

UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION

EFFET DE LA SOUPLESSE DE LA CONTRE-POINTE SUR
LE DEFAUT DE CYLINDRICITE DES PIECES TOURNEES

J.F. DEBONGNIE

Rapport LMF/D38, octobre 1995

INTRODUCTION

Ce rapport est né d'une volonté de comprendre des résultats de mesures de cylindricité après tournage d'une pièce cylindrique en montage mixte. En effet, ces résultats, montrant une forme où le rayon passait par un maximum et un minimum, a d'abord provoqué un certain scepticisme de notre part. Nous avons donc étudié le problème par voie analytique et, à notre grande surprise, le modèle confirme exactement ce genre de comportement.

1. HYPOTHÈSES GÉNÉRALES

La présente étude est fondée sur les hypothèses suivantes:

H1 - Le mandrin ou la pointe fixe est parfaitement rigide et réalise, selon le cas, un encastrement ou un appui simple parfait.

H2 - La contrepointe est assimilable à un ressort linéaire de raideur k .

H3 - Le défaut résulte essentiellement de la force passive, qui garde une valeur constante F . (En d'autres termes, l'effet de la force d'avance est négligé.)

H4 - La variation temporelle de raideur due à l'enlèvement de matière est négligée.

H5 - Le barreau tourné est assimilable à une poutre de Navier (effet de l'effort tranchant négligé).

2. CAS DU TOURNAGE ENTRE POINTES

Le problème consiste, comme on le sait, à déterminer la flèche en un point courant A lorsque la force est appliquée en ce point? car c'est cette flèche que l'on retrouve, changée de signe, comme défaut. L'effet de la contre-pointe est d'apporter à l'extrémité B une réaction $R = k u_B$.

Appelons l la longueur de la barre, et notons ξl la distance de la pointe fixe au point d'application de la force F . Il est évident que la réaction en B est

$$R = \xi F$$

Le déplacement en ce point est donc

$$u_B = \frac{R}{k} = \xi \frac{F}{k}$$

Le déplacement au point d'application de la charge F est alors de la forme

$$u_A = \xi u_B + u'_A$$

où u_A n'est autre que le déplacement élastique de la même barre sur deux appuis idéaux, soit

$$u'_A = \frac{Fl^3}{3EI} \xi^2 (1-\xi)^2$$

Au total, on a donc

$$\begin{aligned} u_A &= \frac{Fl^3}{3EI} \xi^2 (1-\xi)^2 + \xi^2 \frac{F}{k} \\ &= \frac{Fl^3}{3EI} \xi^2 [(1-\xi)^2 + \beta] \end{aligned}$$

avec

$$\beta = \frac{3EI}{kl^3}$$

La figure 1 donne les courbes de la variable sans dimension

$\frac{3EIu_A}{Fl^3}$ pour différentes valeurs du paramètre β . On constate effectivement l'apparition de maxima et minima paradoxaux.

3. MONTAGE MIXTE

On peut traiter le cas du montage mixte en superposant l'effet de la force F sur la pièce montée en l'air à celui d'une réaction provisoirement inconnue R et en exprimant qu'à l'extrémité B , $u_B = R/k$.

a) Effet de la force F seule

$$u'_A = \frac{F l^3 \xi^3}{3EI}$$

$$\phi'_A = \frac{F l^2 \xi^2}{2EI}$$

$$u'_B = u'_A + \phi'_A (1-\xi) l = \frac{F l^3}{6EI} [2\xi^3 + 3\xi^2(1-\xi)] = \frac{F l^3}{6EI} \xi^2 (3-\xi)$$

b) Effet de la réaction R seule

$$M'' = R l (1-\xi)$$

$$\phi'' = \frac{R l^2}{EI} \left(\xi - \frac{\xi^2}{2} \right)$$

$$u''_A = \frac{R \ell^3}{EI} \left(\xi^2 - \frac{\xi^3}{6} \right) = \frac{R \ell^3}{6EI} \xi^2 (3 - \xi)$$

$$u''_B = \frac{R \ell^3}{3EI}$$

c) Calcul de la réaction

$$u_B = u'_B - u''_B = \frac{\ell^3}{6EI} \xi^2 (3 - \xi) - \frac{R \ell^3}{3EI} = \frac{R}{k}$$

