25 novembre 2015 : cent ans de Relativité

Yves De Rop
Université de Liège, Institut d'Astrophysique et de Géophysique
Allée du 6 Août, 19c
4000 Liège, Belgique

La théorie proposée par Einstein au début du XXe siècle porte bien mal son nom ; car si, historiquement, l'accent fut mis d'abord sur la relativité de certaines notions (en particulier, la mesure de l'intervalle de temps écoulé entre deux événements donnés), on a compris par la suite qu'elle reposait plus fondamentalement sur l'existence de quantités absolues, c'est-à-dire, dont la mesure est identique pour tous les observateurs, quel que soit leur état de repos ou de mouvement. Ces quantités sont inconnues de la mécanique de Newton, laquelle ne reconnaît qu'un seul invariant : le temps. Ce texte cherche à retracer, avec un minimum de formalisme, comment s'est imposé un nouveau cadre géométrique pour la physique, dominé par cette exigence d'invariance des mesures spatio-temporelles et intégrant une description révolutionnaire de la gravitation.

1 Introduction

Frappons successivement deux fois sur une table à une seconde d'intervalle — par exemple, une fois près du coin gauche et une fois près du coin droit — et posons la question : quelle est la distance entre ces deux événements ?

La réponse peut sembler évidente : « Voyons, cette table est large d'un mètre environ ; quelle difficulté imaginez-vous là-derrière ? » Pourtant, il serait tout aussi légitime d'affirmer qu'entre les deux événements (les deux coups portés sur la table) la distance est de trente kilomètres ! En effet, la Terre tourne autour du soleil à la vitesse de trente kilomètres par seconde environ, et c'est la réponse qu'eût spontanément donnée un observateur lié au soleil.

On comprend dès lors le rôle crucial joué par le référentiel auquel on rapporte les mesures. La théorie de la relativité a profondément modifié notre regard sur la question des mesures spatio-temporelles. Remettant en cause les présupposés métaphysiques de la mécanique newtonienne, elle a notamment retiré au temps son caractère absolu, pour le réduire à une notion relative. Mais il s'est avéré que la relativité de l'espace et du temps est la conséquence de l'existence d'un nouvel absolu, entendons par là l'existence d'un *invariant permettant la mesure de distances entre les événements de l'espace-temps, indépendamment du référentiel auquel on rapporte leurs coordonnées.*

Nous allons tenter de préciser les enjeux fondamentaux liés à ce nouveau regard sur l'espace-temps qui, à dix ans d'intervalle, a donné naissance à deux théories révolutionnaires : la *relativité restreinte* (1905) et la *relativité générale* (1915). Nous en profiterons pour tenter d'illustrer succinctement les relations mouvantes que la théorie de la relativité a entretenues avec la philosophie, en particulier avec le *positivisme.*

2 Brève histoire du principe de relativité

Tout le monde, un jour ou l'autre, a pu expérimenter la situation suivante. Un train suffisamment confortable, mis en mouvement par rapport au quai de la gare, donne à ses passagers l'illusion qu'ils sont immobiles et que c'est le train en face qui s'en va ; ou inversement. C'est le *principe de relativité galiléen* : il existe une classe de référentiels, qualifiés d'*inertiels*, ou encore de *galiléens* [1], dans lesquels les phénomènes mécaniques — rotation d'un corps solide autour d'un axe, collisions entre des billes de billard etc. —, sont identiques. Il est donc impossible de déceler leur mouvement par une quelconque expérience de mécanique. Galilée l'avait déjà remarqué, qui décrétait à leur propos : « *il moto è come nullo* ». Les lois de Newton permettent d'en donner une définition dynamique : est réputé inertiel tout référentiel où s'applique le *principe d'inertie*, c'est-à-dire par rapport auquel le mouvement d'une particule libre (à savoir, qui n'est soumise à aucune force) est rectiligne et uniforme. Tous ces référentiels inertiels sont donc en translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres.

Par contre, il s'avère plus compliqué d'écrire les lois du mouvement dans des référentiels accélérés par rapport aux référentiels inertiels. Ainsi, quand un bus bondit vers l'avant ses passagers sont projetés vers l'arrière. La mécanique newtonienne rend compte de ce phénomène à l'aide d'une force appelée *force fictive d'entraînement* et dirigée vers l'arrière. Bien entendu, il ne s'agit pas d'une force réelle, elle n'exprime pas un processus d'interaction entre les passagers et Dieu sait quel champ physique : elle traduit simplement le fait que, en vertu de leur inertie, les passagers ont tendance à rester au repos par rapport au trottoir tandis que le bus cherche à glisser sous leurs pieds.

D'une manière générale, pour raisonner dans les référentiels non inertiels il faut intégrer dans le formalisme newtonien des *forces fictives d'inertie*, dont les représentants les plus connus, outre la force d'entraînement qui vient d'être mentionnée, sont la force centrifuge et la force de Coriolis. Un expérimentateur entraîné dans le rotor, au champ de foire, ressent une force centrifuge qui le plaque contre les parois. Et c'est la force de Coriolis qui dévie vers la droite le mouvement des vents dans l'hémisphère nord.

C'est ici que surgit une difficulté. Pour fixer les idées, reprenons l'exemple du rotor. Si l'on rapporte les événements à ce référentiel il est parfaitement correct, d'un point de vue cinématique, d'affirmer que ce sont les spectateurs immobiles dans le champ de foire qui sont animés d'un mouvement de rotation. Or, ils ne ressentent pas de force centrifuge ! Pour justifier cette étrange dissymétrie, Newton invoque l'existence d'une structure impartiale, l'espace absolu, et suppose que *les référentiels inertiels sont privilégiés*, parce que tous en translation rectiligne et uniforme par rapport à lui. Adoptant une perspective de toute évidence cosmologique, il émet l'hypothèse que le centre de gravité du système solaire est absolument immobile : [2]

> PROPOSITION XI. THEOREM XI.
>
> *That the common centre of gravity of the earth, the sun, and all the planets, is immovable.*
>
> For [by Corollary 4 of the Laws of motion : the common centre of gravity of all bodies acting upon each other (excluding external actions and impediments) is either at rest, or moves uniformly in a right line] that centre either is at rest, or moves uniformly forward in a right line ; but if that centre moved, the centre of the world would move also, against the Hypothesis [that the centre of the system of the world is immovable, which is acknowledged by all].

Dès à présent, remarquons que ce critère d'immobilité véritable est paradoxal, pour ne pas dire en conflit avec le principe de relativité, car il serait légitime d'attendre que les lois de la mécanique permettent de différencier les référentiels inertiels selon leur vitesse par rapport à l'espace absolu ! Mais ce n'est pas le cas, seules sont détectables les *accé-*

1. Dans nos exemples, le quai de la gare, les trains, le champ de foire sont supposés inertiels en première approximation.

2. I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, livre III, troisième édition (1726), traduction anglaise par Andrew Motte (1729), p. 401.

lérations par rapport à l'espace absolu. Ce dernier joue donc un rôle d'arbitre et permet d'affirmer que le bus accélère *vraiment* et pas le trottoir. De même, c'est le rotor qui tourne *absolument*, et non pas la baraque aux lacquemants.

