

**UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION**

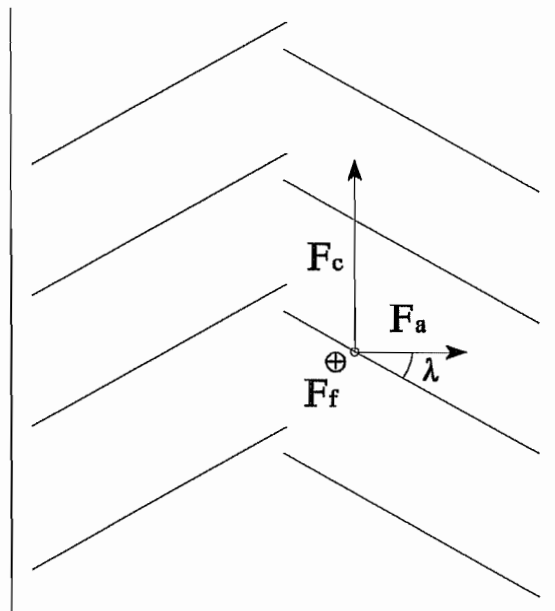
MODELISATION DU BROCHAGE

**P. BECKERS
J.F. DEBONGNIE
B. DELTOUR
L. MASSET**

Rapport LMF/R2bis - 1995

Rapport 2 bis

Modélisation du brochage



1. Préliminaires

Le brochage est une opération plus complexe que les autres en ce que *les efforts d'un étage ont une répercussion sur la déformation de la pièce sous les autres étages en prise au même instant*. De plus, la forme définitive de la pièce n'est obtenue qu'après le passage du dernier étage. Cependant, il peut a priori exister à ce moment des défauts supérieurs à la progression. Ainsi, pour le surfacage de la face culasse du carter moteur D7F, la tolérance de planéité est de 0.1 mm alors que la progression par dent ne vaut que 0.075 mm.

Quant à la manière d'aborder la modélisation du brochage, il ne semble pas très réaliste de suivre la broche dent par dent car cela implique :

- une définition très précise de la broche, c'est-à-dire un fichier de description de l'outil très important;
- une étude pas à pas qui relève d'une méthodologie de type *usinage lourd*. Or, c'est précisément ce que l'on désire éviter.

2. Surfaçage plan par brochage extérieur

2.1. Analyse du processus

Dans le cas du surfaçage de la face culasse du carter moteur D7F, le travail de la broche se décompose en

- un transitoire d'entrée, caractérisé par le fait que la broche ne couvre pas encore toute la pièce;
- un régime établi où la broche, couvrant toute la pièce, enlève progressivement de la matière en tout point;
- un transitoire de sortie, où les derniers étages de la broche ayant déjà parcouru une partie de la pièce, celle-ci se retrouve donc libre d'effort.

Il est clair que les plus grands efforts apparaissent lors du régime établi. On peut donc s'attendre à obtenir une borne supérieure du défaut en le calculant pour ce régime.

2.2. Dynamique de la broche en régime

Dans l'exemple présenté, la broche usine toute la largeur de la pièce. La progression par dent est de 0.075 mm et il y a 72 dents réparties sur 1872 mm. La pente de l'enveloppe des dents est donnée par l'angle η tel que

$$\operatorname{tg}(\eta) = \frac{0.075 \cdot 72}{1872} = 2.885 \cdot 10^{-3}$$

La broche en régime peut être assimilée à un plan oblique, d'angle η par rapport au plan à usiner, se déplaçant à la vitesse de coupe v . Il en résulte une avance de pénétration perpendiculaire au plan de coupe à la vitesse $v_f = v \operatorname{tg}(\eta)$.

