

**UNIVERSITE DE LIEGE  
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES  
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION**

**REPARTITION DES FORCES D'USINAGE**

**P. BECKERS  
J.F. DEBONGNIE  
L. MASSET**

**Rapport LMF/R9 - 1996**

## **Rapport 9**

### **Répartition des forces d'usinage**

# 1. Introduction

## 1.1. Motivations

Jusqu'à présent, les charges d'usinage appliquées aux modèles d'éléments finis ont été soit des charges linéiques (cas du fraisage et de l'alésage à l'alésoir), soit des charges concentrées (cas du tournage et de l'alésage au grain). Or, avec ces deux types de charge, la convergence de la solution lorsque la qualité du maillage augmente n'est pas assurée.

En effet, si l'on compare l'évolution de l'énergie de déformation d'un modèle EF en fonction du raffinement du maillage pour une force ponctuelle et une force répartie sur une surface  $S$ , on s'aperçoit que la valeur de l'énergie ne converge que dans le second cas. De plus, la convergence est d'autant plus rapide que la surface  $S$  est grande.

En outre, d'un point de vue physique, l'outil coupe la matière sur une surface de sorte que les forces d'usinage sont naturellement réparties sur une zone plus ou moins grande suivant le type d'usinage et les paramètres d'usinage (avance, profondeur de passe, ...).

A ce stade du développement de Sinus, il semble donc nécessaire de **répartir les forces d'usinage** afin de modéliser le problème physique de manière plus juste d'une part, et d'éviter les éventuels problèmes de convergence d'autre part.

Les modifications de Sinus correspondant à la répartition des forces d'usinage ont été développées en prenant soin de ne pas changer trop fortement la *philosophie* actuelle du code tout en atteignant les objectifs fixés.

## 1.2. Principes

Le principe de la répartition des forces d'usinage est différent selon le type d'usinage. En brochages intérieur et extérieur, le problème ne se pose pas puisque la méthode de calcul choisie consiste à appliquer des pressions sur les éléments de la surface usinée. Il reste donc à envisager le cas des usinages à outils multiples, c'est-à-dire le fraisage et l'alésage à l'alésoir, et celui des usinages à outil unique, c'est-à-dire tous les cas de tournage et l'alésage au grain.

### *Usinage à outils multiples - fraisage*

Seul le cas du fraisage est étudié ici (remarque en bas de page) mais le principe est le même dans le cas de l'alésage à l'alésoir.

Initialement, les forces d'usinage pour une position donnée de la fraise étaient appliquées sur une portion de cercle dont le diamètre est le diamètre de la fraise (figure 1). Le principe est de répartir ces forces sur une zone correspondant *grosso modo* à la surface de coupe. Cette zone a la forme d'un rectangle à bords courbes et a comme dimensions le rayon de la fraise et une épaisseur  $e$  dans le sens du déplacement de la fraise (figure 2).

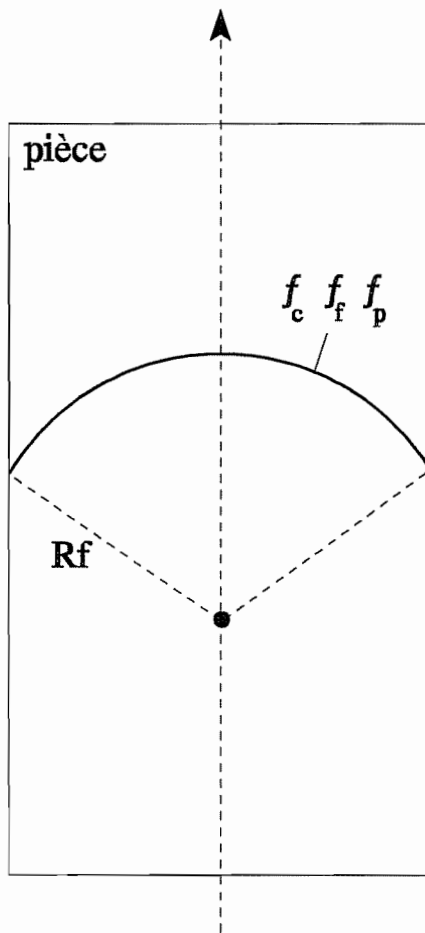


Figure 1 : Ancienne méthode : pas de répartition

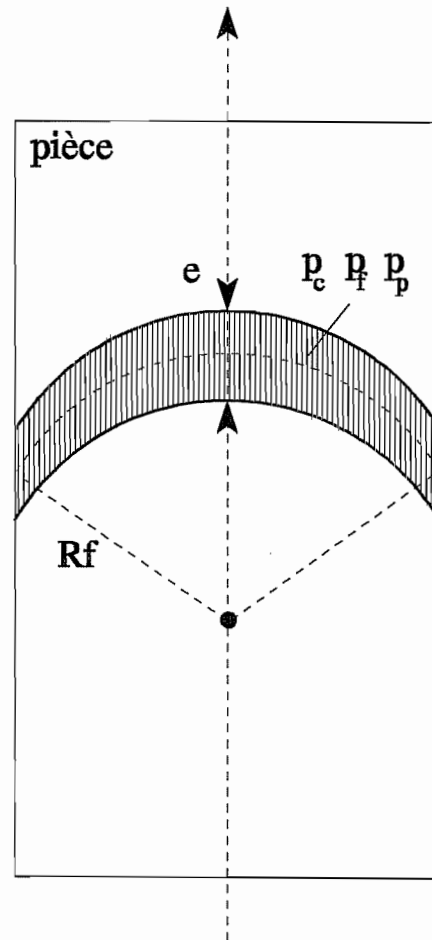


Figure 2 : Répartition des charges d'usinage

### Usinage à outil unique

Les positions successives de l'outil correspondent aux noeuds de la surface usinée. Pour chaque position, les forces d'usinage étaient appliquées directement au noeud considéré. La méthode consiste maintenant à appliquer ces forces sur une zone circulaire ayant pour centre le noeud. Le rayon de la zone est défini au chapitre 3.1.

