

“Choisir, c’est se priver du reste ...”

André Gide

<http://www.aeos.ulg.ac.be/teaching.php>

Astrophysics and Space Techniques (2) [ASTR0004-2](#) Surdej Jean

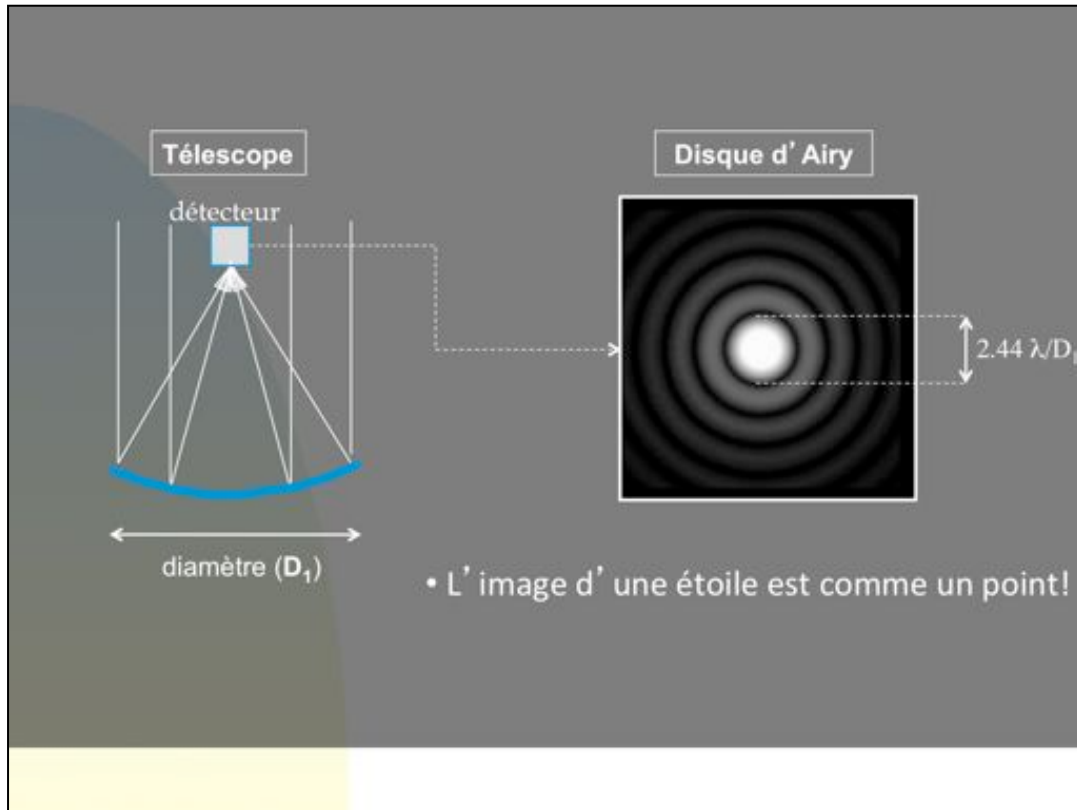
Dias du 4ème Cours Astrophysique et Techniques Spatiales (2015-16)

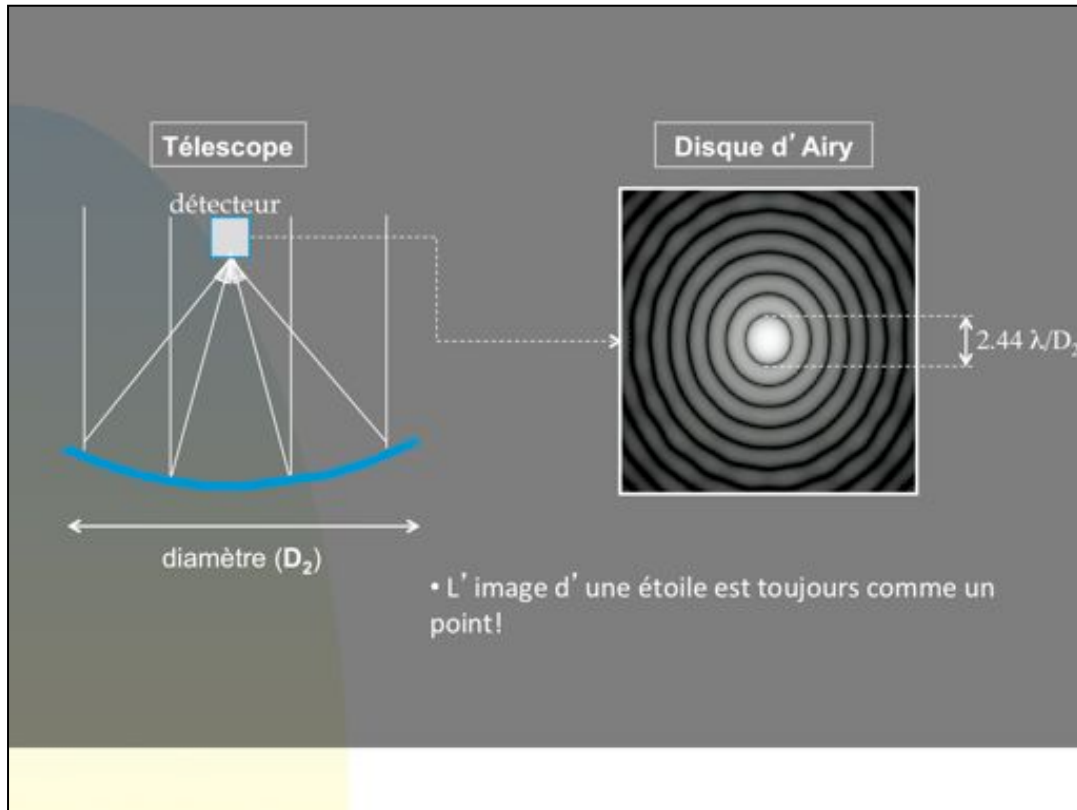
1er Cours Master en Sciences Spatiales (Observing the sky). Une

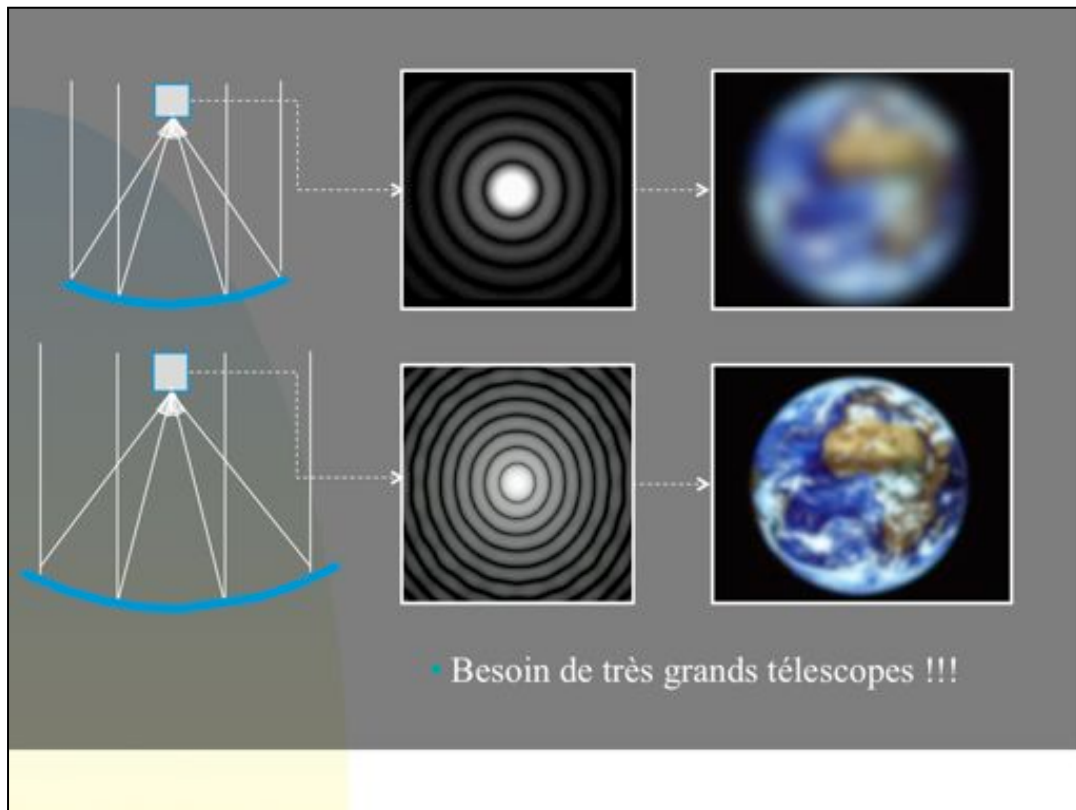
ancienne vidéo de ce cours est accessible via le lien

