\omega = 1.2$  rad/s et  $\eta_l = 3.1$  Pas.

A partir du vecteur des coordonnées de l'interface, ses déformations peuvent être étudiées. Comme illustré par la Figure 4.9, la rotation de la cellule influence la forme de l'interface. Celle-ci s'incline avec un angle qui semble dépendre de la position spatiale et donne une forme semblable à un 'S' inversé à l'interface. Ce phénomène est détaillé dans la Section 4.4. Pour caractériser l'inclinaison de l'interface, l'angle  $\alpha$  proche du point d'inflexion de l'interface a été calculé (représenté en rouge sur la Figure 4.9). Pour ce faire, seul le centre de l'interface est conservé. Sa pente est ajustée et moyennée afin d'obtenir l'angle au centre de l'interface. Cette méthode simple et rapide s'est révélée relativement précise.

Connaissant la position de l'interface, le volume total de la mousse peut être

calculé en sommant simplement tous les pixels au-dessus de l'interface et en dessous de la paroi supérieure de la cellule. La fraction de liquide de la mousse peut aisément être déduite de l'aire totale obtenue de la manière suivante. Par définition, la fraction de liquide est le rapport entre le volume de liquide  $V_{liq}$  et le volume total  $V_{tot}$  de la mousse :

$$\langle \phi_l(t) \rangle = \frac{V_{liq}(t)}{V_{tot}(t)}. \quad (4.29)$$

En considérant que la fraction de liquide est modifiée par la rotation de la cellule, nous pouvons écrire la fraction moyenne de la mousse au temps  $t$  comme  $\langle \phi_l(t) \rangle = \phi_{grav} + \Delta\phi_l(t)$  avec  $\phi_{grav}$  la fraction de liquide à l'équilibre gravitationnel moyennée sur la totalité de la mousse et  $\Delta\phi_l(t)$  la variation de fraction moyenne au temps  $t$  par rapport sa valeur au repos. Si la variation du volume de la mousse est faible devant son volume  $\Delta V_{tot}(t) \ll V_{tot}(t)$ , alors la fraction de liquide peut s'écrire :

$$\langle \phi_l(t) \rangle \sim \phi_{grav} + \frac{\Delta V_{liq}(t)}{V_{tot}(t)}. \quad (4.30)$$

De plus, si le gaz constituant la mousse peut être considéré comme incompressible, alors la variation de volume de la mousse est entièrement due à la variation de liquide. On obtient donc l'estimation finale suivante pour la fraction de liquide moyenne de la mousse :

$$\langle \phi_l(t) \rangle \sim \phi_{grav} + \frac{\Delta V_{tot}(t)}{V_{tot}(t)}, \quad (4.31)$$

avec la variation de volume égale à  $\Delta V_{tot}(t) = V_{tot}(t) - V_{tot}^{grav}$  où  $V_{tot}^{grav}$  est le volume de la mousse à l'équilibre gravitationnel. Les deux volumes intervenant dans l'Equation (4.31) sont obtenus à l'aide du programme de détection de l'interface tandis que la fraction  $\phi_{grav}$  est obtenue en moyennant l'Equation (2.6) sur le volume totale de la mousse à l'équilibre gravitationnel. Les résultats obtenus grâce à ce programme de traitement de l'interface sont décrits dans les Sections 4.4 et 4.5.

#### 4.3.2.2 Détection des bulles et profils de vitesse

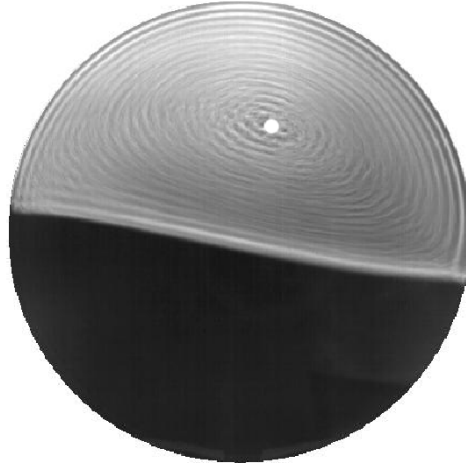
Le programme décrit dans cette section permet de détecter la position des bulles ainsi que leur vitesse au cours du temps. Il n'est applicable qu'à des images d'expériences avec une seule couche de bulles sur l'épaisseur  $e$  de la cellule, c'est-à-dire des bulles dont le diamètre vaut approximativement l'épaisseur  $e$ ,  $D = 3$  mm dans ce cas-ci.

Lorsque la cellule est en rotation, la mousse et la solution sous l'interface sont entraînées par le mouvement de celle-ci. En observant le déplacement des bulles lors des expériences, nous avons constaté que celles-ci tournent dans le même sens que la cellule (sens horloger) autour d'un point fixe, et ce pour toutes les vitesses angulaires  $\omega$  testées. En ce point  $(x_0, y_0)$ , représenté par le symbole circulaire blanc sur la Figure 4.10, la vitesse linéaire des bulles tend vers zéro (voir Section 4.7 pour une description plus quantitative).

La Figure 4.10 présente l'image moyennée sur une révolution complète de la cellule d'une mousse à l'équilibre dynamique. Les trajectoires des bulles  $y$  sont bien mises en évidence. Toutes les couches de bulles suivent une trajectoire bien définie et l'écoulement semble laminaire. Le nombre de Reynolds a été calculé avec l'équation :

$$\text{Re} = \frac{\rho_f V R}{\eta_{eff}} \quad (4.32)$$

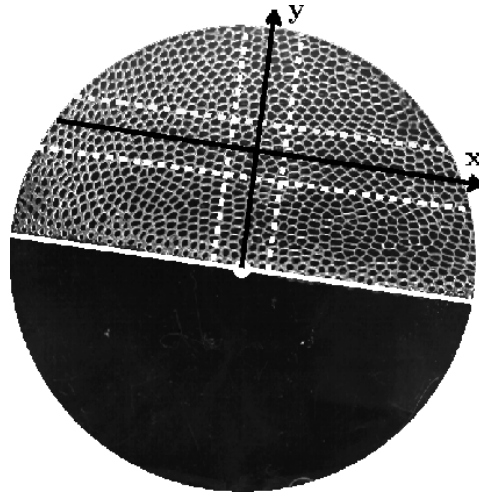
où  $\rho_f$  est la densité de la mousse,  $V$  la vitesse linéaire de la couche de bulles en contact direct avec la paroi extérieure de la cellule et  $\eta_{eff}$  est la viscosité effective de la mousse calculée dans la Section 4.6. Pour toutes nos expériences, le nombre  $\text{Re}$  est très petit comparé à l'unité. Ce résultat renforce l'idée d'un écoulement laminaire de la mousse.



**Figure 4.10** Image moyennée sur une révolution complète de la cellule contenant une mousse à l'équilibre dynamique pour une vitesse de rotation  $\omega = 1.27$  rad/s. Le disque blanc représente le point  $(x_0, y_0)$  de vitesse nulle de la mousse.

Pour caractériser l'écoulement de la mousse, nous avons choisi de limiter la détection des bulles et de leurs déplacements à deux lignes représentatives centrées sur le point de vitesse nulle  $(x_0, y_0)$ . Celles-ci sont représentées sur la Figure 4.11 par les deux droites noires. La première ligne représentative est l'axe  $x$  choisi parallèle à l'interface tandis que la deuxième est l'axe  $y$  perpendiculaire à l'interface. Ces deux axes  $x$  et  $y$  sont utilisés comme système de référence dans toutes les sections ultérieures. La seule exception est la Section 4.6 où les champs de variables sont représentés selon les axes vertical  $y'$  et horizontal  $x'$  dans le repère du laboratoire.

Pour obtenir la vitesse des bulles le long de ces deux axes, les images sont d'abord binarisées afin d'obtenir, pour chaque bulle, un volume isolé de pixels blancs entourés de pixels noirs représentant les bords de Plateau. Le centre géométrique de chaque volume est mesuré à partir des coordonnées de ses pixels et un numéro lui est attribué. Ensuite, chaque bulle est associée avec la bulle la plus proche sur l'image



**Figure 4.11** Image typique d'une mousse en rotation à  $\omega = 0.87$  rad/s. La droite blanche illustre la position approximative de l'interface. Le point blanc situe le point d'inflexion de l'interface. Les lignes blanches discontinues présentent les limites des colonnes représentatives. Les deux droites noires correspondent aux deux lignes représentatives, l'axe  $x$  et l'axe  $y$ .

suivante. Durant ce processus, un vecteur contenant toutes ses positions au cours du temps est lié à chaque bulle. Le déplacement de chaque bulle entre deux images successives est alors calculé, ainsi que la vitesse. Toutes ces informations sont enregistrées dans un nouveau vecteur associé au numéro correspondant à la bulle.

Afin de calculer les profils de vitesse le long des deux lignes représentatives, nous avons défini une zone d'intérêt centrée autour des deux axes  $x$  et  $y$ . Ces deux zones sont de largeur 16 mm, correspondant approximativement à 5 diamètres de bulle. Elles sont illustrées sur la Figure 4.11 par les droites blanches discontinues. Chaque bulle entrant une zone d'intérêt est suivie pendant tout la durée  $t_t$  de sa traversée. Les valeurs de sa vitesse sur l'intervalle  $t_t$  sont enregistrées dans un vecteur. L'écoulement étant laminaire et permanent, leur moyenne est calculée et attachée à la bulle correspondante.

Cette procédure est répétée durant un temps relativement long, approximativement 20 s. Avec une vitesse d'acquisition d'images de 100 images/s, nous obtenons plusieurs dizaines de milliers de données, c'est-à-dire suffisamment pour obtenir une bonne description statistique du phénomène. Ensuite, l'axe est divisé en 50 intervalles successifs et identiques. Dans chacun, la vitesse est une nouvelle fois moyennée. Seules 50 valeurs de la vitesse sont conservées par axe représentatif et par expérience. Cette précaution est prise afin d'augmenter la précision des données mais également afin d'optimiser la lisibilité des graphiques. Les résultats obtenus grâce à ce programme de détection sont décrits dans la Section 4.7.

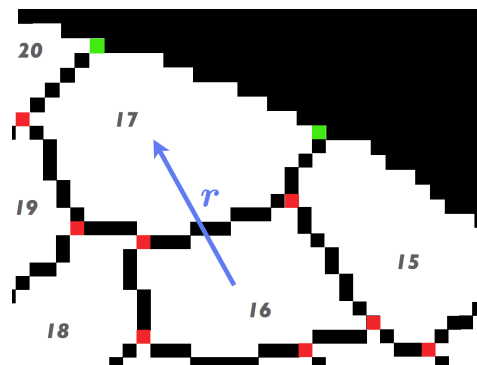


### 4.3.2.3 Rhéologie

Cette section décrit la procédure d'analyse d'images et de données réalisée afin d'obtenir les propriétés rhéologiques de la mousse. Les données obtenues permettent de tracer le lien entre les comportements statistiques locaux et les propriétés macroscopiques de la mousse. Le traitement réalisé s'inspire de [Dollet 2005, Dollet 2007]. Comme le programme décrit dans la section précédente, cette procédure n'est applicable qu'à des images d'expériences avec une seule couche de bulles sur l'épaisseur  $e$  de la cellule (*e.g.*  $D = 3$  mm dans ce cas-ci).

La première étape du traitement d'images est leur binarisation afin d'obtenir tous les bords de Plateaux parfaitement fermés. Chaque bulle doit être entièrement séparée de ses voisines par une frontière continue de pixels noirs. La deuxième étape est la squelettisation de l'image. Cette opération consiste à rogner l'ensemble des zones noires à partir des zones blanches jusqu'à les réduire à une épaisseur d'un pixel. Chaque bulle n'est alors séparée de ses voisines que par une fine ligne d'un pixel de large représentant ses côtés. La procédure utilisée n'est pas isotrope : elle privilégie les directions verticales et horizontales et tend à aplatir les côtés des bulles. Elle ne respecte pas non plus les règles de Plateau.

Ensuite, pour extraire les informations importantes de chaque image, l'algorithme identifie successivement les bulles, leurs vertex et leurs côtés, en fonction de leurs propriétés respectives. A chaque volume de pixels blancs isolé, représentant une bulle, il associe un numéro. Chaque bulle est enregistrée dans un vecteur avec son aire et les coordonnées de son centre géométrique. La deuxième étape consiste à détecter l'ensemble des vertex. Ils correspondent à un pixel noir entouré soit par trois bulles différentes (*i.e.* trois pixels de valeurs différentes), soit par deux bulles différentes et une frontière. La Figure 4.12 présente schématiquement les deux types de vertex possibles, en rouge si ils sont en contact avec trois bulles, en vert lors d'un contact avec une paroi. Un vecteur contenant tous les vertex, leurs coordonnées et

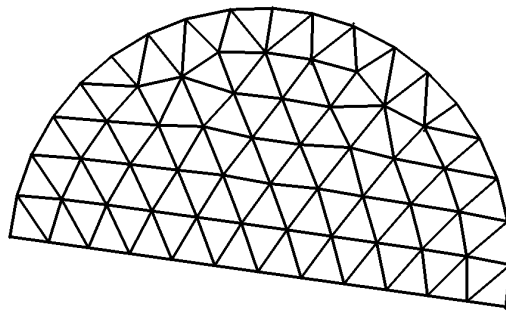


**Figure 4.12** Exemples de vertex. Les vertex entre trois bulles différentes sont illustrés en rouge tandis que ceux en contact avec une frontière sont représentés en vert. A chaque bulle est associé son numéro.

le numéro des trois bulles adjacentes est ensuite créé. Finalement, la liste des côtés des bulles est générée à partir des deux vecteurs déjà construits, celui des bulles et celui des vertex. Un côté est défini comme un couple de vertex ayant deux bulles voisines en commun. Cette définition réduit les côtés des bulles à des segments de droite et ne contient en rien la géométrie de celui-ci. A chaque côté est associé un vecteur contenant les numéros de ses deux vertex et celui ses deux bulles.

La liste des coordonnées des bulles ainsi que, pour chacune, les coordonnées de ses plus proches voisines est générée. A partir de cette liste, tous les vecteurs  $\mathbf{r}$  reliant les centres géométriques de deux bulles voisines sont calculés, comme illustré sur la Figure 4.12. Ce procédé crée un réseau indépendant de la géométrie des côtés des bulles permettant une étude ultérieure des déformations des bulles sous la contrainte appliquée par la rotation de la cellule.

La surface occupée par la mousse dans la cellule est ensuite pavée selon un réseau triangulaire, comme illustré sur la Figure 4.13. La taille des mailles est aussi constante que possible tout en couvrant la surface entière. Le choix de la taille de ces mailles est important et doit être pertinent pour l'évaluation ultérieure des champs à étudier. Cette taille doit être assez grande pour inclure un nombre suffisamment élevé d'éléments constitutifs pour une étude statistique tout en étant suffisamment petite pour que les variations significatives à l'échelle macroscopique soient prises en compte. La longueur des côtés des mailles du pavage est telle que chaque maille contient 6 à 7 bulles. Le régime d'écoulement de la mousse étant permanent, les valeurs des champs peuvent être moyennées sur un grand nombre d'images successives permettant ainsi d'obtenir un nombre suffisant d'éléments pour effectuer une étude statistique.



**Figure 4.13** Exemple de pavage par des mailles triangulaires de la surface occupée par la mousse pour une vitesse de rotation  $\omega = 0.68$  rad/s.

A partir du réseau des centres de bulles constitué des vecteurs  $\mathbf{r}$ , le tenseur de texture  $\mathbf{M} = \langle \mathbf{r} \otimes \mathbf{r} \rangle$  peut être construit pour toutes les bulles. Il est symétrique,

défini positif et sa forme matricielle est la suivante :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} r_x r_x & r_x r_y \\ r_y r_x & r_y r_y \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

avec  $\mathbf{r} = (r_x; r_y)$  les coordonnées du vecteur du réseau des centres. Le tenseur de texture est ensuite moyenné sur tous les vecteurs contenus dans une même maille puis sur toutes les images. Son écart-type est également calculé et permet de rendre compte de la dispersion statistique observée sur les 750 images. Le tenseur de texture permet d'obtenir une description locale des déformations des bulles. Il contient les informations sur la direction et l'amplitude de toutes les déformations (que ce soit une dilatation ou une compression) mais dépend de la taille des bulles sur lesquelles le vecteur  $\mathbf{r}$  a été calculé. Plus les vecteurs du réseau des centres sont longs, plus les éléments du tenseur de texture seront grands.

Un autre outil pour décrire les déformations des bulles est le tenseur de déformation statistique. Celui-ci est indépendant de la taille des bulles et est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2} (\ln(\mathbf{M}) - \ln(\mathbf{M}_0)). \quad (4.34)$$

Il compare la forme des bulles à une valeur de référence  $\mathbf{M}_0$  et décrit la déformation élastique subie par celles-ci (dilatation relative, amplitude de déformation et direction de l'anisotropie). Le tenseur de texture de référence  $\mathbf{M}_0$  décrit la forme des bulles d'une mousse n'étant soumise à aucune contrainte extérieure. La mousse est donc à l'équilibre et les bulles ne sont pas déformées. La référence est choisie isotrope et est calculée à partir d'une mousse à l'équilibre statique. Le programme de rhéologie décrit ci-dessus est donc utilisé pour analyser l'image de la mousse à l'arrêt depuis plusieurs minutes. Après obtention du réseau des centres, le vecteur  $\mathbf{r}$  est moyenné pour chaque maille du pavage de la mousse puis ses deux composantes (selon les axes  $x$  et  $y$ ) sont moyennées pour obtenir un réseau isotrope dont le vecteur  $\mathbf{r}$  ne dépend que de la maille considérée. La mousse de référence est donc constituée de bulles cylindriques dont la taille peut varier d'une maille à l'autre. Cette variation de la taille provient simplement de la variation de fraction de liquide locale de la mousse avec la hauteur à l'équilibre statique.

Le champ de vitesses est calculé en comparant deux images successives selon un principe simple. Dans la gamme de vitesses étudiées, une bulle bouge peu d'une image à l'autre. Même aux débits les plus élevés, ce déplacement reste largement inférieur au diamètre des bulles. Dès lors, le centre géométrique d'une bulle sur l'image  $t + 1$  est celui le plus proche des coordonnées de cette même bulle à l'image  $t$ . Pour chaque bulle, le déplacement du centre géométrique est calculé et la valeur est attribuée à la maille d'appartenance de la bulle à l'image  $t$ . Les résultats sont ensuite moyennés par maille et au cours du temps afin de ne garder qu'un résultat par maille.

A partir du champ de vitesses  $\mathbf{v}$ , le gradient  $\nabla \mathbf{v}$  est calculé. Celui-ci est évalué à partir des valeurs des vitesses de 4 mailles adjacentes. Sur un pavage triangulaire,

les variations verticales et horizontales de la vitesse sont quelque peu délicates à définir. Le choix s'est porté sur quatre mailles en contact direct : les deux mailles dont les centres géométriques sont les plus proches selon l'axe  $\mathbf{y}$  perpendiculaire à l'interface pour le gradient selon l'axe  $\mathbf{y}$  et dont les centres sont les plus proches selon l'axe  $\mathbf{x}$  pour le gradient selon l'axe  $\mathbf{x}$ . Cette évaluation du gradient augmente de manière non-négligeable le bruit des mesures, comme tout calcul numérique de dérivée. La partie symétrique du gradient est le tenseur taux de déformation et est donné par l'équation suivante :

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^t), \quad (4.35)$$

avec  $\nabla \mathbf{v}^t$  la matrice transposée du gradient de vitesse. La norme de  $\mathbf{V}$  permet la localisation des zones de fortes variations du champ de vitesses et est liée à la dissipation d'énergie dans la mousse. Sa partie antisymétrique est le rotationnel  $\Omega$  et est définie par le scalaire :

$$\Omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (4.36)$$

pour les écoulements bidimensionnels. Les scalaires  $v_x$  et  $v_y$  sont les vitesses selon les axes  $x$  et  $y$  respectivement. Finalement, la fonction de dissipation peut également être définie à partir du tenseur taux de déformation selon l'équation :

$$\|\mathbf{V}\|_d = \sqrt{V_{xx}^2 + V_{xy}^2 + V_{yy}^2}. \quad (4.37)$$

Cette fonction permet de localiser les zones de forte variation du champ de vitesses, *i.e.* les zones de forte dissipation d'énergie.

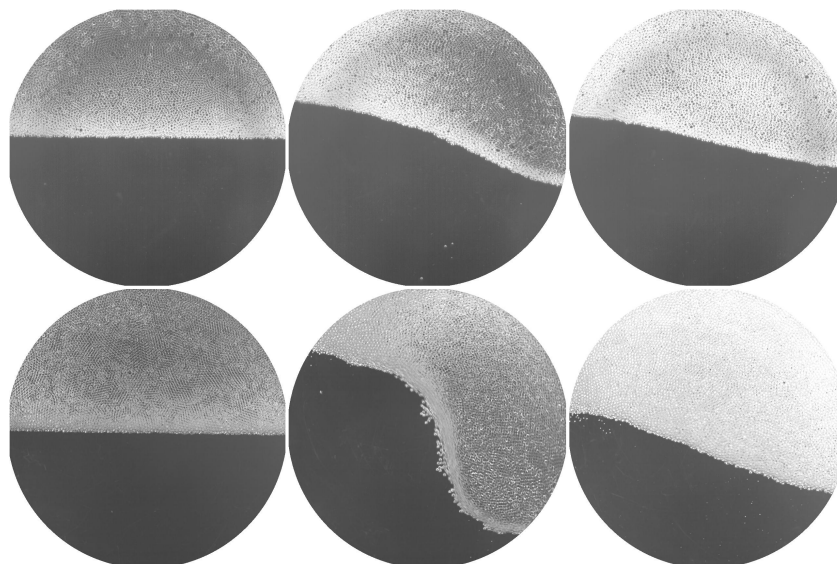
## 4.4 Phénoménologie

Dans cette section, l'évolution des propriétés de la mousse lors de la rotation de la cellule de Hele-Shaw est décrits. Les différentes observations faites lors des expériences sont présentées et le phénomène est brièvement expliqué. Une interprétation plus détaillée est ensuite proposée dans les sections ultérieures.

### 4.4.1 Description expérimentale

Maintenir la mousse plusieurs minutes à l'arrêt avant chaque expérience permet d'uniformiser les conditions initiales de la mousse : la fraction de liquide  $\langle \phi_l(t) \rangle$  de la mousse devient constante dans le temps. Seules les premières couches de bulles sont humides. La quantité de liquide dans la mousse décroît rapidement avec la hauteur et le reste de la mousse peut être considéré comme sec. La valeur moyenne de la fraction de liquide correspond à  $\phi_{grav}$ . La géométrie de la mousse et la forme des bulles sont stables et correspondent à un équilibre énergétique local. Les longueurs des bords de Plateau sont constantes aux échelles de temps nous concernant et aucune

transformation de type T1 n'est observée. Cet état est utilisé comme référence et est appelé *l'équilibre statique*. Il est représenté par les images de la colonne de gauche de la Figure 4.14.

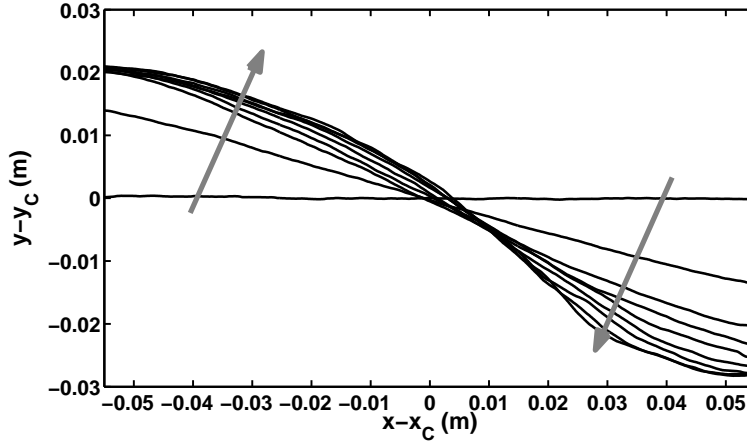


**Figure 4.14** Images de la cellule de Hele-Shaw à trois temps différents et pour deux vitesses de rotation différentes. La première ligne d'images correspond à une vitesse  $\omega = 0.85$  rad/s tandis que la seconde illustre une cellule en rotation à  $\omega = 2.55$  rad/s. La première colonne présente la mousse à l'arrêt, la deuxième montre la mousse après quelques secondes et la troisième, la mousse après plus de 10 s.  $D = 1$  mm.

Au début de la rotation, la mousse entre en rotation solide. L'interface s'incline mais reste plane et les bulles ne se déplacent pas les unes par rapport aux autres. Après un temps relativement court, de l'ordre de  $10^{-1}$  s, les bulles commencent à s'écouler dans le sens horloger autour du point  $(x_0; y_0)$ . Les premières bulles à se déplacer sont toujours celles situées du côté descendant de la cellule, c'est-à-dire du côté le plus bas de l'interface. Ce phénomène est facilement expliqué en terme de contrainte seuil  $\tau_y$ . En effet, pour mettre en écoulement une mousse relativement sèche, un seuil minimal de contrainte doit être atteint. Dans ce cas-ci, la contrainte correspond à la pression hydrostatique à laquelle les bulles sont soumises. La pression hydrostatique étant plus importante pour la partie la plus basse de l'interface, il est normal que le seuil d'écoulement  $\tau_y$  y soit atteint plus rapidement.

Ensuite, les bulles s'écoulent le long de l'interface vers la partie ascendante de la cellule (à gauche sur les images) puis remontent dans la mousse de long de la paroi extérieure. L'interface est déformée en une sorte de 'S' inversé avec une amplitude croissante en fonction du temps. Les bulles remontant de l'interface dans la mousse emportent avec elles une certaine quantité de liquide. De ce fait, elles augmentent la fraction de liquide locale ainsi que la fraction de liquide moyenne de la mousse. Ce phénomène est visible sur les images de la colonne centrale de la Figure 4.14. La

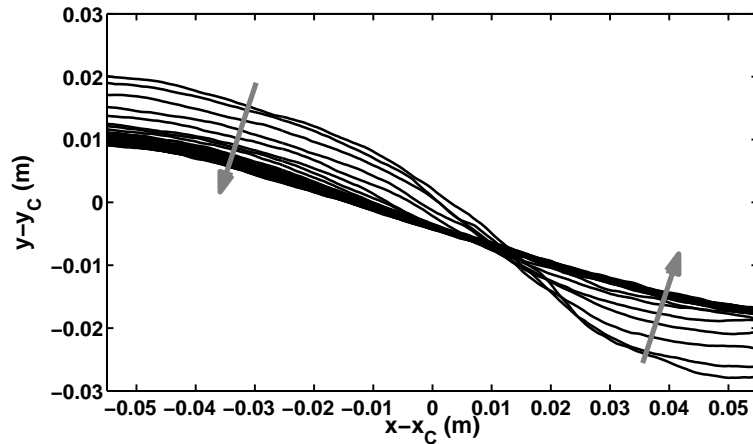
rotation de la cellule s'effectue dans le sens horloger. Le gain local en fraction de liquide est observable grâce à l'augmentation de la luminosité de la mousse.



**Figure 4.15** Evolution de la déformation de l'interface depuis la forme au repos jusqu'à sa déformation maximale pour une vitesse  $\omega = 1.19$  rad/s. Les courbes sont tracées dans les axes du laboratoire et centrées sur le centre de la cellule  $(x_C; y_C)$ . Les flèches indiquent la direction du déplacement. Une courbe est tracée par 0.25 s.

La forme en 'S' ainsi que l'inclinaison de l'interface sont évidentes et semblent augmenter avec la vitesse angulaire  $\omega$  de la cellule. La déformation de l'interface augmente pendant quelques secondes avant d'atteindre un maximum. Cette croissance est présentée sur la Figure 4.15. La première ligne est horizontale et correspond à une mousse à l'équilibre statique. La seconde courbe illustre une interface inclinée mais toujours plane. Les bulles ne se déplacent pas les unes par rapport aux autres. Pour les courbes suivantes, les bulles s'écoulent dans le sens horloger et l'interface se déforme de plus en plus jusqu'à atteindre un maximum. L'interface du côté montant de la cellule se stabilise rapidement tandis que de l'autre côté, la déformation augmente un peu plus longtemps. Cette différence résulte en une asymétrie entre les deux extrémités de l'interface.

Après plusieurs secondes (le temps d'un demi-tour de la cellule), la déformation de l'interface s'atténue, comme illustré sur la Figure 4.16. Cette décroissance, relativement rapide au départ, ralentit lorsque l'interface est sur le point d'atteindre un équilibre. La période (quelques dizaines de secondes) durant laquelle les propriétés de la mousse et de l'interface varient rapidement est appelée par la suite *l'état transitoire*. Cet état perdure jusqu'à ce que la fraction de liquide soit quasiment uniforme à travers l'entièreté de la mousse. A ce stade, la déformation ainsi que la position de l'interface se stabilisent. La colonne droite de la Figure 4.14 présente la mousse lorsque ces paramètres sont constants. Le système a atteint un état appelé *l'équilibre dynamique*. L'interface conserve une forme semblable à un 'S' inversé ainsi qu'un angle  $\theta$  non nul mais la déformation est beaucoup plus faible que dans



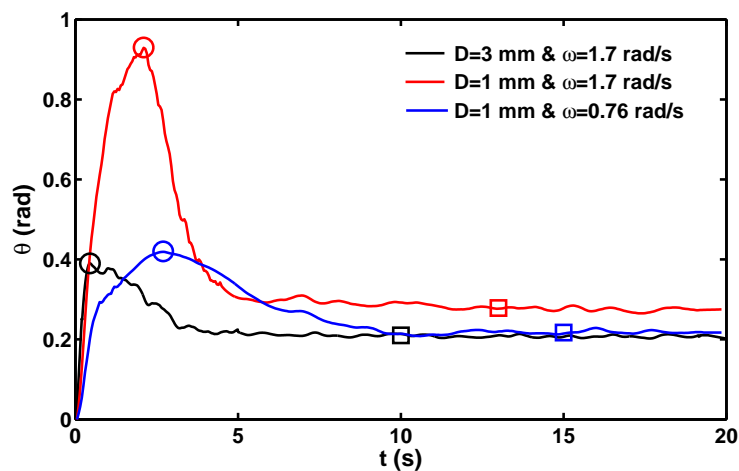
**Figure 4.16** Evolution de la déformation de l'interface de sa déformaiton maximale à son équilibre dynamique pour une vitesse  $\omega = 1.27$  rad/s. Les courbes sont tracées dans les axes du laboratoire et centrées sur le centre de la cellule  $(x_C; y_C)$ . Les flèches indiquent la direction du déplacement. Une courbe est tracée par 0.5 s.

l'état transitoire. L'asymétrie verticale semble également diminuée. La mousse est plus lumineuse indiquant une fraction de liquide plus élevée. Un deuxième indice de cette augmentation est le volume de la mousse plus élevé à l'équilibre dynamique qu'à l'équilibre statique.