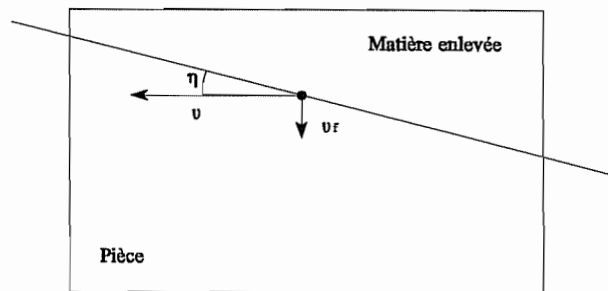


Figure 1 : Vitesses de coupe et de pénétration

Si S est la surface du plan réalisé sur la pièce, le débit de la broche est donc

$$Q = S v_f = S v \operatorname{tg}(\eta)$$

La puissance de coupe vaut

$$P_c = k_c Q = k_c S v \operatorname{tg}(\eta)$$

et la force de coupe

$$F_c = \frac{P_c}{v} = k_c S \operatorname{tg}(\eta)$$

En répartissant cette force sur toute la surface en prise S , on obtient la contrainte tangentielle appliquée

$$\tau_c = \frac{F_c}{S} = k_c \operatorname{tg}(\eta)$$

dans le sens de la vitesse de coupe.

On peut également raisonner de la façon suivante. Soit b la longueur cumulée de toutes les dents en prise et soit e leur écartement. La surface en prise est donnée par

$$S = b e$$

L'épaisseur moyenne h du copeau est donnée par la formule classique

$$h = \frac{Q}{b v} = \frac{S \operatorname{tg}(\eta)}{b} = e \operatorname{tg}(\eta) \equiv \text{prog/dent}$$

La force de coupe totale vaut donc

$$F_c = k_c b h = k_c b e \operatorname{tg}(\eta)$$

et la force d'avance

$$F_f = k_f b h = k_f b e \operatorname{tg}(\eta)$$

En répartissant celles-ci sur la surface, on obtient une densité de force de coupe tangentielle

$$\tau_c = k_c \operatorname{tg}(\eta) = k_c \frac{h}{e} \tag{1}$$

et une pression

$$p = k_f \operatorname{tg}(\eta) = k_f \frac{h}{e} \tag{2}$$

Les deux efforts globaux F_c et F_f peuvent être mesurés, ce qui permet de déduire k_c et k_f .

Il existe également des efforts latéraux liés à l'inclinaison des dents. Ces efforts sont dirigés vers l'extérieur et comme les dents sont en chevrons, ils ne possèdent pas de résultante, ce qui rend leur mesure malaisée. L'angle d'inclinaison λ est de l'ordre de 15° , ce qui s'apparente plus à l'hélice d'une fraise travaillant en roulant qu'à l'inclinaison d'un outil de tour.

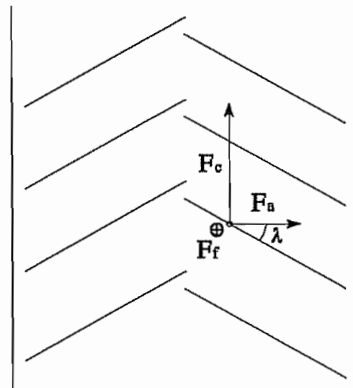


Figure 2 : Forces exercées sur la pièce

Il semble approprié d'utiliser une formule relative au fraisage, en l'occurrence celle de Rosenberg [1]

$$F_a = 0.28 F_c \operatorname{tg}(\lambda)$$

où F_a est la force axiale. Dans le cas présent, elle se traduit par

$$\tau_a = 0.28 \tau_c \operatorname{tg}(\lambda) \quad (3)$$

orienté en fonction de l'inclinaison des dents.

2.3. Méthode de calcul proposée

Vu l'ordre de grandeur du défaut toléré (0.1 mm) et de la progression (0.075 mm), il faut s'attendre à ce que les dernières dents ne s'engagent que sur une partie de la course et ne corrigent que très partiellement un défaut préalablement induit par le fonctionnement en régime qui correspond aux plus grands efforts. Bien plus, il est également possible que ces dernières dents rencontrent des problèmes de copeau minimal et glissent sur la pièce pendant une partie de leur course. Vu sous cet angle, le problème devient inextricable.