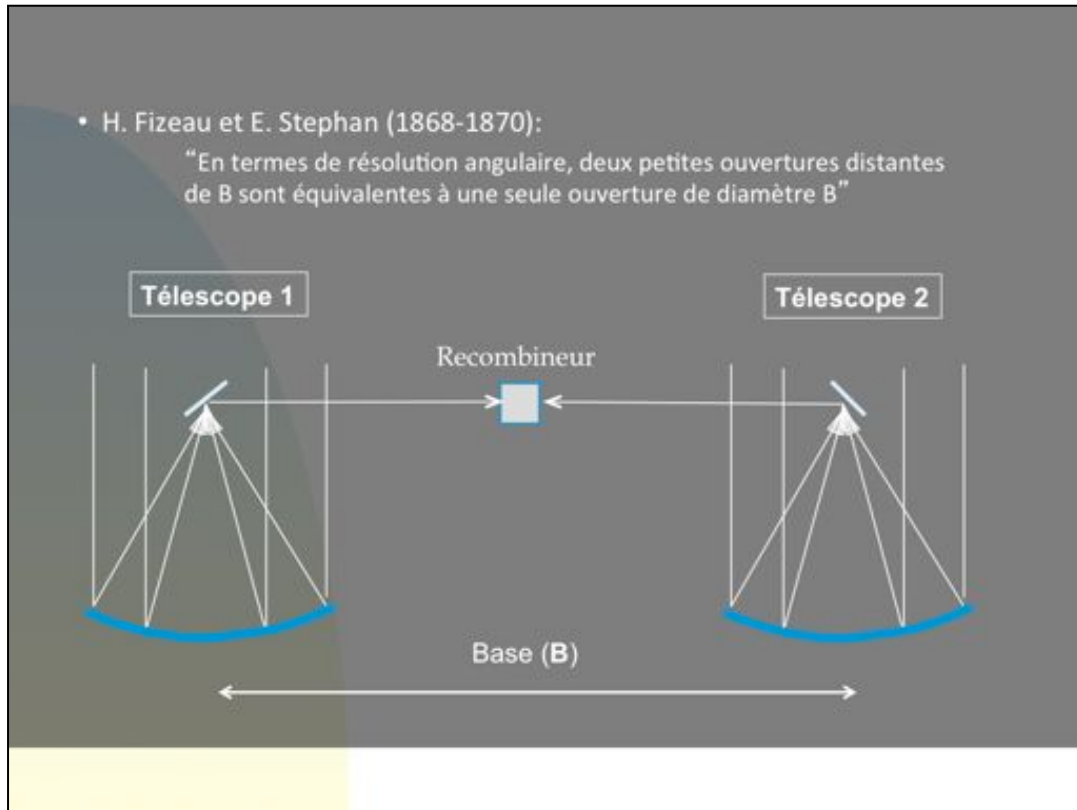
<http://orbi.ulg.ac.be/handle/2268/74101>

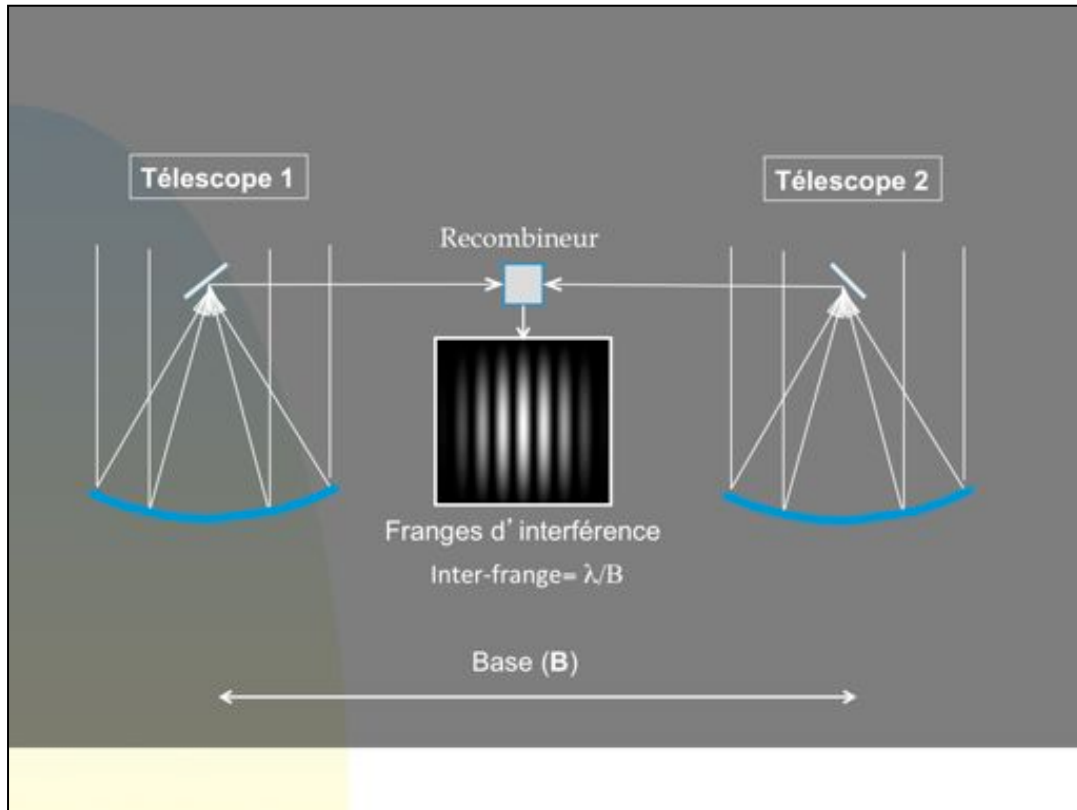
fichier pdf taille (octets) : 1698109

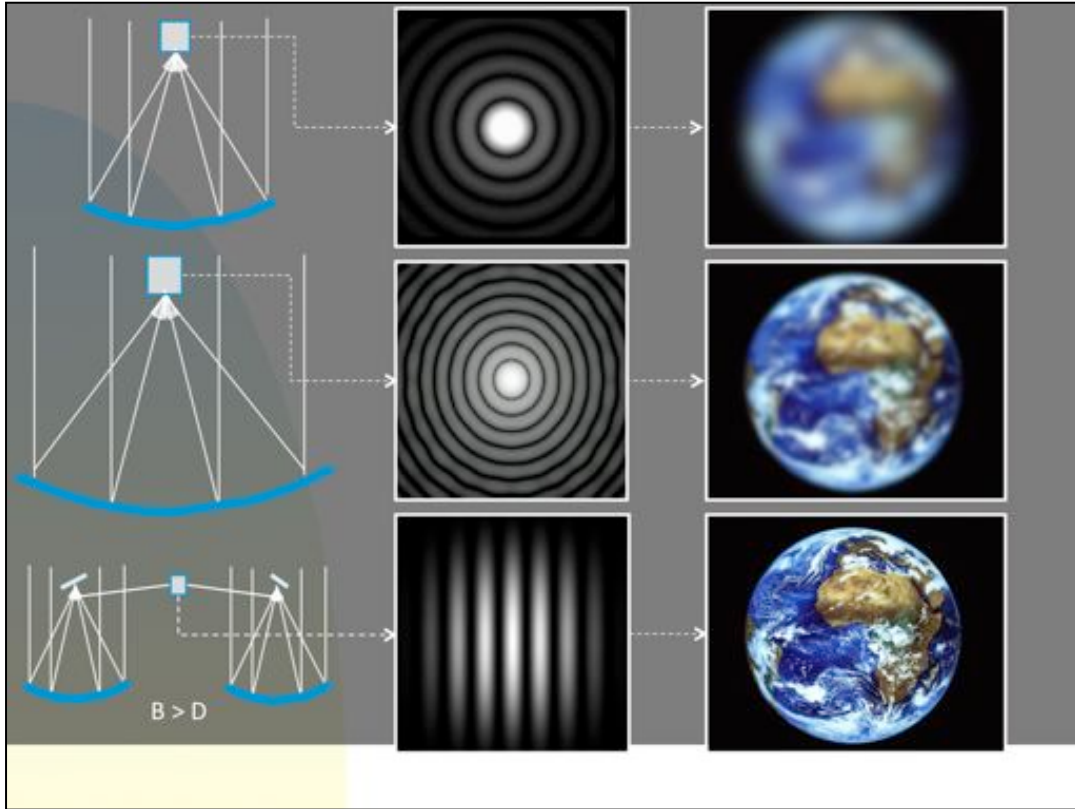













Théorème de convolution

$$I(\zeta, \eta) = \iint PSF(\zeta - \zeta', \eta - \eta') O(\zeta', \eta') d\zeta' d\eta' = PSF(\zeta, \eta) \otimes O(\zeta, \eta)$$

$$TF(I(\zeta, \eta))(u, v) = TF(PSF(\zeta, \eta))(u, v) \cdot TF(O(\zeta, \eta))(u, v)$$

$u = B_u / \lambda, v = B_v / \lambda$

$$O(\zeta, \eta) = TF(-1)TF(O(\zeta, \eta)) = TF(-1)(TF(I(\zeta, \eta)) / TF(PSF(\zeta, \eta)))$$



Théorème de Wiener Kitchen

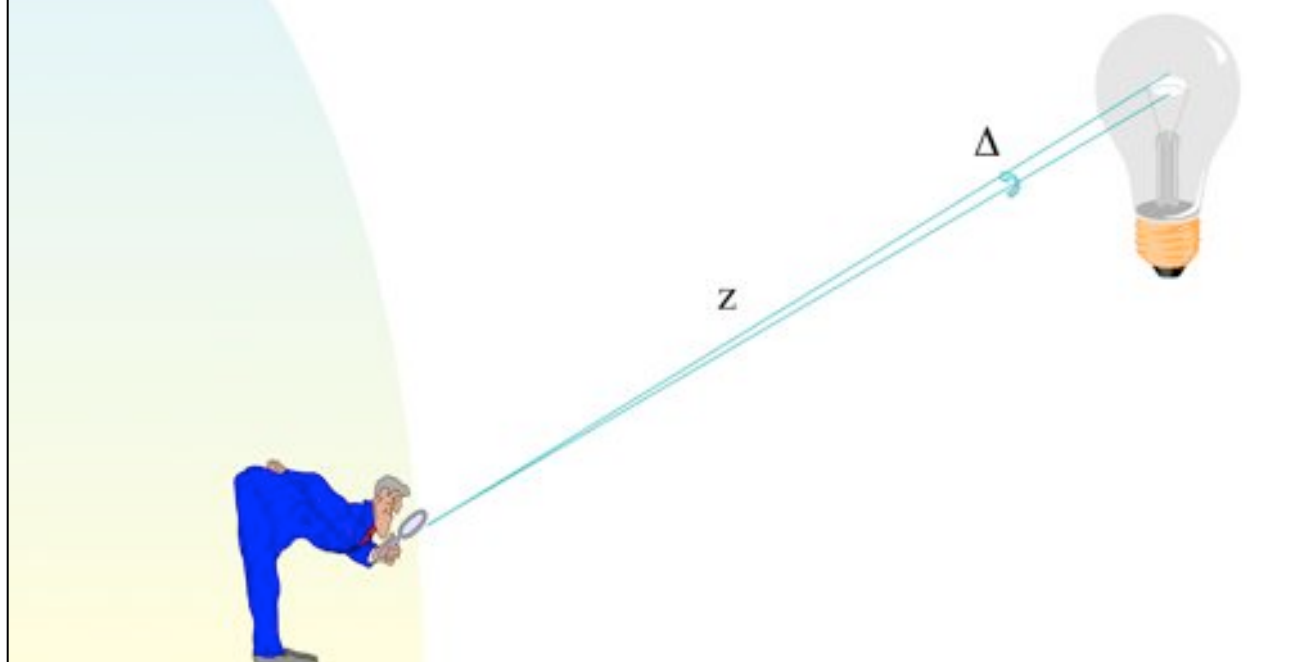
$$TF(PSF(\zeta, \eta))(u, v) = \iint A^*(x, y) A(x+u, y+v) dx dy$$