#### 4.4.2 Inclinaison de l'interface

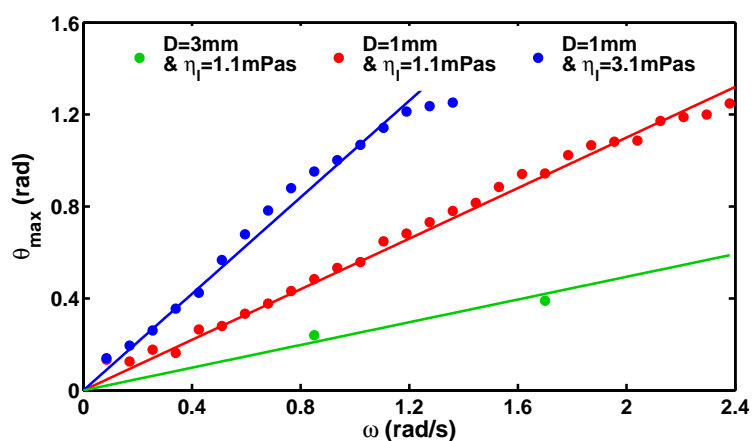
La déformation subie par l'interface peut être caractérisée à l'aide de l'angle qu'elle forme avec l'horizontale. L'angle  $\theta$  est mesuré au centre de l'interface (*cf.* Section 4.3.2.1). Son évolution, de l'équilibre statique à l'équilibre dynamique, est présenté sur la Figure 4.17 pour deux diamètres de bulles  $D$  et deux vitesses angulaires  $\omega$ . Chaque courbe part d'une valeur nulle et présente une augmentation rapide pendant les premières dizaines de secondes, avant d'atteindre une valeur maximale  $\theta_{max}$ . Celle-ci est représentée par le symbole circulaire sur la Figure 4.17 et semble dépendre des différents paramètres expérimentaux. La valeur de l'angle décroît ensuite progressivement et tend vers une valeur d'équilibre  $\theta_{eq}$ , représentée par le symbole carré. L'angle  $\theta$  dépend de la vitesse angulaire de la cellule et sa valeur semble augmenter avec la vitesse pour tout temps  $t$ . Par contre, pour une vitesse fixée, les valeurs de l'angle semblent être plus petites pour un diamètre des bulles plus grand.

Les deux angles caractéristiques de l'évolution de la déformation,  $\theta_{max}$  et  $\theta_{eq}$ , sont représentés sur les Figures 4.18 et 4.19. La Figure 4.18 illustre l'évolution de l'angle maximale  $\theta_{max}$  en fonction de la vitesse angulaire de la cellule pour différentes propriétés de la mousse. Comme pressenti,  $\theta_{max}$  croît avec la vitesse angulaire dans



**Figure 4.17** Evolution temporelle de l'angle  $\theta$  formé par l'interface (en son centre) avec l'horizontal, pour différents paramètres expérimentaux. Les symboles circulaires indiquent la valeur maximale  $\theta_{max}$  et les symboles carrés représentent la valeur de l'angle à l'équilibre dynamique de la mousse.

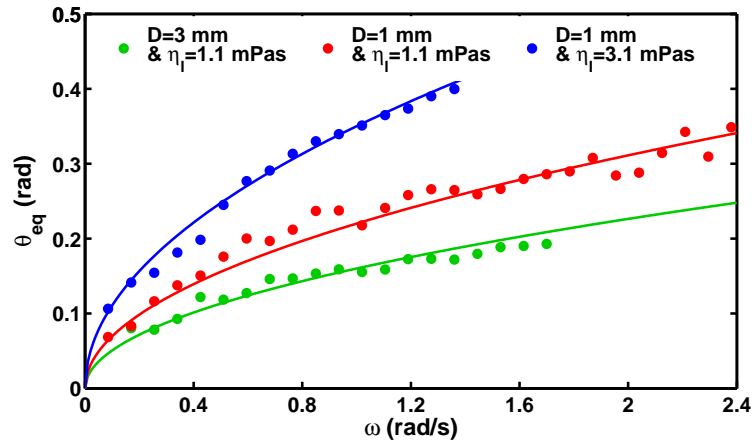
tous les cas. Cette croissance est relativement linéaire pour des vitesses inférieures à  $\omega \sim 1.1$  rad/s avec une pente dépendante de la mousse considérée. Pour des vitesses supérieures, le centre de l'interface approche la verticale, l'angle commence à saturer et la dépendance en  $\omega$  est alors inférieure à l'unité. Finalement, une augmentation de  $\theta_{max}$  est également observable lorsque la viscosité de la solution  $\eta_l$  augmente ou lorsque le diamètre des bulles  $D$  diminue.



**Figure 4.18** Evolution de la valeur maximale  $\theta_{max}$  de l'angle d'inclinaison au centre de l'interface en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  pour différents paramètres expérimentaux.



La Figure 4.19 présente l'évolution de l'angle  $\theta_{eq}$  de l'interface à l'équilibre dynamique en fonction de la vitesse  $\omega$ . Tout comme pour  $\theta_{max}$ , sa valeur augmente avec la vitesse angulaire mais celle-ci évolue approximativement comme  $\sqrt{\omega}$  dans l'intervalle de valeurs étudié. La dépendance aux propriétés de la mousse, telle que le diamètre  $D$  ou la viscosité  $\eta_l$ , est similaire à celle observée pour l'angle maximum  $\theta_{max}$ .

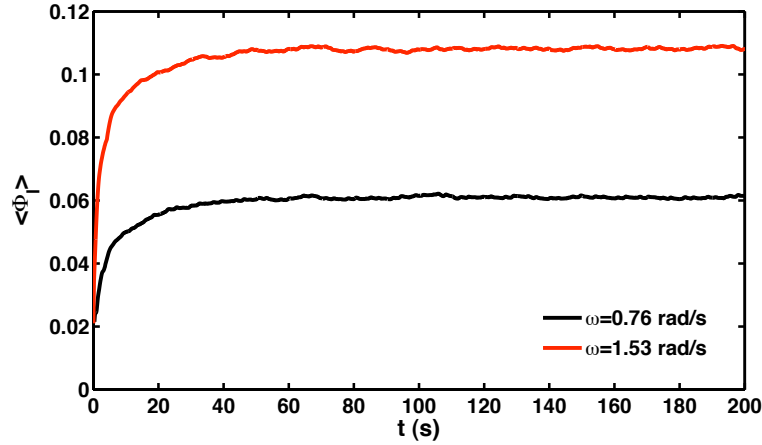


**Figure 4.19** Evolution de la valeur  $\theta_{eq}$  de l'angle au centre de l'interface à l'équilibre dynamique en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  pour différents paramètres expérimentaux

Le comportement de  $\theta$  en fonction des propriétés de la mousse peut être en partie expliqué par la viscosité effective  $\eta_{eff}$  de la mousse. En effet, lors d'un écoulement où le cisaillement de la mousse domine, la résistance à toute contrainte extérieure est proportionnelle à la viscosité effective. Cette dernière est donnée par l'équation (4.73) (*cf.* Section 4.6.5) et évolue proportionnellement à la viscosité  $\eta_l$  de la solution. Elle augmente également lorsque le diamètre des bulles diminue. Dès lors, les variations de l'angle avec la viscosité de la solution ou le diamètre des bulles est aisément compréhensible. Par contre, la variation de  $\theta$  en fonction de  $\omega$  est plus complexe à expliquer et semble dépendre également de l'évolution de la friction de la mousse avec les parois de la cellule.

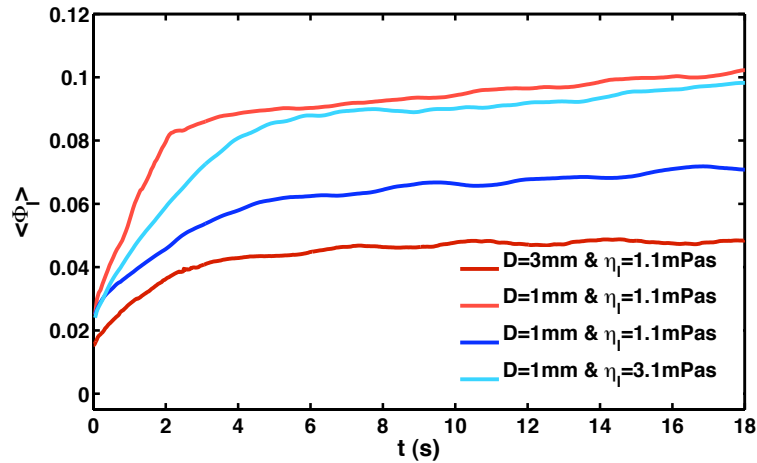
#### 4.4.3 Fraction de liquide

La fraction de liquide est l'une des propriétés de la mousse importante dans la caractérisation de son écoulement. Celle-ci est modifiée lors de la rotation de la cellule et une bonne approximation expérimentale de ces variations est obtenue à partir de la mesure des variations du volume de la mousse. L'évolution temporelle de la variation de liquide moyenne est présentée sur la Figure 4.20 pour deux vitesses différentes. Etant donné que toutes les expériences commencent avec une mousse à l'équilibre statique, la première valeur de chaque courbe correspond à la fraction



**Figure 4.20** Fraction de liquide moyenne de la mousse en fonction du temps de l'équilibre statique à l'équilibre dynamique.  $D = 1 \text{ mm}$  et  $\eta_l = 1.1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ .

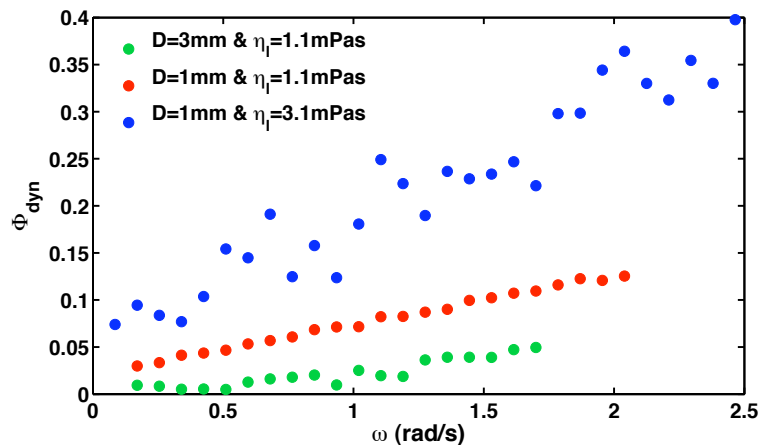
de liquide  $\phi_{grav}$ . Dès que la mousse entre en rotation, les courbes présentent une augmentation rapide. Une quantité importante de liquide est donc injectée dans la mousse par unité de temps dès le début de la rotation. Après quelques secondes, le taux de variation de la fraction de liquide diminue et les courbes tendent progressivement vers une valeur de saturation. L'équilibre dynamique de la mousse est alors atteint. Tout au long du processus, la fraction de liquide est nettement supérieure pour une vitesse angulaire plus élevée.



**Figure 4.21** Evolution de la fraction de liquide durant les premières dizaines de secondes de la rotation pour différents paramètres expérimentaux. Les deux courbes rouges correspondent à une vitesse angulaire  $\omega = 1.7 \text{ rad/s}$  et les courbes bleues à  $\omega = 0.85 \text{ rad/s}$ .

La Figure 4.21 illustre l'évolution de  $\langle\phi_l(t)\rangle$  durant 20 secondes environ, pour différents paramètres expérimentaux. Pour toutes les courbes, ce graphique semble mettre en évidence deux régimes différents. Le premier est une augmentation rapide de la fraction de liquide et ne dure que quelques secondes. Dans ce régime,  $\langle\phi_l(t)\rangle$  semble croître linéairement avec le temps, selon un taux de croissance dépendant des paramètres expérimentaux. Dans la deuxième partie du graphique, la fraction de liquide augmente plus lentement. Ce régime correspond au début de la saturation observée sur la Figure 4.20. Les valeurs de la fraction de liquide semblent augmenter pour une viscosité de la solution  $\eta_l$  plus grande, une vitesse angulaire  $\omega$  plus élevée ou un diamètre  $D$  des bulles plus petit. La transition entre ces deux régimes est continue et progressive et le moment de son occurrence dépend des paramètres expérimentaux. Par exemple, plus la vitesse angulaire est élevée, plus rapide est la saturation de la courbe.

La Figure 4.22 présente la fraction de liquide  $\phi_{dyn}$  moyenne de la mousse à l'équilibre dynamique en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  pour trois mousses différentes. Toutes les courbes sont relativement linéaire en la vitesse  $\omega$  mais leur pente dépend



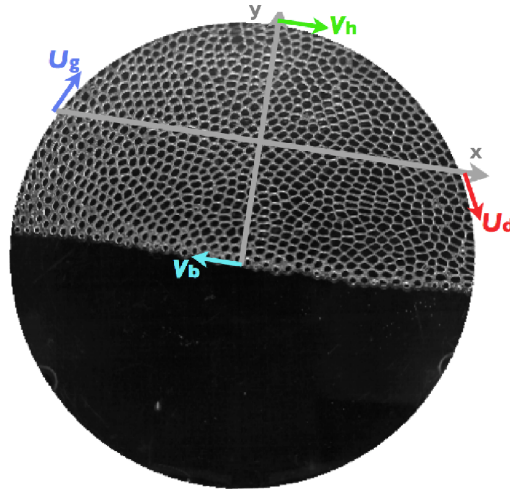
**Figure 4.22** Fraction de liquide moyenne de la mousse à l'équilibre dynamique en fonction de la vitesse angulaire de la cellule.

des propriétés de la mousse telles que le diamètres des bulles : plus le diamètre est grand, plus la fraction de liquide est petite. La viscosité de la solution joue également un rôle majeur. La fraction de liquide dans le cas de la solution la plus visqueuse est largement plus grande que dans les deux autres cas. La Figure 4.22 présente des valeurs de la fraction de liquide plus importante que la fraction de liquide critique  $\phi^* = 0.26$  d'une mousse constituées de bulles sphériques. Ce résultat provient probablement du film liquide entraîné par les parois de la cellule lorsque celles-ci sortent du bain liquide. De plus amples détails sur ce phénomène ainsi que sur l'évolution de la fraction de liquide sont fournis dans la Section 4.5.

#### 4.4.4 Glissement aux parois

L'écoulement de la mousse peut être étudié à une échelle plus petite en observant les profils de vitesse des bulles. Celles-ci sont entraînées par les parois de la cellule. Dès lors, la valeur limite des vitesses des bulles en contact avec les parois extérieures a été mesurée. Ces dernières ne sont pas texturées et permettent le glissement des bulles. La vitesse de la couche de bulles en contact avec les parois extérieures peut donc être différente de la vitesse imposée aux parois de la cellule.

Les vitesses limites ont été mesurées pour des bulles en contact direct avec la paroi extérieure le long des deux lignes représentatives, l'axe  $x$  et l'axe  $y$  (cfr. Section 4.3.2.2). Celles-ci sont représentées sur la Figure 4.23. Le long de l'axe  $x$ , la vitesse linéaire  $U_g$  a été mesurée pour les bulles en contact avec la paroi extérieure montante à gauche de la cellule tandis que  $U_d$  correspond à la valeur obtenue pour les bulles en contact avec la paroi droite de la cellule. Selon l'axe  $y$ , la vitesse linéaire  $V_h$  correspond aux bulles en contact avec la paroi supérieure. La limite inférieure de la ligne représentative  $y$  est en contact avec la solution et non avec une paroi. La vitesse linéaire  $V_b$  en ce point a également été mesurée de la même façon.



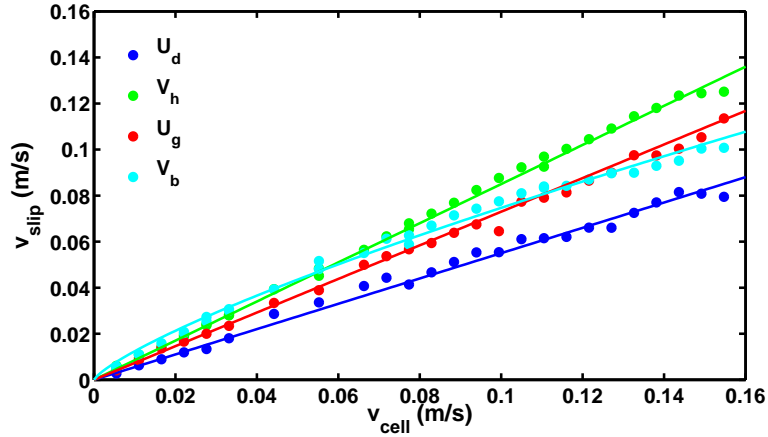
**Figure 4.23** Illustration des différentes vitesses de glissement des bulles mesurées selon les deux lignes représentatives de la cellule.  $D = 3$  mm,  $\eta_l = 1.1$  mPa s et  $\omega = 1.19$  rad/s.

Les résultats des différentes mesures de la vitesse de glissement  $v_{slip}$  sont reportées sur la Figure 4.24 en fonction de la vitesse linéaire  $v_{cell} = \omega R$  des parois extérieures de la cellule. Toutes sont plus petites que la vitesse des parois. Un ajustement des courbes par une droite donne les résultats suivants :

$$U_g = 0.73 v_{cell} \quad V_h = 0.85 v_{cell} \quad U_d = 0.55 v_{cell}. \quad (4.38)$$

Par contre, la vitesse limite des bulles en contact avec l'interface ne dépend pas linéairement de  $v_{cell}$  et l'ajustement donne la loi expérimentale suivante :

$$V_b = 0.45 v_{cell}^{0.78}. \quad (4.39)$$



**Figure 4.24** Vitesses limites des bulles en contact avec les parois extérieures de la cellule et avec l'interface mousse/solution en fonction de la vitesse linéaire des parois extérieures  $v_{cell} = \omega R$ .

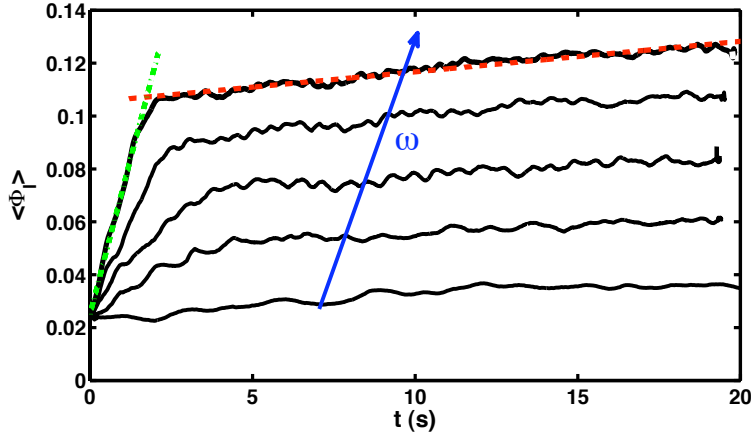
Ce comportement non-linéaire peut éventuellement être expliqué par le contact des bulles avec la solution. La condition aux limites entre deux fluides ( $\eta_1 \partial v_x^{(1)} / \partial y = \eta_2 \partial v_x^{(2)} / \partial y$ , avec 1 et 2 indiquant les deux fluides différents) est en générale plus complexe qu'entre un fluide et un solide ( $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_l$ , la vitesse du solide égale celle du fluide).

Après cette description phénoménologique, les trois prochaines sections sont consacrées à la fraction de liquide, aux résultats obtenues à l'aide de l'algorithme rhéologique et aux profils de vitesses respectivement. Plusieurs tentatives de modélisations sont également proposées. La prochaine section est dédiée à la modélisation de l'évolution de la fraction de liquide moyenne de la mousse, de l'équilibre statique à l'équilibre dynamique.

## 4.5 Fraction de liquide

La fraction de liquide moyenne de la mousse est modifiée par la rotation de la cellule. Or, celle-ci influence la densité de la mousse, son module d'élasticité ou encore sa viscosité effective. Une meilleure compréhension de son évolution est donc nécessaire afin de pouvoir modéliser l'écoulement global de la mousse.

La Figure 4.25 présente l'évolution temporelle de la fraction de liquide  $\langle \phi_l \rangle$  pour différentes vitesses de rotation  $\omega$  pour une mousse constituée de bulles de diamètre  $D = 1$  mm. Toutes les courbes commencent à la fraction de liquide à l'équilibre statique  $\phi_{grav} = 0.025$ . Dès le début de la rotation, une grande quantité de liquide est injecté dans la mousse par unité de temps. Après quelques secondes, cette quantité diminue significativement, principalement pour les grandes vitesses. Plus  $\omega$  est



**Figure 4.25** Evolution de la fraction de liquide de l'équilibre statique à l'équilibre dynamique pour différentes vitesses de rotation ( $\omega = 0.25$  rad/s,  $\omega = 0.68$  rad/s,  $\omega = 1.1$  rad/s,  $\omega = 1.61$  rad/s et  $\omega = 1.95$  rad/s).  $D = 1$  mm et  $\eta_l = 1.1$  mPa.s. La droite verte correspond à l'ajustement du modèle (4.50) à la première partie de la courbe pour la plus haute vitesse. La courbe rouge correspond à l'ajustement du modèle (4.65).

important, plus la fraction de liquide de la mousse augmente rapidement et plus sa valeur est élevée.

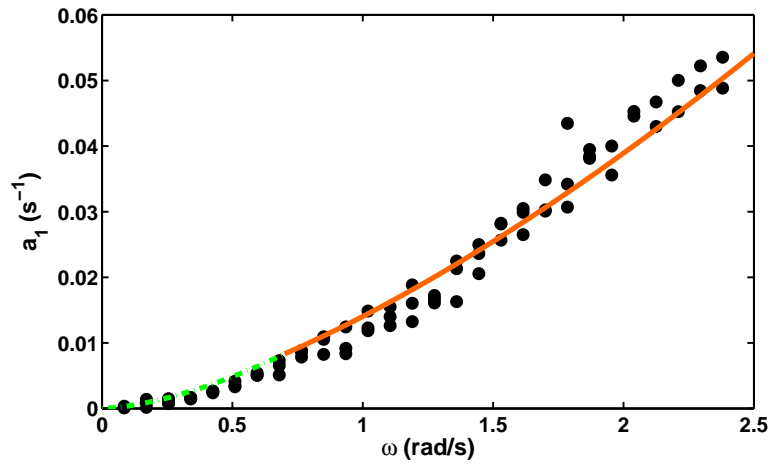
Nous allons idéaliser ces courbes en considérant deux régimes distincts : une première partie correspondant à l'augmentation initiale rapide de  $\langle \phi_l \rangle$  ( $t \lesssim 3 - 6$  s) suivie d'une variation plus lente pour les temps longs ( $t \gtrsim 3 - 6$  s).

Pour expliquer l'évolution de la première partie de la courbe, nous avons choisi un modèle linéaire par rapport au temps. Dès lors, la dérivée temporelle de la fraction de liquide moyenne  $\partial \langle \phi_l \rangle / \partial t = a_1$  pour la première partie de la courbe est indépendante du temps mais dépend des paramètres expérimentaux. Une droite a été ajustée sur la première partie la courbe correspondant à la plus grande vitesse  $\omega$  et a été représentée en vert sur la Figure 4.25. La pente  $a_1$  de cette droite est présentée sur la Figure 4.26 en fonction de la vitesse angulaire pour des bulles de diamètre  $D = 1$  mm. Le paramètre  $a_1$  est nul pour une vitesse de rotation nulle et augmente avec  $\omega$ . A partir de la définition de la fraction de liquide (*cfr.* Equation (4.30) de la Section 4.3.2.1), la pente  $a_1$  est définie par :

$$a_1 = \frac{\partial \langle \phi_l \rangle}{\partial t} = \frac{1}{V_f} \frac{\partial V_{liq}}{\partial t}, \quad (4.40)$$

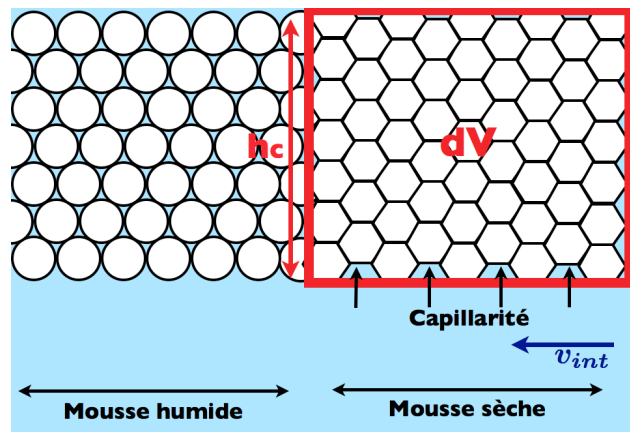
avec  $V_f$  le volume occupé par la mousse et  $V_{liq}$  le volume de liquide contenu dans la mousse.

Pour modéliser la courbe  $a_1(\omega)$ , il convient de remarquer que l'apport de liquide lors de la rotation de la cellule provient de deux sources différentes. La première est due à la montée capillaire du liquide dans les bords de Plateau de la mousse. En effet, dans les premiers instants de la rotation, le long de la paroi extérieure



**Figure 4.26** Pente du modèle  $\langle \phi_l(t) \rangle = a_1 t$  en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  pour la première partie de la courbe de la fraction de liquide de la Figure 4.25. La courbe verte discontinue correspond au modèle de l'Equation (4.50) pour les vitesses  $\omega < \omega_c$ . La courbe orange continue correspond au modèle de l'Equation (4.50) pour les vitesses  $\omega > \omega_c$ .

ascendante, un volume  $dV$  de mousse sèche est remplacé par un même volume de mousse humide provenant de l'interface. Le long de l'interface, du côté de la paroi extérieure descendante, le phénomène opposé se produit : un volume  $dV$  de mousse humide est remplacé par de la mousse sèche provenant des couches supérieures. Cette mousse sèche est alors en contact avec le bain liquide et est hors équilibre, comme illustré sur la Figure 4.27. Par conséquent, les forces capillaires tirent du liquide dans la mousse sèche jusqu'à ce que la fraction de liquide locale atteigne sa valeur d'équilibre. Cette dernière est gouvernée par l'Equation (2.6). La hauteur  $h_c$



**Figure 4.27** Schéma du volume  $dV$  de mousse sèche en contact avec l'interface le long de la paroi descendante de la cellule.

atteinte par le liquide est donnée par l'équilibre entre la pression hydrodynamique  $\rho_l g h_c$  et la loi de Laplace pour les mousse  $\sigma_l/r_{bP}$  [Cantat 2010] :

$$h_c = \frac{\sigma_l}{\rho_l g r_{bP}} = 5.8 \text{ mm}, \quad (4.41)$$

où  $r_{bP} = D\sqrt{\phi_l/0.33}/2$  est le rayon de courbure des bords de Plateau. Le liquide provenant du bain étant tiré dans la mousse au travers de la première couche de bulle, la fraction de liquide moyenne est donc choisie égale à la fraction de liquide  $\phi^*$  de bulles en contact direct avec un bain liquide. La variation de fraction de liquide  $\Delta\phi_l^{\text{dV}}$  du volume de mousse  $dV$  produite par la capillarité est égale à la différence entre la fraction moyenne  $\phi_{grav}$  à l'équilibre statique de la mousse sèche et la fraction moyenne  $\phi_l^{hc}$  finale du volume  $dV$ . Cette valeur finale est égale à la fraction de liquide à l'équilibre statique calculée à partir de l'Equation (4.30) et moyennée sur l'intervalle  $y \in [0; h_c]$ . La variation  $\Delta\phi_l^{\text{dV}}$  est donc donnée par :

$$\Delta\phi_l^{\text{dV}} \sim \phi_l^{hc} - \phi_{grav} \sim 0.1. \quad (4.42)$$

La montée capillaire du liquide dans la mousse est très rapide (temps typique de l'ordre de  $10^{-3}$  s) par rapport à celui de l'expérience (typiquement  $\omega^{-1}$ ). La remontée capillaire peut donc être considérée comme instantanée.

Finalement, la variation du volume de liquide par unité de temps provenant de cette remontée est proportionnelle à  $\Delta\phi_l^{\text{dV}}$  et à la vitesse à laquelle les bulles se déplacent lorsqu'elles entrent en contact avec l'interface. La contribution  $a_1^c$  de la montée capillaire à la pente  $a_1$  de la fraction de liquide est donné par l'estimation suivante :

$$a_1^c = \frac{1}{V_f} \frac{\partial V_{liq}}{\partial t} \sim \frac{1}{V_f} \Delta\phi_l^{\text{dV}} e h_c v_{int}, \quad (4.43)$$

avec le volume de la mousse  $V_f = \pi R^2 e/2$  égal à la moitié du volume de la cellule et  $v_{int}$  la vitesse des bulles entrant en contact avec l'extrême droite de la cellule. Cette vitesse est estimée à partir des mesures moyennées sur les bulles le long de l'interface en contact avec la paroi extérieure descendante de la cellule (*cfr.* Section 4.6) et vaut  $v_{int} \sim 0.2 \omega R$ .