Il semble donc que la seule approche pratiquement envisageable consiste à étudier cet usinage comme si la broche était constamment en régime. A cette fin, on applique sur tout élément de surface du maillage par éléments finis les densités d'efforts τ_c , p et τ_a , ce qui nécessite la connaissance

- des pressions spécifiques de coupe k_c et k_f ,
- de la progression h et du pas e de la broche,
- de la direction et du sens de la vitesse de coupe v ,
- de l'angle λ du chevron et de la position de son centre par rapport à la pièce (ceci recouvre éventuellement le cas d'une denture simplement inclinée). On suppose bien entendu que les arêtes en chevron sont inclinées de manière à dégager les copeaux vers l'extérieur.

3. Réalisation de cannelures dans un alésage

3.1. Position du problème

L'exemple proposé pour ce type d'opération est un baladeur de boîte de vitesses. Le baladeur étant posé sur un épaulement extérieur, on enfonce la broche dans l'alésage. La pièce se centre d'elle-même sur la broche. Les cannelures à réaliser sont en développante. Si l'on considère une section méridienne du baladeur, on constate que les forces de coupe, à l'intérieur, et les forces d'appui à l'extérieur forment un couple qui tend à faire tourner cette section, de sorte que la surface amont est inclinée comme une bordure d'assiette. On prend donc plus de matière en amont qu'en aval ce qui génère des cannelures coniques.

On peut mesurer cette conicité en appuyant sur les faces des cannelures opposées des billes dont on peut mesurer la variation de position axiale. En choisissant par exemple les billes pour qu'elles s'appuient au milieu du flanc des cannelures, on définit ainsi une *surface de jauge* engendrée par tous les cercles joignant les milieux des flancs à une cote axiale donnée. C'est l'erreur de cylindricité de cette surface de jauge qu'il s'agit d'évaluer. Présenté sous cette forme, le problème se ramène à la génération d'une pièce fictive dont l'alésage est circulaire.

3.2. Méthode de calcul proposée

Il semble raisonnable, dans ce contexte, de considérer la géométrie correspondant au moment où les dents travaillent au diamètre primitif, c'est-à-dire le rayon où le pas des cannelures est égal au pas des vides. Pour éviter une modélisation tridimensionnelle, on décrit une pièce dont l'alésage est circulaire avec un diamètre égal au diamètre primitif (fig. 3). On prend alors en compte un module de Young équivalent

$$E^* = E \frac{\frac{1}{2}(S_{pr} + S_b)}{S_{pr}} = \frac{1}{2} E \left(1 + \frac{S_b}{S_{pr}} \right) \quad (4)$$

- où
- S_{pr} est la section primitive,
 - $S_b = \tilde{S}_b \cup S_{pr}$ est la section brute.

Les forces, au moment où la broche arrive au diamètre primitif, valent, par étage de la broche,

$$\text{force de coupe : } F_{cz} = \frac{1}{2} \pi D_{pr} h k_c,$$

$$\text{force de pénétration : } F_{fz} = \frac{1}{2} \pi D_{pr} h k_f,$$

le facteur $\frac{1}{2}$ provenant du fait qu'à ce diamètre, les tranchants occupent la moitié de la circonférence.

Si e est le pas de la broche et si l_p est la longueur en prise sur la pièce, le nombre d'étages