## 2. Fraisage

### 2.1. Zone de répartition

#### 2.1.1. Calcul de l'épaisseur de la zone en fonction des paramètres d'usinage

La zone de répartition est caractérisée par le rayon de la fraise et par son épaisseur  $e$  dans le sens du déplacement de la fraise. Il est possible d'évaluer la valeur "physique" de l'épaisseur de la zone en observant le schéma de la figure 3.

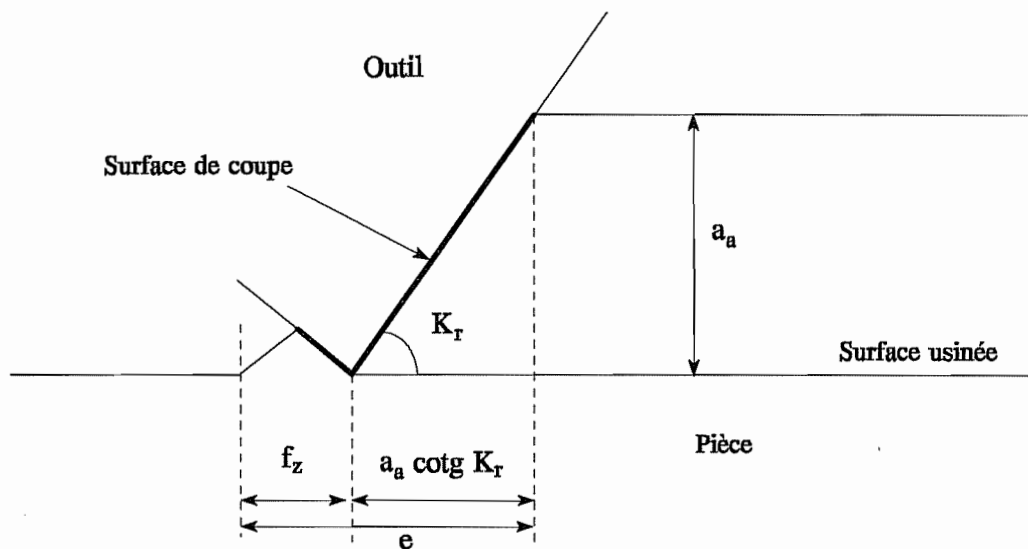


Figure 3 : Epaisseur de la zone de répartition en fonction des paramètres d'usinage

La zone de coupe est dessinée en trait gras. Si on projette celle-ci sur la surface usinée, il est possible de déterminer l'épaisseur de la zone de répartition par :

$$e = f_z + a_a \cotg(\kappa_r)$$

où  $f_z$  est l'avance à la dent,

$a_a$  est la profondeur de passe,

$\kappa_r$  est l'angle de direction d'arête principale.

Pour une position de la fraise, la zone de répartition des charges se situe donc en partie avant et en partie après l'arc en prise.

### 2.1.2. Détermination de l'épaisseur de la zone dans Sinus

Avec la définition de  $e$  exposée ci-dessus, il n'est pas évident d'avoir une zone de répartition suffisamment grande pour éviter les problèmes de convergence. Pour des paramètres d'usinage courants, la valeur de  $e$  est de l'ordre du 10<sup>ème</sup> de millimètre. Afin de permettre un meilleur contrôle de la répartition des charges, il est possible de définir l'épaisseur de la zone de deux façons.

#### *Epaisseur variable*

L'épaisseur varie en fonction des paramètres d'usinage. Deux constantes **positives**  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  permettent de l'augmenter ou de la réduire. L'épaisseur de la zone vaut donc

$$e = \lambda_1 f_z + \lambda_2 a_a \cotg(\kappa_r)$$

Remarque : Le terme en  $\lambda_1 f_z$  correspond à la partie de la zone située avant l'arc en prise et le terme en  $\lambda_2 a_a \cotg(\kappa_r)$  à la partie située après. Si l'angle est supérieur à 90°, le terme correspondant à l'épaisseur après l'arc en prise est égal à 0.

#### *Epaisseur constante*

L'épaisseur de la zone est constante quelque soit la position de la fraise. Elle est définie par deux constantes **positives** qui sont :

- $d_1$  qui correspond à l'épaisseur avant l'arc en prise,
- $d_2$  qui correspond à l'épaisseur après l'arc en prise.

De sorte que l'épaisseur  $e$  de la zone vaut

$$e = d_1 + d_2$$

## 2.2. Détermination des cas charges

A chaque cas de charge correspond une position de la fraise repérée par son déplacement  $s$  sur la trajectoire. On détermine tout d'abord une première série de positions en prenant en compte tous les noeuds de la surface usinée, c'est-à-dire sans réduire le nombre de cas de charge et en prenant en compte les noeuds d'interface si le maillage est du second degré. Ces cas de charges sont appelés *cas de charge normaux*. Il y en a autant que de noeuds de la surface usinée.

On détermine ensuite une deuxième série de positions en réduisant le nombre de cas de charge et en négligeant les éventuels noeuds d'interface si ces options ont été choisies. Sinon les deux séries sont identiques. Les cas de charge correspondant à cette série sont appelés *cas de charge réduits*.

Pour chaque cas de charge *normal*, on détermine les forces appliquées aux noeuds de la surface usinée en utilisant la méthode normale :

- les charges d'usinage sont appliquées sur l'arc en prise (charges linéiques);
- on détermine les mailles coupées par l'arc et la charge sur chacune d'elles;
- on calcule les forces énergétiquement équivalente aux noeuds de chaque maille coupée.