Le deuxième apport de liquide dans la mousse provient du film liquide extrait du bain par les parois lors de leur mouvement ascendant. En effet, lorsqu'une paroi solide est extraite d'un bain liquide avec une vitesse typique  $v$ , elle entraîne avec elle un fin film liquide d'épaisseur  $h_{liq}$  constante et dont l'épaisseur dépend du nombre capillaire  $Ca = \eta_l v / \sigma_l$ . Les forces motrices pour l'entraînement du film sont les forces visqueuses tandis que les forces capillaires et la gravité s'y opposent. Pour des valeurs faibles du nombre capillaire, typiquement  $Ca < 10^{-3}$ , les forces capillaires dominent la gravité et le modèle LLD donne l'équation suivante pour l'épaisseur du film liquide en fonction des paramètres de contrôle [Rio 2013] :

$$h_{liq} = \chi 0.94 \ell_c Ca^{2/3}, \quad (4.44)$$



avec  $\chi = 4^{2/3}$  tenant compte de l'épaississement du film généré par la présence de molécules de surfactant. Pour des valeurs élevées du nombre capillaire, typiquement  $\text{Ca} > 10^{-3}$ , la gravité domine les forces capillaires et l'épaisseur du film liquide est alors estimée par [Derjaguin 1993] :

$$h_{liq} \sim \ell_c \text{Ca}^{1/2}. \quad (4.45)$$

Dans le cadre de nos expériences, la transition entre l'Equation (4.44) et l'Equation (4.45) a lieu pour une vitesse angulaire  $\omega_c$  telle que :

$$\omega_c = \frac{2\text{Ca}_c \sigma_l}{\eta R} \sim 0.72 \text{ rad/s}, \quad (4.46)$$

avec  $\text{Ca}_c = 10^{-3}$  la valeur critique du nombre capillaire et  $v \sim \omega R/2$  la vitesse typique moyenne de la paroi. Etant donné que la vitesse linéaire des parois dépend de la distance au centre de la cellule, tous les points de l'interface n'atteignent pas la limite  $\text{Ca}_c$  à la même valeur de  $\omega$ . De plus, l'épaisseur du film  $h_{liq}$  dépend également de la distance au centre de la cellule. La vitesse  $v$  est choisie telle que plus de la moitié de la cellule soit dans le régime considéré.

Le volume de liquide entraîné par chaque paroi latérale de la cellule est égal à l'épaisseur moyenne du film liquide multiplié par la surface de la paroi sortant du bain par unité de temps. En prenant en compte les deux parois latérales de la cellule, la contribution  $a_1^f$  du film liquide à la pente  $a_1$  est donnée par :

$$a_1^f = \frac{1}{V_f} (2\overline{h_{liq}}) \frac{dS}{dt} = \frac{1}{V_f} (2\overline{h_{liq}}) \left( \frac{1}{2} R^2 \omega \right), \quad (4.47)$$

avec  $\overline{h_{liq}}$  l'épaisseur du film liquide moyenné sur la longueur  $r \in [0; R]$  de la paroi montante de la cellule,  $V_f = \pi R^2 e/2$  le volume de la mousse et  $dS/dt = R^2 \omega/2$  est la surface de l'arc sortant du bain liquide.

Finalement, la variation totale  $a_1$  est égale à la somme de la contribution capillaire  $a_1^c$  (Equation (4.43)) et de celle du film liquide  $a_1^f$  (Equation (4.47)). La condition de continuité du paramètre  $a_1$  en  $\omega = \omega_c$  donne l'égalité suivante :

$$\frac{2\omega_c}{\pi e} \frac{1}{R} \int_0^R \chi 0.94 \ell_c \left( \frac{\eta \omega_c r}{\sigma_l} \right)^{2/3} dr = C \frac{2\omega_c}{\pi e} \frac{1}{R} \int_0^R \ell_c \left( \frac{\eta \omega_c r}{\sigma_l} \right)^{1/2} dr \quad (4.48)$$

avec les intégrales correspondant aux calculs des moyennes des épaisseurs  $\overline{h_{liq}}$  et  $C$  une constante permettant la continuité et égal à :

$$C = 0.85 \chi \left( \frac{\eta \omega_c R}{\sigma_l} \right)^{1/6}. \quad (4.49)$$

Le coefficient  $a_1$  est finalement donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} a_1 = \alpha 0.4 \frac{h_c}{\pi R} \Delta \phi_l^{dV} \omega + \beta \frac{6}{5} \frac{0.94 \chi}{\pi e} \ell_c \left( \frac{\eta R}{\sigma_l} \right)^{2/3} \omega^{5/3}, & \forall \omega < \omega_c \\ a_1 = \alpha 0.4 \frac{h_c}{\pi R} \Delta \phi_l^{dV} \omega + \beta \frac{2}{3} \frac{1.7 \chi}{\pi e} \ell_c \text{Ca}_c^{1/6} \left( \frac{\eta R}{\sigma_l} \right)^{1/2} \omega^{3/2}, & \forall \omega > \omega_c \end{cases} \quad (4.50)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  les paramètres libres. L'ajustement de ces équations aux données expérimentales est représenté par des courbes sur la Figure 4.26 avec les valeurs des paramètres libres  $\alpha \sim 0.8$  et  $\beta \sim 1.1$ . La courbe discontinue présente le modèle pour les vitesses  $\omega < \omega_c$  tandis que la courbe continue correspond à  $\omega > \omega_c$ . Un bon accord entre les modèles et les données expérimentales est observé et les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  proches de l'unité sont à noter. Pour les très petites vitesses ( $\omega < 0.2$  rad/s), les deux contributions sont du même ordre de grandeur. Pour des vitesses plus élevée, l'apport de liquide dans la mousse est dominé par la contribution du film liquide entraîné par les parois. En effet, celle-ci est approximativement un ordre de grandeur plus importante que la contribution due aux forces capillaires.

Ce régime de croissance rapide de  $\langle \phi_l \rangle$  prend fin lorsque la cellule a approximativement effectué un demi tour, c'est-à-dire lorsque le film liquide entraîné par les parois atteint le côté droit de l'interface. La durée de ce premier régime peut donc être estimée approximativement par  $t_1 \sim \pi/\omega$  et est d'autant plus courte que la vitesse de rotation est élevée. L'épaisseur du film liquide recouvrant les deux parois de la cellule est de l'ordre de  $10^{-6}$  m. Cette valeur est relativement faible comparée au rayon de courbure des bords de Plateau des bulles  $r_{bP} \sim 10^{-4}$  m. Dès lors, la différence de pression capillaire entre les bords de Plateau en contact avec le film liquide et ceux à l'intérieur de la mousse peut être considérée comme négligeable. Le liquide en contact avec les parois de la cellule n'est donc pas attiré à l'intérieur de la mousse et l'épaisseur du film  $h_{liq}$  peut être considérée constant au cours du temps. Après le premier demi-tour de la cellule, nous considérons donc que le film de liquide n'intervient plus dans la variation de fraction de liquide. A noter pour la suite que pour les deux vitesses les plus faibles, c'est-à-dire  $\omega = 0.085$  rad/s et  $\omega = 0.17$  rad/s, la mousse n'atteint pas la fin du premier régime sur la durée de l'expérience.

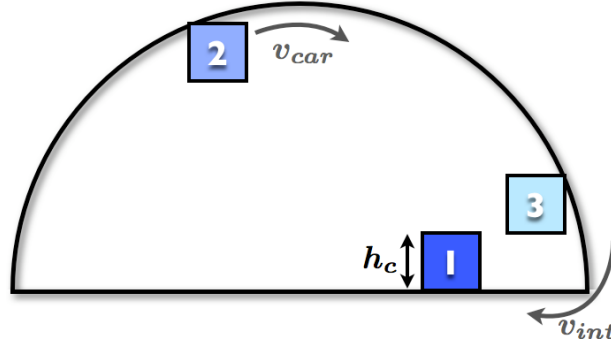
La seconde partie des courbes de fraction de liquide de la Figure 4.25 présente une augmentation beaucoup plus faible au cours du temps. Nous considérons que cette variation provient de deux sources différentes : (i) un apport de liquide dû à la capillarité à droite de l'interface (tout comme pour  $t < \pi/\omega$ ) et (ii) une perte liée au drainage de la mousse. La dérivée temporelle de la fraction de liquide moyenne pour un temps  $t \gtrsim \pi/\omega$  est donc donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \langle \phi_l \rangle}{\partial t} = \frac{\partial \langle \phi_l^+ \rangle}{\partial t} - \frac{\partial \langle \phi_l^- \rangle}{\partial t} \quad (4.51)$$

avec  $\partial \langle \phi_l^+ \rangle / \partial t$  la variation générée par l'apport de liquide et  $\partial \phi_l^- / \partial t$  celle due à la perte de liquide dans la mousse.

Considérons tout d'abord la source d'apport de liquide. La Figure 4.28 présente l'évolution de  $dV$  lors d'un cycle complet. Lors de la première étape, sa fraction de liquide augmente par capillarité jusqu'à la valeur  $\phi_l^{hc}$ . A la seconde étape, la mousse monte le long de la paroi extérieure et entre en contact avec de la mousse plus sèche. Le volume  $dV$  draine donc et sa fraction de liquide moyenne diminue. Lorsque  $dV$  atteint l'extrême droite de l'interface (étape 3), sa fraction  $\phi_l^{dV}$  est minimale. Dès

lors le cycle recommence et le volume  $dV$  se charge en liquide pour atteindre sa fraction de liquide à l'équilibre statique  $\phi_l^{hc}$ . Les forces capillaires agissant sur le



**Figure 4.28** Schématisation de l'évolution de la fraction de liquide du volume  $dV$ . Durant l'étape 1, sa fraction de liquide augmente jusqu'à atteindre la valeur  $\phi_l^{hc}$ . Durant la seconde étape, le volume est en contact avec de la mousse plus sèche et draine. A l'étape 3, le volume  $dV$  atteint le côté droit de l'interface et sa fraction de liquide est à sa valeur minimale  $\phi_l^{dV}$ .

volume de mousse  $dV$  arrivant sur la droite de l'interface et dont la fraction de liquide  $\phi_l^{dV}$  est plus faible que la valeur d'équilibre  $\phi_l^{hc}$ . Ce mécanisme est identique à celui-ci à l'origine de la contribution  $a_1^c$  (cfr. Equation (4.43)) pour  $t < \pi/\omega$ . La dérivée temporelle de la fraction  $\partial\langle\phi_l^+\rangle/\partial t$  peut être estimée par :

$$\frac{\partial\langle\phi_l^+\rangle}{\partial t} = \frac{1}{V_f} \frac{\partial V_l^+}{\partial t} \sim \frac{1}{V_f} \Delta\phi_l^{dV} e h_c v_{int} \quad (4.52)$$

avec la variation de fraction de liquide du volume  $dV$  égale à

$$\Delta\phi_l^{dV} = \phi_l^{hc} - \phi_l^{dV} \quad (4.53)$$

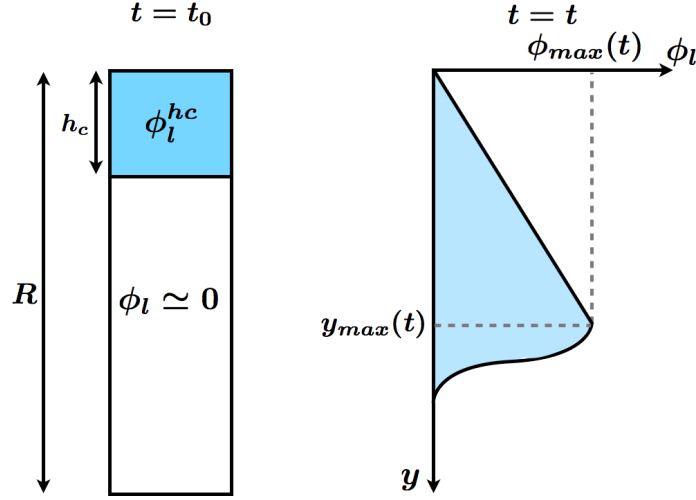
et  $\phi_l^{dV}$  la fraction de liquide du volume  $dV$  lorsqu'il entre en contact avec l'interface.

Modélisons le drainage de l'élément de mousse  $dV$  par un drainage pulsé de volume injecté  $V_{liq} \sim \phi_l^{hc} h_c A$  avec  $h_c$  la hauteur de  $dV$  et  $A$  sa section transversale (cfr. Section 4.2.1). Les surfactants constituant la solution étant à tendance plutôt mobile, les Equations (4.15) et (4.16) nous donnent la position  $y_{max}(t)$  et la valeur  $\phi_{max}(t)$ , respectivement, de la fraction de liquide maximale au cours du temps. Par soucis de simplicité, considérons un profil de la fraction de liquide linéaire au-dessus du maximum ( $y < y_{max}(t)$ ) avec comme conditions aux limites :

$$\begin{cases} \phi_l(y=0) = 0 \\ \phi_l(y=y_{max}) = \phi_{max} \end{cases} \quad (4.54)$$

Ce profil est représenté schématiquement sur la Figure 4.29. En l'intégrant sur la hauteur  $h_c$ , nous obtenons la valeur de la fraction de liquide moyenne du volume  $dV$  au cours du temps :

$$\phi_l^{dV}(t) = \frac{\phi_{max}(t) h_c}{y_{max}(t) 2}. \quad (4.55)$$



**Figure 4.29** Schématisation du drainage du volume  $dV$ . À gauche, la situation initiale. Le volume  $dV$  de fraction uniforme  $\phi_l^{hc}$  est en contact avec de mousse sèche. À droite, le profil de fraction de liquide à un temps  $t$  est illustré en fonction de la hauteur  $y$ . Ici, l'axe  $y$  est dirigé vers le bas avec comme origine le haut du volume  $dV$ .

Pour que l'hypothèse d'un profil linéaire soit valable, deux vérifications doivent être effectuées. Premièrement, la fraction de liquide du volume  $dV$  ne doit pas excéder sa valeur initiale, c'est-à-dire  $\phi_l^{dV}(t) < \phi_l^{hc}$ . Cette affirmation paraît évidente mais les modèles de drainage ne sont en général valables que pour des temps longs. Dans notre cas, nous avons donc un temps de drainage minimum valant :

$$t > \frac{1}{4K_n} \frac{\eta_l}{\rho_l g L^2} \left( \frac{8 h_c}{3 \phi_l^{hc}} \right)^{3/4} \left( \frac{V_{liq}}{A} \right)^{1/4} \sim 1 \text{ s}, \quad (4.56)$$

avec  $L \sim 0.36D$  la longueur typique des bords de Plateau. En considérant le drainage sur le pourtour complet de la cellule, la vitesse de la cellule doit donc être inférieure à  $\omega \lesssim 3.2 \text{ rad/s}$ . Dans le cadre des expériences de cette thèse, cette limite est toujours respectée. Deuxièmement, la position du maximum de la fraction de liquide ne doit pas avoir atteint l'interface mousse/solution, c'est-à-dire  $y_{max} < R$ . Le temps de drainage doit donc être inférieur à  $t \lesssim 27 \text{ s}$ . Cette condition est vérifiée pour toutes les vitesses  $\omega \gtrsim 0.1 \text{ rad/s}$  et est donc bien vérifiée pour toutes les valeurs de vitesse considérées.

Finalement, l'apport de liquide dans la mousse dû à la variation de fraction de liquide du volume  $dV$  peut être prédit par l'équation suivante :

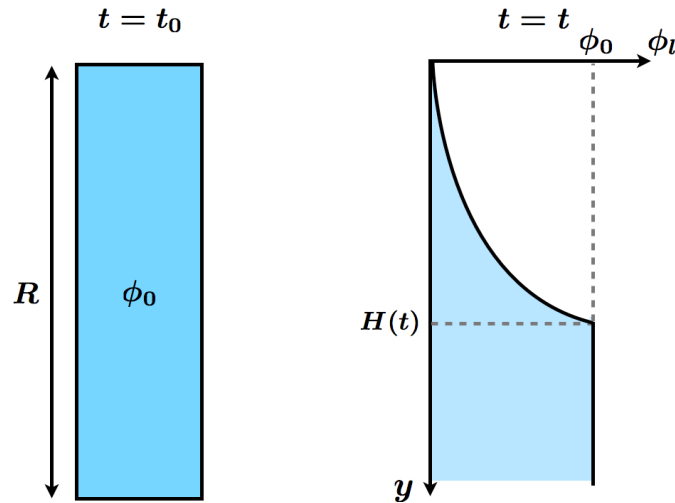
$$\frac{\partial \langle \phi_l^+ \rangle}{\partial t} \sim \frac{2h_c}{\pi R^2} \left( \phi_l^{hc} - \frac{\phi_{max}(t_d) h_c}{y_{max}(t_d) 2} \right) v_{int}, \quad (4.57)$$

avec le temps de drainage  $t_d \sim \pi/\omega$  correspondant au parcours des bulles le long de la paroi extérieure. Le domaine de validité de ce modèle prédictif est donné par  $0.1 \text{ rad/s} < \omega < 3.2 \text{ rad/s}$ .

Le second mécanisme prenant part à la variation de la fraction de liquide moyenne de la mousse est le drainage du liquide jusqu'au bain, noté  $\partial\langle\phi_l\rangle/\partial t$  dans l'Equation (4.51). Considérons une colonne de mousse de hauteur  $R$  et supposons un profil de fraction initial uniforme  $\phi_0$ . La mousse draine alors librement et un profil hyperbolique s'installe sur une hauteur  $H(t)$  dépendante du temps, tel qu'illustré sur la Figure 4.30. Pour toutes les positions  $y < H(t)$ , la fraction de liquide est uniforme et sa moyenne sur la hauteur  $H(t)$  vaut  $\phi_0/3$ . Pour la mousse en dessous de  $H(t)$  ( $y > H(t)$ ), le profil est uniforme et la fraction moyenne vaut  $\phi_0$ . La relation entre la hauteur  $H(t)$  et le temps peut être déduite de l'Equation (4.14) :

$$H(t) = \frac{3K\rho_l g}{2\phi_0\eta_l} t, \quad (4.58)$$

avec la perméabilité  $K = L^2\phi_0^{3/2}K_n$  donnée par l'Equation (4.11) pour le cas limite des vertex. Vérifions si ce front  $H(t)$  a le temps d'atteindre l'interface sur le temps de drainage  $t_d$  de la colonne. Prenons le cas le plus défavorable, c'est-à-dire une très grande fraction de liquide de la colonne  $\phi_0 = \phi_l^{hc}$ , le temps nécessaire pour que  $H(t) = R$  vaut  $t = 34$  s. Comparons-le au temps de drainage pour la rotation la plus lente de nos expériences  $\omega = 0.085$  rad/s. La valeur  $t_d$  correspond au temps de parcours approximatif de l'interface et peut être estimée par une distance typique  $R$  divisée par la vitesse de la mousse le long de l'interface. On obtient  $t_d \sim R/V_b \sim 13$  s. Sur les temps de drainage de l'expérience, le front  $H(t)$  n'atteint donc jamais l'interface.



**Figure 4.30** Schématisation du drainage d'une colonne de mousse de hauteur  $R$ . À gauche est représentée la situation initiale. La fraction de liquide  $\phi_0$  de la colonne est considérée comme uniforme. À droite, le profil de fraction de liquide à un temps  $t$  est illustré en fonction de la hauteur  $y$ . Ici, l'axe  $y$  est dirigé vers le bas avec comme origine le haut de la colonne

La perte de liquide d'une colonne de mousse de hauteur  $R$  peut donc être estimée

par la quantité suivante :

$$\Delta V_l \sim \frac{2}{3} \phi_0 H(t) A \quad (4.59)$$

avec  $A$  la section de la colonne. Celle-ci ne doit évidemment pas excéder la différence entre le volume de liquide présent dans la mousse et celui à l'équilibre statique :

$$\frac{\Delta V_l}{A} \leq (\phi_0 - \phi_{grav}) R, \quad (4.60)$$

ce qui donne la condition suivante sur le temps de drainage maximum :

$$t_{max} \leq \frac{\phi_0 - \phi_{grav}}{\phi_0^{3/2}} \frac{\eta_l R}{\rho_l g L^2} \frac{1}{K_n}. \quad (4.61)$$

Pour une fraction moyenne faible  $\phi_0 \sim 0.03$ , ce temps vaut  $t_{max} \sim 18$  s et est bien supérieur au temps de drainage maximum de nos expériences (environ 13 s pour la vitesse  $\omega$  la plus faible). La variation temporelle de la fraction due à la perte de liquide peut donc être estimée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \langle \phi_l^- \rangle}{\partial t} = \frac{1}{V_f} \frac{\Delta V_l}{A} v_{car} = \frac{4}{3\pi R^2} \phi_0 H(t_{dr}) v_{car}, \quad (4.62)$$

avec  $v_{car}$  une vitesse caractéristique de déplacement de la colonne et  $t_{dr} = R/v_{car}$  le temps typique de drainage.

Finalement, la variation temporelle de fraction de liquide moyenne de la mousse est donnée par l'équation prédictive suivante :

$$\frac{\partial \langle \phi_l \rangle}{\partial t} \sim \frac{2}{\pi R^2} \left[ \left( \phi_l^{hc} - \frac{\phi_{max}(t_d) h_c}{y_{max}(t_d)} \frac{h_c}{2} \right) h_c v_{int} - \frac{2}{3} \phi_0 H(t_{dr}) v_{car} \right]. \quad (4.63)$$

Cette équation est dépendante du temps au travers de la fraction de liquide moyenne de la colonne  $\phi_0$ . Par simplicité, considérons la valeur de  $\phi_0$  égale à la fraction de liquide de la mousse à la fin du premier régime, c'est-à-dire lorsque les parois de la cellule ont effectué un demi-tour :

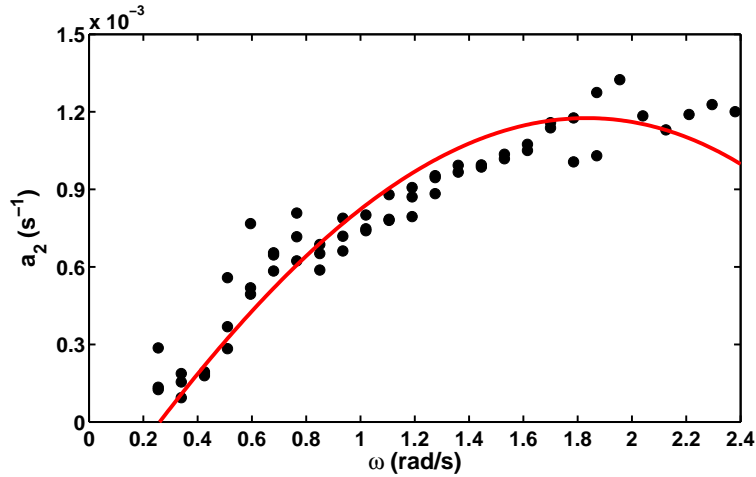
$$\phi_0 \sim \phi_{grav} + a_1(\omega) \frac{\pi}{\omega}. \quad (4.64)$$

Par cette hypothèse, la dérivée  $\partial \langle \phi_l \rangle / \partial t$  devient indépendante du temps, et le modèle prédictif estime la fraction de liquide comme linéaire en fonction du temps. Les données expérimentales pour  $t > \pi/\omega$  ont donc été ajustées par une droite comme illustré par la ligne rouge discontinue sur la Figure 4.25. Les résultats obtenus pour la pente  $a_2 = \partial \langle \phi_l \rangle / \partial t$  de cette droite sont présentés sur la Figure 4.31 en fonction de la vitesse de rotation. De plus, le film liquide  $h_{liq}$  le long des parois solides étant d'épaisseur négligeable par rapport à la courbure des bords de Plateau ( $h_{liq} \sim 10^{-2} r_{bP}$ ), la pression capillaire est insuffisante pour faire pénétrer ce liquide

dans la mousse. Dès lors, il ne doit pas être pris en compte dans le calcul de  $\phi_0$ . L'équation (4.63) devient donc :

$$a_2 = \frac{\partial \langle \phi_l \rangle}{\partial t} \sim \frac{2}{\pi R^2} \left( \phi_l^{hc} - \frac{8h_c}{3} \left( \left( \frac{\eta}{4\rho_l g L^2} \frac{\omega}{K_n^{dV} \pi} \right)^2 \sqrt{\phi_l^{hc} h_c} \right)^{2/3} \right) 0.2h_c \omega R - \frac{2}{\pi R} \frac{\rho_l g L^2}{\eta_l} K_n^c \left( \phi_{grav} + a_1^c \frac{\pi}{\omega} \right)^{3/2}. \quad (4.65)$$

avec comme paramètres libres  $K_n^{dV}$  et  $K_n^c$ . Ce modèle prédictif a été ajusté aux données expérimentales pour la pente  $a_2$  et est représenté par la courbe rouge avec les paramètres  $K_n^{dV} \sim 0.0079$  et  $K_n^c \sim 0.0069$ . Les valeurs obtenues pour les deux paramètres libres sont similaires et d'ordre de grandeur correspondant à celui décrit dans la littérature [Lorenceanu 2009, Koehler 2000] (*cfr.* Section 4.2.1).



**Figure 4.31** Dérivée temporelle  $a_2 = \partial \langle \phi_l \rangle / \partial t$  de l'évolution de la fraction de liquide moyenne représentée sur la Figure 4.25 pour  $t \gtrsim \pi / \omega$ . La courbe rouge correspond au modèle de l'Equation (4.65)

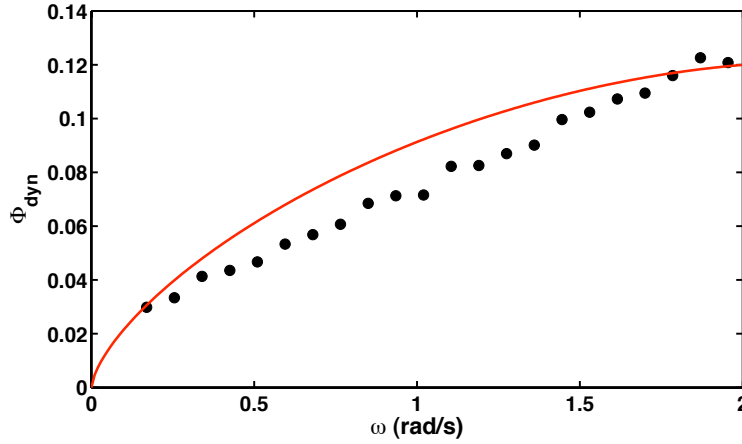
Ce modèle permet d'obtenir une solution analytique relativement simple, mais ne tient pas compte de l'évolution de la mousse ni de la saturation de la fraction de liquide vers une valeur d'équilibre. Cependant, si seules les 20 premières secondes de l'évolution du système sont considérées, cette approximation linéaire peut être envisagée (*cfr.* Figure 4.25). De plus, comparé aux expériences classiques de drainage (*cf.* Section 4.2.1), le système étudié dans cette section est très ouvert : la mousse est en interaction constante avec le bain de liquide et l'interface joue le rôle de membrane perméable. L'échange de liquide est possible dans les deux sens, contrairement aux systèmes classiques pour lesquels l'interface n'est considérée que comme semi-perméable (échange dans un seul sens). Un modèle rigoureux est difficile à envisager à partir des théories établies [Koehler 2000] sur base de conditions

initiales très restrictives et en général, valables uniquement pour des temps longs.

Le modèle est en assez bon accord avec les données expérimentales (Figure 4.31). A partir de l'Equation (4.63), la fraction de liquide moyenne de la mousse à l'équilibre dynamique peut être obtenue en considérant que le terme d'apport  $\partial\langle\phi_l^+\rangle/\partial t$  est égal au terme de perte  $\partial\langle\phi_l^-\rangle/\partial t$ .  $\phi_0$  est alors la fraction de liquide contenue dans la mousse. En lui ajoutant la fraction volumique de liquide contenue dans les films le long des parois, nous obtenons la fraction  $\phi_{dyn}$  à l'équilibre dynamique de la Figure 4.22 :

$$\phi_{dyn} \sim \left[ \left( \phi_l^{hc} - \frac{\phi_{max}(t_d) h_c}{y_{max}(t_d)} \frac{h_c}{2} \right) h_c v_{int} \frac{\eta}{\rho_l g L^2} \frac{1}{K_n^c R} \right]^{2/3} + \frac{2\overline{h_{liq}}}{e} \quad (4.66)$$

Les valeurs obtenues correspondent bien aux données expérimentales et sont présentées sans ajustement sur la Figure 4.32 pour des bulles de diamètre  $D = 1$  mm. Le modèle présente le bon ordre de grandeur. Par contre, sa dépendance en la vitesse de rotation  $\omega$  semble légèrement différente de celle des données expérimentales. Ce résultat permet de confirmer la validité de ces deux modèles pour la fraction de liquide moyenne de la mousse.



**Figure 4.32** Fraction de liquide à l'équilibre dynamique d'une mousse constituée de bulles de diamètre  $D = 1$  mm. La courbe continue correspond à l'Equation (4.66).

## 4.6 Rhéologie

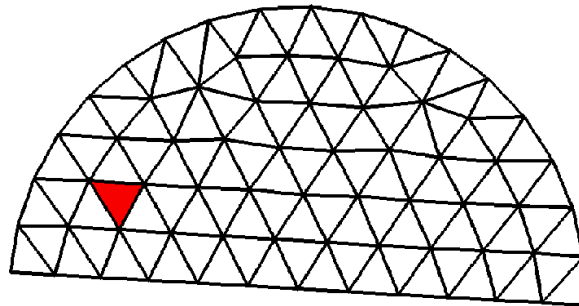
Dans cette section, les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme de traitement d'images "Rhéologie" sont développés. Ensuite, les comportements statistiques locaux des bulles sont reliés à certaines propriétés macroscopiques de la mousse.



### 4.6.1 Fluctuations des champs

La méthode appliquée dans cet algorithme est similaire à celle des éléments finis. Elle permet d'obtenir les propriétés rhéologiques locales en les moyennant sur une maille mésoscopique. Une telle procédure implique que nous considérons la mousse comme un milieu continu. Cette hypothèse n'est pas forcément rencontrée et doit être vérifiée. En effet, les mousses sont constitués d'éléments élastiques de taille macroscopique. Leurs écoulements stationnaires résultent d'une succession d'incrémentations d'énergie élastique emmagasinée par les bulles et de relaxations discontinues de cette énergie par réarrangements locaux tels que le processus T1. Une mousse peut être considérée comme un milieu continu à condition que ces réarrangements de bulles ne présentent aucune corrélation à grande échelle spatiale. Le comportement de la mousse ne doit pas être dominé par des avalanches de processus T1. La présence de telles avalanches est caractérisée par une succession de petites augmentations suivie d'une seule décroissance rapide de quantités définies localement telle que le tenseur de texture  $\mathbf{M}$  [Dollet 2007].