Il en découle

$$R \left[\frac{1}{k} + \frac{\ell^3}{3EI} \right] = \frac{F \ell^3}{6EI} \xi^2 (3 - \xi)$$

soit

$$R = \beta \frac{F}{2} \xi^2 (3 - \xi)$$

avec

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{k\ell^3}}$$

Le coefficient β est la fraction de la charge qui passe dans la contre-pointe, lorsque l'on charge sur celle-ci ($\xi = 1$). Pour $k \rightarrow \infty$, $\beta \rightarrow 1$; pour $k \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 0$.

d) Déplacement sous la charge

$$\begin{aligned} u_A &= u'_A - u''_A = \frac{F\ell^3}{3EI} \xi^2 - \beta \frac{F\ell^3}{12EI} \xi^4 (3 - \xi)^2 \\ &= \frac{F\ell^3}{3EI} \xi^3 \left[1 - \frac{\beta}{4} \xi (3 - \xi)^2 \right] \end{aligned}$$

Il est équivalent d'écrire

$$\frac{3EIu_A}{F\ell^3} = \xi^3 \left[1 - \frac{\beta}{4} \xi (3 - \xi)^2 \right] = f(\xi; \beta)$$

4. POINTS STATIONNAIRES DU DÉFAUT DANS LE CAS DU MONTAGE MIXTE

On a

$$f(\xi; \beta) = \xi^3 - \frac{\beta}{4} \xi^4 (9 - 6\xi + \xi^2) = \xi^3 - \frac{\beta}{4} (9\xi^4 - 6\xi^5 + \xi^6)$$

Dérivons par rapport à ξ :

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = 3\xi^2 - \frac{\beta}{4} (36\xi^3 - 30\xi^4 + 6\xi^5)$$

$$= 3 \xi^2 \left[1 - \frac{\beta}{2} \xi (6 - 5 \xi + \xi^2) \right]$$

Les points stationnaires sont donc:

- $\xi = 0$ (deux fois)
- d'autres racines $\xi_0 \neq 0$.

En un ξ_0 donné, on a la relation

$$\beta = \frac{2}{\xi_0 (\xi_0 - 2) (\xi_0 - 3)},$$

ce qui revient à dire

$$\frac{kl^3}{3EI} = \frac{1}{\frac{1}{\beta} - 1} = \frac{1}{\frac{\xi_0 (\xi_0 - 2) (\xi_0 - 3)}{2} - 1},$$

ce qui permet en principe d'induire la raideur de la contre-pointe de la forme du défaut de cylindricité. Cependant, cette relation ne fournit $k > 0$ que pour $\xi_0 > 0,5858$. On retrouve alors la même valeur de $kl^3/(3EI)$ pour deux valeurs différentes de ξ_0 , correspondant à un maximum du défaut pour la plus petite, à un minimum pour la plus grande. La plus petite valeur possible de k donnant lieu à des points stationnaires non nuls correspond à

$$0 = \frac{d}{d\xi_0} (\xi_0^3 - 5 \xi_0^2 + 6 \xi_0) = 3 \xi_0^2 - 10 \xi_0 + 6,$$

ce qui donne

$$\xi_0 = \frac{5 - \sqrt{25-18}}{3} = 0,7847$$

A cette valeur correspond

$$\frac{kl^3}{3EI} = 17,76.$$

Pour les raideurs k plus faibles, il n'existe pas d'extremum.