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.0 <http://www.aeos.ulg.ac.be/>
- 7.1 Introduction
- 7.2 Rappel
- 7.3 Historique de la mesure des diamètres stellaires
- 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants
- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau
- 7.7 Résultats
- 7.8 L'interféromètre de Hanbury Brown
- 7.9 Occultations lunaires

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.1 Introduction



7.1 Introduction:

A quelques exceptions près (cf. la Lune, le Soleil, la Galaxie d'Andromède, etc.), tous les astres que nous apercevons dans le ciel nous paraissent, à l'oeil nu, comme étant des objets ponctuels. Hormis leur mouvement apparent par rapport aux étoiles fixes sur la voûte céleste, nous ne sommes mêmes pas capables à l'oeil nu de différencier les images de Jupiter, de Saturne ou même de Vénus de celle d'une étoile ordinaire.

Nous allons décrire dans ce cours une méthode d'observation basée sur le principe d'un interféromètre de type Fizeau, qui permet avec juste un peu de matériel de cuisine et sans télescope, de résoudre angulairement une planète telle que Vénus, lorsque celle-ci se trouve à son maximum de luminosité apparente ($V \sim -4,4$).

Si nous assimilons pour un moment le disque d'une étoile, ou même celui de Vénus, au filament d'une ampoule électrique, l'objet du présent cours peut encore être formulé comme suit: étant donné une ampoule électrique d'usage courant à l'intérieur de laquelle se trouve un filament, possédant une certaine épaisseur (mesuré perpendiculairement à la ligne de visée) et qui est porté à incandescence (cf. étoile), comment mesurer l'épaisseur de ce filament (diamètre de l'étoile) non seulement sans casser l'ampoule mais aussi en supposant que celle-ci est tellement éloignée de nous qu'il ne nous est pas possible de résoudre angulairement le filament à l'oeil nu et qu'on ne dispose pas non plus d'un télescope dont le diamètre est supérieur à la pupille de l'œil humain ?

An introduction to optical/IR interferometry

■ 1 Introduction

$\rho = R / z \quad (1.1)$

$F = f / \rho^2 \quad (1.2)$

$T_{\text{eff}} = (\pi F / \sigma)^{1/4} = (\pi f / \sigma \rho^2)^{1/4} \quad (1.3)$

11

7.1 Introduction:

Nous avons vu lors d'un cours précédent que la mesure des rayons angulaires ($\rho = R/z$) d'étoiles permet la détermination directe du flux F à la surface de l'étoile à partir du flux f observé sur Terre (pour rappel $F = f / \rho^2$). Si on parvient à mesurer la distance absolue z de l'astre, on peut aussi déterminer son rayon linéaire R à partir de son rayon angulaire ρ ($R = \rho z$). Par ailleurs, la connaissance du flux intrinsèque F de l'astre permet une détermination immédiate de sa température effective T_{eff} , grâce à l'application de la loi de Stefan-Boltzmann ($F = (\sigma/\pi) T_{\text{eff}}^4$). Pour rappel, cette température intervient directement dans la construction des modèles d'atmosphères et d'évolution stellaires.

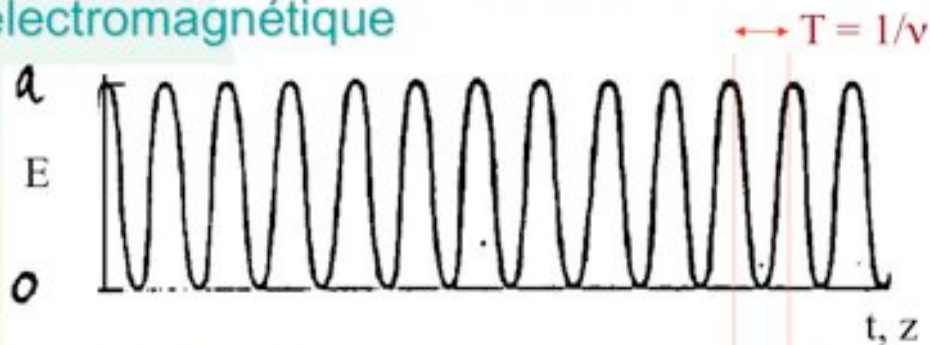
Nous montrerons aussi que l'interférométrie stellaire de type Fizeau permet littéralement de faire de l'imagerie directe à très haute résolution angulaire d'astres lointains par la méthode de la synthèse d'ouverture.

Procédons tout d'abord à quelques rappels théoriques relatifs à la description d'un champ de radiation lumineuse.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2 Rappel

7.2.1. Représentation complexe d'une onde électromagnétique



$$E = a \cos[2\pi (\nu t - z / \lambda)] \quad (7.2.1.1)$$

$$\text{où } \lambda = c / \nu = c T. \quad (7.2.1.2)$$

7.2 Rappel:

7.2.1. Représentation complexe d'une onde électromagnétique

On se souviendra tout d'abord qu'un faisceau de radiation lumineuse peut être assimilé à la propagation dans le vide d'une multitude d'ondes électromagnétiques à la vitesse de 299.792 km s⁻¹.

Si par souci de simplicité, nous supposons que nous avons à faire à une onde monochromatique plane, polarisée linéairement, se propageant dans le vide le long d'une direction d'abscisse z, le champ électrique E en un point quelconque de l'espace et à l'instant t, peut être représenté par une fonction de type sinusoïdal prenant, par exemple, la forme

$$E = a \cos(2\pi (\nu t - z / \lambda)) \quad (7.2.1.1)$$

$$\text{où } \lambda = c / \nu = c T, \quad (7.2.1.2)$$

c, λ, ν, T et a représentant respectivement la vitesse de la lumière, la longueur d'onde, la fréquence, la période et l'amplitude des vibrations électromagnétiques (cf. figure ci-dessus). Nous savons combien il est commode de réécrire l'équation précédente en notation complexe:

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2.1. Représentation complexe d'une onde électromagnétique

$$E = \text{Re}\{ a \exp[i2\pi(\nu t - z / \lambda)] \} \quad (7.2.1.3)$$

$$E = \text{Re}\{ a \exp[-i \phi] \exp[i2\pi\nu t] \} \quad (7.2.1.4)$$

$$\text{où} \quad \phi = 2\pi z / \lambda. \quad (7.2.1.5)$$

$$V = a \exp[-i \phi] \exp[i2\pi\nu t] \quad (7.2.1.6)$$

7.2 Rappel:

$$E = \text{Re}\{ a \exp[i2\pi(\nu t - z / \lambda)] \} \quad (7.2.1.3)$$

où Re représente la partie réelle de l'expression se trouvant entre les deux accolades. Cette représentation complexe d'une onde électromagnétique possède le gros avantage que la fonction exponentielle peut maintenant être exprimée comme étant le produit de deux fonctions dépendant séparément des coordonnées spatiale et temporelle.

$$E = \text{Re}\{ a \exp[-i \phi] \exp[i2\pi\nu t] \} \quad (7.2.1.4)$$

$$\text{où} \quad \phi = 2\pi z / \lambda. \quad (7.2.1.5)$$

Il est bien sûr très commode d'utiliser plutôt dans nos calculs la fonction complexe

$$V = a \exp[-i \phi] \exp[i2\pi\nu t] \quad (7.2.1.6)$$

et de prendre à la fin la partie réelle du résultat obtenu, si nous supposons que toutes les opérations que nous allons effectuer sur le champ E sont linéaires.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.2.1. Représentation complexe d'une onde électromagnétique

$$E = A \exp[i2\pi\nu t] \quad (7.2.1.7)$$

$$A = a \exp[-i \phi] \quad (7.2.1.8)$$

$$\nu \sim 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz pour } \lambda = 5000 \text{ \AA}$$

7.2 Rappel:

Nous pouvons réécrire l'équation précédente comme suit:

$$E = A \exp[i2\pi\nu t] \quad (7.2.1.7)$$

$$\text{où } A = a \exp[-i \phi], \quad (7.2.1.8)$$

A représentant l'amplitude complexe de la vibration.

A cause des fréquences extrêmement élevées des ondes électromagnétiques correspondant aux radiations visibles ($\nu \sim 6 \cdot 10^{14}$ Hz pour $\lambda = 5000 \text{ \AA}$), nous rappelons qu'il n'est normalement pas possible d'effectuer des observations directes du champ électrique E (la situation est différente dans le domaine radio). La seule quantité qui soit mesurable est l'intensité I, qui est la moyenne temporelle de la quantité d'énergie traversant, par unité de temps et d'angle solide un élément de surface unitaire placé perpendiculairement à la direction de propagation du faisceau lumineux.