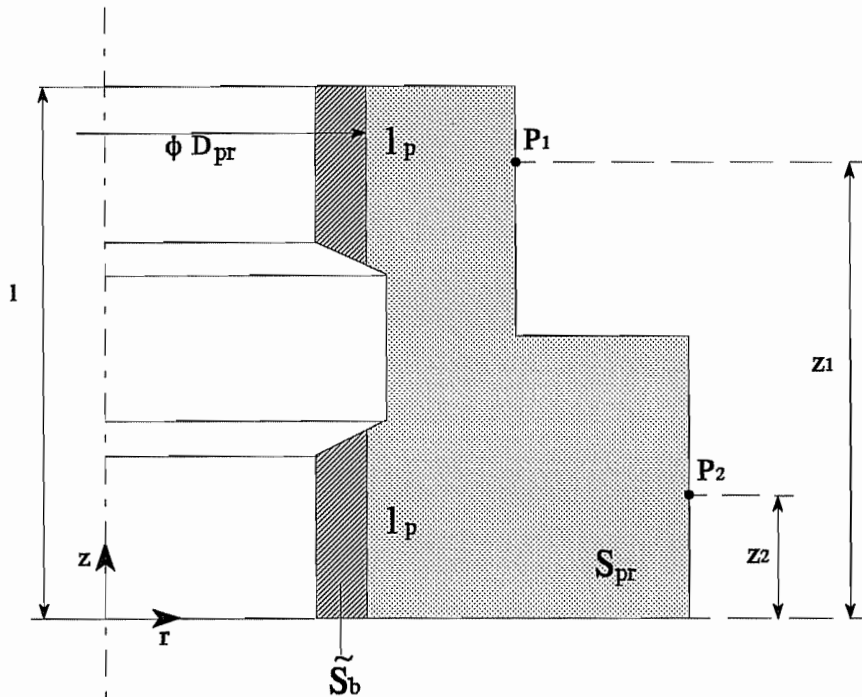


Figure 3 : Section méridienne du baladeur

en prise est de

$$Z = \frac{l_p}{e}$$

Les efforts totaux sont donc

$$F_c = Z F_{cz} = \frac{l_p}{2} \pi D_{pr} k_c \frac{h}{e}$$

$$F_f = Z F_{fz} = \frac{l_p}{2} \pi D_{pr} k_f \frac{h}{e}$$

à répartir sur toute la surface, ce qui donne des densités superficielles d'efforts sur l'alésage fictif de diamètre D_{pr} égales à

$$\text{axialement : } \tau_z = \frac{1}{2} k_c \frac{h}{e}, \quad (5)$$

$$\text{radialement : } p = \frac{1}{2} k_f \frac{h}{e}. \quad (6)$$

On en déduit la déformation et donc le défaut. Ceci peut se faire sur un modèle axisymétrique. Les données à connaître sont donc :

- la section brute S_b ,
- la section primitive S_{pr} ,
- les pressions spécifiques de coupe k_c et k_f ,
- la progression h ,
- le pas e .

3.3. Mesure expérimentale des pressions spécifiques

La valeur de k_c peut s'obtenir par mesure de la réaction à l'appui au moment où l'on se trouve au diamètre primitif. On a alors

$$k_c = \frac{F_c}{\pi \frac{l_p}{2} D_{pr} \frac{h}{e}} \quad (7)$$

La détermination de k_f est un peu plus délicate. Au moment où la broche se trouve au diamètre primitif, la pièce se dilate radialement. En se basant sur les développements produits en annexe, on peut déterminer la pression spécifique k_f de la manière suivante :

- 1• Au moment où la broche arrive à D_{pr} , on mesure les déplacements radiaux u_{r1} et u_{r2} en deux points P_1 et P_2 de la surface extérieure du baladeur (fig. 3).
- 2• On calcule alors la dilatation radiale u à partir du champ de déplacements de la section méridienne (cf. équation A1).

$$\text{en } P_1 : u_{r1} = u - \psi (z_1 - z_T)$$

$$\text{en } P_2 : u_{r2} = u - \psi (z_2 - z_T)$$

En éliminant ψ entre les deux équations, il vient

$$u = u_{r1} - \frac{u_{r1} - u_{r2}}{z_1 - z_2} (z_1 - z_T)$$

avec, d'après l'équation (A4),

$$z_T = \frac{\int_0^l z \ln\left(2 \frac{r_2(z)}{D_{pr}}\right) dz}{\int_0^l \ln\left(2 \frac{r_2(z)}{D_{pr}}\right) dz}$$

- 3• En combinant les équations (6) et (A23), on obtient finalement

$$k_f = \frac{4E^* A u}{l_p D_{pr} \frac{h}{e}} \quad (8)$$

où E^* est le module de Young équivalent,

$$A \text{ vaut } \int_0^l \ln\left(2 \frac{r_2(z)}{D_{pr}}\right) dz,$$

l_p est la longueur en prise.

