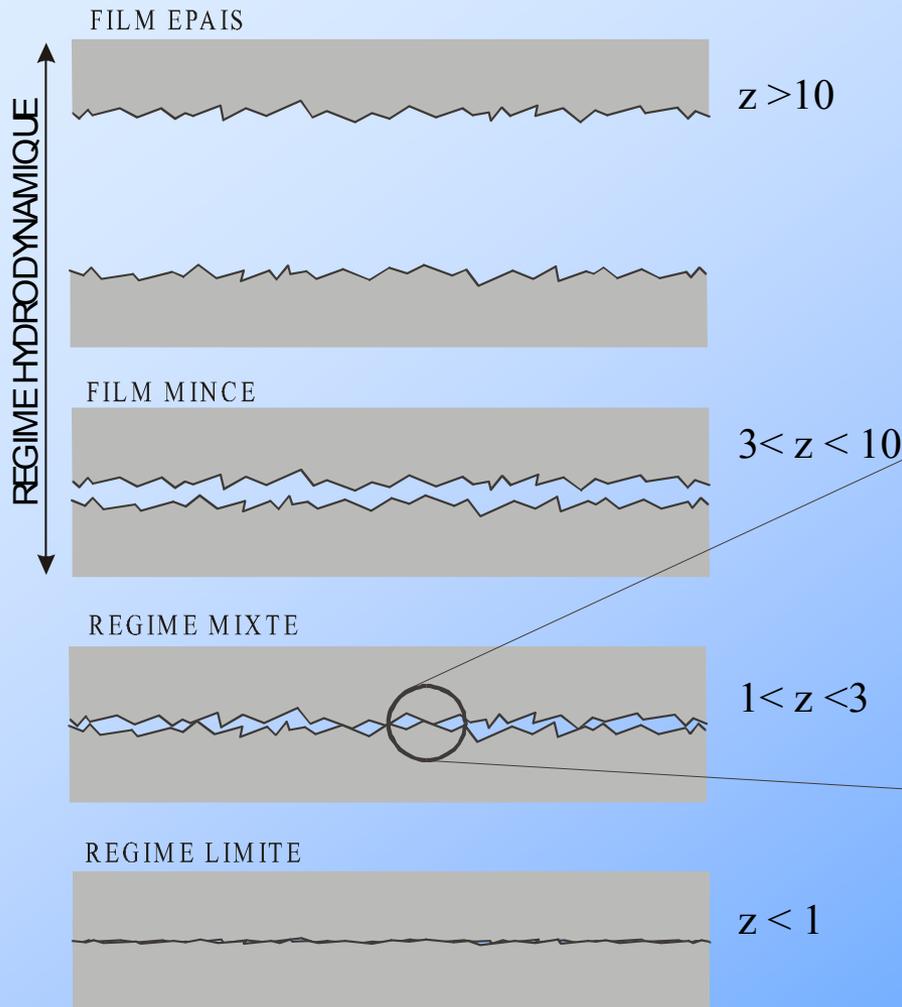
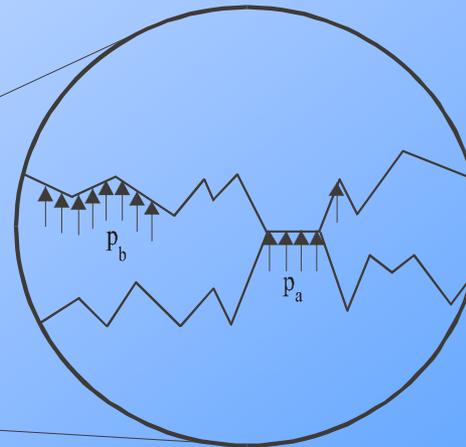


Introduction : Les régimes de lubrification



Problème complexe →
4 régimes de lubrification (Wilson)



h = épaisseur du film de lubri.