L'intensité I est donc proportionnelle à la moyenne temporelle du carré du champ électrique:

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.2.1. Représentation complexe d'une onde électromagnétique

$$\langle E^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E^2 dt \quad (7.2.1.9)$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{a^2}{2} \quad (7.2.1.10)$$

$$I = AA^* = |A|^2 = a^2 \quad (7.2.1.11)$$

7.2 Rappel:

$$\langle E^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E^2 dt \quad (7.2.1.9)$$

qui se réduit à (e.g. remplacer dans la relation précédente E par (7.2.1.1))

$$\langle E^2 \rangle = \frac{a^2}{2} \quad (7.2.1.10)$$

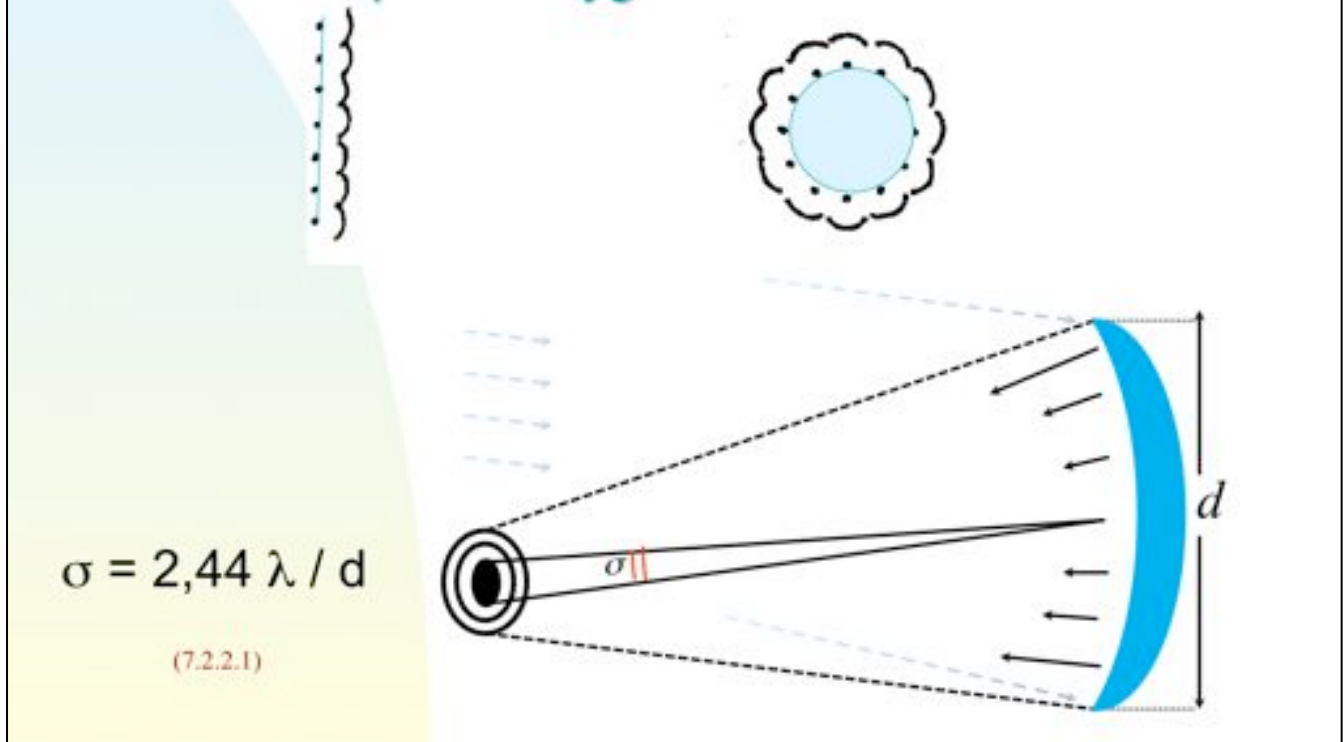
où a est l'amplitude réelle du champ électrique.

Par convention, on définit l'intensité de la radiation au moyen de la relation suivante:

$$I = AA^* = |A|^2 = a^2 \quad (7.2.1.11)$$

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2.2. Principe de Huygens-Fresnel



7.2 Rappel:

7.2.2. Principe de Huygens-Fresnel:

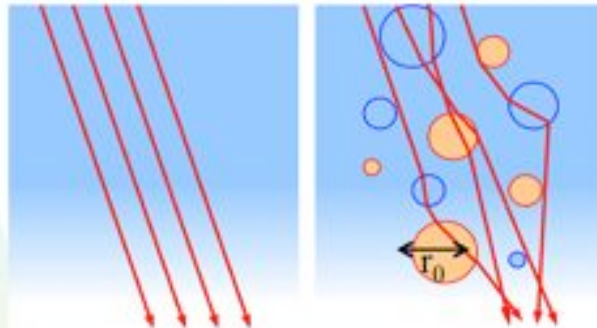
Nous rappelons que, suivant Huygens, chaque point d'un front d'onde peut être considéré comme étant le centre d'une onde secondaire conduisant à la formation d'ondelettes sphériques, et que le front d'onde principal, à n'importe quel instant ultérieur, peut être considéré comme étant l'enveloppe de toutes ces ondelettes (voir Fig. ci-dessus). Se servant de ce modèle, Fresnel a été le premier à pouvoir rendre compte des effets observés de la diffraction de la lumière, en supposant que les ondelettes secondaires interfèrent les unes avec les autres. Cette combinaison de la méthode de construction de Huygens et du principe d'interférence de Fresnel est appelée principe de Huygens-Fresnel. Celui-ci est à la base même du concept de la transformée de Fourier. Rappelons une application de ce principe vue en candidature lors de l'étude de la formation de l'image d'un objet distant au foyer d'un télescope ayant un diamètre linéaire d . Suite à la diffraction des ondes au passage de l'ouverture du télescope (comme si les ondes tentaient de s'étaler et de contourner les obstacles), on observe un phénomène de redistribution de l'énergie de l'onde lumineuse: l'image d'une source ponctuelle donnée par un bon objectif circulaire (lentille ou miroir) n'est pas un point mais s'étale dans une figure de diffraction appelée << tache d'Airy >> (cf. Fig.). Le diamètre angulaire de la tache centrale vaut (en radian):

$$\sigma = 2,44 \lambda / d, \quad (7.2.2.1)$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière provenant de la source ponctuelle et d le diamètre linéaire de l'ouverture.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2.3. Turbulences atmosphériques



Paramètre de Fried : r_0

Temps de cohérence (ou temps de Greenwood) : $\tau_0 = 0,314 r_0/v$ (7.2.3.1)

Seeing : $\beta = 0,98 \lambda / r_0$ (7.2.3.2)

Nous pourrions résoudre cette source par imagerie directe, si et seulement si, son diamètre angulaire Δ est supérieur à σ . Dans le cas contraire, les taches d'Airy correspondant à différentes régions (ponctuelles) distinctes de la source lumineuse se superposent en une seule. Par exemple, notre pupille dont le diamètre approximatif varie entre 1 et 5 mm, nous permet de résoudre angulairement des objets proches séparés de plus de 138" et 28" (une seconde d'arc est l'angle sous lequel on voit une pièce de 1 Euro à 4,3 km). Un télescope, dont le diamètre est de 14 cm, nous permettra de résoudre des objets dont la dimension angulaire est supérieure à 1".

7.2.3. Turbulences atmosphériques

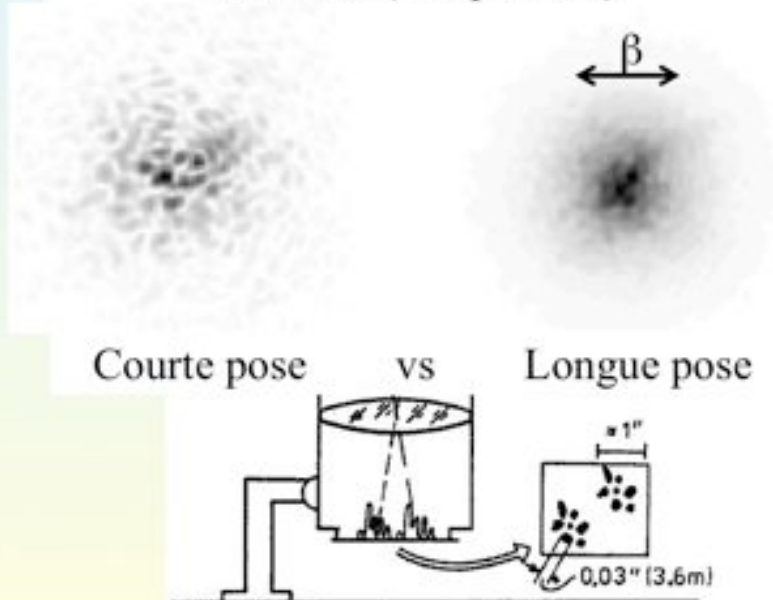
Pour des valeurs de diamètre supérieures à 14 cm, on augmentera bien sûr le pouvoir collecteur des télescopes mais, malheureusement, leur pouvoir de résolution angulaire atteindra une certaine limite due à l'agitation atmosphérique, appelé le seeing. Une valeur de seeing de 1" est considérée relativement bonne, et une valeur de 0,4-0,5" correspond aux meilleures conditions d'observation qui peuvent être trouvées sur Terre (La Palma, Mauna Kea, Paranal).

Voyons à présent l'origine de cette limitation. Sous l'influence des gradients de température et de pression, il s'établit dans l'atmosphère un régime de remous. A basse altitude (~ 30 km), ces cellules de température et pression différentes ont des dimensions r_0 de l'ordre de quelques dizaines de centimètres (parfois seulement quelques cm, parfois 30 ou 40 cm) et des périodes d'évolution τ_0 de l'ordre de 0,05 seconde (voir Fig.). r_0 et τ_0 sont respectivement appelés paramètre de Fried et temps de cohérence (ou encore temps de Greenwood).