Table des matières

1. Préliminaires	2
2. Surfaçage plan par brochage extérieur	3
2.1. Analyse du processus	3
2.2. Dynamique de la broche en régime	3
2.3. Méthode de calcul proposée	5
3. Réalisation de cannelures dans un alésage	6
3.1. Position du problème	6
3.2. Méthode de calcul proposée	6
3.3. Mesure expérimentale des pressions spécifiques	8
Annexe : Déformation d'un anneau sous l'effet de forces distribuées dans son alésage	A1

Bibliographie

- [1] V. ARSHINOV, G. ALEKSEEV - *Metal cutting theory and cutting tool design*, Mir, Moscow, 1976

Annexe

Déformation d'un anneau sous l'effet de forces distribuées
dans son alésage

Déformation d'un anneau sous l'effet de forces distribuées dans son alésage

1. Energie de déformation

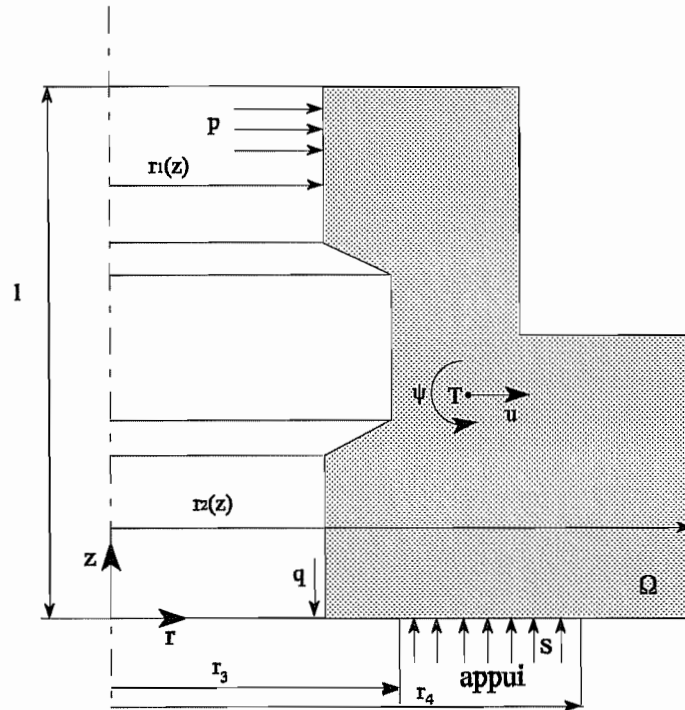


Figure 4 : Section méridienne de l'anneau

Soit un anneau, dont la demi-section méridienne est représentée à la figure 4. Cet anneau, supporté dans le plan $z = 0$, est soumis à des forces provenant d'une broche qui s'enfonce dans le sens des z décroissants. La surface d'appui s'étend du rayon r_3 au rayon r_4 . En une cote z donnée, l'anneau s'étend radialement de $r_1(z)$ à $r_2(z)$. Le modèle le plus simple permettant de simuler à la fois une erreur de cote et une conicité consiste à admettre que la section se déplace rigidement, ce qui conduit à un champ de déplacements de la forme

$$\begin{cases} u_r = u - \psi (z - z_T) \\ u_z = v + \psi (r - r_T) \end{cases} \quad (\text{A1})$$

où u et v sont les composantes du déplacement d'un certain point T de cette section, tandis que ψ représente la rotation de la section autour de ce point T . Cette décomposition n'étant pas unique, il nous sera loisible de choisir le point T de manière à rendre les équations aussi simples que possible.