R_q = rugosité composite

$$z = h / R_q$$

Régime hydrodynamique

Film épais : équation de Reynolds

Validité : $z = h/Rq > 10$

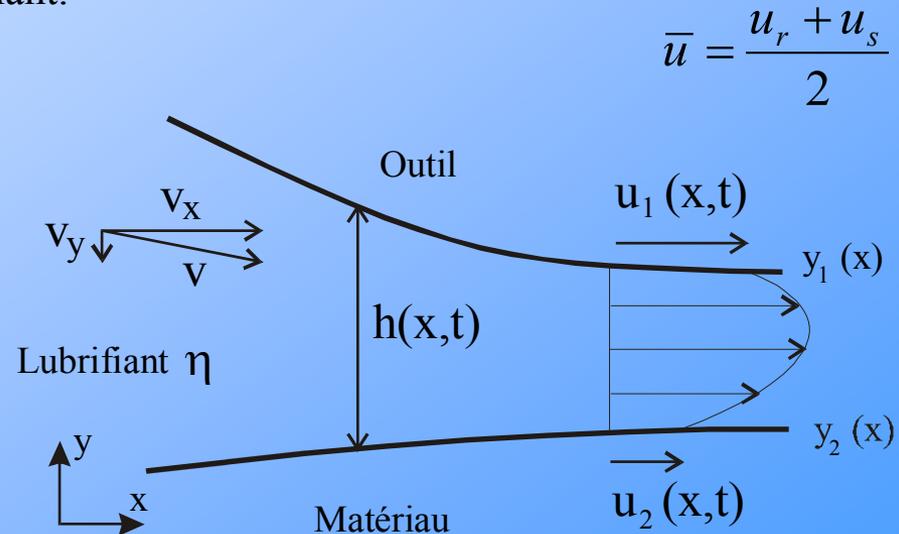
Les aspérités n'influencent pas l'écoulement du lubrifiant.

Origine : Navier Stokes

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 & (1) \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{b} & (2) \end{cases}$$

Hypothèses :

- Fluide incompressible.
- Pas de force de volume ($\mathbf{b} = 0$).
- Pas de terme d'inertie.
- $h \ll$ longueur de contact.
- Petite courbure.
- Fluide newtonien.



$$\bar{u} = \frac{u_r + u_s}{2}$$

\Rightarrow

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} h)$$

Reynolds

Régime hydrodynamique

film mince : équation de Reynolds moyenne

Validité : $3 < z < 10$

Les aspérités influencent l'écoulement du lubrifiant MAIS il n'y a pas de contact entre elles.

Equation de Reynolds modifiée : (Patir & Cheng (1978), Tripp (1983), Lo (1994), Marsault (1998), ...)

Introduction • de valeurs moyennes : $p(x,t) \rightarrow p_{mean}(x,t)$,

$$h(x,t) \rightarrow h_{mean}(x,t)$$

• des facteurs d'écoulement : $\phi_x(h/R_q)$: correction en pression

$\phi_s(h/R_q)$: correction en cisaillement

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} h) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (V R_q \phi_s)$$

Note :

$$\left. \begin{array}{l} \phi_x = 1 \\ \phi_s = 0 \end{array} \right|$$

→ On retrouve l'équation de Reynolds.

$$V = u_r - u_s$$

$$\bar{u} = \frac{u_r + u_s}{2}$$

Méthode Eléments Finis (MEF)