Par contre, les passagers d'un train voyageant à vitesse constante de Liège vers Bruxelles sont-ils vraiment en mouvement, ou bien, par exemple, seraient-ils immobiles et Bruxelles viendrait-elle vers eux ? En pratique, aucune expérience de mécanique ne leur permet de le déterminer.

Qu'on ne se méprenne pas sur le sens d'une telle déclaration. Le moteur de la locomotive permet au train d'avancer sur les rails : il serait absurde de lui conférer la vertu de faire se propager la ville de Bruxelles. Einstein a commenté ce point non sans humour : [3]

> [Le conducteur de la locomotive] objectera que ce n'est tout de même pas le paysage qu'il est obligé de chauffer et de graisser, mais bien la locomotive, et que c'est dans le mouvement de celle-ci qu'on voit l'effet de son travail.

Relu par Einstein, le principe de relativité va plus loin. En bon positiviste, disciple admiratif de Mach et convaincu par sa lecture critique de la mécanique newtonienne, Einstein rejette dans les limbes de la métaphysique la notion d'espace absolu que deux cents ans d'expérimentation n'ont jamais pu mettre en évidence. Et il étend ce principe à *toutes* les lois de la physique (et pas seulement celles de la mécanique), y compris donc celles de l'électromagnétisme. C'est le *principe de relativité restreinte.* Ayant ainsi évacué du ring l'arbitre impartial, on peut dire qu'il place *réellement* tous les référentiels inertiels sur un pied d'égalité. Aucune interprétation n'est moins vraie qu'une autre, il n'existe aucun indice permettant de trancher en faveur de l'une ou de l'autre.

Cependant, l'électromagnétisme semble fournir un critère simple permettant de départager les référentiels inertiels : la lumière étant une onde électromagnétique, elle consiste en une perturbation dont la propagation nécessite *a priori* un milieu, *l'éther*. On s'attendrait donc à ce que la vitesse de l'éther ou, ce qui revient au même, la vitesse de la lumière, varie d'un référentiel inertiel à un autre. Un observateur immobile par rapport à l'éther mesurerait c pour la vitesse de la lumière dans son référentiel propre. Mais un autre observateur, animé d'une vitesse V par rapport à l'éther et lançant un rayon lumineux dans la direction de son mouvement, mesurerait $c + V$ ou $c - V$ selon le sens du rayon.

Pourtant, si l'on accorde du crédit au principe de relativité, un récepteur doit toujours mesurer *la même vitesse* $c = 299\,792\,458$ m/s pour la vitesse de propagation de la lumière, [4] et cela quel que soit son mouvement par rapport à la source lumineuse. Cela signifie que la loi galiléenne de composition des vitesses, et avec elle toute la mécanique newtonienne, sont incorrectes. Il s'agit de reconstruire la mécanique sur la base d'un nouveau principe, *l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide pour tous les observateurs. Exit* l'éther ! [5] Ce fantôme disparaît de la scène en même temps que son frère bâtard, l'espace absolu.

---

3. Dans *Die Naturwissenschaften*, novembre 1918, pp. 697-702. Ce remarquable article de vulgarisation est traduit en français, sous le titre « Dialogue sur les objections opposées à la théorie de la relativité », dans *Albert Einstein, œuvres choisies 5*, textes choisis et présentés par J. Merleau-Ponty et F. Balibar, Seuil, 1991, pp. 61-70.

4. Il s'agit là d'une valeur exacte depuis que, en 1983, elle sert à définir le mètre. Bien entendu, cette pure convention métrologique ne justifie en rien l'invariance de c (bien que celle-ci donne sens à celle-là), invariance qui reste soumise au verdict de l'expérience.

5. Au mieux, la notion de *mouvement* de l'éther doit être revue. Mais dans une optique positiviste (« *meaning = verifiability* »), il est naturel de se débarrasser de cet hypothétique et encombrant milieu de propagation de la lumière qui, face aux difficultés où s'enlisait la physique classique à la fin du XIXe siècle, se réduisait en fin de compte, selon une plaisanterie de l'époque, à jouer le rôle de *sujet pour le verbe onduler*.

Une telle conclusion est évidemment lourde de conséquences. En témoignent, par exemple, les propos de Lord Kelvin [6] :

> L'éther luminifère, c'est-à-dire la seule substance dont nous sommes sûrs en dynamique [...] S'il y a une chose dont nous sommes certains, c'est bien la réalité et la substantialité de l'éther luminifère.

Plutôt que de stigmatiser le manque d'ouverture de Lord Kelvin, il faut au contraire saluer son intuition remarquable qui lui faisait pressentir les conséquences terribles pour la physique d'une remise en question de l'éther. Et c'est bien, en effet, un tout nouveau cadre spatio-temporel que ces réflexions ont amené Einstein à proposer pour la mécanique et l'électromagnétisme. On l'appelle *théorie de la relativité restreinte*.

3 Synchronisation des horloges et invariance de c

La relativité restreinte repose sur le fait que la « mesure » de la vitesse c de la lumière dans un référentiel inertiel donné, c'est-à-dire le temps qu'elle met pour franchir une distance d, est indépendante du référentiel inertiel choisi. Nous utilisons des guillemets pour le mot « mesure » car on comprend bien que cette indépendance résulte d'une *convention*, et ne peut être complètement vérifiée par l'expérience. En effet, la vitesse dont il est question est le rapport de la distance d au temps nécessaire pour la parcourir. Elle dépend donc de la convention adoptée pour synchroniser (c'est-à-dire régler) les deux horloges situées aux deux extrémités du trajet. [7] En 1907 Einstein écrivait :

> Nous supposons maintenant que les horloges peuvent être ajustées de telle façon que la vitesse de propagation de n'importe quel rayon lumineux dans le vide — mesurée au moyen de ces horloges — soit partout égale à une constante universelle c, pourvu que le système de coordonnées ne soit pas accéléré.

La convention choisie par Einstein pour synchroniser deux horloges fixes dans un référentiel inertiel donné et séparées par une distance d est la suivante. Si un rayon lumineux quitte la première horloge au temps t_1 et se réfléchit sur l'autre horloge au temps t_2 avant de rejoindre la première horloge au temps t_3, alors les deux horloges sont dites *synchrones* si et seulement si

$$t_2 = \frac{t_1 + t_3}{2}.$$

En d'autres termes, comme on peut le vérifier par un calcul simple, la vitesse de la lumière déterminée sur base d'un aller simple :

$$c_1 = \frac{d}{t_2 - t_1}$$

est égale à la vitesse de la lumière déterminée sur base d'un aller-retour :

$$c_2 = \frac{2d}{t_3 - t_1}.$$

Il existe un autre procédé de synchronisation, obtenu au moyen du transport lent d'une horloge. On promène celle-ci partout dans le référentiel inertiel où elle se trouve quasiment

6. Dans *Conférences Publiques et Discours*, 1891.

7. Une fois réglées, les horloges battent à leur cadence propre et, par hypothèse, demeurent synchrones si elles sont de même fabrication et immobiles dans le référentiel considéré.

au repos (ce qui, incidemment, détermine ledit référentiel). La convention est alors la suivante : chaque horloge fixe dans ce référentiel se règle sur l'heure indiquée par l'horloge baladeuse. On peut montrer que les deux conventions que l'on vient de présenter sont *équivalentes*, c'est-à-dire fournissent la même théorie (la relativité restreinte).[8] D'autre part, cette équivalence peut être testée : le transport lent d'une horloge permet de synchroniser une horloge à distance d'une source lumineuse, et l'expérience permet de vérifier si, avec les notations adoptées ci-dessus, on a bien $t_2 = (t_1 + t_3)/2$ (en l'occurrence, c'est le cas).

