Approche par compétences, définition et désignation des savoirs mathématiques : peut-on envisager la disparition d'une organisation disciplinaire des savoirs ?

Maggy Schneider, didactique des mathématiques, Université de Liège, et
Alain Mercier, UMR P3, Université de Provence, INRP[1]

Ce texte revisite l'articulation entre, d'une part, « l'apprentissage à la résolution de problèmes (APC) » ainsi appelé et promu dans « l'approche par compétences » et, d'autre part, l'apprentissage des savoirs mathématiques. Ces derniers sont modélisés par des classes de problèmes mais l'exercice de la résolution de problèmes y est structuré par ces mêmes classes, l'enjeu n'en étant pas la résolution de problèmes quelconques mais bien quelques techniques de résolution des problèmes d'une classe générale (les problèmes de calcul de longueurs, d'aires, ou plus généralement de mesure de grandeurs composées, par exemple). Nous illustrons la question en montrant sur un cas d'espèce l'importance les jeux de langage que suppose la désignation d'une classe de problèmes et l'intelligibilité que les élèves peuvent en avoir, afin de donner à comprendre les difficultés que pose à l'enseignement le mot d'ordre « enseigner pour former des compétences ».

Notre discours prend appui sur des textes antérieurs relatifs à l'approche par compétences en Communauté française de Belgique (CFWB), ses origines, ses référents théoriques et ses effets (Schneider, 2004, 2006a, 2006b, 2007 ; Schneider et Mercier, 2008 ; Schneider, à paraître). Nous en résumons ci-dessous les quelques aspects dont nous avons tout lieu de penser qu'ils sont caractéristiques de cette mouvance pédagogique en d'autres points du globe. Nous le faisons avec insistance et nous y revenons ici, parce que nous pensons que le succès du mot d'ordre ne tient pas seulement aux économies qu'il fait miroiter auprès des décideurs, mais sans doute aussi au fait qu'il semble proposer une solution aux problèmes que pose l'organisation scolaire de la transmission des œuvres culturelles. Dans les écoles, les étudiants en effet apprennent efficacement des savoirs, quand la société voudrait que les apprentissages garantissent leur compétence : ce qui d'ordinaire s'acquiert d'expérience, dans un tout autre temps. Ces problèmes sont désignés sous le terme générique de « effets de la transposition didactique » et les réformes actuelles semblent aussi viser à en diminuer les effets, sans que pourtant le but ait été explicité : comme si les discours sur la nécessité des savoirs, au fondement de la formation de l'expérience, ne suffisaient plus à justifier du coût de l'école lorsque l'école devient « école pour tous » et développe des enseignements pour toute une classe d'âge, sur plus de dix ans.

Quelques traits significatifs de l'approche par compétences

En CFWB, l'Approche par Compétences (APC) fait l'objet, depuis plus d'une dizaine d'années, d'un discours d'intention sur les missions de l'enseignement (Décret « Missions », 1997), discours dont le caractère idéologique se mesure à l'empressement d'en évaluer les effets avant même d'avoir approfondi la réflexion sur les moyens. Comme ailleurs, on ne peut nier l'influence du monde de l'entreprise soucieux de confier au système éducatif l'exercice de *compétences transversales*, telles que « interpréter correctement un problème », dont la maîtrise sert les impératifs de la rentabilité et de la compétitivité. Mais, on ne peut écarter que c'est aussi à d'autres fins que le discours des politiques sur l'APC s'appuie sur cette demande de manière opportuniste et vient en point d'orgue d'une succession de réformes dont l'enjeu n'est

[1] Ce travail est un des résultats du séjour de Maggy Schneider à Marseille, comme professeur invité par l'INRP, auprès de l'UMR P3, en avril et mai 2010.

pas bien lisible. En particulier, en CFWB, il sert à donner le change aux enseignants désemparés par une réduction des moyens.

Ce cache-misère s'appuie sur quelques référents théoriques, se réclamant essentiellement du socio-constructivisme sur lequel sont axées par exemple les formations des conseillers pédagogiques. Comme fait souvent la pédagogie et peut-être bien malgré les pédagogues, on convertit ici indûment des théories d'apprentissage, modèles du développement mental de l'enfant, en mots d'ordre pour l'action enseignante au sein d'institutions scolaires. Les problèmes posés dans des situations du monde, fondateurs du questionnement identifié comme fondamental pour les réponses que sont les savoirs d'une discipline, deviennent alors, à l'école, un dispositif visant à entraîner les élèves à de supposées compétences : des *situations-problèmes*. Ces compétences sont *générales* comme l'*autonomie* et la *créativité*, *transversales* comme *formuler une hypothèse* et *communiquer*, ou plus précises mais non moins abstraites comme *interpréter correctement un problème* (i.e. : son énoncé ?). Aussi, les situations-problèmes pratiquées sous l'égide de l'APC pêchent par leur absence de caractère fondamental relativement à un savoir visé, soit parce qu'il n'y a tout simplement pas de savoir en jeu, soit parce qu'il y a en a bien un mais que, pour les élèves considérés, il ne constitue pas la réponse optimale à la question qui leur est dévolue. Cette utilisation de la notion de situation est donc à l'envers des résultats apportés par la recherche en didactique : il fait fi des conditions sous lesquelles l'activité des élèves, en situation, peut conduire à *l'apprentissage de savoirs mobilisables* dans une autre situation. Et souvent en effet, on observe que les situations proposées dans les programmes ou les manuels ne développent que les aspects méthodologiques de la résolution de problèmes. Ainsi l'entraînement à la résolution de problèmes devient, avec l'APC, à la fois la fin et le moyen. Accompagnant la réforme, le mythe du *transfert des compétences* (implicitement associé à la mobilité des travailleurs) explique l'accent mis sur les compétences *transversales,* interprétées uniformément d'une discipline à l'autre faute d'une analyse épistémologique mettant en évidence leurs particularités au sein de chacune.