## 2.3. Méthode de répartition

Le principe de la méthode de répartition consiste à déterminer chaque cas de charge *réduit* comme une combinaison linéaire des cas de charge *normaux* inclus dans la zone de répartition associée à ce cas de charge *réduit*. Sur la figure 4 sont représentées les positions de la fraise pour les cas de charges *normaux* et *réduits*, l'abscisse  $s$  mesurant le déplacement de la fraise sur sa trajectoire.

Un cas de charge correspondant à une position *réduite*  $s_i$  est déterminé par la combinaison linéaire des cas de charges *normaux* inclus dans l'intervalle  $[s_i - d_{av}, s_i + d_{ap}]$  où  $d_{av}$  correspond à la partie de la zone située avant l'arc en prise et  $d_{ap}$  celle située après, soit

$$cdc_i = \sum_j c_j cdc_j$$

où les  $c_j$  sont les coefficients appliqués à chaque cas de charge *normal* inclus dans l'intervalle.

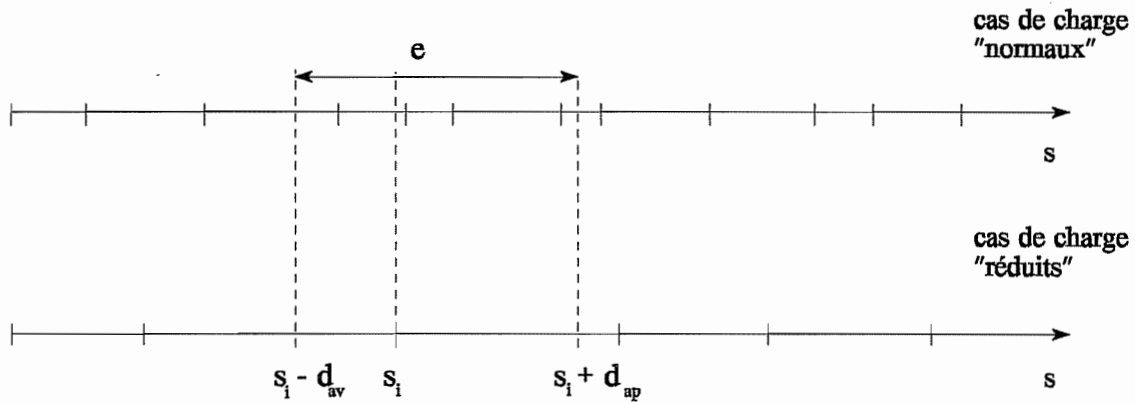
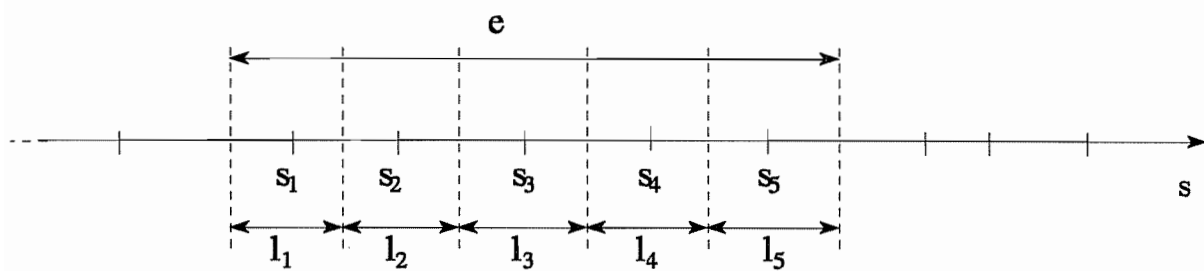


Figure 4 : Cas de charges normaux inclus dans la zone de répartition

### Calcul des coefficients $c_j$

Prenons l'exemple de la figure 5 où il y a cinq cas de charge *normaux* inclus dans l'intervalle . A chaque cas de charge d'indice  $j$ , est associée une longueur  $l_j$  égale à la moitié de la distance entre  $s_j$  et  $s_{j-1}$  plus la moitié de la distance entre  $s_j$  et  $s_{j+1}$ . La valeur du coefficient  $c_j$  est donné par

$$c_j = \frac{l_j}{e} \quad \text{où } e \text{ est l'épaisseur de la zone de répartition.}$$


 Figure 5 : Calcul des coefficients  $c_j$

### Calcul des forces aux noeuds

La force appliquée au noeud  $n$  pour le cas de charge *réduit* d'indice  $i$  est calculé comme la combinaison linéaire des forces au noeud  $n$  calculées pour les cas de charge *normaux* inclus dans l'intervalle  $[s_i - d_{av}, s_i + d_{ap}]$ , soit

$$f_i^{(n)} = \sum_j c_j f_j^{(n)}$$

## 2.4. Remarques

Pour chaque cas de charge *réduit* on détermine un certain nombre de points d'intégration dans la zone de répartition. Ces points d'intégration sont définis de manière différente selon la direction envisagée.

### Direction $\theta$

Cette direction correspond à la position angulaire par rapport au centre de la fraise. On détermine six points de Gauss par élément coupé par l'arc en prise. Plus le maillage est fin, plus il y a d'éléments coupés et plus il y a de points de Gauss.

### Direction $s$

Le nombre de points d'intégration correspond au nombre de cas de charge *normaux* inclus dans la zone de répartition. Pour une même épaisseur de zone, le nombre de points d'intégration augmente à mesure que le maillage se raffine.