En résumé, seule l'invariance de la vitesse de la lumière sur des trajets aller-retour, c'est-à-dire son isotropie par rapport à de tels trajets, peut être soumise à l'expérience. En effet, une seule horloge suffit alors et l'on ne doit pas s'embarrasser d'un critère de simultanéité. Le physicien R. Anderson et ses collaborateurs[9] récapitulent très bien la situation :

> An empirical test of any property of the one-way speed of light is not possible. Such quantities as the one-way speed of light are irreducibly conventional in nature, and recognizing this aspect is to recognize a profound feature of nature.

Historiquement, l'archétype de cette vérification cruciale fut l'expérience de Michelson-Morley. Une analogie va nous permettre de comprendre l'idée d'une expérience fondée sur le principe d'un aller-retour. Supposons un observateur immobile au départ d'un trottoir roulant de vitesse $V \neq 0$. Un piéton emprunte ce trottoir et effectue l'aller-retour jusqu'à une distance d de l'observateur, avec une vitesse $c > V$ constante par rapport au trottoir. Par rapport à l'observateur fixe, et en admettant les lois de la cinématique galiléenne, sa vitesse à l'aller vaut $c+V$ et sa vitesse au retour vaut $c-V$. Par conséquent, l'aller-retour nécessitera un temps

$$t = \frac{d}{c+V} + \frac{d}{c-V} = \frac{2d}{c\,(1 - V^2/c^2)} > \frac{2d}{c}.$$

En d'autres termes, le gain de temps à l'aller ne compense pas la perte de temps au retour. (On le comprend d'autant mieux en considérant le cas limite où la vitesse du piéton est égale à celle du trottoir ; car alors, le trajet aller s'avère deux fois plus rapide mais le trajet retour prend un temps infini, le piéton étant immobile par rapport à l'observateur !) On conçoit qu'une telle procédure permet de mesurer V si l'on connaît c.

Donc, si c désigne maintenant la vitesse de la lumière par rapport à l'éther, on doit pouvoir mesurer la vitesse V du vent d'éther par rapport à la Terre à l'aide d'une méthode analogue. C'est à cette entreprise que Michelson et Morley se livrèrent en 1887. Or, en gros, ils trouvèrent $V = 0$ et constatèrent que la vitesse de la lumière sur Terre est indépendante de la direction du trajet aller-retour utilisé pour la déterminer ! Ce résultat troublant contribua à remettre en question la cinématique galiléenne.

Outre qu'il aida Einstein à se débarrasser de l'intermédiaire métaphysique de l'espace absolu, le positivisme, fondé sur des expériences de pensée exigeant des procédures de mesure soigneusement établies, lui permit de comprendre le caractère relatif de la notion de simultanéité.

Considérons en effet un train $\underline{S}$ en translation rectiligne et uniforme de vitesse V (disons vers la droite) par rapport à un quai S supposé inertiel. Deux rayons lumineux sont émis simultanément dans $\underline{S}$ (disons en $\underline{t} = 0$), depuis deux sources A et B, respectivement vers

8. Voir par exemple A.S. Eddington, *The mathematical theory of relativity*, Cambridge University Press, 1923, §§ 4 et 11.

9. R. Anderson, I. Vetharaniam, G.E. Stedman, *Physics Reports* **295**, 1998, p. 99.

la droite et vers la gauche (figure 1). Ces deux rayons parviennent donc simultanément en un récepteur M situé à mi-chemin entre A et B.

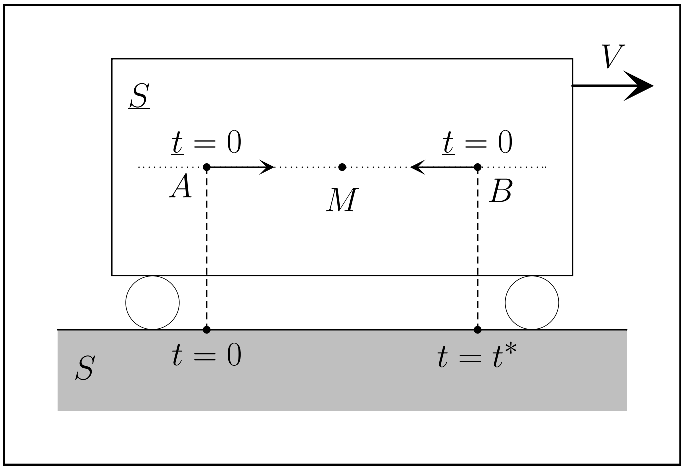

FIGURE 1: *La relativité de la simultanéité.*

Mais pour un observateur lié à S, les émissions des deux rayons ne sont plus simultanées. Sinon, le rayon de droite atteindrait M *avant* le rayon de gauche car *sa vitesse est la même et il a moins de distance à parcourir* puisque M vient vers lui. Si l'horloge de S en face de A au moment de l'émission marque $t = 0$, il faut donc bien conclure que l'horloge de S située en face de B au moment de l'émission marque un temps $t^* > 0$: *la simultanéité est relative*. Nous calculerons explicitement t^* dans la section 6.

4 La dilatation du temps

Dans un train $\underline{S}$ en translation rectiligne et uniforme de vitesse V par rapport à un quai inertiel S, une source émet un rayonnement lumineux, lequel parcourt une distance verticale d, est réfléchi sur un miroir et absorbé à son point de départ (figure 2). Entre le

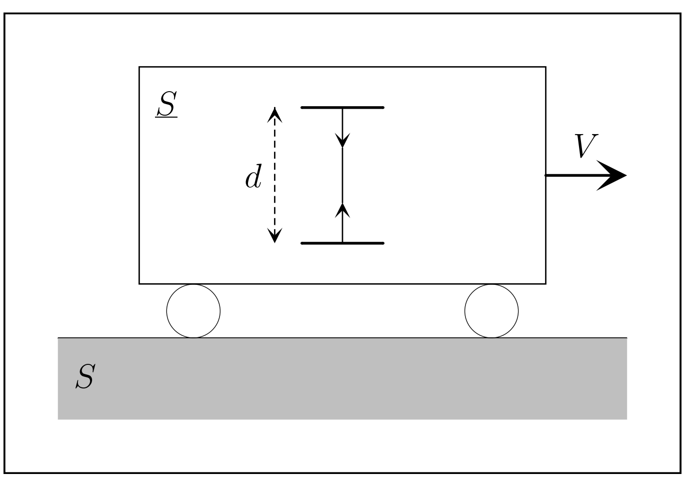

FIGURE 2: *Dans $\underline{S}$, un rayon lumineux effectue un aller-retour en un temps $\Delta\underline{t} = 2d/c$.*

début et la fin des opérations, une horloge $\underline{H}$ solidaire de la source lumineuse mesure un intervalle de temps

$$\Delta \underline{t} = 2d/c. \tag{1}$$

Dans S, considérons deux horloges synchrones H_1 et H_2, la première située au niveau de la source lorsqu'elle émet le signal, la seconde au niveau de la source lorsqu'elle reçoit le signal. Notons Δt le temps écoulé entre ces deux événements. La vitesse de la lumière étant égale à c aussi bien dans S que dans $\underline{S}$, on a

$$\Delta t = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + V^2\left(\Delta t/2\right)^2} \qquad \text{donc} \qquad \Delta t = \frac{2d/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{2}$$

Comparant (1) et (2), on trouve

$$\Delta t = \frac{\Delta \underline{t}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{3}$$

Cette relation exprime la *dilatation du temps*. Bien entendu, cet effet est inconnu de la physique classique. En effet, d'après la loi galiléenne d'addition des vitesses, la vitesse de la lumière (considérée comme projectile) dans S est donnée par $\sqrt{c^2 + V^2}$ et on en déduit $\Delta \underline{t} = \Delta t$.