Des problèmes fondateurs d'une discipline il reste un résidu sec : les constituants d'une *évaluation formative à la résolution de problèmes,* lesquels n'ont plus aucune réalité. Les problèmes porteurs de ces supposées compétences posent, aux élèves comme à leurs enseignants, des difficultés persistantes. Sans doute, il pouvait y avoir quelque pertinence à tenter de redéfinir l'organisation des savoirs en disciplines. Cette organisation leur a trop souvent aujourd'hui fait perdre leur propriété première de *pouvoir d'agir dans le monde*, sans que l'on sache bien pourquoi sinon qu'il s'agit d'un problème de transposition didactique[2]. Mais nous observons que la transposition de la résolution de problèmes produit l'oubli des compétences initialement et officiellement visées qui sont bientôt remplacées soit, par une décomposition des difficultés en niveaux de tâches permettant d'adapter l'évaluation à la compétence des élèves (et à renoncer à l'enseignement des compétences de haut niveau) soit, par l'enseignement d'un supposé processus de résolution permettant en principe la réussite des élèves… tant que les problèmes posés relèvent du processus enseigné. C'est ce que nous développons ci-dessous.

Deux attitudes contrastées face aux difficultés des élèves à résoudre les problèmes

Lors des formations, les professeurs de mathématiques témoignent de leurs difficultés à « faire apprendre à leurs élèves à résoudre des problèmes ». Devant les échecs répétés de ceux-ci lors des évaluations, ils se replient peu à peu sur des évaluations qui font la part belle aux

[2] Un état paradoxal puisque le retour aux savoirs comme pouvoir d'agir avait justifié l'Encyclopédie de d'Alembert et Diderot, avait inauguré l'organisation en disciplines contre l'organisation ancienne de l'université médiévale.

acquisitions techniques ou à un bachotage caché des problèmes précédemment posés lors des évaluations officielles.

Un repli analogue s'observe chez des chercheurs auxquels la CFWB a donné mandat pour concevoir des épreuves d'évaluation des compétences auprès d'une cohorte importante d'élèves concernés par le socle commun. C'est le cas de Rey (2009) et Kahn (2010) dont nous résumons ici la position. Tous deux commencent par distinguer les « procédures » qui se ramènent à l'exécution d'une tâche relativement stéréotypée telle que *Effectuer à la main un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale de taille normale* et les « compétences avec mobilisation », c'est-à-dire des « compétences qui impliquent que l'élève doive choisir, parmi les procédures qu'il connaît, celle ou celles qu'il y a lieu de mettre en œuvre dans une situation nouvelle ». Affirmant en conséquence que « la compétence avec mobilisation ne saurait être attestée que par l'affrontement de l'élève à une situation inédite », ils proposent alors « la passation des épreuves d'évaluation, dans chaque classe, en trois temps répartis sur la semaine :

- d'abord la situation complexe qui requiert la mise en œuvre et la combinaison de plusieurs procédures ;
- ensuite, dans un second temps, cette situation découpée en « petits problèmes » qui nécessitent la mobilisation d'une seule procédure ;
- enfin, ce sont des batteries d'exercices correspondants aux procédures requises dans les deux temps précédents qui sont présentées aux élèves ».

Pour Rey et Kahn, une telle forme d'évaluation « permet d'abord de donner à chaque élève toutes les chances de faire prendre en compte ce qu'il sait faire : la mobilisation complexe s'il le peut et, s'il ne le peut, la mobilisation simple et enfin s'il n'y arrive pas, on lui donne au moins la possibilité de montrer qu'il a automatisé certaines opérations élémentaires ». Leur proposition révèle un certain pessimisme et ils la motivent en développant que le « à bon escient » dont il faut savoir faire preuve pour mobiliser les savoirs pertinents dans une situation donnée « ne s'enseigne pas ». Les auteurs insistent sur le fait que la difficulté majeure est de faire partager aux élèves « le mode d'interprétation des tâches et des situations qui est celui de l'Ecole ». Nous discuterons plus loin ce point de vue.

Une autre position, plus optimiste, est celle de Fagnant et Demonty (2005) qui signent, dans le cadre d'une recherche commanditée par la CFWB, des guides méthodologiques à l'adresse des enseignants du primaire portant le titre significatif : « Résoudre des problèmes : pas de problème !». Dans ces guides qui alimentent actuellement les formations d'enseignants, ces chercheuses visent à favoriser chez les élèves une *démarche réflexive* de résolution de problèmes en articulant deux objectifs : « développer chez les enfants des compétences propres à chaque phase du processus de résolution » et « contrecarrer les stratégies superficielles peu compatibles avec la mise en œuvre d'une démarche générale de résolution ».

Conformément au premier objectif, les problèmes multiples repris dans ces guides sont groupés en chapitres et sections qui correspondent aux étapes et démarches de la résolution de problèmes telles que mises en évidence par les psychologues cognitivistes, e.a. Schoenfeld (1989) : d'abord, *la représentation du problème* et ce qu'elle suppose en termes, par exemple, d'estimation de la solution ; ensuite, *la résolution proprement dite* du problème qui requiert de développer des « démarches de type essais-erreurs » et, parfois, de « décomposer le problème en sous-problèmes » ; enfin, l'interprétation de la solution, y compris dans des situations « ouvertes », et la communication de celle-ci « sous une forme adaptée au contexte ». On ne dit pas pour autant ce qui s'apprend, d'une démarche de type essais-erreurs qui décrit aussi bien le comportement d'un mathématicien s'engageant dans la première étude d'une question nouvelle que celui des mouches cherchant à sortir et rencontrant la vitre d'un vantail de fenêtre dont l'autre vantail peut être ouvert. On ne dit pas non plus comment l'enchaînement des sous-problèmes d'un problème donné peut être produit. Les ressorts majeurs de ces guides sont donc d'ordre dit « méthodologique » et concernent prioritairement les stratégies générales de résolution de problèmes scolaires (relevant d'un contrat didactique supposé pérenne) même si, sur les 280 pages que contient par exemple celui écrit en 2005, 50 sont consacrées aux outils mathématiques spécifiques enseignés au niveau d'étude considéré : les grandeurs proportionnelles, les intervalles et les partages inégaux.

Quant au deuxième objectif, il conduit Fagnant et Demonty à choisir les problèmes proposés de manière à provoquer chez les élèves le « désapprentissage de stratégies superficielles et des présupposés associés ». Ces présupposés, selon Reusser et Stebler, 1997 ou Verschaffel et al., 2000, consistent, par exemple, à supposer que tous les problèmes proposés par les enseignants ou dans les manuels ont un sens, que tout problème a une solution et une seule et qu'elle doit se présenter sous une forme numérique et précise ou encore que la tâche peut être effectuée en exploitant les concepts et les formules qu'on vient d'apprendre. En clair, il s'agit de dénoncer le contrat didactique ordinaire, dont on a montré pourtant qu'il était à la source de tout apprentissage par enseignement : une telle position produit la perte de confiance des élèves envers leur professeur, et l'impossibilité d'enseigner.

