

**UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION**

COMPARAISONS CALCULS-ESSAIS POUR L'EPROUVETTE CYLINDRIQUE

**P. BECKERS
J.F. DEBONGNIE
L. MASSET**

Rapport LMF/R10 - 1996

Rapport 10

Comparaisons Calculs-essais pour l'éprouvette cylindrique

1. Présentation du cas-test

1.1. Pièce

C'est un barreau cylindrique dont les dimensions sont données à la figure 1. Le matériau utilisé est un acier 27MC5R ($E = 210000 \text{ N/mm}^2$ et $\nu = 0.3$). Ses caractéristiques d'usinage sont données au § 1.3.

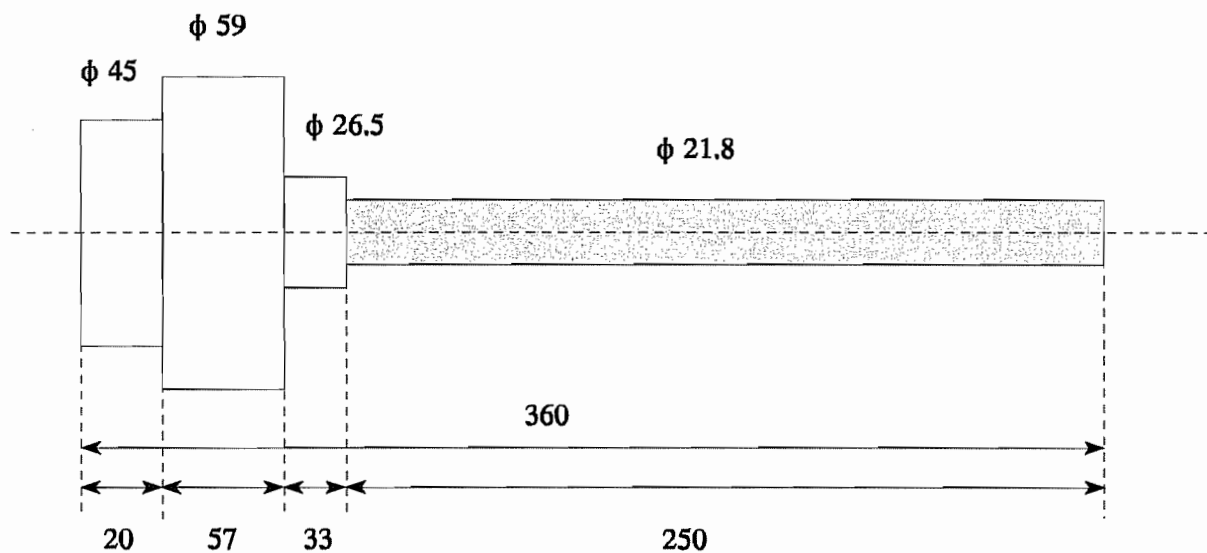


Figure 1 : Dimensions de l'éprouvette

Le chariotage de la pièce s'effectue de la cote $z = 360$ à la cote $z = 110$.

1.2. Bridage

Il s'agit d'un montage mixte. La pièce est serrée dans un mandrin à trois mors doux sur la partie gauche (diamètre 45). A l'autre extrémité, la contre-pointe vient s'engager dans un trou de centre. La pré-charge de la contre-pointe est de 4900 N.

1.3. Conditions de coupe

Les pièces ont été usinées avec différentes conditions de coupe. Pour chaque condition de coupe, les pressions spécifiques ont été mesurées.

Conditions de coupe	n°1	n°2	n°3	n°4
Vitesse de coupe (m/min)	130	130	130	130
Avance par tour (mm/tour)	0.4	0.3	0.2	0.3
Profondeur de passe (mm)	2	2	2	2.5

Pressions spécifiques	n°1	n°2	n°3	n°4
K_c (Pa)	1730	1864	2154	1758
K_f (Pa)	500	617	846	580
K_p (Pa)	960	1147	1529	1070

2. Métrologies

Sept éprouvettes ont été usinées. La numérotation des éprouvettes est la suivante :

- $n^{\circ}1$ et $n^{\circ}2$ (conditions de coupe $n^{\circ}1$)
- $n^{\circ}3$ et $n^{\circ}4$ (conditions de coupe $n^{\circ}2$)
- $n^{\circ}5$ et $n^{\circ}6$ (conditions de coupe $n^{\circ}3$)
- $n^{\circ}7$ (conditions de coupe $n^{\circ}4$)

Chaque éprouvette a été métrologée avant et après usinage.

2.1. Méthode de mesure

La pièce tenue dans un mandrin est posée verticalement. Deux cercles distants de 50 mm sont palpés sur la partie épaisse (diamètre 59 mm). L'axe de référence pour les mesures est déterminé en prenant la droite passant par les centres des deux cercles (calculés aux moindres carrés).

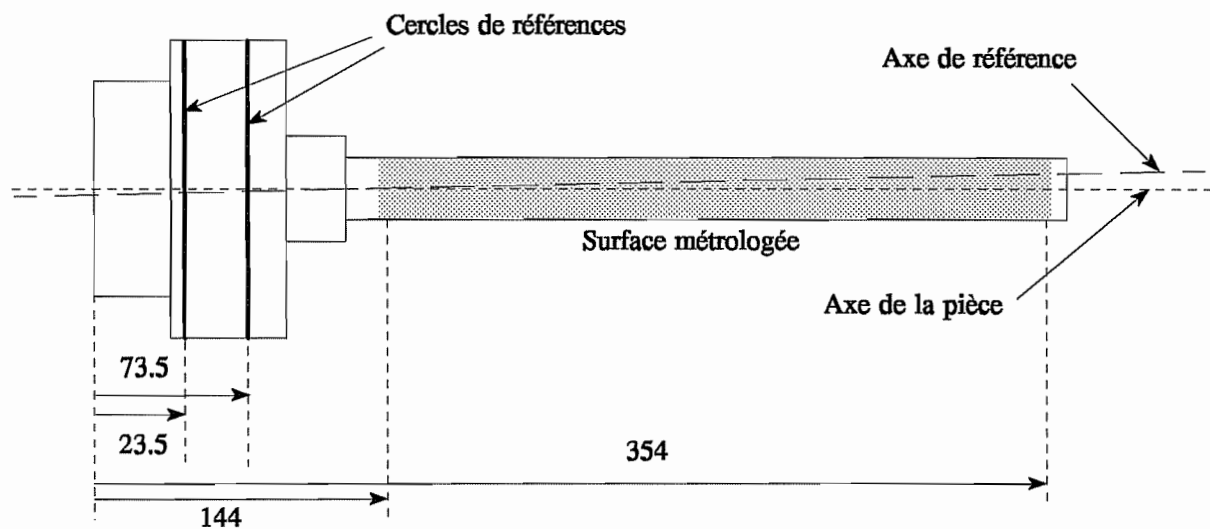


Figure 2 : Détermination de l'axe de référence

On palpe sur la surface usinée 22 cercles distants de 10 mm à partir de la cote $z = 144$ mm avec un point de mesure tous les 5° . Pour chaque métrologie, on dispose donc de 1584 points de mesure. La valeur mesurée en chaque point est la distance du point au cylindre de rayon R_0 et dont l'axe est l'axe de référence. Le rayon R_0 vaut 12.9 mm pour les éprouvettes brutes et 10.9 mm pour les éprouvettes usinées sauf l'éprouvette $n^{\circ}7$ où il vaut 10.4 mm.

2.2. Métrologies des pièces brutes

Afin de visualiser le défaut, la surface mesurée est développée (fig. 3). L'angle est porté en abscisse et la coordonnée z en ordonnée.

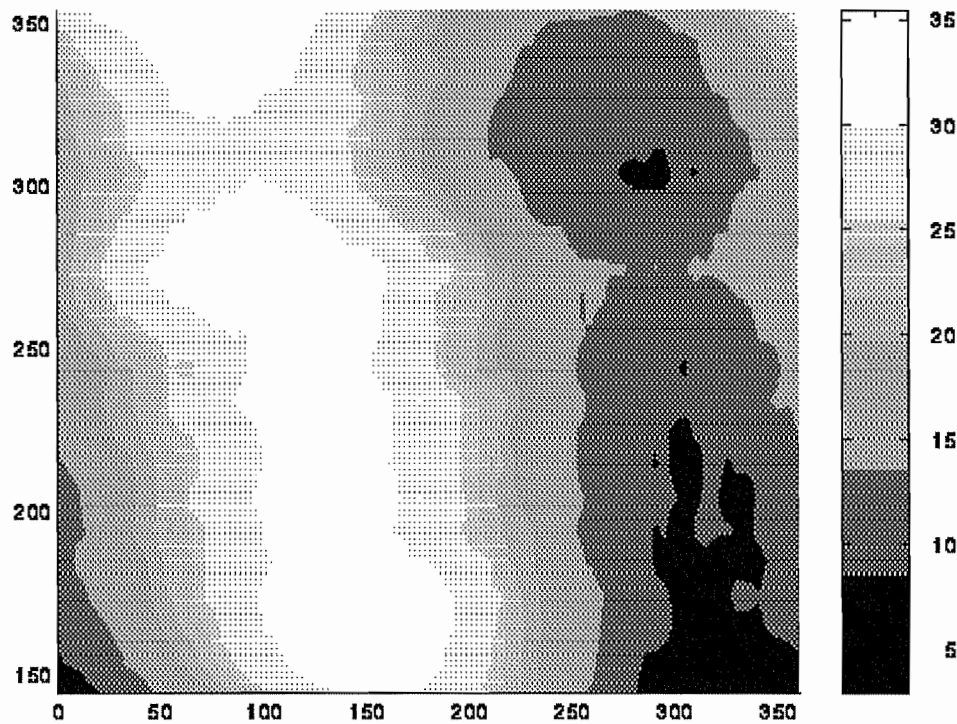


Figure 3 : Métrologie non-filtrée de l'éprouvette n°1 brute

Telle quelle, la métrologie de la surface brute présente une "bosse" d'un côté (zone claire) et un "creux" à l'opposé (zone foncée). Cette forme se retrouve sur toutes les métrologies des pièces brutes. Elle s'explique par le fait que l'axe de référence ne correspond pas à l'axe de la pièce. Il est donc impossible de se rendre compte de l'allure réelle de la surface brute sans filtrer cette erreur d'axe.

2.3. Métrologies des pièces usinées

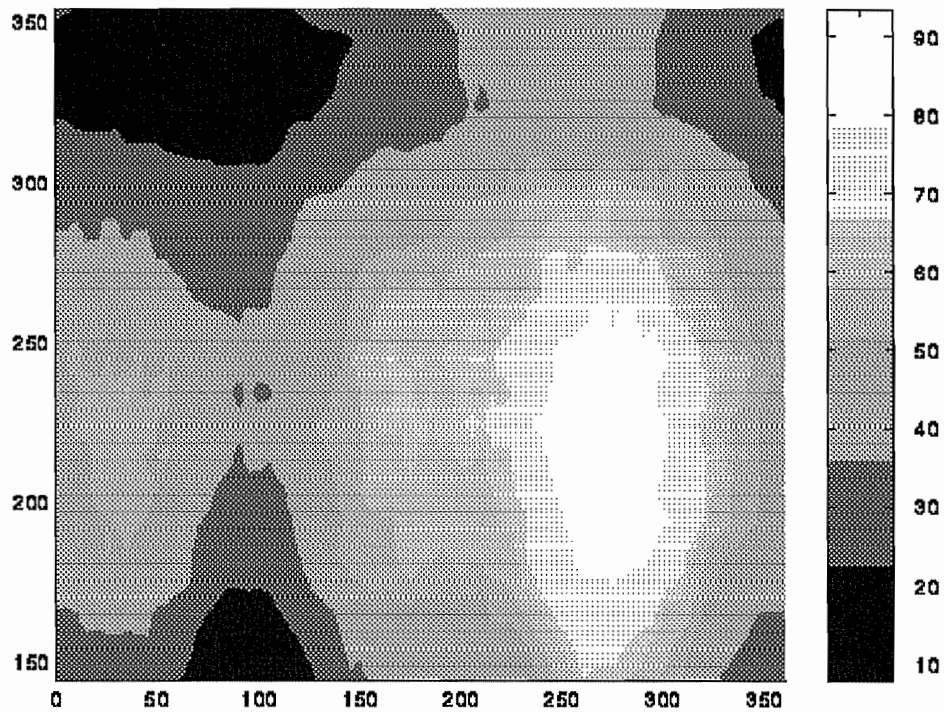


Figure 4 : Métrologie non-filtrée de l'éprouvette n°2 usinée

Naturellement, le même phénomène apparaît pour les métrologies des pièces usinées. Il paraît donc indispensable de filtrer les résultats des métrologies avant de pouvoir en tirer une quelconque information.

3. Filtrage des métrologies et analyses des résultats

3.1. Méthode utilisée

La méthode de filtrage consiste à calculer la circularité de chaque cercle de mesure par la méthode des moindres carrés. On détermine ensuite la position du centre du cercle moyen et son rayon.