Le facteur $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ intervient fréquemment en théorie de la relativité et permet d'estimer l'écart entre cette théorie et celle de Newton. Par exemple,

$$\begin{aligned}
V/c = 0.2 \quad &\Rightarrow \quad \sqrt{1 - V^2/c^2} = 0.9798 \\
V/c = 0.4 \quad &\Rightarrow \quad \sqrt{1 - V^2/c^2} = 0.9165 \\
V/c = 0.6 \quad &\Rightarrow \quad \sqrt{1 - V^2/c^2} = 0.8 \\
V/c = 0.8 \quad &\Rightarrow \quad \sqrt{1 - V^2/c^2} = 0.6.
\end{aligned}$$

Lors du trajet aller (ou retour) on a, du point de vue de $\underline{S}$:

$$c\Delta \underline{t} = d, \qquad \Delta \underline{x} = 0, \qquad \Delta \underline{y} = d$$

et, du point de vue de S :

$$c\Delta t = \frac{d}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \qquad \Delta x = \frac{Vd/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \qquad \Delta y = d.$$

On constate que

$$-c^2\Delta \underline{t}^2 + \Delta \underline{x}^2 + \Delta \underline{y}^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 = 0. \tag{4}$$

Ce résultat s'avère très profond car il exprime, dans un cas particulier, la possibilité de *mesurer des distances dans l'espace-temps*. Ce fut Hermann Minkowski qui découvrit en 1907 cette implication mathématique de l'invariance de la vitesse de la lumière. Prises séparément, les mesures d'intervalle d'espace et de temps n'ont pas de signification objective. Seule une sorte d'union des deux, sous la forme générale

$$\Delta s^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \tag{5}$$

peut prétendre décrire la réalité physique *objectivement*, au sens où le résultat de l'opération (5) est indépendant du système inertiel où sont effectuées les mesures :

$$-c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = -c^2\Delta \underline{t}^2 + \Delta \underline{x}^2 + \Delta \underline{y}^2 + \Delta \underline{z}^2. \tag{6}$$

On voit que l'expression (5) des distances spatio-temporelles est identique à celle utilisée dans les cours de géométrie élémentaire (théorème de Pythagore), hormis le signe « - » devant $c^2\Delta t^2$.

En langage technique, on munit ainsi l'espace-temps d'une *structure métrique pseudo-euclidienne*, c'est-à-dire, on se donne en tout point un objet géométrique appelé *tenseur métrique* $\boldsymbol{g}$, lequel régit toutes les mesures de distances et d'angles. L'espace-temps doté de cette métrique s'appelle *espace-temps de Minkowski*. Comme l'espace et le temps de Newton, il est *absolu*, c'est-à-dire, posé *a priori* comme cadre éternel et immuable dans lequel se déroulent les phénomènes physiques.

On appelle *groupe des transformations de Poincaré* l'ensemble des transformations linéaires reliant les coordonnées cartésiennes de deux référentiels inertiels, et dont l'essence est de préserver la métrique sous la forme (5). Elles constituent la généralisation relativiste de la transformation dite « de Galilée » utilisée en mécanique newtonienne, mais à laquelle on ne peut cependant associer aucune métrique. [10]

5 La contraction de l'espace

Soit une règle fixe dans un référentiel inertiel $\underline{S}$. Pour fixer les idées, imaginons que $\underline{S}$ se déplace de la gauche vers la droite avec une vitesse V par rapport à un autre référentiel inertiel S. Afin de mesurer la longueur L de la règle dans S, on procède comme suit. Supposons qu'une horloge H immobile dans S voie passer l'extrémité droite de la règle en $t = 0$. Lorsque l'extrémité gauche de la règle passe à son tour devant H, celle-ci marque un temps Δt. Tout naturellement, on définit L par

$$L = V\Delta t. \tag{7}$$

Considérons à présent ce processus depuis $\underline{S}$. L'horloge H est maintenant en mouvement rectiligne et uniforme de la droite vers la gauche et de vitesse V. Supposons que l'extrémité gauche de la règle coïncide avec l'origine $\underline{O}$ des abscisses $\underline{x}$ et qu'il s'y trouve une horloge $\underline{H}_G$, immobile dans $\underline{S}$. Supposons que l'extrémité droite de la règle se trouve en l'abscisse $\underline{x} = \underline{L}$ et qu'il s'y trouve une horloge $\underline{H}_D$ synchronisée avec $\underline{H}_G$. Supposons enfin que $\underline{H}_D$ marque $\underline{t} = 0$ quand H passe à son niveau et que que $\underline{H}_G$ marque $\Delta\underline{t}$ quand H passe à son niveau. La longueur $\underline{L}$ de la règle, mesurée dans $\underline{S}$, est naturellement donnée par la vitesse de H fois son temps de survol :

$$\underline{L} = V\Delta\underline{t}. \tag{8}$$

Or, lorsque H passe devant l'extrémité gauche de la règle, elle marque le temps Δt, comme nous en avons convenu ci-dessus. Mais d'après la relation (3), on a

$$\Delta t = \Delta\underline{t}\,\sqrt{1 - V^2/c^2} \tag{9}$$

(attention à l'inversion des rôles joués par S et $\underline{S}$). Rassemblant les résultats (7), (8) et (9), on conclut

$$L = \underline{L}\,\sqrt{1 - V^2/c^2}. \tag{10}$$

C'est la *contraction des longueurs*, plus judicieusement appelée *contraction de l'espace* car elle traduit une propriété de l'espace-temps et non de la matière.

10. La mécanique newtonienne ne connaît qu'un seul invariant, l'intervalle de temps $\Delta t = \Delta\underline{t}$, impuissant à définir une distance entre deux événements. Attention, l'intervalle de distance n'y est généralement pas invariant, comme nous l'avons vu dans la section 1.