Formulations existantes : manquent de généralité

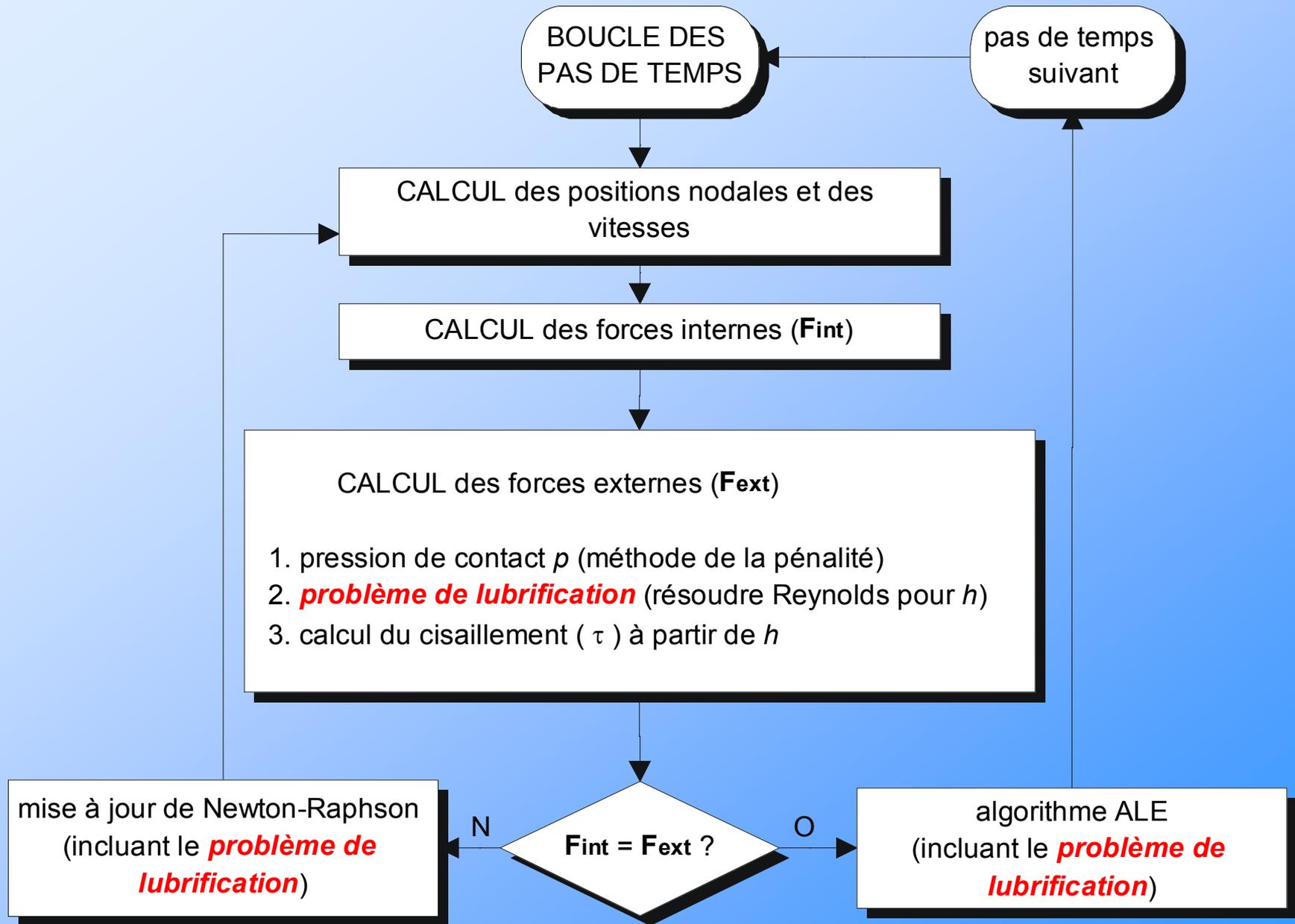
- Le rayon du poinçon, l'épaisseur de tôle, la réduction,... apparaissent explicitement dans les équations.
- On fait l'hypothèse que le procédé (expl: laminage, emboutissage) est connu a priori.

La Méthode Eléments Finis peut être plus générale

Difficultés principales (MEF) :