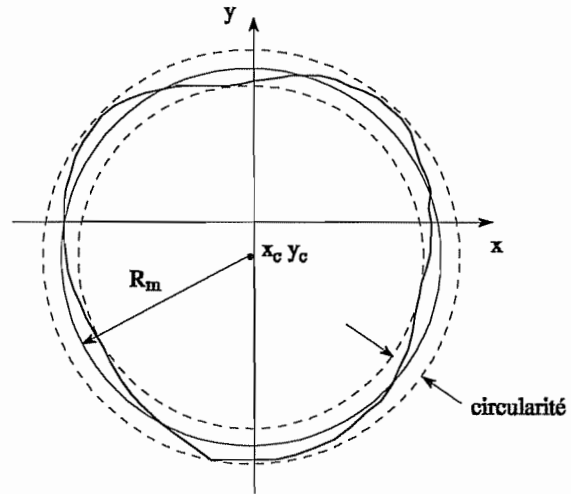


Figure 5 : Calcul du centre et du rayon moyen

Décalage de l'axe de référence

Pour visualiser le décalage de l'axe de référence par rapport à l'axe réel de la pièce, on trace l'évolution des coordonnées (x_c, y_c) des centres des cercles en fonction de la coordonnée z des cercles. On remarque immédiatement le décalage entre l'axe de référence, qui est en fait l'axe des abscisses, et l'axe réel de l'éprouvette.

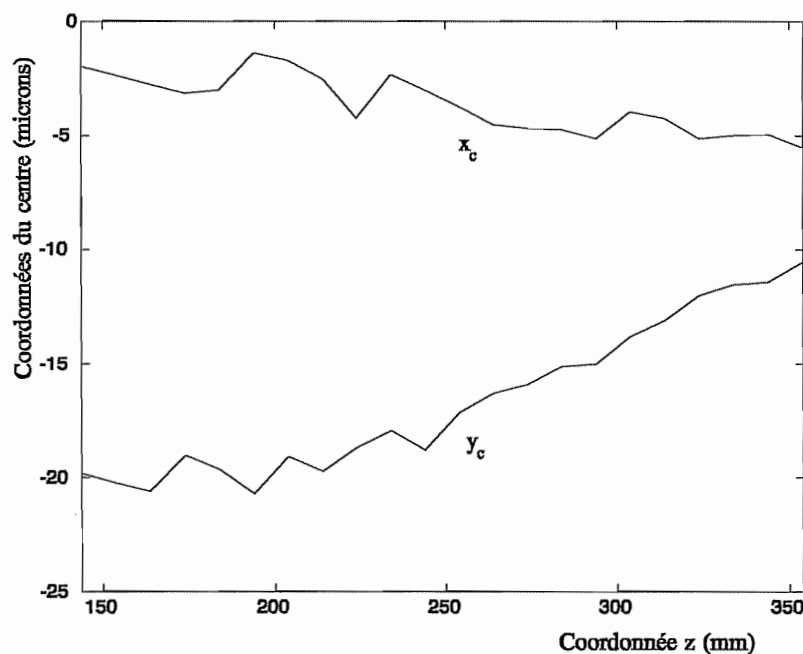


Figure 6 : Décalage entre l'axe de référence et l'axe réel de la pièce

Les oscillations des deux courbes sont dues à la surface hélicoïdale engendrée par l'outil [1]. Sur la figure 7, les deux cercles S_1 et S_2 ne sont pas concentriques. La distance maximale entre les centres est égale à la rugosité totale.

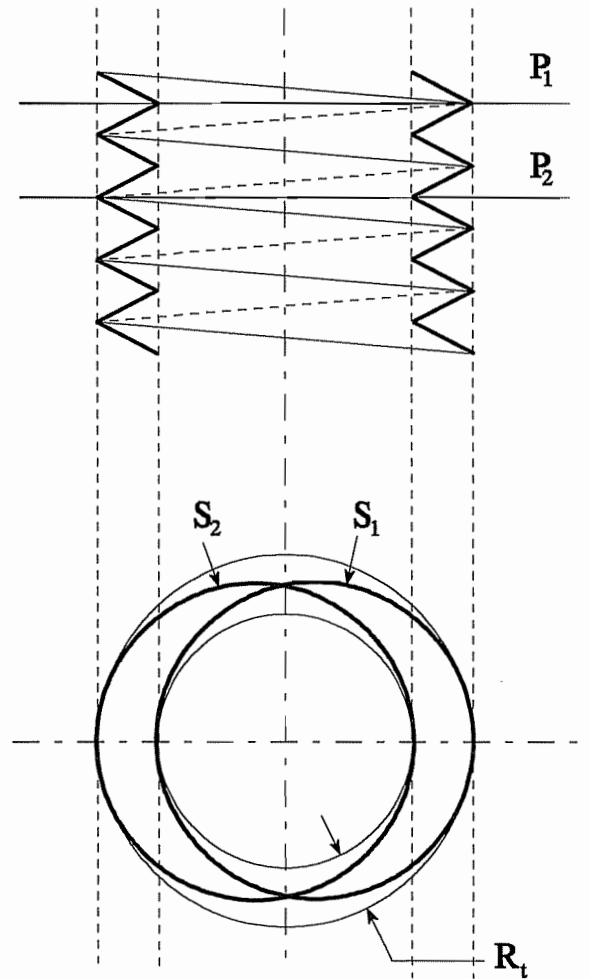


Figure 7 : Variation apparente de concentricité due à la rugosité [1]

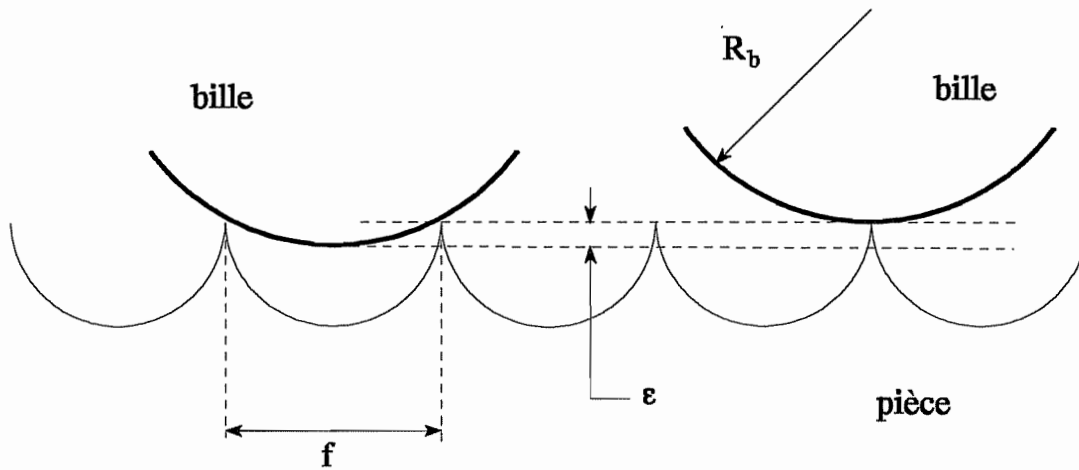


Figure 8 : Erreur maximale commise en fonction de l'avance et du rayon de la bille

Dans le cas d'une métrologie, cette distance maximale est proportionnelle au carré de l'avance et au rayon de la bille du palpeur (fig. 8), soit

$$\varepsilon = \frac{f^2}{8 R_b}$$

En d'autres termes, on pourrait imaginer une pièce sans défaut dont l'axe apparent oscille uniquement à cause de la rugosité. Pour quantifier ce phénomène, le tableau suivant reprend les valeurs de ε pour les avances utilisées pour les éprouvettes et pour différents rayons de la bille du palpeur (la dernière colonne correspond au palpeur utilisé pour les métrologies).

Avance (mm/tour)	$R_b = 2 \text{ mm}$	$R_b = 3 \text{ mm}$	$R_b = 4 \text{ mm}$	$R_b = 2.5 \text{ mm}$
0.4	10 μm	6.7 μm	5 μm	8 μm
0.3	5.6 μm	3.7 μm	2.8 μm	4.5 μm
0.2	2.5 μm	1.7 μm	1.2 μm	2 μm

3.2. Pièces brutes

Après filtrage du décalage de l'axe de référence, il apparaît que la surface brute des éprouvettes est d'assez bonne qualité. La variation de rayon maximale est de l'ordre de $10\text{ }\mu\text{m}$.

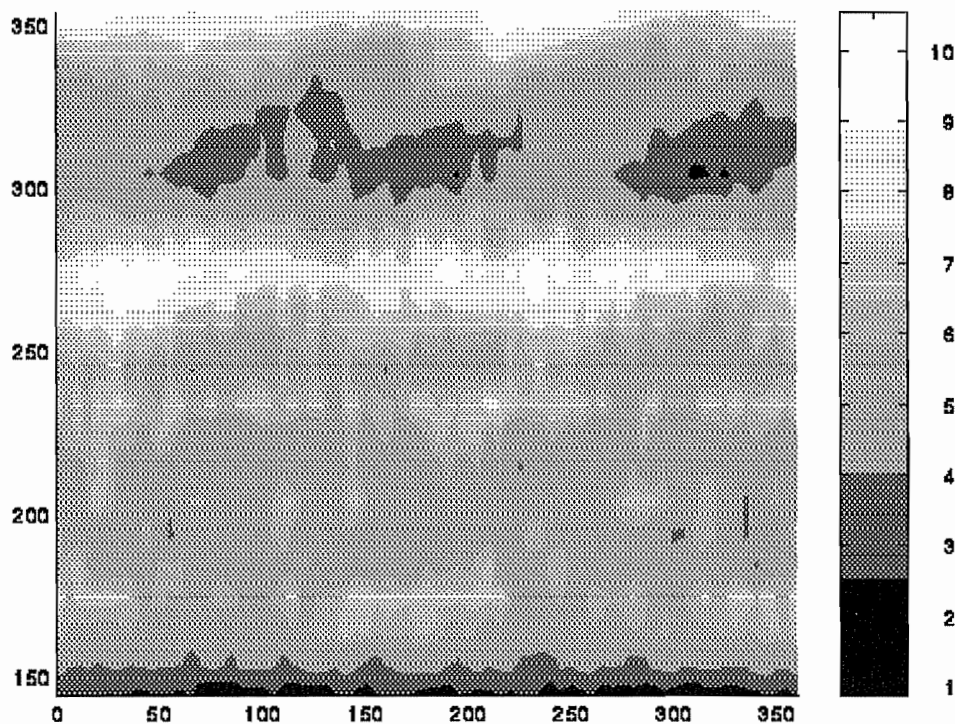


Figure 9 : Métrologie filtrée de l'éprouvette n°1 brute

3.3. Pièces usinées

Après filtrage du décalage de l'axe de référence, on observe sur les éprouvettes une forme de trilobe. L'amplitude du trilobe est non-négligeable et il s'étend sur presque toute la longueur mesurée de l'éprouvette.

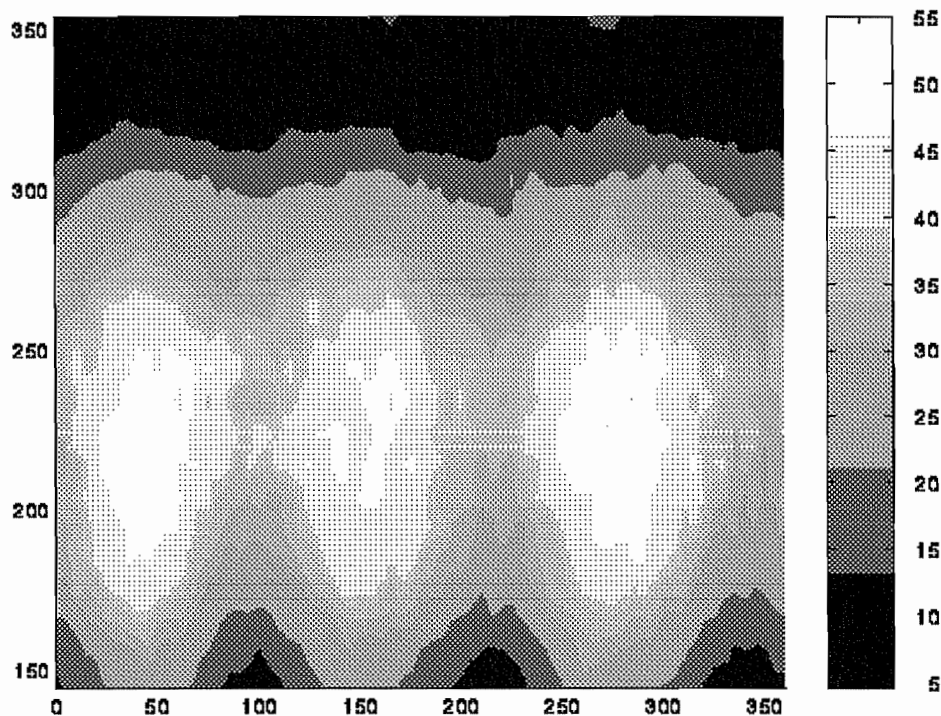


Figure 10 : Métrologie filtrée de l'éprouvette n°2 usinée

Circularités

La figure suivante représente l'évolution de la circularité en fonction de la coordonnée z . Deux méthodes différentes ont été utilisées pour calculer la circularité de chaque cercle, la méthode classique des moindres carrés et une méthode travaillant en norme maximum développée à l'Université de Liège [2] et appelée *Méthode du simplexe*.