Il est clair que si le maillage comporte peu de noeuds, le nombre de cas de charge *réduits* compris dans la zone de répartition peut être petit voir égal à un. Dans ce cas il n'y a plus de répartition et les forces sont appliquées sur un arc (ce qui correspond à la méthode utilisée précédemment). Ceci n'est pas grave puisque les problèmes de convergence ne se posent que pour des maillages très raffinés.

De manière pratique, les paramètres de définition de la zone de répartition sont consignés dans un fichier spécial (*rep\_fr.def*) et pas dans le jeu de données d'un problème. En effet, les problèmes de répartition des charges devraient être "transparents" pour l'utilisateur néophyte. Le fichier *rep\_fr.def* se trouve donc dans le répertoire sinus (*sinus/principal/*) et les paramètres de répartition sont appliqués par défaut à tous les utilisateurs de Sinus.

Cependant, nous avons laissé la possibilité aux utilisateurs confirmés de choisir eux-même les paramètres de répartition. Il suffit de recopier le fichier *rep\_fr.def* sur son compte pour pouvoir utiliser ses propres paramètres de répartition des charges. Ce fichier est un fichier texte et les divers paramètres peuvent être modifiés en l'éditant.

## 2.5. Exemple

L'exemple suivant illustre l'influence de la répartition des forces sur les résultats obtenus. C'est le cas du fraisage de la plaque.

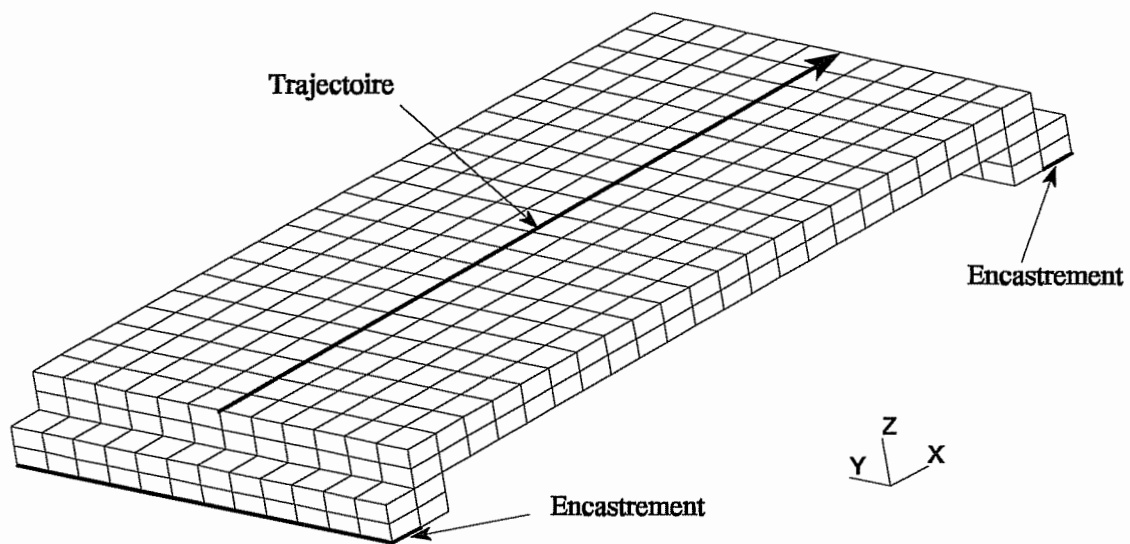


Figure 6 : Modèle éléments finis de la plaque

### 2.5.1. Caractéristiques du problème

Les caractéristiques du problème sont les suivantes :

#### *Modèle éléments finis*

2<sup>nd</sup> degré  
861 noeuds dans la surface usinée  
299 noeuds sommets  
264 mailles

#### *Paramètres d'usinage*

Matériau : C35N ( $R_m = 550$  MPa)  
Correction des pressions de coupe

Carbure, outil neuf  
Rayon de fraise : 70 mm  
Nombre de dents : 14  
Angles d'outils : 75, 5.64 et 2.06 degrés

Trajectoire centrée à  $Y = 60 \text{ mm}$   
2000 trs/min  
800 mm/min

Profondeur de passe constante : 1 mm

#### *Paramètres de calcul*

Forces de coupe, d'avance et passive  
Cas de charges groupés  
Facteur de réduction : 0.05  
Pas de prise en compte des noeuds d'interface

#### **2.5.1. Résultats**

Avec le facteur de réduction adopté, il subsiste 49 cas de charges. Le calcul du défaut a été mené dans deux cas :

- sans répartir les forces (ancienne méthode),
- en répartissant les forces.

Dans le second cas, les caractéristiques de la zone de répartition sont :

- épaisseur constante
- épaisseur avant arc en prise : 1 mm
- épaisseur après arc en prise : 1.5 mm

#### *Norme du défaut*

La norme du défaut, c'est-à-dire la différence du défaut maximum en un noeud et du défaut minimum, vaut dans les deux cas :