Nous venons de décrire là deux positions contrastées. Ces deux positions, assez révélatrices, nous semble-t-il, de deux tendances observées à propos de l'APC que ce soit chez les enseignants ou les chercheurs, sont propres à occulter un autre regard qui suppose d'articuler compétences et savoirs et que nous décrivons ci-après.

Modéliser les problèmes par les savoirs, pour enseigner

Notre position découle d'un regard particulier sur la spécificité des savoirs comme connaissances déclarées et publiquement partagées, et en particulier des savoirs mathématiques. Nous prêtons aux savoirs une fonction essentielle dans la recherche d'une « économie de pensée » et d'action pour reprendre et étendre une expression de Mach (1925). Les savoirs « tuent » les problèmes en permettant de les traiter, par catégories, au moyen de techniques conviviales. La modélisation de leur production en termes de praxéologies, par Chevallard (1992 et 1999), permet de rendre compte de cette dynamique. S'y articulent en effet, d'une part, une dimension « praxis » qui met en correspondance des types de tâches et des techniques permettant de les effectuer et, d'autre part, le discours technologique ou théorique qui justifie et rend intelligible les techniques considérées eu égard aux tâches données : en somme, pour pouvoir « tuer » les problèmes, il faut en payer le prix en s'assurant de la pertinence des techniques utilisées pour ce faire. Cependant cette dynamique reste intimement liée au caractère fondamental, au sens de Brousseau (1973, 1986, 1998), des tâches initiales définies. C'est pourquoi, nous restons attachés à l'idée que les savoirs sont modélisés par des situations fondamentales qui en restaurent les raisons d'être.

Pour ce qui nous intéressera ici, les mathématiques, la catégorisation des problèmes peut s'effectuer, soit à partir des types de tâches définies par une situation fondamentale, soit à partir des techniques vues comme méthodes spécifiques de résolution des problèmes d'une certaine classe. Ainsi, on peut parler des problèmes d'optimisation, ceux-ci pouvant se résoudre par la technique de dérivation mais aussi, dans certains cas, par la résolution d'inéquations, voire grâce à des méthodes géométriques. Mais on peut parler aussi des problèmes relevant du calcul des dérivées en groupant alors des tâches d'optimisation avec d'autres tâches liées à la détermination de vitesses ou à l'approximation affine locale de fonctions. Cette capacité à fédérer des problèmes en classes est souvent évoquée à propos des concepts et théories mathématiques mais, la plupart du temps, elle est envisagée à un niveau qui n'est pas celui considéré ici.

A l'instar de Schneider (2008), nous distinguons en effet deux niveaux d'étude mathématique et nous les illustrerons ici à partir de l'exemple des fonctions. Lorsque certains chercheurs en didactique (Robert et Robinet, 1996) évoquent le caractère unificateur du *concept* de fonction, c'est le plus souvent par référence fut-elle implicite à la recherche de fondements des mathématiques et à leur structuration à partir des notions d'ensembles et de relations. Dans ce cadre, une relation fonctionnelle est définie en termes de triplets ce qui englobe aussi bien des transformations géométriques que les fonctions de l'analyse mathématique ou des opérateurs, tel celui de dérivation, qui agissent sur ces fonctions. Mais il existe, à propos des fonctions, un autre caractère unificateur qu'illustre bien le calcul intégral. Ainsi, au sens moderne de ce calcul, la quadrature d'un segment de parabole, la cubature d'une pyramide ou celle d'un cône appartiennent à la même catégorie de problèmes et même on peut dire qu'ils constituent un seul et même problème : ils sont tous modélisés en effet par l'intégrale définie d'une fonction du second degré et se résolvent par la primitivation d'une telle fonction. Un tel regard conduit à une classification des problèmes d'intégration suivant la nature de la « fonction-intégrande » sous-jacente. Le caractère unificateur est ici algébrique et suppose non seulement une standardisation des variables indépendante et dépendante sous la forme x et y mais aussi le paramétrage des coefficients numériques qui va permettre d'adapter un modèle fonctionnel donné aux contraintes particulières du problème traité. Mais, ainsi que le montre notre exemple, cette unité fonctionnelle ne suffit pas pour fédérer divers problèmes en une même classe, le type de traitement fait aux fonctions concernées participant tout autant à cette catégorisation.

Etant donnés les apprentissages dont nous choisirons de parler ici, c'est à ce dernier niveau que nous considérerons l'économie de pensée offerte par les mathématiques. Les ostensifs algébriques auront alors pour nous un rôle important dans la classification des problèmes mathématiques car ils permettent des techniques de résolution très générales, telles que l'intégration ou la dérivation. Dans ces conditions, enseigner « la résolution de problèmes » produit des savoirs techniques dans leur environnement praxéologique.

Résoudre des problèmes, famille par famille

S'il s'agit bien d'apprendre à résoudre des problèmes, nous faisons donc l'hypothèse bien différente que la résolution de problèmes s'enseigne, parce que les problèmes peuvent être organisés selon les techniques de leur résolution. Mais cela suppose un dispositif didactique particulier, que nous décrirons a contrario des pratiques observées. Convoquons pour ce faire le concept de *famille de tâches* introduit par Beckers (2002) pour traduire l'idée que plusieurs tâches peuvent avoir une parenté telle que le travail fait sur l'une d'elles favorise l'exécution d'une autre tâche de la même famille. Schneider (2006a) a montré qu'en CFWB de telles familles renvoient souvent aux étapes d'une démarche générale de résolution de problèmes : « se poser des questions », « se documenter », « formuler une hypothèse explicative », « rédiger une solution », ce qui fait penser à l'optique défendue par Demonty et Fagnant (2005). Or, rien ne laisse supposer, ni dans les recherches des didacticiens, ni dans celles des psychologues cognitivistes, que ce soit là une piste intéressante. De même serions-nous dubitatifs sur une catégorisation des tâches à partir de présupposés des élèves sur les problèmes et les solutions attendues. Par contre, notre manière de voir les mathématiques nous suggère de constituer des familles en croisant, d'une part, des tâches porteuses de mathématiques et, d'autre part, des théories ou ensembles de résultats mathématiques et les techniques qu'ils autorisent. C'est ainsi que, à nos yeux, le théorème de Pythagore fédère l'ensemble des situations dans lesquelles il convient de l'appliquer, et qui relèvent de la notion générale d'espace normé. On peut donc parler en ces termes de la famille des situations « Pythagore », ce que font Kahn (2010) et Rey (2009) sans pour autant la référer à l'ensemble des notions mathématiques qui lui sont associées.