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2.3. Turbulences atmosphériques

Tavelures (ou speckles)



Le premier peut-être déterminé rigoureusement dans le paradigme de Kolmogorov (cf. cours d'océanographie), alors que le second découle directement de r_0 et de la vitesse moyenne v de propagation de la lumière dans les différentes cellules traversées:

$$\tau_0 = 0,314 r_0/v \quad (7.2.3.1)$$

Le seeing β mentionné plus haut est l'indicateur de qualité du ciel le plus couramment utilisé en astronomie. Le lien direct entre le paramètre de Fried et le seeing est donné par la formule:

$$\beta = 0,98 \lambda / r_0 \quad (7.2.3.2)$$

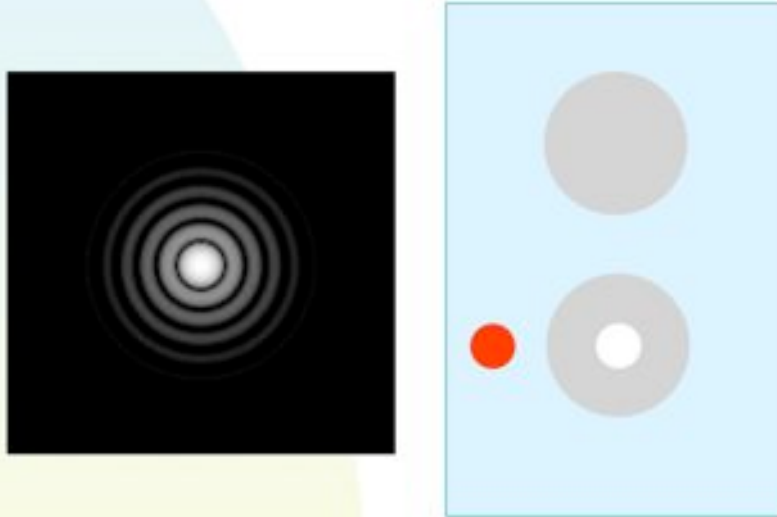
Optiquement, les remous présents dans l'atmosphère se manifestent par une inhomogénéité de l'indice de réfraction. L'amplitude et le déphasage relatif du champ électromagnétique du plan pupillaire sont ainsi perturbés de façon aléatoire.

Il s'ensuit que si nous observons la Lune, Jupiter, etc. sans corriger les turbulences atmosphériques (par des techniques d'optique adaptative) soit avec le plus grand télescope du monde qui possède un diamètre de 10m ($\sigma = 0,014''$), soit avec un télescope d'amateur ayant un diamètre de 14 cm, nous y apercevrons les mêmes détails; la brillance est bien sûr plus élevée avec le 10m ... trop élevée d'ailleurs pour l'oeil ne pas être aveuglé par l'image de la lune ou de Jupiter.

On définit l'indicatrice de diffusion de l'atmosphère qui caractérise la perturbation d'inclinaison moyenne des surfaces d'onde. Cette perturbation en inclinaison atteint des valeurs qui varient typiquement de $1''$ à $10''$. Ce phénomène est détecté différemment selon les dimensions de l'instrument utilisé.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.2.4. Première expérience



L'œil, qui possède une résolution angulaire proche de la minute d'arc, ne sera sensible qu'aux variations d'amplitude: c'est le scintillement. Un instrument de 10 à 20 cm de diamètre détectera les variations d'inclinaison et l'image focale oscillera autour d'une position moyenne. Pour des instruments plus grands, un grand nombre de remous seront, au même instant, impliqués dans la formation de l'image focale. Celle-ci aura donc les dimensions de l'indiatrice de diffusion de l'atmosphère. La cohérence spatiale de la pupille d'entrée va permettre, pour un objet ponctuel, la réalisation de phénomènes d'interférence entre les rayonnements passant par différents points de cette pupille. Une étude statistique permet de montrer que l'image focale résultante, délimitée par l'indiatrice de diffusion, est constituée par un ensemble de granules ou tavelures (appelées en anglais speckles) qui ont la dimension de la tache d'Airy de l'instrument (voir Fig.). Ces tavelures ou granules grouillent dans la tache de diffusion au rythme du changement des remous de l'atmosphère (à la fréquence de Greenwood $f_G = 1/\tau_0$). La stabilité de l'image focale est donc aussi de l'ordre de 0,05 sec. Lors d'une longue pose, ces tavelures résultent en une image floue de la source ponctuelle, appelé disque de seeing (voir Fig.). La technique de l'interférométrie des tavelures, mise au point par l'astronome français A. Labeyrie, permet de reconstruire l'image des astres observés avec la résolution angulaire donnée par le vrai diamètre du télescope.

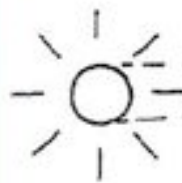
7.2.4. Première expérience

- 1) EXPERIENCE AVEC L'ALUMINIUM: (trou de 0,5 mm, deux lampes à 10 m, et deux autres à quelques m, séparées d'environ 1,2 cm, plus effets avec le plastic diffusant).
- 2) Pour une pupille oculaire de 1 mm de diamètre, nous ne parviendrons pas à résoudre angulairement un couple de deux individus séparés de seulement 67 cm l'un de l'autre et situés à 1 km de nous. FOURMI? ELEPHANT?

7 Rayons angulaires des étoiles

7.3 Historique de la mesure des diamètres stellaires

a) Galilée (1632)



$$\Delta = 2\rho = D / z$$



7.3 Historique de la mesure des diamètres stellaires:

Il y a eu dans le passé de multiples tentatives de mesure de diamètres angulaires d'étoiles, et nous rappellerons tout d'abord trois de ces essais qui font bien apparaître les difficultés rencontrées.

a) Galilée (1632): la première tentative qui est de nature expérimentale a été faite par Galilée. Il a procédé comme suit: se plaçant derrière un fil rigide (dont l'épaisseur D est connue) suspendu verticalement, il détermine la distance z à laquelle il doit s'éloigner de celui-ci pour que l'image de l'étoile Véga (α de la Lyre) de magnitude zéro soit totalement occultée par le fil. Galilée en a déduit que le diamètre angulaire de Véga, égale à celui du fil, était d'environ $5''$, ce qui était en soi un résultat assez révolutionnaire étant donné que la valeur couramment adoptée était proche de $2'$. Comme nous l'avons vu précédemment, la valeur de $2'$ résultait certainement du faible pouvoir de résolution angulaire de notre oeil, alors que le diamètre angulaire de $5''$ mesuré par Galilée était certainement le résultat des effets de l'agitation atmosphérique au moment de ses observations.

b) Newton: un essai théorique d'estimation de la dimension angulaire d'une étoile de magnitude zéro a été réalisé par Newton. Sa démarche a été la suivante: si on suppose que le Soleil est un astre semblable aux étoiles situées sur la sphère des fixes et si on place notre étoile du jour à une distance z telle que son éclat apparent V soit comparable à celui d'une étoile de magnitude égale à zéro, alors son diamètre angulaire Δ devrait être de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3}''$ (avec la valeur actuelle de la magnitude apparente du Soleil, on trouve $\sim 8 \cdot 10^{-3}''$). On remarquera que la valeur actuellement établie pour Véga avec des méthodes modernes vaut $3 \cdot 10^{-3}''$. Les formules à utiliser pour établir ce résultat sont données ci-dessous:

7 Rayons angulaires des étoiles

7.3 Historique de la mesure des diamètres stellaires

b) Newton:

$$V_{\odot} - V = -5 \log (z / z_{\odot}), \quad (7.3.1)$$

$$\Delta = 2 R_{\odot} / z, \quad (7.3.2)$$

$$\Delta \sim 2 \cdot 10^{-3}'' \quad (8 \cdot 10^{-3}''). \quad (7.3.3)$$

c) Interférométrie de type Fizeau

7.3 Historique de la mesure des diamètres stellaires:

$$V_{\odot} - V = -5 \log (z / z_{\odot}), \quad (7.3.1)$$

$$\Delta = 2 R_{\odot} / z, \quad (7.3.2)$$

$$\Delta \sim 2 \cdot 10^{-3}'' . \quad (7.3.3)$$

Il est aussi facile d'établir que

diamètre angulaire recherché = diamètre angulaire apparent du Soleil $\times 10^{V_{\odot} / 5}$.

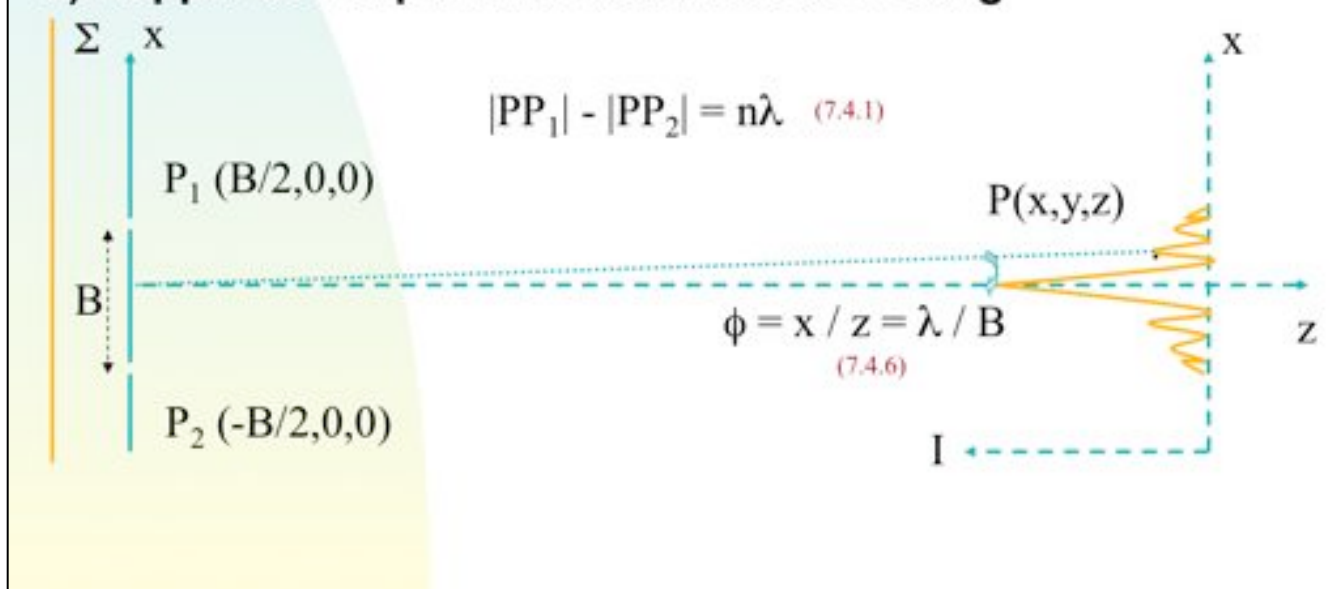
Pour rappel, le diamètre apparent du Soleil vaut environ $30''$ et $V_{\odot} = -26,7$.