Entre les deux événements extrêmes (c'est-à-dire, la coïncidence entre l'horloge H et l'extrémité droite de la règle d'une part, et la coïncidence entre l'horloge H et l'extrémité gauche de la règle d'autre part) on a, du point de vue de S :

$$c\Delta t = cL/V, \qquad \Delta x = 0$$

et, du point de vue de $\underline{S}$:

$$c\Delta \underline{t} = c\underline{L}/V, \qquad \Delta \underline{x} = -\underline{L}$$

On constate que, comme dans (4) et conformément à la propriété d'invariance (6),

$$-c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 = -c^2\Delta \underline{t}^2 + \Delta \underline{x}^2 = -c^2L^2/V^2. \tag{11}$$

6 La relativité de la simultanéité

Nous pouvons à présent calculer explicitement le temps t^* de la figure 1. Par rapport au quai, la durée t_D du voyage vers la droite est donnée par

$$ct_D = L/2 + Vt_D,$$

où L est la distance entre les sources A et B, mesurée par les observateurs du quai (rappelons que la vitesse de la lumière vaut c dans n'importe quel référentiel) ; et la durée t_G du voyage vers la gauche est donnée par

$$ct_G = L/2 - Vt_G.$$

On en déduit :

$$t_D = \frac{L}{2(c-V)}, \qquad t_G = \frac{L}{2(c+V)}. \tag{12}$$

Le rayon de gauche rencontre celui de droite au même moment dans S car *la coïncidence de deux événements est un élément de la réalité physique*. L'horloge de S située juste en face de M au moment de la réception doit ainsi indiquer le temps t_D égal à $t^* + t_G$. Donc

$$t^* = t_D - t_G = \frac{VL}{c^2 - V^2}.$$

D'après la relation (10), on en déduit

$$t^* = \frac{V\underline{L}}{c^2\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \tag{13}$$

C'est la *relativité de la simultanéité*.

Entre les deux événements « émission du rayon lumineux par A » et « émission du rayon lumineux par B » on a, du point de vue de $\underline{S}$:

$$c\Delta \underline{t} = 0, \qquad \Delta \underline{x} = \underline{L}$$

et, du point de vue de S :

$$c\Delta t = ct^* = \frac{V\underline{L}}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \qquad \Delta x = \frac{\underline{L}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

(la valeur de Δx résulte de la contraction des longueurs constatée par les observateurs de $\underline{S}$ en $\underline{t} = 0$). Comme en (4) et (11), on retrouve la propriété (6) :

$$-c^2\Delta \underline{t}^2 + \Delta \underline{x}^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 = \underline{L}^2. \tag{14}$$

7 La relativité générale

Depuis Galilée, on sait que tous les corps tombent de la même façon dans un champ de gravitation. Newton formalisera cette découverte en actant l'*égalité entre la masse inerte et la masse gravitationnelle*. Un éléphant possède une masse inerte plus importante qu'un hamster : cela signifie que, pour communiquer une accélération identique à ces deux corps, il faut exercer sur l'éléphant une force plus importante que pour le hamster. Cependant, le premier possède une masse gravitationnelle, et donc un poids, proportionnellement d'autant plus grande que le second. Les deux phénomènes (résistance au changement de mouvement et force gravitationnelle apte à générer ce changement) se compensent *exactement*. D'où la conclusion : toute particule réagit identiquement à la gravitation, quel que soit son poids, sa structure ou sa composition chimique.

D'autre part, dans un référentiel non inertiel les accélérations fictives d'inertie sont identiques pour tous les corps. C'est évident puisque ces accélérations n'interviennent dans les équations du mouvement que pour exprimer l'inertie des corps par rapport à l'espace absolu, c'est-à-dire leur tendance à maintenir leur état de repos ou, plus généralement, de mouvement rectiligne uniforme. Il ne viendrait à personne l'idée de penser que, dans un train accéléré vers l'avant, les éléphants sont projetés vers l'arrière plus rapidement que les hamsters sous prétexte qu'ils sont plus massifs.

Einstein fit de cette constatation expérimentale le fer de lance de sa théorie relativiste de la gravitation, la *relativité générale*, en *assimilant les forces fictives d'inertie et celles de gravitation*. Cette identification révolutionnaire de deux concepts de nature *a priori* très différente constitue ce qu'il a appelé le *principe d'équivalence* et engendre des conséquences redoutables. Développons-en une des plus significatives. Par rapport à un référentiel en chute libre (que Newton qualifiait d'*accéléré par rapport à l'espace absolu*), tous les corps se trouvent en état d'apesanteur virtuelle. Il suffit d'observer les astronautes en lévitation dans une station spatiale orbitale pour s'en convaincre. Toutefois, tandis que Newton, pour en rendre compte, écrivait dans ses équations deux termes de nature physique différente mais se compensant systématiquement (le poids, tirant les corps vers, disons, le bas, et la force fictive d'entraînement qui les tire vers le haut), Einstein, en acceptant pleinement l'équivalence physique de l'inertie et de la gravitation, propose un regard drastiquement plus simple : on ne se trouve pas en présence de deux termes qui s'annulent mutuellement, on a *essentiellement* affaire à zéro. Par conséquent, il faut admettre qu'un référentiel en chute libre se comporte (localement) comme un référentiel inertiel ; car le critère newtonien est bien vérifié : une balle lancée dans un ascenseur tombant en chute libre vers la Terre décrit un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à cet ascenseur. D'autre part, un référentiel inertiel où règne un champ de gravitation est (localement) physiquement équivalent à un référentiel accéléré, lui-même non inertiel dans l'acception newtonienne du terme : une balle lancée dans un bus accéléré vers l'avant tombe vers l'arrière.

Il existe ainsi des référentiels non inertiels en mouvement rectiligne et uniforme par rapport à des référentiels inertiels et donc, reliés à ces derniers par un changement linéaire de coordonnées. Et inversement, deux référentiels en chute libre (donc localement inertiels dans l'esprit de la relativité générale) et tombant sur la Terre aux antipodes l'un de l'autre, sont accélérés l'un par rapport à l'autre : les relations entre leurs coordonnées ne sont donc pas linéaires [penser à la loi galiléenne de la chute des corps : $x(t) = gt^2/2$].

Ainsi, l'insertion dans la théorie d'un champ de gravitation (insertion que le principe d'équivalence impose dès lors que l'on utilise le concept d'inertie) complexifie odieusement les règles d'appartenance au club très sélect des référentiels inertiels. Il semble alors judicieux d'abolir la distinction entre les référentiels, et de supprimer les prérogatives des changements linéaires de coordonnées (dont la seule justification est d'assurer la communication entre les référentiels inertiels) pour considérer sur un pied d'égalité *toutes les transformations, en général non linéaires, autorisées par les mathématiques.* C'est le principe de *covariance (ou de relativité) générale.*

Il faut bien entendre que ce principe postule l'*invariance formelle* des lois de la physique, et ne doit pas être lu comme une extension aux repères quelconques du principe de relativité restreinte. A y bien regarder en effet, ce dernier ne fait que traduire des propriétés de *symétrie* de l'espace-temps de Minkowski, dont la métrique se trouve invariante sous l'action d'opérations qualifiées d'*isométries.* Nous les avons évoquées plus haut, ce sont les transformations de Poincaré. Celles-ci expriment donc l'homogénéité et l'isotropie de l'espace-temps en tout point.[11] Le principe de covariance générale, quant à lui, ne traduit en aucun cas l'existence de symétries posées *a priori.*[12] Répétons-le, les contraintes qu'il impose ne portent que sur le formalisme : il est entendu que la chute d'un marron envisagée par rapport à une nacelle dégringolant les montagnes russes à la foire se distingue du mouvement observé dans un référentiel fixe par rapport à l'échafaudage.