Mais que peut-on espérer de ce concept de famille de situations ? Les auteurs qui viennent d'être cités pensent qu'il s'agit d'une fausse piste. Rey (Ib.) en identifie deux. D'abord « … le fait de croire qu'en renforçant l'automatisation des procédures, on va aider l'élève à être plus apte à les mobiliser à bon escient […] » Ensuite « … le fait de croire qu'on pourrait imaginer des familles de situations ou des familles de tâches qui permettraient qu'un élève familier d'un type de tâche puisse, parce qu'il sait dans quel type de tâche cette procédure est utilisée, la transférer dans un domaine proche. » Et de donner un exemple que Kahn (Ib.) explicite en ces termes : « On peut par exemple avoir expliqué à des élèves que le théorème de Pythagore est utilisable dans la famille des situations géométriques où l'on connaît la longueur de deux côtés d'un triangle rectangle et où on doit calculer celle du troisième ; pourtant, si l'énoncé du problème ne mentionne pas la présence d'un triangle rectangle (par exemple s'il est question de la diagonale d'un carré), certains élèves ne verront pas que le problème qu'ils ont à résoudre relève de cette famille ». Cet exemple nous donne l'occasion de préciser notre point de vue. Si nous y voyons que, pour partie, ces auteurs rejoignent notre façon de concevoir la notion de familles de situations, nous ne pouvons nous empêcher de penser qu'ils ne voient pas la nécessité d'étudier avec les élèves les domaines d'usage des techniques. La détermination de « sous-figures » ou de « sur-figures » construites au prix du tracé ou de l'oubli d'une ligne supplémentaire est une technique générique en géométrie comme la production de « sur formules » ou de « formules réduites » est une technique algébrique : en oubliant deux côtés du carré on détermine un triangle rectangle où le théorème de Pythagore s'applique. On peut imaginer que les élèves n'y pensent pas a priori ou qu'ils ne s'y autorisent pas, mais on peut aussi montrer cette technique s'enseigne et que les élèves peuvent devenir capables de la mobiliser d'eux-mêmes, dans d'autres cas. Ainsi pensons-nous que l'usage « à bon escient » s'enseigne : savoir est *pouvoir agir*, mais c'est d'abord *pouvoir juger de l'action adéquate*. Pour nous, savoir est donc une compétence technique forte.

A partir de là se profile une certaine façon d'intégrer les familles de situations dans l'enseignement. Elle est défendue par Schneider (2006b) en ces termes : « Plutôt que de penser ces familles comme un espace où le transfert devrait aller de soi ou peu s'en faut, il faudrait les considérer comme un objet d'enseignement, en apprenant aux élèves à distinguer ce qui rapproche les différentes situations de la famille mais aussi ce qui les distingue. » Prenons l'exemple des problèmes d'optimisation. Il ne suffit pas que les élèves aient résolu plusieurs de ces problèmes sous la guidance du professeur pour pouvoir gérer les suivants. Il faut aussi qu'ils les aient « étudiés » de sorte d'en percevoir une trame commune : exprimer la grandeur à optimiser au moyen d'une fonction d'une variable indépendante, dériver cette fonction, annuler la dérivée et en déterminer le signe. Mais il faut aussi que l'élève voie la variabilité sous-jacente des paramètres qui définissent la famille. Dans certains problèmes, il n'y a qu'une seule variable indépendante, dans d'autres il y a deux variables liées : il faut alors exprimer l'une en fonction de l'autre, ce qui peut se faire de plusieurs manières suivant le contexte du problème. Selon le cas, traduire des informations données dans l'énoncé (par exemple, le fait que telle grandeur est inversement proportionnelle à telle autre), ou exploiter, dans une figure donnée, des théorèmes de géométrie (souvent Thalès ou Pythagore), ou encore exprimer la constance d'un périmètre, d'une aire ou d'un volume. Et ce qui peut varier encore, c'est le type de fonction à dériver. Si les élèves n'apprennent pas à gérer cette variabilité propre à la famille de situations – variabilité définie a priori en fonction des objectifs de l'enseignement et du niveau d'étude – et/ou si les questions d'évaluation débordent de la famille ainsi circonscrite, il y a gros à parier que peu d'entre eux s'en sortent. Mais il faut aller plus loin encore et restaurer, dans l'enseignement, ce que Chevallard (1990) appelle *une technique d'étude*, c'est-à-dire « … non pas une procédure ou une méthode qu'il s'agit d'apprendre et de contrôler dans ses étapes, mais [ce qui] travaille la fonctionnalité d'un savoir dans la résolution d'un problème qu'il s'agit de roder dans des conditions standard , de tester dans des conditions limites, d'infirmer peut-être en bordure du champ » (cité par Castella et Mercier, 1994).

Si le transfert des savoirs et techniques d'une situation à l'autre à l'intérieur d'une même famille doit faire l'objet d'un enseignement, a fortiori en est-il de tels transferts d'une famille à l'autre. La technique d'étude peut alors porter, suivant les cas, sur le choix d'une technique parmi plusieurs ou sur l'adaptation d'une technique à la tâche proposée. Ainsi, l'évaluation de grandeurs inaccessibles revient, bien souvent, à résoudre un triangle. Mais, suivant les tâches de cette famille, il faudra utiliser le théorème de Thalès, ou celui de Pythagore, ou un critère de similitude ou encore la trigonométrie. Quant à la technique de dérivation, elle doit être suivie d'une recherche de racines ou de celle d'images selon que l'on cherche à optimiser ou à déterminer une vitesse.

La position que nous défendons ici tient compte des aspects contractuels liés au transfert. Les chercheurs précédemment cités y sont sensibles : Kahn et Rey évoquent des difficultés qu'on peut interpréter en termes d'acculturation aux habitus du monde scolaire tandis que Fagnant et Demonty insistent sur les présupposés que les élèves peuvent avoir sur les problèmes travaillés à l'école. Bien avant, Castella et Mercier (1994) avaient, en ce qui concerne le transfert, fait l'hypothèse d'un fonctionnement sous contrat :

> « On peut dire que le contrat est rompu, pour un élève donné, lorsqu'il ne reconnaît plus ce qu'il devrait savoir faire : lorsque la faisabilité s'est perdue pour cet élève. La faisabilité se conserve tant que le problème est, au moins, *reconnu* […]. Nous appelons *plasticité du contrat* la possibilité qu'il a de supporter cette variation, *sa propriété de pouvoir varier autour de sa norme, dans un domaine où il sera reconnu comme identique à lui-même* – ce qui garantit la faisabilité, par l'élève, des questions qui sont posées dans ce cadre. Une variation d'une composante du problème qui dépasserait le seuil de plasticité entraînerait la non faisabilité des questions obtenues, la rupture du contrat ».