c) Interférométrie de type Fizeau (Young, Fizeau, Stéphan, Michelson, Pease ...): le troisième essai, de type expérimental, basé sur l'interférométrie de type Fizeau est en fait l'oeuvre d'éminents scientifiques tels que Young, Fizeau, Stéphan, Michelson, et Pease. Ces deux derniers ayant mesuré le premier diamètre angulaire d'une étoile en 1920. Bien que d'autres méthodes de mesure interférométrique des diamètres angulaires d'étoiles, apparentées à la précédente, soient apparues par après (cf. l'interférométrie en intensité de Brown et Twiss en 1957 présenté à la section 7.8, l'interférométrie des tavelures d'Antoine Labeyrie en 1970, etc.), nous ne décrivons en détail que l'interférométrie de type Fizeau qui constitue encore aujourd'hui la technique la plus puissante et la plus prometteuse de mesure des diamètres angulaires d'étoiles et d'imagerie à très haute résolution angulaire d'astres lointains par la méthode de synthèse d'ouverture.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

a) Rappel de l'expérience des trous de Young



7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants (ou 'Comment mesurer le diamètre d ' une étoile en mélangeant ses rayons de lumière issus de deux télescopes):

a) Rappel de l'expérience des trous de Young (voir Fig. ci-dessus):

Imposons la condition (onde monochromatique): $|P_1P| - |P_2P| = n\lambda$. (7.4.1)

Soient les points $P_s(x_s, 0, 0)$ dans le plan écran et $P(x, y, z)$ dans le plan observateur tels que $|x_s|, |y| \ll z$. Nous trouvons alors que

$$|P_sP| = \{(x - x_s)^2 + y^2 + z^2\}^{1/2}, \quad (7.4.2)$$

qui peut être simplifié comme suit (vu les conditions ci-dessus):

$$|P_sP| = z \{1 + ((x - x_s)^2 + y^2) / 2z^2\}. \quad (7.4.3)$$

Considérant les deux points P_1 et P_2 dans l'écran de Young, l'équation (7.4.1) se réduit à

$$z \{1 + ((x + B/2)^2 + y^2) / 2z^2\} - z \{1 + ((x - B/2)^2 + y^2) / 2z^2\} = n\lambda, \quad (7.4.4)$$

c'est-à-dire finalement

$$xB / z = n\lambda, \quad (7.4.5)$$

ou encore $\phi = x / z = \lambda / B$. (7.4.6)

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

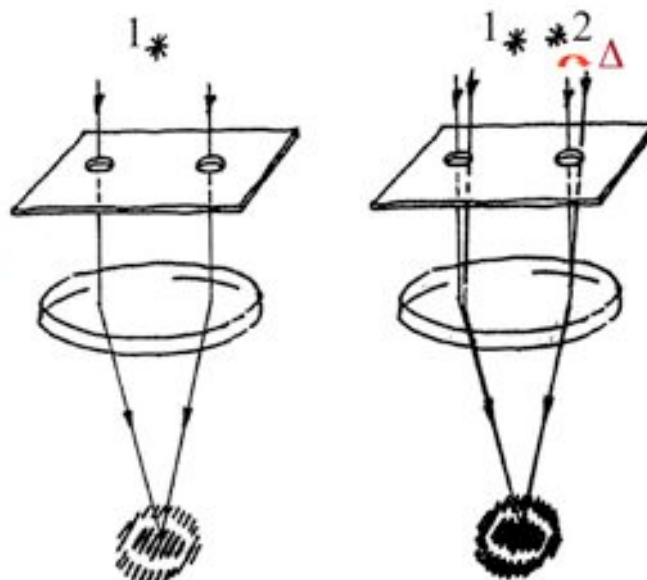
b) Fizeau ... père de l'interférométrie stellaire (1868)

Si $\Delta \geq \phi/2 = \lambda / (2B)$, (7.4.7)

brouillage des franges!

Visibilité des franges

$$v = \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right)$$



7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

La figure d'interférence observée consiste en une série de franges rectilignes, alternativement claires et sombres, chevauchant bien sûr la tache d'Airy due aux deux petites ouvertures en P_1 et P_2 , disposées perpendiculairement par rapport à la ligne joignant les deux trous de Young. La séparation angulaire entre deux franges claires successives est $\phi = \lambda / B$ (pour $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ et $B = 1 \text{ mm}$, $\phi = 113''$, juste à la limite de notre résolution visuelle).

b) Fizeau ... le père de l'interférométrie stellaire (1868):

En 1868, l'opticien français, Hyppolite Fizeau s'aperçut que dans le montage des trous de Young présenté ci-avant, le contraste des franges d'interférence décroissait à mesure que le diamètre de la source lumineuse s'élargissait. De même, il décroissait quand on allongeait la distance B entre les deux trous. Y avait-il une relation simple entre le diamètre angulaire Δ de la source, vue depuis la lentille et l'écartement B entre les deux trous correspondant à la disparition des franges? Avant d'établir de façon tout à fait rigoureuse une telle relation, déterminons la intuitivement sur base de simples considérations géométriques.

Si $\Delta \geq \phi/2 = \lambda / (2B)$, on aura brouillage des franges!

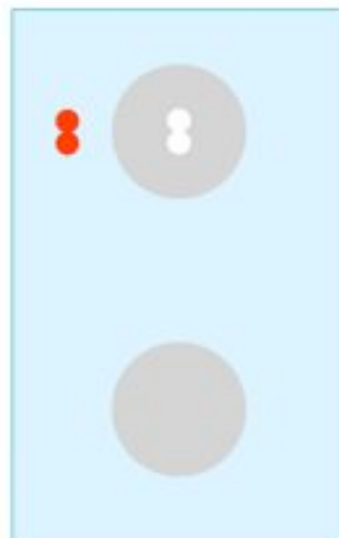
(7.4.7)

7 Rayons angulaires des étoiles

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

b) Fizeau ... père de l'interférométrie stellaire (1868)

2ème expérience!



7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

En effet, si au lieu de considérer la figure de diffraction donnée par les trous de Young pour une source ponctuelle simple, nous considérons une source composite faite de deux sources ponctuelles incohérentes, c'est-à-dire entre lesquelles il n'y a pas d'interférence de leur lumière, il résultera dans le plan de l'observateur une superposition de deux systèmes de franges de Young, séparées d'un angle Δ . Si $\Delta \sim \phi/2$, il y aura brouillage total des franges.

La quantité qui mesure de manière objective le brouillage des franges est appelée la **visibilité**. Elle est définie par l'expression suivante:

$$v = \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right)$$

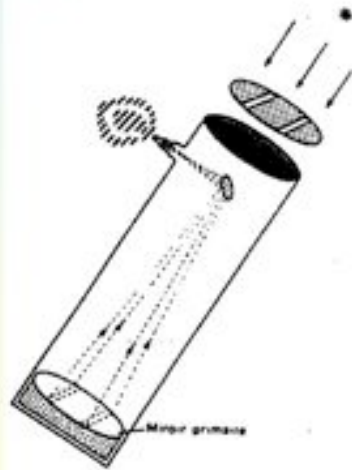
EXPERIENCE AVEC FEUILLE D'ALUMINIUM: Regardez au moyen de l'écran No 2 (deux petits trous d'environ 0,5 mm de diamètre écartés d'environ 1 mm) le filament d'une ampoule. Vous apercevez le disque d'Airy dû à chacune des petites ouvertures criblé d'une série de franges d'interférence. Tournez l'écran, ... les franges tournent aussi. En déplaçant notre petit interféromètre, nous pouvons mesurer la valeur du diamètre angulaire du filament, et connaissant sa distance, déterminer son diamètre linéaire. Au lieu de se déplacer, nous pourrions modifier la séparation entre les deux trous de Young, et rechercher la séparation pour laquelle les franges d'interférence disparaissent.

EFFETS DE SEEING (insérer devant l'écran de Young le petit écran plastifié!)

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

b) Fizeau ... père de l'interférométrie stellaire (1868)



Stéphan, 1873
 $\Delta \ll 0,16''$

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

Fizeau a proposé en 1868 d'appliquer cette méthode aux sources stellaires: il suffit de placer un écran percé de deux trous à l'entrée d'un télescope braqué sur une étoile, de regarder au foyer au moyen d'un oculaire très puissant l'image sillonnée de franges d'Young et d'écarter les deux trous jusqu'à leur disparition.

Cette expérience est tentée en 1873 par Stéphan avec le télescope de 80cm de l'Observatoire de Marseille. Toutes les étoiles brillantes du ciel sont passées en revue; les deux ouvertures à l'entrée ont en fait la forme de croissants de lune (mais il démontre que le contraste des franges est indépendant de la forme des deux ouvertures si elles sont identiques). Le résultat est décevant: avec cette séparation - appelée base - de 65cm entre les ouvertures, il n'observe d'atténuation du contraste des franges pour aucune étoile. Ceci prouve donc qu'aucune étoile ne peut être résolue au moyen des instruments de l'époque. Stéphan en conclut que le diamètre angulaire des étoiles est donc beaucoup plus petit que 0,16" qui est le pouvoir séparateur du réflecteur de 80 cm.

Que peut-on déduire de la température effective de ces étoiles?