Cette courbe montre bien l'évolution du trilobe. Celui-ci est maximum au environ de la moitié de l'éprouvette. Son amplitude est de l'ordre de 20 μm et semble diminuer avec l'avance.

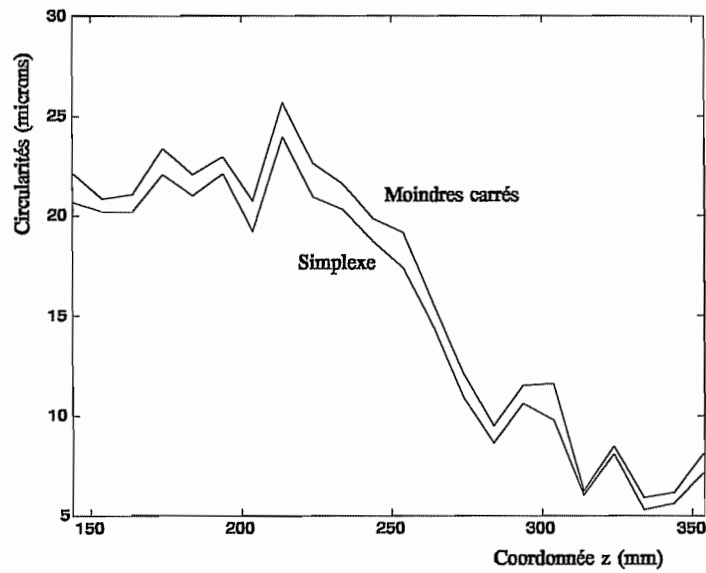


Figure 11 : Evolution de la circularité

Rayons moyens

L'effet de trilobe mis à part, la courbe montrant l'évolution du rayon moyen correspond assez bien aux résultats analytiques obtenus dans le cas d'un barre cylindrique en montage mixte. On retrouve cette courbe pour les sept éprouvettes.

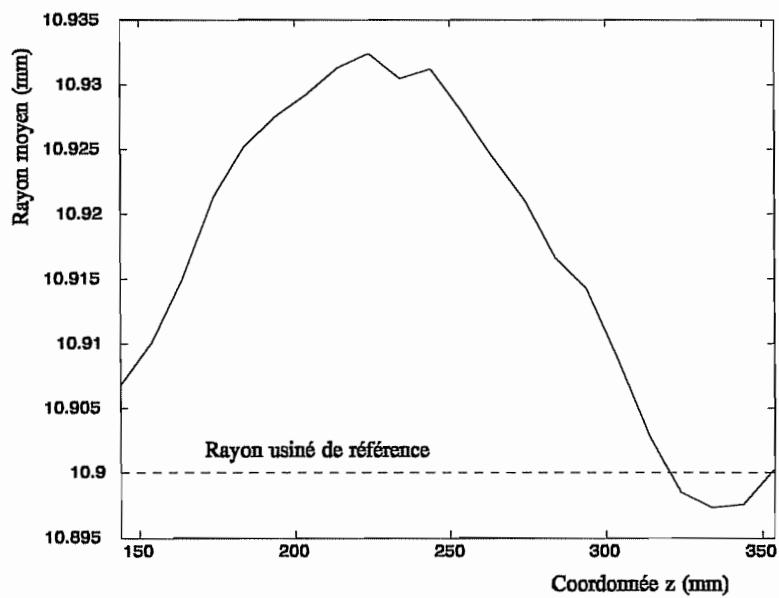


Figure 12 : Evolution du rayon moyen

4. Etude analytique du trilobe

4.1. Position du problème

Les mesures, convenablement filtrées, font apparaître une erreur de circularité non négligeable, sous forme de trilobe. On constate que

- 1) Cet effet se retrouve *systématiquement* sur toutes les éprouvettes
- 2) Il est maximum au voisinage de la *mi-longueur* des éprouvettes.

Cette dernière constatation est la plus surprenante. En effet, on ne peut imaginer que le serrage des mors provoque un effet de ce type à *distance*, car cela contredirait le caractère général des solutions des équations elliptiques (principe de Saint-Venant). Il faut donc chercher l'explication ailleurs.

4.2. Hypothèse vibratoire

La première idée qui vient à l'esprit est la présence d'une *vibration*. En idéalisant l'éprouvette comme une poutre de longueur $l = 280 \text{ mm}$ encastrée dans le mandrin et appuyée sur la contre-pointe (ici, la souplesse est sous-estimée), on obtient la pulsation propre [3]

$$\omega_1 = 15.42 \sqrt{\frac{EI}{\rho \Omega l^4}}$$

où $E = 2.11 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ (module de Young),

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 7.854 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4 \text{ (inertie),}$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \text{ (masse volumique),}$$

$$\Omega = \frac{\pi d^2}{4} = 314.2 \text{ m}^2 \text{ (section).}$$

Il vient

$$\omega_1 = 5102 \text{ rad/s}$$

soit une fréquence

$$N_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 48720 \text{ tr/min}$$

Il est clair que l'hypothèse d'une contre-pointe parfaitement rigide tend à exagérer la pulsation propre. Mais à l'inverse, on sous-estimerait cette dernière en supposant la poutre encastree-libre, ce qui donne une pulsation [3]

$$\omega_2 = \frac{3.516}{15.42} \omega_1 = 1163 \text{ rad/s}$$

soit une fréquence

$$N_2 = 11110 \text{ tr/min}$$

On peut donc affirmer que la fréquence propre N vérifie

$$11110 \text{ tr/min} < N < 48720 \text{ tr/min}$$

Or, la vitesse de coupe est de 130 m/min, ce qui correspond à

$$N = \frac{v}{\pi d} = 2069 \text{ tr/min}$$

En conséquence, on peut affirmer que le comportement de l'éprouvette est nécessairement *quasi-statique* et qu'*aucune vibration n'est à craindre*.

4.3. Hypothèse d'un jeu axial des mâchoires du mandrin

Force est donc d'admettre que le trilobe observé a une origine statique. La question est de savoir ce qui peut provoquer un déplacement normal de l'arbre de périodicité trois. Comme par ailleurs le mandrin est la seule pièce de montage ayant la symétrie ternaire, il semble assez naturel de lui attribuer la responsabilité du phénomène. En somme, ne pourrait-il pas présenter un défaut ? On peut imaginer que les mâchoires aient du jeu dans leurs glissières. Dans ce cas, elles peuvent prendre un déplacement axial j par rapport au mandrin. En supposant que les trois mâchoires aient des positions axiales différentes, il en résultera une inclinaison α de l'arbre (fig. 13).

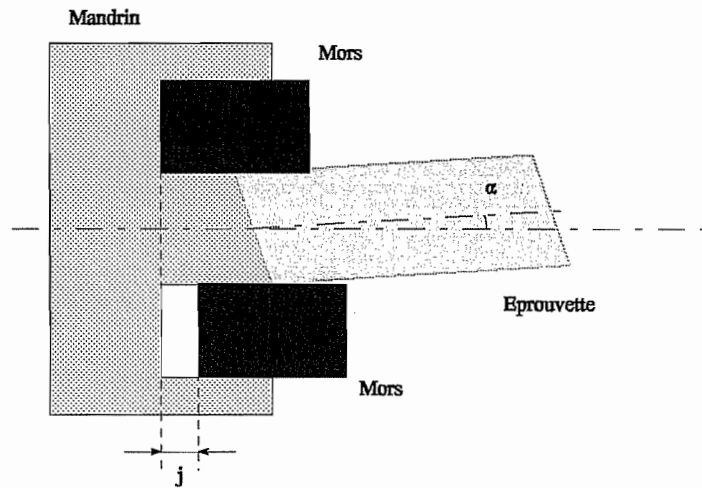


Figure 13 : Jeu axial des mors

Naturellement, pendant que l'arbre tourne, ces jeux vont se déplacer d'une mâchoire à l'autre, car la direction de la charge est constante. On peut donc s'attendre à

- un supplément de déplacement du fait que l'encastrement est faussé en direction
- une variation de ce supplément lorsque les jeux changent de position.

Examinons ce problème en détail (fig. 14). Soit F_0 la force avec laquelle la contre-pointe serre l'arbre et soit M le moment de flexion, agissant à un angle θ par rapport à l'axe propre du mandrin (axe x). Les réactions F_1 , F_2 et F_3 des trois mors sont données par les trois équations

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = F_0 \\ F_1 R - (F_2 + F_3) \frac{R}{2} = -M \sin \theta \\ (F_3 - F_2) R \frac{\sqrt{3}}{2} = -M \cos \theta \end{cases}$$

dont la solution est

$$\begin{cases} F_1 = \frac{F_0}{3} - \frac{2M}{3R} \sin \theta \\ F_2 = \frac{F_0}{3} + \frac{M}{3R} \sin \theta - \frac{M}{\sqrt{3}R} \cos \theta \\ F_3 = \frac{F_0}{3} + \frac{M}{3R} \sin \theta + \frac{M}{\sqrt{3}R} \cos \theta \end{cases}$$

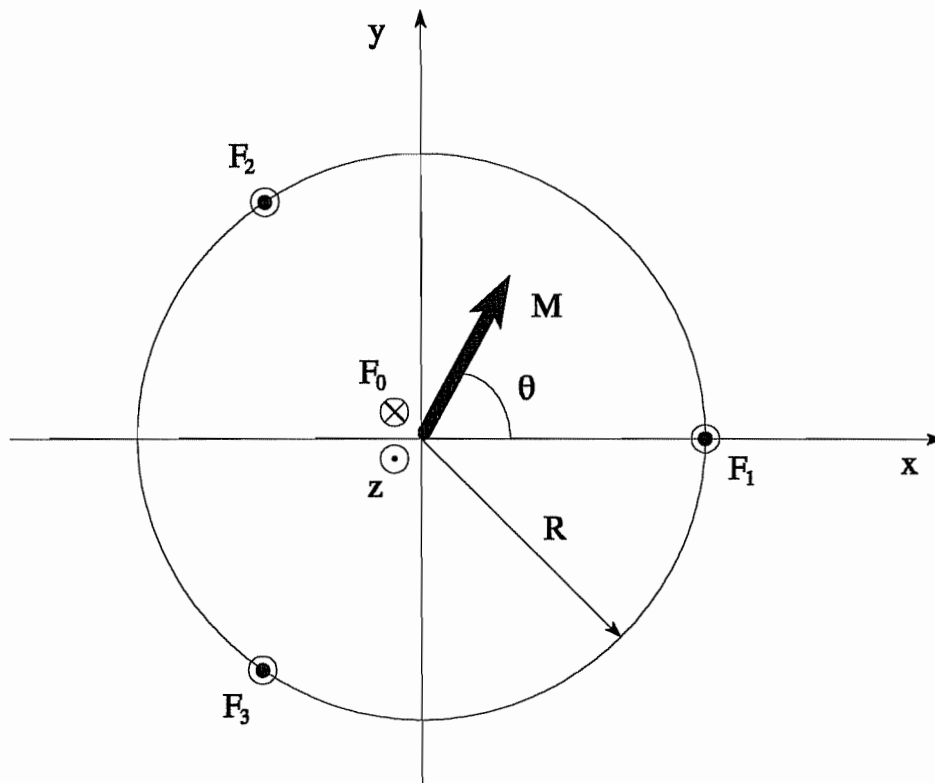


Figure 14 : Forces et moment appliqués

Introduisons le rapport

$$\rho = \frac{M}{F_0}$$

entre le moment et la force axiale. Il a la dimension d'une longueur. Tenant compte du fait que $\sqrt{3} = -\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}$, on peut encore écrire

$$\begin{cases} \frac{3F_1}{F_0} = 1 - \frac{2\rho}{R} \sin\theta \\ \frac{3F_2}{F_0} = 1 - \frac{2\rho}{R} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{3F_3}{F_0} = 1 - \frac{2\rho}{R} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Nous admettrons que les déplacements w_i $i = 1, 2, 3$ des mors, comptés positivement vers l'éprouvette valent, en fonction du jeu j , supposé identique aux trois mors,

$$\begin{cases} w_i = 0 & \text{si } F_i > 0 \\ w_i = j & \text{si } F_i < 0 \\ w_i = \frac{j}{2} & \text{si } F_i = 0 \end{cases}$$

Les deux premiers cas sont évidents *en l'absence de frottement*. Le troisième sert à lever l'indétermination pour $F_i = 0$.

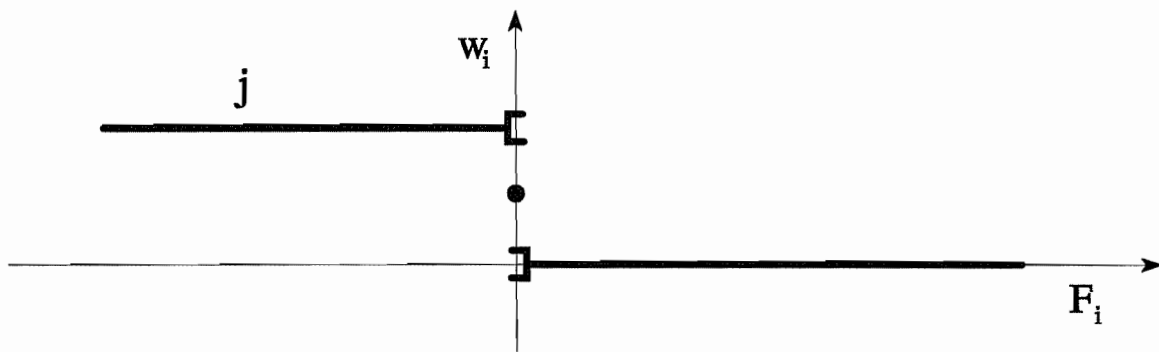


Figure 15 : Déplacements des mors

On notera que les expressions précédentes des réactions impliquent que le cas $F_i < 0$ n'est possible que si $\frac{p}{R} > \frac{1}{2}$, c'est-à-dire si le moment de flexion est suffisant. Pour les très faibles moments, les jeux ne peuvent donc être excités.