Pour eux, cette plasticité du contrat est différentielle suivant la position que l'élève occupe dans la hiérarchie de la classe et les « bons » élèves sont ceux qui font le plus les frais des ruptures de contrat signalées plus haut, sans doute pour avoir développé un rapport personnel trop conforme au rapport attendu par l'institution scolaire. Cette analyse permettrait de comprendre une observation de Perkins et Salomon (1989) selon laquelle les individus ne s'autorisent pas certains transferts. Effectivement le contrat didactique de Brousseau et les effets associés mettent bien en évidence que les comportements d'élèves sont dictés par ce qu'ils supposent que le professeur attend d'eux : souvent des réponses standard à des situations stéréotypées. C'est pourquoi, Schneider (2006b) propose de « mettre le transfert sous contrat » au sens du fonctionnement didactique décrit plus haut. Qu'il s'agisse d'apprendre à l'élève à manœuvrer à l'intérieur d'une famille de situations ou de lui apprendre à brasser plusieurs familles, le type de transfert est déclaré, « contractualisé », inscrit dans les objectifs : ainsi, on lui enseignera qu'il a à sa disposition plusieurs techniques, celles décrites plus haut, pour évaluer une grandeur inaccessible et que, en outre, il existe des critères de choix : par exemple, le fait de devoir gérer à la fois des longueurs et des amplitudes d'angles suggère d'utiliser des techniques trigonométriques. A charge pour l'élève de poursuivre l'étude qui, au départ des cas déjà rencontrés, lui permettra de gérer seul des situations nouvelles.

Dans notre perspective, un élève qui apprend à résoudre des problèmes, c'est donc avant tout un élève qui apprend à manœuvrer à l'intérieur de familles de situations au sens décrit plus haut et à brasser des familles de plus en plus nombreuses. Mais force est de constater que de tels brassages sont peu organisés, dans les pratiques curriculaires, même au sein d'une même année scolaire. Sans doute l'approche préconisée est-elle moins glorieuse, les transferts que l'élève arrive à faire ayant été en quelque sorte induits par l'enseignement, alors qu'on souhaite tester vraiment, sans concession, si les élèves sont capables de transférer une attitude « de recherche » ou une méthode générale de résolution de problèmes. Mais que cherche-t-on vraiment ? En définitive, l'alternative n'est-elle pas la suivante : se retenir d'enseigner pour sélectionner les « meilleurs » élèves ou chercher à ce que tous apprennent, quitte à ce que l'évaluation ne permette pas vraiment de faire la part entre les apprentissages des élèves et l'efficacité de l'enseignement lui-même ?

De la désignation des savoirs mathématiques et des jeux de langage

Dans les sections précédentes, nous avons développé à quel point la résolution de problèmes, démarche que l'APC présente comme essentielle, suppose la désignation de savoirs mathématiques. Rappelons que les *situations fondamentales* sont un modèle de ces savoirs, et même une forme de définition des problèmes respectifs que ces savoirs permettent de résoudre. Nous allons maintenant montrer comment c'est en définitive cette notion qui manque aux promoteurs d'un « enseignement à la résolution de problèmes », quel est dans cette optique le processus de désignation des savoirs et ce qu'il suppose comme connaissances. Dans l'hypothèse d'un enseignement qui vise à mettre en évidence, d'entrée de jeu, les questions auxquelles les savoirs mathématiques apportent une réponse, le professeur doit développer avec ses élèves des *gestes didactiques*, que nous décrivons en termes de jeux de langage, de dialectique entre notions et notations et de situations. Deux manières contrastées d'agir délimitent l'espace de choix du professeur. Les situations fondamentales peuvent être déclinées en *situations adidactiques* dévolues aux élèves, au sens de Brousseau (1997), ou conduire à une rencontre culturelle-mimétique, au sens de Chevallard (1999), qui consiste « à expliciter - sur le mode discursif - les *raisons d'être* du savoir ainsi rencontré ». Dans les deux cas, le savoir est extrait du « milieu » qui l'a fait naître comme connaissance. Il s'intègre d'abord dans une situation de référence où l'élève peut saisir, au delà des actions réalisées ou des discours proposés, ce qu'il y a à comprendre c'est-à-dire l'efficacité du savoir. Il s'intègre ensuite dans une situation d'apprentissage où l'élève peut identifier la classe de problèmes que les procédures engagées permettent de résoudre, le domaine de variabilité que la classe définit et les démarches attendues de lui à ce propos, dans l'institution scolaire. Ces mouvements sont de la responsabilité du professeur qui, ce faisant, enseigne : leur description met en évidence la difficulté du métier et dénonce les mots d'ordre simplistes pour ce qu'ils sont.

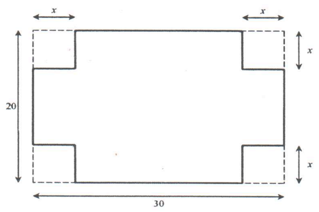
Les procédés de désignation des savoirs sont décrits en didactique comme *processus d'institutionnalisation* et nous tentons ici d'en illustrer quelques difficultés dans un exemple où les élèves sont d'abord « mis en activité ». Les questions concernées sont issues d'une ingénierie didactique (Gantois et Schneider, à paraître) dont la portée est essentiellement phénoménotechnique, visant à mettre en évidence les potentialités et les limites d'un milieu graphico-cinématique dans l'apprentissage des dérivées. Il s'agit de faire interpréter et étudier, du point de vue des vitesses, des mouvements rectilignes - dont certains ne sont pas uniformes – qui devront être précisés par les lois de mouvement. Avec des alea dont nous ne rendrons pas compte ici, ce travail débouche sur la formulation, au sein des classes, d'une vitesse instantanée comme « ce qu'il reste de l'expression d'une vitesse moyenne sur un intervalle $[t, t + \lambda t]$ quand on rend λt nul une fois faites les simplifications algébriques. » La vitesse instantanée est également interprétée comme pente du graphique de la loi de mouvement en un de ses points. Par contre, aucune règle de calcul de dérivation n'est institutionnalisée à l'étape dont nous ferons écho ici. Nous nous intéresserons en effet au moment où les chercheurs (et le professeur de la classe) essaient de faire évoluer la notion de vitesse instantanée en celle plus large de dérivée. Sans prétendre créer pour cela une situation à caractère adidactique, ils proposent aux élèves deux problèmes d'optimisation mobilisant une même fonction mais situés, le premier dans un contexte graphico-cinématique et le second dans un contexte géométrique.