La figure 2 donne les courbes du défaut pour différentes valeurs de k supérieures à $17,76 EI$. Elles illustrent bien l'oscillation paradoxale du défaut près de la contre-pointe.

fig.1 ~ Entre points

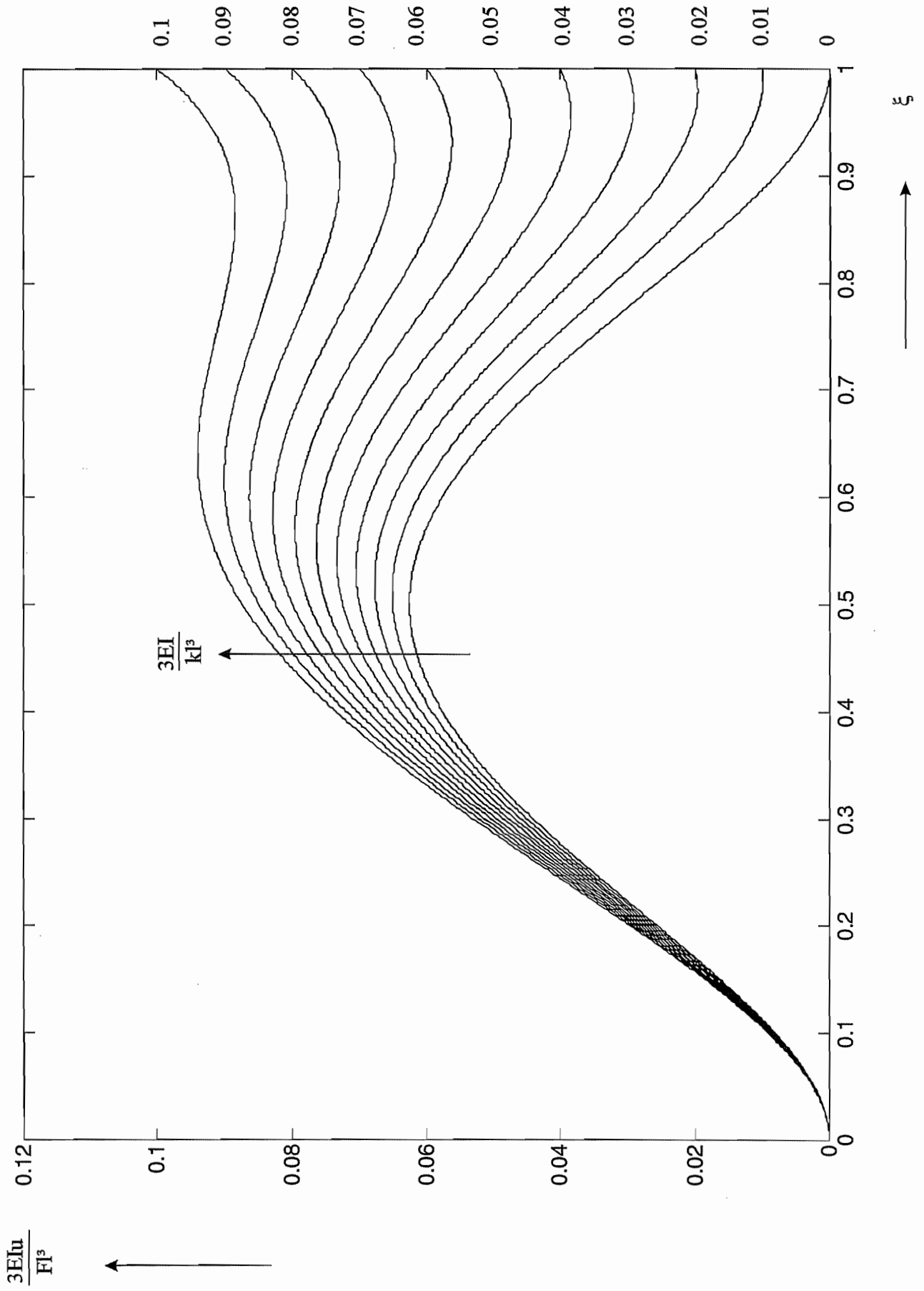


fig. 2 - MONTAGE MIXTE