Il est assez aisé d'établir que l'équation du plan passant par les trois mors déplacés de w_1, w_2 et w_3 est

$$w(x, y) = \frac{x}{3R} (2w_1 - w_2 - w_3) + \frac{y}{\sqrt{3}R} (w_2 - w_3) + \frac{w_1 + w_2 + w_3}{2}$$

On en déduit les rotations φ_x et φ_y autour des axes x et y par

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} = -\varphi_y = \frac{2w_1 - w_2 - w_3}{3R} \\ \frac{\partial w}{\partial y} = \varphi_x = \frac{w_2 - w_3}{\sqrt{3}R} \end{cases}$$

Le travail du moment M est donc

$$\tau = M_x \varphi_x + M_y \varphi_y = M (\varphi_x \cos\theta + \varphi_y \sin\theta) = M \alpha$$

avec

$$\alpha = \frac{w_2 - w_3}{\sqrt{3}R} \cos\theta - \frac{2w_1 - w_2 - w_3}{3R} \sin\theta$$

soit

$$\frac{3\alpha R}{j} = -\frac{2w_1}{j} \sin\theta - \frac{2w_2}{j} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{2w_3}{j} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

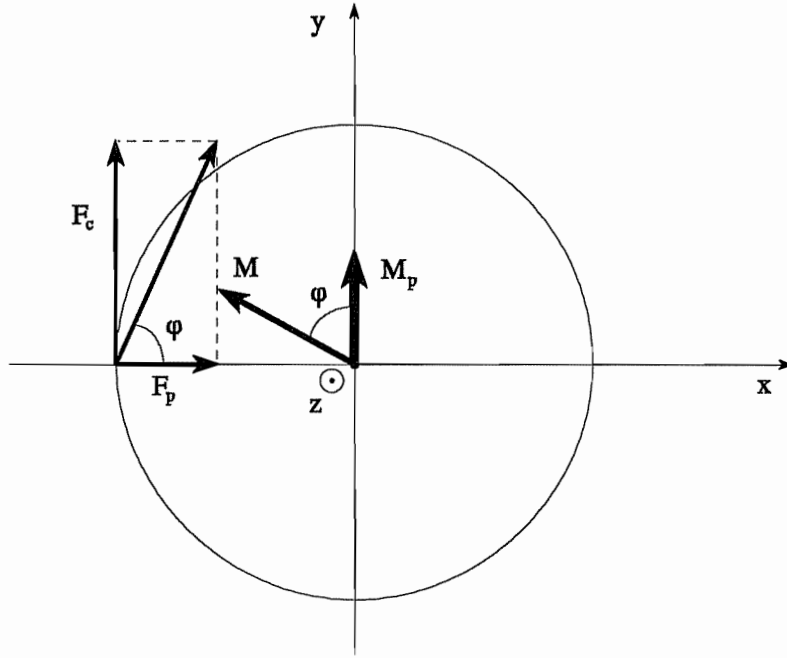


Figure 16 : Moment total et moment de la force passive

Telle est la rotation due au moment *total*, provenant de la résultante de la force de coupe et de la force passive. En réalité, la rotation qui nous intéresse est celle qui correspond au moment M_p de la force passive. Ce dernier est situé à un angle φ du précédent, dans le sens horlogique (fig. 16). C'est donc la rotation correspondant à un angle $(\theta - \varphi)$, soit

$$\frac{3 \alpha_p R}{j} = -\frac{2 w_1}{j} \sin(\theta - \varphi) - \frac{2 w_2}{j} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{2 w_3}{j} \sin\left(\theta - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Le calcul de cette rotation en fonction de θ a été effectué pour diverses valeurs du rapport $\frac{p}{R}$, échelonnées en progression géométrique de raison $r = {}^{20}\sqrt{10}$ (série Renard R20), entre 0.1 et 10 (fig. 17). On constate que pour $\frac{p}{R}$ supérieur à 0.5 mais pas trop grand, la rotation α_p est effectivement trilobée. Pour les très grandes valeurs de $\frac{p}{R}$, il se superpose un hexalobe qui, pour $\frac{p}{R} \rightarrow \infty$, devient déterminant.

Les calculs ont été fait en imposant les valeurs suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} F_c = 1384 \text{ N} \\ F_p = 768 \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow F = \sqrt{F_c^2 + F_p^2} = 1583 \text{ N}$$

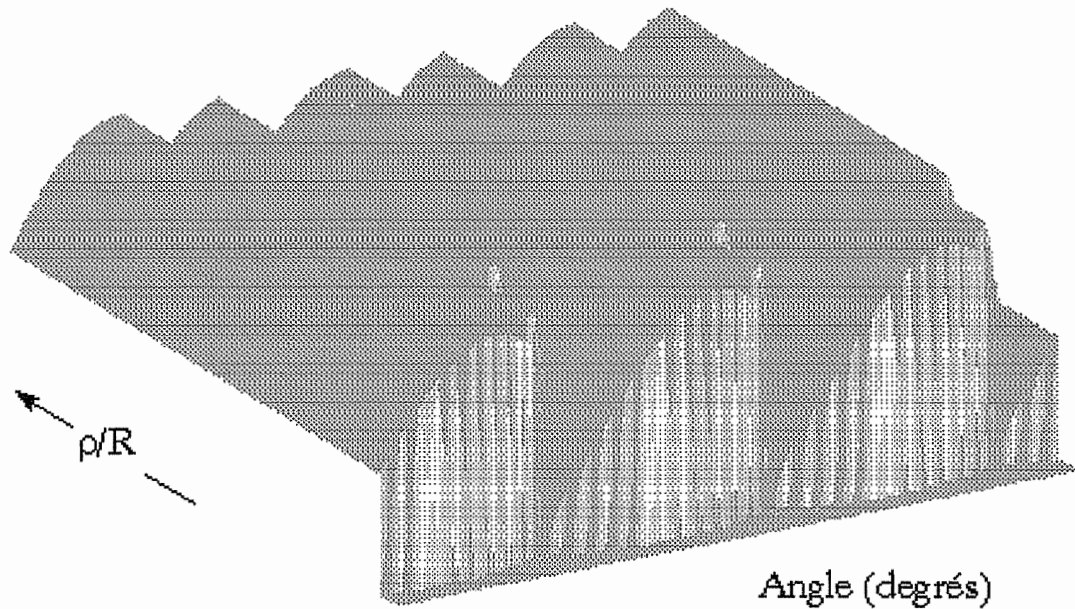


Figure 17 : Evolution de la rotation α_p en fonction du rapport ρ/R

Le moment maximum, pour une barre uniforme, encastrée d'un côté et appuyée sur un ressort de l'autre, varie en pratique entre $\frac{Fl}{5}$ et $\frac{Fl}{3}$. En prenant $\frac{Fl}{4}$ et $l = 360 \text{ mm}$, on obtient

$$M = \frac{1583 \ 360}{4} = 142500 \text{ Nmm}$$

La précharge par la contre-pointe vaut 4900 N. On a donc

$$\rho = \frac{142500}{4900} = 29.07 \text{ mm}$$

Le rayon à l'encastrement vaut 22.5 mm, ce qui donne

$$\frac{\rho}{R} = \frac{29.07}{22.5} = 1.292$$

On est donc typiquement dans le cas du trilobe. La phase φ de la charge est donnée par

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_p}{F_c} = \frac{768}{1384} = 0.5549 \rightarrow \varphi = 0.5066 \text{ rad}$$

L'allure du trilobe pour un rapport $\frac{p}{R}$ égal à 1.29 et une phase de 0.5066 radians est illustrée à la figure suivante.

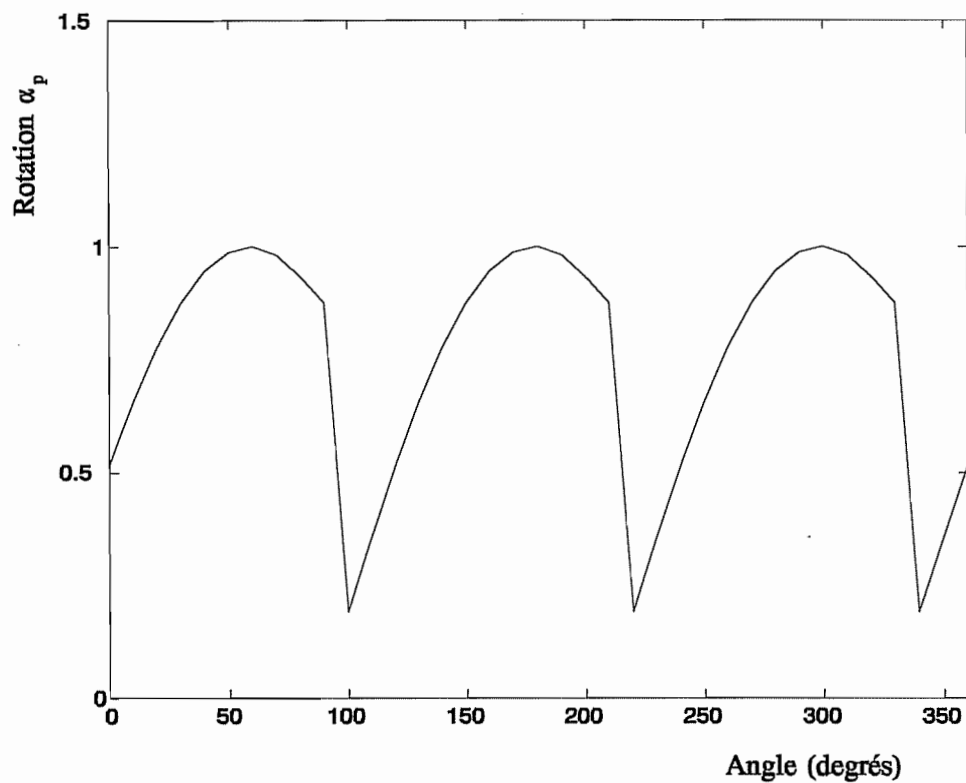


Figure 18 : Rotation α_p trilobée

4.4. Effet de l'inclinaison de l'encastrement

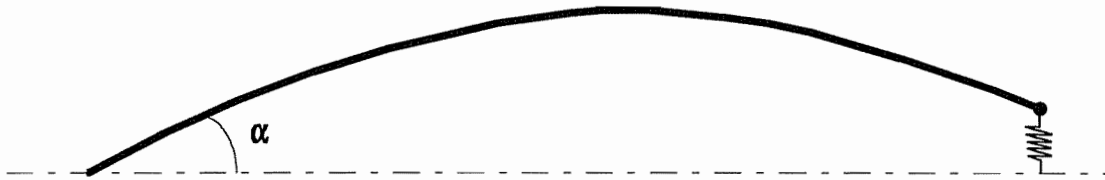


Figure 19 : Effet de l'inclinaison de l'encastrement

L'inclinaison de l'encastrement superpose à la déformée sous la charge une déformée de la forme représentée à la figure 19. Ce terme supplémentaire est variable en fonction de θ , et de moyenne non nulle. Le terme variable est responsable du trilobe observé. Le terme constant, qui lui est proportionnel, se superpose à la déformée que l'on aurait sans jeu. On a donc

$$(\text{Déformée avec jeu}) = (\text{Déformée sans jeu}) + A (\text{Trilobe})$$

Pratiquement, nous possédons expérimentalement :

- la déformée avec jeu, à une constante additive près, car nous ne possédons pas son zéro
- le trilobe, de même

L'hypothèse de la responsabilité des jeux sera donc confirmée si

$$(\text{Déformée avec jeu}) = (\text{Déformée calculée}) + A (\text{Trilobe}) + B$$

pour certaines valeurs de A et B que l'on peut ajuster aux moindres carrés.

4.5. Remarque finale

Une inspection du tour d'essai a montré qu'effectivement, les mors avaient du jeu.

5. Calculs éléments finis

5.1. Modèles éléments finis

Trois modèles EF ont été utilisés, un pour la pièce brute (rayon de 12.9 mm), un pour la pièce usinée (rayon de 10.9 mm) et un dernier pour l'éprouvette n°7 usinée (rayon de 10.5 mm). Tous les modèles sont au premier degré. Les tailles des modèles EF sont :

brute : 450 noeuds pour la surface usinée, 1970 noeuds au total
usiné : 450 noeuds pour la surface usinée, 1538 noeuds au total

5.2. Modélisation des conditions de coupe

Les caractéristiques matériau utilisées sont celles qui ont été mesurées chez Renault (cf. tableau page 1). Le calcul des charges est réalisé sans correction des pressions spécifiques pour conserver les valeurs mesurées.