Voici l'énoncé du premier problème :

Considérons un mobile sur une trajectoire rectiligne dont la loi de mouvement est donnée par la fonction $p(t) = 4\ (t^3 - 25\ t^2 + 150\ t)$. Entre $t = 0$ et $t = 10$, à quel(s) instant(s) la distance du mobile à l'origine est-elle maximale. Que vaut alors sa vitesse ?

Et celui du second :

On considère à présent une plaque en tôle dont on a retiré les coins selon la figure suivante. En pliant les bords de cette plaque, on obtient une boîte rectangulaire et sans couvercle. Déterminer la valeur de x telle que le volume de la boîte soit maximum.



Ce dispositif est dicté par une observation antérieure (Schneider, 1988) : aux prises avec ce dernier problème d'optimisation, peu d'élèves ayant reçu un enseignement standard des dérivées lient le maximum du volume au point où la dérivée est nulle et, lorsqu'ils parlent de tangente, c'est pour évoquer une translation de l'axe Ox jusqu'à la hauteur où il frôle le maximum. Les chercheurs estiment que le contexte cinématique du premier problème peut aider les élèves à associer l'idée de maximum à l'annulation d'un taux de variation instantané, ici une vitesse. Quant au deuxième problème, il mobilise la même fonction que le premier. Cela peut conduire les élèves à transférer de l'un à l'autre soit la réponse, soit la technique. L'enjeu est d'arriver à faire émerger l'idée que ces deux problèmes font partie de la même classe et ce qui nous intéresse ici c'est l'intelligibilité que les élèves expriment des résolutions de chacun des problèmes et de ce qu'elles ont en commun. La description ci-dessous montre le rôle joué par des *jeux de langage* dans la prise de conscience de certains d'entre eux.

Pour la plupart des élèves, il ne va pas de soi de rapprocher la recherche d'un maximum et l'annulation de la vitesse. Ceux qui en restent aux aspects graphiques ne parviennent qu'à une approximation numérique. Le professeur engage alors les élèves à interpréter le graphique en termes de mouvement :

P : « *<u>A l'instant qui vous intéresse, il avançait : il se met à reculer</u>. Creusez ce que ça veut dire.* »

Cette sollicitation guide l'un ou l'autre d'entre eux vers la solution :

M1 : « *Calculer à partir de quand il commence à reculer.* »

N1 : « *Alors attends : qu'est-ce que ça veut dire… Ben qu'il a une vitesse positive…* »

M1 : « *Positive au début…* »

N1 : « *Que la pente est positive et puis négative…* »

M1 : « *Ben il faudrait trouver un moyen de calculer à partir de quand, justement, il recule ; de voir par rapport à la vitesse qui est positive puis négative.* »

M1 : « *Il faut voir comment on a calculé les vitesses à partir des équations : il y a peut-être moyen de trouver l'équation de la vitesse. Enfin, tu vois, on avait à chaque fois trouvé une équation d'une vitesse. On avait… Tu vois, $3t^2$… $3t^2$ pour celle-là.* »

M1 : « *Donc, tout simplement plus grand que zéro, il n'y a pas moyen ? On dit tout simplement : quand […]. Tu vois ? Ou bien, non : vitesse égale à zéro… Mais oui : elle augmente… Le moment où elle [la vitesse] sera égale à zéro, c'est le* *moment où elle [la distance] sera plus grande, parce ce qu'elle [la distance] augmente puis elle descend. »*

N1 : « Oui, c'est ça. »

E1 : « Oui, elle sera égale à zéro. »

C1 : « Quand v est égale à 0, oui. »

N1 : « Oui, c'est ça, où la pente est nulle. »

Lorsque l'expérimentateur revient dans leur groupe, les élèves lui expliquent pourquoi ils ont écrit que la vitesse est nulle lorsque la distance est maximale :

E1 : […] « Ici, on sait que la vitesse sera égale à zéro. […] Parce que c'est… Il avance, il s'arrête, et puis il recule. »

Lorsqu'ils abordent le deuxième problème, les élèves prennent assez vite conscience d'une similitude formelle, voire d'une similitude graphique, entre les deux problèmes mais n'expriment pas forcément d'intelligibilité quant à la parenté de ceux-ci. Voici ce qu'en disent deux d'entre eux :

C1 : « Je ne comprends pas comment on peut faire la même chose que l'autre fois vu qu'on n'a pas la vitesse, on n'a pas de vitesse ».

M1 : « Il faut trouver une excuse pour avoir la vitesse ».

En revanche, quelques secondes plus tard, le même élève construit une procédure similaire à celle employée pour résoudre le premier en envisageant de faire jouer à x et λx le même rôle qu'à t et λt précédemment :

M1 : « Mais, au lieu de dire… On ferait mieux de dire $x + \lambda x$. […] Mais oui mais la vitesse […] On peut utiliser qu'on avait $t + \lambda t$ avant, pour trouver un moment et un moment juste après. Mais là, on peut utiliser la même chose pour dire un volume précis et un volume après. Donc, $x + \lambda x$, enfin, je ne sais pas … »

Enfin, un élève observe l'intérêt d'avoir proposé les deux problèmes dans cet ordre :

E1 : « Si on avait commencé par ça [le problème du volume], ça aurait été plus compliqué, disons. Parce que, si on commençait par ça, on ne pouvait pas égaliser cette équation [avec la vitesse instantanée], dire qu'elle était nulle. Donc on n'arrivait pas à trouver cette réponse-là ».