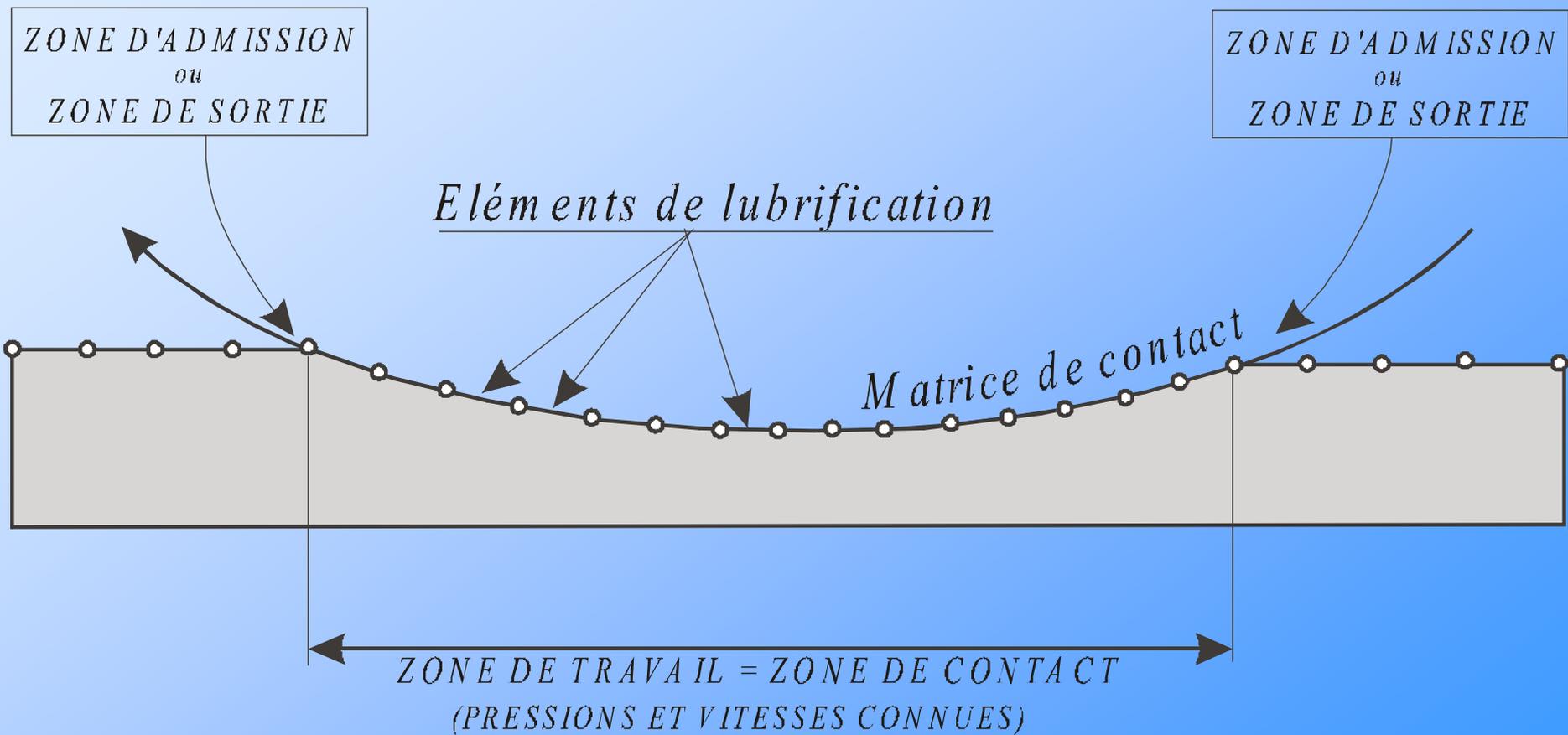
- La zone de contact peut évoluer au cours du temps et est inconnue a priori.
- Discrétisation EF \rightarrow discontinuités géométriques.
- Vitesse du fluide \neq vitesses matérielles (\neq vitesses nodales pour ALE)
- Solution complètement couplée préférable
(Liu/Martinet : le calcul de lubrification n'est pas directement couplé à la déformation du matériau et de l'outil
 \Rightarrow schéma de résolution étagé)

Solution complètement couplée



Problème de lubrification

définition des éléments finis de lubrification



Problème de lubrification

discrétisation spatiale de l'équation de Reynolds

Forme faible :

$$\begin{aligned}
 - \int_0^L \frac{\partial \delta h}{\partial x} \phi_x \frac{h^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial x} dx &= \int_0^L \delta h \frac{\partial h}{\partial t} dx + \int_0^L \delta h \frac{\partial u_M}{\partial x} h dx \\
 &- \int_0^L \frac{\partial \delta h}{\partial x} (\bar{u} h) dx - \int_0^L \frac{\partial \delta h}{\partial x} \left(\frac{V}{2} R_q \phi_s \right) dx \\
 &+ \left[\underbrace{\delta h \left(\bar{u}_r h + \frac{V}{2} R_q \phi_s - \phi_x \frac{h^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_q \right]_0^L
 \end{aligned}$$

Discrétisation EF :

$$\begin{aligned}
 h &= \sum_{i=1}^N N_i h_i \\
 \delta h &= \sum_{i=1}^N N_i \delta h_i
 \end{aligned}$$

h = épaisseur du film de lubrifiant

q = débit de lubrifiant

à travers les frontières

V = vitesse relative des deux surfaces

\bar{u}_r = vitesse moyenne relative

p = pression du lubrifiant

$$\mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{h}} - \mathbf{C}_2 \mathbf{h} + \mathbf{q} = \mathbf{S}_u \bar{\mathbf{u}}_r + \mathbf{S}_V \mathbf{V} - \mathbf{S}_p \mathbf{p}$$