5.3. Bridage

Le serrage des mors est modélisé par des fixations aux noeuds dans les directions θ et z . Le déplacement selon r est libre. Les forces de serrages dans la direction radiale sont appliquées sur 18 noeuds (6 noeuds par mors) au diamètre 45 et sont de 1080 N par noeud.

La contre-pointe est modélisée par deux ressorts selon les directions x et y . La raideur de la contre-pointe a été mesurée par Renault. La raideur pour des forces radiales de 600 et 1200 N vaut respectivement 11120 et 11720 N/mm. Pour les valeurs des forces normales obtenues par calcul (entre 1100 et 1600 N), la valeur de la raideur a été calculée par interpolation linéaire et vaut 12100 N/mm. De plus, la précharge de la contre-pointe est modélisée par un force de 4900 N dans la direction z .

5.4. Résultats

Les résultats obtenus par EF sont quasi axi-symétriques. En effet, le défaut calculé dû au forces de serrage est très faible, de l'ordre du dixième de micromètres. On représente donc les résultats EF sous forme du défaut d'un ligne de noeuds correspondant à une génératrice.

6. Comparaison des résultats essais - calculs

6.0. Raideur apparente de la contre-pointe

Les résultats des premiers calculs EF suggéraient que la raideur de la contre-pointe était plus élevée que celle mesurée. En effet, en prenant comme raideur la valeur mesurée, le défaut au niveau de la contre-pointe était beaucoup plus grand que le défaut mesuré (cf. figure 20). Dans un premier temps, nous avons donc calculer le défaut pour des valeurs croissantes de la raideur. Pour une raideur de 100000 N/mm, le défaut à l'extrémité de l'éprouvette est à peu près identique au défaut mesuré mais l'allure du défaut reste différente.

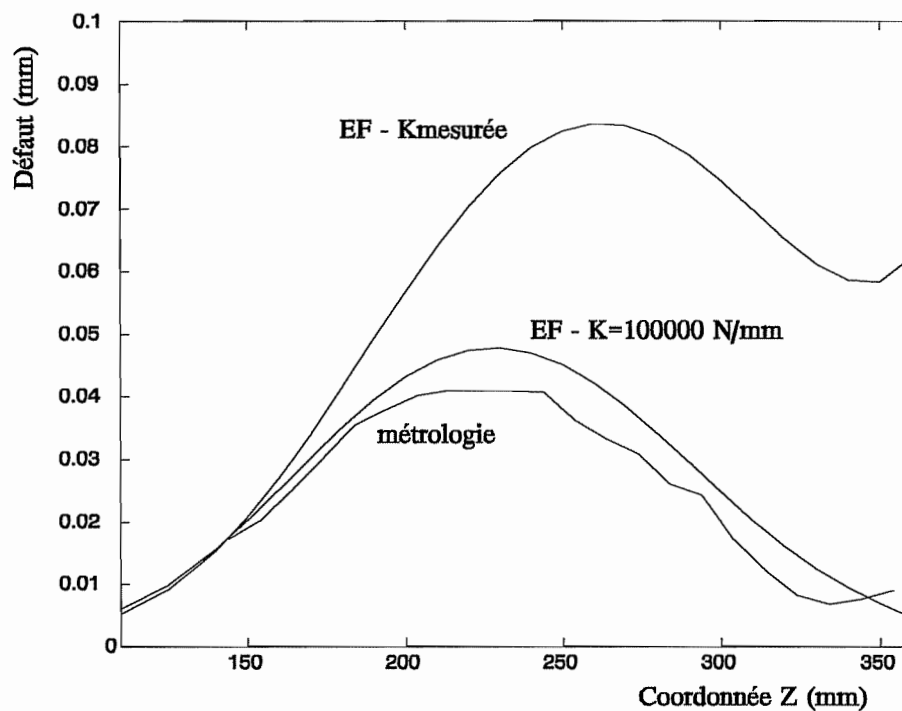


Figure 20 : Raideur apparente de la contre-pointe

6.1. Ajustement des résultats mesurés

L'ajustement aux moindres carrés

$$(\text{Déformée avec jeu}) = (\text{Déformée calculée}) + A (\text{Trilobe}) + B$$

a été réalisé pour chacune des éprouvettes avec les grandeurs suivantes :

- la **déformée avec jeu** correspond aux rayons moyens mesurés;
- la **déformée calculée** correspond aux résultats EF axi-symétriques;
- le **trilobe** correspond à l'évolution de la circularité en fonction de z lissée par une courbe du 3^{ème} degré pour éviter les oscillations.

Pour chaque éprouvette, l'ajustement a été réalisé sur les résultats EF obtenus sur le modèle de la pièce brute et sur le modèle de la pièce usinée. La valeur A est celle obtenue par l'ajustement, par contre, la valeur B (équivalente au terme de translation) est calculée de manière à faire correspondre la courbe ajustée et les résultats EF pour la coordonnée $z = 354 \text{ mm}$ (extrémité de la zone de mesure).

6.2. Eprouvettes n° 1 et 2

6.2.1. Rappel des caractéristiques

L'avance vaut 0.4 mm/tour et la profondeur de passe est de 2 mm . Les forces d'usinage calculées sont constantes et valent

$$\begin{cases} F_c = 1384 \text{ N} \\ F_f = 400 \text{ N} \\ F_p = 768 \text{ N} \end{cases}$$

6.2.2. Eprouvette n°1

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

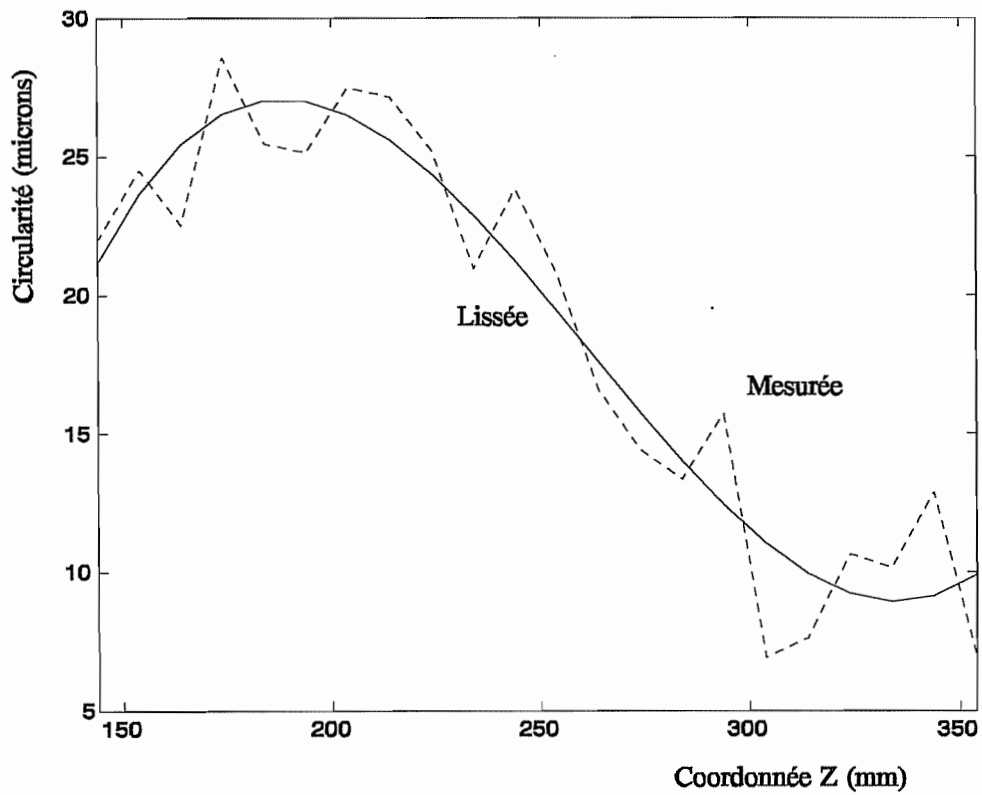


Figure 21 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 2.505 \text{ et } B = -0.1057 \\ A = 2.767 \text{ et } B = -0.1083 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

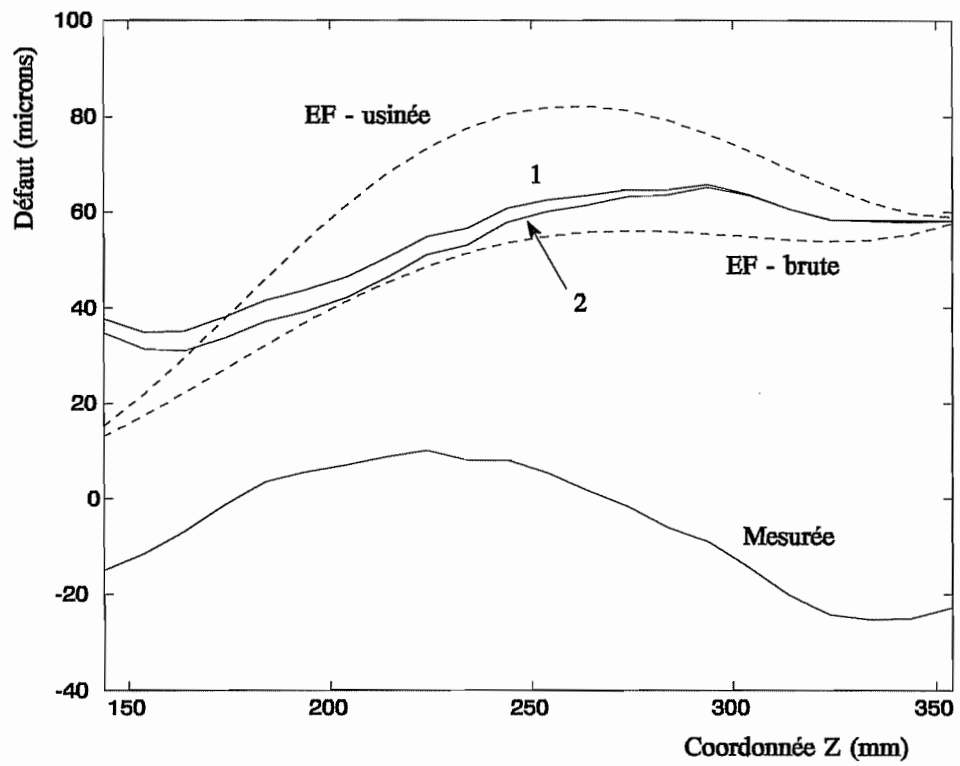


Figure 22 : Résultats ajustés

6.2.3. Eprouvette n°2

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

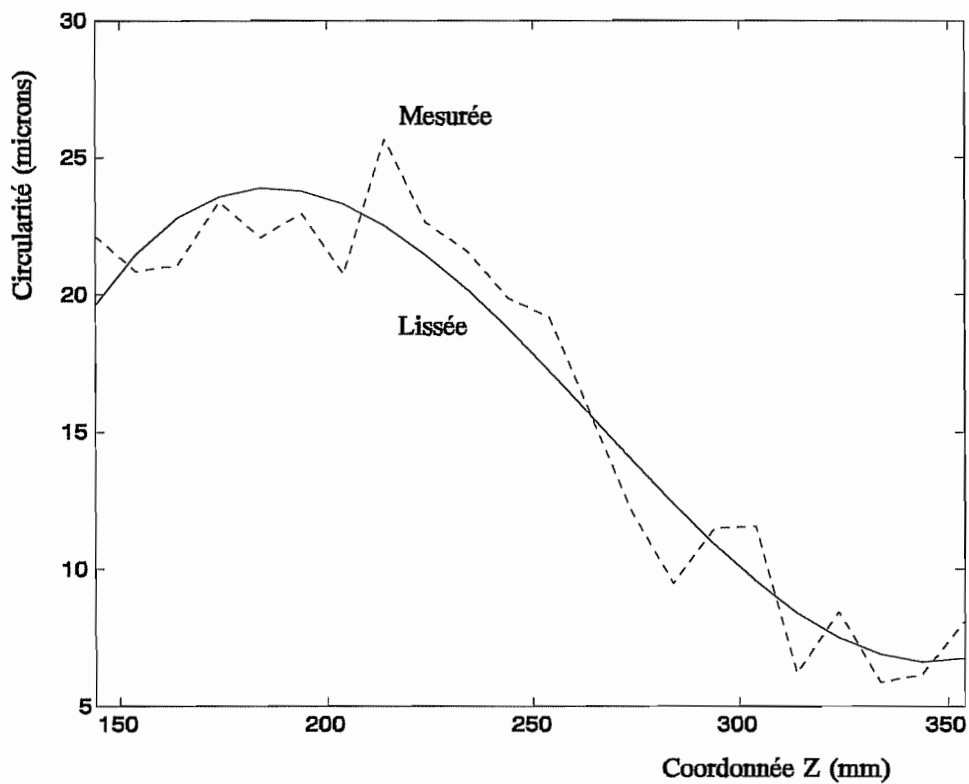


Figure 23 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 2.62 \text{ et } B = -0.0756 \\ A = 2.918 \text{ et } B = -0.0776 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