Cas non-réparti :  $5.8596 \mu\text{m}$   
Cas réparti :  $5.8597 \mu\text{m}$

### Allure du défaut

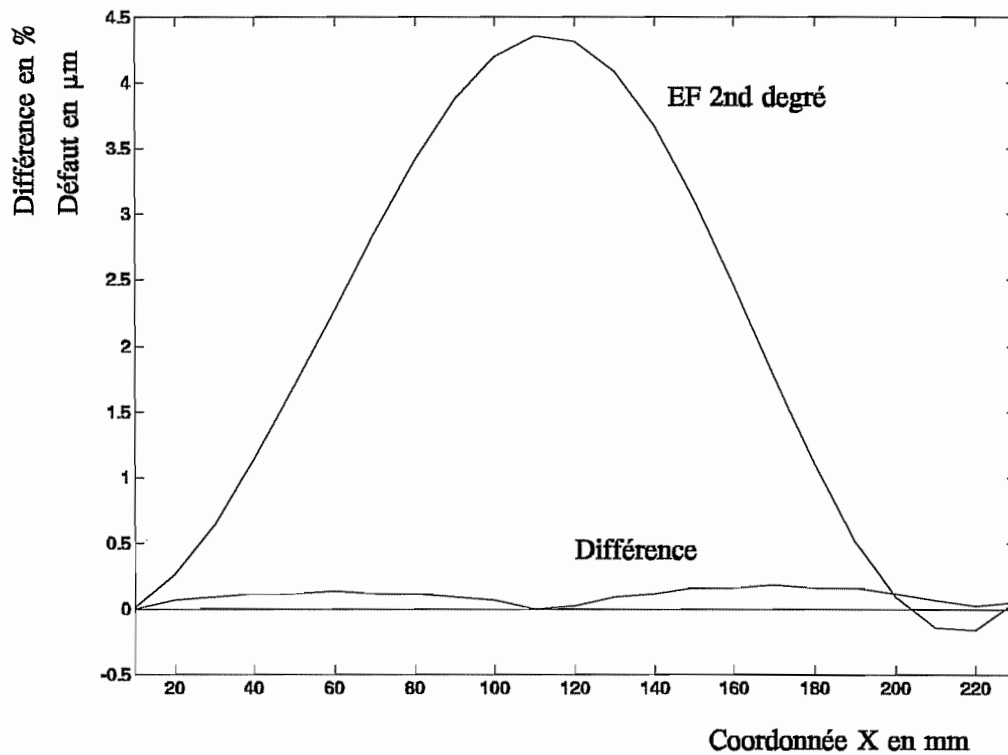


Figure 7 : Allure du défaut et comparaison cas réparti et non-réparti

Pour visualiser le défaut obtenu dans les deux cas, nous traçons le défaut de la ligne de noeuds centrale ( $Y = 60$  mm). Les deux courbes (cas réparti et cas non-réparti) sont quasiment confondues. Pour mesurer la différence obtenue, nous traçons également la différence relative entre les deux cas, soit

$$dif = \frac{abs(def_{nr} - def_r)}{def_{max}}$$

### 3. Tournage

#### 3.1. Zone de répartition

Contrairement au fraisage, la zone de répartition adoptée n'a pas de sens physique. La zone est un cercle dont le centre est situé sur le noeud coupé. Le rayon de la zone peut être défini de deux manières.

##### *Rayon variable*

Le rayon varie en fonction de l'avance. La constante positive  $\lambda$  permet d'augmenter ou de réduire le rayon de la zone, soit

$$R_{zone} = \lambda f$$

##### *Rayon constant*

Le rayon est indépendant des paramètres d'usinage et égal à

$$R_{zone} = R_0$$

#### 3.2. Pressions d'usinage

Pour chaque position de l'outil, on connaît les forces appliquées qui sont la force de coupe  $F_c$ , la force d'avance  $F_f$  et la force passive  $F_p$ . En divisant ces forces par la surface de la zone de répartition, on obtient les pressions d'usinage appliquées à la zone de répartition, soit

$$P_c = \frac{F_c}{S_{zone}}$$
$$P_f = \frac{F_f}{S_{zone}}$$
$$P_p = \frac{F_p}{S_{zone}}$$

### 3.2. Méthode de répartition

Lorsque la surface usinée est courbe, le maillage surfacique est développé dans le plan  $[r, \theta, z]$ . Lorsqu'elle est plane, on utilise directement les coordonnées  $[x, y]$  des noeuds. Suivant la grandeur relative de la zone par rapport à la taille des éléments, on utilise deux méthodes de répartition des charges.

Pour le contournage, si la trajectoire comporte des portions circulaires, le maillage de surface n'est plus développable. Dans ce cas, on n'effectue pas de répartition des forces dans l'état actuel du code.

Lorsque la zone ne contient que le noeud central (noeud coupé) et éventuellement des noeuds d'interface, la première méthode appelée *méthode des secteurs circulaires* est appliquée. Lorsque la zone contient au moins un noeud sommet autre que le noeud central, on applique la seconde appelée *méthode des points de Gauss*.

#### 3.2.1. Méthode des secteurs circulaires

La figure 8 illustre la situation pour laquelle cette méthode est utilisée. Pour cet exemple, sur chacune des quatre mailles touchant le noeud central, on applique des pressions d'usinage constante sur un secteur circulaire de  $90^\circ$  d'angle.