Rappelons l'enjeu majeur de ces deux problèmes : instituer la classe des problèmes d'optimisation à partir de deux d'entre eux, le premier se situant dans un contexte graphico-cinématique, le second faisant partie du cadre géométrique. Comme observé, il ne va pas de soi qu'un problème de distance maximale peut se penser en termes de vitesse nulle. Les élèves s'en tiennent d'abord à des aspects graphiques jusqu'au moment où le professeur commente le mouvement rectiligne représenté par ce graphique en parlant d'un mobile qui « avance » ou « recule ». C'est là *un langage qui situe l'expérience dans un univers encore peu épuré* : on aurait pu, en faisant référence à un mobile ponctuel qui n'a ni avant ni arrière, parler d'un mouvement dans le sens positif ou négatif sur la trajectoire orientée. Mais c'est un discours qui fait mouche puisque *les élèves s'en emparent pour l'interpréter en termes de vitesse* positive ou négative, ou encore de pente positive ou négative, conformément à ce qui a été enseigné auparavant. Et c'est ce qui permet à l'un d'eux de *convoquer un type de calcul* déjà pratiqué dans des situations antérieures et qu'il appelle « l'équation de la vitesse ». Toutefois, il faut remarquer que penser à annuler cette vitesse ne lui vient pas directement à l'esprit car il semble envisager tout d'abord de résoudre une inéquation : « tout simplement plus grand que 0 ». Par contre, une fois exprimée (par un autre) cette idée d'annulation, tous les élèves s'en emparent ; l'un d'eux l'interprète en termes d'annulation de la pente et un autre la justifie en revenant au mobile qui « s'arrête » entre le moment où il « avance » et celui où il « recule ». On voit ici s'entremêler plusieurs *jeux de langage*, le discours portant dialectiquement sur le mouvement d'un mobile dans un langage proche du quotidien, sur des savoirs physiques déjà construits comme le signe de la vitesse ou son annulation, sur des connaissances graphiques ou symboliques qui les traduisent : la pente, une inéquation ou une équation. On peut donc conclure que l'univers graphico-cinématique dans lequel les élèves ont été plongés antérieurement a pu constituer, pour ce groupe d'élèves au moins, un univers cognitif permettant une certaine dialectique avec un système d'écritures symboliques.

Comme on l'a dit plus haut, le deuxième problème est d'un point de vue formel équivalent en tout point au premier : même fonction mobilisée, même résolution via un calcul de dérivée et son annulation. Ce pourrait être suffisant pour que les élèves copient la réponse de l'un à l'autre. Ils n'en font rien, même si l'un d'eux est conscient que c'est à dessein que le professeur leur propose les problèmes dans cet ordre. Au delà de l'unité fonctionnelle, il faut ici comprendre qu'une même technique permet de les résoudre tous deux. La difficulté est qu'il faut penser alors à une sorte de pendant de la vitesse dans le deuxième problème, sans pouvoir encore parler de dérivée. Il convient de souligner que le mot même de « dérivée » est significatif d'un autre niveau d'appréhension de ces divers problèmes et atteste que l'on est conscient de les résoudre en cherchant une nouvelle fonction, « dérivée » d'une autre au moyen des règles de dérivation. Mais les élèves concernés n'ont pas encore appris de calcul de dérivées et cherchent, comme l'un d'eux l'exprime, « une excuse pour avoir la vitesse ». A défaut de pouvoir s'appeler « dérivée », l'équivalent de la vitesse dans le problème de la boîte aurait pu être ce que certains nomment le « taux instantané de variation ». Effectivement, le taux est un rapport tout comme la vitesse ; comme celle-ci, il mobilise une variation : ici variation d'un volume au lieu d'une variation de position ; le qualificatif « instantané », par contre, peut paraître incongru dans le problème du volume étant donné que, contrairement au problème de la vitesse, la variable indépendante n'est plus le temps. Bref, ce taux n'est pas plus précisément défini que la vitesse, qui porte un sens et des jeux de langage plus anciens et riches. Car, comme Schneider (1988) l'a observé, les élèves qui parviennent à injecter une idée de variation là où elle ne va pas de soi a priori le font souvent en référence au temps de déroulement de la pensée. Il est symptomatique de voir comment l'élève M1 subodore l'intérêt de remplacer $t + \lambda t$ par $x + \lambda x$ en faisant le parallèle entre, d'une part, « un moment et un moment juste après » et, d'autre part, « un volume précis et un volume après » : c'est bien $x + \lambda x$ qu'il note mais c'est bien « après » qu'il dit. On peut donc penser, au niveau du *type de calculs* considérés à ce stade (qui consistent, rappelons-le, à supprimer des termes contenant λx dans un taux moyen $\lambda y/\lambda x$), que la locution « taux de variation instantané » facilite la prise de conscience des liens entre les deux problèmes étudiés ici. Même si elle peut favoriser une confusion chez les élèves, entre variation temporelle et variation en fonction d'une variable indépendante quelconque, confusion qui nécessitera de la part du professeur un discours d'explicitation sur la signification du remplacement de t en x. On trouve, dans cet épisode didactique, tout l'intérêt d'un jeu de langage approprié pour faire vivre un système de notations donnant prise à une technique nouvelle.

Sur base d'expériences diverses, Mercier (2008) montre l'importance, dans la gestion de la classe, de jeux de langage susceptibles de produire des significations nouvelles. Et ce, que cette gestion soit de l'ordre de l'accompagnement, le professeur aidant « les élèves à nommer et désigner les objets du milieu » et les aidant « à agir sur ces objets », ou de l'ordre de l'analyse lorsque le professeur « identifie dans l'action des élèves des éléments 'pertinents' ou des éléments 'contradictoires' » avec les objets de savoir enjeux de la séance ». Ces jeux de langage sont rendus possibles par la « disponibilité d'un lexique adéquat » ou, plus généralement, celle d'une « dialectique entre une notation ou un système de notations et une notion ou un univers cognitif associés ». Ils permettent et supposent à la fois des 'formes de vie particulières' qui sont « les pratiques d'un collectif de pensée (Fleck, 1935/2005), cherchant à partager notions et notations pour la résolution d'une classe de problèmes ». C'est bien ce que montre l'expérience relatée ici, sur base de quelques propos d'élèves qui peuvent suggérer ce que devrait contenir le discours du professeur lorsque celui-ci institue la classe des problèmes d'optimisation à partir des deux spécimens proposés aux élèves.