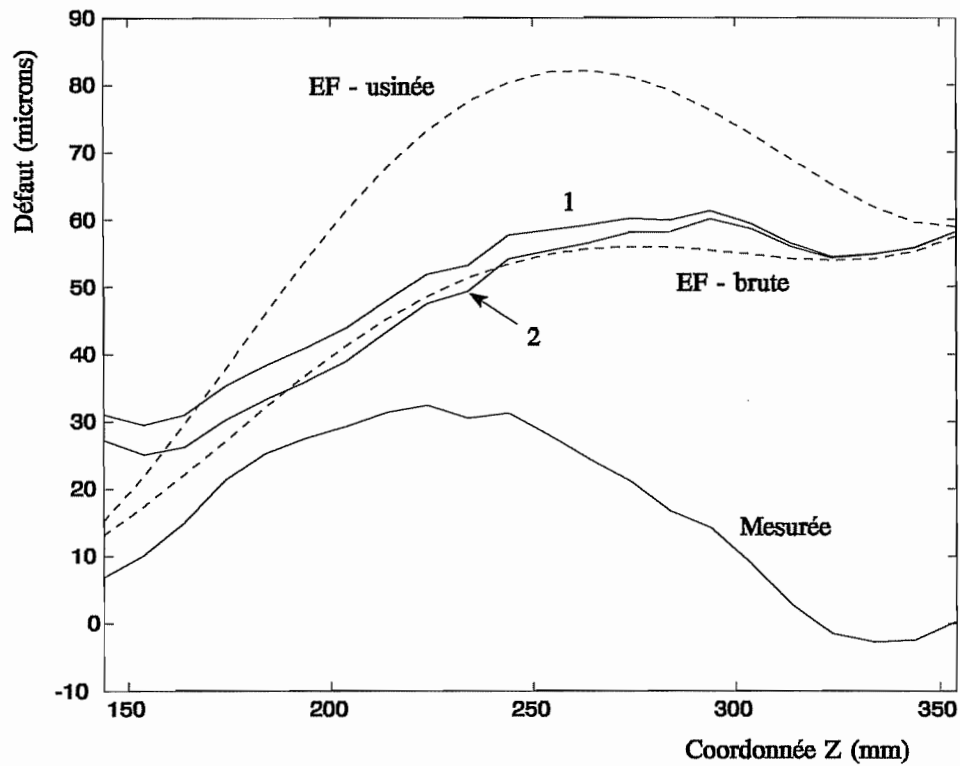


Figure 24 : Résultats ajustés

6.3. Eprouvettes n° 3 et 4

6.3.1. Rappel des caractéristiques

L'avance vaut 0.3 mm/tour et la profondeur de passe est de 2 mm. Les forces d'usinage calculées sont constantes et valent

$$\begin{cases} F_c = 1118 \text{ N} \\ F_f = 370 \text{ N} \\ F_p = 688 \text{ N} \end{cases}$$

6.3.2. Eprouvette n°3

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

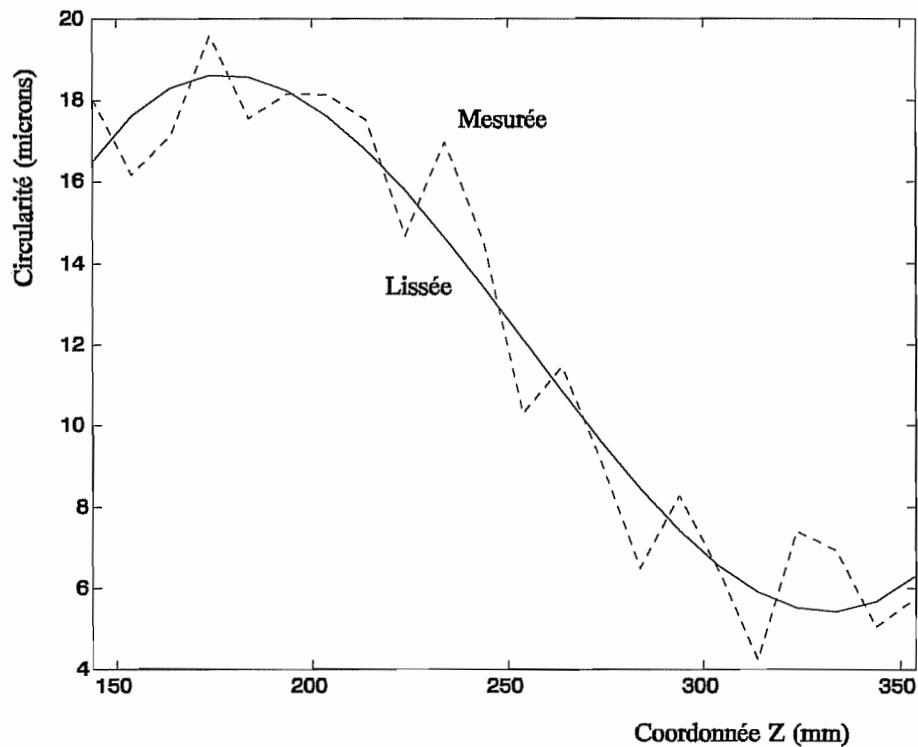


Figure 25 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 3.183 \text{ et } B = -0.0698 \\ A = 3.279 \text{ et } B = -0.0704 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

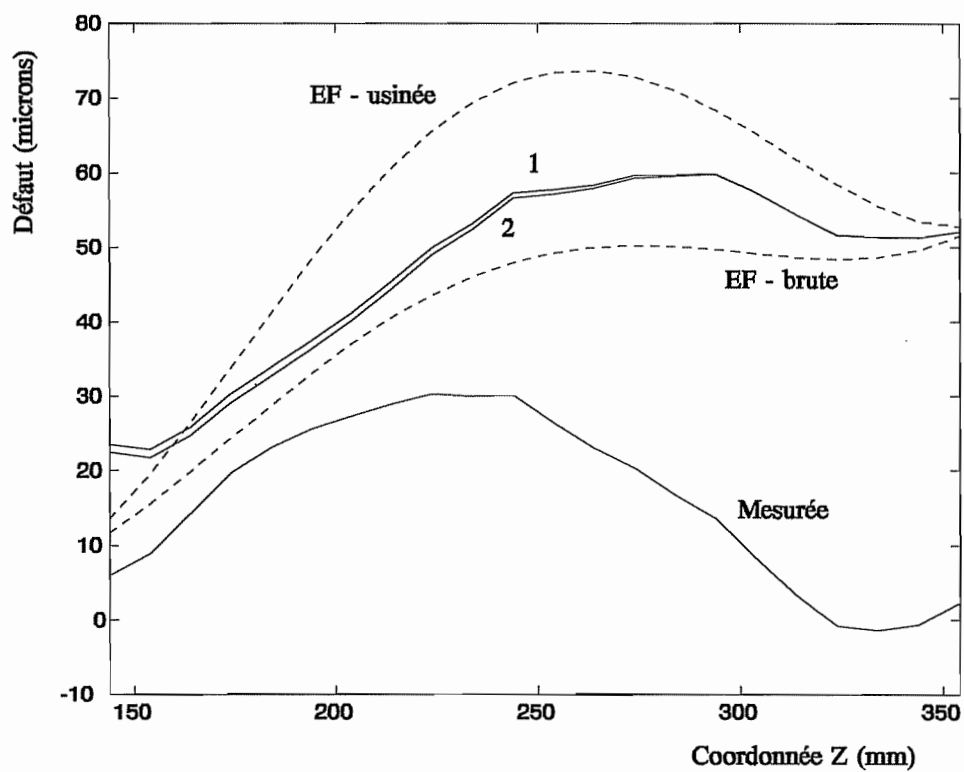


Figure 26 : Résultats ajustés

6.3.3. Epreuve n°4

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

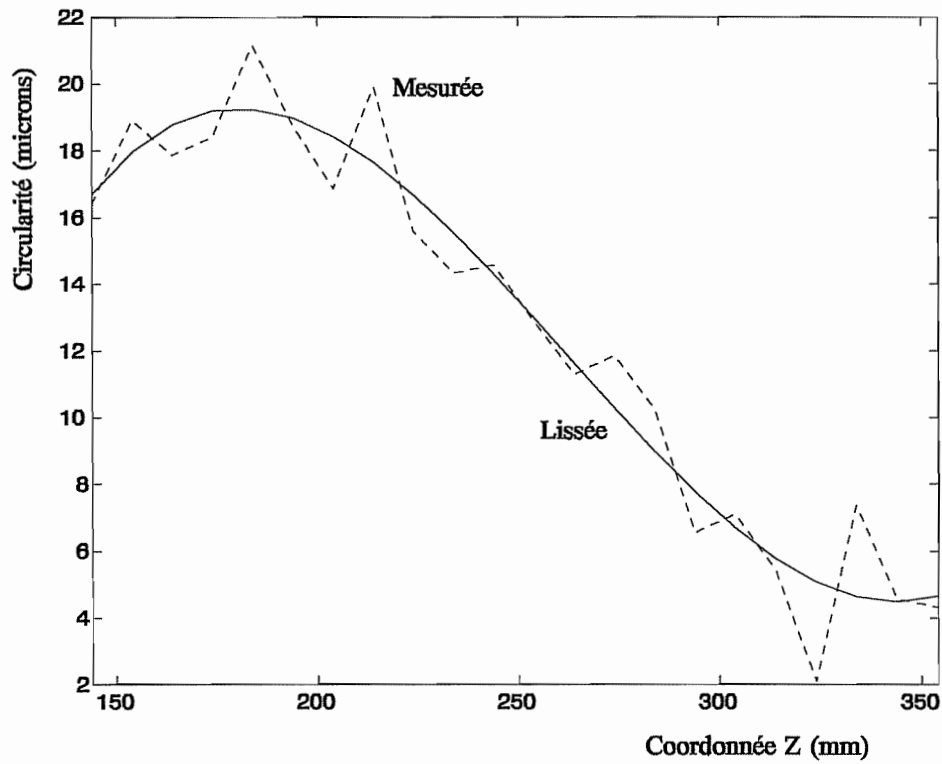


Figure 27 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 2.782 \text{ et } B = -0.0868 \\ A = 2.989 \text{ et } B = -0.0878 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

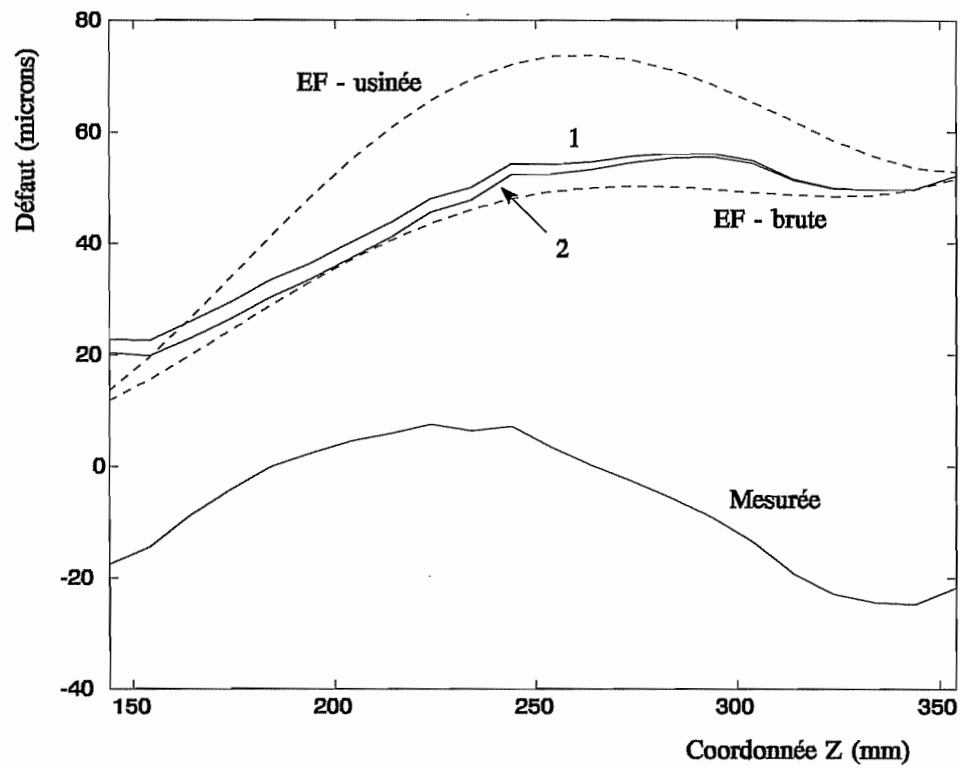


Figure 28 : Résultats ajustés

6.4. Eprouvettes n° 5 et 6

6.4.1. Rappel des caractéristiques

L'avance vaut 0.2 mm/tour et la profondeur de passe est de 2 mm. Les forces d'usinage calculées sont constantes et valent

$$\begin{cases} F_c = 861.6 \text{ N} \\ F_f = 338.4 \text{ N} \\ F_p = 611.6 \text{ N} \end{cases}$$