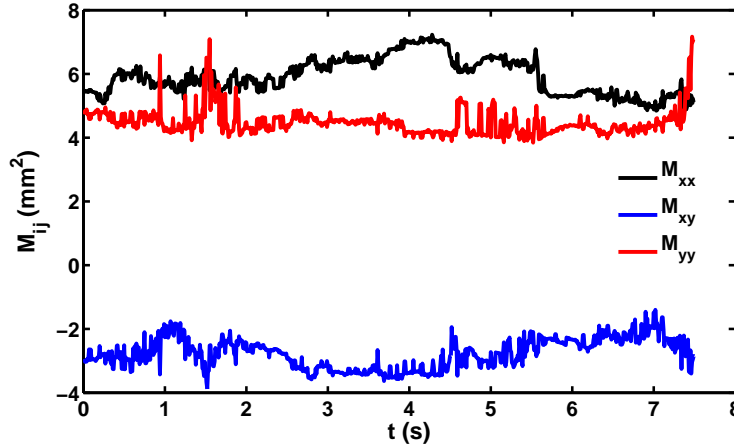
Nous allons donc étudier les fluctuations des champs au cours du temps. Nous avons choisi d'analyser les fluctuations du tenseur de texture mais toute autre variable définie à l'échelle locale aurait mené aux mêmes conclusions. Ces fluctuations ont été mesurées pour différentes vitesses de rotation. Ici, nous ne présentons que quelques résultats pour les vitesses extrêmes,  $\omega = 0.085$  rad/s et  $\omega = 1.7$  rad/s. Les fluctuations ont été à chaque fois analysées pour une maille placée à gauche de la cellule, à l'endroit où les bulles quittent l'interface et commencent à remonter le long de la paroi extérieure de la cellule. Cette maille choisie est représentée en rouge sur la Figure 4.33 et correspond à un endroit où les fluctuations sont susceptibles d'être importantes.



**Figure 4.33** Maille (représentée en rouge) du pavage sur laquelle sont étudiées les fluctuations des composantes du tenseur de texture  $\mathbf{M}$  pour une vitesse de rotation  $\omega = 0.085$  rad/s.

La Figure 4.34 présente l'évolution temporelle des trois composantes du tenseur de texture  $\mathbf{M}$  pour une vitesse de rotation faible ( $\omega = 0.085$  rad/s). Les variations des différentes composantes sont plus au moins importantes au cours du temps, mais aucune succession lente de petits augmentations suivie d'une décroissance rapide

unique n'est observable sur ce graphique. Dès lors, qualitativement, aucune des trois courbes ne semble présenter de comportement de type charge lente et décharge rapide dû à des avalanches de processus T1.

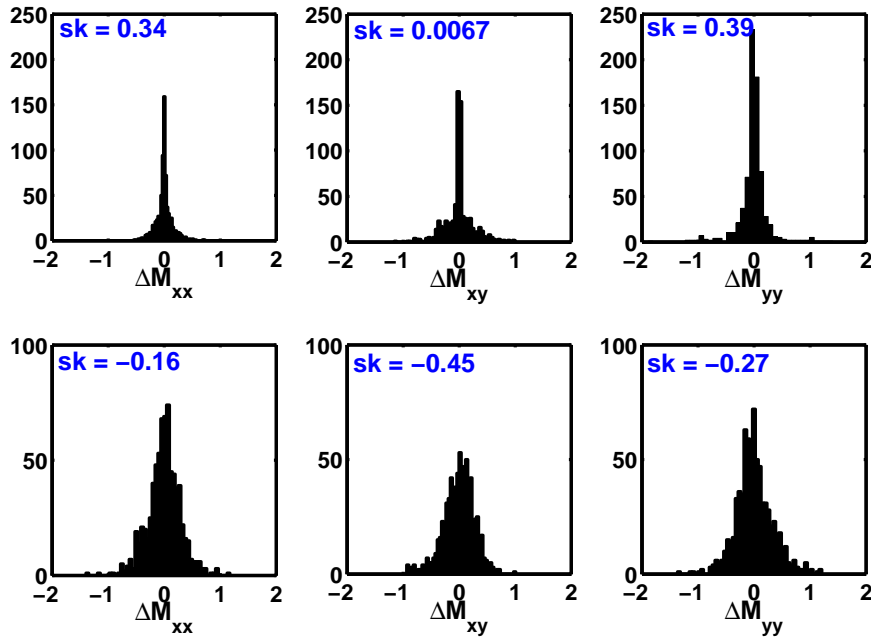


**Figure 4.34** Evolution temporelle des composantes du tenseur de texture  $\mathbf{M}$  sur une seule maille du pavage (représentée en rouge sur la Figure 4.33) et pour une vitesse de rotation  $\omega = 0.085$  rad/s.

Afin de quantifier les variations du tenseur de texture, nous avons analysé les incréments  $\Delta M_{ij} = M_{ij}(t) - M_{ij}(t + \Delta t)$  de ses trois composantes  $M_{xx}$ ,  $M_{xy}$  et  $M_{yy}$  avec  $\Delta t = 0.01$  s. La Figure 4.35 présente les histogrammes de ces incréments pour deux vitesses de rotation extrêmes. Dans ce cas-ci, la signature d'avalanches de processus T1 correspondrait à une asymétrie des distributions. En effet, un nombre élevé de petits incréments ( $\Delta M_{ij} < 0$ ) et un faible nombre de grandes décroissances ( $\Delta M_{ij} \gg 0$ ) résulteraient en une distribution asymétrique décalée à droite de sa médiane. Une telle distribution possède un coefficient d'asymétrie  $sk$  négatif et de valeur absolue largement supérieure à l'unité. Sur la Figure 4.35, les distributions sont toutes relativement symétriques et les coefficients  $sk$  calculés sont tous inférieurs à l'unité.

Cette démarche a également été appliquée pour une surface de mousse plus importante (approximativement 10 mailles) afin de s'assurer que l'influence des avalanches n'était pas visible à plus grande échelle. Les résultats obtenus sont similaires à ceux décrits précédemment pour une surface équivalente à une seule maille. La même analyse et les observations ont été faites pour une maille du côté droit de la mousse, située de manière à peu près symétrique à la maille étudiée ci-dessus.

L'asymétrie de la distribution des fluctuations des champs semble donc être minimale pour tout le volume. La mousse peut ainsi être considérée comme un milieu continu dans nos expériences.

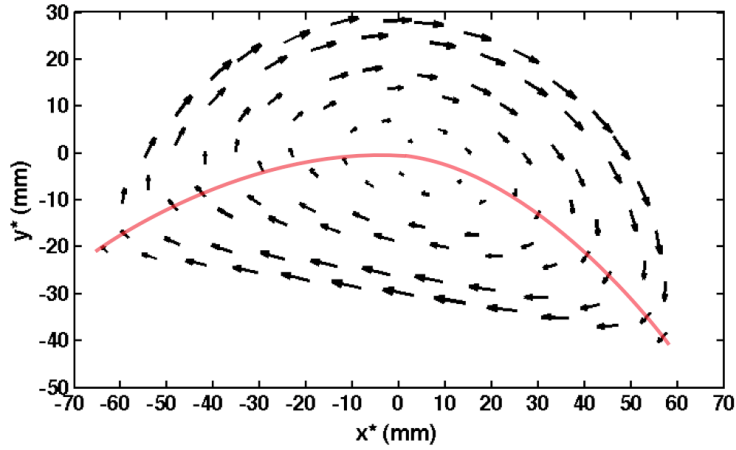


**Figure 4.35** Histogrammes des variations  $\Delta M_{ij} = M_{ij}(t) - M_{ij}(t + \Delta t)$  du tenseur de texture calculé pour une seule maille (représentée en rouge sur la Figure 4.33). En haut, la vitesse de rotation vaut  $\omega = 0.85$  rad/s et en bas,  $\omega = 1.7$  rad/s.

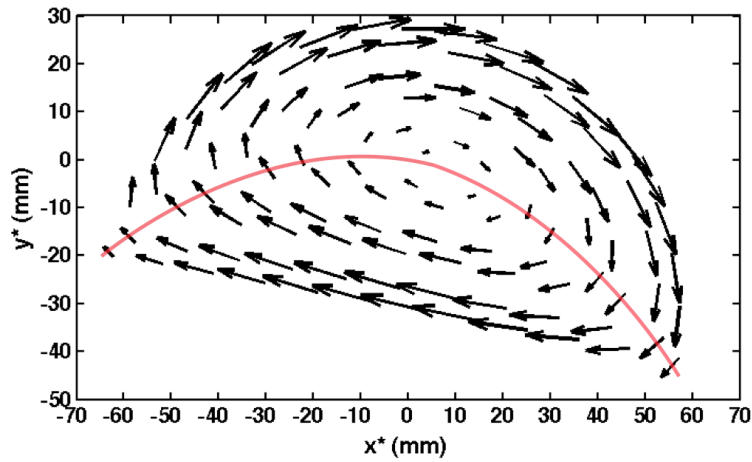
#### 4.6.2 Champs de vitesses

Le champ de vitesses  $\mathbf{v}$  des bulles est obtenu à partir de la comparaison de deux images successives. Les valeurs obtenues sont moyennées d'abord dans chaque maille du pavage et ensuite sur les 750 images de chaque expérience (*cfr.* Section 4.3.2.3). Les Figures 4.36 et 4.37 présentent un champ typique  $\mathbf{v}$  pour deux vitesses de rotation différentes. Pour faciliter l'analyse qualitative du champ, celui-ci est représenté en utilisant les axes  $x^*$  et  $y^*$  respectivement horizontal et vertical dans le référentiel du laboratoire. De plus, les deux graphiques sont centrés sur la maille de plus petite vitesse, englobant le point de vitesse nulle  $(x_0; y_0)$  au sein de la mousse. Entre les deux graphiques, l'ordre de grandeur des flèches est respecté.

Sur les Figures 4.36 et 4.37, la forme des champs de vitesse ainsi que leur évolution spatiale sont similaires pour les deux vitesses de rotation différentes. Assez naturellement, ses valeurs semblent corrélées à la vitesse de la cellule. Ces deux champs mettent en évidence le déplacement des bulles autour d'un point fixe situé approximativement au centre de la mousse, tout comme illustré précédemment sur la Figure 4.10. Plus les bulles sont éloignées de ce point  $(x_0; y_0)$ , plus leur vitesse linéaire est élevée. De plus, les vecteurs vitesses forment des lignes d'écoulement parallèles sur toute la mousse.



**Figure 4.36** Champ de vitesses des bulles dans le référentiel du laboratoire centré sur le point de vitesse nulle  $(x_0; y_0)$ .  $\omega = 0.85$  rad/s. A l'échelle du graphique, une flèche de longueur 1 cm correspond à une vitesse linéaire de 63 mm/s. La limite approximative entre les deux zones d'écoulement est tracée en rouge.



**Figure 4.37** Champ de vitesses des bulles dans le référentiel du laboratoire centré sur le point de vitesse nulle  $(x_0; y_0)$ .  $\omega = 1.7$  rad/s. A l'échelle du graphique, une flèche de longueur 1 cm correspond à une vitesse linéaire de 63 mm/s. La limite approximative entre les deux zones d'écoulement est tracée en rouge.

Sur les Figures 4.36 et 4.37, un guide pour les yeux tracé en rouge et correspond approximativement à la limite entre deux zones d'écoulement : une zone (i) située au-dessus de la ligne rouge et la seconde (ii) située en dessous de cette ligne. (i)

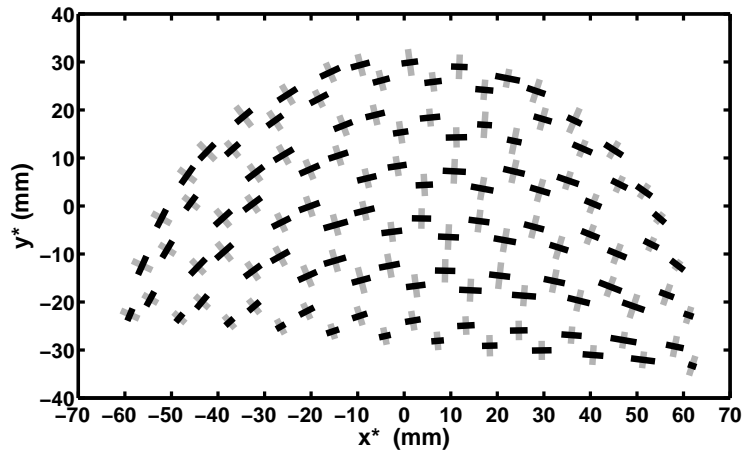
La première zone est constituée de la partie supérieure de la mousse. La mousse semble être en rotation solide dans le même sens que les parois de la cellule. Sur la gauche, les bulles les plus basses ( $x < 40$  mm) semblent accélérer avant d'atteindre une vitesse de croisière approximativement constante. Lorsque les bulles arrivent sur l'extrême droite de la cellule, elles ralentissent avant d'atteindre l'interface. (ii) La seconde zone est constituée de la partie inférieure de la mousse, celle en contact avec l'interface. Les bulles appartenant à cette zone se déplacent en sens contraire par rapport aux parois latérales de la cellule. En effet, la mousse étant située dans la moitié supérieure de la cellule, les parois se déplacent donc de la gauche vers la droite sur tout le volume de la mousse. L'écoulement des bulles est laminaire et principalement parallèle à l'interface. Tout comme dans la partie (i), les bulles accélèrent en entrant dans la zone (ii). Elles atteignent leur vitesse maximale à proximité du milieu de l'interface puis ralentissent avant de quitter la zone. Au niveau de la frontière entre les deux zones d'écoulement, les vitesses observées sur les Figures 4.36 et 4.37 sont plus faibles que sur le reste de la mousse. Les bulles semblent freinées par le changement de direction.

Dans cette section, nous nous sommes limités à une étude descriptive des champs de vitesses. Ces observations nous sont utiles pour comprendre l'évolution des déformations des bulles développée dans la section suivante. Les vitesses des bulles selon les deux lignes représentatives  $x$  et  $y$  seront détaillées ultérieurement, dans la Section 4.7

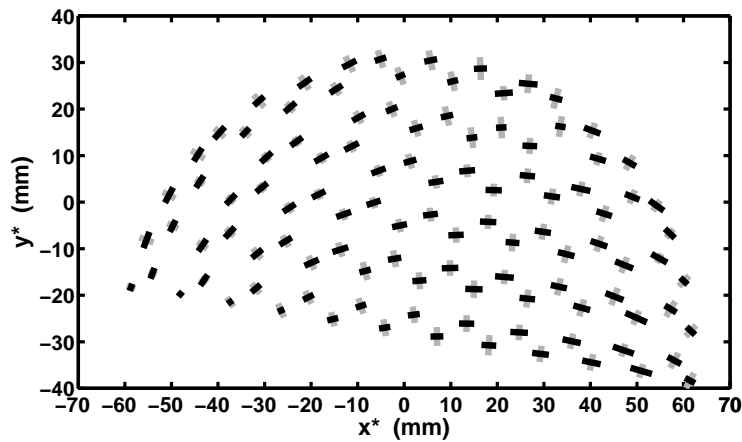
### 4.6.3 Tenseur de déformation statistique

Le tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  quantifie les déformations élastiques des bulles par rapport à une structure de référence. Sa trace évalue la variation relative de l'aire des bulles, qui reste relativement faible. Dans nos expériences, ce tenseur a donc une valeur propre positive et une valeur propre négative. Pour représenter un tel tenseur, nous avons choisi de prendre deux segments orthogonaux, de même direction que celle du vecteur propre correspondant et de longueur proportionnelle à la valeur absolue de la valeur propre respective. Le tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  est présenté sur les Figures 4.38 et 4.39 pour deux vitesses de rotation différentes. Le segment gris correspond à la valeur propre négative et donc à la direction de la compression des bulles. Le segment noir indique la valeur propre positive. Il s'agit donc de la direction d'élongation des bulles. Ces graphiques sont présentés dans le référentiel du laboratoire selon les axes  $x^*$  et  $y^*$  et centrés sur le point de vitesse nulle.

Les bulles sont allongées dans la direction de l'écoulement sur une grande partie de la mousse. La direction de la plupart valeurs propres positives est proche de celle de l'écoulement tandis que la plupart des valeurs propres négatives lui sont perpendiculaires. Une compression perpendiculaire à l'écoulement est donc observée sur la majorité des bulles. Deux exceptions peuvent être mises en évidence : la première est située sur la gauche de la mousse, où l'écoulement des bulles n'est pas



**Figure 4.38** Champ du tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  dans le référentiel du laboratoire centré sur le point de vitesse nulle. Les lignes grises correspondent à la direction de la compression tandis que les lignes noires indiquent la direction de l'élongation. Toutes sont proportionnelles à l'intensité des valeurs propres correspondantes.  $\omega = 0.25$  rad/s.

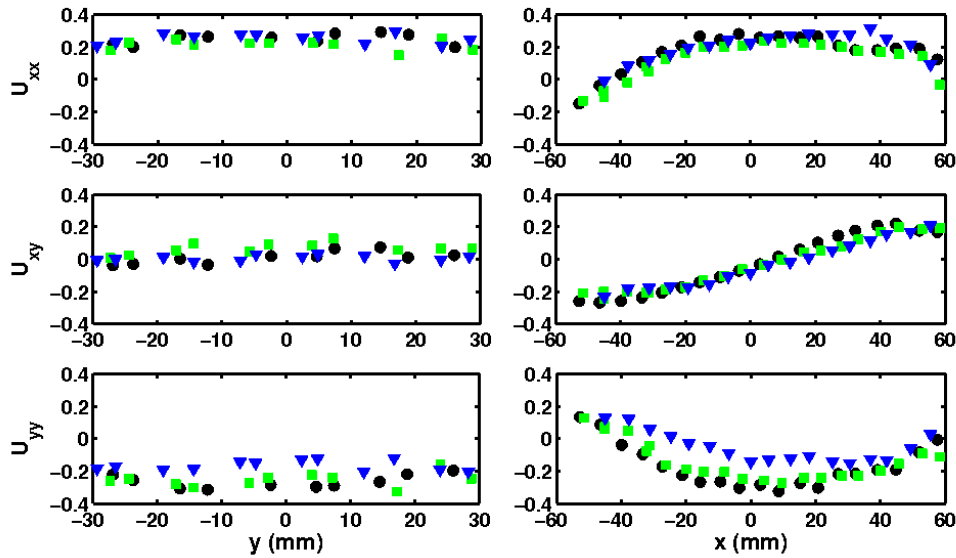


**Figure 4.39** Champ du tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  dans le référentiel du laboratoire centré sur le point de vitesse nulle. Les lignes grises correspondent à la direction de la compression tandis que les lignes noires indiquent la direction de l'élongation. Toutes sont proportionnelles à l'intensité des valeurs propres correspondantes.  $\omega = 1.7$  rad/s.

parallèle au déplacement des parois latérales de la cellule. Dans cette zone, l'élongation des bulles semble résulter de la compétition entre les contraintes visqueuses générées par leur déplacement relatif et les contraintes aux parois de la cellule. La deuxième exception est située sur la droite de la mousse. L'angle entre la direction du déplacement des bulles et celle de l'élongation semble augmenter à l'approche de l'interface jusqu'à atteindre une valeur proche de  $\pi/2$ . Cet angle est probablement

une signature de la compression subie par les bulles. En effet, les bulles descendant sur la droite de la mousse se déplacent dans le sens des parois latérales. La friction entre les bulles et les parois “facilite” leur déplacement. Par contre, pour remonter l’interface, les bulles se déplacent dans le sens opposé aux parois. La friction s’oppose donc à leur déplacement, générant ainsi une compression verticale plus importante de la mousse à droite de la cellule. Les déformations des bulles sont plus petites le long de l’interface mousse/solution. La fraction de liquide plus importante à proximité de l’interface diminue le seuil des contraintes  $\tau_y$ . Dès lors, les bulles s’écoulent plus facilement et se déforment plus faiblement. Sur les Figures 4.38 et 4.39, nous constatons que l’orientation des deux valeurs propres de  $\mathbf{U}$  sont relativement similaires. La seule différence notable est leur amplitude, plus petite à faible  $\omega$ . La fraction de liquide étant plus importante, le seuil d’écoulement  $\tau_y$  est plus faible.

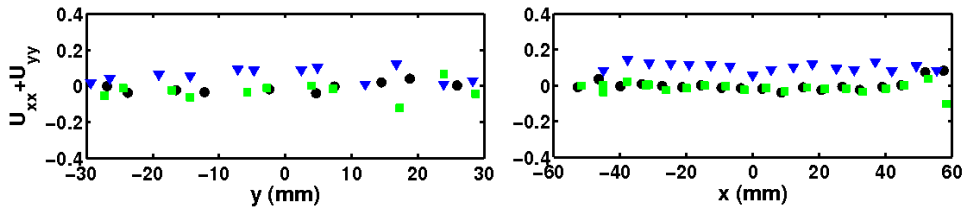
Le tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  est symétrique. Il possède donc trois composantes indépendantes  $U_{xx}$ ,  $U_{xy}$  et  $U_{yy}$ . Pour une étude plus quantitative de



**Figure 4.40** Composantes indépendantes  $U_{xx}$ ,  $U_{xy}$  et  $U_{yy}$  du tenseur de déformation statistique pour trois vitesses différentes. Un exemple des composantes du tenseur est présenté en noir pour  $\omega = 0.34$  rad/s, en vert pour  $\omega = 0.85$  rad/s et en bleu pour  $\omega = 1.36$  rad/s. La colonne de gauche présente les résultats obtenus selon la ligne représentative  $y$  et la colonne de droite, ceux selon la ligne représentative  $x$  dans le référentiel de la mousse.

l’évolution de la déformation des bulles, ces trois composantes sont présentées sur les Figures 4.40 et 4.42 le long de différentes zones d’intérêt et pour trois vitesses de rotation. La Figure 4.40 illustre leur évolution le long des deux lignes représentatives  $x$  et  $y$  du référentiel de la mousse, sur la colonne de droite et sur celle de gauche respectivement. Selon l’axe  $y$ , les trois composantes du tenseur sont indépendantes en fonction de la hauteur. Une valeur positive d’un des éléments diagonaux de  $\mathbf{U}$

indique une tendance à l'élongation dans cette direction tandis qu'une valeur négative indique une tendance à la compression. Dans le cas présent, les bulles sont dilatées selon l'axe  $x$  et plutôt comprimées dans la direction de l'axe  $y$ . L'élément déviatorique  $U_{xy}$  met en évidence la déviation de la déformation par rapport aux axes  $x$  et  $y$ . Il vaut approximativement zéro, indiquant une déformation dont l'orientation est proche de l'axe  $x$ . A noter également, les valeurs proches mais opposées des éléments diagonaux. Leur somme  $U_{xx} + U_{yy}$  donne une information sur la dilatation des bulles. Elle est illustrée sur la Figure 4.41. La compression de l'air étant



**Figure 4.41** Trace du tenseur  $\mathbf{U}$  pour trois vitesses : en noir pour  $\omega = 0.34$  rad/s, en vert pour  $\omega = 0.85$  rad/s et en bleu pour  $\omega = 1.36$  rad/s. Le graphique de gauche présente la trace selon l'axe  $y$  et le graphique de droite celle selon l'axe  $x$  dans le référentiel de la mousse.

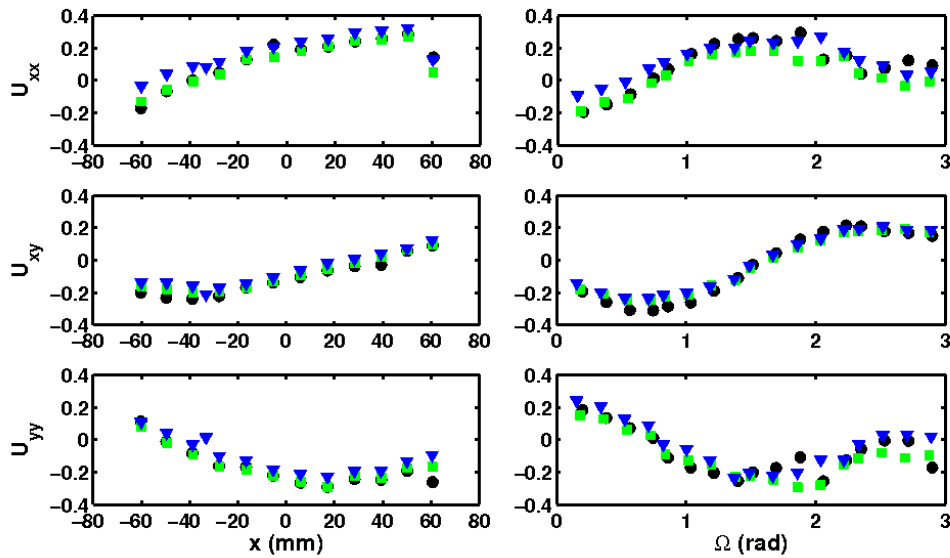
négligeable, il est attendu que cette somme tende vers zéro pour une fraction de liquide donnée. Finalement les deux éléments  $U_{xx}$  et  $U_{xy}$  ne varient pas avec la vitesse de rotation, tandis que  $U_{yy}$  diminue lorsque  $\omega$  augmente. La déformation des bulles diminue donc lors d'une augmentation de la vitesse de rotation. Dès lors, la trace du tenseur  $U_{xx} + U_{yy}$  augmente avec  $\omega$ . Ces deux résultats peuvent être expliqués grâce à la variation de la fraction de liquide moyenne  $\langle \phi_l \rangle$  de la mousse. En effet, une augmentation de  $\langle \phi_l \rangle$  implique une diminution de la contrainte seuil  $\tau_y$ . Elle implique également un élargissement des bords de Plateaux, éloignant, de ce fait, les centres géométriques des bulles les uns des autres. Les vecteurs  $\mathbf{r}$  du réseau des centres (cf. Section 4.3.2.3) sont donc augmentés artificiellement et la trace du tenseur  $\mathbf{U}$  devient non négligeable.

Selon l'axe  $x$ , l'interprétation est plus complexe. La déformation varie selon la position des bulles. L'évolution des éléments diagonaux est opposée.  $U_{xx}$  augmente avec  $x$  avant de diminuer légèrement près de la paroi extérieure, tandis que  $U_{yy}$  diminue avant d'augmenter. L'élément déviatorique  $U_{xy}$  est négatif pour la partie gauche de la mousse et change de signe autour de  $x \sim 0$ . L'orientation de la déformation maximale change donc de sens au niveau du point de vitesse nulle  $(x_0, y_0)$ . Ce résultat était relativement attendu étant donné que l'écoulement change de direction en  $(x_0, y_0)$ . L'élément  $U_{xx}$  reste constant en fonction de la vitesse de rotation tandis que les deux autres éléments diminuent. Tout comme pour l'axe  $y$ , une augmentation de la trace du tenseur  $U_{xx} + U_{yy}$  peut également être observée avec une augmentation de  $\omega$

La Figure 4.42 présente les composantes du tenseur de déformation statistique



pour deux zones marginales. La colonne de gauche correspond aux valeurs obtenues pour les régions spatiales en contact direct avec l'interface mousse/solution. Sur la gauche de l'interface, les éléments diagonaux  $U_{xx}$  et  $U_{yy}$  sont relativement petits et indiquent une faible déformation des bulles. La même observation pouvait être faite sur les Figures 4.38 et 4.39. Ce phénomène est dû à la fraction de liquide de mousse très élevée à cet endroit. Les parois de la cellule s'élevant hors de la solution emportent avec elles un film liquide, augmentant ainsi la fraction de liquide de la mousse déjà proche de sa valeur critique  $\phi^*$  le long de l'interface. Plus les bulles sont proches du côté droit de la mousse, plus les éléments diagonaux de  $\mathbf{U}$  deviennent importants. Tout comme pour la Figure 4.40, les valeurs de  $U_{xx}$  sont opposées à celle de  $U_{yy}$ . L'élément déviatorique est négatif à gauche de la cellule et change de signe à proximité de  $x \sim 40$  mm. Les trois composantes montrent une légère augmentation avec la vitesse de rotation de la cellule. Ce résultat peut être expliqué par la faible variation de la fraction de liquide avec  $\omega$  le long de l'interface. Les déformations augmentent alors peu avec la contrainte extérieure.

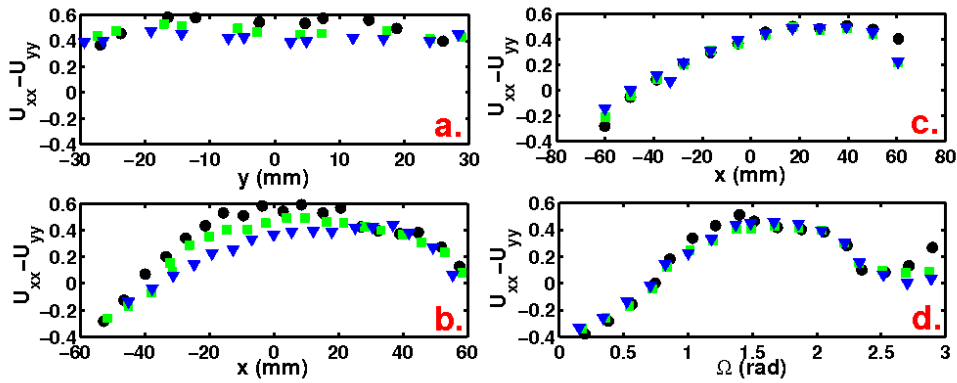


**Figure 4.42** Composantes indépendantes  $U_{xx}$ ,  $U_{xy}$  et  $U_{yy}$  du tenseur de déformation statistique pour trois vitesses différentes. Un exemple des composantes du tenseur est présenté en noir pour  $\omega = 0.34$  rad/s, en vert, pour  $\omega = 0.85$  rad/s et en bleu pour  $\omega = 1.36$  rad/s. La colonne de gauche présente les résultats obtenus le long de l'interface et la colonne de droite ceux sur le pourtour de la cellule dans le référentiel de la mousse.

La colonne de droite de la Figure 4.42 présente les composantes du tenseur  $\mathbf{U}$  obtenues pour les régions spatiales en contact direct avec la paroi extérieure de la cellule. Celles-ci correspondent donc au pourtour de la mousse et sont présentées en fonction de  $\Omega$ , la coordonnée polaire dont le centre de rotation est le centre de la cellule. L'origine correspond au point extrême gauche de l'interface. La composante

déviatorique change de signe aux alentours de  $\Omega \sim \pi/2$ . Par contre, la dépendance des différentes éléments en la vitesse de rotation est moins claire que pour les autres zones.