Problème de lubrification

intégration temporelle de l'équation de Reynolds

Intégration temporelle : $\mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{f}(\mathbf{h}) = \mathbf{S}_u \bar{\mathbf{u}}_r + \mathbf{S}_v \mathbf{V} - \mathbf{S}_p \mathbf{p} + \mathbf{C}_2 \mathbf{h} - \mathbf{q}$

$$\mathbf{C}_1 \frac{\mathbf{h}^{N+1} - \mathbf{h}^N}{\Delta t} = \mathbf{f}(\mathbf{h}^{N+1}) \quad (\text{schéma totalement implicite})$$

\Rightarrow Newton-Raphson : $\frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial \mathbf{h}^i} \Delta \mathbf{h}^i = -\mathbf{r}^i$ (à résoudre itérativement)

$$\Rightarrow \mathbf{h}^{i+1} = \mathbf{h}^i + \Delta \mathbf{h}^i$$

avec $\mathbf{r}^i = \mathbf{C}_1 \frac{\mathbf{h}^i - \mathbf{h}^0}{\Delta t} - \mathbf{f}(\mathbf{h}^i)$ (résidu)

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{h}} = \frac{\mathbf{C}_1}{\Delta t} - \mathbf{K}_u - \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_p - \mathbf{C}_2 + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{h}}$$

N.B.: un décentrage (upwind) est introduit

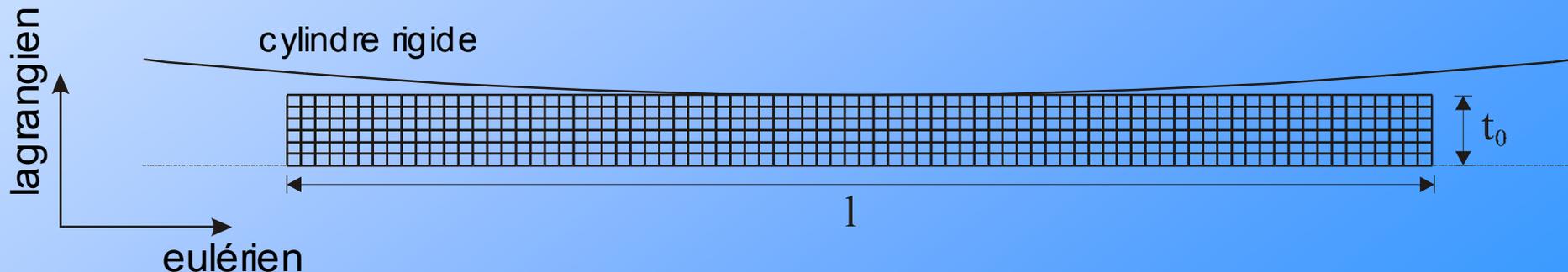
via une modification des fonctions de forme

Résultats numériques - laminage d'une tôle mince

Paramètres de la simulation

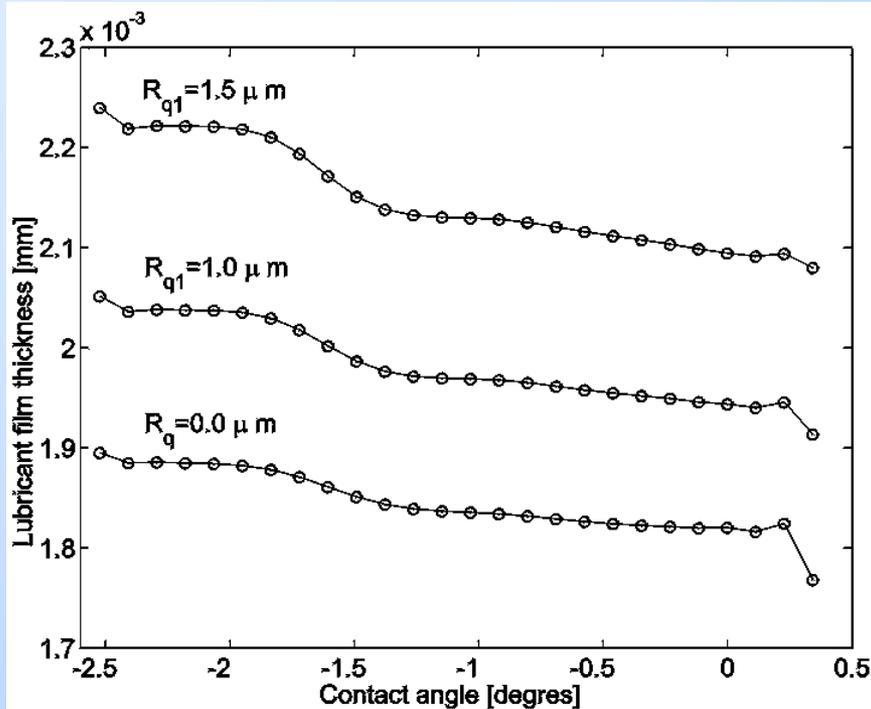
Rayon du cylindre	R	=	50 mm	
Epaisseur initiale de la tôle	t_0	=	0.5 mm	
Epaisseur finale de la tôle	t_1	=	0.45 mm	
Rugosité RMS de la tôle	R_{q1}	=	1 μm	
Rugosité RMS du cylindre	R_{q2}	=	0.2 μm	
Module d'Young	E	=	200 GPa	
Coefficient de Poisson	ν	=	0.3	
Loi d'érouissage	σ_Y	=	$313.79 (1 + 0.052 \varepsilon^p)^{0.295}$	
Viscosité du lubrifiant à p_0	h_0	=	0.434 Pa.s	
Facteur de pression de la viscosité	γ	=	$2 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$	$\eta(p) = \eta_0 \exp(\gamma p)$
Vitesse de laminage	v	=	100 m/min	
Back stress	σ_1	=	120 MPa	
Front stress	σ_2	=	120 MPa	