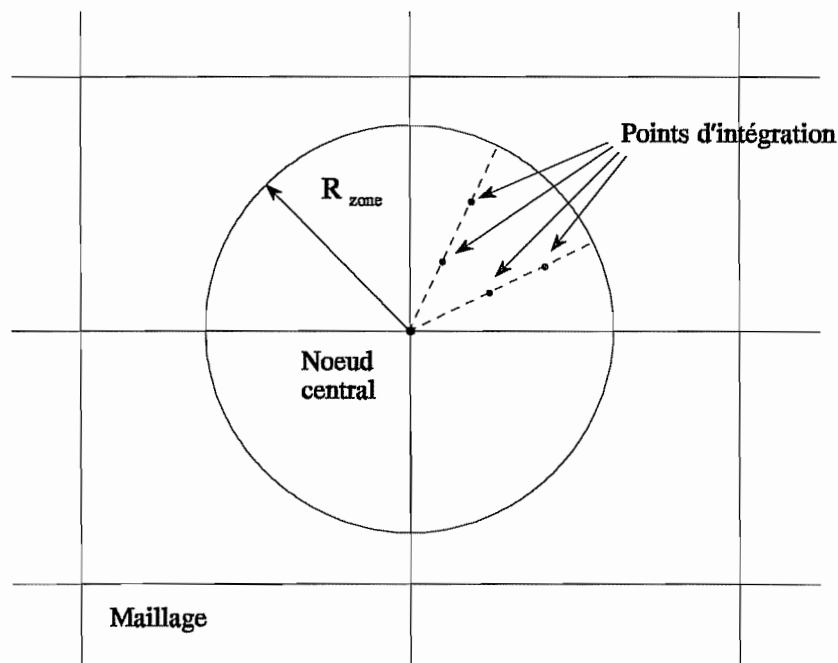


Figure 8 : Méthode des secteurs circulaires et points d'intégration

Le principe de la méthode est de déterminer sur chacun des secteurs de la zone des points d'intégration et de calculer les forces appliquées en ces points. Pour une maille, on remplace donc l'intégrale de la pression sur le secteur par

$$\int_{sect} P ds = \sum_i w_i P S_{sect}$$

où  $w_i$  sont les poids des points d'intégration et  $S_{sect}$  est la surface du secteur.

### Points d'intégration

Sur chaque secteur, on détermine 4 points d'intégration. Si on appelle  $\alpha_{zone}$  l'angle d'ouverture du secteur circulaire, les coordonnées des points d'intégrations par rapport au noeud central sont

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{ij} &= c_{ri} R_{zone} \cos(c_{ij} \alpha_{zone}) \\ \tilde{y}_{ij} &= c_{ri} R_{zone} \sin(c_{ij} \alpha_{zone})\end{aligned}$$

avec  $c_{ri} = 0.6 \pm \sqrt{0.06} \quad i = 1,2$

$$c_{ij} = \frac{\sqrt{3} \pm 1}{2\sqrt{3}} \quad j = 1,2$$

Les poids respectifs des quatre points d'intégration valent

$$w_{ij} = w_{ri} w_{ji}$$

avec  $w_{ri} = 0.5 \pm \frac{1}{\sqrt{216}} \quad i = 1,2$

$$w_{ji} = 0.5 \quad j = 1,2$$

### Répartition aux noeuds de l'élément

Pour chacun des points d'intégration, on répartit alors les forces en ce point aux noeuds de l'élément en les multipliant par les fonctions de formes (cf rapport n°5 - *Procédures d'identification des paramètres de charge* - § 4.2).

### 3.2.2. Méthode des points de Gauss

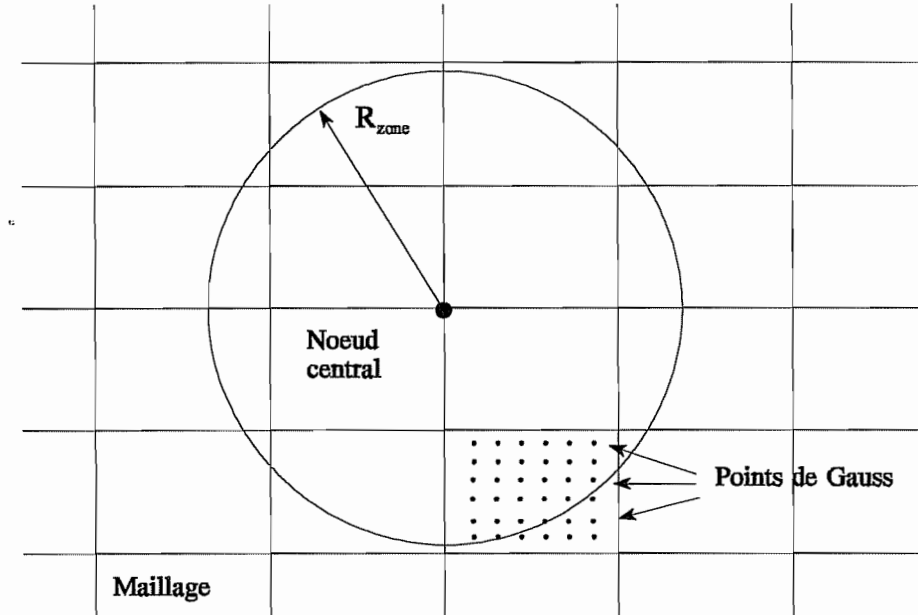


Figure 9 : Méthode des points de Gauss

La figure 9 illustre le cas où cette méthode est appliquée. Le principe de la méthode est de déterminer tous les éléments coupés par la zone pour une position donnée de l'outil. Sur chacun de ces éléments, on détermine 36 points de Gauss, c'est-à-dire un réseau de 6 fois 6 points. On ne prend en compte que les points de Gauss intérieurs à la zone de répartition, soit

$$|N_c \text{ pg}| \leq R_{\text{zone}}$$

Sur l'élément, on remplace l'intégrale de la pression par

$$\int_{\text{sect}} P \, ds = \sum_i^N w_i P J_{el}$$

où  $N$  est le nombre de points de Gauss restant,  $w_i$  sont les poids des points de Gauss et  $J_{el}$  est le Jacobien de l'élément. On répartit ensuite les forces calculées aux points de Gauss sur les noeuds de l'élément de la même façon que pour la méthode des secteurs circulaires.

### 3.4. Mise à échelle des forces nodales

On effectue ensuite une *mise à échelle des forces aux noeuds* afin d'obtenir les résultantes correspondant à la force de coupe  $F_c$ , la force d'avance  $F_f$  et la force passive  $F_p$ . Pour une position donnée de l'outil, on recalcule les forces en chaque noeud par

$$f^{(n)} = \frac{F}{R_{calc}} f^{(n)} \quad \text{où } R_{calc} \text{ est la résultante calculée avant mise à échelle.}$$

Cette mise à échelle est appliquée aussi bien pour la méthode des secteurs circulaires que pour celle des points de Gauss afin de s'assurer que la répartition des forces ne modifie pas les résultantes et donc le défaut obtenu.