On déduit des expressions ci-dessus la valeur suivante de la déformation circonférentielle

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r} = \frac{u - \psi(z - z_T)}{r} \quad (\text{A2})$$

L'énergie de déformation se calcule alors, comme dans une poutre, par

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} E \varepsilon_r^2 \cdot 2\pi r dr dz = \pi E \int_{\Omega} \frac{u_r^2}{r} dr dz \quad (\text{A3})$$

Développons : il vient

$$U = \pi E \left[u^2 \int_{\Omega} \frac{dr dz}{r} - 2\psi u \int_{\Omega} (z - z_T) \frac{dr dz}{r} + \psi^2 \int_{\Omega} (z - z_T)^2 \frac{dr dz}{r} \right]$$

Il est clair que le terme de couplage entre u et ψ peut être annulé en choisissant z_T de manière à satisfaire la condition

$$\int_{\Omega} (z - z_T) \frac{dr dz}{r} = 0$$

soit

$$\int_0^l z \ln \frac{r_2}{r_1} dz = z_T \int_0^l \ln \frac{r_2}{r_1} dz$$

ou encore

$$z_T = \frac{\int_0^l z \ln \frac{r_2}{r_1} dz}{\int_0^l \ln \frac{r_2}{r_1} dz} \quad (\text{A4})$$

Posant alors

$$A = \int_{\Omega} \frac{dr dz}{r} = \int_0^l \ln \frac{r_2}{r_1} dz \quad (\text{A5})$$

et

$$J = \int_{\Omega} (z - z_T)^2 \frac{dr dz}{r} = \int_0^l (z - z_T)^2 \ln \frac{r_2}{r_1} dz \quad (\text{A6})$$

on obtient tout simplement

$$U = \pi E [A u^2 + J \psi^2] \quad (\text{A7})$$

2. Travail virtuel

Les forces appliquées sont

- a) Des pressions le long de l'alésage. Elles ne s'appliquent que sur les portions de celui-ci qui se trouvent en contact avec la broche. Aussi les noterons nous $p(z)$ pour rappeler que p s'annule sur les surfaces en retrait. Le déplacement conjugué est

$$\delta u_r = \delta u - \delta \psi (z - z_T) \quad ,$$

ce qui donne le travail virtuel

$$\begin{aligned} \delta \tau_p &= \delta u \int_0^l p(z) 2 \pi r_1 dz - \delta \psi \int_0^l p(z) \cdot (z - z_T) 2 \pi r_1 dz \\ &= 2 \pi (F_p \delta u + M_p \delta \psi) \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

en posant

$$F_p = \int_0^l p(z) r_1 dz \quad (\text{A9})$$

et

$$M_p = \int_0^l p(z) \cdot (z_T - z) \cdot r_1 dz \quad (\text{A10})$$

- b) Des contraintes tangentielles q le long de l'alésage, que nous noterons $q(z)$. Le déplacement conjugué est

$$-\delta u_z = -\delta v - \delta \psi (r_1 - r_T)$$

ce qui mène au travail virtuel

$$\begin{aligned} \delta \tau_q &= -\delta v \int_0^l q(z) 2 \pi r_1 dz - \delta \psi \int_0^l q(z) \cdot (r_1 - r_T) 2 \pi r_1 dz \\ &= 2 \pi (-F_q \delta v + M_q \delta \psi) \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

en notant

$$F_q = \int_0^l q(z) r_1 dz \quad (\text{A12})$$

et

$$M_q = \int_0^l q(z) \cdot (r_T - r_1) \cdot r_1 dz \quad (\text{A13})$$

- c) Des pressions de réaction s sur la surface d'appui. A défaut de mieux, nous les supposons uniformément réparties sur cette surface. Le déplacement conjugué est

$$\delta u_z = \delta v + \delta \psi (r - r_T)$$

d'où l'expression suivante du travail virtuel des réactions :

$$\delta \tau_s = \delta v \int_{r_3}^{r_4} s \cdot 2\pi r dr + \delta \psi \int_{r_3}^{r_4} s (r - r_T) \cdot 2\pi r dr \quad (\text{A14})$$