Maillage initial : 80 x 6 = 480 éléments Q4P0 - formalisme ALE

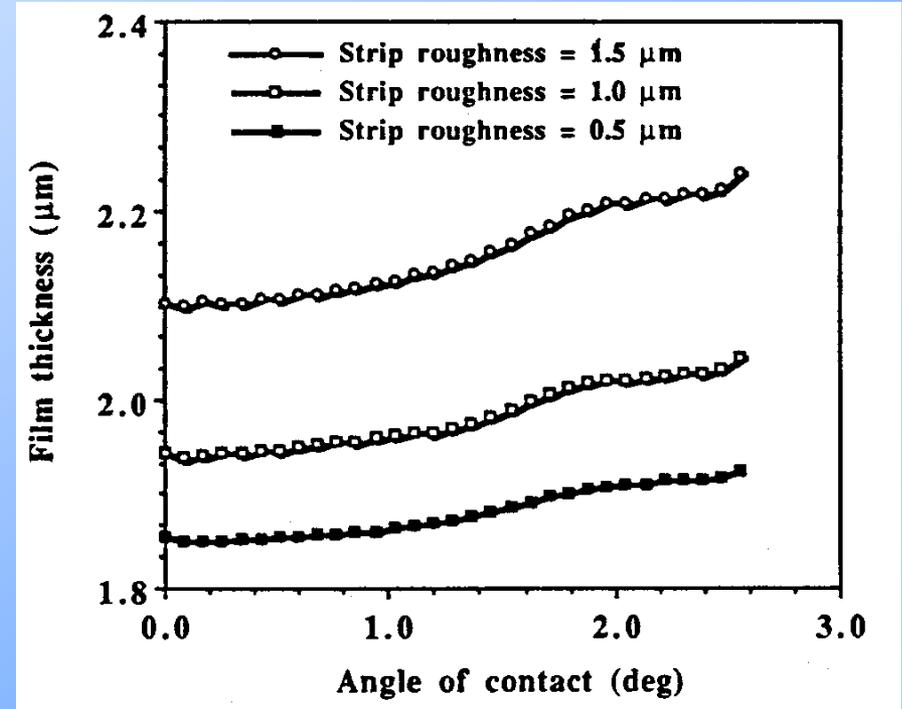


Résultats numériques - laminage d'une tôle mince

Influence de la rugosité de la tôle



RESULTATS

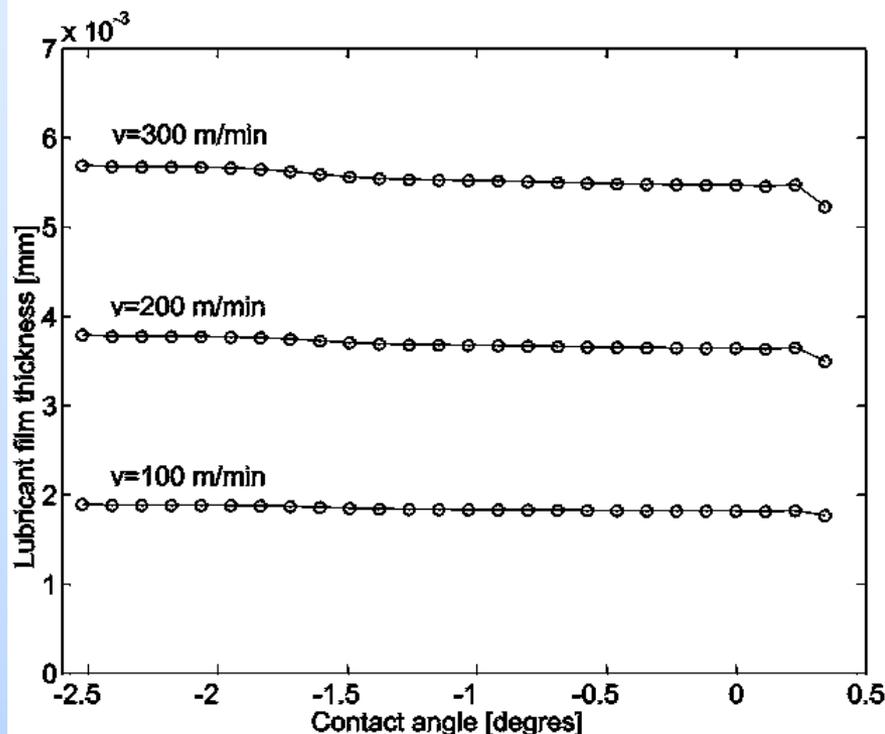


RESULTATS DE LIU (1993)

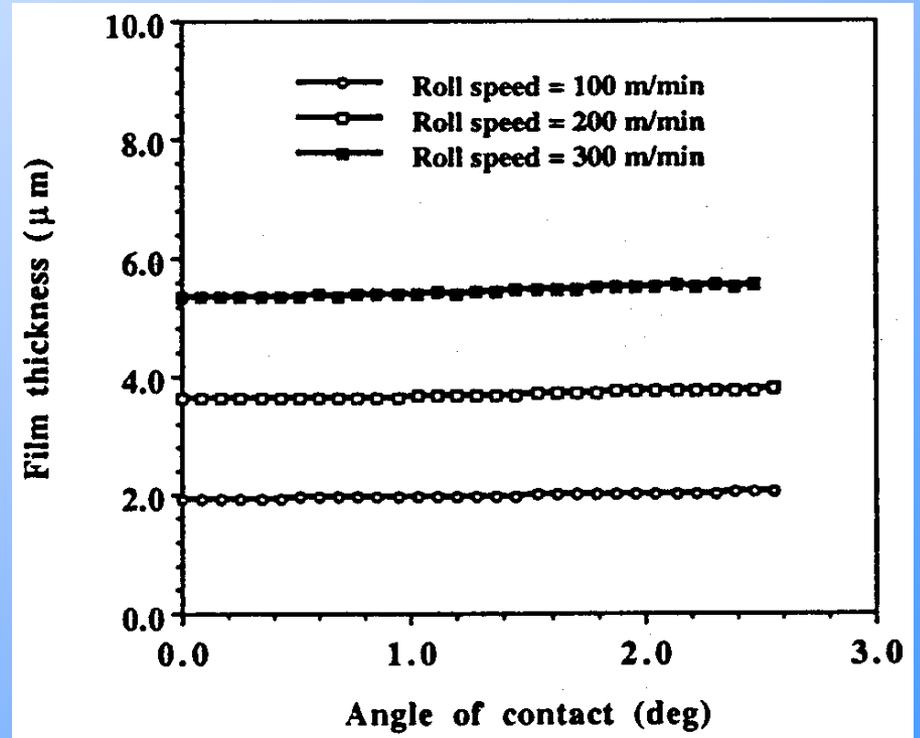
- L'épaisseur du film augmente lorsque la rugosité de la tôle augmente.
- L'épaisseur du film diminue de la zone d'entrée jusqu'à la zone de sortie.

Résultats numériques - laminage d'une tôle mince

Influence de la vitesse de laminage



RESULTATS



RESULTATS DE LIU (1993)

- L'épaisseur du film augmente avec la vitesse de laminage.

Perspectives

- Formulation axisymétrique de l'équation de Reynolds pour la simulation de l'emboutissage.
- Meilleure approximation de la géométrie de la zone d'entrée (maillage adaptatif).
- Introduction d'un modèle d'écrasement d'aspérités pour la prise en compte du régime mixte.
- Effets thermiques.