La différence  $U_{xx} - U_{yy}$  des éléments diagonaux est une valeur intéressante permettant la comparaison des déformations des bulles selon les axes  $x$  et  $y$ . Cette différence est présentée sur la Figure 4.43 pour différentes vitesses le long des quatre zones énoncées précédemment : **a.** l'axe  $y$ , **b.** l'axe  $x$ , **c.** l'interface et **d.** le pourtour de la cellule. Selon l'axe  $y$ , les deux éléments sont constants en fonction de la hauteur et par conséquent la différence obtenue est plutôt constante. Par contre, elle dépend légèrement de la vitesse de rotation. Pour les trois autres zones, à proximité de la paroi extérieure gauche, la plus grande déformation est dirigée selon l'axe  $y$ . Ensuite, la différence  $U_{xx} - U_{yy}$  augmente progressivement et change de signe. Selon l'axe  $x$ , l'influence de la vitesse de rotation dépend de la position dans la cellule. Pour toutes les valeurs  $x < 30$  mm, la différence diminue avec une augmentation de la vitesse. Mais pour toutes les valeurs  $x > 30$  mm,  $U_{xx} - U_{yy}$  ne dépend pas de  $\omega$ . Sur le pourtour de la mousse, la différence atteint une valeur maximale pour  $\Omega \sim \pi/2$  puis tend vers zéro lorsqu'on s'approche de l'interface. Les valeurs de  $U_{xx} - U_{yy}$  selon l'interface et le pourtour ne semblent pas dépendre de la vitesse angulaire de la cellule. Dans ces cas-ci, l'influence des limites de la mousse sur la direction des déformations l'emporte sur la vitesse de rotation et la fraction de liquide.



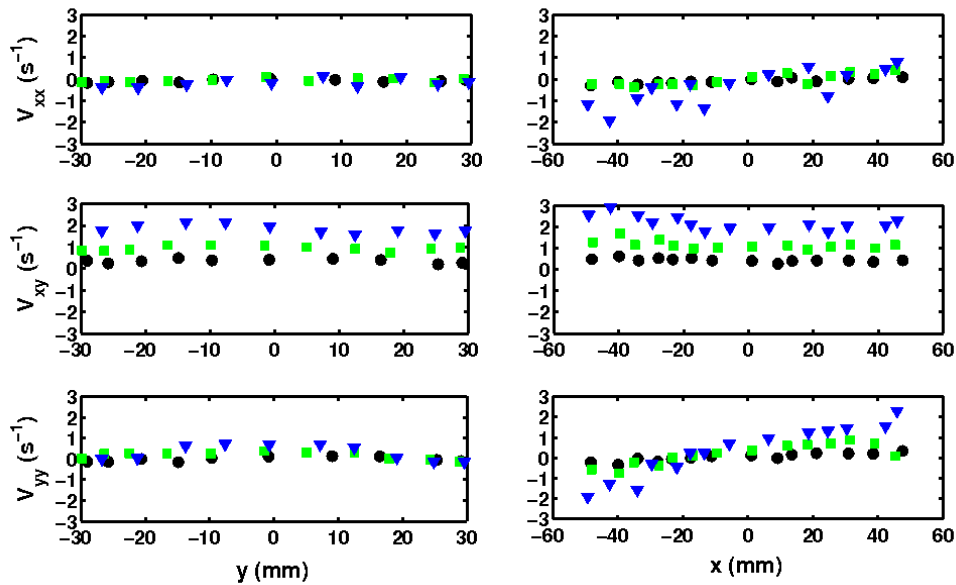
**Figure 4.43** Différence des éléments diagonaux du tenseur de déformation statistique  $U_{xx} - U_{yy}$ . Les symboles noirs correspondent à  $\omega = 0.34$  rad/s, les verts à  $\omega = 0.85$  rad/s et les bleus à  $1.36$  rad/s. Les valeurs présentées sont celles obtenues le long **a.** de l'axe  $y$ , **b.** de l'axe  $x$ , **c.** de l'interface et **d.** du pourtour de la cellule.

Le tenseur des déformations statistiques permet d'obtenir des informations sur les déformations des bulles. L'élongation des bulles est observée principalement dans la direction de l'écoulement. Comme attendu, la dilatation des bulles est relativement faible. Les seules variations observées sont à attribuer à l'augmentation de la fraction de liquide. Excepté le long de l'axe  $y$ , les déformations changent de direc-

tion le long des zones étudiées. Ces observations sont utiles pour la modélisation de l'écoulement de la mousse.

#### 4.6.4 Tenseur taux déformation

Le tenseur taux de déformation  $\mathbf{V}$  correspond à la partie symétrique du gradient de vitesse  $\nabla \mathbf{v}$ . Il possède donc trois composantes indépendantes  $V_{xx}$ ,  $V_{xy}$  et  $V_{yy}$ . La Figure 4.44 présente ces trois composantes le long des deux lignes représentatives  $x$  et  $y$  du référentiel de la mousse, sur la colonne de droite et sur celle de gauche respectivement.



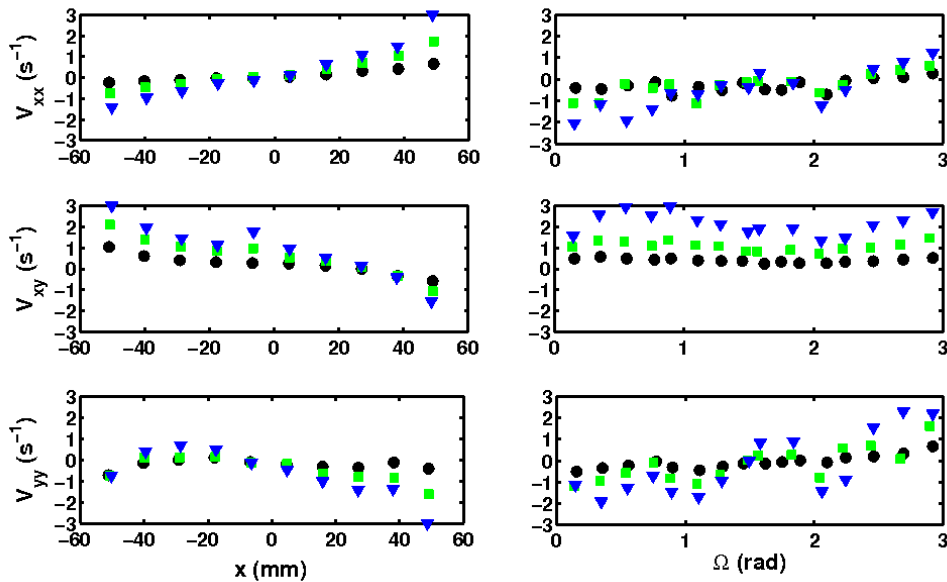
**Figure 4.44** Composantes indépendantes  $V_{xx}$ ,  $V_{xy}$  et  $V_{yy}$  du tenseur taux de déformation pour trois vitesses différentes. Un exemple des composantes du tenseur est présenté en noir pour  $\omega = 0.34$  rad/s, en vert pour  $\omega = 0.85$  rad/s et en bleu pour  $\omega = 1.7$  rad/s. La colonne de gauche présente les résultats obtenus selon l'axe  $y$  et la colonne de droite ceux selon l'axe  $x$  dans le référentiel de la mousse.

Le long de l'axe  $y$ , les trois éléments du tenseur sont constants en fonction de la hauteur. Les composantes diagonales sont approximativement nulles pour toutes les vitesses de rotation. La trace  $V_{xx} + V_{yy}$  est donc nulle, ce qui indique deux valeurs opposées pour les deux valeurs propres du tenseur. L'écoulement de la mousse de long de l'axe  $y$  est donc dominé par le cisaillement des bulles et non par leur compression. L'écoulement est dit incompressible. La valeur de l'élément déviatorique  $V_{xy}$  augmente avec la vitesse de rotation. Le cisaillement des bulles le long de l'axe  $y$  est plus important pour une vitesse plus élevée.

Selon l'axe  $x$ , l'élément diagonal  $V_{xx}$  est proche de zéro pour les faibles vitesses et

s'en éloigne légèrement pour des vitesses plus élevées. Aucune dépendance claire en  $\omega$  ne peut être dégagée du graphique. Le second élément diagonal  $V_{yy}$  dépend de la vitesse de rotation. Ses valeurs sont proches de zéro à proximité du centre de rotation de la mousse mais augmentent avec  $\omega$  lorsqu'on s'en éloigne. La somme des valeurs propres du tenseur le long de l'axe  $x$  est proche de zéro mais non négligeable. Dans ce cas-ci, l'écoulement de la mousse est donc légèrement compressible. Ce résultat peut éventuellement provenir de la variation de la fraction de liquide entre la gauche de la cellule et la droite. L'élément déviatorique  $V_{xy}$  est plutôt constant en fonction de la position  $x$  mais augmente avec la vitesse angulaire, traduisant un cisaillement de la mousse dépendant principalement de  $\omega$  le long de l'axe  $x$ .

La Figure 4.45 présente les composantes du tenseur taux de déformation le long de l'interface sur la colonne de gauche et sur le pourtour de la cellule sur celle de droite. Le long de l'interface, les éléments dépendent tous de la vitesse de rotation.



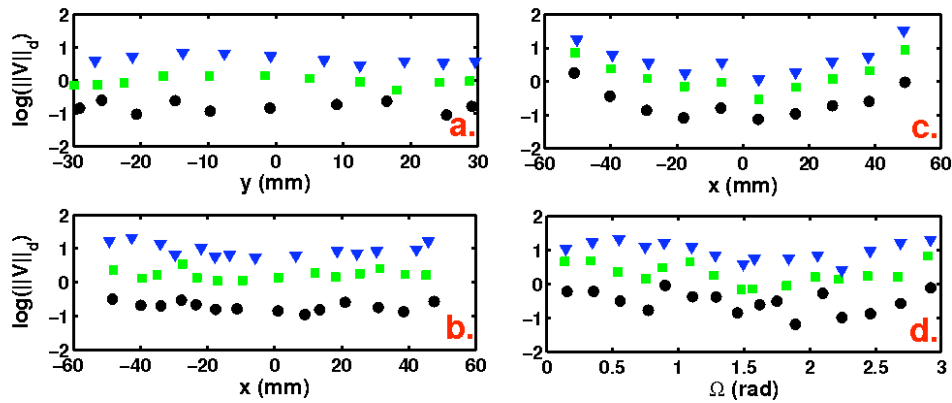
**Figure 4.45** Composantes indépendantes  $V_{xx}$ ,  $V_{xy}$  et  $V_{yy}$  du tenseur taux de déformation pour trois vitesses différentes. Un exemple des composantes du tenseur est présenté en noir pour  $\omega = 0.34$  rad/s, en vert, pour  $\omega = 0.85$  rad/s et en bleu pour  $\omega = 1.7$  rad/s. La colonne de gauche présente les résultats obtenus le long de l'interface et la colonne de droite ceux sur le pourtour de la cellule dans le référentiel de la mousse.

La somme de deux éléments diagonaux est faible mais non nulle, tout comme celle des valeurs propres. L'écoulement de la mousse le long de l'interface semble donc être légèrement compressible. En effet, sur la droite de la cellule, la mousse en contact avec l'interface est plus sèche qu'à sa valeur d'équilibre. Du liquide est donc injecté dans les premières couches de bulles par succion capillaire. L'élément déviatorique  $V_{xy}$  a une évolution plus complexe que le long des deux axes représentatifs. Pour la

partie gauche de l'interface,  $V_{xy}$  augmente avec  $\omega$  tandis que sur la partie droite, il semble en être indépendant.

Le long du bord de la cellule, l'évolution des éléments diagonaux est complexe. Leur somme est non négligeable, indiquant un écoulement de la mousse compressible. Par contre, l'élément déviatorique est relativement constant en fonction de l'angle  $\omega$  et dépend de la vitesse angulaire.

La fonction de dissipation  $\|\mathbf{V}\|_d$  permet d'obtenir des informations sur les variations spatiales du taux de déformation et, par la même occasion, sur la dissipation d'énergie locale dans la mousse. La Figure 4.46 présente le logarithme de la fonction de dissipation selon les quatre zones d'intérêt. Les résultats obtenus le long des deux axes représentatifs  $x$  et  $y$  (graphiques **a.** et **b.**) sont similaires. La fonction est approximativement constante en fonction de la position et augmente avec la vitesse de rotation. Le long de l'interface (graphique **c.**), la fonction de dissipation est maximale aux extrémités et diminue légèrement à l'approche du centre de l'interface. Finalement, sur le pourtour de la cellule (graphique **d.**), les valeurs sont indépendantes de l'angle  $\Omega$  et augmentent avec la vitesse angulaire, tout comme pour les autres régions. Aucun écoulement en bloc de la mousse n'est observé. En effet, un tel écoulement se traduirait par un gradient de vitesse et une fonction de dissipation nulle. Le logarithme tracé sur la Figure 4.46 chuterait donc brutalement. Or, celui-ci est quasiment constant pour toutes les zones étudiées. Dès lors, aucune variation importante de la dissipation n'est observée à travers la mousse.



**Figure 4.46** Fonction de dissipation  $\|\mathbf{V}\|_d$  le long **a.** de l'axe  $y$ , **b.** de l'axe  $x$ , **c.** de l'interface et **d.** du pourtour de la cellule. Les symboles noirs correspondent à  $\omega = 0.34$  rad/s, les verts à  $\omega = 0.85$  rad/s et les bleus à  $1.7$  rad/s.

#### 4.6.5 De l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique

L'algorithme de traitement d'images décrit dans la Section 4.3.2.3 permet d'obtenir des informations précises sur le comportement statistique local de la mousse.

Sous certaines conditions, ces résultats peuvent être reliés aux propriétés macroscopiques de la mousse.

L'hypothèse affine considère un champ des vitesses qui varie linéairement avec la position. En considérant deux bulles avec les positions  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ , elle suppose que la vitesse de chaque bulle individuelle respecte la condition [Graner 2008] :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_1) \sim \mathbf{v}(\mathbf{r}_2) + \nabla \mathbf{v}^t (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (4.67)$$

avec  $\mathbf{v}$  la vitesse de la bulles,  $\nabla \mathbf{v}^t$  la transposée de la dérivée spatiale du champ des vitesses. Les termes  $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  d'ordre supérieur sont négligeables. Cette hypothèse implique donc que le gradient de vitesse doit être continu même au niveau des bulles individuelles. De plus, les fluctuations doivent être petites et n'avoir aucun effet sur le comportement mécanique globale de la mousse (*cfr.* Section 4.6.1). Les champs des vitesses obtenus ont été présentés dans la Section 4.6.2 et sont laminaires. De plus, pour les profils de vitesses (*cfr.* Section 4.7), la dépendance en la position peut être approximativement considérée comme linéaire. Dès lors, l'hypothèse affine peut être considérée comme valable dans le cadre de nos expériences, pour une mousse à l'équilibre dynamique.

Pour un milieu continu soumis à un écoulement permanent respectant l'hypothèse affine, le tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$  défini localement correspond au tenseur des déformations totales  $\boldsymbol{\varepsilon}$  à condition que le tenseur de référence  $\mathbf{M}_0$  soit isotrope. Cette égalité a été démontrée pour le régime élastique [Aubouy 2003, Asipauskas 2003] mais également pour le régime plastique non-linéaire dans lequel les bulles sont soumises à des déformations beaucoup plus importantes [Janiaud 2005]. Le tenseur  $\mathbf{U}$  permet donc d'étendre la définition classique du tenseur élastique  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  des petites déformations des bulles aux grandes déformations.

De plus, le tenseur taux de déformation  $\mathbf{V}$  défini à partir du tenseur gradient de vitesse peut être directement lié au tenseur taux de contrainte total  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ . Cette égalité nous permet d'évaluer la réponse visqueuse de la mousse à toute contrainte extérieure.

Avec ces outils à disposition, il est maintenant possible de décrire le comportement rhéologique macroscopique de la mousse. Son mouvement dans la cellule en rotation est une combinaison d'élongations des bulles et d'un écoulement visqueux constitué d'une succession rapide de réarrangements de type T1. Pour modéliser un tel écoulement stationnaire, le tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\tau}$  peut être divisé en deux contributions :  $\boldsymbol{\tau}_y$  le tenseur des contraintes seuil correspondant au seuil au-delà duquel la mousse s'écoule et  $\boldsymbol{\tau}_v$  le tenseur des contraintes visqueuses provenant de la friction visqueuse dans les bords de Plateau et les films lors de l'écoulement. Il vient ainsi :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\tau}_v, \quad (4.68)$$

Le tenseur des contraintes seuil provient de la réponse élastique de la mousse à toute contrainte extérieure. Ses éléments diagonaux quantifient la réponse à toute compression de la mousse tandis que les éléments déviatoriques quantifient celle à

toute contrainte de cisaillement. En utilisant les données expérimentales obtenues pour le tenseur de déformation statistique, le tenseur des contraintes seuil peut être estimé à partir de la loi [Marmottant 2008] :

$$\boldsymbol{\tau}_y = 2G\mathbf{U}_d + K(\text{Tr}\mathbf{U})\mathbf{I}, \quad (4.69)$$

où  $G$  est le module d'élasticité,  $K$  le module de compression,  $\mathbf{I}$  le tenseur identité et  $\mathbf{U}_d$  est le tenseur de déformation déviatorique donné par l'équation :

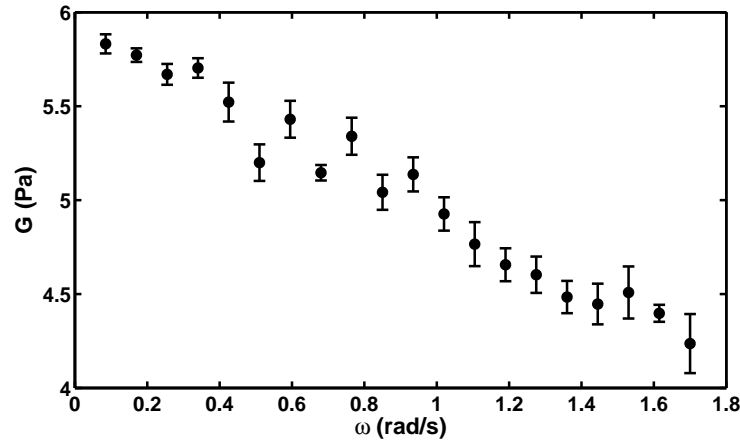
$$\mathbf{U}_d = \mathbf{U} + \frac{1}{2}(\text{Tr}\mathbf{U})\mathbf{I}. \quad (4.70)$$

Le scalaire  $\text{Tr}\mathbf{U}$  est la trace du tenseur de déformation statistique  $\mathbf{U}$ .

Le module d'élasticité  $G$  dépend principalement des propriétés de la mousse. Dans le cadre de nos expériences, il ne dépend de la vitesse de rotation qu'au travers de la fraction de liquide selon l'équation phénoménologique [Cantat 2010] :

$$G = 1.4(1 - \langle\phi_l\rangle)(\phi^* - \langle\phi_l\rangle)\frac{2\sigma_l}{D}. \quad (4.71)$$

Le module d'élasticité décroît quand la fraction de liquide augmente avant de chuter à zéro, de manière discontinue, en  $\langle\phi_l\rangle = \phi^*$ , c'est-à-dire lorsque les contacts entre les bulles disparaissent. La Figure 4.47 présente le module  $G$  en fonction de la vitesse  $\omega$ . Sur l'intervalle de vitesses étudié, sa valeur semble décroître linéairement avec  $\omega$ . Le module de compression  $K$  dépend des propriétés de la mousse ainsi que de



**Figure 4.47** Module d'élasticité  $G$  en fonction de la vitesse angulaire de la cellule  $\omega$  pour des bulles de diamètre  $D = 3$  mm.

sa fraction de liquide [Sjoblom 2001]. Il dépend également de la pression extérieure qui, dans nos expériences, peut être approximée par la pression atmosphérique  $P \sim 10^5$  Pa. Le module de compression est donc typiquement de l'ordre de  $10^5$  Pa, une valeur largement supérieure à celle du module d'élasticité  $G$ . Nous obtenons donc un

tenseur de contrainte seuil  $\boldsymbol{\tau}_y$  dont les éléments diagonaux sont de l'ordre de  $10^4$  Pa et dont les éléments déviatoriques sont inférieurs à l'unité. Durant l'écoulement de la mousse, le cisaillement et l'élongation des bulles sont donc largement favorisés par rapport à la compression, comme illustré par les Figures 4.40 et 4.43 représentant les déformations des bulles.

Par analogie à la définition de la contrainte pour un liquide newtonien  $\boldsymbol{\tau} = \eta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ , nous pouvons définir une viscosité effective pour la mousse comme le tenseur de second ordre suivant :

$$\boldsymbol{\eta}_{eff} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}} = \frac{\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\tau}_v}{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}} \quad (4.72)$$

Au vu des valeurs du tenseur de contrainte seuil  $\boldsymbol{\tau}_y$ , les éléments diagonaux du tenseur de viscosité effective sont plusieurs ordres de grandeur plus importants que les éléments déviatoriques. Dès lors, la viscosité effective de cisaillement est beaucoup plus faible que celle liée à la compression, ce qui favorise largement le cisaillement lors de l'écoulement de la mousse. Dans la suite, seuls les éléments déviatoriques des différents tenseurs seront considérés. Il est à noter que, dans nos expériences, l'intervalle de taux de contrainte visité est largement supérieur à celui du régime quasi-statique. La contrainte seuil  $\tau_y$  liée à l'élasticité joue donc un rôle mineur dans l'écoulement des bulles (approximativement un ordre de grandeur plus petite que la contrainte visqueuse  $\tau_v$ ). Par conséquent, la contribution de la contrainte seuil à la viscosité effective est également négligée. Cette hypothèse est plus forte à haute vitesse de rotation. En effet, pour un  $\omega$  élevé, la fraction de liquide est plus importante et donc le module  $G$  est plus petit. De plus, le taux de contrainte étant plus élevé, la contribution de la contrainte visqueuse est plus importante.

La viscosité effective  $\eta_{eff}$  de la mousse est définie par le rapport entre la contrainte de cisaillement visqueux  $\tau_v$  et le taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$  et est décrite par la loi développée par Tcholakova [Tcholakova 2008, Denkov 2008] (*cf.* Section 4.2). La contrainte totale de cisaillement visqueux est considérée comme la superposition de la friction dans les films et celle dans la région des ménisques. Dès lors, la viscosité effective suit la loi semi-empirique suivante [Tcholakova 2008] :

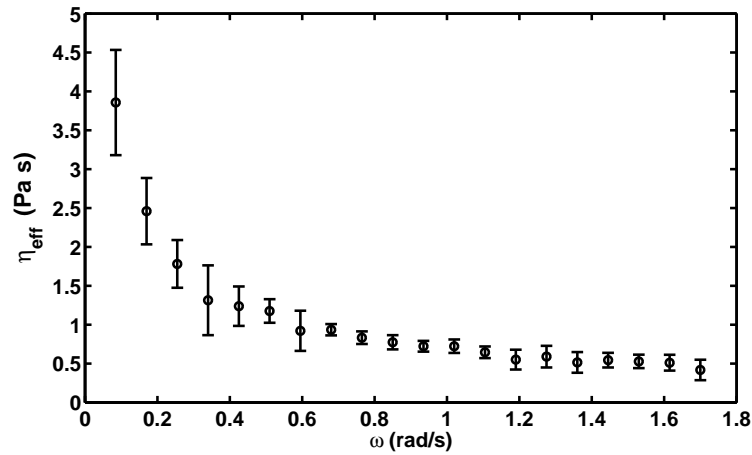
$$\eta_{eff} = \left( 0.5 \text{Ca}^{-0.535} \frac{(1 - \langle \phi_l \rangle)^{5/6}}{\sqrt{\langle \phi_l \rangle}} \right) \eta + \left( 6.2 \text{Ca}^{-0.3} \frac{(1 - \langle \phi_l \rangle)^{5/6}}{\langle \phi_l \rangle^{0.2}} \right) \eta \quad (4.73)$$

avec le nombre capillaire  $\text{Ca} = \eta \dot{\epsilon} D / 2\sigma_l$ . Le premier terme tient compte de la friction dans les films des bulles et domine à petit nombre capillaire et/ou à faible valeur de la fraction de liquide. Dans le cadre de nos expériences, ce terme est proche de 2.8 Pas pour  $\omega = 0.087$  rad/s et diminue jusqu'à une valeur de 0.5 Pas à  $\omega = 1.7$  rad/s. Le deuxième terme de l'Equation (4.73) tient compte de la friction dans les régions des ménisques et domine à grand nombre capillaire et/ou à grande fraction de liquide. Les calculs réalisés à partir des données expérimentales donnent une valeur approximative de 0.27 Pas pour  $\omega = 0.087$  rad/s et 0.16 Pas pour  $\omega = 1.7$  rad/s. Le premier terme domine donc pour toutes les valeurs de la vitesse



de rotation testées. En effet, la fraction de liquide augmente avec  $\omega$  mais reste faible comparée à la valeur de la fraction critique  $\phi^* = 0.26$ .

La Figure 4.48 présente la viscosité effective, moyennée sur toute la mousse, en fonction de la vitesse de rotation. Ces valeurs sont obtenues grâce à l'Equation (4.73). Le taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$  est égal à l'élément déviatorique du tenseur taux de déformation  $V_{xy}$  et est déterminé à partir des données expérimentales. La viscosité effective de la mousse décroît rapidement avec la vitesse de rotation de la cellule et tend vers une valeur légèrement inférieure à 0.5 Pa.s. Toutes les valeurs obtenues sont plusieurs ordres de grandeur supérieurs à la viscosité dynamique de la solution  $\eta_l \sim 10^{-3}$ Pa.s.



**Figure 4.48** Viscosité effective moyenne de la mousse obtenue à partir de l'équation (4.73) en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$ .

La viscosité effective  $\eta_{eff}$  de la mousse obtenue expérimentalement permet l'analyse ultérieure des profils de vitesse des bulles selon les axes représentatifs (*cfr.* Section 4.7) ainsi qu'une comparaison de leur écoulement avec celui de grains solides dans le même type de dispositif expérimental (*cfr.* Section 4.8).

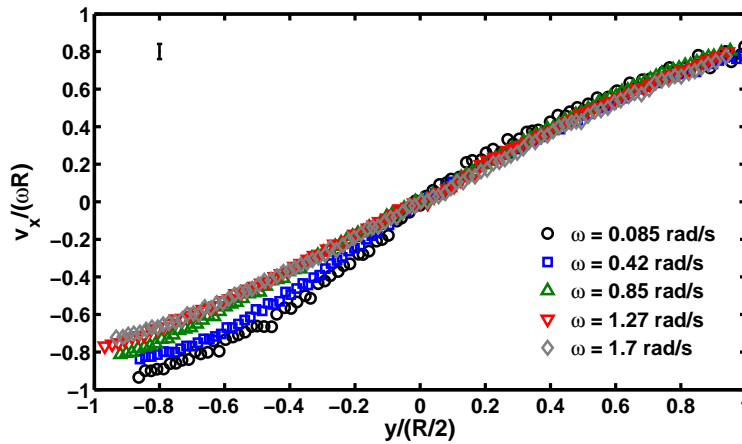
## 4.7 Profils de vitesses

L'écoulement d'une mousse peut être caractérisé en terme de profils de vitesses des bulles. Il est le résultat macroscopique de l'ensemble des contraintes extérieures et des déformations subies par la mousse.

Le programme de détection des bulles nous permet d'obtenir la vitesse instantanée de chaque bulle et celui de traitement de l'interface donne les indications nécessaires pour la fraction de liquide de la mousse. L'algorithme de rhéologie nous fournit les informations rhéologiques sur les déformations des bulles et la viscosité effective de la mousse. Deux lignes représentatives ont été définies afin de caractériser

l'écoulement : l'axe  $y$  perpendiculaire à l'interface et l'axe  $x$  parallèle à l'interface (*cfr.* Section 4.3.2.2).

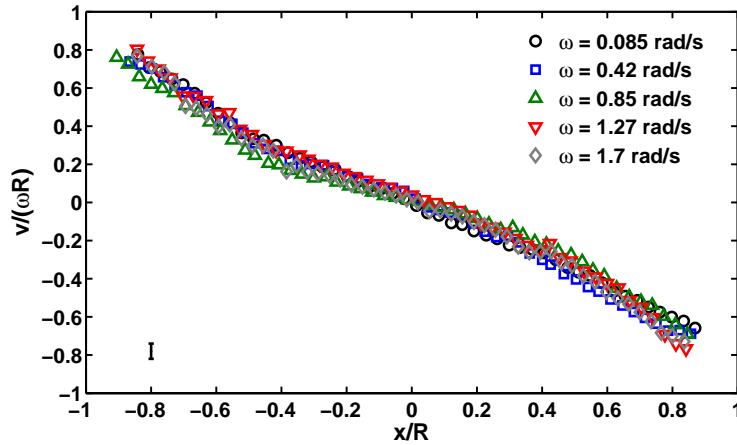
Le long de l'axe  $y$ , la composante de la vitesse  $v_y$  parallèle à celui-ci est négligeable. Seule la composante  $v_x$  (perpendiculaire à l'axe représentatif) est conservée. Le profil de vitesses le long de l'axe  $y$ , normalisé par la vitesse de la cellule  $\omega R$ , est représenté sur la Figure 4.49 en fonction de la position verticale  $y$ , adimensionnée par une longueur caractéristique  $R/2$ . La position verticale est centrée sur le point de vitesse nulle ( $x_0, y_0$ ). La barre d'erreur dans la partie supérieure gauche de la figure correspond à l'incertitude sur les données de vitesse. Pour la partie supérieure



**Figure 4.49** Profils de vitesses normalisés  $v_x/\omega R$  en fonction de la position verticale  $y$  centrée sur le point de vitesse nulle  $y_0$  et adimensionnée par  $R/2$ .

de la mousse ( $y > 0$ ), les profils sont relativement bien normalisés par la vitesse de la cellule. Toutes les données sont confondues. Seule une légère variation de la courbure, augmentant avec  $\omega$ , les différencie. La vitesse limite le long de la paroi supérieure est plus petite que celle de la cellule et correspond à la valeur de la vitesse limite  $V_h$  des bulles en contact avec l'interface présentée dans la Section 4.4.4. Pour la partie inférieure de la mousse ( $y < 0$ ), les données ne sont pas représentées par une courbe unique. La vitesse limite des bulles en contact n'évolue pas linéairement avec celle de la cellule (*cfr.* Section 4.4.4). De plus, la courbure des profils semble également diminuer avec  $\omega$ .