### 3.5. Remarques

La méthode des secteurs circulaires est exacte et donc ne nécessite pas de mise à échelle sauf dans le cas où le noeud central se trouve sur la frontière du maillage.

Par contre, pour la méthode des points de Gauss, la mise à échelle est absolument nécessaire. En effet, la résultante calculée avant la mise à échelle est très sensible à la taille de la zone de répartition. Si on observe la figure 10, on s'aperçoit que pour une légère variation du rayon de la zone, un point de Gauss peut se trouver à l'intérieur ou à l'extérieur, ce qui modifie sensiblement les résultantes obtenues.

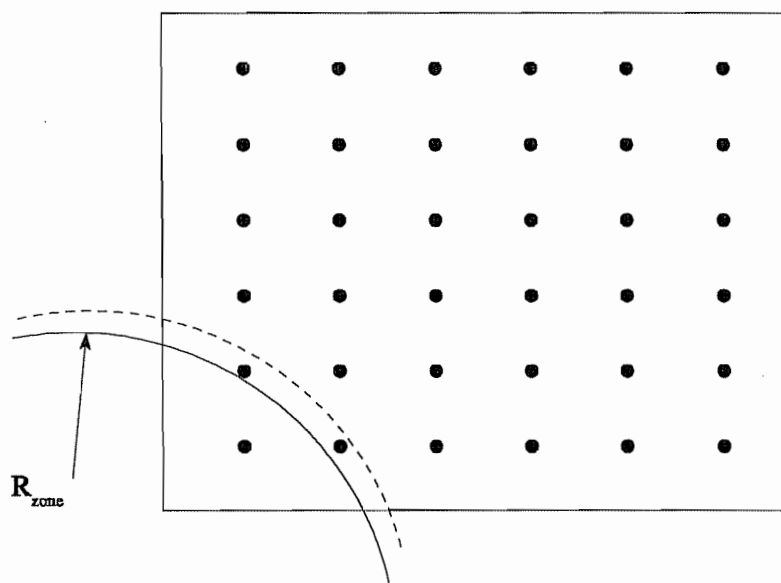


Figure 10 : Sensibilité de la méthode des points de Gauss à la variation de la zone de répartition

Nous avons remarqué que même en augmentant le nombre de points de Gauss par éléments, la résultante oscille de quelques pour-cents autour de la valeur réelle. Cet effet indésirable s'atténue en augmentant le nombre de points de Gauss par élément. Cependant, comme il n'est pas imaginable de mettre plus de 36 points de Gauss par éléments, nous avons opté pour une mise à échelle des forces quitte à avoir une répartition légèrement faussée d'un point de vue géométrique. Il faut cependant noter que plus le maillage se raffine, plus l'intégration est juste.

### 3.6. Exemples

L'exemple suivant illustre l'influence de la répartition des forces sur les résultats obtenus. C'est le cas du tournage d'un barreau cylindrique encastré avec contre-pointe. Le test a été réalisé sur deux maillages du barreau (1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> degré).

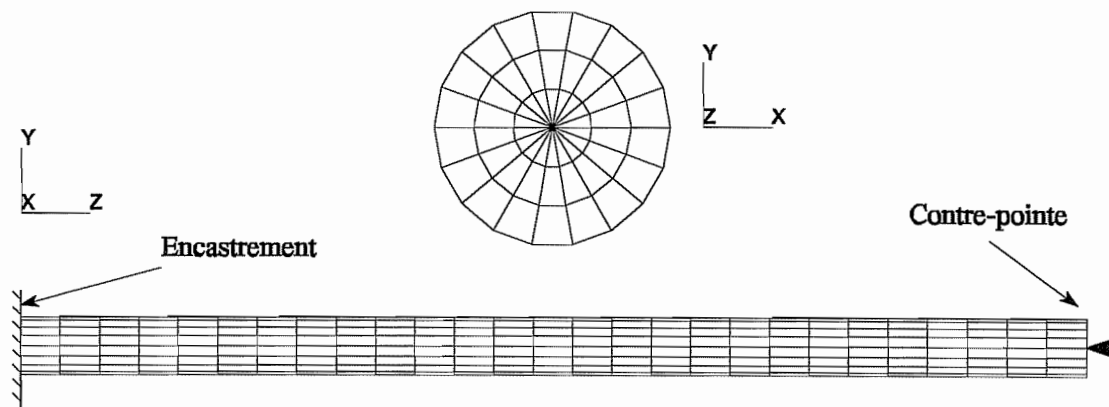


Figure 11 : Modèle éléments finis de l'éprouvette

#### 3.6.1. Caractéristiques du problème

Les caractéristiques du problème sont les suivantes :

##### *Modèles éléments finis*

Longueur : 270 mm

Rayon : 7.5 mm

Encastrement en  $Z=0$  mm

Contre-pointe en  $Z=270$  mm ; raideur = 3500 N/mm

1<sup>er</sup> degré

486 noeuds dans la surface usinée

468 mailles

2<sup>nd</sup> degré

1440 noeuds dans la surface usinée

*Paramètres d'usinage*

Matériau : Test\_epr

Carbure, outil neuf

Angles d'outils : 65, 6 et 6 degrés

2700 trs/min

0.4 mm/trs

Profondeur de passe constante : 1 mm

*Paramètres de calcul*

Forces d'avance et passive

Cas de charges séparés

Pas de prise en compte des noeuds d'interface

### 3.6.2. Résultats

Le problème étant axisymétrique, le défaut est également axisymétrique. Les défauts illustrés sur la figure 12 sont ceux d'une ligne de noeuds située en  $X=7.5$  et  $Y=0$  et correspondent aux défauts dus à la force passive seule.