Faut-il insister davantage sur l'extrême audace de ce cheminement intellectuel ? Alors que tous les physiciens préoccupés de questions fondamentales s'interrogeaient sur l'origine de la différence entre deux types de référentiels, inertiels ou non, Einstein décrète : *il n'y a pas de différence* ; ou plutôt : le concept de référentiel inertiel n'est pas pertinent et doit être évacué de la physique. L'analogie suivante permettra de mieux saisir l'esprit de cette nouvelle approche. A l'époque où l'on pensait que la Terre était plate, il était naturel de distinguer les directions horizontales et verticale. L'espace semblait essentiellement anisotrope, et les faits observationnels (la chute verticale des corps) prêchent en faveur de cette dissymétrie. Mais une telle interprétation perd toute pertinence si l'on réalise que la Terre est ronde et engendre un champ de gravitation à symétrie sphérique. En effet, non seulement la notion de *verticale* devient alors relative à la latitude, mais en plus on comprend que la dissymétrie provient de la gravitation terrestre et n'est qu'apparente : les trois directions de l'espace sont en fait équivalentes.

Techniquement parlant, au concept de « référentiel » Einstein a substitué celui de « système de coordonnées ». Les coordonnées cartésiennes remplacent la notion de référentiel inertiel, et raisonner dans un référentiel non inertiel revient désormais à travailler dans des coordonnées quelconques. On conçoit qu'un formalisme apte à traiter tous les systèmes de coordonnées sur un pied d'égalité permette de satisfaire les nouvelles exigences démocratiques. Ce formalisme existe : c'est *l'analyse tensorielle.* Il permet de formuler les lois de la physique de façon covariante pour le groupe des transformations générales de coordonnées. Pour en revenir au marron sur le champ de foire, il est bel et bien plongé dans un champ d'inertie-gravitation *unique*, exprimé cependant dans deux systèmes de coordonnées différents selon que l'on se réfère à la nacelle ou à l'échafaudage.

De telles idées pourraient passer pour de lamentables sophismes, susceptibles de transiger dangereusement avec la réalité physique. Car enfin, s'offusquera-t-on, dans un train accéléré il n'existe pas *vraiment* de champ gravitationnel. Lisons à ce propos un très inté-

11. Le sous-groupe des transformations exprimant l'isotropie porte le nom de Lorentz. Il se répartit en rotations purement spatiales (ce qui n'étonnera personne car l'espace associé à un référentiel inertiel est supposé isotrope) et en isométries spatio-temporelles consistant en rotations dans l'espace-temps nommées *rotations hyperboliques.*

12. Nous verrons d'ailleurs que l'espace-temps de la relativité générale n'est pas prédéterminé. Il se révèle génériquement inhomogène et anisotrope. On ne peut donc y démontrer des théorèmes de géométrie, comme dans l'espace de Lobachevski par exemple.

ressant commentaire d'Einstein :[13]

> Au lieu de distinguer entre « réel » et « non réel », nous préférons, pour plus de clarté, distinguer entre grandeurs ressortissant au système physique en tant que tel (indépendamment du choix du système de coordonnées) et grandeurs qui dépendent du système de coordonnées. L'idée qui vient immédiatement à l'esprit, c'est qu'il faudrait exiger que la physique n'introduise dans ses lois que des grandeurs de la première sorte. Toutefois, il s'est avéré que cela n'était pas réalisable en pratique, ce que le développement de la mécanique classique avait déjà nettement montré.[14] [... La théorie de la relativité] ne peut pas se passer de système de coordonnées, et elle est donc bien obligée d'avoir recours à des grandeurs, les coordonnées, qui ne sauraient être conçues comme des résultats de mesures prescriptibles. D'après la théorie de la relativité générale, les quatre coordonnées du continuum d'espace-temps sont des paramètres qu'on peut même choisir tout à fait arbitrairement et qui sont dépourvus de toute signification physique autonome. Mais une part de cet arbitraire s'attache aussi aux grandeurs (composantes du champ) à l'aide desquelles nous décrivons la réalité physique. C'est seulement à certaines expressions, en général assez complexes et formées à partir des composantes du champ et des coordonnées, que correspondent des grandeurs mesurables (c'est-à-dire réelles) indépendamment du système de coordonnées. C'est ainsi, par exemple, qu'il n'y a pas encore de grandeur indépendante du choix des coordonnées qui corresponde aux composantes du champ de gravitation en un point de l'espace-temps ; au champ de gravitation *en un lieu* ne correspond donc encore rien de « physiquement réel », à moins que ce champ de gravitation ne soit lié à d'autres données. C'est pour cette raison qu'on ne peut dire ni que le champ de gravitation en un endroit [donné] soit quelque chose de « réel », ni qu'il soit quelque chose de « purement fictif ».

Sur ces assises, comment trouver la piste menant à une théorie covariante du champ de gravitation ? Ici encore, le principe d'équivalence assure un rôle de chaînon manquant entre la relativité restreinte et la relativité générale. Pour expliquer cela, notons d'abord que l'espace absolu de Newton jouit de propriétés dynamiques : il régente en effet l'inertie des corps et, à ce titre, constitue plus qu'un réceptacle purement géométrique et passif. Einstein épingle cette particularité :[15]

> Le concept d'espace a été enrichi et compliqué par Galilée et Newton, en ce sens que, pour donner au principe classique d'inertie (et par là même à la loi classique du mouvement) un sens exact, l'espace doit être introduit comme la cause indépendante du comportement inertiel des corps. L'avoir clairement et pleinement compris constitue à mes yeux le plus grand exploit réalisé par Newton. Contrairement à Leibniz et Huyghens, [...] Newton prit la décision non seulement d'introduire l'espace comme une chose indépendante, distincte des objets matériels, mais aussi de lui assigner un rôle absolu dans la structure causale d'ensemble de la théorie. Ce rôle est absolu en ce sens que l'espace (en tant qu'il est un système inertiel) agit sur tous les objets matériels, alors que ceux-ci, à leur tour, n'exercent aucune réaction sur l'espace.

Mais alors, l'espace-temps de Minkowski, qui administre lui aussi l'inertie des corps, doit, en vertu du principe d'équivalence, contenir un champ de gravitation ! Ce fut une des plus grandes illuminations d'Einstein d'avoir compris ceci : le champ de gravitation relativiste

13. Dans *Die Naturwissenschaften, op. cit.*

14. Un peu plus haut, Einstein cite l'exemple de l'énergie cinétique d'un corps, qui dépend de l'état de mouvement du système de coordonnées.

15. A. Einstein, préface à *Concepts of Space* de M. Jammer, 1953, cité et traduit par F. Balibar et R. Toncelli, *Einstein, Newton, Poincaré. Une histoire de principes*, Belin, 2008, p. 130.

prend *naturellement* ses racines dans la relativité restreinte. Pour l'exprimer autrement, l'espace-temps de Minkowski recèle un champ de gravitation, singulier certes, mais champ de gravitation quand même. Il est impossible de raisonner sur un espace-temps dépourvu de gravitation, celle-ci n'est pas un accessoire dont on doit tenir compte ou pas selon les circonstances (comme c'était le cas chez Newton), elle n'est pas un ingrédient plaqué sur la scène : elle en constitue la trame.