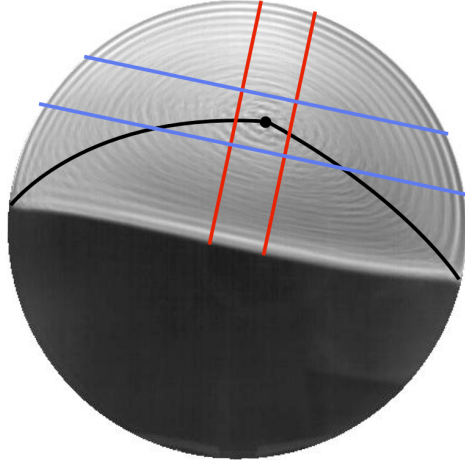
Le long de l'axe  $x$ , les deux composantes de la vitesses sont d'intensités comparables et doivent être prises en compte. La Figure 4.50 présente ces profils de vitesses linéaires normalisés par la vitesse de la cellule en fonction de la position horizontale  $x$  adimensionnée par le rayon de la cellule  $R$ . La position est également centrée sur le point de vitesse nulle. La barre d'erreur située en bas à gauche de la figure représente l'incertitude sur les valeurs expérimentales. Les données se superposent raisonnablement bien. Les profils sont bien normalisés par la vitesse linéaire de la cellule et les vitesses limites des bulles en contact avec la paroi évoluent bien



**Figure 4.50** Profils de vitesses linéaires normalisés  $v/\omega R$  en fonction de la position horizontale  $x$  centrée sur le point de vitesse nulle  $x_0$  et adimensionnée par le rayon de la cellule  $R$ .

linéairement avec  $\omega$  (*cf.* Section 4.4.4). Malgré tout, une légère augmentation de la vitesse limite peut être observée le long de la paroi droite, en fonction de  $\omega$ . Une légère courbure des profils est observable pour les deux parties de la cellule ( $x < 0$  et  $x > 0$ ). Dans les deux cas, celle-ci est négative et ne dépend pas significativement de la vitesse de la cellule.

La modélisation de ces profils de vitesses nécessite des informations précises sur le comportement local des bulles. Celles-ci sont obtenues à l'aide de l'algorithme rhéologique décrit dans la Section 4.3.2.3. Suivant les résultats obtenus pour le champ des vitesses (*cf.* Section 4.6.2), le profil le long de l'axe  $y$  est divisé en deux parties : (i) la partie supérieure  $y > 0$  appartient à la zone d'écoulement le long de la paroi où la mousse se déplace dans le sens des parois. (ii) La partie inférieure de l'axe appartient à la zone d'écoulement le long de l'interface. La frontière entre ces deux parties traverse la zone d'intérêt en son centre ( $y \sim 0$ ), comme illustré sur la Figure 4.51. Par contre, la zone d'intérêt de l'axe  $x$  contient une grande partie de cette frontière. L'écoulement des bulles change donc de direction dans la zone d'observation et les moyennes sont moins représentatives du mouvement suivi. De plus, le long de l'axe  $y$ , les déformations des bulles sont constantes en fonction de la position et leur élongation tend vers zéro (*cf.* Figure 4.40). Toutes les valeurs du tenseur taux de déformation  $\mathbf{V}$  sont également constantes le long de l'axe  $y$  (*cf.* Figure 4.44) et la somme de ses valeurs propres tend vers zéro. L'écoulement des bulles le long de l'axe  $y$  est donc dominé par le cisaillement et est dit incompressible. Par contre, le long de l'axe  $x$ , les composantes du tenseur de déformations statistiques  $\mathbf{U}$  ainsi que celles du tenseur taux de déformation  $\mathbf{V}$  varient en fonction de la position. De plus, la somme des valeurs propres de  $\mathbf{V}$  est faible mais non-négligeable (*cf.* Figure 4.44). L'écoulement des bulles le long de l'axe  $x$  est donc légèrement compressible. Au



**Figure 4.51** Illustration schématique des zones d'intérêt autour des axes  $\mathbf{x}$  (rouge) et  $\mathbf{y}$  (bleu) ainsi que de la frontière entre les deux zones d'écoulement (noir).

vu de ces résultats, la modélisation du profil de vitesse le long de l'axe  $\mathbf{x}$  est plus délicate à réaliser. Nous nous sommes donc limités à la modélisation du profil de vitesse le long de l'axe  $\mathbf{y}$ .

Outre l'incompressibilité de l'écoulement le long de l'axe  $\mathbf{y}$ , les taux de déformation sont largement supérieurs à ceux considérés comme quasi-statiques. L'élasticité des bulles peut donc être négligée. Par conséquent, les profils de vitesses peuvent être modélisés à l'aide des équations de Navier-Stokes pour un fluide Newtonien incompressible et une viscosité variable  $\eta_{eff}$ . La condition d'incompressibilité nous donne :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (4.74)$$

tandis que l'équation dynamique est :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_m} \nabla p + \nu_{eff} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad (4.75)$$

avec  $\mathbf{v}$  la vitesse linéaire totale,  $\rho_m$  la densité de la mousse,  $p$  la pression interne,  $\nu_{eff}$  la viscosité cinétique effective et  $\mathbf{f}$  les forces de volume agissant sur la mousse. Etant donné que les variations de la viscosité effective sont plus faibles à grande vitesse de rotation de la cellule (*cfr.* Figure 4.48), l'hypothèse d'un fluide Newtonien est plus forte pour les valeurs élevées de  $\omega$ . L'écoulement des bulles dans la cellule est stationnaire. La faible valeur du nombre de Reynolds (*cfr.* Section 4.3.2.2) indique également qu'il n'y a aucune convection. Dès lors, pour l'écoulement le long de l'axe  $\mathbf{y}$ , l'Equation (4.75) devient :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_{eff} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \rho_m f_x = 0, \quad (4.76)$$

avec  $\partial p / \partial x$  le gradient de pression le long de l'écoulement. Dans une mousse quasi-bidimensionnelle, une portion importante de la surface des bulles est en contact avec

les parois de la cellule. La composante des forces de volume  $f_x$  le long de l'écoulement provient donc principalement des contraintes  $\tau_w$  entre les bulles et les parois de la cellule. L'écoulement est donc régi par l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta_{eff}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_w}{e} \right), \quad (4.77)$$

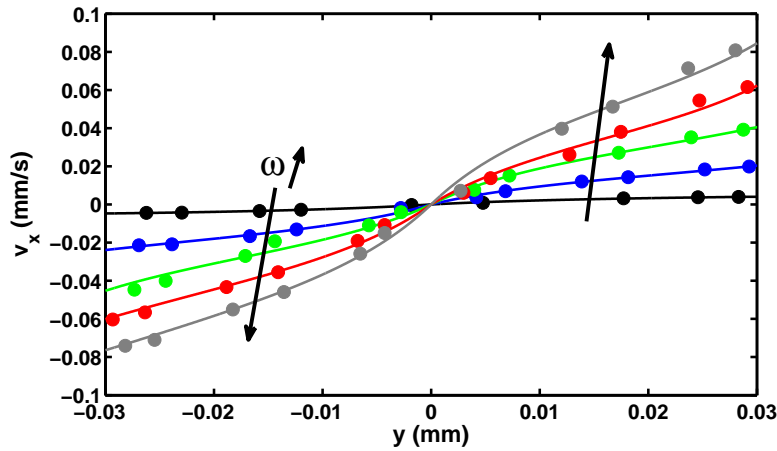
où la contrainte aux parois  $\tau_w$  est multipliée par deux pour tenir compte des deux parois latérales. L'épaisseur de la cellule  $e$  est considérée comme la longueur caractéristique. La contrainte  $\tau$  est donnée par l'Equation (4.27) (*cfr.* Section 4.2.2) avec un nombre capillaire  $Ca = \eta_l V_0 / \sigma_l$  dépendant de la vitesse de glissement entre les bulles et la paroi  $V_0$ . Le long de l'axe  $y$ , cette vitesse  $V_0$  est donnée par la différence entre la vitesse linéaire de la cellule et le profil de vitesse  $v_x(y)$  :

$$V_0 = \omega \left( y + \frac{R}{2} \right) - v_x(y) \quad (4.78)$$

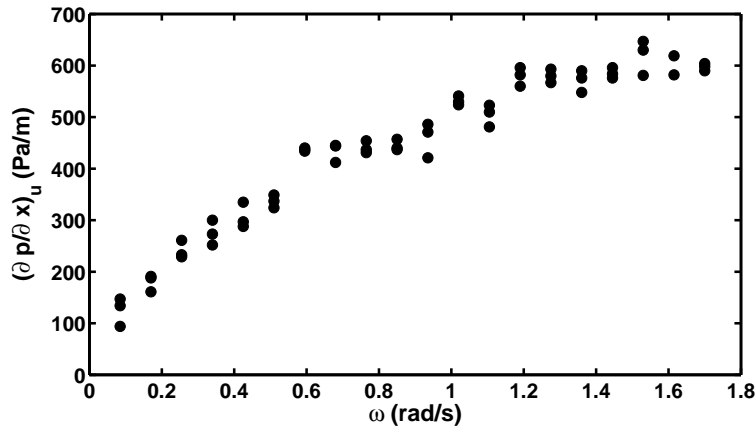
et dépend donc de la position  $y$ .

Pour faciliter la résolution numérique de l'Equation (4.77), le profil de vitesse a été divisé en deux parties distinctes : (i) la partie supérieure  $y \geq 0$  et (ii) la partie inférieure  $y \leq 0$ . Pour la partie supérieure, les bulles s'écoulent dans la même direction que les parois. La vitesse de glissement est donc relativement faible et orientée dans le sens de l'écoulement. Les conditions aux limites pour la résolution de l'équation sont : (i) une vitesse nulle  $v_x = 0$  au point  $y = 0$  et (ii) une valeur égale à la vitesse limite  $v_x = V_h$  en  $y = R/2$ . Pour la partie inférieure, les bulles s'écoulent dans la direction opposée à celle des parois latérales. La vitesse de glissement  $V_0$  est donc relativement élevée et orientée dans le sens contraire à l'écoulement. Les conditions aux limites choisies pour la résolution sont : (i) une vitesse  $v_x = 0$  en  $y = 0$  et une vitesse égale à  $v_x = V_b$  en  $y = -R/2$ . Les solutions numériques de l'Equation (4.77) ont été ajustées aux données expérimentales avec le gradient de pression  $\partial p / \partial x$  comme paramètre libre. La constante numérique  $C_m$  liée à la contrainte aux parois (*cfr.* Equation (4.27)) a été choisie égale à 4, une valeur proche de celles disponibles dans la littérature [Denkov 2005, Raufaste 2009]. Quelques ajustements typiques sont présentés sur la Figure 4.52. Par soucis de clarté, seuls quelques points de mesure sont présentés sur la Figure 4.52. Un bon accord est observé entre le modèle et les données expérimentales des deux parties des profils.

Les paramètres d'ajustement des profils de vitesse sont les gradients de pression interne de la mousse et sont présentés sur les Figures 4.53 et 4.54 en fonction de la vitesse de la cellule, respectivement pour la partie supérieure et inférieure du profil. Dans les deux cas, le gradient de pression est positif. Il augmente avec la vitesse de rotation  $\omega$  et semble saturer pour des valeurs élevées de  $\omega$ . Les valeurs du gradient de pression pour la partie inférieure sont environ deux fois plus importantes que celles de la partie supérieure.



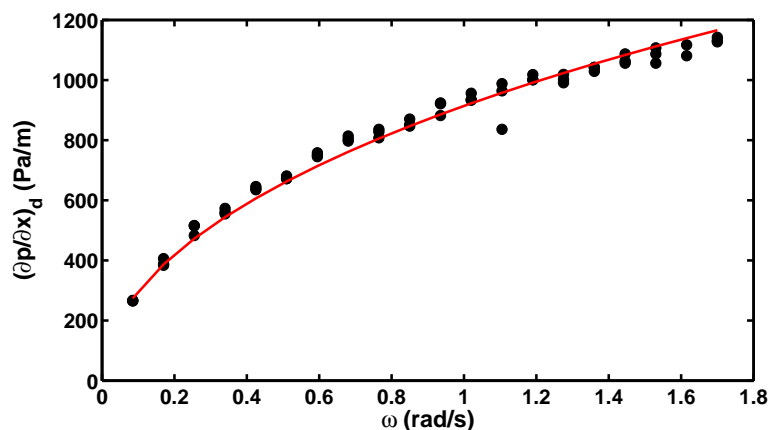
**Figure 4.52** Profils de vitesse  $v_x$  en fonction de la position verticale  $y$  centrée sur le point de vitesse nulle  $y_0$  pour différentes vitesses de rotation :  $\omega = 0.085$  rad/s,  $\omega = 0.42$  rad/s,  $\omega = 0.85$  rad/s,  $\omega = 1.27$  rad/s et  $\omega = 1.7$  rad/s. Les courbes continues correspondent aux ajustements de l'Equation (4.76).



**Figure 4.53** Gradient de pression  $(\partial p/\partial x)_u$  pour la partie supérieure du profil de vitesse le long de l'axe  $y$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega$ .

Une conséquence directe du gradient de pression  $\partial p/\partial x$  selon l'axe  $x$  dans la partie inférieure de la mousse est la déformation de l'interface. En effet, la forme et l'inclinaison de l'interface sont différentes dans une cellule en rotation avec ou sans mousse, comme illustré sur la Figure 4.55. Sans mousse, la surface libre du liquide est déformée mais beaucoup plus faiblement. La surface est presque plane partout, excepté au centre où la direction de déplacement des parois de la cellule est inversée. Sur la Figure 4.55, la partie droite de la surface libre est plus basse que la partie gauche, ce qui génère un faible gradient de pression dû à la poussée d'Archimède.

Pour l'interface mousse/liquide, un gradient plus important est généré pour contrebalancer le gradient de pression  $\partial p/\partial x$  de la mousse au-dessus de l'interface. Par

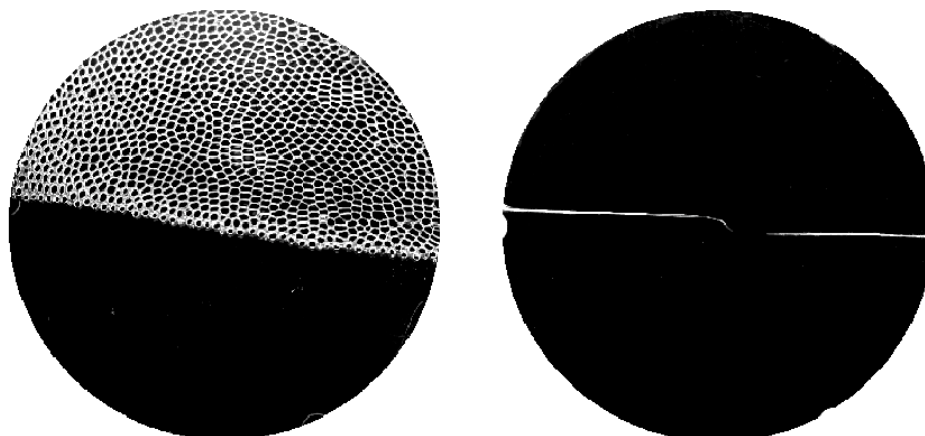


**Figure 4.54** Gradient de pression  $(\partial p/\partial x)_d$  pour la partie inférieure du profil de vitesse le long de l'axe  $y$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega$ . La courbe rouge correspond au modèle lié à la déformation de l'interface.

conséquent, le gradient  $(\partial p/\partial x)_d$  pour la partie inférieure peut être estimé par la différence entre le gradient obtenu à l'interface mousse/solution et celui à la surface libre :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_d = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{mousse} - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{sol} \quad (4.79)$$

Le gradient de pression peut être approché par la variation de pression  $\Delta P$  sur une longueur caractéristique choisie égale à la longueur de l'interface,  $2R$ . La variation



**Figure 4.55** Gauche : interface mousse/solution à l'équilibre dynamique pour  $\omega = 0.85$  rad/s. Droite : surface libre d'un liquide dans le cylindre tournant à la même vitesse.

$\Delta P$  correspond au rapport entre la poussée d'Archimède, résultant du déplacement du liquide  $\rho_l g V$  ( $V$  le volume de liquide déplacé), et une surface typique  $eR$ . Le gradient de pression devient donc :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_d \sim \frac{\Delta P_{mousse} - \Delta P_{sol}}{2R} \sim C \frac{\frac{\rho_l(1-\langle\phi_l\rangle)gV_{mousse}}{eR} - \frac{\rho_l g V_{sol}}{eR}}{2R} \quad (4.80)$$

avec  $C$  un paramètre d'ajustement,  $V_{mousse} = R^2 \theta_{eq} e / 2$  le volume de mousse déplacé dans l'une des deux moitiés de la cellule dans le cas de l'interface mousse/solution et  $V_{liq}$  le volume de liquide déplacé dans une moitié de cellule dans le cas de la surface libre. Ce dernier est déterminé expérimentalement et les déformations sont supposées symétriques. Cette équation est présentée en rouge sur la Figure 4.54 avec le paramètre d'ajustement  $C \sim 1.2$ . Au vu des approximations effectuées pour obtenir l'Equation (4.80), ce modèle est en très bon accord avec les données expérimentales pour toutes les valeurs de la vitesse de rotation  $\omega$ . Le gradient de pression dû à la poussée d'Archimède au niveau l'interface mousse/solution est bien lié à la pression interne du liquide. Les déformations de l'interface peuvent donc être expliquées en terme d'écoulement de la mousse.

En résumé, nous avons utilisé des mesures rhéologiques locales afin de créer un modèle simple pour l'écoulement de la mousse. Celui-ci décrit relativement bien les données expérimentales. Une amélioration semble possible en modifiant la dépendance du gradient de pression en la position  $y$ . En effet, actuellement le gradient est imposé constant pour chaque profil. Etant donné que la contrainte aux parois  $\tau_w$  est une fonction de  $y$  et de la vitesse  $v_x(y)$ , autoriser une dépendance en la position permettrait probablement d'obtenir une encore meilleure adéquation.

## 4.8 Analogie avec les matériaux granulaires

Tout comme la mousse, les matériaux granulaires sont composés d'un ensemble dense de particules séparées les unes des autres par un fluide interstitiel. Leurs écoulements ayant également certaines propriétés similaires, les mousses ont souvent été comparées avec succès aux matériaux granulaires [Vandewalle 2004, Caps 2004, Weaire 2007, Lespiat 2011].

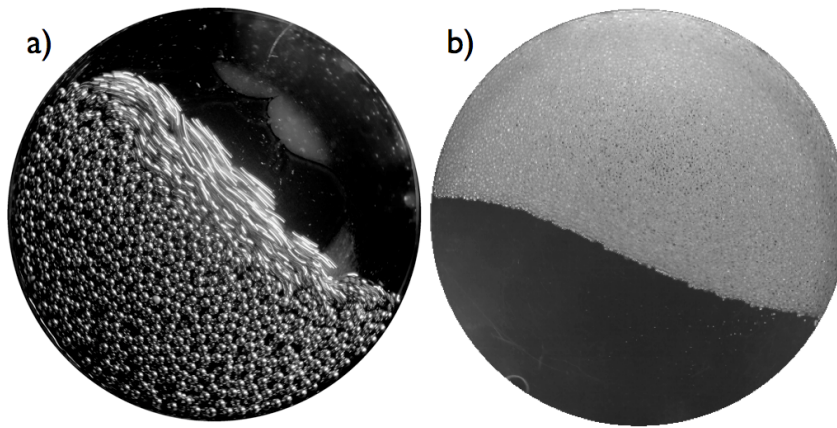
Notre dispositif expérimental est similaire à celui du cylindre tournant utilisé pour étudier les propriétés des écoulements granulaires confinés. Dans cette section, nous allons faire le parallèle entre les deux matériaux et comparer la rhéologie granulaire avec celle des mousses en adaptant les outils développés pour les grains.

### 4.8.1 Observations

L'écoulement de grains a été largement étudié dans diverses géométries [Taberlet 2003, MiDi 2004, Lumay 2010]. L'une d'entre elles est relativement



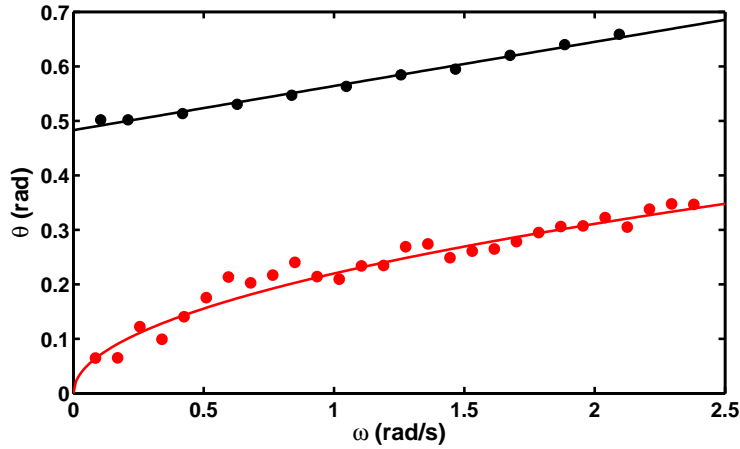
similaire à notre expérience [Brewster 2009, Liao 2010, Lumay 2012] : un cylindre est rempli à moitié de grains millimétriques ; le rayon du cylindre ainsi que son épaisseur varient d'une étude à l'autre mais restent toujours largement plus grands que la taille des grains. Le cylindre est placé verticalement et sa rotation s'effectue autour de son centre géométrique. Ce dispositif permet la détection de l'interface grain/air, des grains ainsi que de leur profil de vitesse. Ce type d'expérience a été principalement réalisé pour des grains secs [Orpe 2001, Pirard 2009], séparés par du gaz. Récemment, plusieurs études se sont cependant intéressées au cas de grains mouillés ou immergés dans un liquide interstitiel [Xu 2007, Chou 2011, Pignatell 2012].



**Figure 4.56** (a) Image d'un ensemble granulaire en rotation dans le sens horloger. Le diamètre du cylindre tournant vaut 75 mm et son épaisseur 10 mm. Le diamètre des grains est de  $D = 2$  mm (réalisée par Geoffroy Lumay). (b) Image d'une mousse en rotation dans le sens horloger.  $D = 1$  mm,  $\eta_l = 3.1$  mPas et  $\omega = 1.36$  rad/s.

La Figure 4.56 illustre la comparaison entre le comportement d'un ensemble de grains et d'une mousse à l'équilibre dynamique dans un cylindre tournant pour des conditions relativement similaires. Les formes prises par l'interface sont similaires : nous retrouvons bien un 'S' inversé [Taberlet 2006]. Tout comme pour les mousses, la déformation de l'interface dépend de la vitesse angulaire de la cellule. Par contre, l'angle  $\theta$  formé par l'interface avec l'horizontale est plus important dans le cas des grains. La Figure 4.57 présente l'évolution de  $\theta$  en fonction de la vitesse angulaire pour le cas de l'ensemble granulaire et de la mousse. Les deux angles augmentent avec la vitesse  $\omega$ . De plus, pour les grains, la dépendance de  $\theta$  en la vitesse angulaire est plutôt linéaire alors que pour la mousse, une loi en  $\sqrt{\omega}$  convient bien. Lors de la rotation de la cellule, l'ensemble granulaire se dilate, augmentant ainsi la fraction du fluide interstitiel (fraction d'air ou fraction de liquide) [MiDi 2004]. Tout comme pour la mousse (*cfr.* Section 4.4.3), plus la vitesse de rotation augmente, plus la dilatation de l'ensemble devient importante.

Un dernier élément de comparaison entre les deux systèmes est le type d'écoulement présent dans la cellule. Dans les deux cas, l'écoulement peut être divisé en



**Figure 4.57** Angle  $\theta$  formé par l'interface en son centre avec l'horizontale en fonction de la vitesse de rotation  $\omega$ . Les symboles rouges correspondent à une mousse dont les paramètres sont  $D = 1$  mm et  $\eta_l = 1.1$  mPa.s. Les symboles noirs correspondent à un ensemble de grains de diamètre  $D = 2$  mm et de coefficient de friction relativement faible. Les mesures concernant les grains ont été réalisées par Geoffroy Lumay.

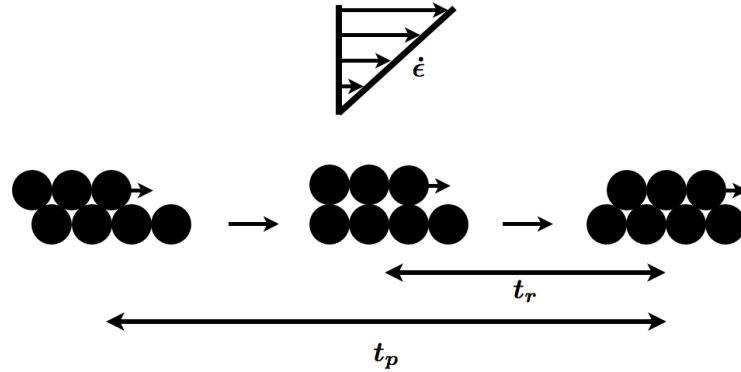
deux régions distinctes. La première est le long de la paroi extérieure de la cellule où les particules constituent un solide tournant sur lui-même avec une vitesse angulaire proche de celle de la cellule. Pour le cas des grains, elle est située dans le bas de l'ensemble granulaire tandis que pour le cas des bulles, elle est située sur le dessus de la mousse. La deuxième région est la couche d'écoulement des particules le long de l'interface. Les particules, relativement lentes en rentrant dans cette région, accélèrent progressivement jusqu'au centre de l'interface puis ralentissent avant d'atteindre l'autre extrémité de la cellule. En outre, dans les deux cas, le matériau subit une dilatation lors de son trajet (par effet de la capillarité pour les mousses et par chocs entre les particules pour les matériaux granulaires).

Ces observations mettent clairement en évidence les similitudes entre le comportement des mousses et celui des ensembles granulaires dans un cylindre tournant. Dès lors, les questions suivantes se posent : jusqu'où peut être poussée la comparaison entre les deux systèmes ? Existe-t-il une relation possible entre les deux ?

#### 4.8.2 Rhéologie des matériaux granulaires

Un nombre considérable d'expériences a été réalisé dans le but de comprendre et de caractériser les écoulements denses de grains secs (séparés par de l'air) [MiDi 2004, Khakhar 2001]. Chaque dispositif expérimental possède ses propriétés et son type d'écoulement propre. Une analyse dimensionnelle a été récemment développée afin d'unifier la rhéologie décrivant les différents écoulements à l'aide de deux équations constitutives [Forterre 2008, Orpe 2001]. Celle-ci permet de prédire un grand nombre de caractéristiques des écoulements denses en  $2D$ .

Considérons un ensemble granulaire soumis à un cisaillement simple avec un taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$  et une pression de confinement  $P_p$  (correspondant à la contrainte normale à l'écoulement dans le cas des grains). L'écoulement de grains secs peut alors être décrit phénoménologiquement par une rhéologie de friction basée sur un paramètre de contrôle adimensionnel, le nombre inertiel  $I$  [da Cruz 2005, Jop 2006]. Ce nombre peut être interprété en termes des temps caractéristiques contrôlant le mouvement des grains les uns par rapport aux autres. Pour comprendre, analysons le déplacement d'un grain durant le cisaillement de l'ensemble, tel qu'illustré sur la Figure 4.58. Dans un premier temps, le grain suit la déformation moyenne subie par l'ensemble avec un taux  $\dot{\epsilon}$ . Durant son déplacement, le grain est susceptible d'atteindre une position instable en passant au-dessus du point culminant de la particule du rang juste en dessous de lui. Il est alors rapidement repoussé dans le trou suivant par la pression de confinement  $P_p$  imposée à l'ensemble granulaire. De ce mouvement, deux temps caractéristiques importants peuvent être dégagés : le premier temps  $t_p$  est le temps moyen nécessaire à la particule pour se déplacer d'un trou au suivant, c'est-à-dire du premier schéma de la Figure 4.58 au troisième schéma. Dans le cas d'un ensemble de grains secs, ce temps caractéristique correspond à



**Figure 4.58** Schéma représentant le déplacement de deux couches de grains l'une par rapport à l'autre lorsque l'ensemble est soumis à un cisaillement simple avec un taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$  constant et une pression de confinement  $P_p$ .

l'inverse du taux de cisaillement :

$$t_p = \frac{1}{\dot{\epsilon}}. \quad (4.81)$$

Le second temps caractéristique  $t_r$  est le temps typique de réarrangement, correspondant à la chute rapide du grain de la position instable sur le sommet du grain inférieur dans le trou suivant, c'est-à-dire du deuxième schéma de la Figure 4.58 au troisième. Le temps de chute peut être estimé par une simple chute libre d'une particule de diamètre  $D$  et de densité  $\rho_p$  sous une force  $P_p D^2$  sur une distance  $D$ . Dès lors, le temps caractéristique  $t_r$  évolue selon l'équation suivante :

$$t_r = D \sqrt{\frac{\rho_p}{P_p}}. \quad (4.82)$$

Le nombre inertiel adimensionnel  $I$  peut alors être défini comme le rapport entre le temps typique de réarrangement et le temps moyen de cisaillement  $t_p$ .

$$I = \frac{t_r}{t_p} = \varepsilon D \sqrt{\frac{\rho_p}{P_p}}. \quad (4.83)$$

A partir de cette définition du nombre inertiel  $I$ , tout ensemble de grains secs soumis à un cisaillement de taux  $\dot{\varepsilon}$  constant et sous une pression de confinement  $P_p$  est caractérisé par seulement deux équations constitutives. La première est la loi régissant la friction et suit l'équation :

$$\tau = \mu(I)P_p, \quad (4.84)$$

avec  $\tau$  la contrainte de cisaillement. Le coefficient de friction effective  $\mu(I)$  augmente avec le nombre d'inertie  $I$ . D'une valeur critique  $\mu_1$  à un taux de cisaillement nul, sa valeur converge vers une valeur de saturation  $\mu_2$  à grande valeur de  $I$  selon l'équation suivante [Cassar 2005, Jop 2006] :

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1}, \quad (4.85)$$

où  $I_0$  est une constante.

La deuxième loi constitutive est celle régissant l'évolution de la fraction de volume  $\phi_p$  et évolue selon l'équation suivante :

$$\phi_p = \phi_p(I), \quad (4.86)$$

avec la fraction de volume égale au rapport entre le volume occupé par les grains et le volume total de l'ensemble granulaire  $\phi_p = V_p/V_{tot}$ .

Ce formalisme peut être transposé aux matériaux granulaires immergés ainsi qu'aux suspensions de particules solides [Boyer 2011, Cassar 2005, Lecampion 2014]. Les lois constitutives (4.84) et (4.86) peuvent effectivement être appliquées à condition que le fluide interstitiel séparant les particules n'influence que les échelles caractéristiques de temps de leurs mouvements relatifs. Dès lors, une simple modification du nombre inertiel adimensionnel  $I$  est requise pour tenir compte des variations du comportement de l'ensemble. Ce nouveau nombre adimensionnel doit tenir compte des propriétés de l'ensemble des particules ainsi que du fluide interstitiel.