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants



7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

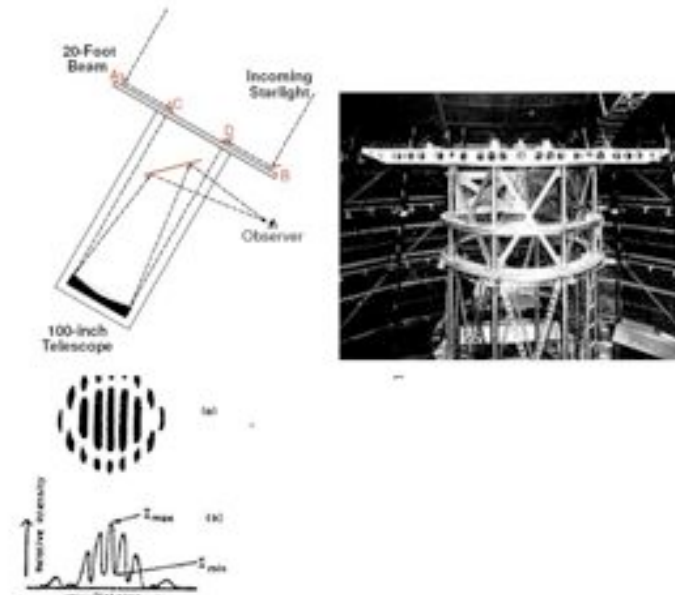


7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

b) Fizeau ... père de l'interférométrie stellaire (1868)

- Michelson, 1890 (satellites de Jupiter)
- Michelson et Pease (1920)



7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

Michelson, 1890 (satellites galiléens de Jupiter): après cette première tentative de Stéphan, les bases de l'interférométrie stellaire sont jetées; il ne manque plus qu'un expérimentateur hors-pair: Abraham Michelson. Au moyen de la lunette de 30 cm de Lick aux Etats-Unis, il parvient à résoudre en 1890 les quatre satellites galiléens de Jupiter (0,8 - 1,4") et trouve un accord excellent avec les mesures classiques faites à l'époque.

Michelson et Pease, 1920: pour résoudre les plus grosses étoiles, il faut des bases beaucoup plus grandes. Michelson construit une poutre métallique de 7m portant quatre miroirs plans de 15 cm qu'il va installer au sommet du télescope du Mont Wilson, ayant un diamètre de 2,5m. Les deux miroirs extérieurs mobiles constituent la base de l'interféromètre et les deux miroirs intérieurs fixes renvoient la lumière de l'étoile dans le télescope (voir figure et photo).

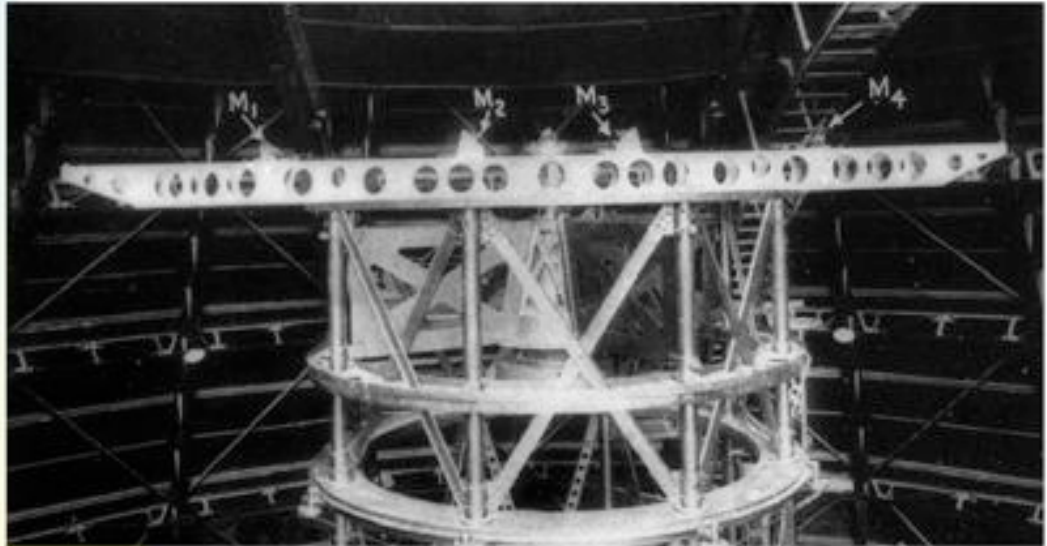
Avec une base maximum de 7m, le plus petit diamètre angulaire mesurable est de 0,02". L'utilisation de ce premier interféromètre stellaire était très délicate car la vision des franges de Young n'était possible que si les deux trajets optiques entre les miroirs extérieurs et le foyer étaient égalisés avec une précision de 2 microns (voir discussion ci-après).

7 Rayons angulaires des étoiles

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

b) Fizeau ... père de l'interférométrie stellaire (1868)

- Anderson
- Brown et Twiss (1956)
- Interférométrie radio (1950)



7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

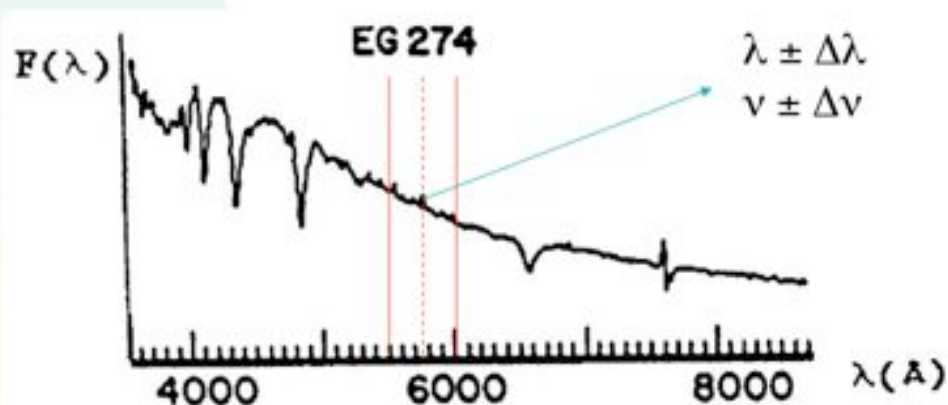
Michelson, associé avec Pease, obtint enfin la mesure d'un diamètre d'étoile au cours de l'hiver de 1920, celui de Bételgeuse (α Orionis), une supergéante rouge. Ils trouvèrent un diamètre angulaire de $0,047''$, c'est-à-dire un diamètre linéaire réel 400 fois plus grand que celui du Soleil, compte tenu de la distance de Bételgeuse (650 années lumière). Cinq autres étoiles furent ensuite résolues.

Anderson a utilisé la même méthode d'observation avec le télescope de 2,5m du Mont Wilson pour résoudre des binaires spectroscopiques très serrées (cf. Capella). Michelson et Pease ne s'arrêtèrent pas là: ils entreprirent la construction d'un banc d'optique de 15m basé sur le même principe, et commencèrent à l'utiliser en 1929. Les vibrations mécaniques et les déformations furent telles que cet instrument était d'un emploi trop délicat. Il est abandonné en 1930, sans avoir pu atteindre sa résolution limite de $0,01''$.

Ce n'est qu'en 1956 que l'interférométrie stellaire optique renaît et encore, selon un principe différent de celui de Fizeau. L'interférométrie de type Fizeau avait en effet acquis une réputation de grande difficulté opératoire. L'interférométrie d'intensité par les deux constructeurs de radars, Hanbury Brown et Twiss (Australie) sera brièvement décrite à la section 7.8. Leur interféromètre a permis de mesurer le diamètre de 32 étoiles bleues avec une très grande précision ($\phi > 0,0005''$) et de détecter quelques binaires très serrées. Mais c'est dans le domaine des ondes radio que le développement de l'interférométrie à télescopes indépendants sera le plus spectaculaire dans les années 50.

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.1 Cohérence temporelle



7.5 Cohérence de la lumière

Lorsque nous avons établi précédemment la relation existant entre le diamètre angulaire Δ d'une source et la séparation B entre les deux ouvertures de l'interféromètre, pour laquelle les franges d'interférence disparaissent, nous avons fait deux approximations qui ne s'appliquent pas vraiment aux conditions habituelles d'observation. Nous avons tout d'abord supposé que l'onde tombant sur l'écran de Young était plane, c'est-à-dire en provenance d'une source ponctuelle très éloignée et aussi qu'elle était purement monochromatique. De plus, les ouvertures devaient être traitées avec des dimensions finies.

Nous allons maintenant tenir compte des effets dus à la dimension finie de la source et de sa bande spectrale et pour cela nous devons faire appel à quelques éléments de la théorie de la cohérence de la lumière. Cette théorie consiste essentiellement en une description statistique des propriétés du champ de radiation en termes de la corrélation entre les vibrations électromagnétiques en différents points du champ.

7.5.1 Cohérence temporelle

La lumière émise par une source réelle (cf. Fig.) n'est bien sûr pas monochromatique. Par conséquent, en vue de déterminer le champ électrique créé par une telle source, émettant dans une certaine bande de fréquences $\pm\Delta\nu$, nous devons sommer les champs dus à toutes les composantes monochromatiques individuelles telles que le champ électrique résultant $V(z,t)$ soit donné par la partie réelle de l'expression suivante:

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.1 Cohérence temporelle

$$V(z, t) = \int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} a(\nu') \exp(i2\pi(\nu't - z/\lambda')) d\nu' \quad (7.5.1.1)$$

$$V(z, t) = A(z, t) \exp(i2\pi(\nu t - z/\lambda)) \quad (7.5.1.2)$$

$$A(z, t) = \int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} a(\nu') \exp(i2\pi((\nu' - \nu)t - z(1/\lambda' - 1/\lambda))) d\nu' \quad (7.5.1.3)$$

$$I = \langle V(t) V^*(t) \rangle \quad (7.5.1.4)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.1 Cohérence temporelle

$$V(z, t) = \int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} a(\nu') \exp(i2\pi(\nu't - z/\lambda')) d\nu' \quad (7.5.1.1)$$