La description de l'espace-temps de Minkowski dans un système de coordonnées quelconques possède suffisamment de généralité formelle pour suggérer la nature mathématique du champ d'inertie-gravitation. L'analyse tensorielle montre en effet que l'équation de mouvement rectiligne et uniforme d'une particule contient des termes dérivés du tenseur métrique. [16] Or, si on les interprète dans le langage newtonien, ces termes correspondent aux forces fictives d'inertie qui sont, rappelons-le, le prix à payer pour raisonner dans des référentiels non inertiels. Mais à présent, ces forces « fictives » ne peuvent plus être distinguées de « vraies » forces de gravitation. Se dégage ainsi un candidat apte à modéliser le champ d'inertie-gravitation : c'est le tenseur métrique $\boldsymbol{g}$. Les guillemets rappellent que la « réalité » indépendante de l'inertie, d'une part, et de la gravitation, d'autre part, ne sont cautionnées que par l'invocation d'un fantôme, l'espace absolu de Newton, et la préséance des transformations linéaires de coordonnées qui en découle. Chez Einstein, seule l'union de ces deux concepts possède une signification physico-mathématique. [17]

Il n'en reste pas moins que, nous l'avons dit, le champ de gravitation minkowskien est manifestement trop particulier. Il faut donc franchir encore une étape pour rendre compte d'un champ générique. D'autre part, il subsiste au moins deux points noirs :

1) A certains égards l'espace-temps de Minkowski ne se distingue pas fondamentalement de son ancêtre newtonien : tous deux figurent des despotes absolus de droit divin, dont l'autorité repose principalement sur la collaboration d'une faction de référentiels inertiels rigides sillonnant tout le territoire spatio-temporel. Ses mercenaires alimentent le principal foyer de résistance à la révolution armée par le principe d'équivalence, car il est toujours possible de rapporter globalement les mesures à un référentiel inertiel, c'est-à-dire de raisonner dans des coordonnées cartésiennes où s'annulent les forces fictives d'inertie, et de réhabiliter ainsi la distinction entre inertie et gravitation « véritables ».

2) Le principe d'équivalence entretient avec l'espace-temps de Minkowski des relations très conflictuelles ; car si l'on creuse sa logique dans son ultime profondeur, un référentiel en chute libre est localement inertiel et il ne peut plus être question de conserver un formalisme qui le juge accéléré. [18]

Pour répondre à ces objections, Einstein eut le trait de génie d'utiliser une « novlangue » à la George Orwell qui empêche de les penser, ou plutôt, il eut l'idée de passer à un « novcadre mathématique » qui interdit leur formulation. Il fut ainsi amené à changer la scène [l'espace-temps de Minkowski doté de la métrique pseudo-euclidienne exprimée par la loi (5) dans les référentiels inertiels, c'est-à-dire dans des coordonnées cartésiennes], qu'il

16. Il s'agit des *symboles de Christoffel*, liés à la métrique quand on utilise des connexions riemanniennes.

17. Il en va de même pour les « vecteurs » champ électrique et champ magnétique, qui dans le formalisme de la relativité restreinte se fondent en une seule entité, le tenseur de Faraday pour le champ électromagnétique.

18. L'accélération spatiale constitue la clef de voûte de l'édifice newtonien. Centrale dans l'écriture de la loi fondamentale de la dynamique $\vec{F} = m\,\vec{a}$, elle est définie, comme nous l'avons vu, par rapport à l'espace absolu, et présente la particularité d'être identique par rapport à tout référentiel inertiel. On peut montrer qu'en relativité restreinte son prestige s'est déjà considérablement affaibli car l'accélération spatiale y est devenue relative au système inertiel choisi. Cependant, il est toujours possible de définir un quadri-vecteur accélération absolue dans l'espace-temps absolu de Minkowski.

remplaça par un *espace-temps courbe* plus général. En conséquence de quoi :

1) Le tyran déchu entraîne dans son exil ses légions, les référentiels inertiels déployés partout. En effet, dans un espace-temps courbe il n'est génériquement plus possible de déployer un quadrillage de coordonnées cartésiennes ramenant *globalement* la métrique à la forme pseudo-euclidienne (5). Par contre, cette possibilité subsiste *localement*, c'est-à-dire dans le voisinage d'un point donné. Il est donc encore possible d'utiliser la relativité restreinte, mais seulement localement, à l'image de la Terre qui paraît plate si on l'arpente sur des dimensions suffisamment petites, ce qui permet d'y construire des villes quadrillées comme New York. Les référentiels inertiels, ultimes sectateurs de l'ancien régime où les forces d'inertie pouvaient être démasquées comme fictives, voient leur pouvoir littéralement brisé en morceaux, et c'est dans la douleur de l'anarchie générale que naît l'égalité de droit entre tous les systèmes de coordonnées. On appréciera la métaphore poétique de Thibault Damour, cité par Nathalie Deruelle :[19]

> On est ainsi conduit à se représenter le cadre spatio-temporel où se formuleront les lois de la gravitation comme une *mosaïque de petits éclats de l'espace-temps de Minkowski.*

2) Dans un espace courbe le transport parallèle, qui permet de comparer deux vecteurs à distance, est relatif au chemin emprunté. Plus question, dès lors, d'évaluer les composantes d'un vecteur dans un repère transporté sans ambiguïté dans tout l'espace, comme on le fait couramment dans les espaces euclidiens, royaumes où, depuis la capitale, le vieux monarque absolu peut encore transmettre ses ordres jusqu'aux confins du territoire. Il en résulte une théorie fondamentalement *locale*, interdisant par exemple de comparer à distance les accélérations de deux particules différentes. Seule conserve un sens l'accélération locale, par rapport au champ environnant. Et dans la perspective de la relativité générale, *une particule est accélérée si et seulement si elle n'est pas en chute libre*. Autrement dit, le mouvement d'une particle en chute libre est devenu rectiligne et uniforme, la chute *è come nullo* !

Le champ d'inertie-gravitation est désormais fondu dans le cadre d'une *variété riemannienne* remplaçant l'espace-temps pseudo-euclidien de Minkowski. Le principe d'inertie y est maintenu : une particule libre suit un mouvement rectiligne et uniforme ; mais sa signification est beaucoup plus profonde : « libre » veut maintenant dire : « soumis à son inertie *et à la gravitation* », et les « droites » parcourues à vitesse constante sont maintenant les géodésiques de l'espace-temps courbe.

Remarquons l'immense écart conceptuel entre la relativité générale et l'interprétation newtonienne de la gravitation : une pomme attachée à un arbre n'est pas accélérée selon Newton (pourvu que l'arbre soit inertiel) mais bien selon Einstein (en d'autres termes il existe une force, de nature électromagnétique, qui maintient le fruit à l'arbre et l'empêche de suivre sa propension naturelle à tomber) ; et lorsqu'elle se détache de l'arbre, la pomme est accélérée selon Newton mais pas selon Einstein.

Le tenseur métrique se calcule à l'aide d'équations reliant la courbure de l'espace-temps, elle-même fonction de la métrique, à la matière présente : désormais l'espace-temps n'est plus absolu, il est déformé par la matière conformément aux *équations d'Einstein*, publiées le 25 novembre 1915 dans les *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* à Berlin. Les physiciens John Baez et Emory Bunn ont relevé le défi d'en résumer le contenu en une phrase ! Voici leur proposition :[20]

> Given a small ball of freely falling test particles initially at rest with respect to each other,

19. N. Deruelle, http ://luth2.obspm.fr/IHP06/lectures/deruelle/RelGenENS07.pdf
20. J.C. Baez et E.F. Bunn, arXiv : gr-qc/0103044 (2006).