Cette méthodologie relativement simple est intéressante. En effet, celle-ci est applicable aux mousses dans un cylindre tournant. La section suivante est consacrée à l'adaptation du nombre adimensionnel  $I$  aux propriétés des bulles et de la mousse ainsi qu'à l'application des lois constitutives.

### 4.8.3 Relation entre mousse et ensemble de grains

Considérons une mousse à l'équilibre dynamique. En supposant que le comportement de la mousse est gouverné par la compétition entre les différents temps

caractéristiques, nous pouvons définir un nombre visqueux adimensionnel  $I_f$  similaire à celui établi dans les cas des milieux granulaires. Celui-ci doit tenir compte des propriétés de la mousse ainsi que de celles du fluide interstitiel.

Dans le cadre de nos expériences, considérons la partie supérieure de la mousse, entre le point de vitesse nulle et la paroi extérieure de la cellule. Le temps caractéristique  $t_p$  est le temps nécessaire à une bulle pour passer sous une bulle de la rangée supérieure, c'est-à-dire pour se déplacer d'une distance  $D$  avec une vitesse caractéristique  $v_c$ . La vitesse typique de la mousse est à peu près la moitié de la vitesse linéaire des bulles en contact direct avec la paroi extérieure de la cellule. Dans notre dispositif expérimental, la paroi extérieure n'étant pas texturée, un glissement non négligeable de la première couche de bulles peut être observé. La vitesse limite mesurée au niveau de la paroi extérieure pour le haut de la mousse vaut  $v_c \sim 0.85 \omega R$  (cfr. Equation (4.38)). Le temps caractéristique de cisaillement  $t_p$  est alors donné par l'équation :

$$t_p = \frac{2D}{0.85\omega R}. \quad (4.87)$$

Le deuxième temps caractéristique  $t_r$  est le temps typique de réarrangement des bulles dans une mousse :

$$t_r = \frac{\eta_l}{P_p}. \quad (4.88)$$

La pression de confinement qui comprime les bulles voisines les unes contre les autres est la pression osmotique  $\Pi$  [Le Merrer 2012, Lespiat 2011]. Pour une mousse monodisperse et quasi-bidimensionnelle, la pression osmotique est donnée par l'équation suivante [Webster 2001, Princen 1979, Princen 1986, Princen 1987] :

$$\Pi = \frac{2\sigma_l}{D} \sqrt{\frac{1 - \phi_{dyn}}{1 - \phi_l^*}} \left[ \sqrt{\frac{\phi_l^*}{\phi_{dyn}}} - 1 \right]. \quad (4.89)$$

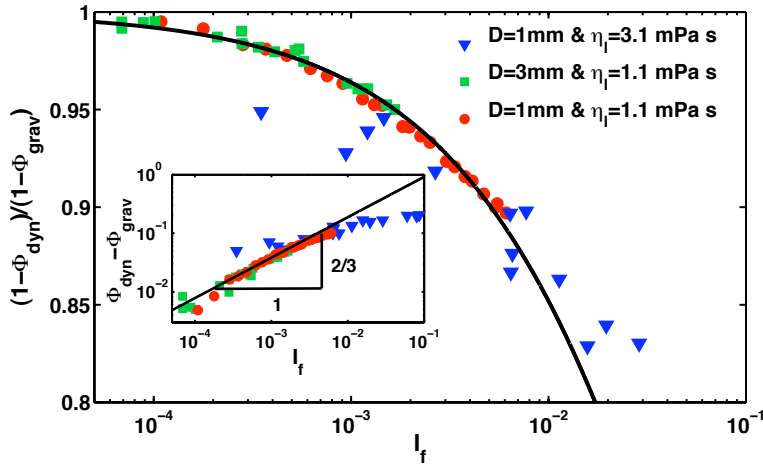
Pour les écoulements suffisamment lents, les forces inertielles peuvent être négligées et le mouvement des bulles se déplaçant d'une configuration d'équilibre à une autre est caractérisé par l'équilibre entre le temps caractéristique  $t_p$  de cisaillement et le temps typique de réarrangement  $t_r$ . Le nombre visqueux adimensionnel  $I_f$  est alors défini par l'équation suivante :

$$I_f = \frac{t_r}{t_p} = \frac{0.85\eta_l\omega R}{2D\Pi} = \frac{0.85\eta_l\omega R}{4\sigma_l} \sqrt{\frac{1 - \phi_l^*}{1 - \phi_{dyn}}} \left[ \sqrt{\frac{\phi_l^*}{\phi_{dyn}}} - 1 \right]^{-1}, \quad (4.90)$$

et dépend de la vitesse angulaire de la cellule et des propriétés du fluide interstitiel. Par contre, il ne dépend des propriétés des particules, tel que le diamètre des bulles  $D$ , qu'à travers la fraction de liquide moyenne  $\phi_{dyn}$  de la mousse à l'équilibre dynamique.

Afin de valider ce nombre visqueux  $I_f$  pour les mousses, nous avons tout d'abord vérifié l'évolution de la fraction de liquide en fonction de ce nombre  $I_f$  pour différentes valeurs des propriétés de la mousse. La Figure 4.59 présente la fraction volu-

mique des bulles ( $1 - \phi_{dyn}$ ) normalisée par la fraction volumique à l'équilibre gravitationnel ( $1 - \phi_{grav}$ ) en fonction de  $I_f$ . La fraction volumique des bulles ( $1 - \phi_{dyn}$ ) a été préférée à la fraction de liquide  $\phi_{dyn}$  afin de faciliter la comparaison avec les résultats obtenus pour les matériaux granulaires. La normalisation de la fraction volumique provient de la dépendance de la fraction de liquide à l'équilibre statique en les différentes propriétés de la mousse, telles que le diamètre des bulles ou la viscosité de la solution. En effet, contrairement aux matériaux granulaires, différentes mousses ont des fractions volumiques de bulles différentes quand le nombre  $I_f$  tend vers zéro. Toutes les données obtenues suivent une évolution identique, même à très faibles valeurs du nombre adimensionnel visqueux  $I_f$ .



**Figure 4.59** Rapport entre la fraction volumique des bulles ( $1 - \phi_{dyn}$ ) et la fraction volumique à l'équilibre statique ( $1 - \phi_{grav}$ ) en fonction du nombre visqueux adimensionnel  $I_f$ . L'insert présente la différence entre la fraction de liquide moyenne et la fraction de liquide à l'équilibre statique en fonction du nombre visqueux. La courbe continue représente l'ajustement de l'Equation (4.91).

Pour un nombre  $I_f$  nul, la vitesse de rotation de la cellule est nulle et la fraction de liquide de la mousse est égale à sa valeur à l'équilibre statique. Pour tout nombre  $I_f > 0$ , la vitesse de rotation  $\omega$  est non nulle et la fraction de liquide de la mousse est supérieure à sa valeur à l'équilibre statique (*cfr.* Section 4.4.3). Sur la Figure 4.59, la fraction de volume tend bien vers 1 lorsque le nombre  $I_f$  tend vers zéro et, comme attendu, diminue lorsque la valeur de  $I_f$  augmente. L'évolution de la fraction volumique de la mousse est similaire à celle observée pour un ensemble de grains [Boyer 2011]. Ce résultat prouve la pertinence du nombre visqueux  $I_f$  que nous avons défini pour les mousses. L'encart de la Figure 4.59 présente l'évolution de la différence ( $\phi_{dyn} - \phi_{grav}$ ) entre la fraction de liquide moyenne de la mousse et sa valeur à l'équilibre statique en fonction du nombre visqueux  $I_f$ . Le comportement asymptotique de la différence des fractions volumiques suit la loi de puissance  $(\phi_{dyn} - \phi_{grav}) \propto I_f^{3/2}$ . Ce résultat diffère du comportement observé dans les maté-

riaux granulaires, pour lesquels l'évolution est linéaire pour un ensemble de grains secs [Forterre 2008] et en  $\sqrt{I}$  pour les grains immergés [Boyer 2011].

Au vu de la Figure 4.59, la loi constitutive pour la fraction volumique de particules  $\phi_p = \phi_p(I)$  développée pour les matériaux granulaires pourrait être valable pour les mousses également. Un modèle pertinent pour l'évolution de la fraction volumique doit respecter l'évolution  $(\phi_{dyn} - \phi_{grav}) \propto I_f^{3/2}$  de la différence de fractions de liquide lorsque le nombre  $I_f$  tend vers zéro. Pour toutes les valeurs du nombre visqueux, il doit également décroître et rester positif comme décrit dans [Boyer 2011]. Une équation de forme similaire à celle proposée pour les milieux granulaires immergés a été choisie :

$$\frac{1 - \phi_{dyn}}{1 - \phi_{grav}} = \frac{\phi^*}{\phi^* + AI_f^{2/3}}, \quad (4.91)$$

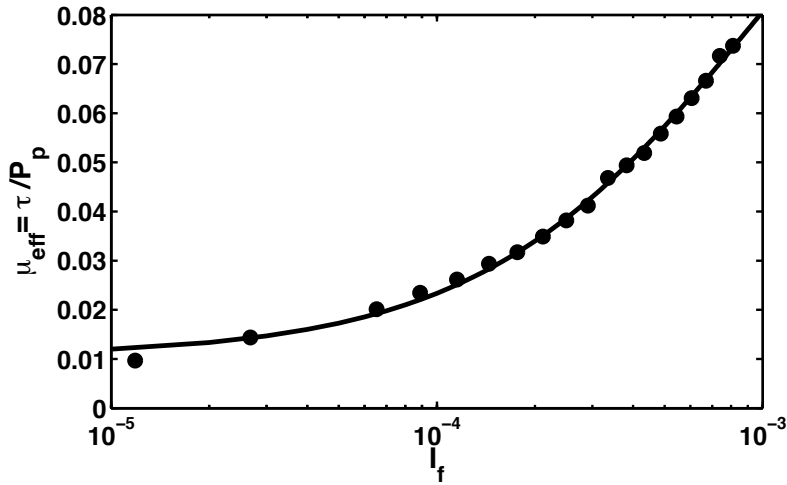
avec  $A$  le paramètre libre. Ce modèle correspond à la courbe continue noire sur la Figure 4.59 avec le paramètre d'ajustement  $A = 1.67$ . Ce résultat supplémentaire renforce l'idée selon laquelle la loi constitutive de la fraction volumique des milieux granulaire est également valable pour les mousses que nous avons étudiées.

La second loi constitutive caractérisant la rhéologie des matériaux granulaires est la loi (4.84) régissant la friction. Une friction effective équivalente pour les mousses peut être déterminée à partir de cette équation. Dans le formalisme lié à la rhéologie des mousses, la viscosité effective d'une mousse soumise à une contrainte extérieure est donnée par l'équation  $\eta_{eff} = \tau/\dot{\epsilon}$ . En estimant le taux de cisaillement par la vitesse angulaire de la cellule  $\omega$ , nous pouvons obtenir la contrainte appliquée à la mousse par la rotation de la cellule. La friction effective équivalente pour les mousses  $\mu_{eff}$  est alors donné par l'équation suivante :

$$\mu_{eff} = \frac{\tau}{P_p} = \frac{\eta_{eff}\omega}{\Pi}, \quad (4.92)$$

avec, comme précédemment, la pression de confinement  $P_p$  d'une mousse égale à sa pression osmotique  $\Pi$ . La viscosité effective  $\eta_{eff}$  a été calculée dans la Section 4.6 pour une mousse constituée de bulles de diamètre  $D = 3$  mm et d'une solution de viscosité  $\eta_l = 1.1$  mPa.s. Les résultats obtenus pour le coefficient de friction effective équivalente d'une telle mousse sont présentés sur la Figure 4.60 en fonction de  $I_f$ . Le coefficient  $\mu_{eff}$  est une fonction croissante de  $I_f$ . L'évolution de la courbe en fonction de  $I_f$  est à nouveau similaire à celle de la friction effective des matériaux granulaires secs ou immergés [Jop 2006, Cassar 2005, Boyer 2011]. Toutefois, à très faible nombre visqueux, la friction effective équivalente tend vers une valeur plus petite que les valeurs typiques obtenues avec des ensembles de grains. De plus, dans l'intervalle des taux de cisaillement testé expérimentalement, les valeurs du coefficient  $\mu_{eff}$  ne saturent pas avec le nombre  $I_f$  et restent petites par rapport à l'unité.

Afin de compléter notre comparaison avec les matériaux granulaires, le coefficient de friction effectif de la mousse est modélisé avec la loi expérimentale obtenue pour des grains immergés [Cassar 2005]. Cette loi régissant la friction effective  $\mu_{eff}$



**Figure 4.60** Coefficient de friction effective  $\mu_{eff}$  en fonction du nombre visqueux adimensionnel  $I_f$  pour une mousse avec les paramètres  $D = 3$  mm et  $\eta_l = 1.1$  mPas. La courbe continue correspond à l'ajustement de la loi (4.85) avec le nombre adimensionnel  $I_f$ .)

tient compte des contacts entre les particules immergées et est donnée par l'équation (4.85). Les coefficients  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  et  $I_0$  sont les paramètres libres de l'ajustement des données expérimentales.  $\mu_1$  est la valeur minimale de la friction effective lorsque le nombre  $I_f$  est nul et  $\mu_2$  est la valeur maximale de la friction pour  $I_f \gg 1$ . Ce modèle implique donc une saturation du coefficient de friction effective à très grandes valeurs du nombre visqueux (largement plus grandes que l'intervalle de valeurs exploré lors de nos expériences). L'ajustement est représenté par la courbe continue sur la Figure 4.60 avec les paramètres libres :  $\mu_1 = 0.01$ ,  $\mu_2 = 0.15$  et  $I_0 = 0.001$ . Ces valeurs de paramètres sont faibles mais consistantes. La valeur minimale du coefficient de friction effective est plus d'un ordre de grandeur plus petit que les valeurs observées dans la littérature disponible pour les matériaux granulaires. Au vu du contact entre les bulles beaucoup moins rugueux qu'entre les grains, ce résultat était prévisible. La valeur maximale du coefficient  $\mu_{eff}$  est également plus petite (environ cinq fois) pour les bulles, comparée aux valeurs disponibles pour les grains.

Le nombre visqueux adimensionnel des mousses obtenu en modifiant les échelles de temps caractéristique proposées pour les milieux granulaires permet de bien tenir compte des propriétés de la mousse ainsi que du rôle du fluide interstitiel dans le déplacement des bulles. Le comportement de la mousse est donc entièrement gouverné par la compétition entre deux temps caractéristiques : le temps typique de réarrangement rapide  $t_r$  et le temps caractéristique de cisaillement  $t_p$ . Ce simple changement d'échelles de temps est suffisant pour tenir compte de la différence entre les écoulements d'ensembles granulaires et de mousses. Il permet également de décrire les deux types d'écoulements avec une loi de friction similaire, tout du moins, pour les expériences présentées ici. Une relation entre la rhéologie granulaire



et la rhéologie des mousses semble donc exister. Ces outils faciliteront probablement toute comparaison ultérieure entre les matériaux granulaires et les mousses.

## 4.9 Conclusion

Généralement, les dispositifs utilisés pour l'étude de la rhéologie et de l'écoulement des mousses sont caractérisés par des limites solides bien définies, comme la géométrie ordinaire de type Couette cylindrique. Le dispositif expérimental présenté dans ce chapitre est différent des géométries classiques. Il est inspiré d'une expérience connue des milieux granulaires, le "*rotating drum*". La cellule est placée verticalement et le centre de rotation de la mousse n'est pas fixé par un cylindre solide. De plus, la cellule étant à moitié remplie de solution, la partie inférieure de la mousse est en contact avec une surface déformable : l'interface mousse/solution.

Dans un tel dispositif, les caractéristiques de la mousse ainsi que la forme de l'interface dépendent fortement de la vitesse de rotation  $\omega$ . La fraction de liquide de la mousse est largement influencée par l'interface mousse/solution et par les parois de la cellule. A partir des théories de drainage existantes, deux modèles permettant de prédire l'évolution temporelle de la fraction de liquide ont été développés. Ceux-ci fournissent également l'évolution de la fraction de liquide de la mousse à l'équilibre dynamique en fonction de la vitesse de rotation de la cellule.

Des outils statistiques ont également été utilisés afin de déterminer les propriétés rhéologiques de la mousse. Ensuite, un lien a été établi entre les déformations des bulles à l'échelle microscopique et les propriétés de l'écoulement de la mousse à l'échelle macroscopique. Sur base de celui-ci, un modèle de la viscosité effective  $\eta_{eff}$  de la mousse a été développé.

A l'aide des informations obtenues, un modèle simple de l'écoulement a été établi en considérant la mousse comme un fluide Newtonien de viscosité variable correspondant à la viscosité effective  $\eta_{eff}$ . Un lien a été établi entre la déformation de l'interface et l'écoulement de la mousse. Le gradient de pression interne semble être compensé par le gradient de pression hydrostatique dû à l'inclinaison de l'interface.

Finalement, pour clôturer le chapitre, une comparaison entre les matériaux granulaires et la mousse a été présentée. Une relation a pu être établie entre la rhéologie granulaire et celle des mousses. Les deux lois constitutives développées pour les ensembles de grains semblent pouvoir être appliquées à la mousse, à condition de définir un nouveau nombre adimensionnel  $I_f$  par une modification des échelles caractéristiques du système. Par conséquent, des outils rhéologiques communs ont pu être établis. Ceux-ci faciliteront toute comparaison ultérieure entre les deux milieux.



# Conclusion

---

## 5.1 Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons étudié la réponse de mousses aqueuses à différentes contraintes extérieures. En soumettant l'interface mousse/solution à deux types de contraintes (normale et tangentielle), nous avons tenté d'obtenir des informations sur l'influence des conditions aux limites sur le comportement, en volume, de la mousse.

Le premier chapitre a été consacré à l'introduction et à la position du problème. Quelques généralités sur les mousses y ont été présentées. Une introduction à la rhéologie et aux mécanismes de base de l'écoulement d'une mousse a également été proposée. Les particularités du type de dispositif expérimental choisi pour cette thèse y ont brièvement été exposées.

Dans le deuxième chapitre, l'ensemble des méthodes expérimentales communes aux deux séries d'expériences réalisées a été présenté. En premier lieu, les propriétés de la solution ainsi que le principe de génération des bulles ont été détaillés. Ensuite, les caractéristiques communes aux cellules de Hele-Shaw utilisées ont été décrites.

Le troisième chapitre a été dédié à l'étude de l'influence d'une contrainte normale sur l'interface. Il en résulte une instabilité de Faraday dont les propriétés pour une surface libre ainsi que différents cas particuliers sont détaillées dans la section théorique. La méthodologie expérimentale suivie pour étudier l'onde de Faraday a ensuite été décrite. La suite du chapitre a été divisée en deux grandes sections. La première fut consacrée à l'influence de la géométrie du système sur les caractéristiques de l'instabilité pour une surface libre. Entre autres, il a été montré que l'épaisseur  $e$  de la cellule modifie la longueur d'onde de l'instabilité. Cette modification a été expliquée en terme d'augmentation de l'énergie interfaciale due à la présence des ménisques le long des parois. La dissipation d'énergie dans le système a également été étudiée en fonction de l'épaisseur  $e$  avec et sans excitation extérieure. Le coefficient d'amortissement a été mesuré à partir de l'évolution de l'amplitude des ondes lors de l'arrêt du vibreur. Celui-ci a été modélisé à l'aide de considérations énergétiques tenant compte de trois sources de dissipation : la viscosité de la solution, la "contamination" de l'interface par les molécules de surfactant et la condition de non-glissement aux parois. Par un raisonnement dimensionnel, ce modèle a été adapté au seuil de l'instabilité de Faraday et permet d'expliquer la tendance générale des courbes expérimentales. La seconde partie du Chapitre 3 a été dédiée à l'étude de la stabilité d'une interface mousse/solution soumise à des oscillations verticales. Il a

été montré que les déformations subies par l'interface correspondent à des ondes de Faraday. La présence de mousse au-dessus de la surface libre augmente fortement la dissipation dans le système. L'instabilité ne perturbe la mousse que sur une hauteur équivalente à quelques couches de bulles : au-delà, l'onde semble être entièrement amortie. Des conditions aux limites de type compression/dilatation ne permettent donc pas d'obtenir des informations sur le comportement du volume de mousse. Un nombre de couches de bulles critique a pu être défini au-delà duquel la hauteur de mousse peut être considérée comme infinie. L'évolution du coefficient d'amortissement en fonction de la fréquence d'excitation a été étudié pour une hauteur de mousse infinie. Celui-ci semble être expliqué par la combinaison de quatre sources de dissipation : la viscosité de la solution, la présence de surfactants à l'interface, la condition de non-glissement pour la solution et le mouvement de liquide dans le réseau des bords de Plateau en contact avec l'interface. Par contre, ce modèle ne semble pas suffisant pour expliquer le seuil de l'instabilité. Il manque probablement un mécanisme de dissipation pour les faibles fréquences d'excitation. La longueur d'onde de l'instabilité à l'interface mousse/solution est également influencée par la présence de mousse ainsi que par la géométrie du système. Les valeurs observées sont plus faibles que celles obtenues pour une surface libre. Bien qu'un comportement particulier ait été observé pour les bulles les plus petites ( $D = 1$  mm), la longueur d'onde semble dépendre plus de l'épaisseur de la cellule que du diamètre des bulles. La relation de dispersion classique ne permet pas d'expliquer l'évolution de la longueur d'onde à l'interface mousse/solution en fonction des paramètres du système.

Le quatrième chapitre a été consacré au cas d'une contrainte tangentielle à l'interface mousse/solution. Le dispositif expérimental est inspiré d'une cellule utilisée dans les milieux granulaires, le "*rotating drum*". Après une introduction aux notions théoriques de drainage et de rhéologie utiles à la compréhension ultérieure des modèles proposés, le dispositif permettant la rotation de la cellule a été présenté, ainsi que la méthodologie suivie lors de cette série d'expériences. Les différents algorithmes de traitement d'images ont également été expliqués. Dans un tel dispositif, la plupart des caractéristiques de la mousse sont modifiées. Deux régimes peuvent être dégagés : le premier est le régime transitoire durant lequel les caractéristiques de la mousse varient rapidement et l'interface est fortement déformée. Le second est l'équilibre dynamique pour lequel la mousse a atteint un état stable. L'écoulement est alors permanent et la fraction de liquide est contrôlée par la vitesse de rotation de la cellule. L'évolution de ces différents paramètres a été détaillé de l'état de repos à l'équilibre dynamique. La suite du chapitre fut principalement dédiée à la modélisation des caractéristiques de la mousse. Dans un premier temps, l'évolution temporelle de la fraction de liquide a été estimée en considérant deux régimes extrêmes. La modélisation du premier est majoritairement basée sur le film liquide entraîné par les parois solides en mouvement. Sa durée se limite approximativement au temps nécessaire à la cellule pour effectuer un demi-tour. Le deuxième régime est

expliqué grâce à la compétition entre la succion capillaire et le drainage de la mousse. Ce modèle prédictif est en bon accord avec les données expérimentales et permet également d'expliquer les valeurs de fraction de liquide à l'équilibre dynamique. Ensuite, les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme de traitement rhéologique ont été présentés. L'analyse du champ de vitesses a permis de déterminer deux zones d'écoulement distinctes : l'une le long de la paroi extérieure et la seconde le long de l'interface. Les valeurs des tenseurs de déformation statistique et taux de déformation permettent de mettre en évidence l'incompressibilité de l'écoulement le long de l'axe perpendiculaire à l'interface. A l'aide de ces considérations statistiques locales, un lien a été établi entre les variations microscopiques des bulles et les propriétés macroscopiques de la mousse. Un modèle pour la viscosité efficace de la mousse a également été obtenu. Finalement, à l'aide de ces résultats, un modèle simple du profil de vitesses des bulles a été développé en considérant la mousse comme un fluide incompressible de viscosité variable. L'équation de Navier-Stokes appliquée à l'écoulement de la mousse a donné un lien direct entre la déformation de l'interface et le gradient de pression interne. Pour clore le chapitre, une comparaison a été réalisée entre nos résultats et ceux obtenus pour des ensembles granulaires dans le même type de dispositif expérimental. En adaptant la définition du nombre adimensionnel inertiel pour tenir compte des propriétés des mousses, les lois constitutives développées pour des milieux granulaires ont pu être appliquées à notre système. Une loi de dilatation et une friction efficace ont ainsi été définies. Ces outils permettent une comparaison plus aisée entre les deux matériaux.

## 5.2 Perspectives

Lors de cette thèse, plusieurs modèles ont été réalisés. Ceux-ci ont permis quelques avancées dans la compréhension du comportement des mousses soumises à des contraintes extérieures. Cependant, plusieurs sujets d'études restent à développer.

Dans le cadre des contraintes normales appliquées à l'interface mousse/solution, plusieurs modèles n'ont pas pu être finalisés. En effet, l'évolution du système en fonction du diamètre des bulles et de l'épaisseur de la cellule n'est pas encore complètement comprise. De plus, l'obtention d'une relation de dispersion pour l'interface mousse/solution permettrait d'obtenir des informations intéressantes sur la tension interfaciale effective. Cette dernière nous permettrait éventuellement de répondre à l'une des questions soulevées dans le Chapitre 1 : Quelle est la forme de l'interface ? En effet, la tension interfaciale effective nous donne une idée de l'aire totale de l'interface (*cfr.* Section 3.4.1). Elle permettrait ainsi de déterminer si la surface des bords de Plateau doit être incluse dans l'interface. Afin d'obtenir un modèle convainquant, d'autres séries d'expériences doivent être réalisées. Dans ce travail, le nombre de combinaisons du diamètre des bulles  $D$  et de l'épaisseur  $e$  de la cellule est insuffisant. Une campagne plus systématique est nécessaire. De plus, les séries

de données obtenues pour les bulles de diamètre  $D = 1$  mm présentent des comportements différents des autres. Il serait intéressant d'en vérifier l'origine en réalisant, par exemple, des expériences supplémentaires pour un diamètre inférieur.

Dans le cadre des contraintes tangentielles à l'interface mousse/solution, les variables étudiées semblent avoir été bien modélisées et l'évolution du système est bien caractérisée. Après comparaison de nos résultats avec ceux obtenus dans le cas de milieux granulaires, des outils d'étude ont été développés. Ceux-ci peuvent nous permettre de pousser plus loin la comparaison des deux milieux. Un exemple parmi d'autres est l'inclinaison et la forme en 'S' inversé prise par l'interface, clairement visible sur la Figure 4.56. Cette caractéristique de l'écoulement des grains dans un "rotating drum" est similaire à celle de l'interface mousse/solution. Dans les ensembles granulaires, la forme de la surface est expliquée à partir des contraintes et de l'épaisseur  $h_e$  de la zone d'écoulement en contact avec celle-ci. En effet, l'inclinaison de l'ensemble granulaire est stable lorsque les contraintes de cisaillement  $\tau_{xy}$  sont compensées par les contraintes normales  $\tau_{yy}$  à l'écoulement, multipliées par le coefficient de friction effectif  $\mu^*$  [Taberlet 2003] :

$$\tau_{xy} = \mu^* \tau_{yy}. \quad (5.1)$$

Pour un écoulement uniforme et de type fluide, les contraintes sont liées à la pression hydrostatique et valent :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \rho_p g \sin(\theta)(y_s - y), \\ \tau_{yy} = \rho_p g \cos(\theta)(y_s - y), \end{cases} \quad (5.2)$$

avec  $y_s$  la position de l'interface. Le coefficient de friction effectif est donc directement égal à la tangente de l'angle formé par l'interface avec l'horizontal, en son centre. L'inclinaison  $\theta$  augmente avec le débit normalisé  $Q^* = Q/D\sqrt{gD}$  dans la couche  $h_e$  selon l'équation [MiDi 2004] :

$$\tan(\theta) = \mu_i + \mu_w \sqrt{Q^*} \frac{D}{e} \quad (5.3)$$

avec  $D$  le diamètre des particules,  $\mu_i$  un coefficient de friction interne constant,  $\mu_w$  un coefficient de friction effectif tenant compte de l'interaction avec les parois et  $Q$  le débit dans la couche  $h_e$  le long de l'interface. De plus, il est montré expérimentalement que l'épaisseur  $h_e$  dépend du débit selon  $h_e/D \sim \sqrt{Q^*}$ . A partir du débit  $Q(x)$  en fonction de la position le long de l'interface, il est possible de déterminer l'épaisseur  $h_e(x)$  précise de la zone d'écoulement et ainsi d'obtenir la pente de l'interface en fonction de la position  $x$  [Taberlet 2006] :

$$\frac{\partial y_s}{\partial x} = \tan(\theta) = \mu_i + \mu_w \frac{h_e(x)}{e}. \quad (5.4)$$

Dans le cas des mousses, le coefficient de friction effectif est donné par le rapport entre la contrainte et la pression osmotique  $\mu_{eff} = \tau/\Pi$  et a été déterminé dans

la Section 4.8. L'épaisseur de la couche d'écoulement le long de l'interface est plus importante que dans le cas des grains. Dès lors, la déformation est moindre (comme observé sur la Figure 4.56). En déterminant le débit de mousse ainsi que l'épaisseur  $h_e(x)$ , la forme de l'interface mousse/liquide pourrait éventuellement être obtenue.

Une dernière perspective envisagée lors de cette thèse est l'application d'une contrainte radiale à l'interface entre une mousse et un liquide à l'aide de l'instabilité de Saffman-Taylor [Saffman 1958]. Celle-ci se produit lorsqu'un fluide moins visqueux (noté 1) est poussé dans un fluide plus visqueux (noté 2) dans un espace confiné comme une cellule de Hele-Shaw. L'interface entre les deux fluides se déstabilise, menant à la formation de protubérances, appelées "doigts".