6.4.2. Eprouvette n°5

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

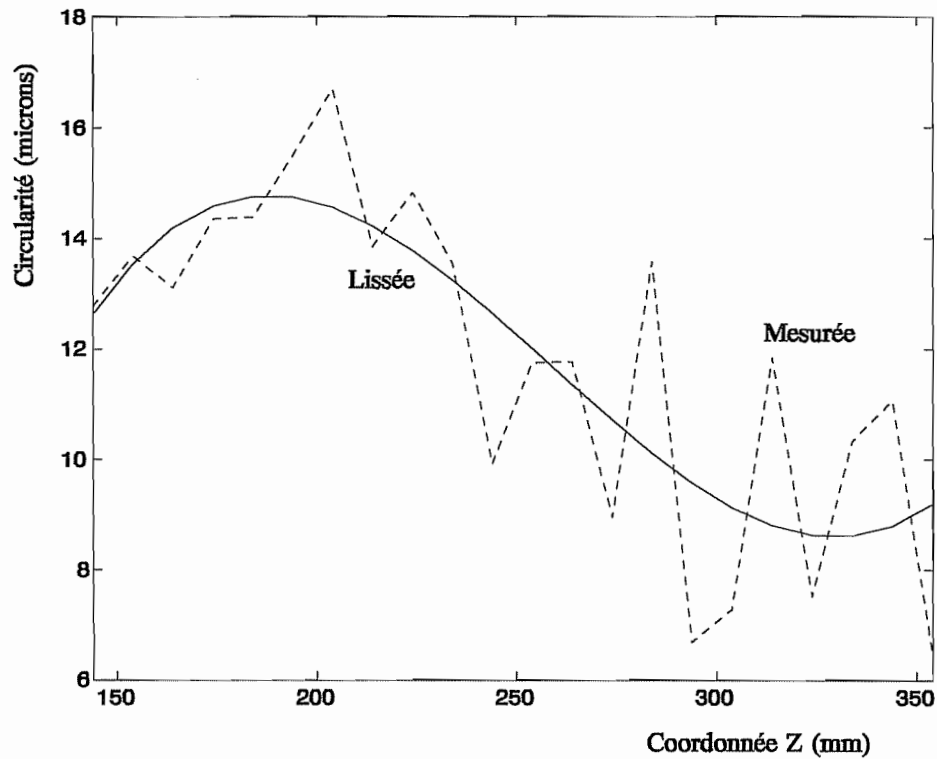


Figure 29 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 5.313 \text{ et } B = -0.0954 \\ A = 5.815 \text{ et } B = -0.1 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

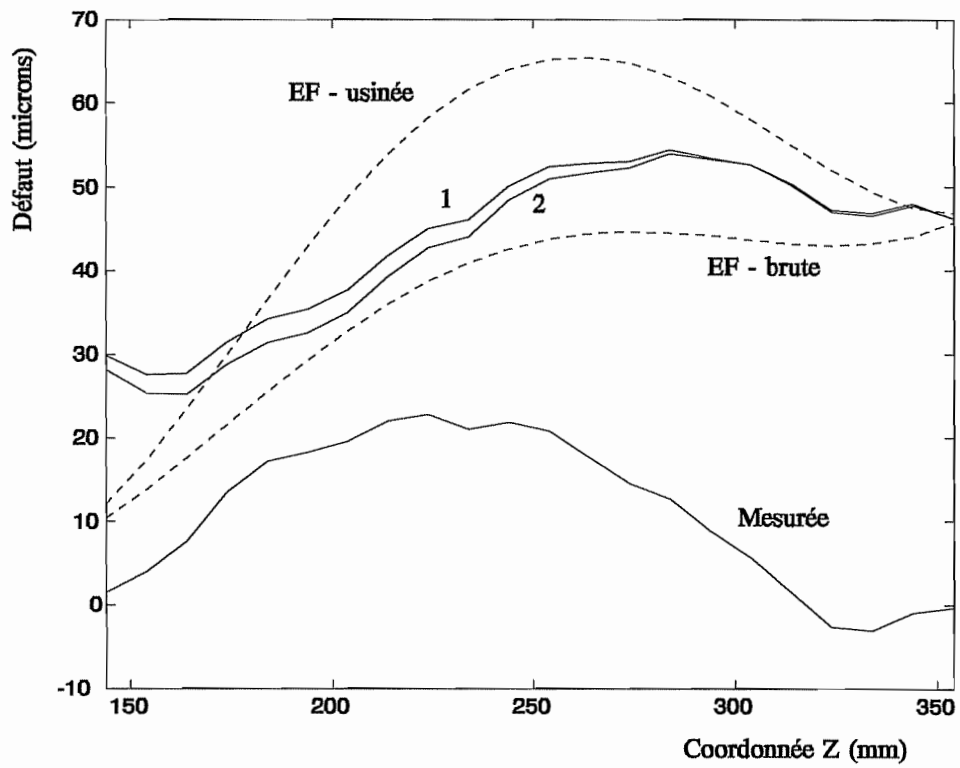


Figure 30 : Résultats ajustés

6.4.3. Eprouvette n°6

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

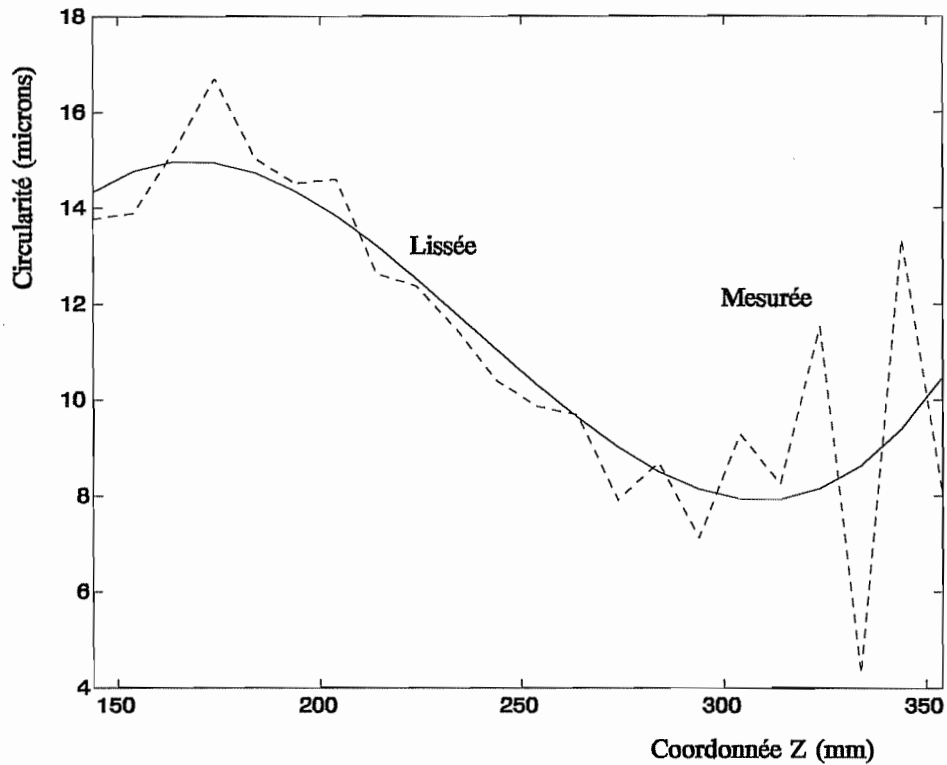


Figure 31 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 5.302 \text{ et } B = -0.1092 \\ A = 4.671 \text{ et } B = -0.1026 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

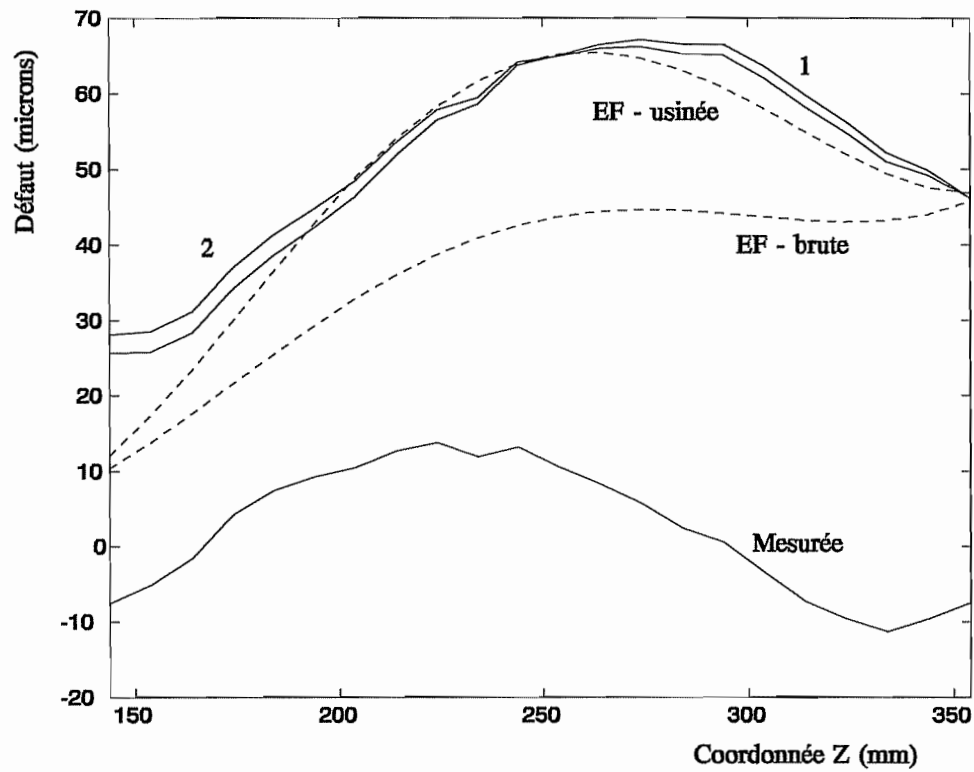


Figure 32 : Résultats ajustés

6.5. Eprouvette n° 7

L'avance vaut 0.3 mm/tour et la profondeur de passe est de 2.5 mm. Les forces d'usinage calculées sont constantes et valent

$$\begin{cases} F_c = 1318.5 \text{ N} \\ F_f = 435 \text{ N} \\ F_p = 802.5 \text{ N} \end{cases}$$

Le lissage du trilobe donne la courbe suivante.

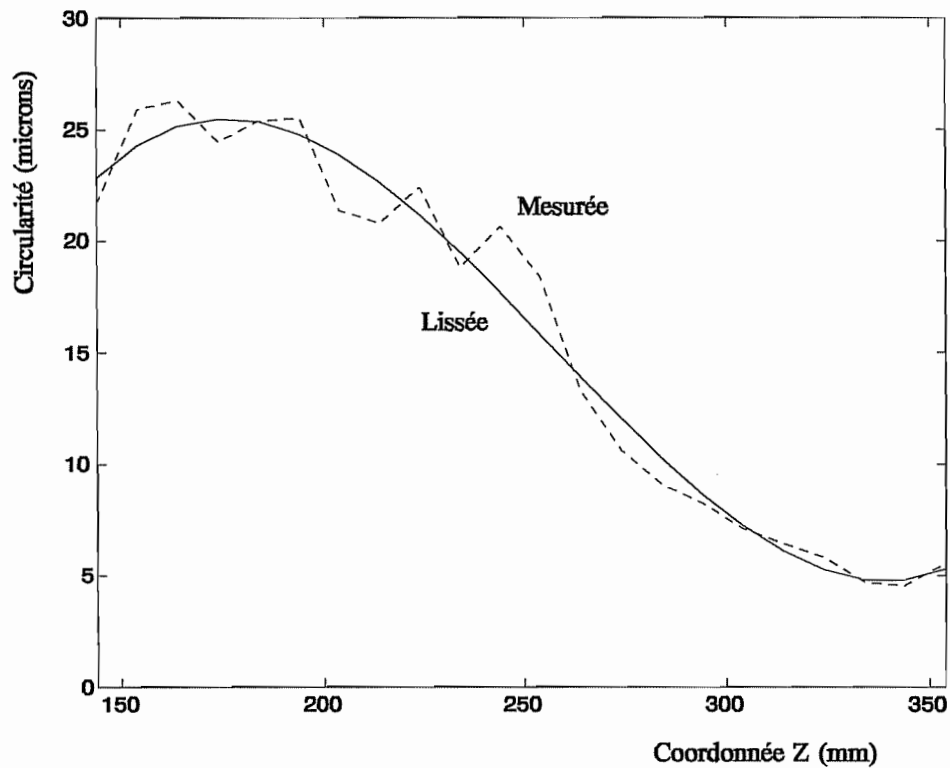


Figure 33 : Lissage du trilobe

Les coefficients A et B calculés valent :

$$\begin{cases} A = 2.145 \text{ et } B = -0.0584 \\ A = 2.267 \text{ et } B = -0.059 \end{cases}$$

respectivement pour la courbe 1 (ajustée sur les résultats EF sur la pièce usinée) et la courbe 2 (idem pièce brute).