Il nous est loisible de choisir r_T de manière à annuler le coefficient de $\delta \psi$. Tenant compte de la constance de s , cela mène à la condition

$$\int_{r_3}^{r_4} r_T r dr = \int_{r_3}^{r_4} r^2 dr$$

soit

$$r_T = \frac{\int_{r_3}^{r_4} r^2 dr}{\int_{r_3}^{r_4} r dr} = \frac{2}{3} \left(\frac{r_4^3 - r_3^3}{r_4^2 - r_3^2} \right) \quad (\text{A15})$$

Physiquement, c'est en ce rayon r_T que s'applique la résultante des réactions. Il reste

$$\delta \tau_s = 2\pi F_s \delta v \quad (\text{A16})$$

avec

$$F_s = \int_{r_3}^{r_4} s \cdot r \, dr = \frac{1}{2} (r_4^2 - r_3^2) s \quad (\text{A17})$$

d) Le travail virtuel total est donc

$$\begin{aligned} \delta \tau &= \delta \tau_p + \delta \tau_q + \delta \tau_s \\ &= 2\pi \left[F_p \delta u + (F_s - F_q) \delta v + (M_p + M_q) \delta \psi \right] \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

3. Solution du problème élastique approché

Notre solution approchée s'obtiendra en écrivant la condition

$$\delta U = \delta \tau$$

pour toute variation δu , δv , $\delta \psi$. La variation de v fournit la condition d'équilibre

$$F_s = F_q$$

dont on déduit aisément

$$s = \frac{F_q}{\frac{1}{2} (r_4^2 - r_3^2)} \quad (\text{A19})$$

équation à laquelle on pouvait s'attendre. La variation de u fournit la condition

$$u = \frac{F_p}{EA} \quad (\text{A20})$$

donnant la dilatation radiale de l'anneau. Enfin, on trouve

$$\theta = \frac{M_p + M_q}{EJ} \quad (\text{A21})$$

4. Application au brochage

Notons r_0 la valeur minimale de $r_1(z)$, qui se présente sur une longueur l_p dite *longueur de prise*. Les efforts p et q n'apparaissent que sur ce petit alésage et y sont constants.

Par conséquent, on peut calculer

$$\begin{cases} F_p = p l_p r_0 \\ M_p = p r_0 \int (z_T - z) dz \\ M_q = q r_0 l_p (r_T - r_0) \end{cases} \quad (\text{A22})$$

et le déplacement radial et la rotation valent

$$\begin{cases} u = \frac{p l_p r_0}{EA} \\ \psi = \frac{p r_0 \left[z_T l_p - \int z dz \right] + q r_0 l_p (r_T - r_0)}{EJ} \end{cases} \quad (\text{A23})$$

L'erreur de cylindricité est ψ/l .

5. Simplification

Supposons que l'on puisse écrire pour chaque z

$$r_2 = r_1 (1 + \varepsilon) \quad \text{avec} \quad \varepsilon \ll 1$$

Alors,

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon$$

$$A \approx \int_0^l \varepsilon dz = \text{section}$$

$$z_T \approx \frac{\int_0^l \varepsilon z dz}{A} = \text{cote du centre de gravité de la section}$$

$$J \approx \int_0^l (z - z_T)^2 \varepsilon dz$$

= inertie de la section autour d'un axe radial passant par le centre de gravité

En outre, en posant

$$r^* = \frac{r_4 + r_3}{2}, \quad \eta = \frac{r_4 - r_3}{2} \ll r^*,$$

on obtient

$$\begin{aligned} r_4^3 - r_3^3 &= (r^{*3} + 3r^{*2}\eta \dots) - (r^{*3} - 3r^{*2}\eta \dots) \approx 6r^{*2}\eta \\ r_4^2 - r_3^2 &= (r^{*2} + 2r^*\eta \dots) - (r^{*2} - 2r^*\eta \dots) \approx 4r^*\eta \end{aligned}$$

et

$$r_T \approx \frac{2}{3} \cdot \frac{6r^{*2}\eta}{4r^*\eta} = r^* = \frac{r_3 + r_4}{2} = \text{rayon moyen d'appui}$$