Dans une cellule de Hele-Shaw, l'écoulement des fluides est de type Poiseuille. Pour deux fluides newtoniens, il est régi par l'équation :

$$\nabla p = \eta_l \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5.5)$$

avec  $\nabla p$  le gradient de pression dans le fluide (2). En considérant l'épaisseur de la cellule  $e$  faible, la composante de la vitesse est essentiellement parallèle aux parois et la variation la plus importante est perpendiculaire à celles-ci. En résolvant l'Equation (5.5), la vitesse moyenne de l'interface est donnée par :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{e^2}{12\eta_l} \nabla p. \quad (5.6)$$

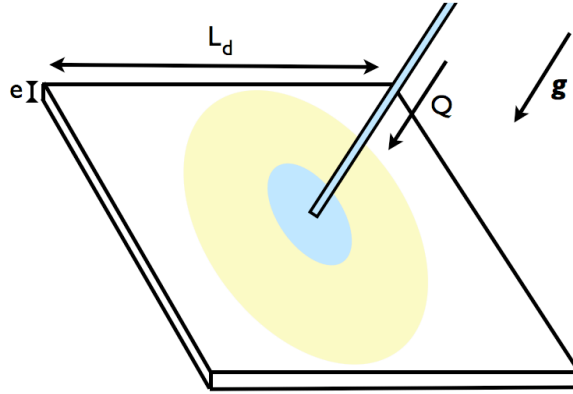
Cette équation correspond à un cas particulier de la loi de Darcy (*cf.* Section 4.2.1) avec un coefficient de perméabilité  $K = e^2/12\eta_l$ . Lorsqu'une perturbation apparaît à l'interface, le gradient de pression locale augmente. La vitesse de l'interface étant liée au gradient, la perturbation augmente et l'interface se déstabilise. Le gradient de pression est donc la force motrice de l'instabilité. La force stabilisatrice est la capillarité, cherchant à minimiser l'aire totale de l'interface. Une analyse de stabilité permet de déterminer la longueur d'onde de l'instabilité. Cette dernière est donnée par l'équation [Batchelor 2002] :

$$\lambda_d = \pi e \sqrt{\frac{\sigma_i}{(\eta_2 - \eta_1)V}} \quad (5.7)$$

avec  $V$  la vitesse de l'interface non perturbée,  $\sigma_i$  la tension interfaciale entre les deux fluides et  $\eta_1$  et  $\eta_2$  la viscosité dynamique du fluide 1 et 2 respectivement. Dans le cas d'une géométrie circulaire, l'interface est stable tant que son périmètre  $P$  est inférieur à la longueur d'onde  $\lambda_d$  [Thomé 1989]. De plus, la vitesse du front est liée au débit par  $V = Q/(2\pi er)$  avec  $r$  le rayon formé par le cercle de liquide si il n'était pas déformé.

Quelques expériences préliminaires ont été réalisées au sein de notre laboratoire avec une mousse monodisperse (fluide 1) poussée dans du glycérol (fluide 2). Les fluides sont injectés entre deux plaques de verre de côté  $L_d \sim 0.5$  m et espacées

de  $e \sim 1$  mm. La mousse est injectée à débit  $Q$  constant entre les deux plaques; cet espace étant préalablement rempli de glycérol. Le dispositif expérimental est représenté schématiquement sur la Figure 5.1. Le diamètre des bulles est de l'ordre du millimètre et la mousse injectée est relativement sèche avec une fraction de liquide moyenne de l'ordre de  $\langle \phi_l \rangle \sim 10^{-2}$ . Le glycérol est un fluide Newtonien de viscosité dynamique  $\eta_{gly} \sim 1.5$  Pas. Par contre, la mousse est un fluide non-Newtonien dont la viscosité effective  $\eta_{eff}$  dépend du taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}$  (*cf.* Section 4.6.5). Cette propriété de la mousse joue un rôle important. En effet, le fluide 2 doit être plus visqueux que la mousse. La même expérience a été réalisée avec de l'eau au lieu du glycérol et aucune instabilité de l'interface n'a pu être observée. La modélisation de la viscosité efficace de la mousse est donc indispensable pour la compréhension du phénomène.

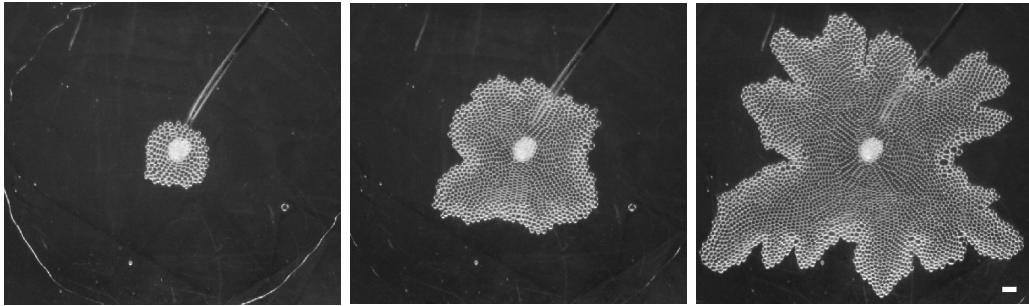


**Figure 5.1** Illustration schématique du dispositif expérimental. Le glycérol est représenté en jaune et la mousse en bleu.

Un exemple de comportement typique de l'interface entre la mousse et le glycérol est présenté sur la Figure 5.2. La mousse est injectée à débit constant  $Q \sim 28$  ml/s dans du glycérol. Sur la première image, l'interface est approximativement circulaire et semble donc stable. Son périmètre est inférieure à la longueur d'onde  $\lambda_d$ . Sur la deuxième image, le périmètre minimum est dépassé  $P > \lambda_d$ . L'interface est déstabilisée et plusieurs doigts principaux sont observables. Sur la troisième image, l'instabilité est complètement développée. Le contour des doigts principaux s'est également déstabilisé et des doigts secondaires sont apparus.

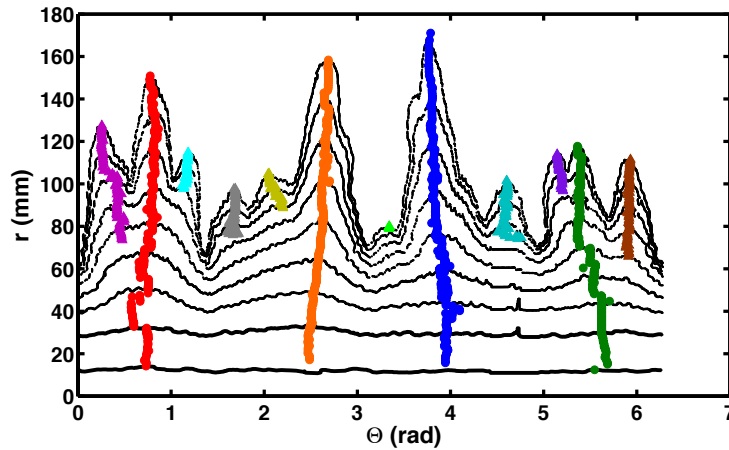
Un algorithme de traitement d'images a été développé et permet de détecter la position de l'interface au cours du temps. Un exemple est présenté sur la Figure 5.3 pour un débit  $Q \sim 16$  ml/min. L'interface est représentée par les courbes noires séparées par un intervalle  $\Delta t \sim 35$  s. A partir de ces données, les doigts de l'instabilité peuvent être détectés sur une image où l'instabilité est bien développée. Leur évolution temporelle est obtenue en remontant dans le temps jusqu'au moment de





**Figure 5.2** Evolution de la surface de la mousse lors de l'expérience de digitation pour un débit approximatif  $Q \sim 28$  ml/min. En bas à droite de l'image de droite, la marque blanche correspond à une longueur de 1 cm. A droite, en  $t = 8$  s, la mousse a une forme circulaire. Au centre, en  $t = 110$  s, les doigts principaux se forment. A gauche, en  $t = 390$  s, les doigts secondaires sont formés sur les doigts principaux. Images réalisées par Giles Delon.

leur apparition. La position des doigts est présentée en couleur sur la Figure 5.3. Il semble y avoir, au total, quatre doigts principaux apparaissant lors du début

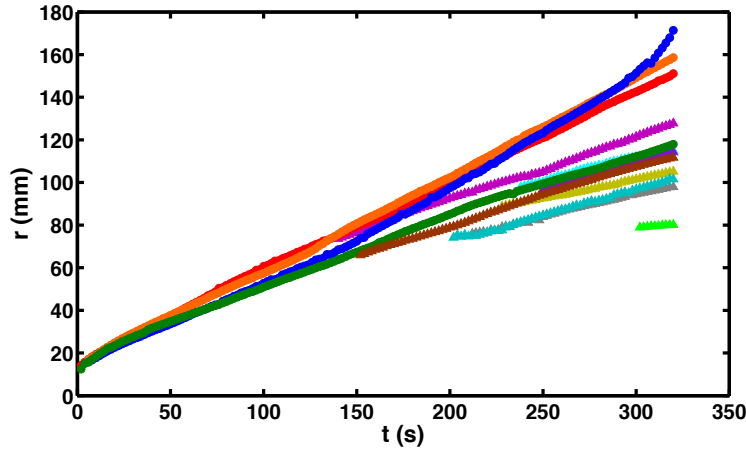


**Figure 5.3** Distance  $r$  de l'interface au point d'injection  $r = 0$  en fonction de l'angle  $\Theta$  (représentée en noir) pour un débit de mousse  $Q \sim 16$  ml/min. L'intervalle entre les courbes correspond à  $\Delta t \sim 35$  s. L'évolution temporelle de la position des doigts est représentée en couleur.

de la déstabilisation de l'interface. Huit doigts secondaires peuvent également être observés. Ceux-ci apparaissent ultérieurement sur les côtés des doigts principaux.

Une telle analyse d'images permet d'obtenir, par exemple, l'évolution temporelle du nombre de doigts et la longueur d'onde. L'algorithme fournit également la dynamique d'évolution des doigts. Celle-ci est présentée sur la Figure 5.4 pour tous les doigts de la Figure 5.3. Les couleurs utilisées sur les deux figures correspondent. Cette Figure 5.4 illustre l'évolution temporelle de la distance des doigts au point

d'injection. Toutes les courbes semblent linéaires. Par contre, deux vitesses de croissance semblent se dégager. Les doigts principaux semblent grandir plus rapidement que les doigts secondaires.



**Figure 5.4** Position  $r(t)$  des différents doigts observés sur la Figure 5.3 en fonction du temps. Les couleurs utilisées sur les deux figures correspondent.  $Q \sim 16$  ml/min.

L'interface entre une mousse et du glycérol est bien sujet à l'instabilité de Saffman-Taylor. Elle se déstabilise en formant plusieurs doigts dès que son périmètre atteint une valeur limite. Le système semble avoir une dynamique intéressante mais complexe à comprendre. En effet, la mousse étant un fluide non-Newtonien, sa viscosité dépend du taux de cisaillement. Or, dans ce cas-ci, il n'est pas uniforme. De plus, la mousse est constituée d'entités millimétriques élastiques (les bulles) contrairement aux fluides classiquement utilisés [Batchelor 2002].

Outre les informations sur l'instabilité, ces expériences nous permettraient également d'obtenir de nouvelles données sur le comportement de l'interface entre une mousse et un autre fluide soumise à des contraintes extérieures. L'algorithme de traitement rhéologique développé dans la Section 4.3.2.3 est un outil utile. Les déformations subies par les bulles lors de la croissance des doigts pourraient être étudiées et nous permettraient éventuellement d'obtenir une approximation de la viscosité effective locale de la mousse. Ces expériences se situent donc bien dans la continuité du travail présenté dans ce manuscrit.

# Bibliographie

- [Asipauskas 2003] M Asipauskas, M Aubouy, J A Glazier, F Graner et Y Jiang. *A texture tensor to quantify deformations : the example of two-dimensional flowing foams*. Granular Matter, vol. 5, page 71, 2003.
- [Association 1963] Glycerine Producers' Association. Physical properties of glycerine and its solutions. Glycerine Producers' Association, 1963.
- [Aubouy 2003] M Aubouy, Y Jiang, J A Glazier et F Graner. *A texture tensor to quantify deformations*. Granular Matter, vol. 5, page 67, 2003.
- [Batchelor 2002] G K Batchelor, H K Moffatt et MG Worster. Perspectives in fluid dynamics : a collective introduction to current research. Cambridge University Press, 2002.
- [Baumann 1995] G Baumann, I M Jánosi et D E Wolf. *Surface properties and the flow of granular material in a two-dimensional rotating-drum model*. Physical Review E, vol. 51, page 1879, 1995.
- [Bechhoefer 1995] J Bechhoefer, V Ego, S Manneville et B Johnson. *An experimental study of the onset of parametrically pumped surface waves in viscous fluids*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 288, page 325, 1995.
- [Behroozi 2001] F Behroozi et N Podolefsky. *Dispersion of capillary-gravity waves : a derivation based on conservation of energy*. European Journal of Physics, vol. 22, page 225, 2001.
- [Behroozi 2010] F Behroozi, J Smith et W Even. *Stokes' dream : Measurement of fluid viscosity from the attenuation of capillary waves*. American Journal of Physics, vol. 78, page 1165, 2010.
- [Behroozi 2011] F Behroozi, J Smith et W Even. *Effect of viscosity on dispersion of capillary-gravity waves*. Wave Motion, vol. 48, page 176, 2011.
- [Benjamin 1954] T Brooke Benjamin et F Ursell. *The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, page 505, 1954.
- [Binks 1997] D Binks et W van de Water. *Nonlinear pattern formation of Faraday waves*. Physical Review Letters, vol. 78, page 4043, 1997.
- [Boyer 2011] F Boyer, E Guazzelli et O Pouliquen. *Unifying suspension and granular rheology*. Physical Review Letters, vol. 107, page 188301, 2011.
- [Bretherton 1961] FP Bretherton. *The motion of long bubbles in tubes*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 10, page 166, 1961.
- [Brewster 2009] R Brewster, G S Grest et A J Levine. *Effects of cohesion on the surface angle and velocity profiles of granular material in a rotating drum*. Physical Review E, vol. 79, page 011305, 2009.

- [Bronfort 2012] A Bronfort et H Caps. *Faraday instability at foam-water interface*. Physical Review E, vol. 86, page 066313, 2012.
- [Cantat 2004] I Cantat, N Kern et R Delannay. *Dissipation in foam flowing through narrow channels*. Europhysics Letters, vol. 65, page 726, 2004.
- [Cantat 2010] I Cantat, S Cohen-Addad, F Elias, F Graner, R Höhler, O Pitois, F Rouyer et A Saint-Jalmes. *Les mousses : structure et dynamique*. Belin, 2010.
- [Caps 2004] H Caps, S Trabelsi, S Dorbolo et N Vandewalle. *Bubble and granular flows : differences and similarities*. Physica A : Statistical Mechanics and its Applications, vol. 344, page 424, 2004.
- [Cassar 2005] C Cassar, M Nicolas et O Pouliquen. *Submarine granular flows down inclined planes*. Physics of Fluids, vol. 17, page 103301, 2005.
- [Chou 2011] SH Chou et SS Hsiau. *Experimental analysis of the dynamic properties of wet granular matter in a rotating drum*. Powder Technology, vol. 214, page 491, 2011.
- [Christiansen 1995] B Christiansen, P Alstrøm et M T Levinsen. *Dissipation and ordering in capillary waves at high aspect ratios*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 291, page 323, 1995.
- [Cohen-Addad 2013] S Cohen-Addad, R Höhler et O Pitois. *Flow in foams and flowing foams*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 45, page 241, 2013.
- [da Cruz 2005] F da Cruz, S Emam, M Prochnow, J Roux et F Chevoir. *Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows*. Physical Review E, vol. 72, page 021309, 2005.
- [de Gennes 2002] P-G de Gennes, F Brochard-Wyart, D Quéré, M Fermigier et C Clanet. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin Paris, 2002.
- [Denkov 2005] Nikolai D Denkov, Vivek Subramanian, Daniel Gurovich et Alex Lips. *Wall slip and viscous dissipation in sheared foams : Effect of surface mobility*. Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects, vol. 263, pages 129–145, 2005.
- [Denkov 2008] ND Denkov, S Tcholakova, K Golemanov, KP Ananthpadmanabhan et A Lips. *Viscous friction in foams and concentrated emulsions under steady shear*. Physical Review Letters, vol. 100, page 138301, 2008.
- [Denkov 2009] N D Denkov, S Tcholakova, K Golemanov, KP Ananthpadmanabhan et A Lips. *The role of surfactant type and bubble surface mobility in foam rheology*. Soft Matter, vol. 5, page 3389, 2009.
- [Denkov 2012] N D Denkov, S S Tcholakova, R Höhler et S Cohen-Addad. *Foam rheology*. Foam Engineering : Fundamentals and Applications, page 91, 2012.
- [Derjaguin 1993] BVCR Derjaguin. *On the thickness of the liquid film adhering to the walls of a vessel after emptying*. Progress in Surface Science, vol. 43, page 134, 1993.

- [Dollet 2005] Benjamin Dollet. *Écoulements bidimensionnels de mousse autour d'obstacles*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2005.
- [Dollet 2007] B Dollet et F Graner. *Two-dimensional flow of foam around a circular obstacle : local measurements of elasticity, plasticity and flow*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 585, page 181, 2007.
- [Douady 1990] S Douady. *Experimental study of the Faraday instability*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 221, page 383, 1990.
- [Drenckhan 2015] W Drenckhan et A Saint-Jalmes. *The science of foaming*. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2015.
- [Durian 1995] DJ Durian. *Foam mechanics at the bubble scale*. *Physical Review Letters*, vol. 75, page 4780, 1995.
- [Durian 1997] DJ Durian. *Bubble-scale model of foam mechanics : melting, nonlinear behavior, and avalanches*. *Physical Review E*, vol. 55, page 1739, 1997.
- [Edwards 1994] W Stuart Edwards et S Fauve. *Patterns and quasi-patterns in the Faraday experiment*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 278, page 123, 1994.
- [Ernst 1936] RC Ernst, CH Watkins et HH Ruwe. *The Physical Properties of the Ternary System Ethyl Alcohol–Glycerin–Water*. *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 40, page 627, 1936.
- [Faraday 1831] M Faraday. *On a peculiar class of acoustical figures ; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces*. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 121, page 299, 1831.
- [Forterre 2008] O Forterre Y Pouliquen. *Flows of dense granular media*. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 40, pages 1–24, 2008.
- [Garstecki 2006] P Garstecki, M J Fuerstman, H A Stone et G M Whitesides. *Formation of droplets and bubbles in a microfluidic T-junction-scaling and mechanism of break-up*. *Lab on a Chip*, vol. 6, page 437, 2006.
- [Goodridge 1999] CL Goodridge, HGE Hentschel et DP Lathrop. *Breaking Faraday waves : critical slowing of droplet ejection rates*. *Physical Review Letters*, vol. 82, page 3062, 1999.
- [Graner 2008] F Graner, B Dollet, C Raufaste et P Marmottant. *Discrete rearranging disordered patterns, part I : Robust statistical tools in two or three dimensions*. *The European Physical Journal E*, vol. 25, page 349, 2008.
- [Hele-Shaw 1898] H S Hele-Shaw. *Flow of water*. *Nature*, vol. 58, page 520, 1898.
- [Höhler 2005] R Höhler et S Cohen-Addad. *Rheology of liquid foam*. *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 17, page R1041, 2005.
- [Janiaud 2005] E Janiaud et F Graner. *Foam in a two-dimensional Couette shear : a local measurement of bubble deformation*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 532, pages 243–267, 2005.

- [Jop 2006] P Jop, Y Forterre et O Pouliquen. *A constitutive law for dense granular flows*. Nature, vol. 441, page 727, 2006.
- [Khakhar 2001] DV Khakhar, A V Orpe, P Andrésén et JM Ottino. *Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 441, page 255, 2001.
- [Koehler 1998] SA Koehler, HA Stone, MP Brenner et J Eggers. *Dynamics of foam drainage*. Physical Review E, vol. 58, page 2097, 1998.
- [Koehler 2000] S A Koehler, S Hilgenfeldt et H A Stone. *A generalized view of foam drainage : experiment and theory*. Langmuir, vol. 16, page 6327, 2000.
- [Koehler 2001] SA Koehler, S Hilgenfeldt et HA Stone. *Flow along two dimensions of liquid pulses in foams : Experiment and theory*. Europhysics Letters, vol. 54, page 335, 2001.
- [Kudrolli 1996] A Kudrolli et J P Gollub. *Patterns and spatiotemporal chaos in parametrically forced surface waves : a systematic survey at large aspect ratio*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 97, page 133, 1996.
- [Kumar 1994] K Kumar et L S Tuckerman. *Parametric instability of the interface between two fluids*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 279, page 49, 1994.
- [Kumar 1996] K Kumar. *Linear theory of Faraday instability in viscous liquids*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 452, page 1113, 1996.
- [Lam 2011] KD N T Lam et H Caps. *Effect of a capillary meniscus on the Faraday instability threshold*. The European Physical Journal E, vol. 34, page 1, 2011.
- [Lamb 1993] H Lamb. Hydrodynamics. Cambridge university press, 1993.
- [Landau 1989] LL Landau et EM Lifchitz. *Mécanique des fluides (Physique théorique, tome 6)(traduit du russe)*. Mir, Moscou, 1989.
- [Le Merrer 2012] M Le Merrer, S Cohen-Addad et R Höhler. *Bubble rearrangement duration in foams near the jamming point*. Physical Review Letters, vol. 108, page 188301, 2012.
- [Lecampion 2014] B Lecampion et D I Garagash. *Confined flow of suspensions modelled by a frictional rheology*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 759, page 197, 2014.
- [Lehmonen 2013] J Lehmonen, P Jetsu, K Kinnunen et T Hjelt. *Potential of foam-laid forming technology in paper applications*. Norduc Pulp & Paper Research Journal, vol. 28, page 392, 2013.
- [Lespiat 2011] R Lespiat, S Cohen-Addad et R Höhler. *Jamming and flow of random-close-packed spherical bubbles : An analogy with granular materials*. Physical Review Letters, vol. 106, page 148302, 2011.
- [Liao 2010] CC Liao, SS Hsiao et K To. *Granular dynamics of a slurry in a rotating drum*. Physical Review E, vol. 82, page 010302, 2010.

- [Lorenceanu 2009] E Lorenceanu, N Louvet, F Rouyer et O Pitois. *Permeability of aqueous foams*. The European Physical Journal E, vol. 28, page 293, 2009.
- [Lucassen 1972] J Lucassen et M Van Den Tempel. *Dynamic measurements of dilational properties of a liquid interface*. Chemical Engineering Science, vol. 27, page 1283, 1972.
- [Lumay 2010] G Lumay et N Vandewalle. *Flow of magnetized grains in a rotating drum*. Physical Review E, vol. 82, page 040301, 2010.
- [Lumay 2012] G Lumay, F Boschini, K Traina, S Bontempi, J-C Remy, R Cloots et N Vandewalle. *Measuring the flowing properties of powders and grains*. Powder Technology, vol. 224, page 19, 2012.
- [Marmottant 2008] P Marmottant, C Raufaste et F Graner. *Discrete rearranging disordered patterns, part II : 2D plasticity, elasticity and flow of a foam*. The European Physical Journal E, vol. 25, page 371, 2008.
- [MiDi 2004] GDR MiDi. *On dense granular flows*. The European Physical Journal E, vol. 14, page 341, 2004.
- [Miles 1967] J W Miles. *Surface-wave damping in closed basins*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 297, page 459, 1967.
- [Miles 1985] J Miles. *Surface waves in basins of variable depth*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 152, page 379, 1985.
- [Milner 1991] ST Milner. *Square patterns and secondary instabilities in driven capillary waves*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 225, page 81, 1991.
- [Müller 1993] H W Müller. *Periodic triangular patterns in the Faraday experiment*. Physical Review Letters, vol. 71, page 3287, 1993.
- [Nguyen 2002] A V Nguyen. *Liquid drainage in single Plateau borders of foam*. Journal of Colloid and Interface Science, vol. 249, page 194, 2002.
- [Orpe 2001] A V Orpe et DV Khakhar. *Scaling relations for granular flow in quasi-two-dimensional rotating cylinders*. Physical Review E, vol. 64, page 031302, 2001.
- [Pignatell 2012] F Pignatell, C Asselin, L Krieger, I C Christov, J M Ottino et R M Lueptow. *Parameters and scalings for dry and immersed granular flowing layers in rotating tumblers*. Physical Review E, vol. 86, page 011304, 2012.
- [Pirard 2009] S L Pirard, G Lumay, N Vandewalle et J-P Pirard. *Motion of carbon nanotubes in a rotating drum : The dynamic angle of repose and a bed behavior diagram*. Chemical Engineering Journal, vol. 146, page 143, 2009.
- [Pitois 2008a] O Pitois, E Lorenceanu, N Louvet et F Rouyer. *Specific surface area model for foam permeability*. Langmuir, vol. 25, page 97, 2008.
- [Pitois 2008b] O Pitois, N Louvet, E Lorenceanu et F Rouyer. *Node contribution to the permeability of liquid foams*. Journal of Colloid and Interface Science, vol. 322, page 675, 2008.

- [Plateau 1873] J Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, volume 2. Gauthier-Villars, 1873.
- [Princen 1979] HM Princen. *Highly concentrated emulsions. I. Cylindrical systems*. *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 71, page 55, 1979.
- [Princen 1986] HM Princen. *Osmotic pressure of foams and highly concentrated emulsions. I. Theoretical considerations*. *Langmuir*, vol. 2, page 519, 1986.
- [Princen 1987] HM Princen et AD Kiss. *Osmotic pressure of foams and highly concentrated emulsions. 2. Determination from the variation in volume fraction with height in an equilibrated column*. *Langmuir*, vol. 3, page 36, 1987.
- [Prosperetti 1980] A Prosperetti. *Free oscillations of drops and bubbles : the initial-value problem*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 100, page 333, 1980.
- [Raufaste 2009] C Raufaste, A Foulon et B Dollet. *Dissipation in quasi-two-dimensional flowing foams*. *Physics of Fluids*, vol. 21, page 053102, 2009.
- [Rio 2013] E Rio. *Stabilité des mousses : quelques expériences montrant l'influence de la rhéologie de surface*. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris Sud-Paris XI, 2013.
- [Rouyer 2010] F Rouyer, O Pitois, E Lorenceau et N Louvet. *Permeability of a bubble assembly : From the very dry to the wet limit*. *Physics of Fluids*, vol. 22, page 043302, 2010.
- [Saffman 1958] P G Saffman et G Taylor. *The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid*. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 245, page 312. The Royal Society, 1958.
- [Saint-Jalmes 1999] A Saint-Jalmes et DJ Durian. *Vanishing elasticity for wet foams : Equivalence with emulsions and role of polydispersity*. *Journal of Rheology*, vol. 43, page 1411, 1999.
- [Saint-Jalmes 2002] A Saint-Jalmes et D Langevin. *Time evolution of aqueous foams : drainage and coarsening*. *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 14, page 9397, 2002.
- [Sauret 2015] A Sauret, F Boulogne, J Cappello, E Dressaire et H A Stone. *Damping of liquid sloshing by foams*. *Physics of Fluids*, vol. 27, page 022103, 2015.
- [Schramm 2000] L L Schramm. *Surfactants : fundamentals and applications in the petroleum industry*. Cambridge University Press, 2000.
- [Schramm 2006] L L Schramm. *Emulsions, foams, and suspensions : fundamentals and applications*. John Wiley & Sons, 2006.
- [Schramm 2014] L L Schramm. *Emulsions, foams, suspensions, and aerosols : microscience and applications*. John Wiley & Sons, 2014.
- [Sjoblom 2001] J Sjoblom. *Encyclopedic handbook of emulsion technology*. CRC Press, 2001.



- [Stevenson 2012] P Stevenson. *Foam engineering : fundamentals and applications*. John Wiley & Sons, 2012.
- [Taberlet 2003] N Taberlet, P Richard, A Valance, W Losert, J M Pasini, J T Jenkins et R Delannay. *Superstable granular heap in a thin channel*. *Physical Review Letters*, vol. 91, page 264301, 2003.
- [Taberlet 2006] N Taberlet, P Richard et E J Hinch. *S shape of a granular pile in a rotating drum*. *Physical Review E*, vol. 73, page 050301, 2006.
- [Tanaka 2012] A Tanaka, T Hjelt, A Sneek et A Korpela. *Fractionation of nanocellulose by foam filter*. *Separation Science and Technology*, vol. 47, page 1771, 2012.
- [Tcholakova 2008] S Tcholakova, ND Denkov, K Golemanov, KP Ananthapadmanabhan et A Lips. *Theoretical model of viscous friction inside steadily sheared foams and concentrated emulsions*. *Physical Review E*, vol. 78, page 011405, 2008.
- [Terriac 2006] E Terriac, J Etrillard et I Cantat. *Viscous force exerted on a foam at a solid boundary : Influence of the liquid fraction and of the bubble size*. *Europhysics Letters*, vol. 74, page 909, 2006.
- [Terwagne 2011] D Terwagne et J WM Bush. *Tibetan singing bowls*. *Nonlinearity*, vol. 24, page R51, 2011.
- [Thomé 1989] H Thomé, M Rabaud, V Hakim et Y Couder. *The Saffman–Taylor instability : From the linear to the circular geometry*. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, vol. 1, page 224, 1989.
- [Thorsen 2001] T Thorsen, R W Roberts, F H Arnold et S R Quake. *Dynamic pattern formation in a vesicle-generating microfluidic device*. *Physical Review Letters*, vol. 86, page 4163, 2001.
- [Tipton 2004] CR Tipton et Tom Mullin. *An experimental study of Faraday waves formed on the interface between two immiscible liquids*. *Physics of Fluids*, vol. 16, page 2336, 2004.
- [Vandewalle 2004] N Vandewalle, S Trabelsi et H Caps. *Block-to-granular-like transition in dense bubble flows*. *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 65, page 316, 2004.
- [Verbist 1996] G Verbist, D Weaire et AM Kraynik. *The foam drainage equation*. *Journal of Physics. Condensed Matter*, vol. 8, page 3715, 1996.
- [Wagner 2000] C Wagner, HW Müller et K Knorr. *Crossover from a square to a hexagonal pattern in Faraday surface waves*. *Physical Review E*, vol. 62, page R33, 2000.
- [Weaire 2007] D Weaire, V Langlois, M Saadatfar et S Hutzler. *Foam as granular matter*. *Granular and Complex Materials, World Scientific Lecture Notes in Complex Systems*, vol. 8, page 1, 2007.

- 
- [Webster 2001] AJ Webster et ME Cates. *Osmotic stabilization of concentrated emulsions and foams*. Langmuir, vol. 17, page 59Z, 2001.
- [Westra 2003] M-T Westra, D J Binks et W Van De Water. *Patterns of Faraday waves*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 496, page 1, 2003.
- [Xu 2007] Q Xu, A V Orpe et A Kudrolli. *Lubrication effects on the flow of wet granular materials*. Physical Review E, vol. 76, page 031302, 2007.
- [Yamamoto 2013] K Yamamoto et s Ogata. *Effects of T-junction size on bubble generation and flow instability for two-phase flows in circular microchannels*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 49, page 24, 2013.
- [Zoueshtiagh 2009] F Zoueshtiagh, S Amiroudine et R Narayanan. *Experimental and numerical study of miscible Faraday instability*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 628, page 43, 2009.