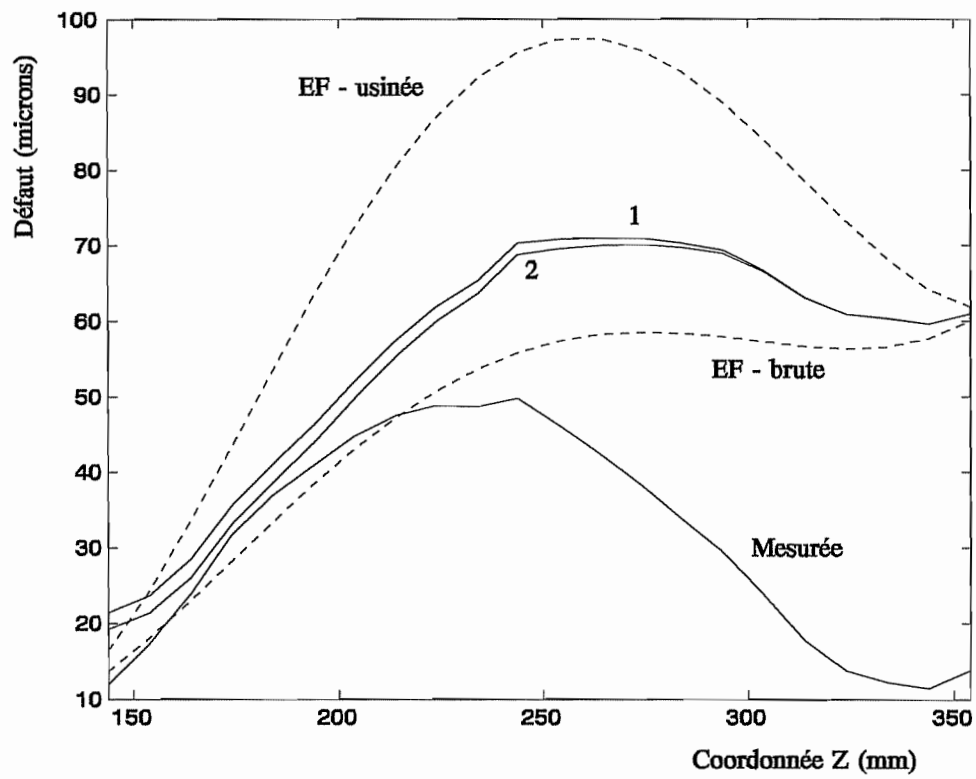


Figure 34 : Résultats ajustés

7. Conclusions

Résultats expérimentaux

Pour le cas de l'éprouvette, il est impossible d'observer l'allure de la pièce sans filtrer les métrologies. Le filtrage consiste à calculer la circularité de chaque cercle palpé par la méthode des moindres carrés. Il permet de dégager des mesures brutes les grandeurs suivantes :

- le décalage de l'axe de référence (mesuré) avec l'axe réel de l'éprouvette,
- la courbure éventuelle de l'éprouvette,
- l'évolution du rayon moyen (défaut de forme),
- l'évolution de la circularité.

Les métrologies filtrées des pièces brutes montrent que le défaut initial des pièces est très petit (circularités de l'ordre de dix micromètres).

Sur les métrologies des pièces usinées, on observe après filtrage la présence d'un trilobe très marqué sur toutes les éprouvettes.

Cause du trilobe

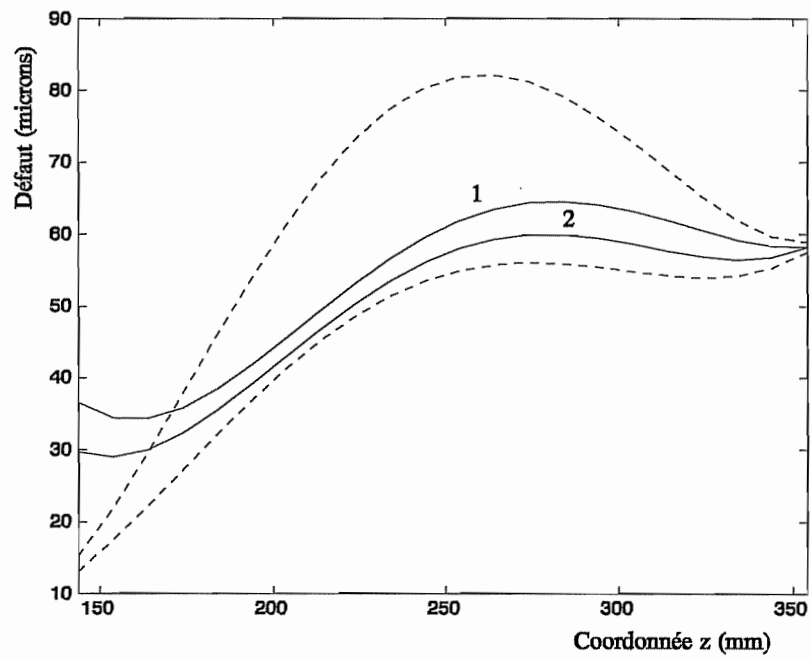
Après avoir écarté l'hypothèse de l'origine vibratoire du trilobe, on montre que celui-ci est dû à un jeu axial aux niveaux des mâchoires du mandrins. L'étude analytique de l'effet du jeu sur le défaut montre que :

- l'allure du défaut dépend du rapport p/R (...). Pour de faibles valeurs de p/R , les jeux ne sont pas excités et le défaut est nul; pour de grandes valeurs de p/R , le défaut est hexalobé et pour des valeurs intermédiaires, ce qui est le cas des éprouvettes, il est trilobé.
- l'amplitude du trilobe est proportionnelle au jeu.
- au défaut de trilobe se superpose également un terme constant dû à la déflexion de l'éprouvette (rotation au niveau du mandrin proportionnelle au jeu).

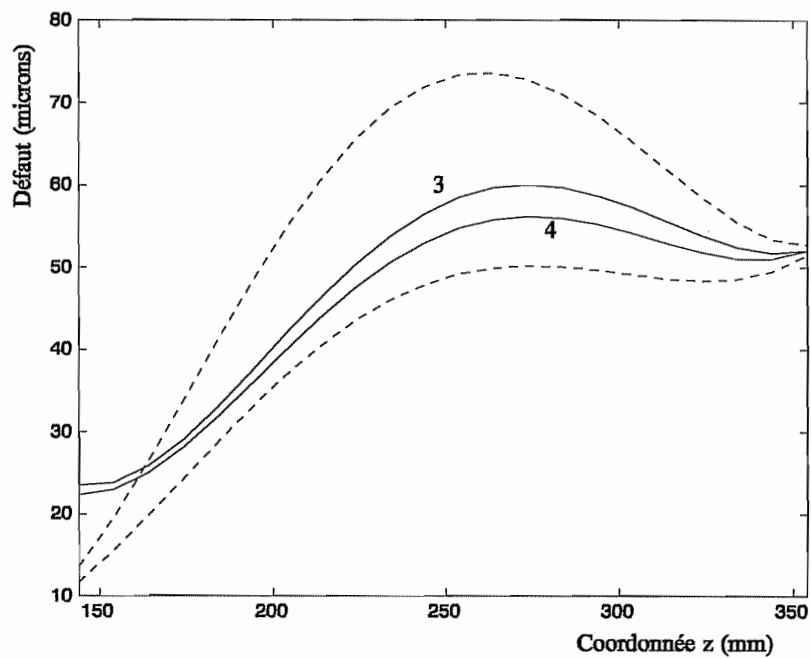
L'examen du tour ayant servi à usiner les éprouvettes a montré qu'il y avait bien un jeu axial au niveau des mâchoires du mandrin.

Résultats calculs

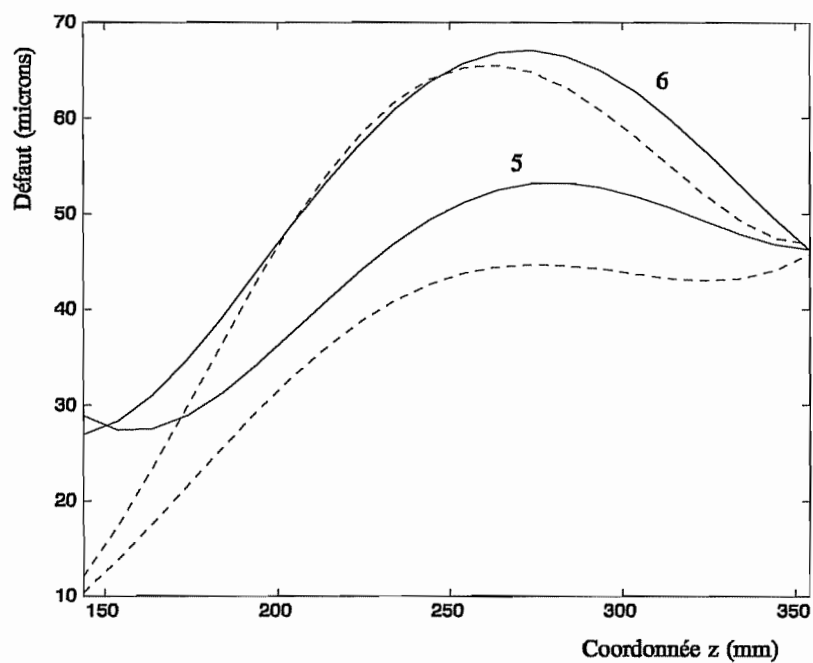
Après un ajustement aux moindres carrés entre les résultats d'essais et les résultats calculs, on obtient des courbes assez proches qui sont représentées sur les figures des pages suivantes. Tout porte donc à croire que l'on a trouvé l'explication des deux phénomènes paradoxaux, à savoir, la présence d'un trilobe loin du mandrin et la raideur apparente de la contre-pointe plus grande que prévue.



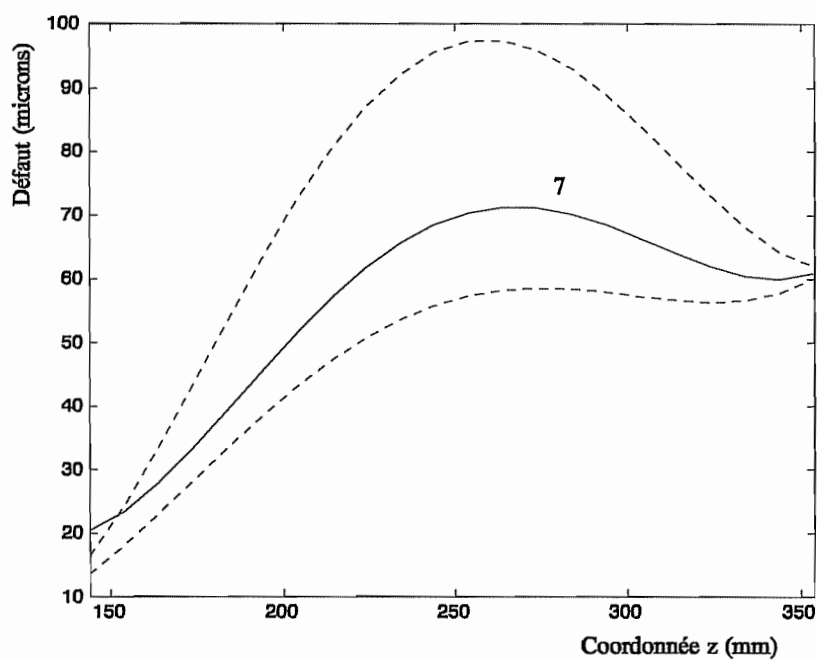
Résultats pour les éprouvettes n° 1 et 2



Résultats pour les éprouvettes n° 3 et 4



Résultats pour les éprouvettes n° 5 et 6



Résultat pour l'éprouvette n° 7

Bibliographie

- [1] F. PRUVOT : Conception et calcul des machines-outils, Volume 2, Presses polytechniques et universitaires romandes.
- [2] P. PAULY : Etablissement d'algorithmes de calcul d'erreurs de forme et de position, Mémoire de fin d'études, Liège, 1996.
- [3] M. GERADIN, D. RIXEN : Théorie des vibrations. Masson, Paris, 1993.

Table des matières

1. Présentation du cas-test	1
1.1. Pièce	1
1.2. Bridage	1
1.3. Conditions de coupe	2
2. Métrologies	3
2.1. Méthode de mesure	3
2.2. Métrologies des pièces brutes	4
2.3. Métrologies des pièces usinées	5
3. Filtrage des métrologies et analyses des résultats	6
3.1. Méthode utilisée	6
3.2. Pièces brutes	9
3.3. Pièces usinées	10
4. Etude analytique du trilobe	12
4.1. Position du problème	12
4.2. Hypothèse vibratoire	12
4.3. Hypothèse d'un jeu axial des mâchoires du mandrin	14
4.4. Effet de l'inclinaison de l'encastrement	21
4.5. Remarque finale	21
5. Calculs éléments finis	22
5.1. Modèles éléments finis	22
5.2. Modélisation des conditions de coupe	22
5.3. Bridage	22
5.4. Résultats	22
6. Comparaison des résultats essais - calculs	23
6.0. Raideur apparente de la contre-pointe	23
6.1. Ajustement des résultats mesurés	24
6.2. Epreuves n° 1 et 2	24
6.2.1. Rappel des caractéristiques	24
6.2.2. Epreuve n°1	25
6.2.3. Epreuve n°2	27
6.3. Epreuves n° 3 et 4	28
6.3.1. Rappel des caractéristiques	28
6.3.2. Epreuve n°3	29
6.3.3. Epreuve n°4	31
6.4. Epreuves n° 5 et 6	32
6.4.1. Rappel des caractéristiques	32
6.4.2. Epreuve n°5	33
6.4.3. Epreuve n°6	35
6.5. Epreuve n° 7	36
7. Conclusions	39