Alors qu'un faisceau de radiation monochromatique correspond à un train d'ondes infiniment long, on peut facilement montrer que la superposition de multiples trains d'onde infiniment longs, de fréquences différentes mais très voisines, résulte en la formation de groupes d'onde. En effet, on peut réduire l'expression du champ électrique établie en (7.5.1.1) comme suit. Insérons dans l'intégrand de (7.5.1.1) le facteur suivant:

$$\exp(i2\pi(\nu t - z/\lambda)) \exp(-i2\pi(\nu t - z/\lambda))$$

On trouve alors que

$$V(z, t) = A(z, t) \exp(i2\pi(\nu t - z/\lambda)) \quad (7.5.1.2)$$

où

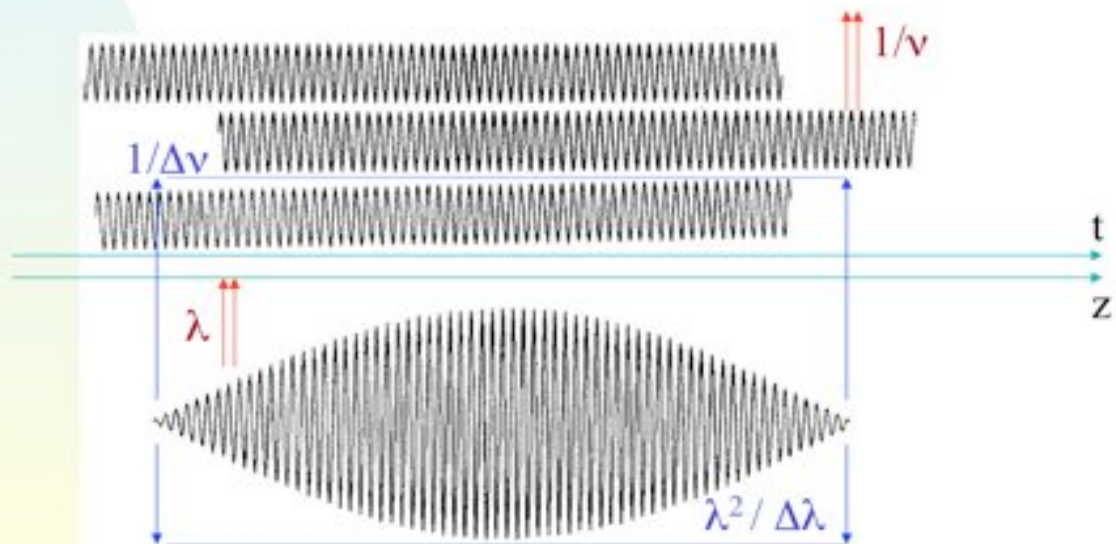
$$A(z, t) = \int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} a(\nu') \exp(i2\pi((\nu' - \nu)t - z(1/\lambda' - 1/\lambda))) d\nu' \quad (7.5.1.3)$$

Comme pour le cas d'une onde monochromatique, l'intensité d'un tel champ de radiation en un point quelconque de l'espace est définie par

$$I = \langle V(t) V^*(t) \rangle \quad (7.5.1.4)$$

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.1 Cohérence temporelle



7.5 Cohérence de la lumière

7.5.1 Cohérence temporelle

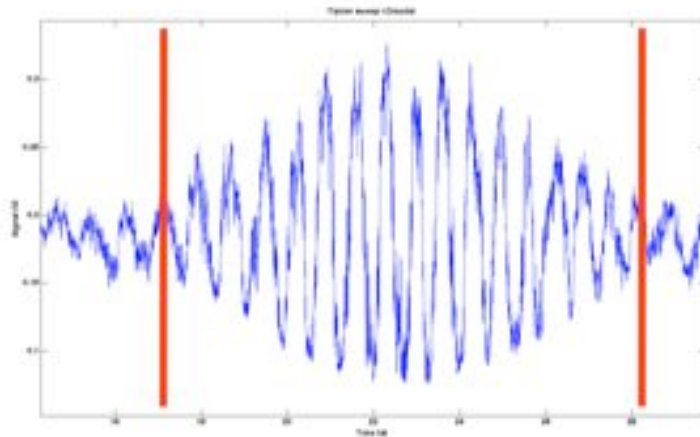
L'équation (7.5.1.3) représente celle d'une onde monochromatique de fréquence ν dont l'amplitude varie périodiquement (supposez par exemple $a(\nu')$ constante dans (7.5.1.4)) avec une fréquence beaucoup plus petite (cf. phénomène de battement). Cette modulation divise donc d'une façon effective les trains d'ondes monochromatiques ayant des fréquences différentes mais très voisines en groupes d'onde dont la longueur est de l'ordre de $\lambda^2 / \Delta\lambda$ et la fréquence de l'ordre de $\Delta\nu$.

EXPERIENCE DES FLÛTES!!!!!!!, MatLab!!!

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.1 Cohérence temporelle

$$\lambda_0 = 2.2\mu\text{m}$$
$$\lambda \in [2.07 ; 2.33]\mu\text{m}$$
$$\Delta\lambda = 0.13\mu\text{m}$$



7.5 Cohérence de la lumière

7.5.1 Cohérence temporelle

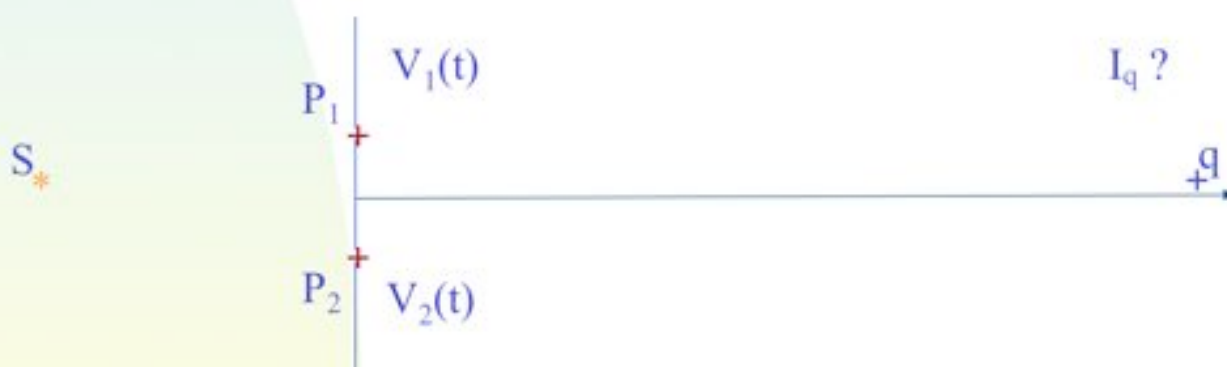
Exercice:

Grâce aux formules vues sur la dia précédente ainsi qu'aux valeurs numériques données dans l'exemple ci-dessus, vérifiez que le rapport entre la période de l'onde et la période du groupe d'onde est consistant avec la théorie.

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

$$I_q = \langle V_q^*(t) V_q(t) \rangle \quad (7.5.2.1) \quad V_q(t) = V_1(t - t_{1q}) + V_2(t - t_{2q}) \quad (7.5.2.2)$$



$$V_q(t) = V_1(t) + V_2(t - \tau) \quad (7.5.2.3) \quad \tau = t_{2q} - t_{1q} \quad (7.5.2.4)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

Que devient la visibilité des franges d'interférence dans l'expérience des trous de Young pour le cas d'une source quasi-monochromatique ayant une dimension finie?

On peut ré-écrire l'expression de l'intensité I comme indiqué ci-dessus (Eqs. (7.5.2.1), (7.5.2.2), (7.5.2.3) et (7.5.2.4)). On suppose que les trous placés aux points P_1 , P_2 dans le plan de Young ont une même ouverture (i.e. $V_1(t) = V_2(t)$) et que les temps de propagation de la lumière entre P_1 (resp. P_2) et q sont t_{1q} (resp. t_{2q}).

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

$$I_q = I + I + 2I \operatorname{Re}\{\gamma_{12}(\tau)\} \quad (7.5.2.5) \quad \gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle V_1^*(t)V_2(t-\tau) \rangle}{I} \quad (7.5.2.6)$$

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle A_1^*(z,t)A_2(z,t-\tau) \rangle \exp(-i2\pi\nu\tau)}{I} \quad (7.5.2.7)$$

$$\text{Si } \tau \ll 1/\Delta\nu \Rightarrow \gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau=0)| \exp(i\beta_{12} - i2\pi\nu\tau) \quad (7.5.2.8)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

Il s'ensuit que l'équation (7.5.2.1) peut être facilement transformée en (7.5.2.5) où (7.5.2.6) représente le degré complexe de cohérence mutuelle, et l'intensité $I = \langle V_1 V_1^* \rangle = \langle V_2 V_2^* \rangle$. L'équation (7.5.2.5) permet de trouver ce que vaut l'intensité des franges d'interférence dans le plan d'observation. Le degré complexe de cohérence mutuelle est une quantité fondamentale dont la signification sera mise en évidence lors du calcul de la visibilité des franges d'interférence. Au moyen de (7.5.1.3), cette fonction $\gamma_{12}(\tau)$ peut encore être exprimée comme (7.5.2.7), et si $\tau \ll 1/\Delta\nu$ (i.e. la différence entre les temps d'arrivée des deux rayons est inférieur à la période de battement), on peut lui donner la forme (7.5.2.8).

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

$$I_q = I + I + 2I |\gamma_{12}(0)| \cos(\beta_{12} - 2\pi\nu\tau) \quad (7.5.2.9)$$

$$v = \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right) = |\gamma_{12}(0)| \quad (7.5.2.10)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.2 Visibilité des franges d'interférence

L'équation (7.5.2.5) peut être ré-écrite suivant (7.5.2.9) et on trouve dans ce cas que la visibilité v des franges d'interférence vaut $|\gamma_{12}(0)|$ (cf. Eq.(7.5.2.10)), I_{\max} et I_{\min} représentant les intensités des franges la plus brillante et la plus faible.

Nous verrons un peu plus loin que le module de $\gamma_{12}(0)$ est directement lié à la structure de la source qu'on est en train d'observer. Que vaut $|\gamma_{12}(0)|$ dans l'expérience des trous de Young (i.e. pour le cas d'une onde monochromatique, paire de trous ponctuels, source infinitésimement petite; réponse : $I_{\min} = 0$ et donc $V = 1$) ? Quand observe-t-on pour une source donnée une visibilité nulle (réponse : dans ce cas $I_{\max} = I_{\min}$ et donc la source est résolue) ?

Evaluons maintenant ce que vaut $\gamma_{12}(0)$ pour le cas qui nous intéresse, à savoir une source étendue émettant de la lumière quasi monochromatique. Ceci nous amène directement à étudier la notion de cohérence spatiale de la lumière.