> the rate at which it begins to shrink is proportional to its volume times : the energy density at the center of the ball, plus the pressure in the x direction at that point, plus the pressure in the y direction, plus the pressure in the z direction.

D'un point de vue méthodologique et philosophique, les équations d'Einstein sont profondément originales. D'une part, sous des hypothèses très larges elles sont pratiquement les seules à satisfaire l'exigence de covariance générale.[21] Si on définit la beauté d'une œuvre par son caractère monolithique, entendons par là l'impossibilité de modifier la construction par quelque détail sans ruiner l'édifice tout entier (écroulement qui se produirait, par exemple, si la masse inerte et la masse gravitationnelle n'étaient identiques qu'en première approximation), alors on peut affirmer que la relativité générale est une théorie foncièrement esthétique. D'autre part, ces équations ne fournissent pas, comme l'auraient attendu Newton et même Minkowski, la valeur du champ de gravitation en un événement donné (le « là » de la géométrie, préexistant à toute physique, clairement et *a priori* distinguable d'un autre « là » parce que Newton et Minkowski disposent d'un cadre absolu, respectivement l'espace et l'espace-temps). Bien au contraire, les coordonnées n'ont en général aucun sens physique. Les équations d'Einstein fournissent *simultanément* les coordonnées $\vec{x}$ et la métrique $\boldsymbol{g}$, au travers d'une loi $\boldsymbol{g}(\vec{x})$: il n'est possible d'interpréter physiquement les coordonnées qu'*a posteriori*, en réalisant des mesures [l'invariant de mesure s'obtient à l'aide d'une relation généralisant (5)]. Déjà Bertrand Russell remarquait :[22]

> Un point isolé [de l'espace physique] n'a pas, comme c'est le cas pour une couleur isolée, de qualité inhérente qui permette de le distinguer quantitativement d'un autre.

Arthur Eddington a bien résumé l'apport de la relativité générale sur ce thème :[23]

> To put the conclusion rather crudely — space is not a lot of points close together ; it is a lot of distances interlocked.

On pourrait déplorer l'effarante complication mathématique engendrée par l'utilisation d'un espace-temps courbe. Mais le lecteur aura compris que la relativité générale propose un regard sur le monde *conceptuellement plus simple* que la théorie newtonienne de la gravitation. En 1902 Poincaré a écrit :[24]

> Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être *plus commode*. Or la géométrie euclidienne est et restera la plus commode [...] parce qu'elle est la plus simple ; et elle n'est pas telle seulement par suite de nos habitudes d'esprit ou de je ne sais quelle intuition directe que nous aurions de l'espace euclidien ; elle est la plus simple en soi de même qu'un polynôme du premier degré est plus simple qu'un polynôme du second degré ; les formules de la trigonométrie sphérique sont plus compliquées que celles de la trigonométrie rectiligne, et elles paraîtraient encore telles à un analyste qui en ignorerait la signification géométrique.

Voici la réponse qu'Einstein lui adressait *post mortem* en 1949 :[25]

> Against Poincaré's suggestion it is to be pointed out that what really matters is not merely the greatest possible simplicity of the geometry alone, but rather the greatest possible simplicity

21. D. Lovelock, *Journal of Mathematical Physics* **13**, pp. 874-876 (1972).
22. B. Russel, *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge University Press, 1897. Cité et traduit par F. Balibar et R. Toncelli, *Einstein, Newton, Poincaré. Une histoire de principes*, Belin, 2008, p. 142.
23. A.S. Eddington, *op. cit.*, §1, p. 10.
24. H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, 1916, p. 67.
25. P.A. Schilpp, éditeur, *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, Northwestern University Press, 1949, pp. 665-688.

> of all of physics (inclusive of geometry). This is what is, in the first instance, involved in the fact that today we must decline as unsuitable the suggestion to adhere to Euclidean geometry.

Du reste, l'abstraction du formalisme constitue le prix à payer pour une démarche caractéristique de l'évolution de la physique et que l'on retrouve tout au long de son histoire, la fusion des concepts : unification par Galilée des mondes supralunaire et sublunaire ; unification newtonienne du mouvement des astres et de la chute des corps ; unification de l'électricité et du magnétisme, puis de l'optique au sein d'une nouvelle discipline, l'électromagnétisme de Maxwell ; unification de l'espace et du temps, puis de l'inertie et de la gravitation chez Einstein ; unification des interactions faible et électromagnétique par Glashow, Salam et Weinberg. Il est symptomatique que les lois de la nature semblent s'accommoder avec l'esthétique de notre pensée logique, puisque ces théories de plus en plus unitaires se révèlent en accord sans cesse plus étroit avec l'expérience.

L'invention de la relativité générale amena Einstein à reconsidérer sa conception positiviste du monde et, à cet égard au moins, le rapprocha philosophiquement de Kant et de Poincaré. En témoigne notamment une conversation qu'Heisenberg avait eue avec Einstein à l'issue d'un séminaire que, tout jeune chercheur, il avait donné en 1926 à l'université de Berlin : [26]

> Einstein [...] pensait qu'en réalité toute théorie contient des quantités non observables. Ne recourir qu'aux observables est un principe qui ne peut tout simplement pas être suivi d'une façon cohérente. Quand j'objectai que, disant cela, je ne faisais qu'appliquer la philosophie dont lui-même avait fait la base de la relativité restreinte, il se borna à répondre : « Peut-être me suis-je servi de cette philosophie autrefois, et ai-je aussi écrit à ce sujet, mais c'est une absurdité quand même. »

Thibault Damour traduit cette conversation, [27] telle que reconstruite par Heisenberg dans un autre document : [28]

> Einstein — Mais vous ne croyez tout de même pas sérieusement que l'on ne peut inclure dans une théorie physique que des grandeurs observables.
>
> Heisenberg — Je pensais que c'est vous, précisément, qui avez fait de cette idée la base de votre théorie de la relativité. Vous avez souligné que l'on ne pouvait pas parler d'un temps absolu, car on ne peut pas observer ce temps absolu. Vous avez dit que seules les indications des horloges, que ce fût dans un système de référence en mouvement ou au repos, étaient déterminantes pour la mesure du temps.
>
> Einstein — Peut-être en effet ai-je utilisé cette sorte de philosophie, mais il n'en reste pas moins qu'elle est absurde. Ou peut-être dirai-je plus prudemment que, d'un point de vue heurisitique, il peut être utile de se souvenir de ce que l'on observe vraiment. Mais, sur le plan des principes, il est tout à fait erroné de vouloir fonder une théorie uniquement sur des grandeurs observables. Car, en réalité, les choses se passent exactement de façon opposée. *C'est seulement la théorie qui décide de ce qui peut être observé.*

---

26. W. Heisenberg, in *Encounters with Einstein, and other Essays on People, Places and Particles*, Princeton University Press, 1983, p. 114. Cité par S. Weinberg, *Le rêve d'une théorie ultime*, traduit de l'américain par J.-P. Mourlon et J. Bricmont, Odile Jacob, 1997, p. 163.
27. Th. Damour, *Si Einstein m'était conté*, le cherche midi, 2012, pp. 159-163.
28. W. Heisenberg, *La Partie et le Tout (Le monde de la physique atomique, souvenirs 1920-1965)*, Albin Michel, 1972.