Conclusion

Peut-on envisager que les classes de problèmes étudiées ne relèvent pas a priori de l'organisation de savoirs que constitue « une discipline d'enseignement » ? Sans doute, pourvu que leur organisation permette *d'identifier des savoirs* pouvant devenir *les cibles de l'étude*. Car c'est la condition pour que le professeur puisse diriger ce processus, selon les techniques génériques dont nous avons montré un exemple en mathématiques. En ce sens, la didactique est outillée pour répondre à la demande sociale qui s'exprime au travers de la réforme « des compétences » et qui demande que les savoirs enseignés soient bien, pour les élèves, pouvoirs d'agir en situation : compétence. Mais elle interroge à la fois les formes de réalisation de cette demande, qui n'ont pas conduit à identifier les situations (les problèmes et les questions contextuels) définissant les compétences attendues, et les formes scolaires qui sont montrées en exemple, qui en un mot, ne permettent pas au professeur d'enseigner.

Les discours officiels sur l'APC font l'apologie, en mathématiques ou ailleurs, des « situations-problèmes » et de la « résolution de problèmes », sans être explicites sur ce qu'il faut entendre par là. Les chercheurs en éducation oscillent entre deux idées contraires : d'un côté, la résolution de problèmes ne s'enseigne pas ; de l'autre, elle suppose un enseignement méthodologique axé sur des aspects transversaux. Or, en mathématiques mais sans doute aussi dans d'autres domaines de savoir, les problèmes sont groupés en classes, les savoirs et techniques associées étant les éléments majeurs de cette classification.

Cela inspire un mode d'enseignement de la résolution de problèmes où l'on apprend aux élèves, d'une part, à gérer la variabilité des classes de problèmes, savoir par savoir et, d'autre part, à brasser à la fois plusieurs classes de problèmes, ce qui suppose le choix de savoirs appropriés. Dans un tel enseignement, fédérer quelques problèmes parents autour d'un même savoir ou d'une même technique, constitutive de la définition même des savoirs, est une démarche particulièrement délicate. Dans cette perspective, la désignation des savoirs suppose des jeux de langage qui enclenchent une dialectique entre des notions et des notations. Une telle approche constitue, à nos yeux, un antidote à ce qu'on peut observer dans les manuels comme dans les classes : une liste d'activités suivie d'une synthèse qui fait l'économie du lien entre les deux parties. Nous savons dorénavant le prix qu'il faut payer, si l'on veut éviter un déficit « d'intelligibilité disciplinaire » et un malentendu scolaire propre à accentuer des inégalités scolaires au sens développé par Bautier et Rayou (2009), le projet d'enseignement n'étant visible qu'aux élèves qui peuvent l'appréhender en dehors des temps et lieux scolaires.

Références

Bautier, E. & Rayou P. (2009), *Les inégalités d'apprentissage.* Paris : PUF.
Beckers, J. (2002), *Développer et évaluer des compétences à l'école : vers plus d'efficacité et d'équité.* Bruxelles : Editions Labor.
Brousseau, G. (1973). "Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? ". In *Actes du 3e congrès des sciences de l'éducation « Apports des disciplines fondamentales aux sciences de l'éducation » tome 1.*
Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7-2, 33-115.
Brousseau, G. (1998), *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Castella, C. & Mercier, A. (1994). Peut-on enseigner des méthodes ? Comment les élèves apprennent-ils des méthodes ? *Bulletin de la Commission Inter-IREM de didactique des mathématiques*, 1.
Chevallard, Y. (1990). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Troisième partie, Voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit X*, 19, 43-72.
Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12-1, 72-112.
Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19/2, 221-265.
Fagnant, A. & Demonty, I. (2005), *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles.* Bruxelles : De Boeck.
Fleck, L. (1935/2005), *Genèse et développement d'un fait scientifique*. Paris: Les belles lettres.
Gantois, J.-Y. & Schneider, M. (à paraître). Un milieu graphico-cinématique pour l'apprentissage des dérivées. Article soumis pour publication dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques.*
Kahn, S. (2010). Différents types de compétences : Comment les faire acquérir ? Comment les évaluer ? *Socle commun et travail par compétences. Balises et boussole.*
Mach, E. (1925), *La mécanique*. Paris : Hermann.
Mercier (2008). *Questions d'épistémologie des situations*. Conférence introductive au Colloque international de l'AFIRSE.
Perkins, D. & Salomon, G. (1989). Are Cognitive Skills Context-Bound ? *Educational Researcher*, 17, 16-25.
Reusser & Stebler (1997). Every word problem has a solution,. The social rationnality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction, 7(4), 309-327.*
Rey, B. (2009). Les compétences, oui, mais ce qui compte, c'est de faire apprendre …, *Café pédagogique du 6 Décembre 2009, INRP.*
Robert, A. & Robinet, J. (1996). Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16/2, 145-176.
Schneider, M. (1988). *Des objets mentaux 'aire' et 'volume' au calcul des primitives*. Dissertation doctorale. Université catholique de Louvain.
Schneider, M. (2004). Viser le 'transversal' à travers du 'bon disciplinaire' ou trois compétences transversales contextualisées au sein de l'enseignement des mathématiques. *Repères-IREM*, 55, 51-70.
Schneider, M. (2006a). Quand le courant pédagogique 'des compétences' empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes. *Revue Française de Pédagogie, 154*, 85-96.
Schneider, M. (2006b). Comment des théories didactiques permettent-elles de penser le transfert en mathématiques ou dans d'autres disciplines ? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 26 (1)*, 9-38.
Schneider, M. (2007). Les compétences comme cadre pour organiser des enseignements de mathématiques ? Oui, mais … Quelques dérives possibles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* vol. 7, numéro 1, 28-40.
Schneider, M. (2008), *Traité de didactique des mathématiques. La didactique par des exemples et contre-exemples.* Les Editions de l'Université de Liège.
Schneider, M. (à paraître). Mise en œuvre de l'approche par compétences en Communauté française de Belgique : ce que la recherche en didactique des mathématiques aurait pu ou pourrait apporter, *Symposium REF*, Nantes 2009.
Schneider, M. & Mercier, A. (2008). Situation adidactique, situation didactique, situation-problème : circulation de concepts entre théorie didactique et idéologies pour l'enseignement.

In *Actes du Colloque « Didactiques : quelles références épistémologiques ? »*, organisé à Bordeaux, en mai 2005.
Schoenfeld, A.H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. In L.B. Resnick et L.E. Klopfer (dir.), *Toward the thinking curriculum : Current cognitive research*, 83-104. Alexandria : VA : Association for Supervision and Curriculum Development.
Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000), *Making sense of word problems.* Lisse, The Netherlands : Swets & Zeitlinger.