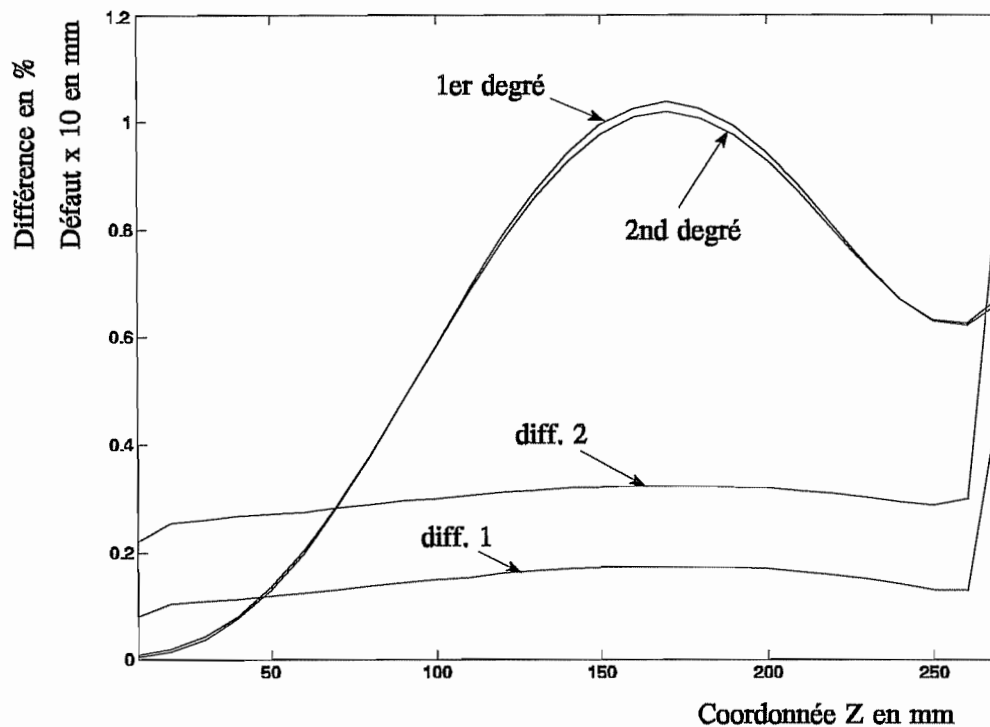


Figure 12 : Allure du défaut et comparaison des cas réparti et non-réparti

Pour le premier degré, la norme du défaut vaut  $103.29 \mu\text{m}$  dans le cas non-réparti et  $103.19 \mu\text{m}$  dans le cas réparti. Pour le second degré, les normes du défaut valent  $101.18 \mu\text{m}$  et  $101.08 \mu\text{m}$ .

Les deux courbes (cas réparti et cas non-réparti) sont quasiment confondues. Pour mesurer la différence obtenue, nous traçons également la différence relative entre les deux cas.

## 4. Conclusions

Au vu des premiers tests, il apparaît que, pour des maillages courants, les solutions obtenues en répartissant ou non les forces d'usinage sont quasi-identiques. Il reste à montrer sur des maillages très raffinés que la répartition des forces sur une surface élimine effectivement les problèmes de convergence qui peuvent survenir avec des forces concentrées.

Le rapport sur les tests de convergence devrait permettre de définir les dimensions minimum de la zone de répartition qui assure la convergence effective des solutions obtenues. Ces dimensions peuvent être changées sans problème en modifiant les paramètres de répartition se trouvant dans les fichiers *ad hoc*.

Les méthodes adoptées pour effectuer la répartition des charges, tant en fraisage qu'en tournage, ont permis de ne pas modifier le code de façon trop importante par rapport à l'ancienne version.

# Table des matières

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Introduction . . . . .                                                                 | 1  |
| 1.1. Motivations . . . . .                                                                | 1  |
| 1.2. Principes . . . . .                                                                  | 1  |
| 2. Fraisage . . . . .                                                                     | 3  |
| 2.1. Zone de répartition . . . . .                                                        | 3  |
| 2.1.1. Calcul de l'épaisseur de la zone en fonction des paramètres<br>d'usinage . . . . . | 3  |
| 2.1.2. Détermination de l'épaisseur de la zone dans Sinus . . . . .                       | 4  |
| 2.2. Détermination des cas charges . . . . .                                              | 5  |
| 2.3. Méthode de répartition . . . . .                                                     | 5  |
| 2.4. Remarques . . . . .                                                                  | 7  |
| 2.5. Exemple . . . . .                                                                    | 8  |
| 2.5.1. Caractéristiques du problème . . . . .                                             | 8  |
| 2.5.1. Résultats . . . . .                                                                | 9  |
| 3. Tournage . . . . .                                                                     | 11 |
| 3.1. Zone de répartition . . . . .                                                        | 11 |
| 3.2. Pressions d'usinage . . . . .                                                        | 11 |
| 3.2. Méthode de répartition . . . . .                                                     | 12 |
| 3.2.1. Méthode des secteurs circulaires . . . . .                                         | 12 |
| 3.2.2. Méthode des points de Gauss . . . . .                                              | 14 |
| 3.4. Mise à échelle des forces nodales . . . . .                                          | 15 |
| 3.5. Remarques . . . . .                                                                  | 15 |
| 3.6. Exemples . . . . .                                                                   | 16 |
| 3.6.1. Caractéristiques du problème . . . . .                                             | 16 |
| 3.6.2. Résultats . . . . .                                                                | 18 |
| 4. Conclusions . . . . .                                                                  | 19 |